Lógica para curiosos

aula 07: Raciocinando sobre verdadeiro e falso

1 Introdução

Três suspeitos fazem as seguintes declarações:

João: *Não fui eu!*
Abraão: *Não fui eu!*
Sebastião: *Foi o Abraão.*

Você sabe que apenas uma dessas declarações é verdadeira.

Quem é o culpado?

A novidade desse quebra-cabeça é que agora nós não podemos confiar em todas as informações dadas.

Por exemplo, Abraão e Sebastião não podem ambos estar falando a verdade.

Por outro lado, nós temos a informação adicional de que apenas uma das declarações é verdadeira, e é isso que nos permite resolver o problema.

Vejamos.

(1) Abraão e Sebastião dizem coisas opostas.
Logo, um deles está falando a verdade e o outro está mentindo.

(2) Mas, se o que Sebastião diz é verdade,
então João também está dizendo a verdade.

(3) Ora, nós já sabemos que apenas uma das declarações é verdadeira.
Portanto, é Abraão quem diz a verdade.

(4) Finalmente, se Abraão diz a verdade então João está mentindo
e isso significa que é ele o culpado.

2 Raciocinando sobre verdadeiro e falso

A seguir, nós vamos ver mais exemplos de raciocínios sobre verdadeiro e falso.

Exemplo 1: Quatro suspeitos

Quatro suspeitos fazem as seguintes declarações:

Red: *Blue did it.*
Blue: *Red did it.*
Green: *Blue is telling the truth*
Yellow: *Green is not lying*

Three of these statements are false.
Who did it?

Nós podemos raciocinar da seguinte maneira:

(1) Green cannot be telling the truth, because then Blue would be telling the truth too, which cannot be.
So, Green is lying.

(2) But, if Green is lying, the Blue is also lying.
And now we may conclude that Red did not do it.

(3) On the other hand, if Green is lying, then Yellow is also lying.

(4) Now we have that Green, Blue and Yellow are lying.
But this means that Red is the one who is telling the truth.

(5) Finally, if Red is telling the truth, then Blue did it!

◇

Exemplo 2: Knights, knaves and spies

Em uma ilha existe 3 tipos de pessoa:

- *knights, which always tell the truth*
- *knaves, which always lie*
- *spies, which can lie or tell the truth at will*

You come across three people who wear blue, red and green.

You know that one is a knight, one is a knave, and one is a spy.

You ask: "Who is the spy?"

They respond:

Blue: *The man in red is the spy.*

Red: *No, the man in green is the spy.*

Green: *No, the man in red is in fact the spy.*

Who are they?

Solução:

(1) Note that Blue and Green say the same thing.
So, they cannot be the knight and the knave.
That is, either Blue or Green is the spy.

(2) Now, if the spy is either Blue or Green,
then Blue and Green are both lying.
And this means that the knight can only be Red.

(3) But, if Red is the knight, then what he says is true.
And this means that Green is the spy.

◇

Exemplo 3: O curinga

Três cartas estão sobre uma mesa com a face voltada para baixo: uma delas é uma carta vermelha, outra é uma carta preta, e a outra é o curinga.

No verso das cartas alguém escreveu:

A carta 3 é o curinga	A carta 1 é preta	Este é o curinga

Além disso, você sabe que

- *A frase escrita na carta vermelha é verdadeira*
- *A frase escrita na carta preta é falsa*
- *A frase escrita no curinga pode ser verdadeira ou falsa*

Quem é o curinga?

(1) Note que as cartas 1 e 3 dizem a mesma coisa.
Isso significa que ambas dizem a verdade ou ambas dizem algo falso.
Isto é, não é possível que uma diga a verdade e outra diga uma falsidade.
Logo, não é possível que uma seja a carta vermelha e a outra a carta preta.
E isso significa que uma delas deve ser o curinga!

(2) Agora, se a carta 1 é o curinga então a carta 3 está mentindo,
e logo ela deve ser a carta vermelha.
Mas, se a carta 1 é o curinga então a carta 2 também está mentido,
e deveria ser ela a carta vermelha.
Mas, só existe uma carta vermelha.
Portanto, a carta 1 não pode ser o curinga!

(3) A conclusão imediata a partir de (1) e (2) é que a carta 3 é o curinga.
E nós também podemos deduzir que a carta 1 é preta,
e que a carta 2 é vermelha.

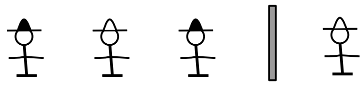
$\diamond$

3 Mais exemplos

A seguir, nós temos mais exemplos de raciocínio sobre verdadeiro e falso.

Exemplo 1: O problema do chapéu

> *Quatro homens estão e fila, todos eles olhando para frente, e o primeiro deles se encontra atrás de uma parede.*
> *Cada homem tem um chapéu na cabeça, mas eles não sabem a sua cor. Tudo o que eles sabem é que 2 chapéus são brancos e 2 chapéus são pretos.*



> *Suponha que as cores dos chapéus são como ilustrado na figura.*
>
> *Quais deles conseguem descobrir a cor do seu próprio chapéu?*

(1) Em um primeiro momento, apenas o último homem da fila tem a chance de advinhar a cor do seu próprio chapéu: o primeiro e o segundo não vêem ninguém à sua frente, e o terceiro vê apenas uma pessoa.

