

Funções periódicas

Função periódica

Definição

Uma função é considerada periódica quando existe um número real $T > 0$, tal que $f(x + T)$, para todo x no domínio da função.

O menor dos valores de $T > 0$, para os quais a propriedade é verificada, é chamado de período da f .

Atenção!

Se uma função f é periódica de período T , então, f também é periódica de período nT , onde $n \in \mathbb{N}$, já que:

$$f(x) = f(x + T) = f(x + 2T) = f(x + 3T) = \dots = f(x + nT)$$

Exemplo 1

Considere a função f do gráfico mostrado na imagem a seguir, que corresponde ao eletrocardiograma de uma pessoa saudável:

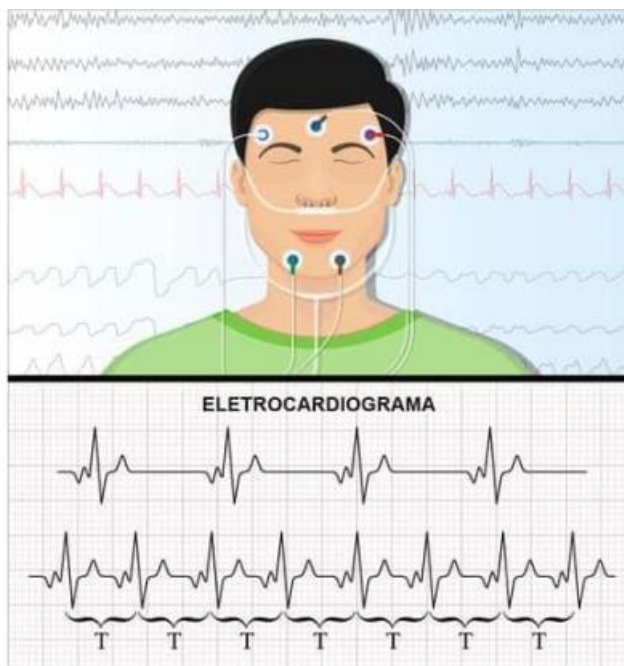


Gráfico: Função f

Observe que o padrão de repetição ocorre em intervalos de comprimento T , e não em intervalos de comprimento menor. Assim, a função f é uma função periódica de período T .

Exemplo 2

Considere a função:

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}, \text{ tal que } f(x) = (-1)^x$$

A tabela, a seguir, mostra o valor da função f para os valores de x de 0 a 5.

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	$(-1)^0=1$	$(-1)^1=-1$	$(-1)^2=1$	$(-1)^3=-1$	$(-1)^4=1$	$(-1)^5=-1$

Tabela: Valor da função f para os valores de x de 0 a 5

Adaptado de Loisi Carla Monteiro Pereira

Se x é um número par, $f(x) = 1$. Se x é um número ímpar, $f(x) = -1$.

Esta é uma função periódica de período 2. Por quê?

Ora, quando x varia duas unidades, o valor da função se repete, ou seja:

$$f(x) = f(x + 2) = f(x + 4) = f(x + 6) \dots$$

Dessa forma, podemos afirmar que o período dessa função é 2.

Funções seno, cosseno e tangente

Considere a função $f(t) = \sin(t)$ e P um ponto no ciclo trigonométrico.

Imagine que o ponto P se movimenta no ciclo no sentido anti-horário, a partir da posição $(1,0)$ e dá uma volta completa, ângulo t varia de 0 até 2π .

Pensando no ciclo, é possível perceber, na seguinte tabela, que:

Quando o ângulo t cresce de	O valor $f(t)=\text{sen}(t)$
0 a $\pi/2$	Cresce de 0 a 1
$\pi/2$ a π	Descresce de 1 a 0
π a $3\pi/2$	Descresce de 0 a -1
$3\pi/2$ a 2π	Cresce de -1 a 0

Exemplo 4

O fluxo de ar através da traqueia é uma função periódica do tempo \diamond e ocorre em ambos os sentidos dos pulmões (inspiração e expiração).

O fluxo pode ser representado pela função:

$$f(x) = A \text{sen}(\omega x)$$



Onde constatamos que:

- A = fluxo máximo durante a expiração e inspiração;
- ω período respiratório;
- $\omega = 2\pi/t \rightarrow t$ = o tempo que o indivíduo leva para fazer um ciclo completo.

A função f é, certamente, uma aproximação, pois T varia de indivíduo para indivíduo.

Mas estudos experimentais mostram que é uma "boa" aproximação da realidade.

Observe o seguinte gráfico:

