

# Funções Contínuas

1

Definição: Uma função  $f$  é contínua em um número  $a$  se

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \quad (8)$$

obs: Observe que (8) não ocorre se as três condições abaixo ocorrerem:

i)  $a \in D(f)$

ii)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  existe (convergir)

iii)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

obs: Se pelo menos uma das condições acima não ocorrer dizemos que  $f$  é descontínua em  $a$ .

Exemplo: Verifique se as funções são contínuas nos pontos indicados:

a)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{se } x \neq 2 \\ 3 & \text{se } x = 2 \end{cases} \quad \text{em } a = 2.$

b)  $g(x) = \begin{cases} 1/x^2 & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases} \quad \text{em } a = 0.$

c)  $h(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x + 2} \quad \text{em } a = -2$

obs: A continuidade à direita e à esquerda de uma função  $f$  em um ponto  $a$  é definida da mesma forma que a continuidade de  $f$  em  $a$ , mas com os limites laterais correspondentes ao inverso do limite bilateral.

Definição: Uma função  $f$  é dita contínua em um intervalo ~~aberto~~ se for contínua em cada ponto do intervalo.

Definição: Uma função  $f$  é dita contínua em um intervalo fechado  $[a, b]$  se  $f$  é contínua em  $(a, b)$ , contínua à direita em  $a$  e contínua à esquerda em  $b$ .

Exemplos: Mostre que  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$  é contínua em  $[-1, 1]$ .

Teorema: Se  $f$  e  $g$  forem contínuas em  $a$  e se  $c$  for uma constante, então as seguintes funções também são contínuas em  $a$ :

i)  $f \pm g$  ii)  $f \cdot g$  iii)  $f/g$   $\wedge g(a) \neq 0$  iv)  $cf$

Teorema: Os seguintes tipos de funções são contínuas em seus domínios: polinomiais, racionais, raízes, trigonométricas, trigonométricas inversas, exponenciais e logarítmicas.



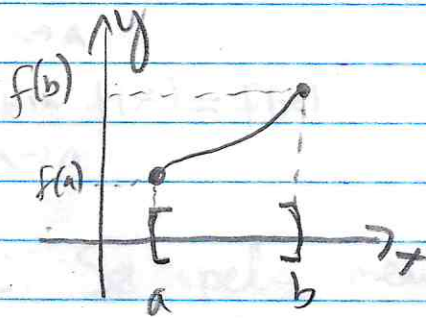
Exemplos: Onde as funções abaixo são contínuas?

a)  $f(x) = \ln x + \sqrt{x^2 - 1}$

b)  $g(x) = \frac{\operatorname{tg} x + \cos x}{x^2 - x}$

Exercícios (Estudar) Pág 117-118.  
11-43

Idéia Geométrica (continuidade em um intervalo)



obs: O gráfico não possui "saltos" ao longo do intervalo.