Teoremas de limites

Teorema: Se $f(x) \leq g(x)$ quando x está próximo de a e os limites de f e g ambos existem quando x tende a a, então

$$\lim_{x\to a} f(x) \leq \lim_{x\to a} g(x).$$

Teorema (Confronto) Se $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ quando x está próximo de a e

$$\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} h(x) = L$$

então

$$\lim_{x\to a} g(x) = L$$

obs: O Teorema do confronto também vale para limites no infinito

Exemplos: Calcule os limites abaixo:

a) $\lim\limits_{x\to 0} x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x}$

b) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\frac{|\cos x|}{x^2} + 4 \right)$

Teorema: Seja f uma função contínua em b e $\lim\limits_{x\to a} g(x) = b$, então

$$\lim_{x\to a} f(g(x)) = f\left(\lim_{x\to a} g(x)\right) = f(b)$$

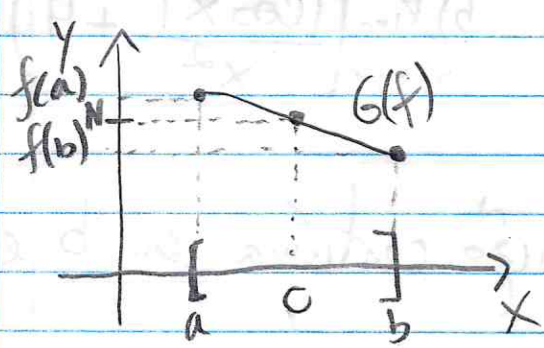
Exemplos: Calcule os limites abaixo:

a) $\lim_{x \to 1} \arcsen\left(\dfrac{1-\sqrt{x}}{1-x}\right)$ b) $\lim_{x \to 3^+} \ln\left(\dfrac{x^3-27}{x^2-9}\right)$

Teorema: Se g for contínua em a e f for contínua em g(a), então a função composta fog dada por $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ é contínua em a.

Teorema (Valor Intermediário)
Suponha que f seja contínua em um intervalo fechado [a,b] e seja N um número qualquer entre f(a) e f(b), em que $f(a) \neq f(b)$. Então existe um número c em (a,b) tal que $f(c) = N$

Idéia Geométrica



Exemplo: Mostre que existe uma raiz para a equação

$$4x^3 - 6x^2 + 3x - 2 = 0$$

Exercícios (Estudar)
Pág 98-99 : 35-40
Pág 118-119 : 33-38, 49-54, 55-58 a).