

Risque de crédit

1 – Description : activité de la banque

Activités :

- Gestion argent + services proposés aux particuliers et ménages
- Octroi de crédits + ventes de d'instruments de placements (aux entreprises, particuliers, Etat)
- Fourniture de garanties (cautions et protections diverses)
- Activités d'assurance (assurance vie, non-vie)
- Activités de marché (intermédiation)

Le plus des banques : seules à pouvoir créer de la monnaie via octroi de crédit (sont régulées et ont un **agrément** spécial).

Les modèles bancaires : chacune a son business model :

- **Banque commerciale** (ou de dépôt) : activité réalisée dans agences du réseau bancaire. Interface entre prêteurs (auprès desquels elle se refinance) et emprunteurs (fournit ressources nécessaires). **Rôle de transformation** (du bilan) : ressources courtes des prêteurs et demande longue des emprunteurs, agents économiques sont prêteurs et emprunteurs (ménages sont prêteurs nets car prêtent plus qu'ils empruntent à l'inverse des entreprises/administrations publiques sont emprunteurs nets).
- **Banque privée** (département privé des banques généralistes) : rend des services financiers personnalisés/sophistiqués pour particuliers avec grand patrimoine (client haut de gamme).
- **Banque d'investissement** : rassemble opérations de *corporate finance* (finance d'entreprise), de *global capital market* (marchés financiers) et de *global finance* (financement des gros clients).
- **Banque universelle** : désigne établissement qui exerce opérations bancaires et financières (activités de banque de dépôt et d'investissement).
Exemples : banque de détail que marché domestique/à l'international, banque d'investissement et financement (activité de marché + gestion d'actifs).
Donc touche une grande variété de profils de clients (tout le monde).

Dans certains pays : système bancaire régit par une séparation stricte des domaines d'activité. Exemple : USA (1933-1999) : *Glass Steagall Act* = incompatibilité entre métiers banque de dépôt et investissement, abrogé en 1999. Remplacé par *Financial Services Modernization Act* qui permet aux banques de proposer service de banque universelle.

Gros débat sur sujet de séparation des activités en France aussi. Effectivement, tous les modèles ont souffert pendant les crises, selon économistes : banques universelles = risque systémique (car business modèles proches). Mais d'autres disent que ces banques universelles ont justement mieux traversé la crise.

Les risques bancaires

- **Risque de crédit** : un client de peut/veut plus remplir ses obligations financières stipulées par le contrat. Quand banque prête à un client, deux types d'événements défavorables :
 - **Client fait faillite**, banque subit pertes qui dépendent du montant de l'exposition au moment du défaut, issue de la mise en jeu des garanties que la banque exigeait à signature du contrat, issue du processus de recouvrement.
 - **Client ne paie pas aux dates convenues** dans contrat (remboursement anticipé par exemple), la banque ne récupère par les flux → risque pour elle.

Quand la banque prête : **client devient alors son débiteur**

- **Risque débiteur** : risque de non-remboursement en cas de défaut.
- **Risque émetteur** : la banque a investi dans un titre d'entreprise/d'Etat.
- **Risque de contrepartie/remplacement** : si banque conclut des contrats dérivés (ex : swap de taux avec contrepartie), elle attend alors des flux qu'elle n'aura pas si contrepartie disparaît. « Remplacement » car banque va devoir trouver un dérivé équivalent pour remplacer.
- **Risque de concentration** : banque a une exposition importante sur un même secteur/zone géographique/seul client.
- **Risque pays** : clients sont dans un pays émergent avec risque politique (effet de contagion qui peut affecter).

Défaut pas seulement à cause de la qualité de la signature d'un emprunteur mais aussi :

- **Risque de migration de rating** : changement de score.
- **Risque de spread** : prix de marché du risque de crédit (spread : écart des taux actuariels d'une obligation et d'un emprunt d'Etat théorique qui aurait les mêmes flux financiers)

Pourquoi quantifier risque de crédit ? Car représente des risques donc les banques doivent pouvoir éponger et disposer de FP. Mesure de ces risques est un objectif majeur des réglementations prudentielles (Bâle 3).

- **Risque de marché** (valorisation des positions de la banques évoluent défavorablement)
- **Risque opérationnel** (pertes dues à défaillance des procédures de la banque : absence/insuffisance de contrôle, erreur humaine, malveillance, fraude, panne informatique, défaillance système interne, événement externe : catastrophe naturelle)
- **Risque d'image/de réputation** : perte d'une partie de son activité commerciale à la suite d'une erreur de gestion de son image (financement d'entreprises non éthiques). Risque de perdre des parts de marché
- **Risque structurel** : banque prête à LT alors qu'elle se finance à CT (**transformation** qui engendre risques) :
 - Taux avec lesquels la banque se finance **supérieurs** aux taux avec lesquels elle prête (soit car inversion courbes des taux, soit parce que taux variables avec lesquels elle emprunte passent au-dessus des taux fixes avec lesquels elle prête)
 - Activités internationales : risque structurel de change
 - Risque de refinancement car doit **refinancer régulièrement une part importante de son bilan**. Sources = dépôts des particuliers (stables) et dépôts des entreprises (volatiles), dépôts d'autres intermédiaires financiers qui peuvent couper rapidement (exemple : Fonds monétaires américains ont cessé de financer banques européennes en dollar en 2011). **Bâle 3 : mesure adéquation entre ressources et utilisation des financements.**
 - Risque de liquidité (banque prête à LT et reçoit dépôts CT, risque de décalage entre sommes prêtées et sommes disponibles, qui peuvent être insuffisantes...)

Prévention des risques

- **En amont** : mise en place circuits de décisions efficaces (besoin des équipes commerciales, d'analyse et contrôle). Structures dotées d'outils informatiques, de simulations, de mesures des risques de crédit basées sur des modèles statistiques.
- **En aval** : équipes de gestion de portefeuilles suivent dynamique du risque depuis l'octroi. Outils (ex : VaR) calculent indicateurs de risque (son coût, le capital économique). Ces équipes intègrent dans leurs analyses les opérations de couverture (titrisation, dérivés de crédit, produits structurés).
- Dispositif de **contrôle interne** pour s'assurer du bon fonctionnement du système depuis entrée en contact avec client jusqu'au terme.

Conclusion

Modélisation des risques de crédit et leurs correctes mesures sont au cœur des processus d'analyses de couverture et pilotage de ces risques. Ils ont un impact important sur bonne performance économique des différents métiers de la banque.

2 – Description des instruments de financement

Financement des grandes entreprises et Etats beaucoup plus désintermédié que petites entreprises ou particuliers, car apporté par les marchés financiers plutôt que par les banques.

Obligations : titre coté en bourse et échangeable sur le marché secondaire. C'est un contrat entre l'émetteur (emprunteur) et le détenteur du titre (prêteur).

Éléments principaux : échéancier des flux et mode de calcul :

- Termes du contrat fixés à l'émission de l'obligation.
- Rapporte un **taux d'intérêt fixe**, le même chaque année = coupon obligataire, versé par émetteur.
- Revenu fixe donc obligation **moins risquée qu'une action** (car dividendes plus difficiles à prévoir)
- **Séniorité** : rang de priorité de son détenteur sur le produit de liquidation si banqueroute de l'émetteur.
 - **Senior** : obligation qui donne un droit de priorité sur les autres
 - **Subordonnées** : autres obligations remboursées après que les seniors sont payées
- **Rémunération du titre liée à qualité de signature de l'émetteur**. Corrélation entre spread (écart entre rendement et taux sans risque) d'une émission et qualité de signature de l'émetteur (agences, ratings)
- Certaines émissions obligataires sont accompagnées d'options attachées potentiellement complexes (**ex** : obligations convertibles).

Exemple : obligation émise par A car année n la société A veut des fonds pour financer acquisition importante/projet, coupon de A est noté c et date de maturité T . la société A va demander à sa banque de s'engager à placer sur les marchés ses titres au prix de 100 euros. Si prix = nominal (au pair). Emission le 1^{er} septembre de l'année n , un échéancier est mis en place (01/09/ n : A reçoit 100 euros, 01/09/ $n+1$ à 01/09/ $n+T-1$: versement de c au prêteur, 01/09/ $n+T$: échéance donc A vers dernier coupon et rembourse principal de 100).

Cotation : prix généralement en base 100 par rapport au pair auquel on associe **taux de rendement (taux actuariel qui égalise prix de marché P et ensemble des cash flows futurs payés par l'obligation)**. Donc taux de rendement actuariel noté ρ est solution de : $P = \sum_{t=1}^T \frac{c}{(1+\rho)^t} + \frac{N}{(1+\rho)^T}$

Ce taux mesure rendement moyen de l'obligation tout au long de sa durée de vie. Taux actuariel/taux de rendement interne (TRI) permet de comparer rentabilités de différentes obligations qui n'ont pas même structure de cash flows.

Duration : $D = -\frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial \rho}$ (pour de faibles variations de taux d'intérêt, sensibilité du prix au taux actuariel donne idée de l'impact d'une variation des taux d'intérêt sur le prix de l'obligation).

Une obligation risquée doit avoir un rendement supérieur à celui d'une sans risque.

Spread de crédit : surplus de rendement d'une obligation risquée par rapport à un actif sans risque.

Z spread (noté z) : spread de crédit obligataire (écart entre taux risqués et taux sans risque mesurés sur prix des obligations, il est égal à l'écart parallèle entre courbe de taux de l'obligation risquée et courbe de taux sans risque). Soit r_{t_i} la courbe de taux sans risque correspondant à échéance t_i donc prix de l'obligation

sans risque est égal à : $P = \sum_{t=1}^T \frac{c}{(1+r_{t_i})^t} + \frac{N}{(1+r_{T+z})^T}$

Donc z vaut la translation de courbe de taux sans risque qui redonne le prix de marché de l'obligation risquée.

Quand les coupons sont payés en continu, Z spread se calcule explicitement, comme la sensibilité du prix de l'obligation au Z spread. Supposons courbe des taux continue plate alors : facteur d'actualisation à horizon t s'écrit e^{-rt} et taux coupon vaut c alors prix de l'obligation est **Price** = $\int_0^T ce^{-(r+z)t} dt + e^{-(r+z)T}$ (calculs réalisables de manière analytique).

Les prêts bancaires : ou « loan » en anglais est un accord bilatéral entre un emprunteur et un prêteur (banque/institution financière). Contrairement aux obligations/actions, prêts ne sont généralement pas échangés sur marché secondaire.

Leverage loan : prêt émis par les entreprises endettées.

Prêts ont des garanties pour assurer bon remboursement des sommes prêtées. Deux types :

- **Garanties financières** : gage d'un actif (le collatéral) au bénéfice de la banque (elle récupérera si défaut du client)
- **Garanties personnelles** : cautions du crédit logement pour garantir emprunt immobilier (cautions des parents pour prêt étudiant)

Covenants : clauses particulières qui protègent prêteur (notamment pour prêts leveragés), conditions acceptées par emprunteur tant qu'il n'a pas remboursé le prêt (porte sur paiement des intérêts, taxes, assurances ou montant supplémentaires de dettes qu'emprunteur doit avoir). **Exemple** : **covenants financiers contraignent les ratios financiers de l'entreprise** (si dépassement, prêteurs peuvent corriger), contraintes sur montant minimum de cash flows que doit dégager entreprises pour couvrir ses dépenses. **Covenant assure le prêteur que le risque ne va pas se détériorer d'ici la maturité.**

Portefeuille de prêts bancaires risqué car incertitude sur montants et dates de remboursement de ces dettes. Banques ont développé méthodes d'analyse du risque de leurs clients :

- Détermination de la **probabilité de défaut**
- Détermination du risque sur les transactions
- Détermination du **taux de recouvrement** et de l'**exposition** au moment du défaut
- Détermination du **risque de portefeuille** : modélisation des dépendances de défaut et effets de corrélation

Modélisation du risque de prêt plus complexe que sur d'autres classes d'actifs (actions ou obligations sans risque) car **asymétrie de la loi de distribution, valeur d'un prêt est limitée à la hausse contrairement aux actions** (si la situation d'une société s'améliore, banque n'en profite pas car société peut se refinancer à un taux plus attractif. Inverse : si la situation se dégrade, banque est dans la merde car la marge rémunérée par prêt octroyé ne change pas). Asymétrie à retrouver au niveau de la loi des pertes du portefeuille.

Si défaut du client, banque récupère qu'une fraction du montant prêté donc **elle doit connaître son exposition à chaque prêt** (mesuré par montant d'**expositions au défaut** : **EAD** = perte potentielle de la banque sur ce prêt au moment du défaut). Si défaut, banque enclenche **procédure de recouvrement** : banque récupère R (proportion récupérée du montant du prêt). Modélisation de la perte sur un prêt passe par estimation de la perte si défaut : **loss given default (LGD) = 1 - R**

Modélisation complète quand on a la **probabilité de défaut PD**

Sévérité de la perte : produit entre la perte en cas de défaut et exposition au défaut. **Perte à venir (variable aléatoire) = sévérité * variable indicatrice du défaut** telle que **Loss = Sev * $\mathbb{I}_{\{\text{default occurs}\}}$**

Niveau de perte moyen (expected loss) : EL = PD * EAD * LGD

Résumé :

- **EAD** = perte potentielle de la banque sur ce prêt au moment du défaut (expositions au défaut)
- **loss given default LGD = 1 - R**
- **Sévérité de la perte** : produit entre la perte en cas de défaut et expo au défaut tq **Loss = Sev * $\mathbb{I}_{\{\text{default occurs}\}}$**
- **Niveau de perte moyen (expected loss) : EL = PD * EAD * LGD**

3 – Modélisation du défaut

Le métier principal de la banque est de prêter de l'argent pour financer des projets. Risques : que les clients ne remboursent pas. Différentes définitions du défaut :

- **Pour le comptable** : événement de défaut = créances douteuses et litigieuses. Régulation dit qu'il faut enregistrer une dépréciation s'il y a des risques pour que l'encaissement du remboursement de la créance devienne incertain. La banque peut prononcer la **déchéance du terme** si besoin : mettre fin au crédit avant échéance, la banque peut réclamer totalité des sommes dues (capital, impayés, pénalités...)
- **Pour le régulateur** : si une des deux conditions suivantes est satisfaite :
 - La banque pense qu'il est **improbable que le débiteur s'acquitte intégralement de ses obligations** de crédit
 - Soit **arriéré de paiement du débiteur** sur une obligation de crédit de plus de 90 jours
- **Pour le marché, agences de rating** : trois événements (**credit events**) déclenchent le défaut d'un émetteur *corporate* :
 - **Banqueroute**
 - **Manquement de paiement**
 - **Restructuration de dette**

Pour des émetteurs souverains, la définition est encore différente.

