



UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CEARÁ
Campus Russas

RUS0300-Algoritmos em Grafos

Aula 05: Coloração de Vértices & Arestas

Professor Pablo Soares

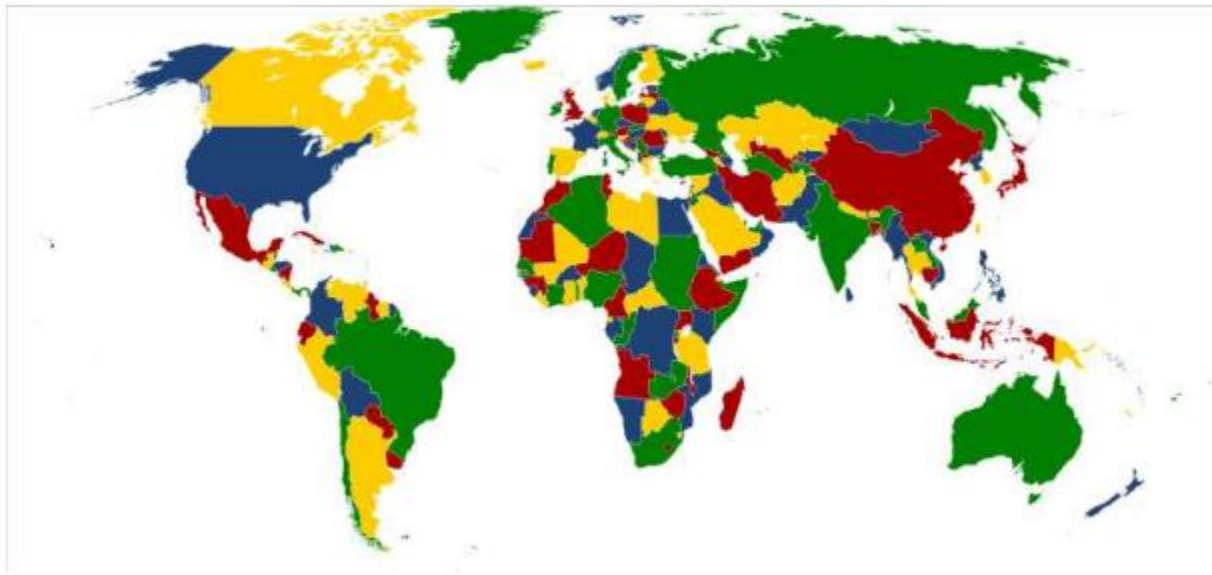
*“Quem não luta pelo futuro que quer, tem que
aceitar o futuro que vier”*

Sumário

- Origem da Coloração de Grafos
- Coloração
 - Vértices
 - Número Cromático
 - Arestas
 - Índice Cromático

Origem da coloração de grafos

- Francis Guthrie (1852): Qualquer **mapa político** pode ser colorido com no máximo quatro cores?



Francis Guthrie

Origem da coloração de grafos



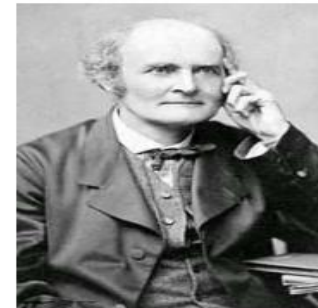
Frederick Guthrie
aluno de De Morgan
(1852)



Augustus de Morgan
Universidade de Londres
(1852)



sir W. R. Hamilton
matemático irlandês
(1852)



Arthur Cayley
Cambridge University
(1878)



Alfred Kempe
(1879)



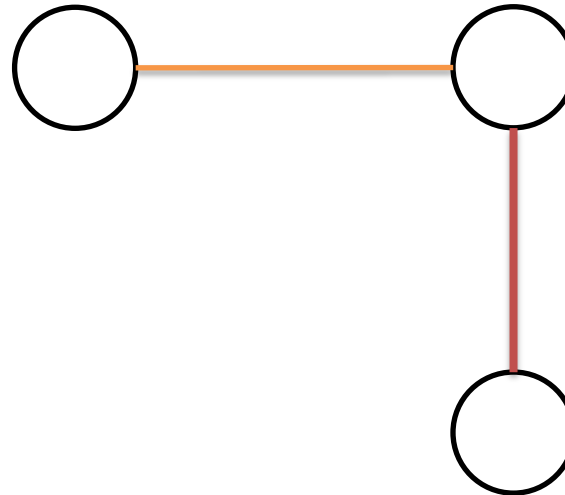
P G Tait
(1880)



