



Západočeská univerzita v Plzni

Fakulta aplikovaných věd

Katedra kybernetiky

KKY/AŘ

Řízení hladin spojených nádob

KATEDRA
KYBERNETIKY

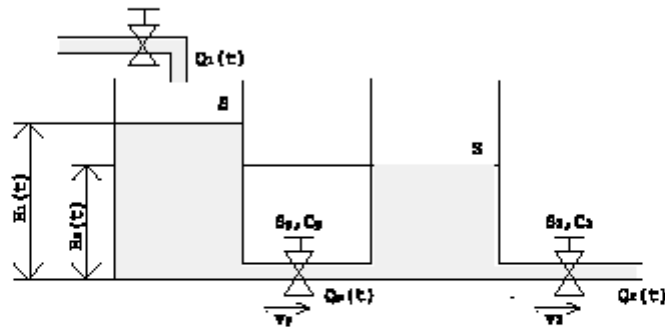


OBSAH

1. Zadání	2
2. Model neurčitosti	4
2.1 Model spojených nádob	4
2.1.1. Odvození rovnic modelu spojených nádob	4
2.2 Linearizovaný stavový model	5
2.2.1. Nastavení ventilů konstantní, mění se výška hladin (A)	5
2.2.2. Výška hladin konstantní, mění se nastavení ventilů (B)	7
2.3 Přenos systému a jeho neurčitost	8
2.3.1. Přenos $Q1(t) \rightarrow H2(t)$ pro případ A	9
2.3.2. Přenos $Q1(t) \rightarrow H2(t)$ pro případ B	10
2.3.3. Charitonovy polynomy	12
2.3.4. Numericky skutečná neurčitost	12
2.3.5. Definice modelu neurčitosti	13
2.4 Porovnání velikostí neurčitostí	16
3. Návrh regulátoru	17
3.1 Návrh parametrů PI regulátoru	18
3.1.1. Vnitřní stabilita	19
3.1.2. Robustnost ve stabilitě	21
3.1.3. Omezená šířka pásma	22
3.1.4. Energie šumu měření	22
3.2 Zatížení senzoru hladiny a výstupu soustavy šumem	23
3.3 Působení poruchy di	25
3.4 Zesilování externích signálů	26
3.4.1. Zesílení signálů ve smyslu maximální hodnoty	27
3.4.2. Zesílení signálů dle energie	28
4. Závěr	29
4.1 Model neurčitosti	29
4.2 Návrh regulátoru	29

1. ZADÁNÍ

AUTOMATICKÉ ŘÍZENÍ- ZADÁNÍ REFERÁTU



I. Model neurčitosti

- Při konstantním přítoku $Q_{10} = 1.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ vypočtete potřebné nastavení přepouštěcího ventilu S_p a výtokového ventilu S_2 tak, aby výšky hladin v nádobách při ustáleném stavu byly $H_{10} = \quad \text{m}$ a $H_{20} = \quad \text{m}$ (tzv. pracovní bod). Hodnoty známých parametrů: $S = 25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ (plocha dna nádob), $c_p = c_2 = 0.6$
- Určete linearizovaný stavový model v daném pracovním bodě a v pracovním bodě, který by odpovídal 20% zvýšení přítoku Q_{10} .
 - Nastavení přepouštěcích ventilů S_p , S_2 zůstane stejné, se zvyšujícím se přítokem Q_1 se mění výšky hladin H_1 a H_2 .
 - Spolu se zvyšujícím se přítokem Q_1 se mění nastavení ventilů S_p a S_2 tak, aby výška hladin zůstala konstantní, tedy $H_1(t) = H_{10}$, $H_2(t) = H_{20}$.
- Určete přenos systému $Q_1(t) \rightarrow H_2(t)$ v závislosti na výšce hladiny H_1 a H_2 (případ 2A) či nastavení ventilu S_p , S_2 (případ 2B). Znázorněte pro oba případy v komplexní rovině neurčitost přenosu za předpokladu, že skutečný pracovní bod je libovolně mezi původním pracovním bodem a pracovním bodem při 20 % zvýšeném přítoku.
 - Využijte Charitonovy polynomy
 - Určete numericky skutečnou neurčitost danou intervalem pro výšky hladin H_1 , H_2 (resp. S_p , S_2) a přítok Q_1 .
 - Definujte model neurčitosti pomocí vhodně zvoleného modelu perturbací, nominálního modelu P_0 a váhové funkce $W(s)$, tak aby velikost neurčitosti byla minimální a přesto pokrývala skutečnou neurčitost získanou v bodě (b).

Pro zobrazení neurčitosti použijte 10 frekvencí $\omega_1, \dots, \omega_{10}$, které pokryjí fázové zpoždění $(0, \pi)$ fázové frekvenční charakteristiky procesu.
- Porovnejte velikosti obou neurčitostí (2A a 2B).

II. Návrh regulátoru

Dále předpokládejte, že přítok $Q_1(t)$ je realizován vodním čerpadlem, které je poháněno stejnosměrným motorem. Chování čerpadla budeme pro jednoduchost aproximovat systémem prvního řádu s časovou konstantou $T = 0.5\text{s}$ a statickým zesílením $K_s = Q_{10}$. Další uvažujeme PI regulátor, který řídí napětí na kotvě motoru čerpadla s cílem řídit výšku hladiny H_2 . Rovněž předpokládáme, že všechny externí signály regulační smyčky jsou rozumně malé, takže systém není příliš vychýlen ze svého pracovního bodu a může být považován za lineární.

1. Navrhnete parametry PI regulátoru s přenosem $C(s) = K(1 + \frac{1}{T_{is}})$ tak, aby byly splněny následující návrhové požadavky pro všechny systémy z modelu neurčitosti získaného v bodě 3(c), tedy pro libovolný pracovní bod, který se nachází mezi původním pracovním bodem a pracovním bodem při zvýšeném přítoku.
 - (a) Vnitřní stabilita uzavřené smyčky, ověřte analyticky i graficky (Nyquistovo kritérium)
 - (b) Robustnost ve stabilitě – maximální hodnota amplitudy citlivostní funkce $S(j\omega)$ je $M_S < 2$.
 - (c) Předpokládejte, že díky dalším nepřesnostem, šumům a nelinearitám je dostupná šířka pásma omezená na $\Omega_a = 10$ [rad/s]. Útlum komplementární citlivostní funkce $T(j\omega)$ na frekvenci Ω_a musí být alespoň -10 dB.
 - (d) Zajistěte, aby energie libovolného šumu měření $n(t)$ nebyla zesílena více než 1.5 krát
2. Předpokládejte, že měření, tedy senzor hladiny H_2 , je zatížen harmonickým šumem $n(t)$ s frekvencí 50Hz a výstup soustavy omezenou harmonickou poruchou $d(t)$ s frekvencí 0.1Hz. Ověřte, zda žádný z těchto signálů není na výstupu systému (tedy $H_2(t)$) smyčkou s navrženým PI regulátorem zesílen.
3. Předpokládejte, že je systém v rovnovážném stavu a $e(t) = 0$. Na vstup řízené soustavy začne působit porucha d_i s omezenou energií $\|d_i\|_2 < 1$. Určete k jakému maximálnímu kolísání hladiny H_2 od požadovaného stavu může dojít.
4. Určete signály $n(t)$ a $d(t)$, kde $\|n(t)\|_\infty < 1$, $\|d(t)\|_\infty < 1$, které jsou zpětnovazební smyčkou nejvíce zesíleny ve smyslu
 - (a) maximální hodnoty signálu,
 - (b) energie signálu.

Určete hodnoty těchto zesílení.

Poznámka: K řešení využijte libovolné prostředky Matlabu/Simulinku, Robust Control Toolbox, Symbolic Toolbox, webový applet "PID Control Laboratory".

AŘ 2013/2014

KKY

2. MODEL NEURČITOSTI

V této části práce popíšeme konstrukční provedení reálného modelu spojených nádob, provedeme linearizaci a určíme neurčitost. Neurčitost nakonec zavedeme do linearizovaného modelu, získáme tak věrohodnější popis reálného chování spojených nádob.

2.1 Model spojených nádob

Uvažujeme konstantní průtok $Q_{10} = 1.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$. Výška hladin v ustáleném stavu $H_{10} = 0.5 \text{ m}$ a $H_{20} = 0.3 \text{ m}$ (tj. pracovní bod). Průřez dna válců spojených nádob $S = 25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$. Konstanty přepouštěcího a výtokového ventilů $c_p = c_2 = 0.6$.

Úkolem je určit potřebné nastavení přepouštěcího ventilů S_p a výtokového ventilu S_2 tak, aby se hladiny ustálily v pracovním bodě.

2.1.1. Odvození rovnic modelu spojených nádob

Časové změny objemu tekutiny ve spojených nádobách

$$\begin{aligned}\frac{dV_1(t)}{dt} &= S \frac{dH_1(t)}{dt} = Q_1(t) - Q_p(t) \\ \frac{dV_2(t)}{dt} &= S \frac{dH_2(t)}{dt} = Q_p(t) - Q_2(t)\end{aligned}$$

Vyjádření jednotlivých průtoků

$$Q_p(t) = c_p S_p V_p(t) \qquad Q_2(t) = c_2 S_2 V_2(t)$$

Určení rychlostí proudění

$$\begin{aligned}p_0 + \rho g H_1(t) &= p_0 + \rho g H_2(t) + \frac{1}{2} \rho V_p^2(t) \Rightarrow V_p(t) = \sqrt{2g(H_1(t) - H_2(t))} \\ p_0 + \rho g H_2(t) &= p_0 + \frac{1}{2} \rho V_2^2(t) \Rightarrow V_2(t) = \sqrt{2gH_2(t)}\end{aligned}$$

Spojené nádoby – systém

$$\begin{aligned}\frac{dH_1(t)}{dt} &= -\frac{1}{S} c_p S_p \sqrt{2g(H_1(t) - H_2(t))} + \frac{1}{S} Q_1(t) \\ \frac{dH_2(t)}{dt} &= \frac{1}{S} c_p S_p \sqrt{2g(H_1(t) - H_2(t))} - \frac{1}{S} c_2 S_2 \sqrt{2gH_2(t)} \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1(t) \\ H_2(t) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Ustálený stav (pracovní bod)

$$\begin{aligned}0 &= -\frac{1}{S} c_p S_p \sqrt{2g(H_{10} - H_{20})} + \frac{1}{S} Q_{10} \\0 &= \frac{1}{S} c_p S_p \sqrt{2g(H_{10} - H_{20})} - \frac{1}{S} c_2 S_2 \sqrt{2gH_{20}}\end{aligned}$$

Výsledné vztahy

$$\begin{aligned}S_p &= \frac{Q_{10}}{c_p \sqrt{2g(H_{10} - H_{20})}} = 1.2620e - 04 \text{ m}^2 \\S_2 &= \frac{c_p S_p \sqrt{2g(H_{10} - H_{20})}}{c_2 \sqrt{2gH_{20}}} = 1.0305e - 04 \text{ m}^2\end{aligned}$$

2.2 Linearizovaný stavový model

Určíme linearizovaný stavový model v daném pracovním bodě a v pracovním bodě odpovídající 20% zvýšení přítoku Q_{10} .

2.2.1. Nastavení ventilů konstantní, mění se výška hladin (A)

Nastavení přepouštěcího a výtokového ventilu zůstanou stejné (hodnoty průřezů vypočítány v části 2.1.1.), se zvyšujícím se přítokem Q_1 se budou měnit výšky hladin H_1, H_2 .

Rovnice, ze kterých budeme vycházet

$$\begin{aligned}\frac{dH_1(t)}{dt} &= -\frac{1}{S} c_p S_p \sqrt{2g(H_1(t) - H_2(t))} + \frac{1}{S} Q_1(t) \\ \frac{dH_2(t)}{dt} &= \frac{1}{S} c_p S_p \sqrt{2g(H_1(t) - H_2(t))} - \frac{1}{S} c_2 S_2 \sqrt{2gH_2(t)} \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1(t) \\ H_2(t) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Stavové proměnné, výstup

$$\begin{aligned}X_1 &= H_1 \\ X_2 &= H_2 \\ u &= Q_1\end{aligned}$$

Abychom si práci a odvozování usnadnili, využijeme symbolického počtu v Matlabu, který nám vypočte složité parciální derivace potřebné pro linearizaci modelu spojených nádob. Ventily (přepouštěcí a výtokový) nastavíme na hodnoty odvozené v kapitole 2.1.1.. Linearizaci provedeme pro přítok $Q_1 = Q_{10}$ a pro přítok o 20% vyšší tj. $Q_1 = 1.2 \cdot Q_{10}$.

Symbolická linearizace v Matlabu

```
syms H1 H2 k1 k2 Sp S2 Q S cp c2 g;

% pomocné symbolické proměnné
k1 = (1/S)*cp*Sp*sqrt(2*g);
k2 = (1/S)*c2*S2*sqrt(2*g);

% DEFINICE nelineárních rovnic, vstupy výstupy      dx = f(x,u)   y = g(x,u)
f = [ -k1*sqrt(H1-H2) + 1/S*Q;                    % f = [dH1; dH2]
      k1*sqrt(H1-H2) - k2*sqrt(H2) ];
x = [H1; H2];
u = Q;

% linearizace
A = jacobian(f, x);
B = diff(f, u);
C = [1 0; 0 1];

% dosazení známých konstant
g = 9.81;
S = 25*10^-4;
cp = 0.6;
c2 = 0.6;

% dosazení PRACOVNÍHO BODU
Sp = Sp0;
S2 = S20;

% výpočet výšky hladin
Q = Qv;
fnum = eval(f);
[H1, H2] = solve(fnum);

% hladina v pracovním bodě
H1 = eval(H1);
H2 = eval(H2);

%převod na systém
A = eval(A);
B = eval(B);
P = ss(A,B,C,0);
```

Výsledné linearizované stavové modely

- Linearizovaný model pro přítok $Q_1 = Q_{10}$, hladiny: $H_1 = 0.5 \text{ m}, H_2 = 0.3 \text{ m}$

$$\begin{aligned}\dot{X} &= \begin{bmatrix} -0.15 & 0.15 \\ 0.15 & -0.25 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 400 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} X\end{aligned}$$

- Linearizovaný model pro přítok $Q_1 = 1.2 \cdot Q_{10}$, hladiny: $H_1 = 0.72 \text{ m}, H_2 = 0.432 \text{ m}$

$$\begin{aligned}\dot{X} &= \begin{bmatrix} -0.125 & 0.125 \\ 0.125 & -0.2083 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 400 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} X\end{aligned}$$

2.2.2. Výška hladin konstantní, mění se nastavení ventilů (B)

Spolu se zvyšujícím se přítokem Q_1 se mění nastavení ventilů S_p, S_2 tak, aby výšky hladin zůstaly konstantní tj. $H_1(t) = H_{10}, H_2(t) = H_{20}$.

Rovnice, ze kterých budeme vycházet

$$\begin{aligned}\frac{dH_1(t)}{dt} &= -\frac{1}{S} c_p S_p \sqrt{2g(H_1(t) - H_2(t))} + \frac{1}{S} Q_1(t) \\ \frac{dH_2(t)}{dt} &= \frac{1}{S} c_p S_p \sqrt{2g(H_1(t) - H_2(t))} - \frac{1}{S} c_2 S_2 \sqrt{2gH_2(t)} \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1(t) \\ H_2(t) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Stavové proměnné, výstup

$$X_1 = H_1$$

$$X_2 = H_2$$

$$u = Q_1$$

Opět si práci ulehčíme pomocí symbolických výpočtů v matlabu, jako v předchozím případě. Požadavkem této linearizace je udržet konstantní hladinu tj. se zvyšujícím se přítokem se mění nastavení přepouštěcího a výtokového ventilu S_p, S_2 . Linearizaci provedeme pro přítok $Q_1 = Q_{10}$ a pro přítok o 20% vyšší $Q_1 = 1.2 \cdot Q_{10}$ a zapíšeme nastavení ventilů.

Symbolická linearizace v Matlabu

```
syms H1 H2 k1 k2 Sp S2 Q S cp c2 g;  
  
% pomocné symbolické proměnné  
k1 = (1/S)*cp*Sp*sqrt(2*g);  
k2 = (1/S)*c2*S2*sqrt(2*g);  
  
% DEFINICE nelineárních rovnic, vstupy výstupy      dx = f(x,u)   y = g(x,u)  
f = [ -k1*sqrt(H1-H2) + 1/S*Q;                    % f = [dH1; dH2]  
      k1*sqrt(H1-H2) - k2*sqrt(H2) ];  
x = [H1; H2];  
u = Q;  
  
% linearizace  
A = jacobian(f, x);  
B = diff(f, u);  
C = [1 0; 0 1];  
  
% dosazení známých konstant  
g = 9.81;  
S = 25*10^-4;  
cp = 0.6;  
c2 = 0.6;  
  
% dosazení PRACOVNÍHO BODU  
H1 = H10;  
H2 = H20;  
% výpočet nastavení ventilů  
Q = Qv;
```



```

fnum = eval(f);
[S2, Sp] = solve(fnum);

% nastavení ventilů v pracovním bodě
Sp = eval(Sp);
S2 = eval(S2);

%převod na systém
A = eval(A);
B = eval(B);
P = ss(A,B,C,0);

```

Výsledné linearizované stavové modely

- Linearizovaný model pro přítok $Q_1 = Q_{10}$, nastavení ventilů:

$$\begin{aligned}
 S_p &= 1.2620e - 04 \text{ m}^2 \\
 S_2 &= 1.0305e - 04 \text{ m}^2 \\
 \dot{X} &= \begin{bmatrix} -0.15 & 0.15 \\ 0.15 & -0.25 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 400 \\ 0 \end{bmatrix} u \\
 y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} X
 \end{aligned}$$

- Linearizovaný model pro přítok $Q_1 = 1.2 \cdot Q_{10}$, nastavení ventilů:

$$\begin{aligned}
 S_p &= 1.5145e - 04 \text{ m}^2 \\
 S_2 &= 1.2365e - 04 \text{ m}^2 \\
 \dot{X} &= \begin{bmatrix} -0.18 & 0.18 \\ 0.18 & -0.3 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 400 \\ 0 \end{bmatrix} u \\
 y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} X
 \end{aligned}$$

2.3 Přenos systému a jeho neurčitost

Určíme přenos systému $Q_1(t) \rightarrow H_2(t)$ v závislosti na výšce hladiny H_1 a H_2 (případ A popsáný v kapitole 2.2.1.) nebo nastavení ventilů S_p, S_2 (případ B popsáný v kapitole 2.2.2.). Znázorníme pro oba případy v komplexní rovině neurčitost přenosu za předpokladu, že skutečný pracovní bod je libovolně mezi původním pracovním bodem a pracovním bodem při 20% zvýšení přítoku. Pro zobrazení neurčitosti použijeme 10 frekvencí $\omega_1 \dots \omega_{10}$, které pokryjí fázové zpoždění $(0, \pi)$ fázově frekvenční charakteristiky přenosu.

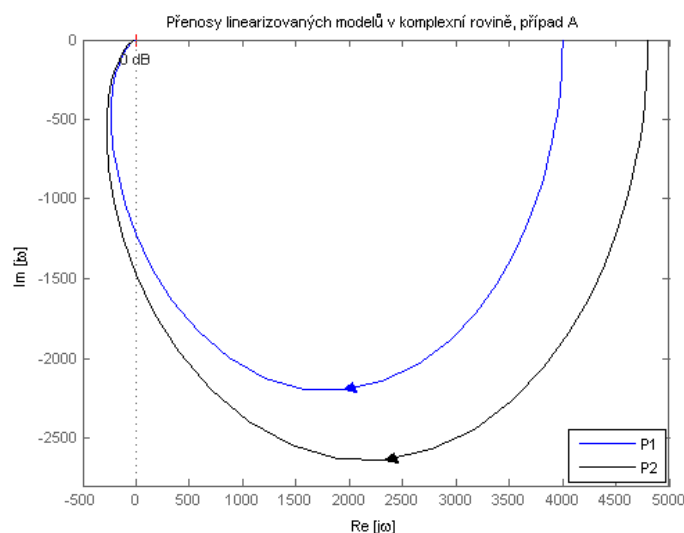
Určení přenosu a znázornění v komplexní rovině

Přenos systému určíme z linearizovaného modelu spojených nádob pro zvolený pracovní bod. Použijeme stavové modely vypočítané v kapitole 2.2.1. a 2.2.2. a převedeme je na přenosy. Tyto přenosy vykreslíme do společné komplexní roviny.

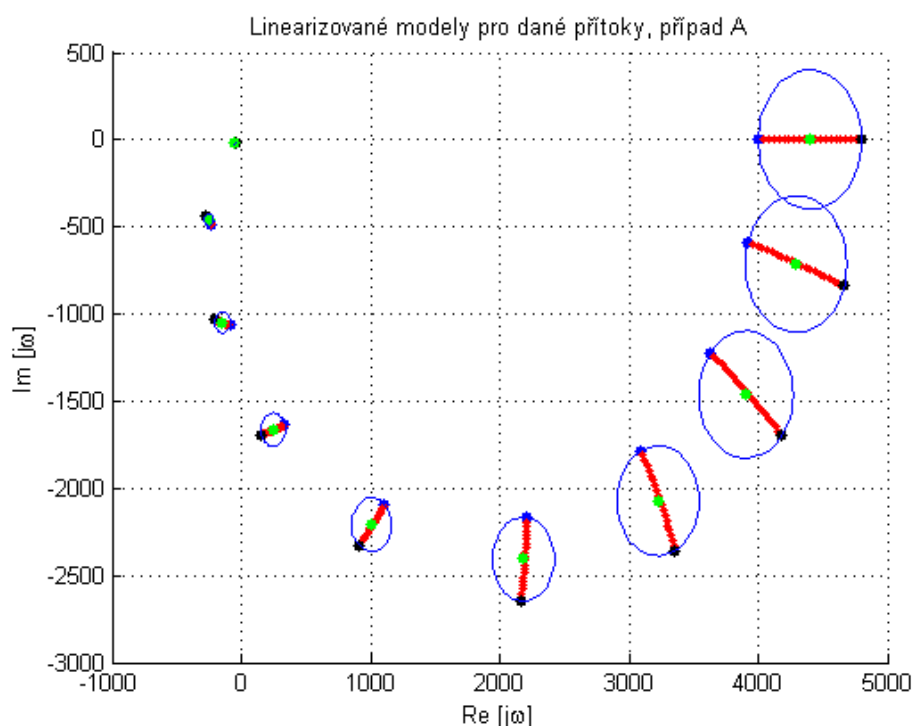
2.3.1. Přenos $Q_1(t) \rightarrow H_2(t)$ pro případ A

Přenos vypočítáme pomocí funkcí v Matlabu. Přenos $P_1(s)$ charakterizuje linearizovaný systém s přítokem $Q_1 = Q_{10}$. Přenos $P_2(s)$ charakterizuje systém s přítokem $Q_1 = 1.2 \cdot Q_{10}$. Hodnoty konstant jsou ekvivalentní s hodnotami v kapitole 2.2.1..

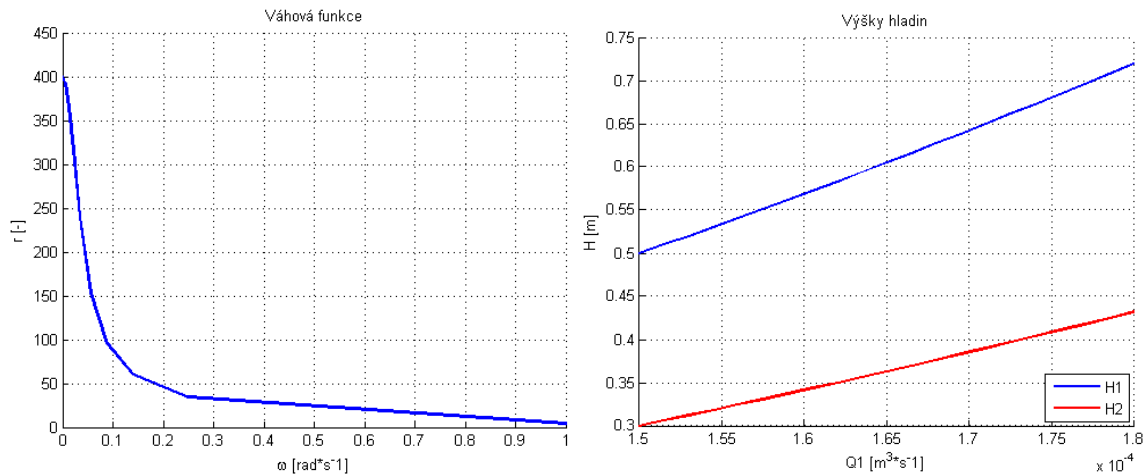
$$P_1(s) = \frac{60}{s^2 + 0.4s + 0.015} \quad P_2(s) = \frac{50}{s^2 + 0.3333s + 0.01042}$$



Abychom lépe popsali neurčitost modelu spojených nádob, sestojíme co nejvíce linearizací modelu s přítokem v rozmezí $Q_1 \in \langle Q_{10}, \dots, 1.2 \cdot Q_{10} \rangle$. Vypočítané přenosy vykreslíme do společné komplexní roviny. Pro lepší znázornění neurčitosti vybereme 10 frekvencí a jejich realizace v komplexní rovině vykreslíme.



