1° Lista de Matemática Básica

1. Esboce a tabela-verdade para as seguintes proposições:

   a) $\sim(\sim p \wedge \sim q)$.
   b) $\sim q \rightarrow \sim p$.
   c) $p \vee (q \leftrightarrow r)$.
   d) $\sim[(p \wedge q) \vee \sim r]$.

2. Classifique as expressões abaixo em tautologia ou logicamente falsa:
   a) $(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$
   b) $p \vee \sim(p \wedge q)$

3. Sendo a proposição $p \rightarrow (r \vee s)$ falsa e a proposição $(q \wedge \sim s) \leftrightarrow p$ verdadeira, classifique em verdadeira ou falsa as proposições p, q, r e s.

4. Mostre que as proposições $\sim(p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$ e $\sim p$ são logicamente equivalentes:

5. Para a seguinte expressão

$$\forall\, x \in \mathbb{Z}, 2x \text{ é par}$$

   responda:
   a) Escreva sua negação.
   b) Encontre o conjunto verdade para a proposição $2x$ é par cujo domínio é $\mathbb{Z}$.
   c) Classifique em verdadeira ou falsa a expressão.

6. Dê um contra-exemplo para as expressões abaixo:
   a) $\nexists\, x \in \mathbb{R}, x^4 = 16$.
   b) $\forall\, x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$.

7. Dê a negação da proposições quantificadas da questão anterior.

8. Seja $U = \{1, 2, \cdots, 9\}$ o conjunto universo dos conjuntos considerados

$$A = \{1,2,3,4,5\}, \quad B = \{4,5,6,7\}, \quad C = \{5,6,7,8,9\}.$$

Dessa forma, determine :

a)$A \cup B$ e $A \cap B$.
b)$A \cup C$ e $A \cap C$.
c)$B \cup C$ e $B \cap C$.
d)A^c, B^c e C^c.
e)$A \setminus B$, $A \setminus C$,$B \setminus A$, $B \setminus C$,$C \setminus A$ e $C \setminus B$.
f)$A \oplus B$, $A \oplus C$ e $B \oplus C$.

9. Represente no diagrama de Venn os conjuntos abaixo:

   a)$A \cap B^c$ b)$(B \setminus A)^c$ c)$A^c \cup B$.

10. Mostre as seguintes igualdades:

    a) $(A \setminus B) \cup (A \cap B) = A$.
    b) $A \cup B = (B^c \cap A^c)^c$.
    c) $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.
    d) $n(A \cup B) = n(A \setminus B) + n(B \setminus A) + n(A \cap B)$.
    e) $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C$.

11. Prove as seguintes equivalências:

    a) $A \subseteq B$ se e somente se $A \cap B^c = \emptyset$.
    b) $A \subseteq B$ se e somente se $A^c \cup B^c = U$.
    c) $A \subseteq B$ se e somente se $B^c \subseteq A^c$.
    d) $A \subseteq B$ se e somente se $A \setminus B = \emptyset$.

12. Para o conjunto $A = \{1,2,3,4,5\}$, encontre:

    a) Partes(A).
    b) A classe Γ que contém exatamente três elementos de A.
    c) Uma partição.

13. Usando o teorema da indução, mostre as igualdades abaixo:

    a)Para $n \in \mathbb{N}$ temos $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

    b)Para $n \in \mathbb{N}$ temos $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.