Définition du défaut très importante pour calcul des paramètres de risques : **probabilité de défaut (PD)** et pour la **perte en cas de défaut (LGD)** car échantillon de calibrage dépend de la définition du défaut.

Différentes sources d'information pour évaluer le risque de crédit :

- **Privée** : proximité banque/clients donne des infos au banquier sur ses clients
- **Publique** : disponibles pour tout le monde
 - Agences de notations : notes et statistiques sur *credit events* et migrations de crédits
 - Emetteurs : infos sur leurs capacités via communications financières (comptes, bilans)
 - Marchés financiers : infos sur les entreprises qui ont une dette cotée (marchés obligataires, marchés dérivés)

Pour le risque de défaut des particuliers : certains pays ont des « **credit bureau** » qui collectent des informations sur les débiteurs et leur attribuent un score.

Trois approches de modélisation du risque de défaut : dépend de l'info utilisée pour le calibrage des modèles :

- **Modélisation des migrations de rating** (à partir des statistiques d'agences) : rating = opinion donnée par une agence (*S&P, Moodys...*) sur capacité/volonté d'un émetteur de remplir ses engagements financiers. Ces agences notent émetteurs *corporate*/souverains/financiers/banques/assurances/collectivités locales et aussi des émissions de titrisation/produits structurés. Note formée à partir d'évaluations d'analystes (structure financière de l'entité, sa performance opérationnelle, sa stratégie...). Mais aussi à partir de modèles mathématiques ou combinaisons des deux. Ratings exprimés sur une échelle à **19 grades** (AAA → DDD) :
 - AAA → BBB- : **émetteurs investment grade** (meilleure qualité de crédit et faible sensibilité aux évolutions de l'économie)
 - BB+ → CCC- : **émetteurs speculative grade** (honorent engagements mais incertitude significative sur niveau de qualité de crédit en lien avec économie ou cycle des affaires)
 - **Migration de rating** : le rating d'un émetteur peut changer si évolution de l'environnement des affaires, contexte économique ou circonstances spécifiques à l'industrie/emetteur concerné. L'ensemble des observations des migrations de rating permet de calculer la probabilité de migration d'un rating à un autre : on obtient la **matrice de migration de rating** :

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	to C	D
AAA	94.50	5.50	-	-	-	-	-	-
AA	0.09	90.24	9.28	0.31	0.02	0.02	-	0.04
A	0.02	1.99	91.79	5.45	0.52	0.08	0.07	0.08
BBB	-	0.20	3.62	91.49	3.62	0.60	0.24	0.23
BB	0.02	0.05	0.10	8.49	81.35	7.04	1.66	1.29
B	-	-	0.24	0.45	9.50	83.18	4.28	2.35
CCC - C	-	-	-	0.20	2.40	18.76	50.90	27.74

Ici, probabilité que le rating AA passe à A est de 9.28%

Donc somme des coefficients de la matrice sur une ligne = 100% (**condition de normalisation**)

Coefficients de la dernière colonne = proba de défaut à un an pour chaque niveau de rating

- **Remarque** : proba de défaut d'un émetteur AAA à un an est quasi-nulle (indiqué par dernière colonne, première ligne). Chiffre obtenu par comptage des observations de migration des émetteurs AAA vers le défaut (et y'en a pas eues). **Le taux de défaut d'une contrepartie AAA est certes nul mais pas impossible**
- Proba de transition du rating i au rating j (entre $t = 0$ et $t = 2$) avec k le rating : $P_2(i, j) = \sum_{k=1}^P P_1(i, k) * P_1(k, j)$. Si les matrices de transition sont égales alors la relation précédente s'écrit $P_2 = P_1^2$ (hypothèse d'homogénéité en temps)

- **Modélisation de la date de défaut** (à partir des **prix de marché**)
- **Modélisation de la structure de bilan de l'entreprise** (à partir de ses **données financières**)

Deux méthodes principales pour modéliser le défaut : approche structurelle et approche par intensité.

Approche structurelle : repose sur info disponible sur **structure financière de l'émetteur**. Défaut si entreprise ne peut plus faire face à ses engagements (y compris en liquidant l'intégralité de ses actifs). On **modélise alors Actif et Passif** de l'entreprise et défaut si structure de ce bilan ne permet plus à l'entreprise de tenir ses engagements. L'entreprise finance ses actifs par émission d'actions et de dettes. **Modèle de Merton** (1974) : suppose que **dette est un zéro coupon** de maturité T et qu'entreprise fera défaut à maturité de la dette si valeur des actifs à T noté $A_T < \text{montant nominal de la dette}$. Si liquidation des actifs : **créanciers prioritaires** (récupèrent intégralité des sommes prêtées) sur les actionnaires (remboursés en dernier). Soit D total des sommes prêtées par créanciers (cad montant de la dette de l'entreprise) et examinons *payoff* des créanciers et actionnaires à la maturité T :

	$A_T \geq D$	$A_T < D$
Equity holder	$A_T - D$	0
Debt holder	D	A_T

Si tout va bien (Actifs > dette) : l'entreprise peut rembourser D aux créanciers puis distribuer solde $A_T - D$ aux actionnaires.

Si c'est la merde (Actifs < dette) : dette pas intégralement remboursée aux créanciers et actionnaires ne touchent rien.

Il en ressort que :

- **Actionnaire** a un *call* sur les actifs dont le *strike* = nominal de la dette
- **Créanciers** possèdent un zéro coupon sans risque et une position courte d'un *put* sur les actifs donc le *strike* = nominal de la dette.

Le **modèle de Black&Scholes-Merton** permet de calculer valeur de marché de la dette et action de l'entreprise. La valeur de l'*equity* est donnée par le modèle de Black&Scholes. Cette formule conduit à la valeur de marché de la dette.

- **Equity market value** : $E_t = E^Q [e^{-r(T-t)}(A_T - D)^+ | F_t] = A_t \mathcal{N}(d_1) - D e^{-r(T-t)} \mathcal{N}(d_2)$ avec $d_1 = \frac{\ln(\frac{A_t}{D}) + (r + \frac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$ et $d_2 = \frac{\ln(\frac{A_t}{D}) + (r - \frac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$ = $d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$
- **Debt market value** : $B_t = D e^{-r(T-t)} - E^Q [e^{-r(T-t)}(D - A_T)^+ | F_t] = A_t \mathcal{N}(-d_1) + D e^{-r(T-t)} \mathcal{N}(d_2)$

En raison de la possibilité de faillite, la valeur de marché de la dette < valeur de la dette zéro coupon sans risque. Le spread de crédit permet de mesurer le risque associé à la dette. **Spread noté S_t = rémunération que réclame le créancier au-dessus du taux sans risque, pour accepter de financer la dette de l'entreprise. Le spread mesure la cote de la dette risquée par rapport à la dette sans risque :**

- **Credit spread formula :** $B_t = De^{-r(T-S_t)(T-t)}$ avec $S_t = \frac{1}{T-t} \ln\left(\frac{D}{B_t}\right) - r$

Comme action = call de strike D sur actifs de l'entreprise, sensibilités de la valeur de l'action par rapport aux différents paramètres sont obtenues par Black&Scholes. En particulier : **hausse de la volatilité des actifs profite aux actionnaires dont le bien se trouve valorisé mais pas pour les détenteurs de dette.** Faire augmenter la volatilité = être plus risqué = augmenter le spread de crédit = augmenter probabilité de défaut.

- **Call-put parity :** $C_t - P_t = A_t - De^{-r(T-t)}$ et $A_t = C_t + [De^{-r(T-t)} - P_t]$
- **Assets = Equity + Debt**

En pratique, **modèle de Merton** pas utilisé pour calculer les spreads de marché car il **reproduit très mal les structures par terme des spreads de marché**, notamment aux horizons de temps très courts (il prédit des spreads nuls).

Approche par intensité : modélise la loi de la date de défaut et calibre cette loi sur les données de marché (les spreads de crédit). Cette approche fait le lien direct entre la structure par terme de la probabilité de défaut et la structure des spreads par termes observés sur les marchés. Soit τ la date de défaut de l'émetteur de dette, **l'événement de défaut est une variable aléatoire digitale** qui s'inscrit comme l'indicatrice que la variable aléatoire $\tau < \text{date } T$.

Objectif : modéliser loi de probabilité de la variable τ .

Intensité de défaut : taux de probabilité entre t et $t + dt$ soit : $P[t \leq \tau + dt | \tau \geq t] = \lambda_t dt$ où $S(t)$ est la **fonction de survie** (probabilité que $\tau > t$). Par le théorème de Bayes : $-\frac{dS(t)}{S(t)} \lambda_t dt$ et $S(t) = \exp(-\int_0^t \lambda_u du)$.

Cas particulier : intensité de défaut est une **fonction constante** : la loi de la variable τ est une loi exponentielle de paramètre λ et on peut calculer $P[\tau \leq t] = 1 - e^{-\lambda t}$ et $E[\tau] = \frac{1}{\lambda}$ (espérance et écart-type). Cependant cette **hypothèse d'intensité constante n'est pas réaliste** car suppose que taux de probabilité de défaut par unité de temps reste constante dans le temps (cad l'émetteur « ne vieillit pas »). Les données de marché infirment aussi cette hypothèse qui conduirait à une structure des termes des spreads plate (correspond pas à réalité). Mais cette hypothèse constitue une base de réflexion et de travail très utilisée pour problèmes d'évaluation et couverture des produits dérivés de crédit.

4 – CDS (dérivés de crédit)

Credit Default Swap = swap de défaut. Arrivés dans les 90's, grand succès, entre 2004 et 2007 les encours notionnels des CDS ont fait x10 (2007 : 60 000 milliards de dollars, plus important que totaux des dettes souveraines et corporate sur les marchés). Montant stabilisé depuis 2008, les dérivés de crédit sont des instruments incontournables dans trading et gestion du risque de crédit. **Majorité des dérivés de crédit sont des CDS.**

CDS : contrat de swap entre deux contreparties, il porte sur une **entité de référence** : le sous-jacent du contrat. L'une des deux contreparties achète la protection sur le défaut de l'entité de référence et l'autre est vendeuse de protection. En général, les deux n'ont aucun lien avec l'entité.

- L'**acheteur de protection** : paie les **primes** au vendeur de protection
- Le **vendeur de protection** : paie un **flux de protection** si **credit event** survient sur l'**entité de référence**

Un investisseur qui détient une obligation et qui achète la protection ne subit aucune perte si événement de crédit se produit. **Ainsi le montant de la jambe de protection vaut la différence entre le pair et le prix de l'obligation risquée à la date de défaut.**

Contrat CDS est défini par **4 paramètres principaux** :

- L'**entité de référence** (le sous-jacent, l'émetteur de dette), parfois certains contrats référencent un panier d'émetteurs, ou un instrument de dette unique
- Le **montant notionnel** : montant de risque de crédit transféré dans le cadre du contrat, fixé par les deux contreparties du CDS
- La **prime** : rémunération annuelle que paie l'acheteur de protection (exprimée en point de base annuel par rapport au montant notionnel). Plusieurs façons de payer les primes :
 - **CDS running** : primes payées tout au long de la vie du contrat
 - **CDS upfront + running** : partie de la prime payée à la date initiale du contrat (upfront) et autre partie payée de manière running (généralement trimestriel)
 - Prime est également appelée coupon ou prix
- La **maturité** : fixe la date d'expiration du contrat (**maturité 5 ans est la plus liquide**)

Les **événements de crédit corporate** :

- Banqueroute
- *Failure to pay* (manquement de paiement)
- Restructuration de dette (optionnelle depuis les nouveaux standards de 2014)

Les **événements de crédit des institutions financières** : standards de 2014 disent que les *credit events* sont différents sur la dette senior et subordonnée. De plus, si nationalisation de banque (entraînant perte économique pour les créanciers), un *credit event* est aussi déclenché.

- Banqueroute
- *Failure to pay* (manquement de paiement)
- Restructuration de dette (optionnelle depuis les nouveaux standards de 2014)
- **Government bail out** (provision pour aide financière pour les entreprises ou états si banqueroute)

Les **événements de crédit souverains** :

- *Failure to pay*
- Restructuration de dette avec perte économique
- Moratoire sur le paiement de la dette ou de ses intérêts entraîne un *credit event*

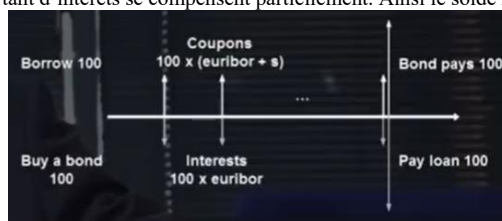
Deux manières de s'exposer à un risque de crédit :

- Acheter une obligation risquée
- Vendre une protection car le vendeur de protection perd de l'argent en cas de *credit event* au même titre que l'investisseur dans une obligation risquée.

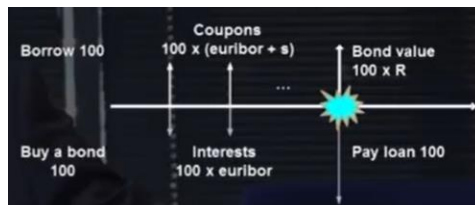
Exemple qui montre que ces deux stratégies sont à peu près identiques :

Stratégie 1 = emprunter 100 à la date initiale pour acheter une obligation risquée au pair pour un montant nominal de 100. Cette obligation verse des coupons trimestriels indexés au taux euribor variable 3 mois + une marge s . Chaque coupon en fin de trimestre vaut $100 \cdot (\text{euribor} + s)$. Le coût de l'emprunt se traduit par

un paiement trimestriel indexé sur euribor 3 mois (dates de paiement identiques à celles des coupons de l'obligation). Dans ce cas : investisseur aucun risque de taux résiduel car flux entrant de coupons et flux sortant d'intérêts se compensent partiellement. Ainsi le solde net est un flux entrant = spread de l'obligation.



Si aucun défaut avant la maturité de l'obligation (comme représenté ci-dessus) : l'obligation verse son dernier coupon à la maturité et rembourse le principal (100), l'investisseur rembourse alors son emprunt.



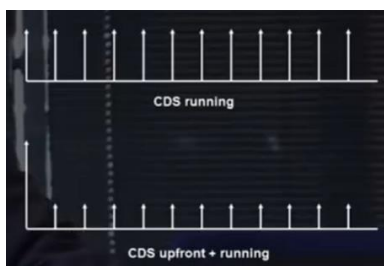
Si défaut avant maturité de l'obligation : prix de marché de l'obligation chute (vaut $100 \times R$ avec $R < 1$). L'investisseur peut faire le choix de revendre à ce prix et rembourser son emprunt mais réalise une perte nette de $100 \times (1 - R)$. Et il n'y a plus de cashflows après la date de *credit event*.

Stratégie 2 = vendre la protection sur le même nom de référence via un contrat de CDS. Prime du CDS = marge de l'obligation risquée et nominal = 100. Tant qu'entité de référence en vie : vendeur de protection touche trimestriellement la prime du swap = $0.25 \times 100 \times s$. Si aucun défaut avant maturité du CDS, le vendeur de protection aura touché toutes les primes trimestrielles et n'aura subi aucune perte. Si *credit event* survient avant maturité : le vendeur de protection subit une perte nette = $100 \times (1 - R)$.



Si on compare les cashflows nets associés aux deux stratégies, nous voyons qu'ils sont égaux, qu'un *credit event* se produise ou non.

Dans les années 90-2000, majorité des CDS traités en primes running (acheteur de protection paie les primes tout au long de la durée de vie de l'instrument, exemple : 120bp par an payés trimestriellement). Depuis 2009 : standard est devenu CDS upfront + running, acheteur de protection paie une partie des primes de manière running et le reste est payé au début du contrat (les primes du CDS sont toujours égales au même montant, pour toutes les entités de référence : 100bp si l'entité est *investment grade*, 500bp si *speculative grade*).



CDS upfront + running plus performant. Pourquoi ? Supposons j'achète une protection qui me coûte le paiement de primes running de 120bp par an et que je revends quelques jours plus tard alors que spread de marché a baissé à 110bp. La boucle de trading contient donc 2 positions de CDS dans des sens opposés cad risque de crédit résiduel = 0. Pour autant, je dois payer tous les trimestres $120bp \times 0.25$ sur le 1^{er} CDS et je reçois $110bp \times 0.25$ avec le 2^{ème} CDS. Avec le nouveau standard **upfront + running**, les primes des deux CDS se seraient compensées exactement, ce qui est plus simple à gérer de manière opérationnelle.

Modèle d'évaluation de CDS et sensibilité du prix de marché d'une position de CDS aux variations de spread de marché

Cadre d'un modèle à intensité

Calculons valeur de marché de la **jambe variable** du CDS. La **JV du swap** (jambe de protection) n'a qu'un seul flux (lorsque le *credit event* survient avant maturité du CDS). Ce **flux = nominal*(1-Recovery)** et survient à la date τ (date de défaut) :

Floating leg pricing

$$JV(t, \lambda_t) = E[N(1-R) |_{\tau \leq T} | \tau > t]$$

$$= N(1-R)\lambda_t \frac{1 - e^{-(r + \lambda_t)(T-t)}}{r + \lambda_t}$$

Notations

Prime upfront : UF
 Prime CDS upfront + running : c
 Prime CDS running : p
 Intensité de défaut : λ
 Date de défaut : τ

La valeur de marché de la JV = espérance de ce flux actualisé. Cette espérance dépend d'une seule variable aléatoire : la date τ de *credit event*. On peut donc l'exprimer sous forme d'une intégrale en faisant intervenir la fonction de densité de la variable aléatoire τ . Nous obtenons une intégrale d'une fonction exponentielle (facile à calculer) et donne prix de la JV.

R = paramètre de recouvrement, une variable aléatoire (convention : R = 40% pour senior et 10% pour dette subordonnée).

Pour la **jambe fixe** (jambe des primes pour CDS running). **Valeur marché JF = valeur présente (present value ou PV) des flux futurs**. Considérons un de ces flux à la date de paiement t_i : ce paiement sera réalisé si pas de *credit event* avant cette date :

Fixed leg pricing (running CDS)

$$JF(t, \lambda_t) = E \left[\sum_{t_i=t}^T Np(t_{i+1} - t_i) \mathbb{1}_{\{\tau > t_{i+1}\}} e^{-r(t_{i+1}-t)} \mid \tau > t \right] + E \left[\sum_{t_i=t}^T Np(\tau - t_i) \mathbb{1}_{\{t_i < \tau \leq t_{i+1}\}} e^{-r(\tau-t)} \mid \tau > t \right]$$

Second terme de la formule : si *credit event* entre les dates t_i et t_{i+1} : acheteur de protection paie un coupon couru pour rémunérer la protection offerte entre les dates t_i et t_{i+1} et remarque : 2^{ème} terme plus petit que le 1^{er}. En effet, chaque flux de la 1^{ère} somme est proportionnel à **DT = intervalle de temps entre les deux dates t_i et t_{i+1}** . En revanche, les flux de la 2^{ème} somme sont proportionnels à DT^2 car proba que date de défaut soit dans DT est elle-même proportionnelle à DT. Donc, **approximation : les flux de primes sont payés en continue cad $DT \rightarrow 0$** . Dans cette hypothèse : 1^{ère} somme est une somme de Riemann qui converge vers intégrale (calcul se ramène à même intégrale que pour la JV), la 2^{ème} somme est d'ordre DT^2 donc tend vers 0.

Formule explicite pour la valeur de marché de la JF :

Continuous coupons

$$JF(t, \lambda_t) = Np \frac{1 - e^{-(r+\lambda)(T-t)}}{r+\lambda}$$

$$DV(t, \lambda_t) = \frac{1 - e^{-(r+\lambda)(T-t)}}{r+\lambda}$$

Plusieurs conséquences

- Les deux CDS upfront+running et running couvrent le même risque. Ainsi la PV des primes pour chacun (cad valeur de marché de la JV) doit être la même.

Running vs. UF + running

$$UF + NcDV(t, \lambda_t) = NpDV(t, \lambda_t)$$

- Autre conséquence, concerne les CDS running : à la date initiale du CDS, le prime running doit égale être au spread de marché s_0 : $p = s_0$. Si ce n'est pas le cas, arbitrage peut alors être réalisé : exemple un vendeur de protection propose une prime $p < s_0$ nous achetons la protection (ça nous coûte alors p) puis nous revendons sur le marché ce qui nous rapporte s_0 et profit sans risque réalisé.
- Troisième conséquence : lien entre spread de marché et intensité de défaut λ_t : $\forall t, s_t = \lambda_t(1-R)$. A la date initiale sur le CDS running : valeur de marché de JF et JV sont égales donc $p = s_0 = \lambda_0 * (1-R)$. Cette relation est vraie pour tous les t ce qui nous donne donc la relation juste ci-dessus.

Ces formules ne dépendent pas de la maturité résiduelle du contrat de CDS, cad que le **spread s_t est le même quelle que soit la maturité T du CDS**. L'hypothèse d'une valeur de λ_t constante sur tous les horizons conduit à une structure par termes des spreads plate. Faux dans la réalité, en général elles sont croissantes (comme les courbes de taux d'intérêts, à l'exception des périodes de crise où elles peuvent être décroissantes). **En vrai : intensité de défaut lambda n'est pas constante !** Il existe des raffinements au modèle présenté où on suppose λ_t est fonction de l'horizon de temps t (fonction constante par morceaux). La fonction d'intensité de défaut est alors calibrée pour reproduire correctement la structure par termes des spreads observés sur le marché.

Nous pouvons alors mesurer la sensibilité de la valeur de marché d'une position de CDS au risque de spread. Considérons une position vendeuse de protection via CDS upfront+running. **Le vendeur encaisse flux de la JF et paie ceux de la JV. La valeur de marché de sa position à la date t est $V_t = JF - JV$ en t** . Entre deux dates t et $t+DT$ le **P&L de la position = variation de la valeur de marché de l'instrument** ainsi **P&L sur CDS upfront+running** :

CDS price sensitivity (UF + running CDS)

$$V^{UF}(t) = cDV(t, \lambda_t) - s_t DV(t, \lambda_t)$$

$$MtM^{UF} = V^{UF}(t+dt) - V^{UF}(t)$$

$$= c[DV(t+dt) - DV(t)] - [s_{t+dt}DV(t+dt) - s_t DV(t)]$$

Pour CDS running :

**CDS price sensitivity
(running CDS)**

$$V^R(t) = pDV(t, \lambda_t) - s_t DV(t, \lambda_t)$$

$$MtM^R = V^R(t+dt) - V^R(t)$$

$$= p[DV(t+dt) - DV(t)] - [s_{t+dt} DV(t+dt) - s_t DV(t)]$$

$$\approx [s_t - s_{t+dt}] DV(t)$$

Au premier ordre, le 1er terme est faible face au 2ème et P&L est égal à la différence des spreads * la DV. **Si les spreads de marché augmentent, le P&L sur la position vendeuse de protection est négatif car la proba de devoir payer le flux de protection augmente.**

Par ailleurs **P&L CDS upfront+running = P&L CDS running + terme correctif** (dépendant des DV aux dates t et $t+DT$).

**CDS price sensitivity
(UF + running vs. Running CDS)**

$$MtM^{UF} = MtM^R + (c - p)[DV(t+dt) - DV(t)]$$

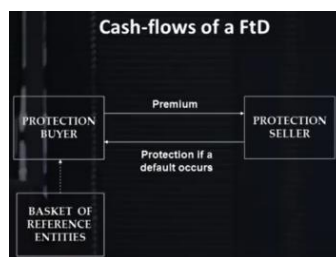
CDS upfront+running ont une plus petite sensibilité aux spreads de marché que les CDS running.

Dans le 2ème terme du membre de droite : nous avons $c < p$ et $DV(t+DT) < DV(t)$ donc **P&L CDS upfront+running > P&L CDS running.**

Toutes ces formules permettent de calculer les sensibilités des CDS et aussi les prix et ratio de couverture d'instruments et de dérivés de crédit plus sophistiqués (first to default et CDO).

5 – **FTD et CDO (First To Default et Collateralized Debt Obligation)** : les instruments vus jusqu'à présent (obligations prêts, CDS), ne sont sensibles qu'au risque individuel de chaque émetteur de dette. Il existe d'autres instruments dits « **structurés** » qui référencent un portefeuille d'instruments de dette et qui sont sensibles au **risque individuel** et aussi au **niveau de corrélation entre les dates de défaut**.

Le **FTD (first to default)** : c'est un swap de défaut au même titre qu'un CDS *single name* mais pour lequel le **credit event est déclenché par le premier défaut survenant sur un portefeuille de référence**. Le portefeuille de référence d'un FTD est composé d'un **faible nombre d'entités de référence** (noté n en général entre 5 et 10). L'acheteur de protection paye une prime trimestrielle au vendeur de protection jusqu'à maturité du contrat, sauf si défaut entre temps sur le portefeuille de référence. **A la date de défaut : vendeur de protection paie le flux de jambe de protection pour un montant égal à $1 - R$ avec R le taux de recouvrement et où le swap/notionnel = 1.**



La probabilité de survenance d'un défaut sur le panier de référence est d'autant plus élevée que les risques individuels sont élevés. MAIS, le FTD est aussi un produit de corrélation : car proba d'avoir au moins un défaut sur le portefeuille est d'autant plus élevée que la corrélation des risques individuels est faible.