Zobrazená komplexní rovina popisuje linearizovaný model spojených nádob a její neurčitost. Neurčitost je v tomto případě vyobrazena modrými kružnicemi se zeleným středem. Uvažujeme, že bod dané frekvence ω se může nacházet uvnitř dané kružnice. Nominální přenos systému budeme považovat ten, jehož frekvenční charakteristika probíhá zelenými body tj. středy kružnic.

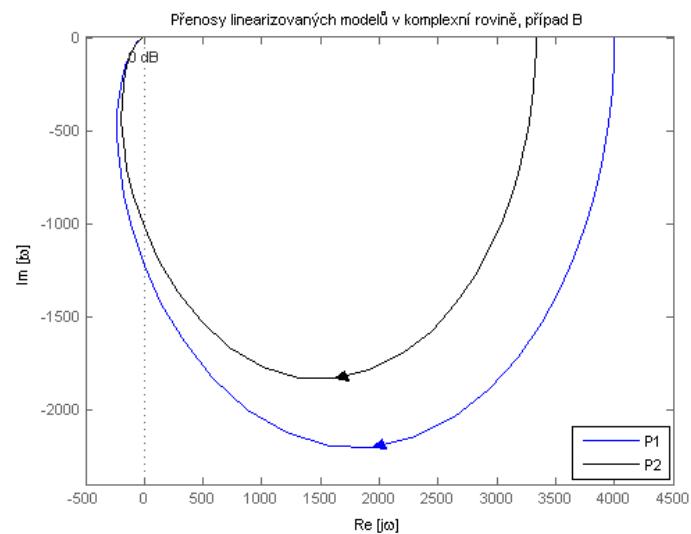


Váhová funkce zobrazuje změnu poloměru kružnic v závislosti na zvolené frekvenci ω . Graf napravo popisuje výšky hladin v závislosti na přítoku Q_1 .

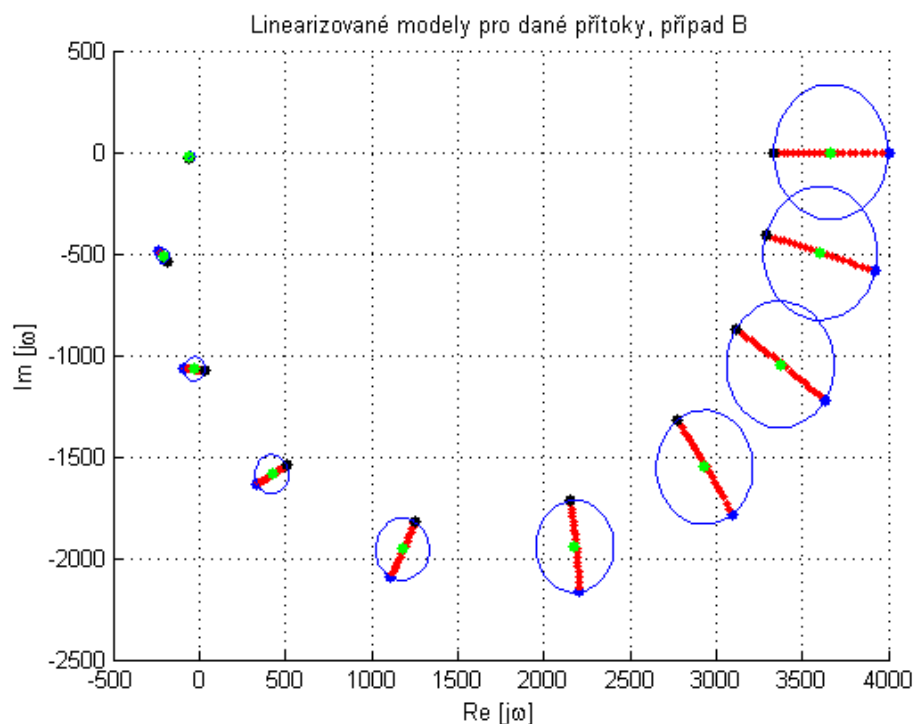
2.3.2. Přenos $Q_1(t) \rightarrow H_2(t)$ pro případ B

Přenos vypočítáme pomocí funkcí v Matlabu. Přenos $P_1(s)$ charakterizuje linearizovaný systém s přítokem $Q_1 = Q_{10}$. Přenos $P_2(s)$ charakterizuje systém s přítokem $Q_1 = 1.2 \cdot Q_{10}$. Hodnoty konstant jsou ekvivalentní s hodnotami v kapitole 2.2.2..

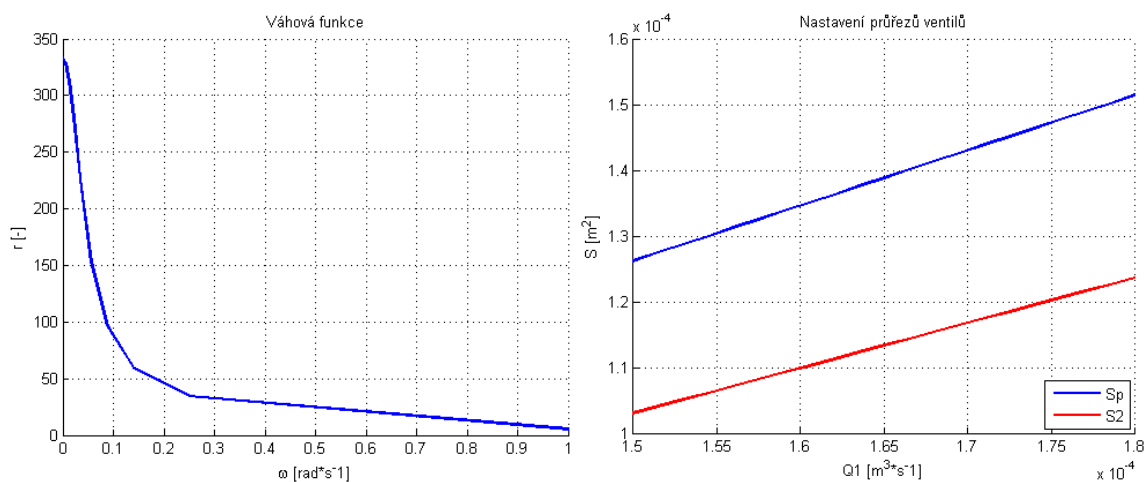
$$P_1(s) = \frac{60}{s^2 + 0.4s + 0.015} \quad P_2(s) = \frac{72}{s^2 + 0.48s + 0.0216}$$



Provedeme stejné operace jako v kapitole 2.3.1. a získáme tak linearizovaný model s neurčitostí.



Vyobrazené průběhy mají stejný charakter jako průběhy v kapitole 2.3.1., akorát je frekvenční charakteristika počátečního přenosu $P_1(s)$ ve vnější části. V kapitole 2.3.1. je frekvenční charakteristika počátečního přenosu uvnitř.



Váhová funkce opět popisuje změnu poloměrů kružnic neurčitosti v závislosti na zvolené frekvenci. V pravé části je umístěn graf popisující nastavení Přepouštěcího a výtokového ventilu v závislosti na vstupním průtoku.

2.3.3. Charitonovy polynomy

Pomocí Charitonovo polynomů graficky určíme neurčitost modelu spojených nádob. Abychom však mohli neurčitost vypočítat, musíme si zvolit tzv. intervalový polynom, který se složen z charakteristických rovnic přenosu při $Q_1 = Q_{10}$ a z přenosu při $Q_1 = 1.2 \cdot Q_{10}$. Intervalový polynom sestavíme pro případ A i B.

Intervalové polynomy linearizovaných modelů pro případ A a B

$$p_A(s, q) = [0.015; 0.01042] + [0.4; 0.3333]s + [1; 1]s^2$$

$$p_B(s, q) = [0.015; 0.0216] + [0.4; 0.48]s + [1; 1]s^2$$

Tyto dva intervalové polynomy použijeme pro stanovení Charitonovo polynomů.

Stanovení Charitonovo polynomů

$$K_{1A}(s) = 0.015 + 0.4s + s^2$$

$$K_{2A}(s) = 0.01042 + 0.3333s + s^2$$

$$K_{3A}(s) = 0.01042 + 0.4s + s^2$$

$$K_{4A}(s) = 0.015 + 0.3333s + s^2$$

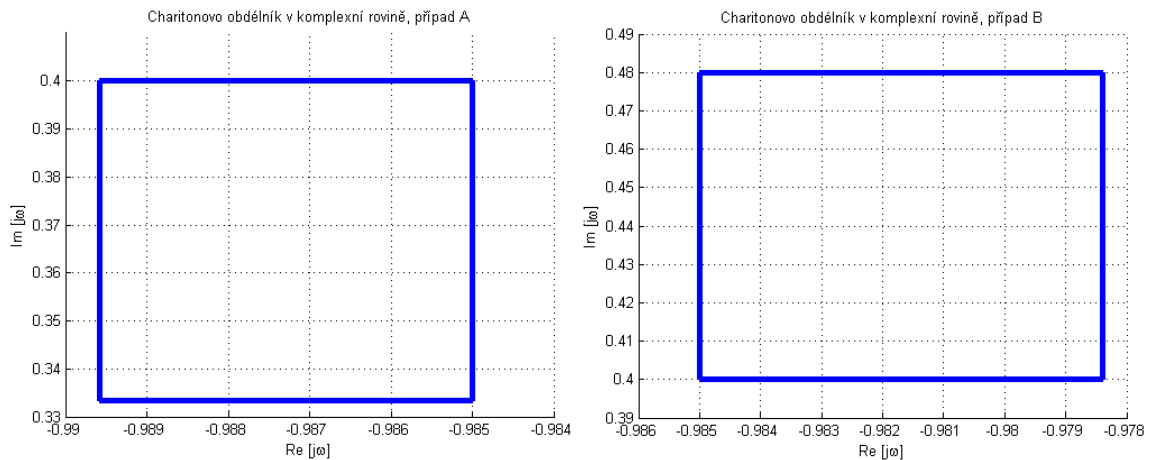
$$K_{1B}(s) = 0.015 + 0.4s + s^2$$

$$K_{2B}(s) = 0.0216 + 0.48s + s^2$$

$$K_{3B}(s) = 0.0216 + 0.4s + s^2$$

$$K_{4B}(s) = 0.015 + 0.48s + s^2$$

Vykreslení Charitonovo obdélníků



Charitonovy polynomy leží ve vrcholech těchto obdélníků. Tyto obdélníky popisují neurčitost mezi použitými přenosy tj. výsledný přenos (reprezentovaný jedním bodem v komplexní rovině) se pohybuje uvnitř daného obdélníka. Obdélníky jsou vykresleny pro frekvenci $\omega = 1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

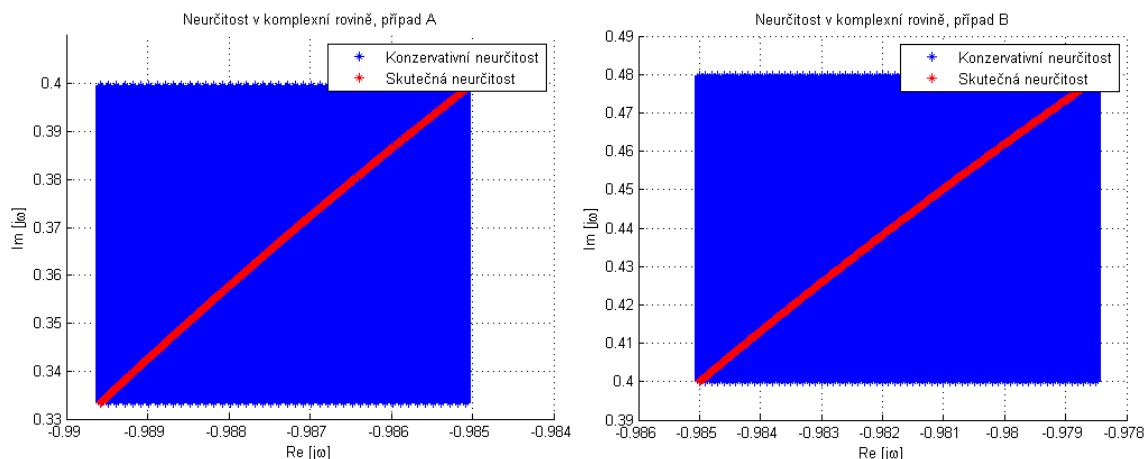
2.3.4. Numericky skutečná neurčitost

Abychom lépe popsali neurčitost modelu spojených nádob, určíme numericky skutečnou neurčitost pro případ A i B. Neurčitosti graficky znázorníme a porovnáme s Charitonovo obdélníky. V tomto případě opět použijeme frekvenci $\omega = 1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

Za konstanty a_0, a_1 charakteristického polynomu budeme postupně dosazovat čísla, která se nachází v intervalech $\langle a_0(\min) \dots a_0(\max) \rangle, \langle a_1(\min) \dots a_1(\max) \rangle$.

