

# Automatické řízení

## Semestrální práce

Miroslav Bulka, Jan Cibulka

81.121.1025



# AUTOMATICKÉ ŘÍZENÍ- ZADÁNÍ REFERÁTU



## I. Model neurčitosti

- Při konstantním přítoku  $Q_{10} = 1.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  vypočítejte potřebné nastavení přepouštěcího ventilu  $S_p$  a výtokového ventilu  $S_2$  tak, aby výšky hladin v nádobách při ustáleném stavu byly  $H_{10} = 0,8 \text{ m}$  a  $H_{20} = 0,2 \text{ m}$  (tzv. pracovní bod). Hodnoty známých parametrů:  $S = 25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$  (plocha dna nádob),  $c_p = c_2 = 0.6$ . *malá podle LS1*
- Určete linearizovaný stavový model v daném pracovním bodě a v pracovním bodě, který by odpovídal 20% zvýšení přítoku  $Q_{10}$ .
  - Nastavení přepouštěcích ventilů  $S_p$  a  $S_2$  zůstane stejné, se zvyšujícím se přítokem  $Q_1$  se mění výšky hladin  $H_1$  a  $H_2$ .
  - Spolu se zvyšujícím se přítokem  $Q_1$  se mění nastavení ventilů  $S_p$  a  $S_2$  tak, aby výška hladin zůstala konstantní, tedy  $H_1(t) = H_{10}$ ,  $H_2(t) = H_{20}$ .
- Určete přenos systému  $Q_1(t) \rightarrow H_2(t)$  v závislosti na výšce hladiny  $H_1$  a  $H_2$  (případ 2A) či nastavení ventilu  $S_p, S_2$  (případ 2B). Znázorněte pro oba případy v komplexní rovině neurčitost přenosu za předpokladu, že skutečný pracovní bod je libovolně mezi původním pracovním bodem a pracovním bodem při 20 % zvýšeném přítoku.
  - Určete numericky skutečnou neurčitost danou intervalem pro výšky hladin  $H_1$ ,  $H_2$  (resp.  $S_p$ ,  $S_2$ ) a přítok  $Q_1$ .
  - Definujte model neurčitosti pomocí vhodně zvoleného modelu perturbací, nominálního modelu  $P_0$  a váhové funkce  $W(s)$  tak, aby velikost neurčitosti byla minimální a přesto pokrývala skutečnou neurčitost získanou v bodě (b).

Pro zobrazení neurčitosti použijte 10 frekvencí  $\omega_1, \dots, \omega_{10}$ , které pokryjí fázové zpoždění  $(0, \pi)$  fázové frekvenční charakteristiky procesu.

- Porovnejte velikosti obou neurčitostí (2A a 2B).

## II. Návrh regulátoru

Dále předpokládejte, že přítok  $Q_1(t)$  je realizován vodním čerpadlem, které je poháněno stejnosměrným motorem. Chování čerpadla budeme pro jednoduchost aproximovat systémem prvního řádu s časovou konstantou  $T = 0.5\text{s}$  a statickým zesílením  $K_s = Q_{10}$ . Dále uvažujme PI regulátor, který řídí napětí na kotvě motoru čerpadla s cílem řídit výšku hladiny  $H_2$ . Rovněž předpokládejme, že všechny externí signály regulační smyčky jsou rozumně malé, takže systém není příliš vychýlen ze svého pracovního bodu a může být považován za lineární.

