

# PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

## Principais Distribuições Discretas

Rosineide da Paz

## Modelos Probabilísticos Discretos

- Os modelos probabilísticos discretos são dados por distribuições de probabilidades de variáveis aleatórias discretas.
- Frequentemente nos referimos a essas distribuições como “distribuições discretas de probabilidades”.
- Existem muitos modelos probabilísticos discretos (ou modelo para variáveis aleatórias discretas).
- Aqui veremos apenas os mais utilizados na prática.

# Modelo Uniforme Discreto

Uma v.a.  $X$  assumindo valores em um conjunto finito,  $S = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , segue um modelo uniforme discreto se sua f.p. é dada por:

$$p(x) = \begin{cases} 1/n, & \text{se } x = x_i \text{ para algum } i = 1, 2, \dots, n \\ 0, & \text{se } x \neq x_i \text{ para todo } i = 1, 2, \dots, n. \end{cases}$$

Notação:  $X \sim U^d(x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

Neste caso, temos:

- $E[X] = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n},$
- $Var(X) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - (E[X])^2.$

# Modelo Uniforme Discreto

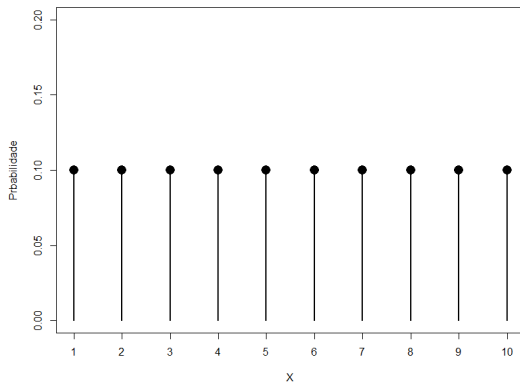


Figure 1: Modelo Uniforme Discreto para  $X \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

**Exemplo:**

Considere o experimento que consiste no lançamento de um dado honesto, e estamos interessados na v.a.

$X$ :  $N^{\circ}$  da face superior.

Neste caso todos os possíveis resultados ocorrem com a mesma probabilidade e, assim, podemos dizer que a probabilidade se distribui **uniformemente** entre os diversos resultados:

$X$	1	2	3	4	5	6
$p(x)$	$1/6$	$1/6$	$1/6$	$1/6$	$1/6$	$1/6$

# Experimentos (ou ensaios) de Bernoulli

Alguns experimentos têm alternativas dicotômicas e podem ser representadas por resposta do tipo sucesso ou fracasso, por exemplo:

- Uma peça é classificada como defeituosa ou não defeituosa;
  - não defeituosa: sucesso;
  - defeituosa: fracasso.
- O resultado de um exame médico para detecção de uma doença é positivo ou negativo;
  - positivo: sucesso;
  - negativo: fracasso.
- Um entrevistado concorda ou não com uma afirmação feita;
  - concorda: sucesso;
  - não concorda: fracasso.
- A direção que segue um veículo em uma bifurcação ( A ou B );
  - direção A: sucesso;
  - direção B: fracasso.

## Modelo Bernoulli

Experimentos com apenas dois resultados possíveis recebem o nome de Ensaio de Bernoulli e dão origem a uma v.a. com **distribuição de Bernoulli**.

Seja  $X$  uma v.a. vinda de um ensaio de Bernoulli, tal que

$$X = \begin{cases} 0, & \text{se corre fracasso,} \\ 1, & \text{se ocorre sucesso.} \end{cases}$$

A f.p. de  $X$  pode ser escrita como

$$p(x) = \begin{cases} p^x q^{1-x}, & \text{se } x = 0, 1 \\ 0, & \text{se } x \neq 0, 1, \end{cases} \quad \text{com } q = 1 - p \text{ e } 0 \leq p \leq 1.$$

Notação:  $X \sim \text{Bernoulli}(p)$ .

A esperança e a variância de  $X$  são:

- $E[X]=p,$
- $\text{Var}(X)=pq.$



# Modelo Binomial

# Modelo Binomial

Agora vamos definir outra variável aleatória

$X$ : “ $N^o$  de sucessos em  $n$  ensaios de Bernoulli, independentes”

Neste caso  $X$  assume valores em  $S = \{0, 1, 2, \dots, n\}$  e tem distribuição binomial, cuja f.p. é dada por:

$$p(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x q^{1-x}, & \text{se } x \in S \\ 0, & \text{se } x \notin S \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{com } q = 1 - p \text{ e} \\ 0 \leq p \leq 1. \end{array}$$

Notação:  $X \sim \text{Binomial}(n, p)$ .

- $E[X] = np$ ,
- $\text{Var}(X) = npq$ .

# Modelo Binomial

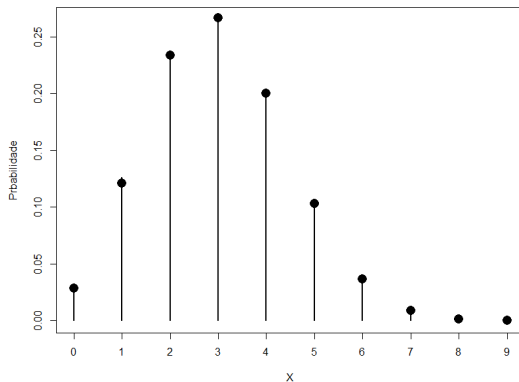


Figure 2: Gráfico das probabilidades da Binomial  $n=10$  e  $p=0,3$ .

## Exemplo

### Exemplo

Sabe-se que os parafusos produzidos por certa empresa têm probabilidade de 0,01 de apresentarem defeitos, independentemente uns dos outros. A empresa vende os parafusos em pacotes com 10 e oferece uma garantia de devolução de dinheiro se mais de 1 parafuso em 10 apresentar defeito. Que proporção de pacotes vendidos a empresa deve trocar?

## Exercícios (todas as respostas devem ser justificadas):

- 1 Uma entrevistadora tem consigo uma lista de pessoas que pode entrevistar. Se ela precisa entrevistar 5 pessoas, e se cada pessoa concorda (independentemente) em ser entrevistada com probabilidade  $\frac{2}{3}$ , qual é a probabilidade de que a sua lista permita que ela consiga obter o número necessário de entrevistas se ela contiver (a) 5 pessoas e (b) 8 pessoas? Na letra (b), qual é a probabilidade de que a entrevistadora fale com exatamente 6 pessoas?
- 2 (Morettin pg. 120 adaptado) Uma remessa de 800 estabilizadores de tensão é recebida pelo controle de qualidade de uma empresa. São inspecionados 20 aparelhos da remessa, que será aceita se ocorrer no máximo um defeituoso. Há 100 defeituosos no lote. Qual a probabilidade de o lote ser aceito?

- 3 (Montgomery pg. 58) Um produto eletrônico contém 40 circuitos integrados. A probabilidade de que qualquer circuito integrado seja defeituoso é de 0,01. Os circuitos operam de forma independente. O produto opera somente se não houver circuitos integrados defeituosos. Qual é a probabilidade de que o circuito opere?