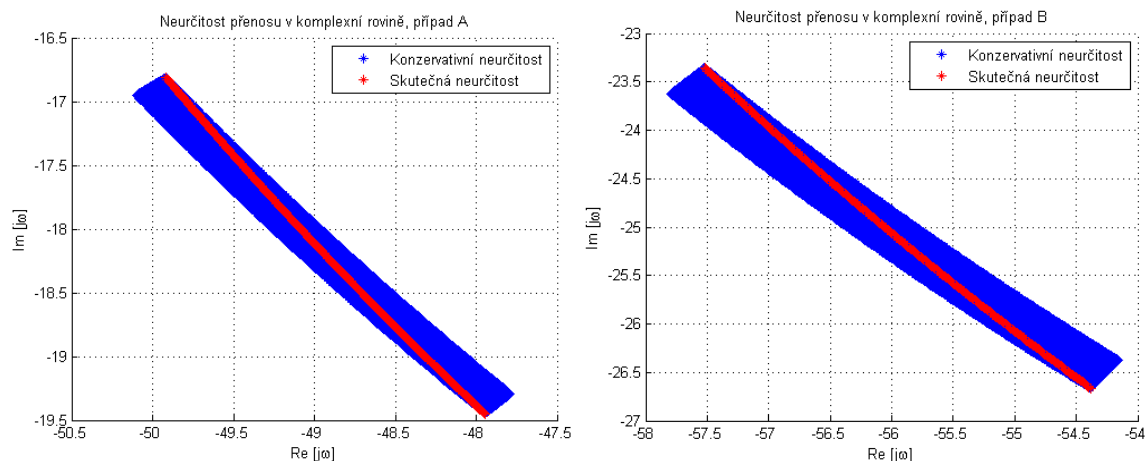
Tyto intervaly získáme z přenosů v případech A i B. Numerickou neurčitost vypočítáme samostatně pro příklad A i B. Z charakteristických polynomů nakonec sestavíme přenosy (převod do zlomku s přidáním čitatele), konstantu čitatele nastavíme jako průměr této konstanty při $Q_1 = Q_{10}$ a při $Q_1 = 1.2 \cdot Q_{10}$.

Numerická neurčitost v komplexní rovině



Skutečná neurčitost je zobrazena červenou barvou a jak je vidět zabírá relativně malou část konzervativní neurčitosti. Konzervativní neurčitost je shodná s neurčitostí popsanou Charitonovými polynomy. Budeme se proto soustředit na skutečnou neurčitost.

Numerické neurčitost v podobě přenosu



Grafy zobrazují skutečnou neurčitost přenosu červenou barvou.

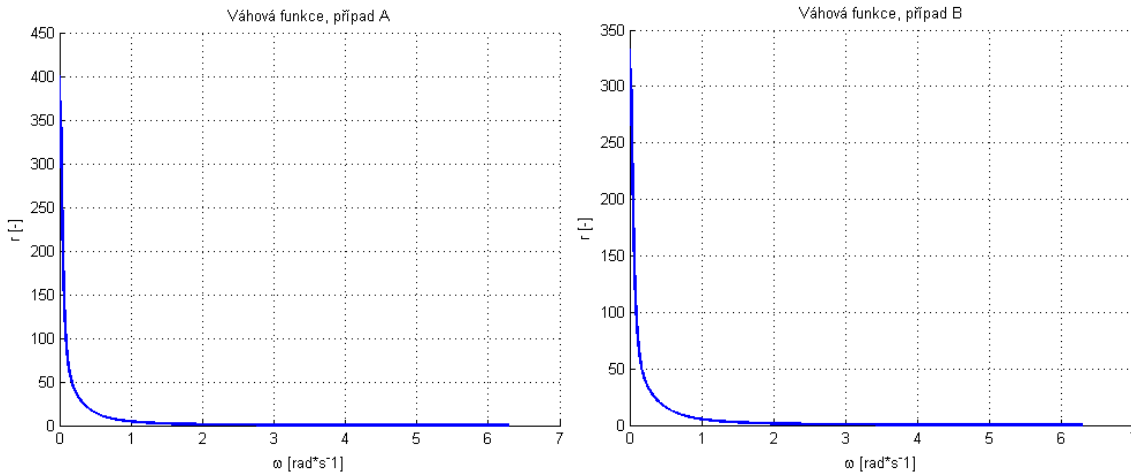
2.3.5. Definice modelu neurčitosti

Definujeme model neurčitosti pomocí vhodně zvolené metody perturbací, nominálního modelu $P_0(s)$ a váhové funkce $W(s)$, tak aby velikost neurčitosti byla minimální a přesto pokrývala skutečnou neurčitost získanou v kapitole 2.3.4.. Model neurčitosti sestavíme pro oba případy tj. A i B. Pokud se zaměříme na chování neurčitosti, zjistíme, že se jedná o nestrukturální neurčitost aditivního typu, která je popsána následujícím vztahem.

$$P = P_0 + W\Delta = P_0 \left(1 + \frac{W}{P_0} \Delta \right) = P_0(1 + W_m \Delta) \quad W_m = \frac{W}{P_0}$$

- P_0 nominální přenos
- W váhová funkce
- Δ neurčitost, požadavek $\|\Delta\|_\infty \leq 1, -1 \leq \Delta \leq 1$

Tento typ neurčitosti je popsán v kapitole 2.3.1. a 2.3.2. ve které jsme graficky znázornili aditivní perturbace. Váhovou funkci určíme jako poloměr kružnice měnící se podle frekvence.



Nominální přenos $P_0(s)$ je roven linearizovanému modelu při $Q_1 = 1.1 \cdot Q_{10}$.

Nominální přenosy pro případ A a B

$$P_{0A}(s) = \frac{54.55}{s^2 + 0.3636s + 0.0124} \quad P_{0B}(s) = \frac{66}{s^2 + 0.44s + 0.01815}$$

Zbývá nám pouze odvodit funkční závislost pro váhovou funkci W .

Určení váhové funkce pro případ A

$$\begin{aligned} P_{A1} &= P_{0A} + W_A \Delta \\ \frac{60}{s^2 + 0.4s + 0.015} &= \frac{54.55}{s^2 + 0.3636s + 0.0124} + W_A \Delta \\ W_A &= \frac{60}{s^2 + 0.4s + 0.015} - \frac{54.55}{s^2 + 0.3636s + 0.0124} = \\ &= \frac{5.45s^2 - 0.004s - 0.07425}{s^4 + 0.7636s^3 + 0.1728s^2 + 0.01041s + 0.000186} \\ W_{mA} &= \frac{W_A}{P_{0A}} = \frac{0.0999s^2 - 7.333e - 05s - 0.001361}{s^2 + 0.4s + 0.015} \end{aligned}$$

Uvěření správnosti výpočtu

$$P_{A2} = P_{0A}(1 + W_{mA}\Delta)$$

$$\begin{aligned}
P_{A2} &= \frac{54.55}{s^2 + 0.3636s + 0.0124} \left(1 - \frac{0.0999s^2 - 7.333e - 05s - 0.001361}{s^2 + 0.4s + 0.015} \right) = \\
&= \frac{49.1s^2 + 21.82s + 0.8924}{s^4 + 0.7636s^3 + 0.1728s^2 + 0.0141s + 0.000186} \triangleq \\
&\triangleq \frac{50}{s^2 + 0.3333s + 0.01042}
\end{aligned}$$

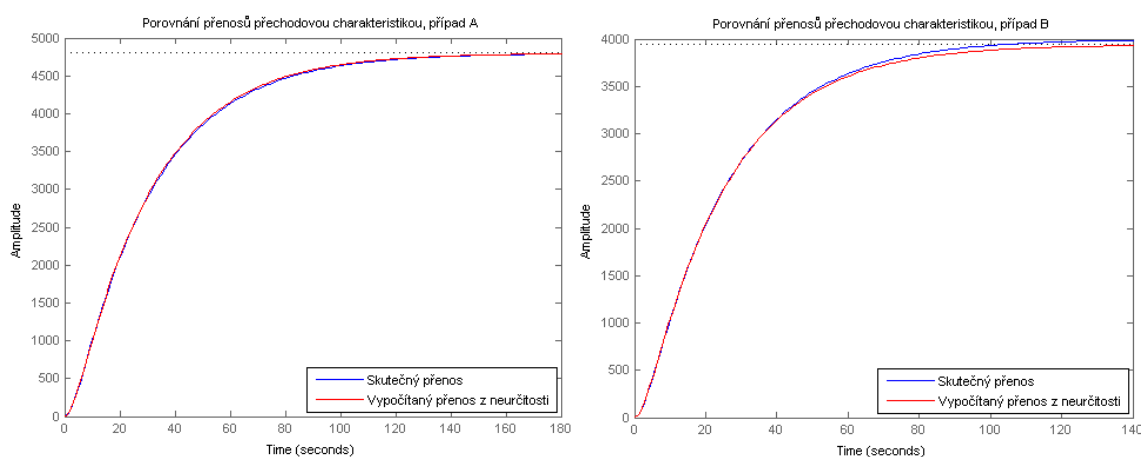
Určení váhové funkce pro případ B

$$\begin{aligned}
P_{B2} &= \frac{P_{0B} + W_B \Delta}{72} = \frac{66}{s^2 + 0.44s + 0.01815} + W_B \Delta \\
W_B &= \frac{66}{s^2 + 0.48s + 0.0216} - \frac{66}{s^2 + 0.44s + 0.01815} = \\
&= \frac{6s^2 - 0.1188}{s^4 + 0.92s^3 + 0.251s^2 + 0.01822s + 0.000392} \\
W_{mB} &= \frac{W_B}{P_{0B}} = \frac{0.0909s^2 - 5.046e - 08s - 0.0018}{s^2 + 0.48s + 0.0216}
\end{aligned}$$

Uvěření správnosti výpočtu

$$\begin{aligned}
P_{B1} &= P_{0B}(1 + W_{mB}\Delta) \\
P_{B1} &= \frac{66}{s^2 + 0.44s + 0.01815} \left(1 - \frac{0.0999s^2 - 7.333e - 05s - 0.001361}{s^2 + 0.4s + 0.015} \right) = \\
&= \frac{60s^2 + 31.68s + 1.544}{s^4 + 0.92s^3 + 0.251s^2 + 0.01822s + 0.000392} \triangleq \frac{60}{s^2 + 0.4s + 0.015}
\end{aligned}$$

Graficky znázorněné zaokrouhlení přenosů



Zobrazené průběhy popisují, že vypočítané přenosy z aditivní neurčitosti lze zaokrouhlit a získat tak koncové přenosy (linearizace při $Q_1 = Q_{10}$ nebo $Q_1 = 1.2 \cdot Q_{10}$. Určení váhové funkce je pro případ A přesnější.

