

1.

$$(a) A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A)))$$

•  $P = A$ ,  $q = A$ ; a partir de H1 temos:  $p \rightarrow (q \rightarrow a)$   
que é igual a:  $A \rightarrow (A \rightarrow A)$ , que a 1ª coisa que conseguimos

•  $P = A \rightarrow (A \rightarrow A)$  e  $q = A \rightarrow A$ , e isso me dá:  
 $A \rightarrow (A \rightarrow A) \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A \rightarrow (A \rightarrow A))$ , 2ª coisa que conseguimos

Aplicando Modus Ponens com a 1ª e 2ª coisa que conseguimos:

$$(A \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A))$$

•  $P = (A \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A))$  e  $q = A$ .

substituindo, temos:

$$(A \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A))))$$

por Modus Ponens na coisa 3 e 4:

$$A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A)))$$

$$(b) A \rightarrow (((A \rightarrow A) \rightarrow ((A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A))))))$$

•  $P = A$ ,  $q = A$ , dada prova temos que:  $A \rightarrow (A \rightarrow A)$  \* 1ª coisa

•  $P = A \rightarrow (A \rightarrow A)$ ,  $q = A$ , substituindo temos:  $A \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A))$  \* 2ª coisa

$$A \rightarrow (A \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A)))$$

Aplicando Modus Ponens nas coisas 1ª e 2ª:

$$A \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A))$$

\* 3ª coisa



$P = A \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A))$  ,  $q = ((A \rightarrow (A \rightarrow A)))$

substituindo, temos:

$A \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow ((A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow A \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A)))$

\* coisa 4

Aplicando MP das coisas 3 e 4:

$((A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A))))$  \* coisa 5

$P = ((A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A)))) \equiv W$

$q = A \rightarrow A$

Assim, temos:

$W \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow W)$  \* coisa 6

MP das coisas 5, 6 !

$(A \rightarrow A) \rightarrow ((A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A))))$

\* coisa 7

$P = (A \rightarrow A) \rightarrow ((A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A)))) \equiv W$

$q = A$

substituindo, temos:

$(A \rightarrow A) \rightarrow ((A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A)))) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A) \rightarrow ((A \rightarrow (A \rightarrow A))))$   
 $\rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A)))$  \* coisa 8

MP das coisas 7, 8

$A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow ((A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A)))))$



(2)

1ª FORMA

a)  $P = A$ ,  $q = A$ ; por HI:  $A \rightarrow (A \rightarrow A)$  \* caso 1

b)  $P = A \rightarrow (A \rightarrow A)$ ,  $q = A$ ,  $A \rightarrow (A \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A)))$   
\* caso 2

MP das coisas 1 e 2:

$(A \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A))$

2ª FORMA

a)  $P = A \rightarrow A$ ,  $q = A$ , por HI:  $(A \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A))$

3ª FORMA

a)  $P = A$ ,  $q = A$ , por HI:  $A \rightarrow (A \rightarrow A)$  \* caso 1

b)  $P = A \rightarrow (A \rightarrow A)$ ,  $q = A$ , por HI:  $A \rightarrow (A \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A)))$  \* caso 2

MP das coisas R1, R2:  $(A \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A)))$  \* caso 3

c)  $P = A$ ,  $q = A$ , e  $r = A \rightarrow A$ , por HI:

$(A \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A))) \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A)))$  \* caso 4

MP das coisas 3 e 4.

$(A \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A))$

data  
fecha

## Lista 20 de Lógica

D	S	T	Q	Q	S	S
D	L	M	M	J	V	S

→ 1ª Construção

$$(1) ((P \rightarrow q) \rightarrow (P \rightarrow r)) \rightarrow (P \rightarrow (q \rightarrow r))$$

$$(1) ((P \rightarrow q) \rightarrow (P \rightarrow r)) \rightarrow (P \rightarrow (q \rightarrow r))$$

$$(2) (((P \rightarrow q) \rightarrow (P \rightarrow r)) \rightarrow ((P \rightarrow q) \rightarrow (P \rightarrow r))) \rightarrow (((P \rightarrow q) \rightarrow (P \rightarrow r)) \rightarrow (P \rightarrow (q \rightarrow r))), \text{ usando } L1, \text{ adiciona } (P \rightarrow q) \rightarrow (P \rightarrow r)$$

$$(3) (((P \rightarrow q) \rightarrow (P \rightarrow r)) \rightarrow ((P \rightarrow q) \rightarrow (P \rightarrow r))), R1 \text{ no lado esquerdo}$$

$$(4) (((P \rightarrow q) \rightarrow (P \rightarrow r)) \rightarrow (P \rightarrow (q \rightarrow r))), \text{ Modus Ponens linha (1) e (2)}$$



# Lógica - Lista 20

data  
fecha

D S T Q Q S S  
D L M M J V S

• 1ª construção

$$(1) ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$$

1.  $((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$
2.  $((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$ , 21, adiciona  $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$  nos 2 lados.
3.  $((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$ , R1 do lado esquerdo.
4.  $((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$ , Modus Ponens linhas 1 e 2.

• 2ª construção

$$(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r)))$$

1.  $(p \rightarrow (r \rightarrow (q \rightarrow r))) \rightarrow ((p \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r)))$   
 $p = p, q = r, r = (q \rightarrow r)$ , usando H2.
2.  $(r \rightarrow (q \rightarrow r))$ , com  $p = r, q = q$ , usando H1.
3.  $(p \rightarrow (r \rightarrow (q \rightarrow r)))$ , usando R2 na linha 2, adiciona p.
4.  $((p \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r)))$ , aplicando Modus Ponens nas linhas 1 e 3.
5.  $(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r)))$ , usando R2 na linha 4 e adicionando  $(p \rightarrow q)$