Dans le modèle à **intensité constante** :

- Nombre entités de référence n
- **Intensité de défaut** pour l'entité de référence i est λ_i
- **Probabilité de survie** de chaque entité de référence du panier à la date t est **$S_i(t) = e^{-\lambda_i t}$**
- Cas de l'indépendance donc **corrélation $\rho = 0$** des dates de défaut individuelle, la loi de la date τ du 1er défaut sur le portefeuille est **$P(\tau \geq t) = e^{-\sum_{i=1}^n \lambda_i t}$** (on multiplie les fonctions de survie entre elles sur les noms sous-jacents au panier). Dans le cas le FTD = CDS *single name* avec une intensité de défaut égale à la somme des intensités de défaut individuelle du panier.
- Le spread de ce FTD est donc **$s_{FTD} = (1 - R) \sum_{i=1}^n \lambda_i$**

Intensité pas constante :

Si paramètre de **corrélation $\rho = 1$** : le nom ayant l'intensité de défaut la plus élevée fera défaut en 1er, les dates de défaut seront ordonnées par ordre décroissant des intensités de défaut. Dans ce cas le contrat FTD équivalent à un contrat CDS *single name* dont l'entité de référence serait le nom le plus risqué du panier. On peut en déduire des bandes d'arbitrage sur les spreads de FTD : en effet l'acheteur de protection FTD est couvert que sur le 1er défaut, donc il est moins couvert que s'il achetait la protection sur tous les noms du panier de référence. **Conséquence : le spread du FTD < somme des spreads des noms du panier de référence.**

D'autre part : c'est plus risqué de vendre la protection via un FTD que sur n'importe quel nom du panier de référence et en particulier sur le plus risqué d'entre eux. Donc **le spread du FTD est supérieur au spread du nom le plus risqué.**

Spread arbitrage bounds

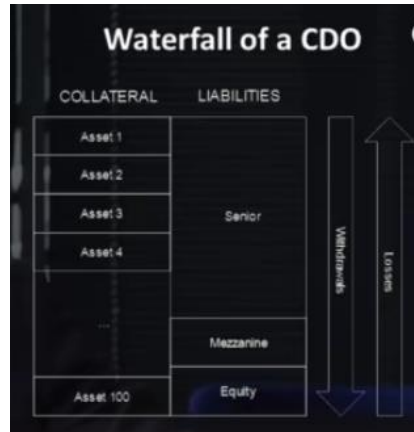
$$\max(s_i) \leq s_{FTD} \leq \sum_{i=1}^n s_i$$

Règle du pouce : fournit des ordres de grandeur typiques pour le **spread du FTD (environ 2/3 de la somme des spreads du panier de référence).**

Le **CDO (Collateralized Debt Obligation)** : obligations émises par une société dédiée appelée SPV (*Special Purpose Vehicle*) dont le **remboursement est adossé aux flux payés par un portefeuille d'actifs**. **SPV émet des obligations et achète des actifs qui sont appelés le collatéral**. Le SPV affecte tous les flux que dégagent les actifs (flux d'intérêts, de principal) au remboursement du principal des obligations émises au passif et au paiement des intérêts selon des règles de priorité strictes appelées la **waterfall**.

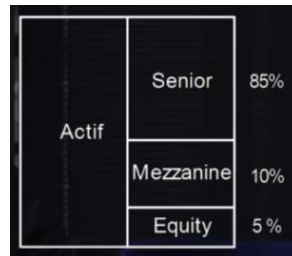
Le bilan du SPV comprend un actif et un passif adossés l'un à l'autre. Investisseurs, quand obligations sont émises, ont recours que sur le collatéral. Bilan d'un tel SPV semblable à celui d'une banque spécialisée qui aurait un seul type d'instrument de dette à son actif et se financerait par émission de dette **equity**, **mezzanine** et **senior** : tranches de CDO pour chacune de ces dettes.

NB : dette **equity** ne signifie pas que 1^{ère} tranche est une action, c'est bien une obligation (verse des coupons) mais se situe dans la partie la plus risquée/subordonnée de la structure de capital du SPV.



Chaque tranche est éventuellement notée par une/plusieurs agence(s) de notation. Selon la **waterfall**, tous les flux venant des actifs sont alloués prioritairement aux investisseurs seniors, puis aux investisseurs mezzanines et enfin aux investisseurs equity.

Exemple concret : les différentes tranches émises n'ont pas un risque équivalent. On suppose que SPV a acheté des actifs pour un montant de 100 et a financé cet achat en émettant trois tranches de dette :



Si le collatéral vaut 100 ou plus à maturité : on peut rembourser les investisseurs des trois tranches et les pertes sont nulles sur les trois tranches.

Si le collatéral vaut 98 (car défaut(s)) : on peut rembourser les investisseurs seniors et mezzanine dans l'intégralité mais on peut donner que 3 à l'equity.

Si le collatéral vaut 95 : l'equity ne récupère plus rien.

Si le collatéral vaut encore moins genre 90 : on remboursera le senior entièrement mais que 5 aux mezzanines.

Et cetera...

Ceci est un exemple de la **waterfall de principal** qui définit les ordres de priorité de paiement en faveur du senior puis mezzanine et enfin de l'equity.

Il existe une **waterfall similaire pour les flux d'intérêts**. Remarque : payoff des différents investisseurs sont exactement les mêmes que ceux dans le modèle de Merton :

- Investisseur equity détient un call sur la valeur des actifs
- Investisseur mezzanine détient un call spread sur la valeur des actifs
- Investisseur senior détient un zéro-coupon – put sur la valeur des actifs

Chaque tranche du CDO est définie par un point d'attachement (correspond au montant de pertes du collatéral en dessous duquel la perte sur la tranche est nulle) et un point de détachement (montant de perte du collatéral au-delà duquel l'investisseur dans la tranche ne récupère rien). Dans l'exemple, tranche mezzanine a un point d'attachement à 5% et un point de détachement à 15%.

Comme le FTD, le risque sur les tranches de CDO dépend de manière non linéaire du nombre de défaut sur le collatéral et donc de la corrélation entre les défauts. **Les CDO sont des produits de corrélation.**

Pour l'investisseur equity :

- **Corrélation élevée = bonne chose** car du coup proba d'avoir zéro défaut sur le panier est plus élevée (et inversement)
- **Corrélation augmente → le risque equity diminue, donc prix de l'obligation equity augmente.**
- La tranche equity est donc *long* en corrélation

Pour l'investisseur senior :

- **Corrélation élevée = plus grande proba d'avoir des pertes** sur le portefeuille de référence donc risque que le principal de la tranche senior ne soit pas remboursé en intégralité.
- **Corrélation de crédit augmente → risque de la tranche senior augmente et prix de l'obligation senior baisse**
- La tranche senior est courte (*short*) en corrélation

Pour l'investisseur mezzanine : combinaison de positions longues et courtes, donc tranches mezzanines sont plutôt neutres en corrélation (selon positionnement du point d'attachement et de détachement).

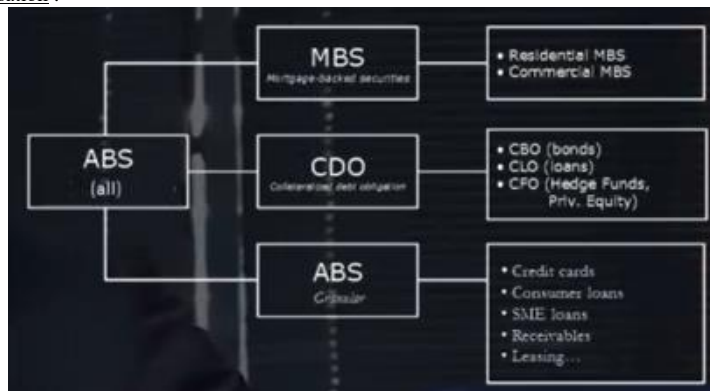
CDO et titrisation : les CDO sont un cas particulier de titrisation.

Titrisation = transférer à des investisseurs des actifs financiers (prêts bancaires, créances : factures émises non soldées) en transformant ces créances en titres (en obligations). Ces titres sont émis et échangeables sur les marchés de capitaux. Mécanisme qui a été appliqué à de nombreux types d'actif sous-jacent ou « collatéraux ». Dans tous les cas, mécanisme est le même :

- **Création** d'une société (un SPV) dédiée à l'opération
- Le **SPV achète les actifs** vendus par un banque (*seller*) qui va transférer la propriété des actifs au SPV
- Le **SPV récupère alors tous les flux** de principal et d'intérêts que vont payer les actifs
- Pour financer cet achat, le **SPV va émettre des titres/obligations** sur les marchés financiers
- Le **SPV émet plusieurs tranches** (senior, mezzanine, equity) de dettes pour attirer plus d'investisseurs. Ces tranches sont des tranches de titrisation et ces obligations sont les ABS
- L'intégralité des **flux que le SPV récupère via les actifs sont retransférés aux investisseurs**, selon les règles de priorité

- Les investisseurs ne touchent rien de plus que ce que vont payer les actifs et n'ont aucun recours sur le cédant des actifs (le *seller*) s'ils ne sont pas remboursés en intégralité. C'est pourquoi on dit que **les tranches de titrisation sont adossées aux actifs**
- Les investisseurs **mezzanine et equity portent un risque plus élevé** donc touchent une rémunération plus élevée

Principales classes d'actifs dans la titrisation :



MBS (*Mortgage Backed Securities*) : titres adossés à des prêts hypothécaires résidentiels (RMBS) ou commerciaux (CMBS).

CDO : obligations adossées à un portefeuille d'une centaine de noms (souvent des instruments de dette corporate).

ABS (*Asset Backed Securities*) : portent sur des portefeuilles de collatéral très granulaire ou diversifié. Titres adossés à des portefeuilles de créances *retail* (encours de carte de crédit, prêts auto, *student's loans*) ou bien des prêts à des PME. ABS sont particuliers par rapport aux autres classes d'actifs et sont distingués par :

- Profil d'amortissement des **ABS** : généralement, le principal des tranches est amorti petit à petit, au fur et à mesure que les prêts en collatéral sont eux-mêmes remboursés
- Le remboursement anticipé sur les prêts en collatéral a un impact sur le prix de marché des **ABS**. Effectivement : fort taux de remboursements anticipés sur le collatéral est favorable aux investisseurs seniors d'une titrisation car ils récupèrent leur argent plus vite (d'autant qu'ils sont remboursés en premier) MAIS est défavorable aux investisseurs equity dont la rentabilité vient des coupons élevés (plus le portefeuille s'amortit vite et moins l'investisseur equity touchera de coupons)

Crise des subprimes : a concerné à l'origine qu'une seule classe d'opérations de titrisation : les titrisations de prêts immobiliers résidentiels américains de la catégorie des subprimes.

Mortgage : prêt sécurisé par une hypothèque sur propriété immobilière. L'emprunteur doit respecter un échéancier de remboursements et l'hypothèque donne le droit au prêteur de saisir le bien immobilier quand l'emprunteur fait défaut.

	France	USA
Taux	Les mortgages se font à taux fixe et si taux variables, les intérêts dus sont contraints à rester dans un tunnel de +/- 1% voire 2% par rapport au taux d'intérêt initial	Les prêts sont à taux variable
Prêt	Accordé en fonction des capacités financières de l'emprunteur	Sont accordés en fonction de la valeur de marché du bien immobilier plus que de la capacité de l'emprunteur à rembourser

Le marché du financement immobilier résidentiel américain est ainsi divisé en trois grandes catégories de prêts :

- **Catégorie des prêts prime**, les *prime loans* : ce sont les prêts de la **meilleure qualité**
- **Catégorie des prêts alternative-A ou Alt-A** : certaines caractéristiques de l'emprunteur ne sont pas satisfaisantes (ratio dette/revenu dépasse un plafond fixé autour de 35%, l'emprunteur est en profession libérale, l'emprunteur ne peut pas fournir une documentation complète de ses revenus)
- **Catégorie des subprimes** : désigne de manière générique **des prêts hypothécaires risqués** soit parce que montant du prêt > valeur du bien financé ou soit parce que l'emprunteur est risqué. Caractéristique : les intérêts restent très bas les deux premières années (genre 2%) puis augmentent brutalement à plus de 7%

Contexte économique : de nombreux ingrédients de la crise se sont mis en place dans les années 2000. À la suite du 11 septembre : niveau des taux d'intérêts ne cesse de baisser et **investisseurs se mettent à chercher des placements à haut rendement**. Les prêts subprime avaient alors des rendements 2/3% des prêts prime et ont été utilisés de manière massive dans les titrisations.

Phase de la hausse de l'immobilier aux USA : années 90/2000, les emprunteurs allaient systématiquement renégocier leur prêt au bout de 2 ans avant que niveau des intérêts augmente trop. En 2005 : les prix de l'immobilier **se stabilisent puis baissent**, les renégociations de prêts deviennent difficiles puis impossibles. Emprunteurs font défaut, ils vendent leur habitation → alimente spirale baissière des prix de l'immobilier américain.

Conséquence : lourdes pertes sur les RMBS de prêts subprimes → crise à partir de l'été 2007.