1. Navrhnete parametry PI regulátoru s přenosem  $C(s) = K(1 + \frac{1}{T_i s})$  tak, aby byly splněny následující návrhové požadavky pro všechny systémy z modelu neurčitosti získaného v bodě 3(b) pro 2A (mění se výška hladin), tedy pro libovolný pracovní bod, který se nachází mezi původním pracovním bodem a pracovním bodem při zvýšeném přítoku.
  - (a) Vnitřní stabilita uzavřené smyčky – ověřte analyticky i graficky (Nyquistovo kritérium).
  - (b) Robustnost ve stabilitě – maximální hodnota amplitudy citlivostní funkce  $S(j\omega)$  je  $M_S < 2$ .
  - (c) Předpokládejte, že díky dalším nepřesnostem, šumům a nelinearitám je dostupná šířka pásma omezená na  $\Omega_a = 10$  [rad/s]. Útlum komplementární citlivostní funkce  $T(j\omega)$  na frekvenci  $\Omega_a$  musí být alespoň -10 dB.
  - (d) Zajistěte, aby energie libovolného šumu měření  $n(t)$  nebyla zesílena více než 1.5 krát.
2. Předpokládejte, že měření, tedy senzor hladiny  $H_2$ , je zatíženo harmonickým šumem  $n(t)$  s frekvencí 50Hz a výstup soustavy omezenou harmonickou poruchou  $d(t)$  s frekvencí 0.1Hz. Ověřte, zda žádný z těchto signálů není na výstupu systému (tedy  $H_2(t)$ ) smyčkou s navrženým PI regulátorem zesílen.
3. Předpokládejte, že je systém v rovnovážném stavu a  $e(t) = 0$ . Na vstup řízené soustavy začne působit porucha  $d_i$  s omezenou energií  $\|d_i\|_2 < 1$ . Určete k jakému maximálnímu kolísání hladiny  $H_2$  od požadovaného stavu může dojít.
4. Určete signály  $n(t)$  a  $d(t)$ , kde  $\|n(t)\|_\infty < 1$ ,  $\|d(t)\|_\infty < 1$ , které jsou zpětnovazební smyčkou nejvíce zesíleny ve smyslu
  - (a) maximální hodnoty signálu,
  - (b) energie signálu.

Určete hodnoty těchto zesílení.

*Poznámka:* K řešení využijte libovolné prostředky Matlabu/Simulinku, Robust Control Toolbox, Symbolic Toolbox, webový applet "PID Control Laboratory".

# Obsah

<b>1</b>	<b>Řešení - Model neurčitosti</b>	<b>5</b>
1.1	První úkol . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Určení linearizovaného stavového modelu</b>	<b>5</b>
2.1	Proměnné výšky hladin . . . . .	5
2.2	Druhý úkol . . . . .	6
2.2.1	Konstantní průtoky - mění se hladina . . . . .	6
2.2.2	Konstantní hladina - mění se průtoky . . . . .	6
2.3	Třetí úkol . . . . .	7
2.3.1	Určení numerické neurčitosti . . . . .	7
2.3.2	Definování modelu s pertrubacemi, nominální model, váhová funkce . . . . .	7
2.4	Čtvrtý úkol . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Řešení - Návrh regulátoru</b>	<b>7</b>
3.1	První úkol . . . . .	7
3.1.1	Vnitřní stabilita uzavřené smyčky (Nquistovo kritérium) . . . . .	7
3.1.2	Robustnost ve stabilitě . . . . .	7
3.1.3	Podmínka útlumu komplementární citlivostní funkce . . . . .	7
3.1.4	Energie šumu omezená. . . . .	7
3.2	Druhý úkol . . . . .	7
3.3	Třetí úkol . . . . .	7
3.4	Čtvrtý úkol . . . . .	7

# 1 Řešení - Model neurčitosti

## 1.1 První úkol

Výpočet ustáleného stavu.

## 2 Určení linearizovaného stavového modelu

### 2.1 Proměnné výšky hladin

Máme konstantní přítok  $Q_1 = Q_{10} = 1.5 \cdot 10^{-4} m^3 s^{-1}$ , přičemž víme, že:

$$\begin{bmatrix} \frac{dV_1}{dt} \\ \frac{dV_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 - Q_p \\ Q_p - Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 - c_p S_p v_p \\ c_p S_p v_p - c_2 S_2 v_2 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Z Bernoulliho zákona pak odvodíme:

$$\begin{bmatrix} v_p \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2g \cdot (H_1 - H_2)} \\ \sqrt{2g \cdot (H_2)} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Daný systém popisují diferenciální rovnice:

$$\begin{bmatrix} \frac{dH_1}{dt} \\ \frac{dH_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{S} \cdot Q_1 - \frac{S_p C_p}{S} \cdot \sqrt{2g \cdot (H_1 - H_2)} \\ \frac{S_p C_p}{S} \cdot \sqrt{2g \cdot (H_1 - H_2)} - \frac{S_2 C_2}{S} \cdot \sqrt{2g \cdot H_2} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Zavedením  $x_1(t) = H_1(t)$ ;  $x_2(t) = H_2(t)$ ;  $u(t) = Q_1(t)$  získáme

