Zadanie NUM 1- sprawozdanie

Karol Cichowski

1. Wstęp

Treść zadania:

6. (**Zadanie numeryczne NUM1**) Napisz program wyliczający przybliżenie pochodnej ze wzorów:

   (a) $D_h f(x) \equiv \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$,

   (b) $D_h f(x) \equiv \frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h}$.

   Przeanalizuj, jak zachowuje się błąd $|D_h f(x) - f'(x)|$ dla funkcji $f(x) = \sin(x^3)$ oraz punktu $x = 0.2$ przy zmianie parametru h dla różnych typów zmiennoprzecinkowych (float, double). Wykreśl $|D_h f(x) - f'(x)|$ w funkcji h w skali logarytmicznej. Poeksperymentuj również używając innych funkcji i punktów.

Podany wyżej wzór 'a' to matematyczna definicja pochodnej, jedyne czego w nim brakuje to granicy h->0. Błąd który liczymy będzie wynikał z dwóch rzeczy:

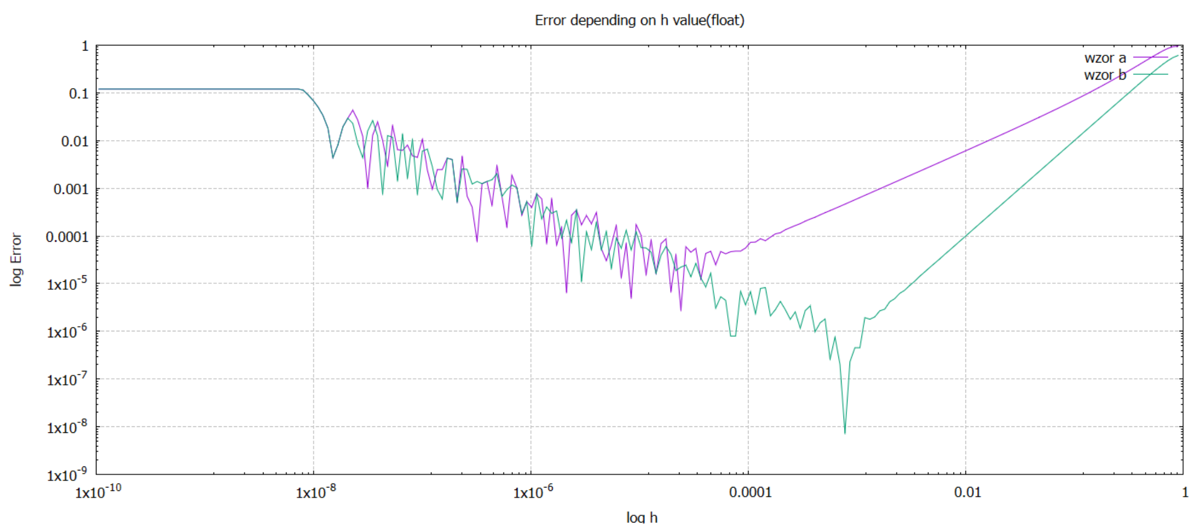
-Złego przybliżenia przy wysokich wartościach 'h' (wzór zakłada h nieskończenie bliskie 0)

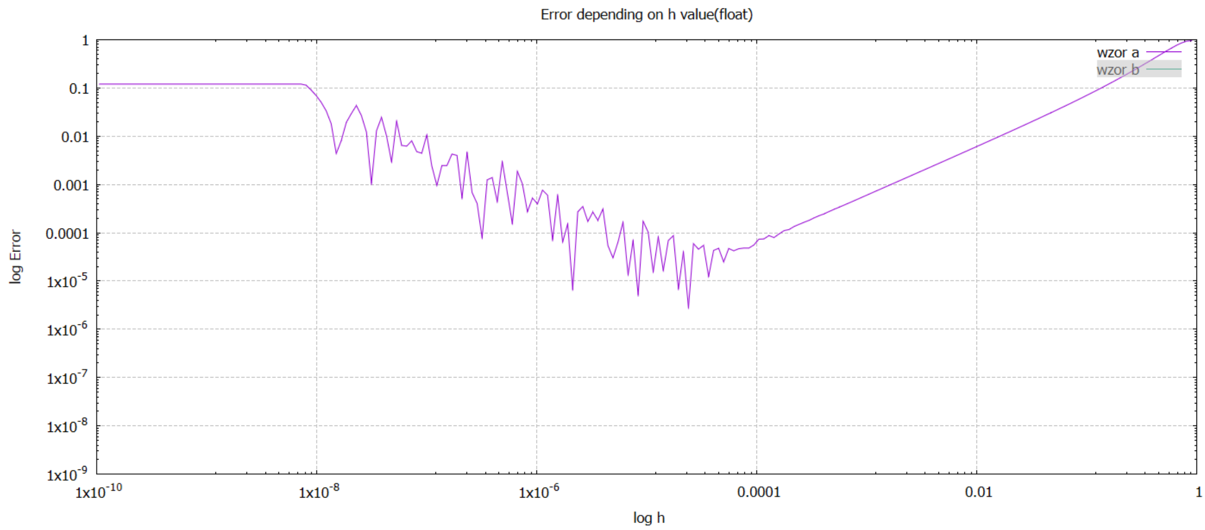
-błędnego zaokrąglenia 'h' przez komputer przy niskich wartościach 'h' (operujemy na skończonej liczbie bitów więc dokładne określenie 'h' jest niemożliwe)