2.4 Porovnání velikostí neurčitostí

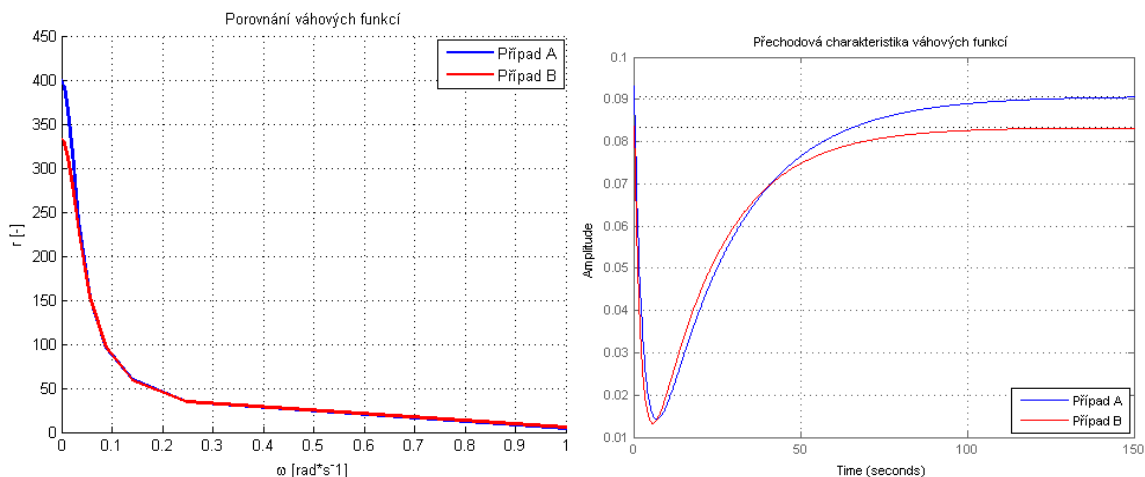
Porovnáme neurčitost modelu pro případ A i B a určíme, která z nich má větší hodnotu. Velikost neurčitostí porovnáme pomocí váhové funkce $W(s)$. Sestrojíme také přechodové charakteristiky váhových funkcí pro případ A i B.

Váhové funkce

$$W_{mA} = \frac{W_A}{P_{0A}} = \frac{0.0999s^2 - 7.333e-05s - 0.001361}{s^2 + 0.4s + 0.015}$$

$$W_{mB} = \frac{W_B}{P_{0B}} = \frac{0.0909s^2 - 5.046e-08s - 0.0018}{s^2 + 0.48s + 0.0216}$$

Frekvenční charakteristiky váhových funkcí a přechodové charakteristiky



Pomocí těchto průběhů lze porovnat velikost obou neurčitostí (případ A, B). Váhová funkce zcela popisuje velikost neurčitostí. Frekvenční charakteristika váhových funkcí je z důvodu větší přehlednosti vykreslena pro deset zvolených frekvencí. Z obou zobrazených grafů je zřejmé, že neurčitost pro případ A je větší než neurčitost případu B. Dynamické chování neurčitostí (A, B) je ekvivalentní.

3. NÁVRH REGULÁTORU

Předpokládejme, že přítok $Q_1(t)$ je realizován vodním čerpadlem, které je poháněno stejnosměrným motorem. Chování čerpadla budeme pro jednoduchost aproximovat systémem prvního řádu s časovou konstantou $\tau = 0.5 \text{ s}$ a statickým zesílením $K_s = Q_{10}$.

Přenos čerpadla

$$P_c(s) = \frac{Q_{10}}{\tau s + 1} = \frac{1.5 \cdot 10^{-4}}{0.5s + 1}$$

Dále uvažujeme PI regulátor, který řídí napětí na kotvě stejnosměrného motoru čerpadla s cílem řídit výšku hladiny H_2 . Rovněž předpokládáme, že všechny externí signály regulační smyčky jsou rozumně malé, takže systém není příliš vychýlen ze svého pracovního bodu a může být považován za lineární. Použijeme linearizovaný model spojených nádob pro požadavek konstantního nastavení přepouštěcího a výtokového ventilu (případ A).

Nastavení ventilů

$$S_p = 1.2620e - 04 \text{ m}^2$$

$$S_2 = 1.0305e - 04 \text{ m}^2$$

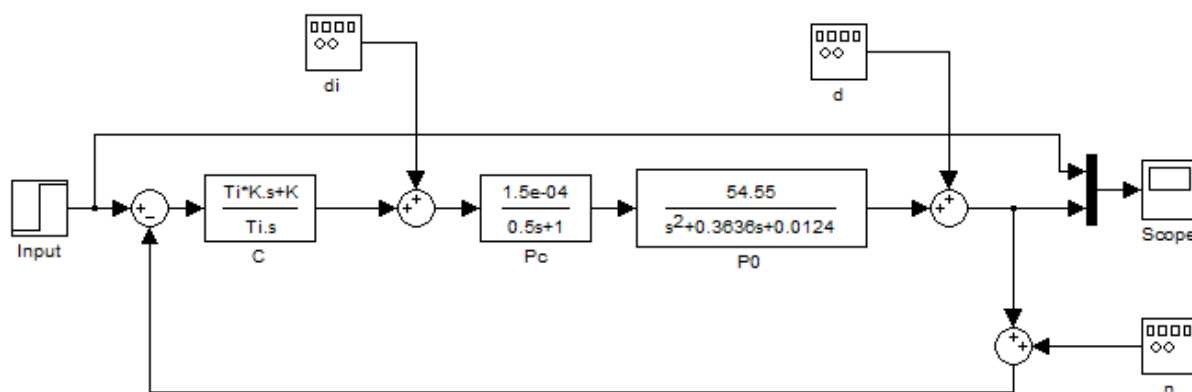
Nominální přenos systému

$$\widehat{P}_0(s) = \frac{54.55}{s^2 + 0.3636s + 0.0124}$$

Doplňující (koncové) přenosy

$$\widehat{P}_1(s) = \frac{60}{s^2 + 0.4s + 0.015} \quad \widehat{P}_2(s) = \frac{50}{s^2 + 0.3333s + 0.01042}$$

Schéma uzavřené regulační smyčky



Zobrazené schéma kompletně popisuje konstrukci uzavřené regulační smyčky. Blok C reprezentuje PI regulátor, blok Pc a P0 reprezentují regulovaný systém, bloky di, d, n reprezentují působící aditivní chyby. Vstup (Input) je nastaven na hladinu 0.3 (m).

3.1 Návrh parametrů PI regulátoru

Navrhujeme parametry PI regulátoru tak, aby byly splněny zvolené návrhové požadavky pro všechny systémy z modelu neurčitosti získaného v kapitole 2.3.5., tedy pro libovolný pracovní bod, který se nachází mezi původním pracovním bodem a pracovním bodem při zvýšení přítoku.

Návrhové požadavky

- Vnitřní stabilita uzavřené smyčky, ověření analyticky i graficky (Nyquistovo kritérium).
- Robustnost ve stabilitě – maximální hodnota amplitudy citlivostní funkce $S(j\omega)$ je $M_S < 2$.
- Předpokládáme, že díky dalším nepřesnostem, šumům a nelinearitám je dostupná šířka pásma omezená na $\Omega_a = 10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Útlum komplementární citlivostní funkce $T(j\omega)$ na frekvenci Ω_a musí být alespoň -10 dB .
- Zajistěte, aby energie libovolného šumu měření $n(t)$ nebyla zesílena více než 1.5 krát.

Pro usnadnění návrhu parametrů použijeme Java applet PID Control Laboratory (PIDLab) dostupný na stránkách www.rexcontrols.cz fungující na principu tvarování Nyquistovy křivky robustními regiony. Získané parametry odsimulujeme v prostředí Matlab/Simulink a porovnáme s požadovanými návrhovými požadavky.

Určení přenosů systému

$$P_{0,1,2}(s) = P_c(s) * \widehat{P_{0,1,2}}(s)$$

Systémy $\widehat{P_{0,1,2}}(s)$ odpovídají přenosům zmíněných v úvodu 3. kapitoly.

Úprava neurčitosti modelu spojených nádob důsledkem připojení čerpadla

$$P_n = P_c \widehat{P_0}(1 + W_m \Delta) = P_c \widehat{P_0} + P_c \widehat{P_0} W_m \Delta$$

Jelikož neuvažujeme, že čerpadlo neobsahuje žádnou neurčitost, stačí pouze přepočítat nominální přenos $P_0 = P_c \widehat{P_0}$. Váhová funkce W_m se nemění.

$$P_n = P_0(1 + W_m \Delta) = P_0 + P_0 W_m \Delta$$

Přenosy, se kterými budeme pracovat v PIDLabu

$$P_1(s) = \frac{0.018}{s^3 + 2.4s^2 + 0.815s + 0.03} \quad P_2(s) = \frac{0.015}{s^3 + 2.334s^2 + 0.677s + 0.02084}$$
$$P_0(s) = \frac{0.016364}{s^3 + 2.364s^2 + 0.7396s + 0.0248}$$

Zvolené nastavení požadavků

$$M_S = 1.8$$

$$M_T = 1.4$$

Získané parametry PI regulátoru

- $K = 9.532$
- $T_i = 15.868$

Přenos regulátoru

$$C(s) = \frac{151.3s + 9.532}{15.87s}$$

3.1.1. Vnitřní stabilita

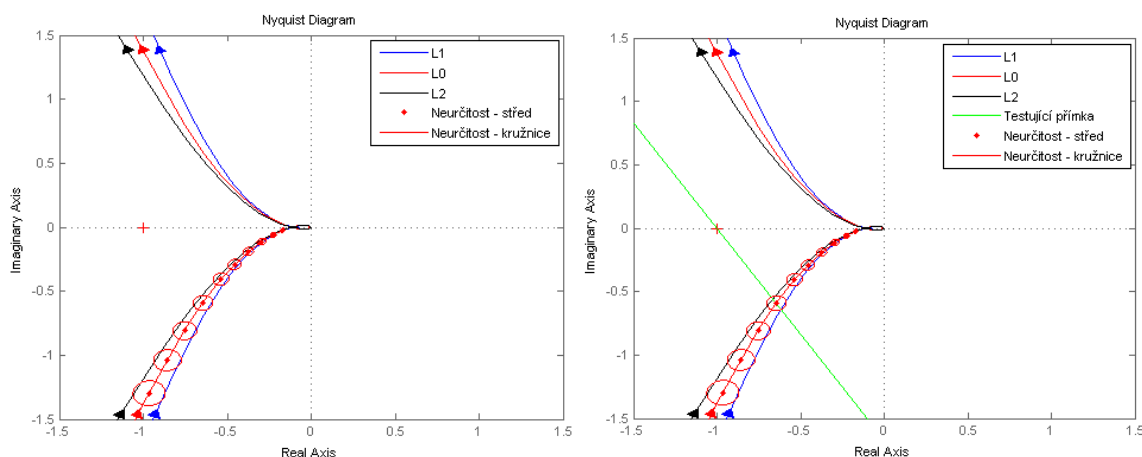
Vnitřní stabilita uzavřeného systému je nejlépe popsána Nyquistovo kritériem stability tj. uzavřená smyčka se stabilní, pokud Nyquistova křivka otevřeného regulačního obvodu v komplexní rovině neobkličuje bod $-1 + j0$.

Přenos otevřeného regulačního obvodu

$$L(s) = C(s)P(s)$$

$$L_n(s) = P_0(s)C(s) + P_0(s)C(s)W_{mA}(s)\Delta$$

Přenos otevřeného regulačního obvodu určíme pro všechny 3 přenosy systému. Výsledné přenosy vykreslíme do komplexní roviny a ověříme, zdali ani jeden průběh neobkličuje bod $-1 + j0$. Výsledné průběhy doplníme o kružnice neurčitosti.



Abychom se ujistili, že Nyquistova křivka opravdu neobkličuje bod $-1 + j0$ použijeme přímkovou metodu. Dále určíme počet nestabilních nul a pólů přenosu otevřené regulační smyčky.

Příklad pro otevřenou smyčku s nominálním přenosem systému

$$L_0(s) = \frac{0.156s + 0.009831}{s^4 + 2.364s^3 + 0.7396s^2 + 0.0248s}$$

- Počet nestabilních nul $Z = 0$.
- Počet nestabilních pólů $P = 1$.

$$N = P - Z = 1$$

Nyquistova křivka protla přímku právě jednou, vypočítaný rozdíl (N) je roven také jedné, tzn., uzavřený regulační obvod bude stabilní. Tato skutečnost jsme ověřili i pro ostatní přenosy $P_1(s), P_2(s)$ a získali jsme stejný výsledek, tj. uzavřený regulační obvod bude stabilní.