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{S} \cdot u - \frac{S_p C_p}{S} \cdot \sqrt{2g \cdot (x_1 - x_2)} \\ \frac{S_p C_p}{S} \cdot \sqrt{2g \cdot (x_1 - x_2)} - \frac{S_2 C_2}{S} \cdot \sqrt{2g \cdot x_2} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Za předpokladu neměnicích se hladin  $H_1$  a  $H_2$  budou obě derivace nulové. Položíme je tedy nulou a díky tomu získáme požadované nastavení přepouštěcího ventilu  $S_p$  a výtokového ventilu  $S_2$ :

$$\begin{bmatrix} S_p \\ S_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.2864 \cdot 10^{-5} \\ 1.2620 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

## 2.2 Druhý úkol

Linearizace ve dvou pracovních bodech.

### 2.2.1 Konstantní průtoky - mění se hladina

Nejdříve si zavedeme značení:

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1(t) \\ H_2(t) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Chování těchto stavových proměnných je popsáno rovnicí 4. My chceme získat linearizovaný stavový model, a to ve tvaru:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (7)$$

$$y(t) = Cx(t). \quad (8)$$

Pro systém popsáný rovnicí 4 budou parametry linearizovaného stavového modelu, provedeme-li klasickou linearizaci, mít následující podobu:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{C_p S_p \sqrt{2g}}{2 \cdot S \sqrt{(H_1 - H_2)}} & \frac{C_p S_p \sqrt{2g}}{2 \cdot S \sqrt{(H_1 - H_2)}} \\ \frac{C_p S_p \sqrt{2g}}{2 \cdot S \sqrt{(H_1 - H_2)}} & -\frac{C_p S_p \sqrt{2g}}{2 \cdot S \sqrt{(H_1 - H_2)}} - \frac{C_2 S_2 g}{S \sqrt{(2 \cdot g \cdot H_2)}} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{S} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Parametry modelu pro konstantní přítok  $Q_1 = Q_{10} = 1.5 \cdot 10^{-4} m^3 s^{-1}$ :

$$A = \begin{bmatrix} -0.05 & 0.05 \\ 0.05 & -0.2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 400 \\ 0 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Parametry modelu pro zvýšený přítok  $Q_{20} = Q_{10} \cdot 1.2 = 1.8 \cdot 10^{-4} m^3 s^{-1}$ :

$$A = \begin{bmatrix} -0.06 & 0.06 \\ 0.06 & -0.24 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 400 \\ 0 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

### 2.2.2 Konstantní hladina - mění se průtoky

V tomto případě budeme usilovat o to, aby se hladiny neměnily. Bude tedy platit:

$$\begin{bmatrix} H_1(t) \\ H_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{10} \\ H_{20} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Naopak budeme měnit nastavení ventilů.

## **2.3 Třetí úkol**

Přenos systému, nyquist asi, oba pracovní body, neurčitost.

### **2.3.1 Určení numerické neurčitosti**

### **2.3.2 Definování modelu s pertrubacemi, nominální model, váhová funkce**

## **2.4 Čtvrtý úkol**

Porovnání neurčitostí z 2.2.1 a 2.2.2.

# **3 Řešení - Návrh regulátoru**

## **3.1 První úkol**

Parametry PI regulátoru. Nejsem si jistý jestli tady jde o subukoly nebo jenom podmínky pro jeden úkol.

### **3.1.1 Vnitřní stabilita uzavřené smyčky (Nyquistovo kritérium)**

### **3.1.2 Robustnost ve stabilitě**

### **3.1.3 Podmínka útlumu komplementární citlivostní funkce**

### **3.1.4 Energie šumu omezená.**

## **3.2 Druhý úkol**

Harmonické poruchy.

## **3.3 Třetí úkol**

Maximální kolísání hladiny.

## **3.4 Čtvrtý úkol**

Určení hodnoty nějakých signálů.