6 – Risque de contrepartie et CVA

Risques sur les contreparties des dérivés traités par les salles de marché :

- **(1) Risque de crédit** : certaines activités de la banque non liées aux clients engendrent quand même un **risque de crédit**. C'est le cas pour les activités de marché pour lesquelles la salle de marché porte un risque que les contreparties des dérivés ne payent pas les flux définis dans les contrats. C'est le **risque de contrepartie**. **C'est un risque de crédit car l'événement qui déclenche la perte est le défaut de la contrepartie.**
- Mais **risque de contrepartie diffère du risque de crédit** lié aux activités de financement sous deux aspects importants :
 - Le **montant de l'exposition** à la date de défaut est lui-même lié à un risque de marché
 - **Symétrie du risque entre les deux contreparties** qui échangent des flux, la contrepartie étant également en risque sur la salle de marché
- On suppose : **salle de marché détient une obligation émise par une entreprise et couvre le risque de défaut en achetant protection auprès d'une contrepartie** :
 - Si ni émetteur, ni contrepartie fait défaut durant durée de vie de l'obligation et du CDS : salle de marché ne fait **aucune perte** de crédit.
 - Si émetteur fait défaut avant maturité : prix obligation chute mais la JV sur la position acheteuse de protection sur l'émetteur compense cette perte → **aucune perte** enregistrée par la salle de marché.
 - Si contrepartie fait défaut et salle de marché ne remplace pas le dérivé : toujours **pas de perte**.
 - **Perte** de la salle de marché **si double défaut** : de la contrepartie (en défaut sur le paiement de la JV du swap) **ET** de l'émetteur :

Example: bond hedged by a CDS

	Issuer survives	Issuer defaults
Counterparty survives	No loss	No loss
Counterparty defaults	No loss	LOSS

• (2) Risque de marché

Considérons deux contreparties : A et B qui contractent ensemble un instrument dérivé. Si B fait défaut :

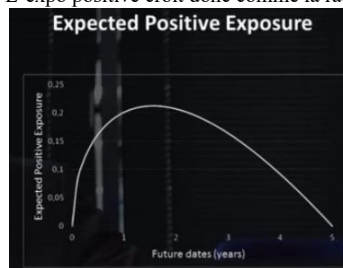
- A va chercher à remplacer le contrat en souscrivant au près d'une autre contrepartie, avec contrat identique au dérivé initial. **Perte de A = coût de remplacement du contrat à la date de défaut de la contrepartie B**, cad ce qu'elle doit payer pour racheter un dérivé équivalent au nouveau prix de marché.
- Si A fait le choix de **ne pas** remplacer contrat : il doit quand même marquer une perte de marché dans ses livres (**perte = coût de remplacement du dérivé**).

Deux cas se présentent :

- Valeur de marché pour A sur le contrat à la date de défaut est négative : **A paye à B la soule de résiliation** du contrat et entre dans un contrat de dérivé identique avec une autre contrepartie. A reçoit alors la valeur de marché du contrat et perte nette pour A = 0
- Valeur de marché pour A sur le contrat à la date de défaut est positive : **B paye à A la valeur de marché du dérivé**, mais comme B est en défaut, A ne reçoit qu'une fraction (le taux de recouvrement) du montant dû. A entre dans un contrat de dérivé identique avec une autre contrepartie et paye un montant = valeur de marché du contrat. Perte nette pour A = valeur de marché du contrat à la date de défaut de $B^*(1-R)$. **A la date de défaut de B, l'exposition de A = partie positive de la valeur de marché du dérivé.**
- **Soit $V_i(t)$ la valeur de marché du contrat i à la date t et $E_i(t)$ l'exposition de A sur sa contrepartie à cette même date alors** $E_i(t) = \max(0, V_i(t))$

Comme valeur de marché du contrat peut fluctuer entre aujourd'hui $t=0$ et la date de défaut, alors **l'exposition à la date de défaut est une variable aléatoire.**

Exemple : swap de taux d'intérêt entre deux contreparties, une jambe qui paye le taux fixe et une autre qui paye le taux variable. A $t=0$, prix swap=0, au fur et à mesure le prix fluctue et vaut un **coefficient*racine(temps)**. L'expo positive croît donc comme la racine du temps (partie gauche de la courbe ci-dessous) :



A l'approche de la maturité : la valeur de marché du swap revient vers 0 (partie droite de la courbe ci-dessus). Profil d'exposition résultant est donc une courbe en cloche. **Risque de contrepartie diminué par :**

- **Netting** : compensation des expositions, **réduit de manière importante l'exposition de A au risque de contrepartie**. Un contrat de *netting* entre les deux contreparties permet de traiter des opérations comme une seule opération cad contrats avec valeur de marché négative compensent les contrats avec valeur de marché positive, à chaque date (y compris celle de défaut). L'expo de A sur sa contrepartie B est donc calculée en agrégeant les expos de l'ensemble du portefeuille de dérivés entre ces deux entités et $E(t) = \max(0, \sum_i V_i(t))$
- Les **appels de marge ou margin call** : permettent de payer/recevoir un certain montant convenu à l'avance lorsque valeur du dérivé pour la contrepartie dépasse ce montant. Les *margin calls* limitent l'expo au risque de contrepartie à un montant donné
- Le **clearing** : les **chambres de compensation (clearing house)** qui s'interposent entre intervenants permettent de limiter les effets du défaut d'une contrepartie en mutualisant les conséquences

Le risque sur la contrepartie a aussi des répercussions sur le marché des dérivés → engendre risque de marché. En effet, si contrepartie traite un dérivé avec autre contrepartie, elle en attend des flux dans le futur. Selon la valeur du spread de marché de la contrepartie, les flux qu'elle doit en recevoir sont +/- probables.

Prix d'un dérivé sans risque de contrepartie > prix avec risque de contrepartie. Différence entre ces deux prix est la CVA (credit value adjustment).

Exemple : la banque contracte un dérivé avec contrepartie. L'expo de la banque à une contrepartie à la date future t est notée $E(t)$. Si contrepartie fait défaut, banque pourra recouvrer une fraction (supposée constante) de son expo, appelée R . Soit $CF(t)$ la séquence des cashflows que la banque doit échanger (recevoir/payer) avec sa contrepartie. Comme c'est un prix de marché, le calcul est effectué sous la probabilité risque neutre et prix du dérivé sans risque de contrepartie = espérance risque neutre de la somme de tous les CF actualisés où T est la maturité de la transaction du portefeuille la plus longue et $DF(t)$ le facteur d'actu (regarder P_{SR} dans la formule ci-dessous). Soit τ la date aléatoire future du défaut de la contrepartie, **le coût de remplacement du dérivé à la date de défaut de la contrepartie = valeur de marché du dérivé à la date τ * $(1-R)$** où $E(\tau_c)$ est l'expo de la banque sur le dérivé à la date de défaut de la contrepartie.

Pricing formulas

$$P_{SR} = E \left[\sum_{t=0}^T CF_t DF(t) \right]$$

$$L(\tau_c) = (1-R) \cdot 1_{\{\tau_c \leq T\}} E(\tau_c)$$

Donc valeur de marché du dérivé avec risque de contrepartie doit tenir compte du coût de remplacement en cas de défaut de la contrepartie et s'écrit toujours sous la proba risque neutre :

$$P_R = E \left[\sum_{t=0}^T (CF_t - L(\tau_c) \cdot 1_{\{\tau_c \leq t\}}) DF(t) \right]$$

On déduit : **CVA = Espérance(perte due au défaut de la contrepartie)** car seul le terme venant du coût de remplacement reste dans la différence entre le prix sans risque de contrepartie et avec risque de contrepartie.

CVA souvent présenté comme dérivé le plus complexe jamais évalué. Marges d'erreur d'estimation sont très importantes. Risque d'évaluation de la CVA tient aux facteurs suivants :

- CVA porte sur des structures complexes (portefeuille de dérivés, contrats de *netting*, appels de marge...)
- CVA intègre des risques complexes (plusieurs dizaines de facteurs de risque nécessitant modèles de crédit et de marché intégrés...)
- De nombreuses données et paramètres sont inobservables (corrélations de crédit, de marché, de crédit/marché, les spreads d'émetteurs illiquides...)

- Risque de modèle élevé sur les dynamiques des facteurs de risque

Outre les problèmes d'incertitude dans l'évaluation, **la couverture du risque de CVA a été complexe car il faut couvrir de nombreux facteurs de risque**. La couverture de la CVA nécessite donc de l'avoir évaluée comme un instrument de marché (d'où utilisation des probabilités risque neutre) afin d'en **déduire avec bon degré de précision les sensibilités suivantes** :

- Sensibilité aux spreads de contrepartie avec la difficulté que les CDS sur de nombreuses contreparties d'une salle de trading sont souvent illiquides
- Sensibilité aux facteurs de risque entrant dans le calcul des expos futures
- Sensibilités dites « gamma-croisées » qui sont très élevées quand on a des mouvements simultanés d'expos et de spreads

7 – Risque de crédit dans les portefeuilles retail (portefeuilles de la banque de réseau). Risque qui est différent selon le type de clientèle et/ou financement.

Clients du marché retail :

- Particuliers
- Très petites entreprises

Types de prêts :

- **Prêts immobiliers** : pour financer achat d'un bien immobilier sur lequel il existe en contrepartie une garantie pour la banque (hypothèque, caution)
- **Prêts à la consommation** : crédit échelonné pour financer achats de biens de consommation, automobile, matériels électroménager (les trucs genre « 3 fois sans frais »)
- **Crédits renouvelables ou revolving** : prêteur met à disposition de l'emprunteur une somme renouvelée chaque année dans laquelle il est possible à tout moment de puiser de l'argent (cad emprunter)
- **Découverts bancaires** sur les comptes à vue

Les grandes banques ont des expos de crédit plutôt identiques sur leur clientèle retail et non retail.

Sur le marché des particuliers : crédits accordés par banques via **deux canaux** :

- **La banque relationnelle** : les agences bancaires. Décision d'accorder est motivée par la relation commerciale, se fait via analyse du client par le conseiller clientèle, analyse complétée par outils d'analyse internes
- **La banque de masse** : processus d'acceptation sont plus automatisés et font appel à des outils statistiques plus développés que ceux de la clientèle d'entreprise : pour donner une réponse rapide (voire immédiate) au client. Exemple : société de crédit à la consommation permettant financement d'un bien directement sur le lieu de vente (achat d'une télé à crédit)

Le niveau de risque dépend principalement de deux facteurs :

- **Qualité de crédit des clients** (exemple des personnes qui n'ont pas de CDI et qui ont un risque de crédit plus élevé que celles qui ont CDI depuis + de 24 mois). **Pour un client donné, le risque sur les différents prêts n'est pas le même (crédit habitation vs crédit renouvelable)**
- **Capacité de la banque** à recouvrer les sommes dues par le client en cas de non-remboursement

L'environnement économique influe sur ces deux facteurs (période de crise où les gens perdent leur emploi). Aussi, quand c'est tendu économiquement, dévalorisation de certains biens : impact sur la capacité de la banque à recouvrer les sommes dues.

Cycle de vie du crédit :

- **L'octroi (granting) : canal d'acquisition, optimisation de l'octroi, protection du consommateur.**
 - Identification des facteurs de risque sur les produits bancaires proposés (exemple : pour prêt immobilier, quelle est la capacité de la banque à évaluer les biens financiers ? soit directement, soit via un prestataire externe)
 - Politique de crédit : choix rigoureux des critères de risque : maturité maximale des prêts, taux d'endettement autorisé, reste à vivre minimal requis, type de contrat de travail accepté, liste des justificatifs obligatoires...
 - Techniques statistiques pour optimiser octroi : analyse stat des dossiers pour séparer les demandes de crédit en Bon, Mauvais et Intermédiaire. En France : infos sur clients sont regroupées dans un fichier national des incidents de remboursement au crédit des particuliers (le FICP) qui recensement emprunteurs avec incidents de paiement. Autres pays : fichiers positifs (credit bureau aux USA) qui recensent crédits en cours des emprunteurs et incidents de paiement associés
 - Seuils d'acceptation automatiques (cut-off) : peuvent être modifiés dans le temps en fonction de la politique commerciale de la banque
- **Suivi du portefeuille de crédit (monitoring) : s'assurer que niveau de risque est conforme au niveau de risque souhaité**
 - Important dans l'ajustement des paramètres d'octroi
 - Suivi du risque retail se fait par génération d'octroi qui correspond à ensemble des prêts octroyés pendant une période de référence (fréquence mensuelle/trimestrielle). Suivi par génération permet de suivre la qualité de crédit entre générations d'octroi et apporte aux besoins des actions correctrices à faire (durcissement/allègement des règles d'octroi)
 - Construction de courbes de référence en termes de perte cumulée pour chacune des générations octroyées. **Avantages des courbes de référence** de défaut et de coût du risque à terme/maturité :
 - **Savoir si une génération et + ou – risqués** par rapport à une courbe de référence et prendre des mesures suffisamment tôt (exemple : réduction des risques en diminuant endettement max autorisé, en augmentant part minimale d'apport personnel, score d'octroi minimal...)
 - **Evaluer coût du risque à venir** sur les prochaines périodes (trimestres, années...)
 - **Piloter le risque retail** (cad intégrer cette anticipation du coût du risque dans tarification des nouveaux prêts que banque octroiera)
- **Difficultés rencontrées par client et processus associés appelé recouvrement (recovery) : si impayés constatés et provisionnement en cas d'impayés également. Si client galère, trois actions de la part de la banque :**
 - Recouvrement amiable : **opéré par la banque** sur les premiers impayés qui elle, veut remettre le client sur le chemin du paiement (rappel de l'obligation de payer, conseils gestion...). Des solutions peuvent être proposées éalement des sommes dues sous condition de reprise régulière des paiements, restructuration du/des prêt(s). Si jamais tout ça ne suffit pas :
 - Recouvrement contentieux : **demande au client de rembourser direct sans délais** des sommes dues (capital restant dû, intérêts, pénalités de retard, agios). C'est la déchéance du terme qui s'accompagne d'une démarche juridique. En France : procédure de sauvegarde des particuliers (procédure de surendettement : pour formaliser un plan d'apurement des dettes possiblement après effacement de certaines via procédure de rétablissement). En France c'est 200 000 dossiers par an
 - Provisionnement

Scoring : mesure de risque de crédit dans les portefeuilles retail. **Rating et score** ont le même objectif : mesurer les risques de défaut sur les clients de la banque.