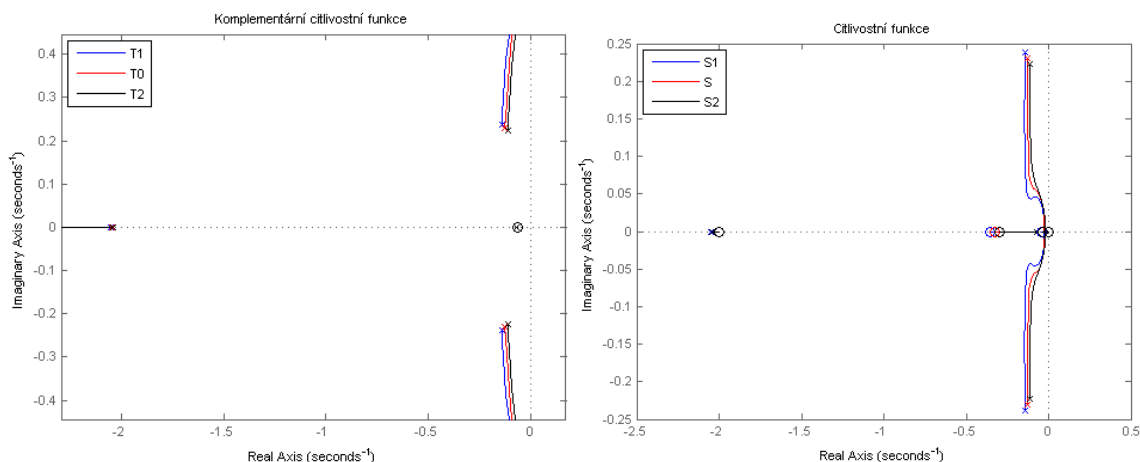
Další podmínkou vnitřní stability je tzv. Robustní stabilita

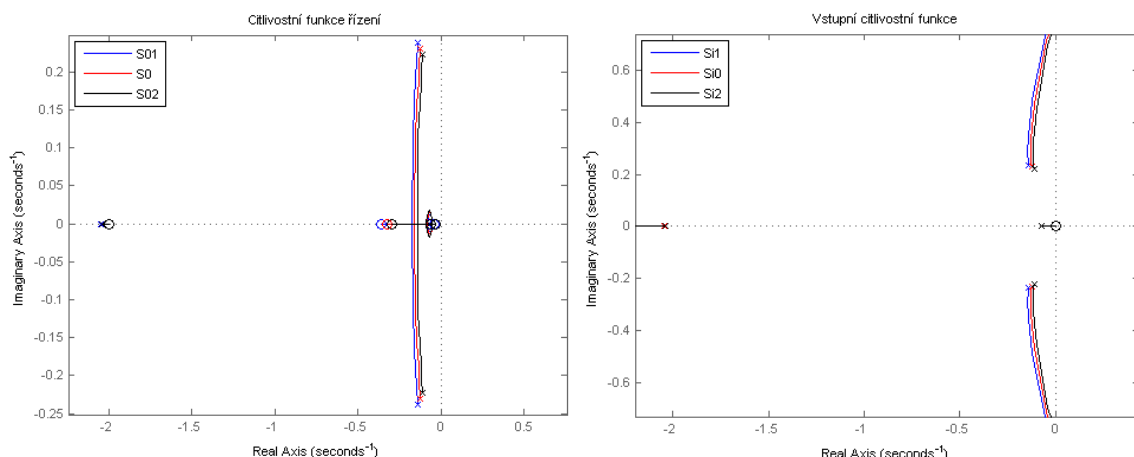
Abychom se více přesvědčili, že bude uzavřený regulační obvod stabilní, určíme stabilitu těchto přenosů (gang čtyř). Stabilitu ověříme pro všechny případy přenosů systému $P_{0,1,2}(s)$.

- Komplementární citlivostní funkce $T(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)}$.
- Citlivostní funkce $S(s) = \frac{1}{1+L(s)}$.
- Citlivostní funkce řízení $S_0(s) = \frac{C(s)}{1+L(s)}$.
- Vstupní citlivostní funkce $S_i(s) = \frac{P(s)}{1+L(s)}$.

Kritérium stability

Přenos je stabilní pokud všechny kořeny charakteristického polynomu (póly) se nacházejí v levé polorovině komplexní roviny. Tuto skutečnost ověříme graficky.

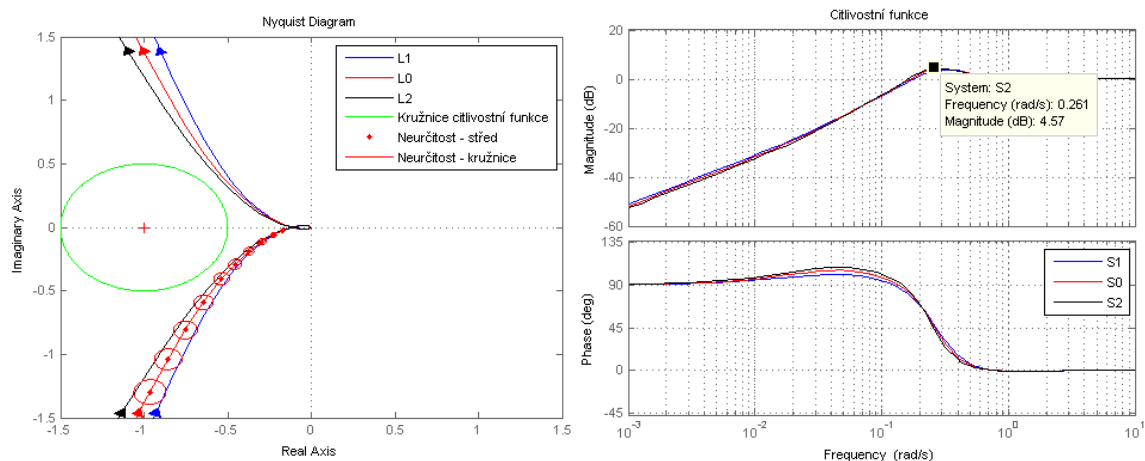




Ze zobrazených grafů je zřejmé, že se žádný pól (kořen) charakteristických polynomů zmíněných přenosů nenachází v pravé polorovině nebo na imaginární ose komplexní roviny. Všechny zmíněné přenosy jsou proto stabilní a z toho plyne, že je stabilní i uzavřený regulační obvod.

3.1.2. Robustnost ve stabilitě

Požadujeme robustnost ve stabilitě tj. maximální hodnota citlivostní funkce $S(j\omega)$ je $M_S < 2$. Tento návrhový požadavek musíme zahrnout při ladění PI regulátoru v prostředí PID Control Laboratory. Požadavek na citlivostní funkci je v komplexní rovině zobrazen kružnicí o poloměru $\frac{1}{M_S}$ a středem v bodě $-1 + j0$.



Ze zobrazených grafů je názorně vidět, že jsme robustnost ve stabilitě dodrželi. Na levém grafu Nyquistovy křivky otevřených regulačních smyček neprotínají a dokonce se ani nedotýkají zelené kružnice tj. požadavek na zvolenou robustnost splněn. Na pravém grafu je zobrazena frekvenční charakteristika citlivostních funkcí v logaritmických souřadnicích, návrhová hodnota $M_S < \max|S(j\omega)| < 2$ je zobrazena černým čtvercem, hodnotu v decibelech musíme převést na poměrovou jednotku.

$$|S(j\omega)|_{[-]} = \exp\left(\frac{|S(j\omega)|_{[dB]}}{20}\right) = \exp\left(\frac{4.57}{20}\right) = 1.25$$

Robustní stabilita vyjádřena pro aditivní neurčitost

- Podmínka robustní stability $\|T_0 W_m\|_\infty < 1$

$$T_0 = \frac{CP_0}{1 + CP_0} = \frac{0.156s + 0.009831}{s^4 + 2.364s^3 + 0.7396s^2 + 0.1808s + 0.009831}$$

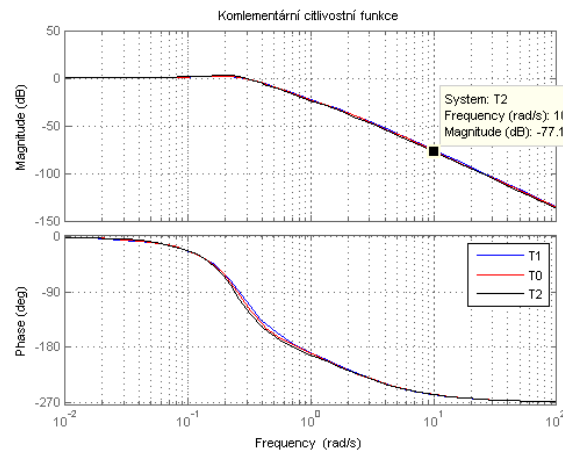
$$W_m = \frac{W_a}{\widehat{P}_0} = \frac{0.0999s^2 - 7.333e - 05s - 0.001361}{s^2 + 0.4s + 0.015}$$

- Výpočet $\|T_0 W_m\|_\infty = 0.0907$

Podmínka robustní stability je tedy splněna, regulační obvod je robustně stabilní.

3.1.3. Omezená šířka pásma

Předpokládejme, že díky dalším nepřesnostem, šumům a nelinearitám je dostupná šířka pásma omezená na $\Omega_a = 10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Útlum komplementární citlivostní funkce $T(j\omega)$ na frekvenci Ω_a musí být alespoň -10 dB .



Návrhové požadavky jsme splnili, vykreslené komplementární citlivostní funkce pro přenosy $P_{0,1,2}(s)$ mají při frekvenci $\Omega_a = 10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ útlum větší jak -10 dB , tj. -77 dB .

3.1.4. Energie šumu měření

Musíme zajistit, aby energie libovolného šumu měření $n(t)$ nebyla zesílena více než 1,5 krát. Abychom mohli vypočítat tuto informaci tj. maximální zesílení energie šumu měření, musíme vypočítat normu $\|H\|_\infty$ komplementární citlivostní funkce, která plně zodpovídá a zesilování (zeslabování) energie šumu měření.

$$P_{n \rightarrow y} = \frac{-CP}{1 + CP} = -T$$

- $\|H\|_2 = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |H(j\omega)|^2 d\omega \right)^{\frac{1}{2}}$
- $\|H\|_\infty = \sup_{\omega} |H(j\omega)|$

Výpočet $\|H\|_\infty$ normy

Normu vypočítáme pro všechny 3 přenosy $P_{0,1,2}(s)$ pomocí funkce v Matlabu.

$$-T_0(s) = -\frac{0.156s + 0.009831}{s^4 + 2.364s^3 + 0.7396s^2 + 0.1808s + 0.009831}$$

$$-T_1(s) = -\frac{0.1716s + 0.01081}{s^4 + 2.4s^3 + 0.815s^2 + 0.2016s + 0.01081}$$

$$-T_2(s) = -\frac{0.143s + 0.009011}{s^4 + 2.333s^3 + 0.677s^2 + 0.1638s + 0.009011}$$

$$\|-T_0\|_\infty = 1.307 \quad \|-T_1\|_\infty = 1.232 \quad \|-T_2\|_\infty = 1.384$$

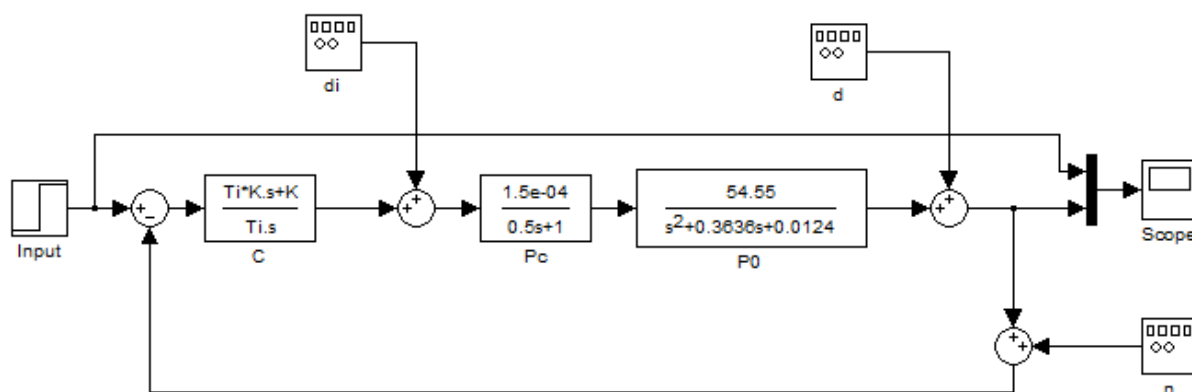
Opět jsme splnili návrhové požadavky, zesílení energie šumu měření se pohybuje okolo hodnoty 1.307 krát.

