# Zadanie NUM 2- Sprawozdanie

Karol Cichowski

## 1. Wstęp

Treść:

12. (**Zadanie numeryczne NUM2**) Zadane są macierze

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} 5.8267103432 & 1.0419816676 & 0.4517861296 & -0.2246976350 & 0.7150286064 \\ 1.0419816676 & 5.8150823499 & -0.8642832971 & 0.6610711416 & -0.3874139415 \\ 0.4517861296 & -0.8642832971 & 1.5136472691 & -0.8512078774 & 0.6771688230 \\ -0.2246976350 & 0.6610711416 & -0.8512078774 & 5.3014166511 & 0.5228116055 \\ 0.7150286064 & -0.3874139415 & 0.6771688230 & 0.5228116055 & 3.5431433879 \end{pmatrix}$$

oraz

$$\mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} 5.4763986379 & 1.6846933459 & 0.3136661779 & -1.0597154562 & 0.0083249547 \\ 1.6846933459 & 4.6359087874 & -0.6108766748 & 2.1930659258 & 0.9091647433 \\ 0.3136661779 & -0.6108766748 & 1.4591897081 & -1.1804364456 & 0.3985316185 \\ -1.0597154562 & 2.1930659258 & -1.1804364456 & 3.3110327980 & -1.1617171573 \\ 0.0083249547 & 0.9091647433 & 0.3985316185 & -1.1617171573 & 2.1174700695 \end{pmatrix}.$$

Zdefiniujmy wektor

$$\mathbf{b} \equiv (-2.8634904630, -4.8216733374, -4.2958468309, -0.0877703331, -2.0223464006)^T$$

Używając wybranego pakietu algebry komputerowej lub biblioteki numerycznej, rozwiąż równania macierzowe $\mathbf{A}_i\mathbf{y} = \mathbf{b}$ dla $i = 1, 2$. Ponadto, rozwiąż analogiczne równania z zaburzonym wektorem wyrazów wolnych, $\mathbf{A}_i\mathbf{y} = \mathbf{b} + \Delta\mathbf{b}$. Zaburzenie $\Delta\mathbf{b}$ wygeneruj jako losowy wektor o małej normie euklidesowej (np. $||\Delta\mathbf{b}||_2 \approx 10^{-6}$). Przeanalizuj jak wyniki dla macierzy $\mathbf{A}_1$ i $\mathbf{A}_2$ zależą od $\Delta\mathbf{b}$ i zinterpretuj zaobserwowane różnice.

Oczywistym jest że wynik równania „$A_i y = b$" będzie się różnił od wyniku „$A_i y = b + \Delta b$" nawet jeśli nasz wektor zaburzenia będzie miał bardzo małą norme euklidesową. Natomiast ile będą się rózniły te dwa wyniki zależy w dużej mierze od uwarunkowania dwóch macierzy $A_1$ i macierzy $A_2$- jeśli będą one dobrze uwarunkowane to różnica będzie stosunkowa mała, natomiast jeśli będą źle uwarunkowane możemy się spodziewać dużej zmainy wyniku.

## 2. Wyniki

Bierzemy pod uwage wektor Δb o wartości:

```
Wektor delta_b
 [[ 8.26955464e-07]
 [ 4.51477230e-07]
 [-1.84260133e-07]
 [ 1.37888082e-07]
 [-2.43614556e-07]]
```

```
Wyniki:
Dla A1:
 [[ 0.02556195]
 [-1.35714283]
 [-3.94075752]
 [-0.48893629]
 [ 0.10097805]]

Dla A2:
 [[-0.408759  ]
 [-0.56030065]
 [-4.11200041]
 [-1.5242021 ]
 [-0.7752022 ]]

Wyniki dla zaburzonego wektora wyrazów wolnych:
Dla A1:
 [[ 0.0255621 ]
 [-1.35714281]
 [-3.94075763]
 [-0.48893627]
 [ 0.10097797]]

Dla A2:
 [[-276.40586337]
 [ 505.80748431]
 [-112.93139248]
 [-659.40259258]
 [-557.55979919]]
```

## 3. Dyskusja

Jak widzimy różnica między wartościami wektora niewiadomych dla oryginalnego wektora b i zaburzonej jego wersji jest niezauważalna w przypadku macierzy $A_1$. Jest ona rzędu $10^{-6}$ czyli wprost proporcjonalnie do normy euklidesowej wektora zaburzeń.

Natomiast inną sytuacje widzimy dla równania w którym użyto macierzy $A_2$, w tym przypadku różnica jest olbrzymia, liczona w setkach.

Różnice w „zachowaniu” tych macierzy można wytłumaczyć licząc ich współczynnik uwarunkowania. Dla macierzy $A_1$ wynosi on $\boldsymbol{\kappa_{A1} \simeq 7}$, jest on niski, dlatego możemy powiedzieć że macierz $A_1$ jest dobrze uwarunkowana. Napotykamy inną sytuacja licząc wyznacznik uwarunkowania macierzy $A_2$ dla której wynosi on $\boldsymbol{\kappa_{A2} \simeq 116451992037}$, jest on wysoki, więc mówimy że macierz $A_2$ jest źle uwarunkowana, co doprowadziło do dużej zmiany wyników nawet przy bardzo niskim zaburzeniu.