P J Heawood
(1890)

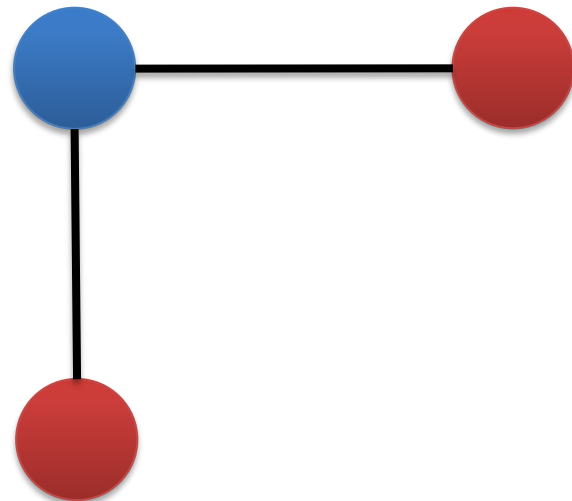
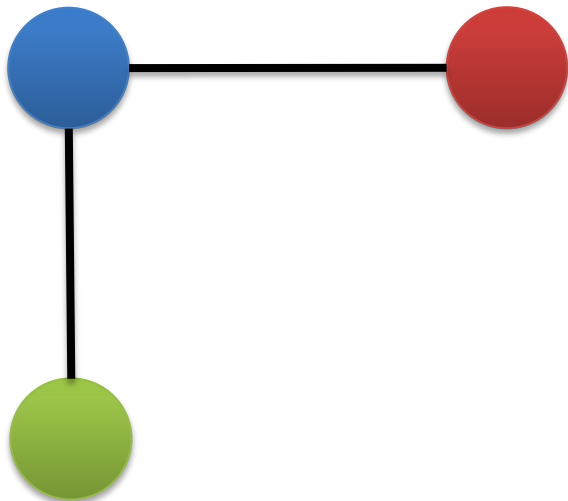
Coloração

- Atribuir rótulos(cores) a elementos de um grafo
 - Vértices
 - Adjacentes recebem cores diferentes
 - Arestas
 - Adjacentes recebem cores diferentes



Coloração de Vértices

- **Número Cromático: $\chi(G)$**
 - **Menor** número de cores necessárias para colorir todos os vértices do grafo, tal que, vértices adjacentes devem possuir cores diferentes
 - Coloração **ótima**



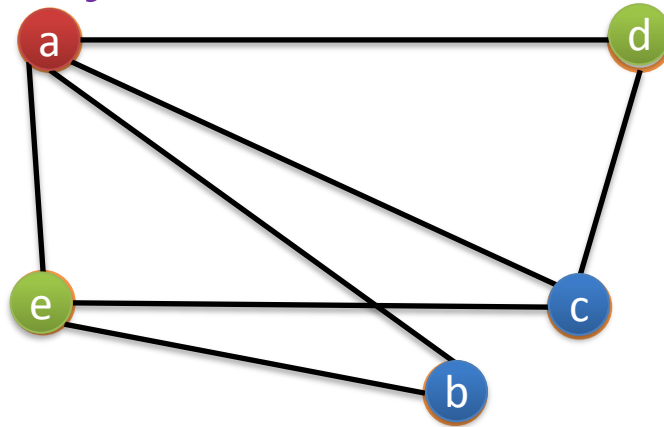
Coloração de Vértices

- Como determinar χ de um grafo G ?

- Problema **NP-Completo**

- Heurística Gulosa

- Ordenação dos vértices: a, b, c, d, e

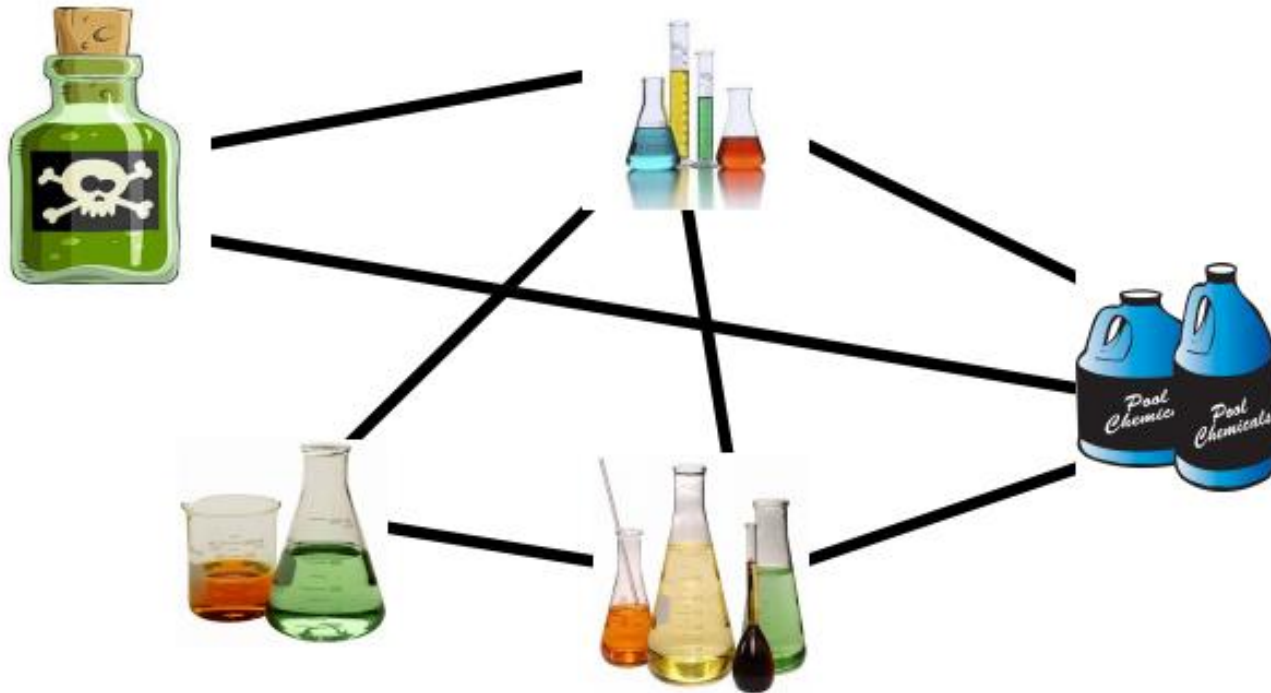


Teorema: Dado qualquer grafo G , há uma ordenação dos seus vértices tal que o método de coloração sequencial de vértices, aplicado a essa ordenação, produz uma coloração ótima.