3.2 Zatížení senzoru hladiny a výstupu soustavy šumem

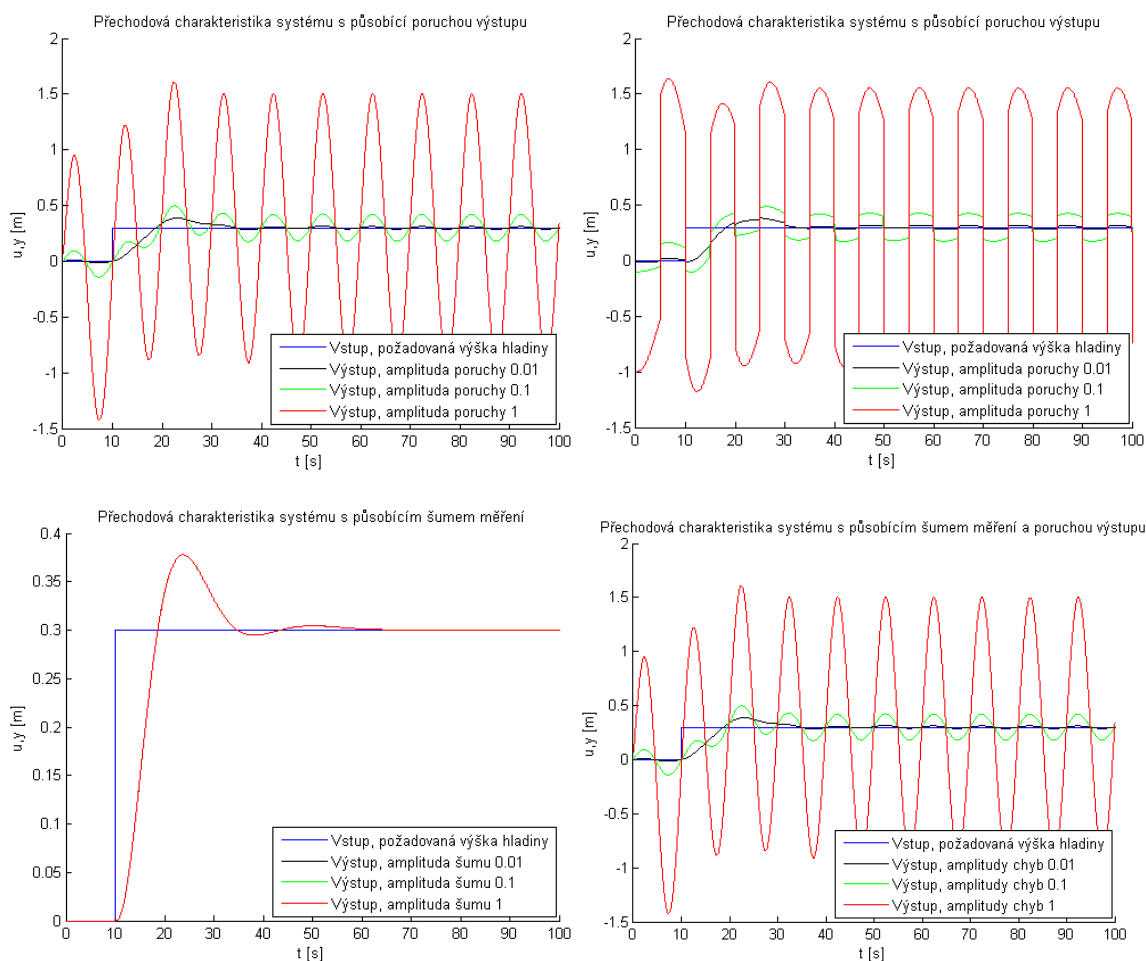
Předpokládáme, že měření (senzor hladiny H_2) je zatížen harmonickým šumem $n(t)$ s frekvencí 50 Hz a výstup soustavy omezenou harmonickou poruchou $d(t)$ s frekvencí 0.1 Hz. Ověříme, zda žádný z těchto signálů není na výstupu systému $H_2(t)$ smyčkou s navrženým PI regulátorem zesílen.

Vytvoříme v prostředí Matlab/Simulink model regulační smyčky, kterou doplníme o působení aditivních chyb měření a výstupu soustavy. Vstupem regulační smyčky bude požadavek na výšku hladiny H_2 , což v našem případě bude $\langle 0.3 \dots 0.42 \rangle m$, v tomto rozmezí je model spojených nádob linearizován a popsán přenosy $P_{0,1,2}(s)$. Reakci působení aditivních chyb na uzavřenou regulační smyčku zobrazíme v přechodové charakteristice.

Uzavřený regulační obvod



Získané průběhy



První dva grafy umístěné výše zobrazují působení poruchy výstupu na regulovaný systém. Graf v levé části obsahuje harmonickou poruchu $d(t)$ tvaru sinu, graf v pravé části obsahuje harmonickou poruchu tvaru obdélník, perioda je nastavena podle zadání tj. 0.1 Hz . Je zřetelné, že regulační smyčka nedokáže tento druh aditivní poruchy odregulovat, tato skutečnost také vyplývá citlivostní funkce. Frekvence 0.1 Hz odpovídá $0.6283 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, tuto hodnotu zavedeme do grafu tj. $|S(j \cdot 0.6283)| = 1.6 \text{ dB} = 1.08 \Rightarrow$ zesílení chyby. Poruchu výstupu s touto frekvencí nelze systémem odregulovat. **Porucha výstupu je zesilována.**

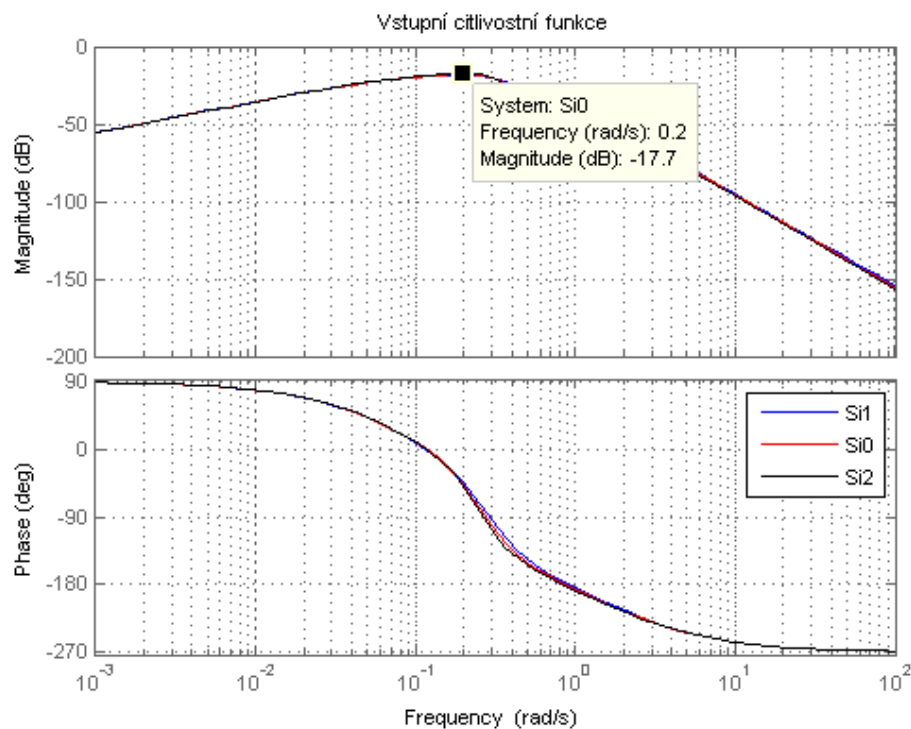
Zbývající dva grafy níže zobrazují působení aditivního šumu měření. V levé části je regulační obvod vystaven pouze harmonickým (sinus) šumem měření $n(t)$. Je zřetelné, že je tento šum obvodem odregulován pro všechny zvolené amplitudy ($0.01; 0.1; 1$). Tuto skutečnost popisuje komplementární citlivostní funkce, pokud dosadíme frekvenci 50 Hz , která odpovídá $314.15 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, zjistíme útlum této frekvence, který činí -166 dB . **Šum měření je tlumen.** V pravé části je umístěn graf popisující chování regulovaného systému při působení obou druhů chyb tj. poruchy výstupu $d(t)$ a šumu měření $n(t)$. Porucha výstupu se nedá regulační smyčkou odregulovat, tudíž při působení obou aditivních signálů nedojde k odregulování chyb.

3.3 Působení poruchy d_i

Předpokládejme, že je systém v rovnovážném stavu a $e(t) = 0$. Na vstup řízené soustavy začne působit porucha d_i s omezenou energií $\|d_i\|_2 < 1$. Úkolem je určit k jakému maximálnímu kolísání hladiny H_2 od požadovaného stavu může dojít.

Přenos, který má za následek zesilování/tlumení aditivní poruchy $d_i(t)$ je tzv. vstupní citlivostní funkce daná přenosem.

$$P_{d_i \rightarrow y} = S_i = \frac{P}{1 + CP}$$



Ze zobrazeného grafu je zřetelné chování regulovaného obvodu na působení aditivní chyby d_i . **Chyba bude v každém případě tlumena** a to nejvíce na vysokých frekvencích. Nejnižší hodnota útlumu nastává při frekvenci $0.198 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} = 0.0318 \text{ Hz}$.

Maximální kolísání hladiny H_2

Maximální kolísání hladiny $H_2 = y$ je popsáno $\|H\|_\infty$ normou výstupu. Pokud známe vstupní energii poruchy d_i , tuto normu vypočítáme pomocí vztahu.

$$\|y\|_\infty = \|S_{i0}\|_2 \|d_i\|_2$$

$$\|S_{i0}\|_2 = 0.0372$$

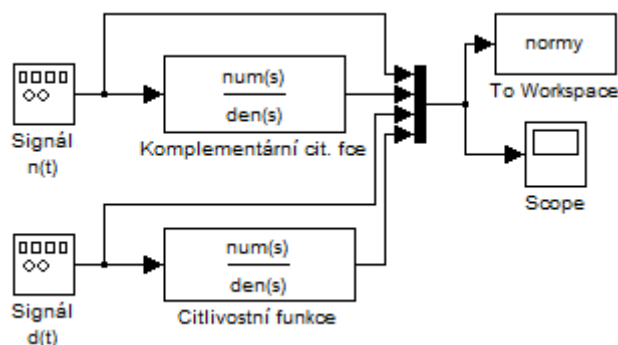
$$\|H_2\|_\infty < \|S_{i0}\|_2 \|d_i\|_2 < 0.037$$

3.4 Zesilování externích signálů

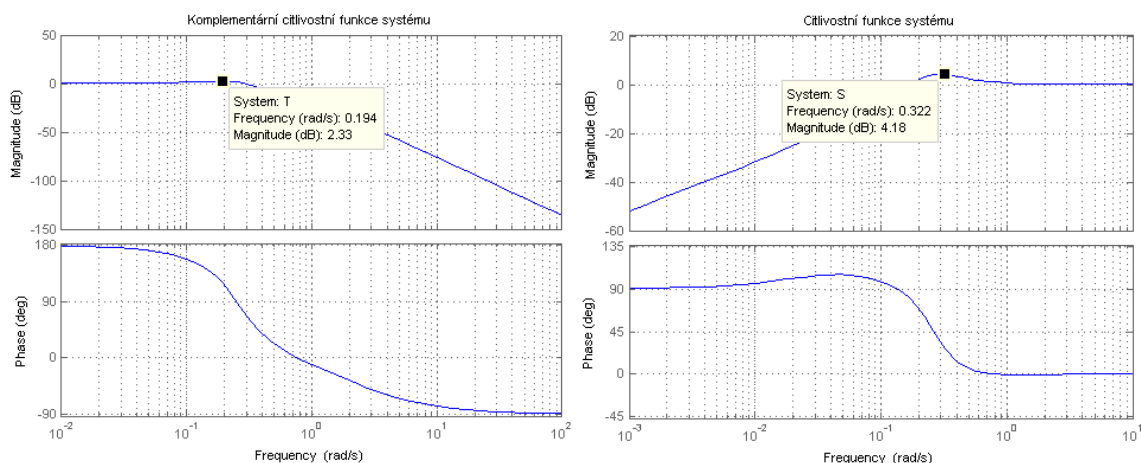
Určíme signály $n(t), d(t)$, kde $\|n(t)\|_{\infty} < 1, \|d(t)\|_{\infty} < 1$, které jsou zpětnovazební smyčkou nejvíce zesilovány ve smyslu

- Maximální hodnoty signálu,
- Energie signálu.