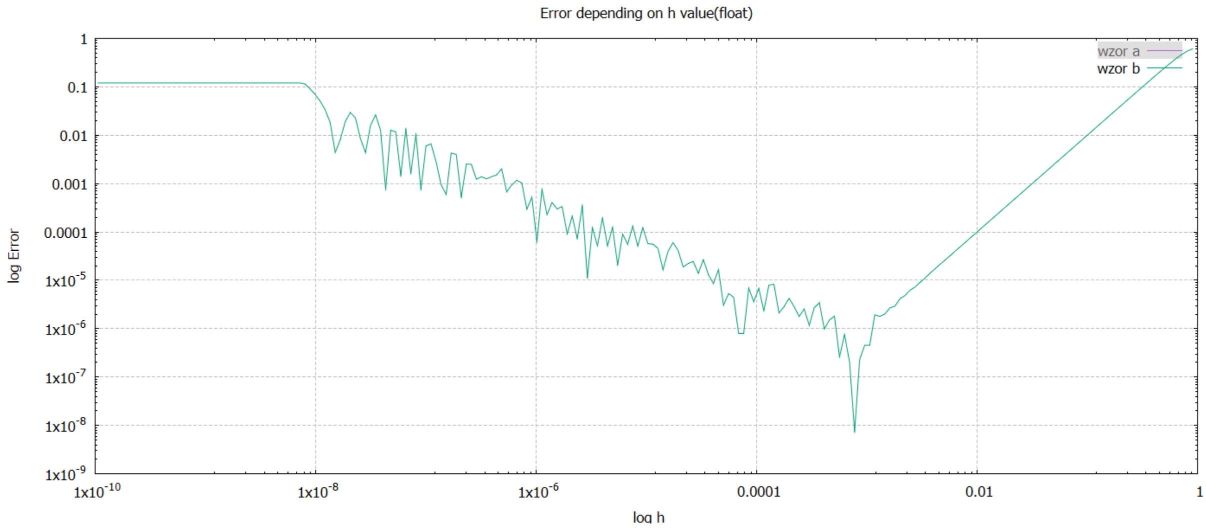
Spodziewamy się więc wysokiego błędu przy bardzo wysokich wartościach oraz bardzo niskich(oba czynniki mają wpływ na błąd przy każdej wartości ale są dużo bardziej widoczne przy tych skrajnych), natomiast najdokładniejsze przybliżenie pochodnej powinniśmy otrzymać dla pośrednich wartości parametru 'h', wykres powinien więc przypominać wykres paraboli lub wartości bezwzględnej.