Otimização Combinatória

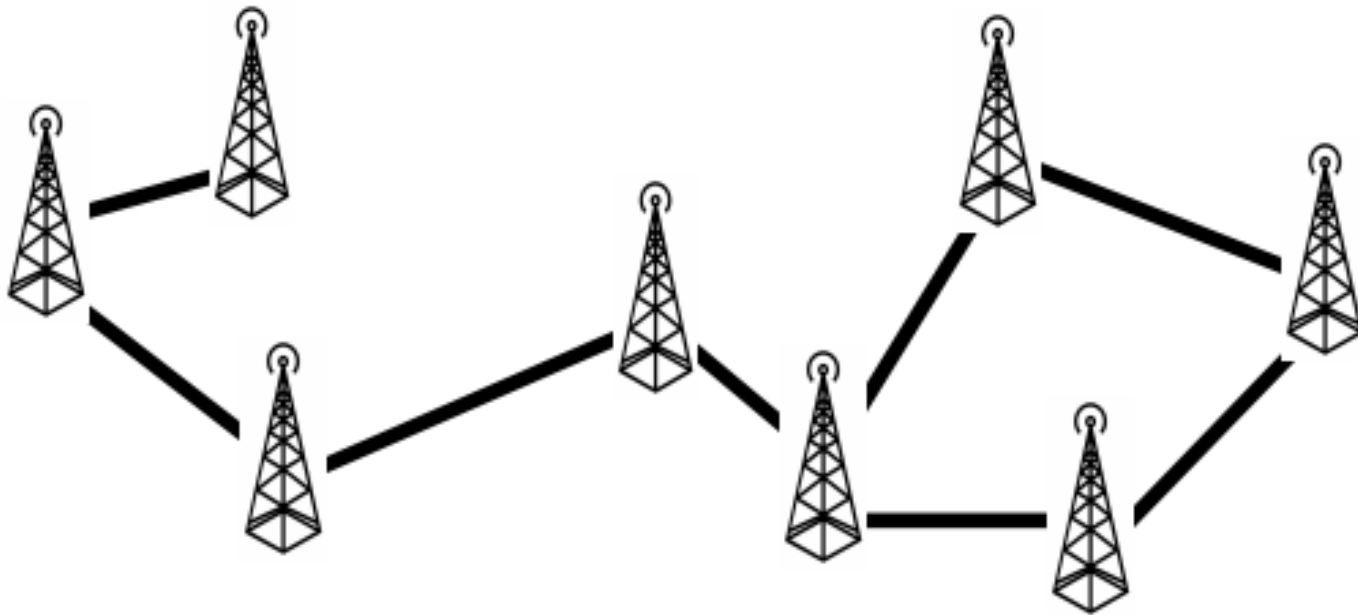
Aplicações da Coloração de Vértices

- Separação de Produtos explosivos



Aplicações da Coloração de Vértices

- **Atribuição de Frequência de Rádio**



Aplicações da Coloração de Vértices

- Sudoku

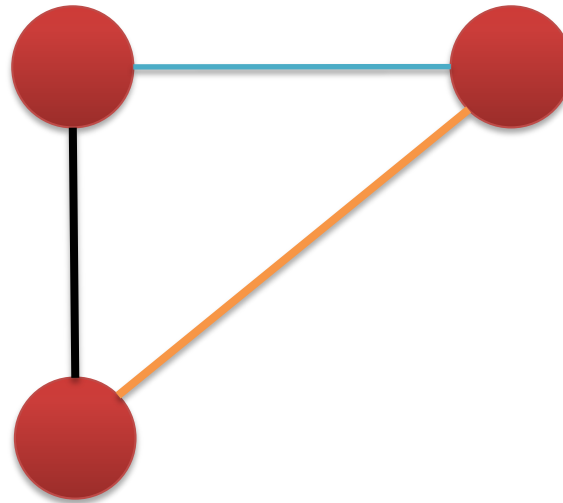
	6		1		4		5	
		8	3		5	6		
								1
8			4		7			6
		6				3		
7			9		1			4
5								2
		7	2		6	9		
	4		5		8		7	



9	6	3	1	7	4	2	5	8
1	7	8	3	2	5	6	4	9
2	5	4	6	8	9	7	3	1
8	2	1	4	3	7	5	9	6
4	9	6	8	5	2	3	1	7
7	3	5	9	6	1	8	2	4
5	8	9	7	1	3	4	6	2
3	1	7	2	4	6	9	8	5
6	4	2	5	9	8	1	7	3

Coloração de Arestas

- **Índice Cromático: $\chi'(G)$**
 - **Menor** número de cores necessárias para colorir todas as arestas do grafo, tal que, arestas adjacentes devem possuir cores diferentes



- **Teorema(Vizing 1964):**
Para qualquer grafo G , $\Delta(G) \leq \chi'(G) \leq \Delta(G) + 1$



UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CEARÁ
Campus Russas

RUS0300-Algoritmos em Grafos

Aula 05: Coloração de Vértices & Arestas

Professor Pablo Soares

2019.1

*“Quem não luta pelo futuro que quer, tem que
aceitar o futuro que vier”*