Model systému pro testování působení externích signálů



Amplitudy signálů $n(t), d(t)$ jsou jednotkové a odpovídají požadovaným hodnotám norem $\|n\|_{\infty} < 1, \|d\|_{\infty} < 1$. Frekvence externích signálů odpovídají frekvencím, při kterých dochází k největšímu zesílení externích signálů, tyto mezní frekvence určíme z frekvenčních charakteristik komplementární citlivostní funkce a citlivostní funkce systému.



Získané mezní frekvence externích signálů

- $\omega_{n(t)} = 0.194 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$
- $\omega_{d(t)} = 0.322 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

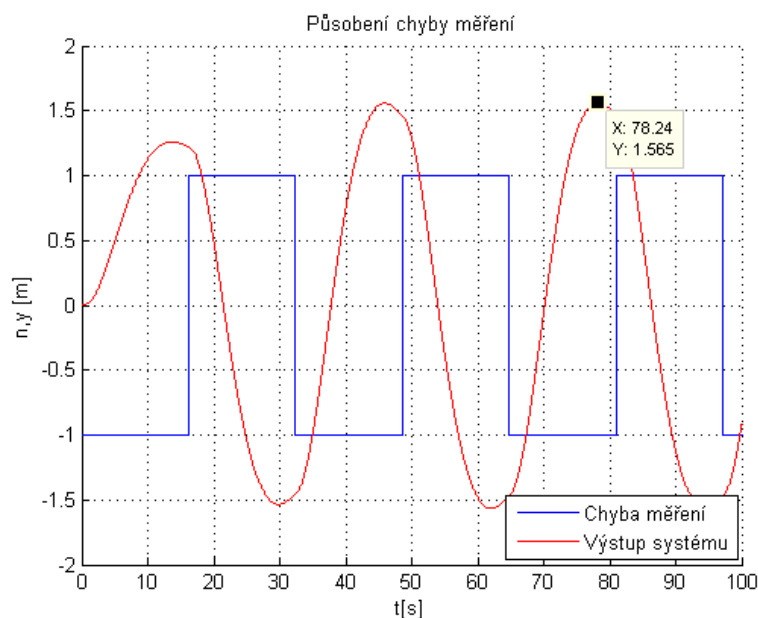
Přenos zodpovědný za zesilování/zeslabování **chyby měření $n(t)$** odpovídá **komplementární citlivostní funkci $-T(s)$** .

Přenos zodpovědný za zesilování/zeslabování **poruchy výstupu $d(t)$** odpovídá **citlivostní funkci $S(s)$** .

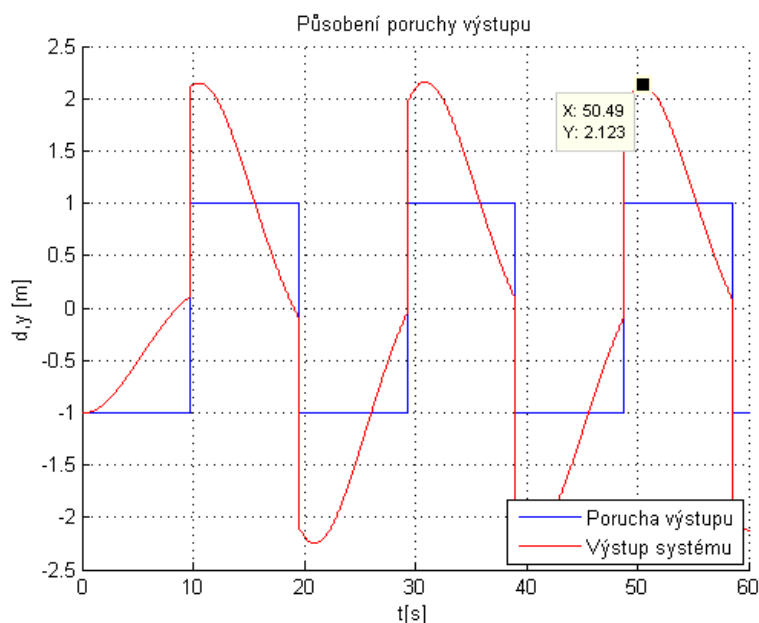
3.4.1. Zesílení signálů ve smyslu maximální hodnoty

Maximální zesílení externích signálů ve smyslu maximální hodnoty nastává při působení skokového (obdélníkového) signálu. Chybu měření a poruchu výstupu nastavíme na obdélníkový signál s amplitudou jedna a frekvenci odpovídající ω_n, ω_d .

- Zesílení $n(t)$



- Zesílení $d(t)$

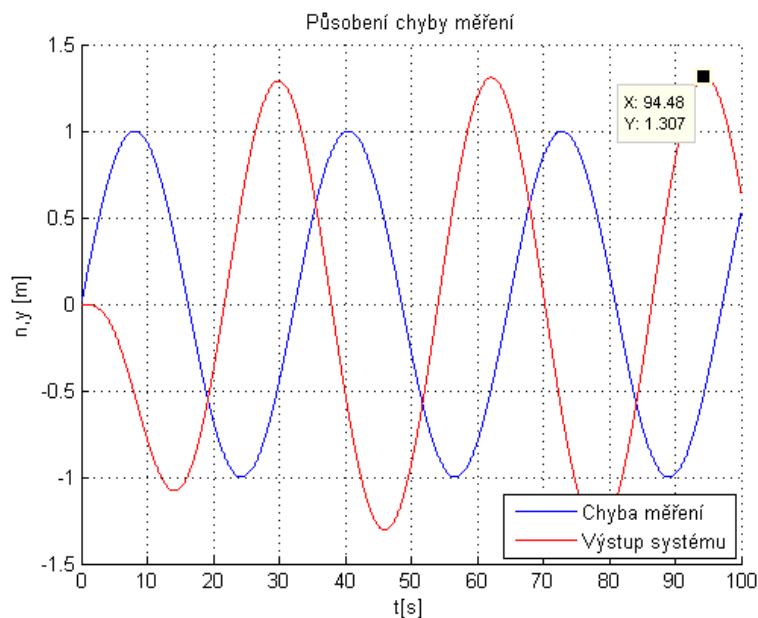


Grafy zobrazují získané průběhy z modelu systému při působení skokové chyby měření nebo poruchy výstupu. Jejich maximální hodnoty jsou zobrazeny černými čtverečky (Y). Zesílení je až dvojnásobné (případ pro $d(t)$). Ze zobrazených výsledků je zřetelné, že je porucha výstupu systémem více zesilována, než je to u chyby měření.

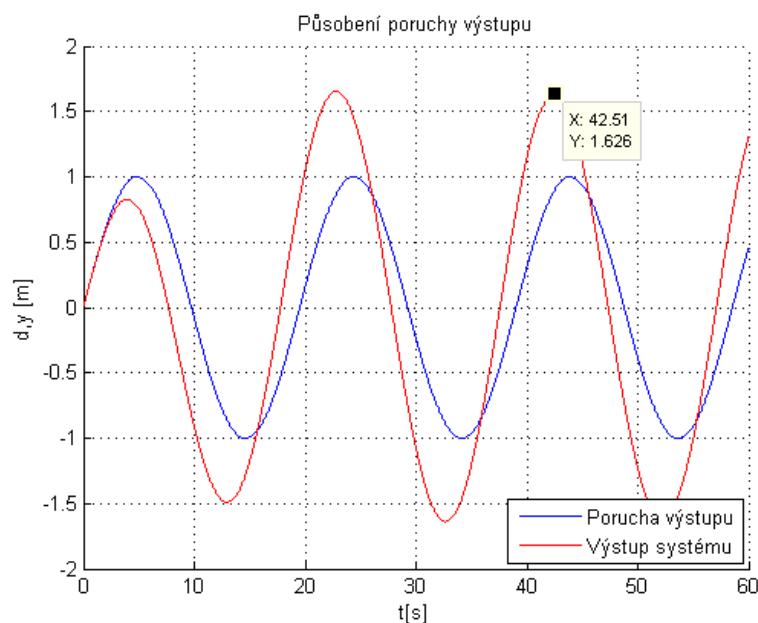
3.4.2. Zesílení signálů dle energie

Maximální zesílení externích signálů ve smyslu energie signálu nastává při působení harmonického sinusového signálu. Chybu měření a poruchu výstupu nastavíme na sinusový signál s amplitudou jedna a frekvenci odpovídající ω_n, ω_d .

- Zesílení $n(t)$



- Zesílení $d(t)$



Grafy zobrazují získané průběhy z modelu systému při působení sinusové chyby měření a poruchy výstupu. Maximální hodnoty jsou zobrazeny černými čtverečky (Y) a odpovídají normám $\| -T \|_{\infty} = 1.307$, $\| S \|_{\infty} = 1.639$. Opět je porucha výstupu více zesilována, než je to u chyby měření.

4. ZÁVĚR

4.1 Model neurčitosti

Sestavili jsme linearizované modely spojených nádob pro požadavek konstantních hladin a konstantního nastavení přepouštěcího a výtokového ventilu. Linearizaci jsme provedli pro několik hodnot přítoku, abychom mohli určit neurčitost. Určili jsme přenos systému přítok \rightarrow hladina H_2 pro oba případy linearizovaných modelů. K těmto přenosům jsme určili Charitonovo polynomy, které jsme vykreslili do komplexní roviny. Určili jsme numerickou neurčitost pro oba dva přenosy a provedli jsme kontrolu, zdali je výpočet správný, pro případ A jsme určili přesný model neurčitosti a pro případ B také, ale s malou chybou zesílení, což je vidět na přechodových charakteristikách. V obou případech se jedná o aditivní neurčitost. Určili jsme nominální přenos a váhovou funkci. Porovnali jsme velikosti obou neurčitostí a zjistili jsme, že je pro případ A větší než pro případ B.

4.2 Návrh regulátoru

Vytvořený linearizovaný model s neurčitostí jsme doplnili o přenos vodního čerpadla, zajišťující čerpání tekutiny do spojených nádob. Čerpadlo neobsahuje žádnou neurčitost. Pomocí Java appletu PID Control Laboratory jsme navrhli jednoduchý PI regulátor podle návrhových požadavků. Návrhu PI regulátoru byl proveden s uvažovanou neurčitostí přenosu přítok $\rightarrow H_2$ spojených nádob. Provedli jsme kontrolu, zdali jsme dosáhli návrhovým požadavkům ve smyslu vnitřní stability uzavřené smyčky, robustnosti ve stabilitě, dostupné šířce pásma, zesílení energie šumu měření. Uzavřenou regulační smyčku jsme zatěžovali šumem měření hladiny H_2 a poruchou výstupu. Provedli jsme několik simulací při různých amplitudách šumu měření a poruchy výstupu a zjistili jsme, že uzavřený regulační obvod dokáže šum měření (50 Hz) bez obtíží utlumit, však chybu výstupu (0.1 Hz) utlumit nedokáže. Tyto vlastnosti plynou z komplementární citlivostní funkce a citlivostní funkce uzavřeného regulovaného obvodu. V další části jsme ustálenou uzavřenou smyčku vystavili působením poruchy d_i s omezenou energií. Určili jsme maximálnímu kolísání hladiny H_2 . Tato hodnota je zanedbatelná, systém poruchu d_i opět dokáže utlumit. V posledním bodě jsme se zaměřili na určení signálů $n(t)$ a $d(t)$ s omezenou nekonečno normou, které jsou zpětnovazební smyčkou nejvíce zesíleny ve smyslu maximální hodnoty a energie signálu. Zesílení signálu ve smyslu maximální hodnoty nastává při působení skokového (obdélníkového) poruchového (šumu) signálu a k maximálnímu zesílení ve smyslu energie signálu nastává při působení sinusového poruchového (šumu) signálu. V obou případech jsme graficky určili hodnoty zesílení.