2. Wyniki

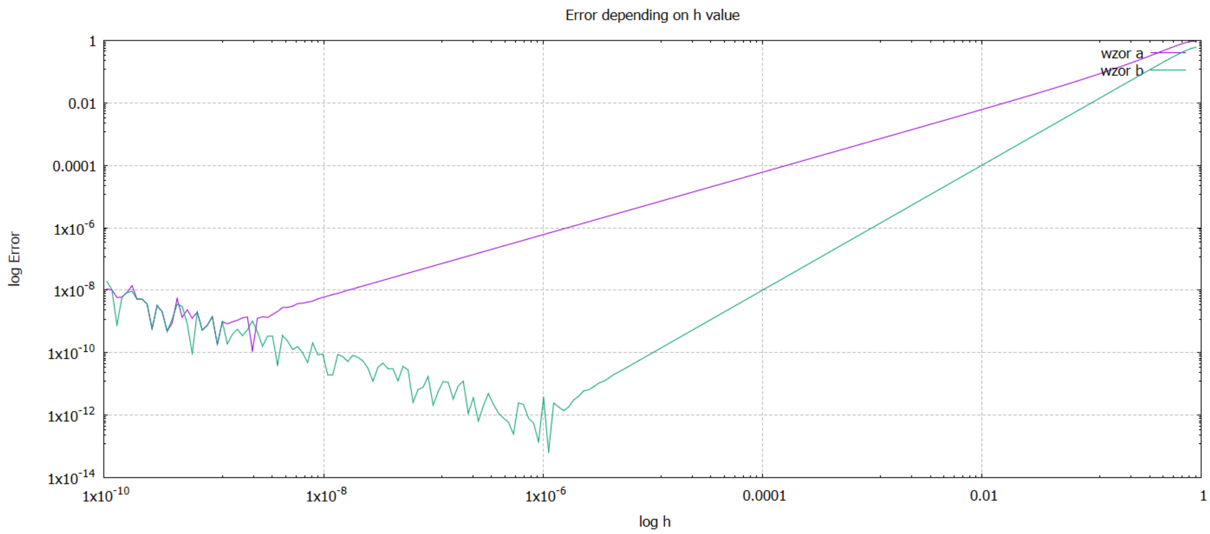
2.1. Z użyciem zmiennej typu float

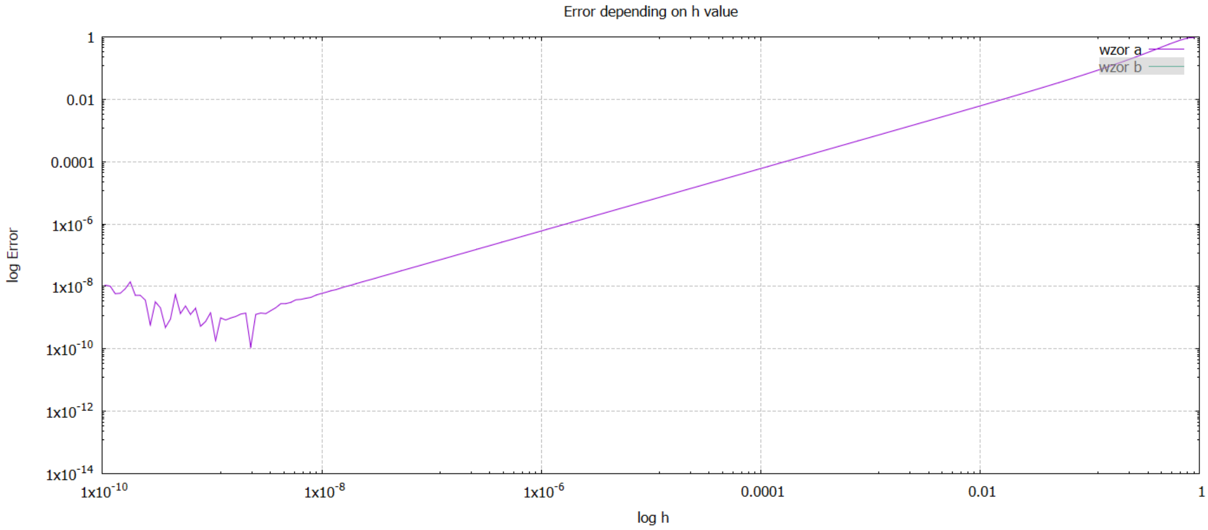


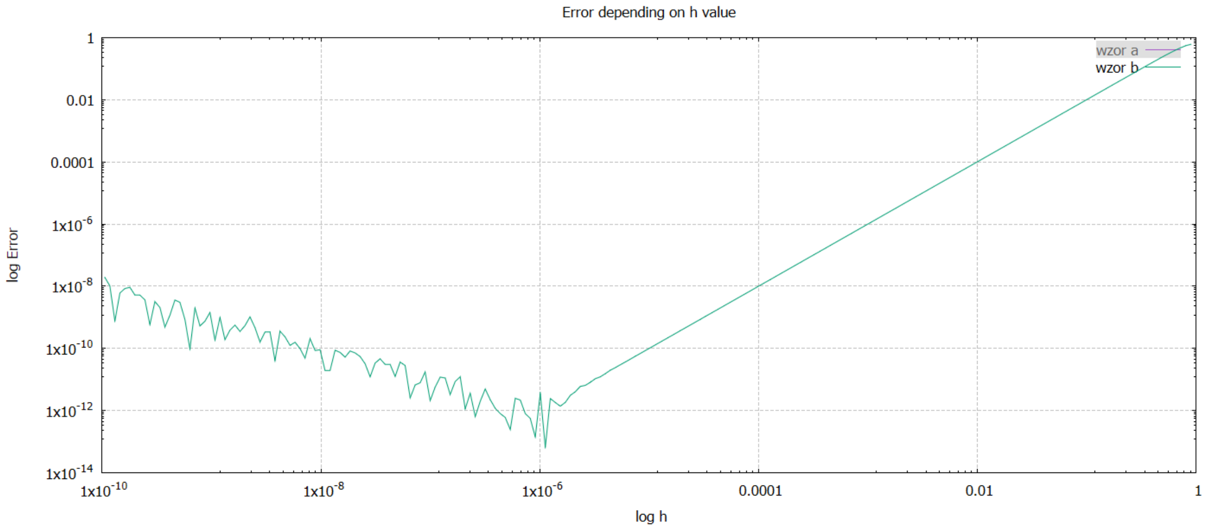




2.2. Z użyciem zmiennej typu double







3. Wnioski

Na powyższych wykresach możemy szybko zauważyć dwie rzeczy:

-dokładność przybliżenie jest znacząco większa dla zmiennej typu double

-dla wzoru ‘b’ możemy uzyskać większą dokładność

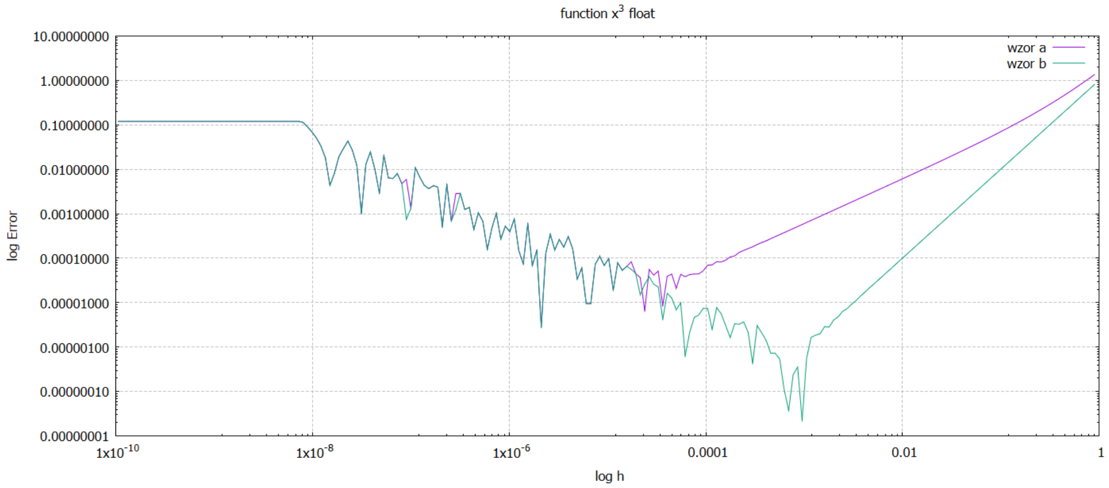
Większa dokładność dla typu double wynika z większego zakresu tego typu- 64 bity dla double, 32 bity dla float- dzięki czemu przybliżenie wartości parametru ‘h’ jest dużo dokładniejsze a błąd mniejszy.

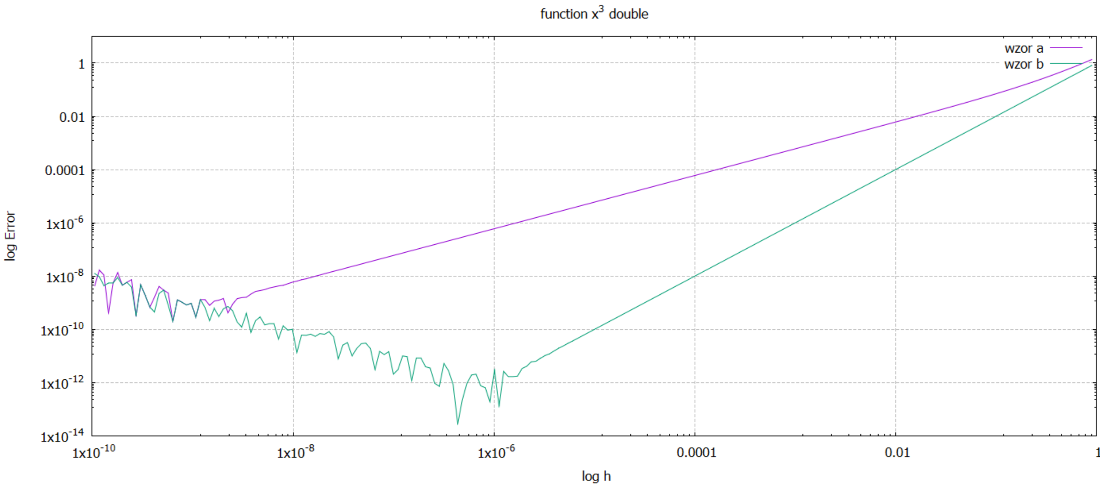
Widzimy też że wartość ‘h’ dla której nasze przybliżenie będzie najdokładniejsze zmienia się w każdym przypadku(występuje ona wczęsnije dla wzoru ‘a’ i dla zmiennej float). Najdokładniejsze przybliżenie otrzymujemy w momencie gdy wartość ‘h’ jest najbliżej zera, ale błąd jej przybliżenia nie jest jeszcze nie wpływa w zauważalny sposób na wynik.

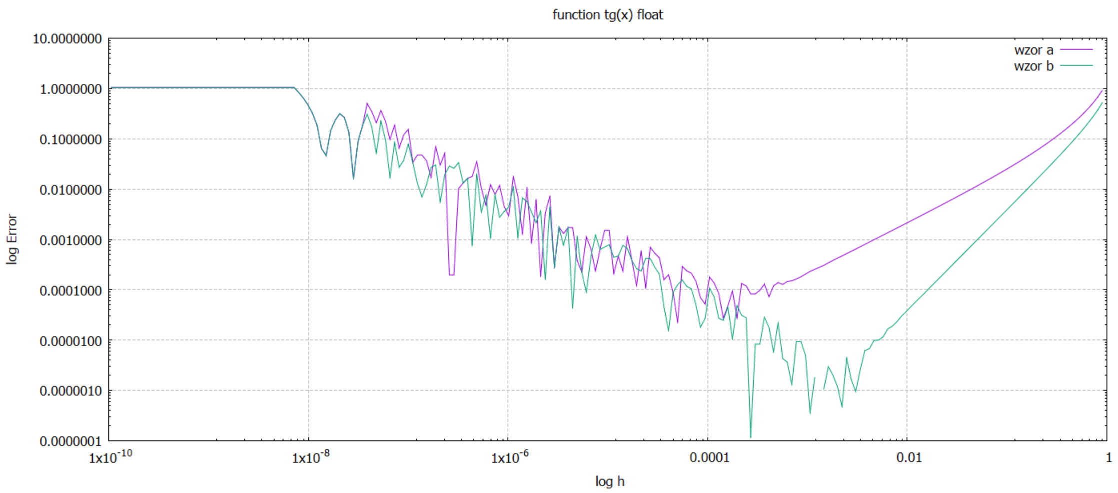
4. Dyskusja

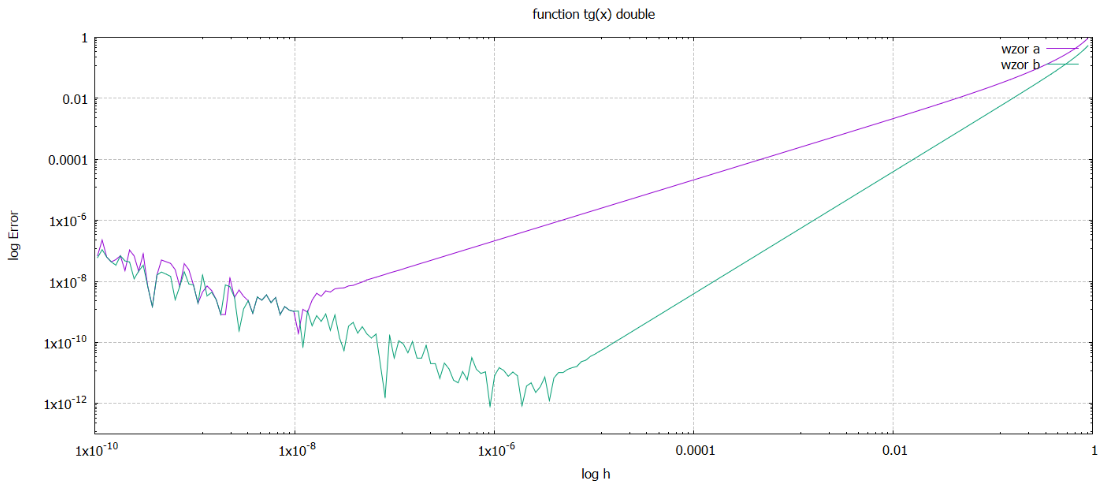
Nasz eksperyment przeprowadziliśmy tylko dla funkcji $\sin(x^3)$, ale możemy spodziewać się podobnych wyników dla innych funkcji

Przykłady:









Podobne wyniki otrzymamy też gdy użyjemy innej wartości ‘x’(w tym wypadku badamy funkcje z polecenia przy zmiennych double)