Différence entre les deux :

- Le processus de **rating** se base sur un **audit financier** du client
- Le processus de **score** est **beaucoup plus automatique**, le modèle de score prend en compte caractéristiques du client et du prêt (exemple : pour un même client, les prêts immobiliers et de consommation n'ont pas les mêmes facteurs de risque). Toutes ces caractéristiques sont intégrées à un seul nombre : le score. Processus *backward-looking* basé sur très peu de critères subjectifs.

Les scores de crédit comme les ratings ont été utilisés depuis longtemps pour aider les institutions financières au moment de l'octroi et pour suivre le risque des prêts.

- Au début : seuls scores d'octroi existaient
- Années 80 : scores comportementaux (pour la gestion des risques et le marketing)
- 2007 : Bâle 2 : **scores comportementaux sont devenus des outils incontournables** pour modèles basés sur rating interne (modèle IRB : *internal rating based*) pour la mesure des FP minimaux sur les expos de crédit

Deux types de modèles de score :

- **Score utilisé pour l'octroi** (de nombreux prêts sont octroyés à des clients que la banque ne connaît pas), score qui intègre caractéristiques des clients, c'est un **critère d'acceptation/rejet du crédit au client**. Difficile de mesurer efficacité d'un score d'octroi car statistique effectuée que sur la base des crédits octroyés et non sur l'ensemble des crédits étudiés
- **Score comportemental** : évalue risque sur les clients de la banque sur la base de leur comportement de paiement. Modèles de score établissent **lien entre comportement du client (en matière de remboursement, retard de paiement, nombre d'impayés dans le passé) et le défaut de ce client** sur la période de référence (disons 1 an).

Le score est calculé en utilisant analyse discriminante. **Scoring = méthode de classement dont inputs sont les facteurs explicatifs ($F_1, F_2, F_3 \dots F_n$) et output est une partition des clients en deux groupes : les « Goods » et les « Bads »**. L'ensemble des valeurs des F_j approximant au mieux la population des Goods est défini par une fonction linéaire et notons A_G l'ensemble des Goods. **Le c est le « cut-off »**. Le score réduit le problème de classification qui est initialement en n dimensions en un pb à 1 dimension.

$$A_G = \{ (F_1, F_2, \dots, F_N) \mid \sum_i w_i F_i \geq c \}$$

Il y a deux paramètres à calculer :

- D'abord **les poids w_i** dans la fonction score. Problème classique en optimisation et on peut montrer que **les poids optimaux séparent de façon maximale les deux échantillons Goods et Bads** et minimise l'écart au sein de chaque groupe. Ceci ne permet pas de fixer tous les poids puisqu'une homothétie sur les poids et le *cut-off* ne modifie pas l'ensemble A_G tel que défini ci-dessus.
 - 2^{ème} étape de la détermination des w_i : pour **lier niveau du score et quantité observée sur le portefeuille** (taux de défaut moyen observé)
 - Pour un groupe de clients, taux de défaut = proxy de la proba de défaut qui ne peut être observée. On lie donc score individuel à la proba individuelle de défaut par la fonction de lien (exemple : la fonction logistique) :

$$\text{Score function : } s(F_1^i, \dots, F_N^i) \\ \text{Logit model : } p_i = \frac{1}{1 + e^{-\gamma - s(F_1^i, \dots, F_N^i)}}$$

- Le paramètre γ est estimé pour que proba de défaut moyenne sur portefeuille = taux de défaut moyen observé
- **Fonction score bien calibrée + cut-off bien choisi sont indispensables** pour utiliser ces outils stats comme un outil d'aide à la décision. En effet classer un mauvais crédit dans Goods engendre une perte... inversement, mettre un bon crédit dans les Bads conduit à une perte de profit.
- Et **la valeur c du seuil de cut-off** : minimiser la somme de ces pertes sur l'échantillon de calibrage

8 – Portefeuille de crédit et notion de corrélation

Approche retenue par les établissements bancaires pour modéliser risque de crédit : en **trois étapes** :

- **1^{ère} étape : estimer risque ligne à ligne** : les paramètres de probabilité de défaut, perte en cas de défaut et exposition au défaut
- **2^{ème} étape : estimer corrélations et dépendances entre les défauts**
- **3^{ème} étape : calculer distribution des pertes pour le portefeuille** dans son ensemble et **déterminer la contribution de chaque ligne au risque total** de ce portefeuille

Si tous les risques attachés aux différentes transactions d'un portefeuille de crédit étaient indépendants : les effets de la diversification du risque rendraient les pertes peu dispersées autour de la perte attendue. Les effets de corrélations entre les défauts induisent une variabilité au niveau des pertes qui peut être importante et qui accroissent risque d'avoir pertes très élevées sur portefeuille.

Rôle des corrélations : A et B deux événements correspondant au défaut de deux émetteurs de dette. Si P_A et P_B sont les probabilités de défaut respectives de ces deux émetteurs et $P_{A,B}$ le proba de défaut jointe simultanée alors :

- Si **défauts sont indépendants** : $P_{A,B} = P_A P_B$
- **Coefficient de corrélation = indicateur de la dépendance entre défauts de ces deux émetteurs** et $\rho_{A,B} = \frac{P_{A,B} - P_A P_B}{\sqrt{P_A(1-P_A)P_B(1-P_B)}}$
- Si **dépendance** : $P_{A,B} = P_A P_B + \rho_{A,B} \sqrt{P_A(1-P_A)P_B(1-P_B)}$

Pour fixer ordre de grandeur : disons $P_A = P_B = 1\%$, si $\rho_{A,B} = 0$ alors proba jointe de défaut de A et B est $P_{A,B} = P_A P_B = 1\%^2 = 0,001\%$. Mais si $\rho_{A,B} = 10\%$ on a alors $P_{A,B} = 0,001 + 0,1 * \sqrt{0,1 * 0,9 * 0,1 * 0,9} = 0,181$ (valeur très supérieure...). Donc **corrélation est principal facteur explicatif des défauts multiples dans un portefeuille**.

Dans cas d'un portefeuille homogène de n actifs indépendants avec même proba de défaut p , nous pouvons calculer loi statistique des défauts. En effet, proba d'avoir k défaut(s) parmi n actif(s) suit **loi binomiale** : $P(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

Dans le cas où dépendance des défauts est parfaite : donc corrélation = 100% : soit tous les actifs font défaut simultanément avec proba p soit aucun actif ne fait défaut avec proba $1-p$ et dans ce cas, distribution des pertes du portefeuille est une variable de Bernoulli de paramètre p . Un modèle à un facteur est un modèle possible pour interpoler entre ces deux cas extrêmes, cad pour introduire corrélation/dépendance entre les défauts.

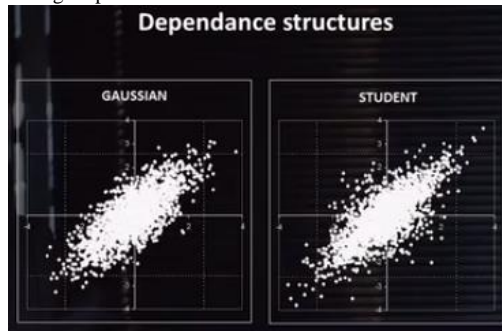
On suppose qu'il existe une variable aléatoire Y de densité f telle que proba de défaut des actifs du portefeuille soit une fonction $P(Y)$, conditionnellement à la réalisation de la va Y , les défauts du portefeuille sont indépendants entre eux. La **loi conditionnelle du nombre de défaut du portefeuille** est donc donnée par :

$$P(k|Y=y) = C_k^n p(y)^k (1-p(y))^{n-k}$$

La loi inconditionnelle du nombre de défaut s'obtient par **intégration de l'ensemble des valeurs possibles de la variable Y** :

$$P(k) = \int_{-x}^x C_k^n p(y)^k (1-p(y))^{n-k} dy$$

Notion de dépendance sur deux variables aléatoires normales centrées réduites : (théorie des copules) deux variables aléatoires peuvent avoir des structures de dépendance variées ayant des lois marginales qui ne changent pas.



Deux nuages de points : deux réalisations de variables aléatoires normales centrées réduites mais dont la structure de dépendance suit la [copule gaussienne](#) sur graphe gauche et [copule de Student](#) sur graphe droite. On voit que les occurrences d'événements extrêmes simultanés sur les deux variables plus fréquentes pour copule de Student.

Méthode pour corréler les défauts, utilisée dans banques et agences de notation **pour modéliser risque de crédit dans portefeuilles** : on considère portefeuille de crédit de n lignes et équipondéré. Sur 1 an, nous modélisons risque de défaut de ligne i à l'aide d'une variable R_i normale centrée réduite, l'événement de défaut est décrit par une variable de Bernoulli $D_i = 1_{\{R_i \leq s_i\}}$ avec s_i un certain seuil de déclenchement du défaut donc proba de défaut à ligne i est $P(\{R_i \leq s_i\}) = N(s_i)$ où N est la fonction de répartition de la loi normale.

- Dans **cas réaliste** : les défauts sont corrélés : on introduit dépendance sur les variables R_i (rendements des actifs de l'entreprise i dans modèle de Merton. Portefeuille homogène dans lequel tous les actifs ont la même proba de défaut ($s_i = s$ pour tout i) et toutes les corrélations des rendements d'actif R_i avec R_j (deux à deux) sont égales à un coefficient ρ . Si on introduit $n + 1$ variables aléatoires centrées réduites F et ε_i avec i de 1 à n , toutes indépendantes deux à deux, alors $R_i = \sqrt{\rho}F + \sqrt{1-\rho}\varepsilon_i$ et les variables R_i obtenues forment un vecteur gaussien centré et réduit multivarié.
- Le **facteur F s'interprète comme un facteur de risque systémique** décrivant l'état de l'économie (commun à tous les émetteurs du portefeuille)
- Les **facteurs ε_i sont spécifiques à chaque ligne**
- Le paramètre de **corrélation ρ apparaît donc comme un facteur de sensibilité** à la conjoncture économique

Modèles de portefeuille de crédit : modèle de portefeuille homogène granulaire : **modèle de Vasicek**

Rappel : modélisation de l'événement de défaut : $D_i = 1_{\{R_i \leq s\}}$ (variable aléatoire de Bernoulli correspondant au franchissement d'une variable R_i en dessous du seuil s qui est indépendant de l'entreprise si on considère portefeuille homogène en risque et R_i s'interprète comme le rendement d'actifs entreprise i : $R_i = \sqrt{\sigma}F + \sqrt{1-\sigma}\varepsilon_i$

Perte totale en pourcentage sur le portefeuille s'écrit alors :

$$L_N = \frac{LGD}{N} \sum_{i=1}^N 1_{\{R_i \leq s\}} = \frac{LGD}{N} \sum_{i=1}^N 1_{\{\sqrt{\rho}F + \sqrt{1-\rho}\varepsilon_i \leq s\}}$$

$$L_N = \frac{LGD}{N} \sum_{i=1}^N 1_{\left\{\varepsilon_i \leq \frac{s - \sqrt{\rho}F}{\sqrt{1-\rho}}\right\}}$$

La **perte sur le portefeuille s'écrit comme la somme de va indépendantes et iid**, on peut **appliquer loi des grands nombres** :

$$L(F) = \lim_{N \rightarrow \infty} L_N = LGD N \left[\frac{s - \sqrt{\rho}F}{\sqrt{1-\rho}} \right]$$

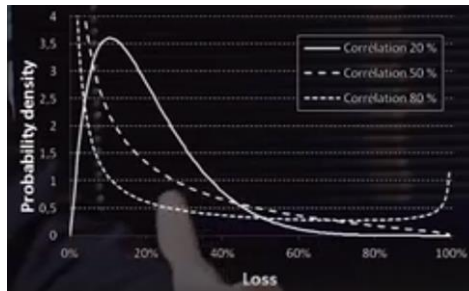
$$P[L(F) \leq x] = N \left[\frac{\sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - s}{\sqrt{\rho}} \right]$$

La perte sur le portefeuille granulaire est uniquement dictée par la réalisation du facteur macro-économique F , toutes les sources de bruit et d'aléas étant diversifiées. **En particulier, la perte L sur le portefeuille est décroissante en F** . Plus la réalisation du facteur F est favorable (cad environnement économique porteur), plus la perte sur le portefeuille est faible.

Ici on va considérer taux de recouvrement = 0 donc LGD = 100%. La fonction de répartition de la perte totale du portefeuille s'écrit alors :

$$\sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp \left[-\frac{1}{2\rho} \left(\sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - s \right)^2 + \frac{1}{2} \left(N^{-1}(x) \right)^2 \right]$$

Par dérivation : on obtient densité des pertes et le comportement de cette fonction se situe dans différents régimes selon qu'on a une corrélation faible entre les actifs (réalité), ou corrélation élevée ou intermédiaire :



Ici :

- Si corrélation = 0 les **actifs sont indépendants** et la **densité de pertes est un pic de Dirac** centré sur perte moyenne du portefeuille car portefeuille contient infinité de lignes, il est très diversifié et **perte totale = perte moyenne et ne dépend plus du facteur macro F** .
- Si corrélation = 1 (cad 100%) tous les **actifs ont même comportement**, soit ils **font tous défaut**, soit **aucun ne fait défaut**. La loi des pertes du portefeuille dans ce cas se compose de **2 masses de Dirac** centrées respectivement en 0 et en 100% et ça correspond au cas du portefeuille composé d'un seul actif.

Mais y'a **toutes les autres situations en 0 et 100%** qui interpolent ces deux régimes. La densité est d'abord fortement centrée autour du mode pour des faibles corrélations puis s'élargit au fur et à mesure que corrélation augmente. **Quand corrélation > 50% : la densité des pertes passe d'une fonction unimodale à une distribution bimodale** (les deux modes étant localisés en 0 et 1 respectivement).

On calcule facilement la **Var de crédit**, l'**espérance** et la **variance** des pertes sur le portefeuille infiniment granulaire. Ci-dessous formule de l'*expected loss* et variance sur le portefeuille et $N(0,1)$ fonction de répartition de $N(0,1)$ bivariee de corrélation ρ .

$$E[L] = N(s)$$

$$\text{var}(L) = N_2(s, s, \rho) - N^2(s)$$

$$N_2(a, b, \rho) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \int_{-\infty}^a dx \int_{-\infty}^b dy \exp\left(\frac{x^2 - 2\rho xy + y^2}{2(1-\rho^2)}\right)$$

Résultats qui se démontrent de deux façons :

- Calculer analytiquement les intégrales correspondant à $E(\text{Loss})$ et $E(\text{Loss}^2)$ qui se calculent en écrivant fonction de répartition de la loi normale comme une intégrale de la densité de la loi normale

$$\begin{aligned} E[L] &= \int_{-\infty}^{\infty} dx n(x) N\left(\frac{s - \sqrt{\rho}x}{\sqrt{1-\rho}}\right) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dx n(x) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{\sqrt{1-\rho}} n\left(\frac{z - \sqrt{\rho}x}{\sqrt{1-\rho}}\right) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dz \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{1-\rho}} n(x) n\left(\frac{z - \sqrt{\rho}x}{\sqrt{1-\rho}}\right) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dz n(z) = N(s) \end{aligned}$$

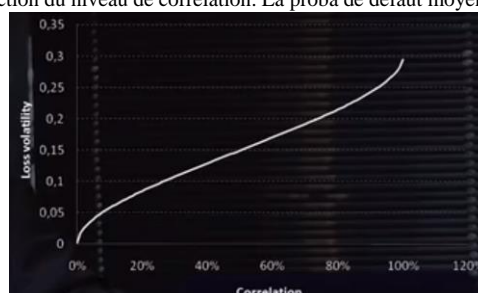
Dans les relations ci-dessus on intervertit les deux intégrales et on calcule intégrale gaussienne sur variable x . On fait de même pour $E(\text{Loss}^2)$ en utilisant même changement de variable.

- Méthode algébrique : utilise aucun calcul d'intégrale mais utilise la définition de la perte totale sur le portefeuille comme étant somme des pertes sur chaque ligne, illustration pour calcul de $E(\text{Loss}^2)$:

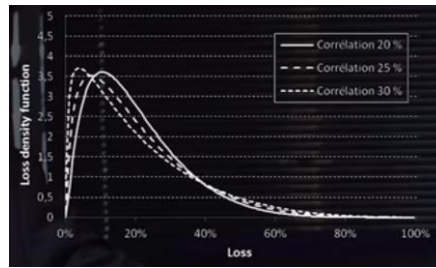
$$\begin{aligned} E[L^2] &= E\left[\frac{1}{N_1 N_2} \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} 1_{\{R_i \leq s\}} 1_{\{R_j \leq s\}}\right] \\ &= \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} P[R_i \leq s, R_j \leq s] \\ &= P[R_i \leq s, R_j \leq s] \quad \text{when } N_1, N_2 \rightarrow \infty \\ &= N_2(s, s, \rho) \end{aligned}$$

La dernière relation s'obtient en remarquant que les variables R_i et R_j forment un vecteur gaussien multivarié.

Volatilité des pertes sur portefeuille de crédit en fonction du niveau de corrélation. La proba de défaut moyenne sur le portefeuille = 10% dans cet exemple :



On peut aussi visualiser l'augmentation l'écart-type de la perte du portefeuille en fonction du niveau de corrélation, par l'augmentation de la dispersion de la fonction de densité :



De nombreux calculs sur la loi de Vasicek peuvent être effectués simplement et analytiquement sans intégrales avec méthode algébrique identique à celle du calcul de la variance de la perte. C'est le cas pour l'*expected shortfall* défini par $E(L)$ sachant que $L > x$ qui est une quantité très utilisée pour analyse des risques et pour évaluation du prix des tranches de CDO.

Stress testing : « test de résistance » qui **consiste à sélectionner 1/plusieurs scénario(s) défavorables**, sévères mais plausibles, scénarios qui surviennent 1 fois/10 ans et évaluer impact sur portefeuilles de la banque. Intérêts du stress testing :

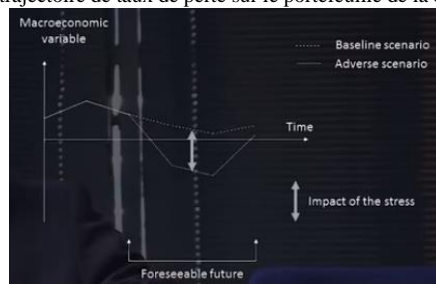
- **Définir une approche prospective du risque** : analyser l'impact de scénarios qu'on pense plus plausibles que les réalisations passées
- **Analyse de la sensibilité** : mesurer impact de scénarios jamais observés
- **Identification des faiblesses structurelles des portefeuilles** via analyse des scénarios dans lesquels ils seraient fragilisés
- **Définir les plans de résolution** via analyse de scénarios de changement de régime ou scénarios de rupture survenant dans futur (éclatement zone euro)

Stress testing longterm utilisé comme outil de mesure des sensibilités des portefeuilles de marché aux chocs sur les facteurs de risque. **Depuis crise financière : banques utilisent abondamment stress testing pour pilotage interne.** Régulateurs/superviseurs les exploitent aussi, but : **vérifier solidité du système financier et s'assurer de l'adéquation des FP des banques.** Ces exos de stress mesurent impact de scénarios éco sur différents métiers de la banque. On estime impact sur niveau des pertes des portefeuilles de crédit, sur évolution des encours, sur variations des revenus, sur frais généraux, FP réglementaires, ratios de capital de la banque.

Scénarios décrits par des chocs de la conjoncture économique sur horizon pluri annuel (genre 3 ans = durée sur laquelle prévisions restent plausibles, le *foreseeable future*, le futur prévisible). **Scénarios définis par économistes** et décrivent dynamique future possible pour indicateurs macro (taux croissance PIB, taux chômage, taux d'intérêts, prix d'actifs ou matières premières).

Mesure impact stress = différence entre scénario central (scénario de base) et scénario de stress. Cette diff au niveau des variables macro se traduit par impact sur les indicateurs de revenu, de risque, de performances. Chaque trajectoire de variable macro qui définit un scénario correspondra à une trajectoire des indicateurs de risque, revenu et perf portefeuilles et entités de la banque.

Concrètement, comment banque illustre le scénario en trajectoire de taux de perte sur le portefeuille de la clientèle des grands corporate par exemple ?



Ci-dessus une reproduction du cycle de crédit observé sur les grandes entreprises cad taux de défaut annuel au fil du temps, mesuré par Standards & Poors. Courbe cyclique et semble corrélée au cycle macro-économique. On voit les effets sur le nombre de défauts de la crise récente des subprimes et crise internet début 2000.

La banque va calibrer modèle économétrique en régressant les variations de taux de défaut observées sur les variations observées de taux de croissance du PIB mondiale par exemple. Relation mathématique obtenue permettra de faire lien mécanique entre scénario éco décrit par une dynamique particulière du taux de croissance du PIB et les variations futures du taux de défaut.

A quel niveau de finesse/détail faut-il concevoir ces modèles ? Ils doivent être faits sur des portefeuilles homogènes (même sensibilité/facteurs de risque). Ces portefeuilles regroupent des crédits correspondant à un même instrument de financement (*ex* : crédit renouvelable), sur même classe d'actifs, classe de clientèle, au sein d'une zone géo (*ex* : un pays donné).

Avantage de l'outil stress test : simple et compréhensible. Permet de lier perf de la banque et ses métiers à des scénarios éco concrets et facilement appropriables par décideurs et opérationnels. Permet de mettre en place des plans de remédiations ou actions correctrices si on s'aperçoit que impacts d'un scénario plausible affecte la perf de la banque.

Stress testing a aussi des applications dans le domaine du pilotage du risque et des performances des lignes métier de la banque.

9 – Réglementation prudentielle : mode de l'intervention publique dans le domaine bancaire

Stabilité de l'économie : solidité des établissements bancaires + sécurité de l'épargne des particuliers. La réglementation fixe règles aux banques en FP, gestion des risques, communication, diversification des actifs. Définit mécanismes de supervisions.

Comité de Bâle = premier échelon chargé de la définition des règles prudentielles pour les banques, **28 membres** représentés par les autorités nationales de chaque membre (sont les principales puissances économiques mondiales).

Comité de Bâle publie des **standards** et des **guidelines pour améliorer stabilité du système financier**. L'UE transpose ensuite les normes du Comité en droit euro à travers règlements et directives, applicables à tous les états membres. **Dans la zone euro c la BCE en charge d'organiser supervision des établissements bancaires** avec comme relai les autorités nationales (en France : ACPR).

Histoire :

- **Années 80s** : après crise Amérique latine, Comité inquiet de détérioration des ratios de capital des banques internationales
- **1988** : le G10 accepte les accords de Bâle (**Bâle 1**), exige un niveau de capital rapporté aux actifs pondérés du risque (les *risk weighted asset*) de 8% minimum, c'est la **ratio Cook**. Les règles prudentielles évoluent à plusieurs reprises

- **1997** : amendement sur la partie relative au risque de marché, banques ont autorisation d'utiliser leur propre modèle interne (modèle de VaR) pour calculer les exigences en FP sur les risques de marché après obtention d'un agrément (portant sur des standards qualitatifs et quantitatifs très stricts)
- **1999 – 2004** : Comité élabore une refonte du cadre prudentiel sur les FP et c'est **Bâle 2** en 3 piliers :
 - **Pilier 1** : exigences en FP et méthodes de calcul
 - **Pilier 2** : adéquation des FP de la banque au regard des risques qu'elle porte et processus interne de ces risques
 - **Pilier 3** : communication au marché pour renforcer discipline et respecter bonnes attitudes
- **Crise 2008** : Comité propose nouveautés sur liquidité et FP en deux étapes :
 - **2011** : **Bâle 2.5** vise renforcement des exigences en FP au titre du risque de crédit
 - **2014** : **Bâle 3** avec nouveautés :
 - Nouvelle définition des FP pour améliorer qualité
 - Renforcement du montant des FP (en particulier au titre de la CVA)
 - Limites sur la quantité minimale d'actifs liquides au bilan de la banque (les ratios de liquidité)

Règles de calculs des FP réglementaires au titre du risque de crédit (Bâle 2) :

Les FP/capital servent à protéger la banque contre événements qui engendrent pertes (en particulier risque de crédit). Impossible de prévoir ce que va subir la banque sur son portefeuille de financement mais banque peut prévoir niveau moyen des pertes futures, c'est **l'expected loss (EL)**. La banque voit EL comme le coût moyen du risque de crédit lié à son activité de financement.

Capital = coussin de sécurité contre les pertes supérieures aux pertes attendues, ce sont les pertes inattendues/**unexpected loss (UL)**. Les pics de pertes ne surviennent pas chaque année mais peuvent être très élevés. Les pertes inattendues ne peuvent pas être couvertes en intégralité par les marges d'intérêt sauf si on impose aux marchés des coûts d'emprunt prohibitifs. **C'est le rôle du capital d'absorber pics de pertes.**

Pire cas : banque perd tout son portefeuille de crédits sur une seule année. Cela n'est **pas réaliste**, économiquement inefficace pour la banque de lever suffisamment de capital pour se protéger contre un tel événement. **La banque doit utiliser au mieux ses ressources en capital qui sont rares et cela pour améliorer sa rentabilité en finançant une partie de son bilan par la dette. Risque de crédit de la banque est lié à son niveau de capital** : moins y'a de capital moins capacité à absorber est bonne. Cela **augmente sa proba d'insolvabilité**.

Donc banques et régulateurs cherchent juste équilibre sur niveau de capital à détenir.

Formule de calcul des FP réglementaires. La réglementation autorise **deux méthodes** :

Pour les établissements ou entités n'ayant pas de dispositifs avancés de mesure des risques de crédit : **approche standard** (permet de calculer les FP sur une base forfaitaire).

Pour établissement qui disposent de modèles de notation de leurs clients (approuvés par superviseurs) peuvent utiliser une **approche avancée** de calcul des FP sur base des rating internes (*internal rating base*, approche IRB).

- **Calcul des FP repose sur deux dispositifs de mesure des risques** :
 - La **notation des clients** de la banque (rating ou score)
 - L'**évaluation des paramètres de risque** (au niveau de chaque transaction : proba de défaut de l'emprunteur PD, la perte en cas de défaut LGD, l'expo au moment de défaut EAD, la maturité du prêt)
 - Formule de calcul des FP réglementaires intègre ces paramètres pour évaluer UL (perte inattendue ou perte potentielle au-delà de la perte attendue)
 - Les FP réglementaires sur un prêt sont égaux à la différence entre perte moyenne dans un scénario stressé et la perte moyenne en situation normale (**$FP = UL = EL_{stressée} - EL$**)

$$\begin{aligned} \text{Capital} &= \text{Stressed EL} - \text{EL} \\ EL &= EAD \times PD \times LGD \times \text{Maturity adjustment} \\ UL &= EAD \times \text{Stressed PD} \times LGD \times \text{Maturity adjustment} \end{aligned}$$

Pour calculer EL la banque utilise les probas de défaut moyennes à horizon 1 an, sur chacun de ses clients. Et on a :

$EL = \text{expo au moment du défaut} \times \text{perte si défaut} \times \text{proba de défaut} \times \text{ajusté d'un coefficient qui dépend de la maturité}$
car prêt CT porte moins de risque qu'un LT.

