

Taxas Relacionadas

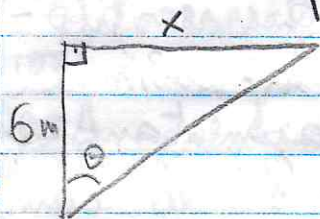
Exemplo 1: O ar está sendo bombeado para um balão esférico de modo que seu volume aumenta a uma taxa de $100 \text{ cm}^3/\text{s}$. Quão rápido o raio do balão está aumentando quando o diâmetro for 50 cm ?

Exemplo 2: Uma escada com 5 m de comprimento está apoiada em uma parede vertical. Se a base da escada desliza, afastando-se da parede a uma taxa de 1 m/s , quão rápido o topo da escada está escorregando para baixo na parede quando a base da escada está a 3 m da parede?

Exemplo 3: Um tanque de água possui formato de um cone circular invertido, com base de raio de 2 m e altura igual a 4 m . Se a água está sendo bombeada para o tanque a uma taxa de $2 \text{ m}^3/\text{min}$, encontre a taxa na qual o nível de água está aumentando quando a água estiver a 3 m de profundidade.

Exemplo 4: Um homem anda ao longo de um caminho reto a uma velocidade de $1,5 \text{ m/s}$. Um holofote localizado no chão a 6 m do caminho é mantido focalizado no homem. A que taxa o holofote está girando quando

o homem está a 8m do ponto do semicírculo mais próximo da luz?



$$\tan \theta = \frac{x}{6}$$

$$\sec^2 \theta \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{6} \frac{dx}{dt}$$

$$x(t_0) = 8m$$

$$\sec \theta = \frac{\sqrt{x(t_0)^2 + 6^2}}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = ?$$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^2 \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{6} \cdot 1,5 \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{9}{25} \cdot \frac{1}{4} = 0,09 \text{ rad/s}$$

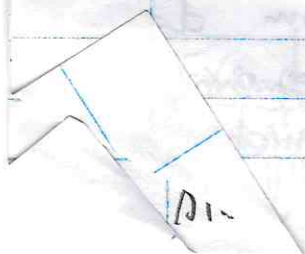
Exercícios (Estudar) Pág 223-225
1-10, 15-17, 19, 22, 28 e 29.

continuação (Aproximações lineares e diferenciais)
é o erro máximo máximo usando esse valor
de raio para computer o volume da esfera?

Exercícios (Estudar)

Pág 229-230

EX: 1-18, 23-28.



(1)

Aproximações lineares e diferenciais

Seja f uma função que possua reta tangente ao seu gráfico no ponto $(a, f(a))$. Para valores próximos de a temos que a ordenada da reta tangente aproxima-se de $f(x)$, isto é

$$f(x) \approx f(a) + f'(a) \cdot (x - a) \quad (1)$$

onde

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

é a equação da reta tangente a $G(f)$ no ponto $(a, f(a))$. Denominamos (1) sendo a aproximação linear ou aproximação pela reta tangente f em a . A função linear

$$L(x) = f(a) + f'(a) \cdot (x - a)$$

é denominada linearização de f em a .

Exemplo: Encontre a linearização da função $f(x) = \sqrt{x+3}$ em $a=1$ e use-a para aproximar os números $\sqrt{3,98}$ e $\sqrt{4,05}$. Essas aproximações estão superestimadas ou subestimadas?

Exemplo: Encontre as aproximações lineares para as funções $f(\theta) = \sin \theta$ e $g(\theta) = \cos \theta$ em $a=0$.