Lógica

lista de exercícios 18

1. A estratégia de H1

Na aula de hoje, nós vimos que a regra H1 pode ser usada para

• colocar coisas na frente das coisas que a gente já tem ...

Utilize essa ideia para mostrar como se pode construir as seguintes regras:

a)
$$A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A)))$$

$$\mathrm{b)}\ A\ \rightarrow\ \Big((\mathtt{A}\to\mathtt{A})\ \rightarrow\ \Big(\big(\mathtt{A}\to(\mathtt{A}\to\mathtt{A})\big)\ \rightarrow\ \big(\mathtt{A}\ \rightarrow\ (\mathtt{A}\to\mathtt{A}))\big)\Big)\Big)$$

Dica: o importante aqui é ver o padrão de construção das regras.

Você deve mostrar cada aplicação da regra H1 e cada aplicação de Modus Ponens em separado, em um argumento passo a passo.

2. Raciocínios alternativos

De quantas maneiras diferentes você consegue construir a regra

$$(A \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A))$$

no jogo lógico de Hilbert?

Dica: existem ao menos 3 maneiras, mas pode haver mais ...

3. A pergunta problemática de Ubiratan (DESAFIO)

Você consegue descobrir como construir a regra

$$((A \rightarrow A) \rightarrow A) \rightarrow A$$

no jogo lógico de Hilbert?

4. Raciocinando com a conjunção

A última folha do último caderno de Hilbert também tinha 3 regrinhas para raciocinar com a conjunção:

[H3]
$$p \to \left(q \to (p \land q)\right)$$
 [H4] $(p \land q) \to p$ [H5] $(p \land q) \to q$

1

Você consegue utilizar essas regras para construir:

a)
$$A \to (B \to (B \land A))$$
 b) $(A \land B) \to (B \land A)$