Calcul de la perte moyenne dans un scénario de stress suit même formule de calcul sauf que proba de défaut est transformée en proba de défaut stressée (qui reflète état de l'éco très dégradé et qui surviendrait 1 fois tous les 1000 ans).

Passage de la proba de défaut 1 an à la proba de défaut stressée est opéré en supposant que cycle de crédit dépend d'un facteur unique : le même pour tous les instruments du portefeuille de la banque et correspond à scénario survenant tous les 1000 ans (cad un quantile à 99,9%). Le cadre de modélisation retenu par régulateur est celui de la dépendance gaussienne (identique à celui de Vasicek pour portefeuilles de crédit).

Le **paramètre de corrélation** (sensibilité du cycle de crédit aux facteurs macros dépend du type de clientèle : retail ou non retail, type de financement : prêt immobilier vs crédit revolving, niveau de risque du client : proba de défaut). **Exemple** : probas de défaut stressées sur la clientèle des grands corporate plus élevées que clientèle particuliers, toute chose égale par ailleurs, qui signifie une **sensibilité des grands corporates plus élevée aux dégradations de l'économie** (logique).

LGD : doit être évaluée par la banque en tenant compte du fait que c probable que les taux de recouvrement seront moins bons en période de difficultés qu'en moyenne de cycle éco. C'est la **LGD don't turn**.

Pour un prêt classique (sans option de tirage ou remboursement anticipé) : EAD se déduit du profil d'amortissement contractuel.

Si le client peut réaliser des tirages (cas pour crédits renouvelables ou pour opération de marché dont valeur dépend des paramètres de marché à date de défaut) alors banque doit disposer de modèles permettant d'évaluer l'expo potentielle au moment du défaut.

Les provisions

Dans bilan entreprises, **provisions = élément du passif (un engagement), dont l'échéance ou montant est incertain**. Entreprise passe la provision si un événement crée une obligation pour l'entreprises, si probabilité de sortie de ressources représentatives d'avantages économiques sera nécessaire pour régler obligation, si montant de l'obligation peut être estimé de manière fiable. Si conditions pas réunies, alors aucune provision doit être comptabilisée.

*"provision is a liability with an uncertain amount or maturity"
"a provision is a measure of the impairment of an asset"*

Provision permet de constater perte de valeur d'un actif (**mesure de sa dépréciation**). **Selon normes comptables internationales, actif financier déprécié si sa valeur comptable est supérieure à sa valeur recouvrable**. Cette dépréciation peut résulter de la **survenance d'événements** qui ont impact avéré sur cash-flows futurs de l'actif. Pour instruments de dette, événements qui font déprécier sont :

- **Défaut**
- **Manquement d'une obligation contractuelle sur des flux de remboursement de principal ou d'intérêts**
- **Difficultés financières significatives avant que perte soient constatées**

L'*International Counting Standards Bords (ICSB)* fixe normes internationales d'infos financières, plus connu au sein de la profession comptable et financière sous le nom anglais *International Financial Reporting Standards* ou IFRS. **Ces normes IFRS sont destinées aux entreprises cotées qui font appel à investisseurs pour harmoniser présentation et clarté de leurs états financiers.**

Norme IAS 39 : traite de la comptabilisation et évaluation des instruments financiers. Repose sur modèle des pertes encourues (incurred losses) pour la dépréciation des prêts. Ce modèle repose sur hypothèse que tous les prêts accordés seront remboursés sauf si preuve contraire est apportée en cours de vie du prêt. A ce moment, le montant du prêt est déprécié et dépréciation passée. IAS 39 autorise provisionnement collectif sur base de perte encourue mais non encore déclarée (ICBR). Selon pays et établissements, ce mode de prov est + ou – utilisé pour par exemple couvrir risques sectoriels ou géographiques.

Mécanisme de prov sur exemple simple d'un crédit douteux (en défaut) :

- **Événement déclencheur** : contrepartie honore plus ses engagements (retard de paiement de plus de 90 jours sur capital et/ou intérêts sur un/plusieurs crédit(s)).
- Pour chacun des crédits associés à la contrepartie, **banque estime sa perte probable** tenant compte de toutes les garanties qu'elle peut avoir sur les crédits, les possibilités de restructuration de la dette, en utilisant ses stats internes de pertes (provisionnement statistique).
- **Exemple** : crédit à la consommation en défaut, montant restant à rembourser est de 1000 euros. La banque estime le montant des récupérations sur ce crédit et se base sur l'exploitation des données historiques de flux de recouvrement par génération d'entrée au recouvrement et par période. Les pertes historiquement constatées/anticipées sur ce type de crédit sont de 45% du montant restant dû à date de défaut. Banque provisionne alors un montant = 450 euros qui viennent alimenter le coût net du risque. C'est le **montant des pertes au titre du risque de crédit sur la période**. La somme des montants provisionnés sur l'ensemble des crédits est le **stock de provision**. Si cette estimation varie au cours du temps (remboursement partiel du client ou aggravation de la situation) alors montant de prov varie aussi à la baisse ou à la hausse. Lors de la clôture du dossier, deux cas possibles :
 - **Pertes sont supérieures à provision constituée** : il y a une **perte non couverte** (banque a recouvré 300 euros, donc perte non couverte de 1000 – 450 – 300 = 250 euros (*additional loss allocation*) qui alimentent coût du risque)
 - **Prov est supérieure à perte finale** : **reprise de provision** (banque a recouvré 600 euros donc reprise de prov = (1000 – 450) – 600 = 50 euros (*positive P&L*) qui viendront diminuer le coût du risque).

Crises de 2007 à 2012 ont révélé que **processus de prov des actifs financiers trop tardif** car survient (norme IAS 39) que quand certains événements se sont déjà produits donc normes IAS 39 auraient accentué crise. IASB a élaboré de nouvelles normes comptables (IFRS 9) pour actifs financiers : **provisionner tous les encours de crédit sains et dès octroi du prêt et montant de prov est égal à EL (perte attendue) ou ECL sur le prêt**. En vrai, norme distingue trois étapes dans provisionnement :

- **1^{ère} étape** : pour tous les prêts dont qualité de crédit ne s'est pas dégradée de façon significative depuis octroi, la provision est égale à ECL sur horizon de 1 an
- **2^{ème} étape** : dès lors que qualité sur crédit sain s'est dégradée de façon significative depuis l'octroi, la provision se calcule sur base de ECL sur toute la durée de vie du prêt. Il en résulte un saut brutal de provision au moment du passage de l'étape 1 à 2. **NB** : un prêt dans étape 2 aura prov qui décroît car durée de vie résiduelle diminue
- **3^{ème} étape** : prêt en défaut et provision = perte attendue sur toute la durée de vie résiduelle du prêt.

Le critère définissant le transfert entre étape 1 à 2 repose sur niveau de risque relatif entre risque sur le prêt à la date d'octroi et le risque à date actuelle. Exemple : prêt accordé à client très risqué est en principe alloué à étape 1 et y reste tant que qualité de crédit ne se détériore pas.

En termes plus quantitatifs : calcul de la provision en IFRS 9 doit prendre en compte les éléments les plus proches de la réalité économique concernant encours de crédit et probas de défaut aux différents horizons de temps ainsi que taux de perte et facteurs d'actualisation de l'argent, donc pertes attendues sur chaque période de temps dans le futur est égal à :

$$ECL = \sum_t Exposure(t) * PD(t) * LGD * DF(t)$$

En actualisant chacune des pertes et en faisant la somme sur un horizon un an (étape 1) et sur toute durée de vie (étape 2) on obtient **Expected Credit Loss**.

10 – Pilotage du risque des banques

- Par les **banques elles-mêmes**
- Par leurs **superviseurs**

On a vu : techniques de mesure des risques (niveau individuel et portefeuille) + techniques de gestion des risques (techniques financières sophistiquées ou non).

Banque sélectionne clients avec **modèle de rating ou scoring**, couvre ses risques grâce aux dérivés de crédit et produits structurés. On a vu que modèles quantitatifs peuvent jouer rôle central dans dispositif de pilotage des risques de la banque. Comment banque pilote ces risques ? Gestion des risques est cœur de métier de la banque. Elle dispose d'**outils** (allocation capital, dispositif de provision, les mesures de performances). Le pilotage passe par connaissance des centres de profit.

Lignes métiers rentables ?

- Activités rémunératrices sont-elles rentables ? Sur quel horizon ?
- Comment mesurer sur une échelle commune les rentabilités des lignes métier aussi diverses que le crédit immobilier en Roumanie par exemple, le financement d'une flotte automobile ou l'activité des dérivés actions ?
- Quel portefeuille d'activités est optimal pour la banque ?
- Comment se finance-t-elle pour optimiser sa valeur ?

QUESTIONS CENTRALES POUR LA BANQUE qui vise **pilotage simultané de son portefeuille et son capital**.

Mesure de performance : permet de réconcilier risque et profit + comparer sur une base commune plusieurs portefeuilles ayant des caractéristiques différentes. Les mesures de perf s'inspirent des ratios rendement/risque de la gestion d'actifs dans lesquels **dénominateur = capital consommé**.

- **Rendement sur equity** (ratio *return on equity*) : ratio entre revenus et capital réglementaire consommé par une opération :

$$ROE = \frac{\text{Revenues}}{\text{Regulatory capital}}$$

Ce ratio mesure rentabilité des FP réglementaires mais cette mesure de perf n'est pas ajustée du risque (ni au numérateur, ni au dénominateur). Rendement inclut en effet revenus et coûts mais n'inclut pas coût du risque attendu. Le dénominateur ne prend pas en compte effets de diversifications que la transaction apporte au portefeuille de la banque. Cette mesure est inadaptée lorsque capital réglementaire est nul (cas pour des expos souveraines sur pays de l'OCDE pondérées à 0%).

- **Le RAROC** (*risk adjusted return on capital*) : rendement ajusté du risqué sur FP économiques.

$$RAROC = \frac{\text{Revenues} - EL}{\text{Economic capital}}$$

Capital économique : c'est UL calculé dans un modèle interne de VaR de crédit sur ensemble du portefeuille de la banque. A la différence du capital réglementaire, il prend en compte les effets de diversification de portefeuille.

Quelle est la valeur créée par banque par octroi d'un crédit/financement ? Les actionnaires attendent un retour sur investissement (qui a un coût pour la banque : le coût des FP). **Banque doit engendrer rendement attendu par actionnaires.** Grandeur qui mesure valeur créée pour actionnaire est l'EVA (*economic value added*) :

$$EVA_i = \text{Revenues}_i - EL_i - k_i * \text{Capital}_i - k'_i * \text{Dette}_i$$

Avec k_i : coût du capital, k'_i : coût de la dette, Capital_i : capital alloué à transaction i et Dette_i : niveau de dette à la ligne i.

Remarque : coût des FP est différent pour chaque transaction (ou chaque ligne métier) car actionnaire attend un rendement des FP supérieur sur les métiers les plus risqués.

En quoi cette mesure de perf est supérieure au ROE ou au RAROC ? Quand $RAROC > \text{coût du capital}$ alors création de valeur.

- Supposons coût FP de la banque = 15%
- **Deux opérations** : opération A avec RAROC 20% et opération B avec RAROC = 30%
- $RAROC \text{ de } A+B = 25\%$
- La banque peut investir 100 euros sur chacune :
 - Si elle le fait sur les deux elle a une rentabilité totale de 25%
 - En faisant que sur projet B alors elle aura une rentabilité de 30%, pour autant banque a détruit de la valeur en renonçant au projet A qui a une rentabilité supérieure au coût du capital
 - Du point de vue de la gestion du risque, la banque s'est concentrée sur projet B et pas de diversification (dangereux pour actionnaire).

Les régulateurs et superviseurs ont une inflexion importante sur pilotage des banques. Ils mentionnent différents dispositifs.

- Les **stress tests** européennes de l'ABE (autorité bancaire européenne), tous les deux ans et peut exiger des levées de capital supplémentaires pour banques avec FP insuffisants.
- **Revue des qualités des actifs** (*asset quality review*) conduite par BCE en 2014 avant union bancaire en zone euro. Avec normes IFRS, l'examen des niveaux de provisions par superviseurs bancaires pourraient se généraliser.
- Exercices de **comparaison entre établissement** (*benchmarking*) se sont généralisés depuis quelques années.

Conclusion : appréhension du risque de crédit a bcp évolué ces dernières années (marquées par crises dont éléments principaux ont été la sous-estimation risque sur titrisation, existence d'un risque croisé crédit/marché avec crise *subprimes* et fragilité des dettes souveraines). Ces crises ont mis en valeur **trois axes d'amélioration** :

- Meilleure estimation des risques (notamment **risque croisé crédit/marché**)
- Complétion du dispositif réglementaire matérialisé par mise en place de Bâle 3 **et** renforcement des pouvoirs des superviseurs
- Besoins accrus en termes de pilotage **et** optimisation des ressources rares (**capital, liquidités**)

Enjeux : adaptation au cadre réglementaire en évolution rapide et ses impacts en termes de business model + intermédiations notamment. Normes comptables sont amenées à évoluer avec entrée des normes IFRS 9 en 2018 (sur les provisions) avec pour impact : renforcement provisions sur portefeuilles bancaires.

Enjeux résident aussi dans optimisation du dispositif d'octroi ce qui va nécessiter une utilisation plus poussée des modèles et moyens informatiques nécessaires **pour collecter et traiter information en masse**. C'est aujourd'hui l'objet de la révolution numérique qui dessine banques digitales de demain.