Mas o último homem não pode dizer nada: como ele vê um chapéu branco e um chapéu preto à sua frente, o seu próprio chapéu pode ser tanto branco como preto e não há como advinhar qual dessas opções é o caso.

(2) O terceiro homem, no entanto, ao perceber que o último está indeciso, descobre a cor do seu próprio chapéu: Branco!

Ele raciocina da seguinte maneira:

- Se o último homem não disse nada, então é porque ele está vendo um chapéu branco e um chapéu preto à sua frente.
- Ora, mas o chapéu preto é exatemente esse que eu também estou vendo.
- Logo o meu próprio chapéu deve ser branco.

(3) Uma vez que o terceiro anuncia a cor do seu chapéu, o segundo homem também é capaz de advinhar a cor do seu: Preto!

Ele raciocina da seguinte maneira:

- O último homem não disse nada em um primeiro momento porque via um chapéu branco e um chapéu preto à sua frente.
- E agora eu fiquei sabendo que o terceiro tem um chapéu branco.
- Logo, eu posso concluir que o meu próprio chapéu deve ser preto.

(4) Finalmente, após todos esses acontecimentos, o primeiro e o último homens da fila continuam sem saber a cor dos seus próprios chapéus ...

(porque?)

◇

Exemplo 2: Três suspeitos

> *Um cavalo, um burro e uma vaca foram roubados, e 3 suspeitos fazem as seguintes declarações:*

Juca: *O Pinduca roubou o cavalo.*

Pituca: *O Pinduca roubou o burro.*

Pinduca: *Não é verdade! Eu não roubei nem o cavalo nem o burro.*

Você sabe que

- *De fato, cada um deles roubou um dos animais.*
- *Aquele que roubou a vaca está mentindo.*
- *Aquele que roubou o cavalo está falando a verdade.*

Quem roubou cada animal?

Nós podemos raciocinar da seguinte maneira:

(1) Juca e Pituca não podem estar ambos falando a verdado, e portanto ao menos um deles está mentindo (possivelmente ambos).

(2) Pinduca não pode estar dizendo a verdade, porque
- Quem diz a verdade é aquele que roubou o cavalo.
- E essa pessoa, portanto, não pode dizer que não roubou o cavalo.

(3) Se Pinduca não roubou o cavalo, então Juca não está falando a verdade.

(4) Nós acabamos de descobrir que Juca e Pinduca estão mentindo.
Mas, alguém deve estar dizendo a verdade (pois alguém roubou o cavalo).
Portanto, Pituca deve estar falando a verdade, e foi ele quem roubou o cavalo.

(5) Além disso, se Pituca está dizendo a verdade, então quem roubou o burro foi mesmo Pinduca.

(6) Finalmente, só nos resta concluir que Juca roubou a vaca.

◇

Exemplo 3: Dias da semana

Asheley, Britney, Charles, David, Erika, Frank, and Gusti are having an argument about which day of the week it is.

They speak as follows:

Ashley: *The day after tomorrow is Wednesday.*
Britney: *No, it is Wednesday today.*
Charles: *You are both wrong; it is Wednesday tomorrow.*
David: *Nonsense. Today is neither Monday, Tuesday, nor Wednesday.*
Erika: *I'm quite sure Yesterday was Thursday.*
Frank: *No, tomorrow is Thursday.*
Gusti: *All I know is that yesterday was not Saturday.*

If only one of the remarks is true, what day of the week is it?

Para resolver esse problema é conveniente reformular as declarações de modo que todos afirmem alguma coisa a respeito do dia de hoje:

(A) Today is Monday.
(B) Today is Wednesday.
(C) Today is Tuesday.
(D) Today is neither Monday, nor Tuesday, nor Wednesday.
(E) Today is Friday.
(F) Today is Wednesday.
(G) Today is not Sunday.

A seguir, nós podemos fazer as seguintes deduções:

(1) Nós sabemos que apenas um deles está dizendo a verdade, mas (B) e (F) estão dizendo a mesma coisa.
Logo, nós podemos concluir que ambos estão mentindo, e que hoje não é quarta-feira.

(2) A seguir, note que se o que (E) diz é verdade, então o que (D) diz também é verdade, e nós teríamos novamente duas declarações verdadeiras, o que não pode ser.
Logo, nós concluímos que (F) está mentindo, e que hoje não é sexta-feira.

(3) Um raciocínio análogo envolvendo (A) e (G) permite concluir que hoje não é segunda-feira.

(4) E um raciocínio análogo envolvendo (C) e (G) permite concluir que hoje não é terça-feira.

(5) A seguir, nós observamos que (1), (3) e (4) implicam que (D) está falando a verdade.

(6) Mas, nós ainda não sabemos que dia é hoje, e portanto (G) também poderia estar dizendo a verdade.

(7) Como apenas um diz a verdade, (G) deve estar mentindo, e daí nós concluímos que hoje é de fato domingo.

◇

Exemplo 4: (. . .)

(. . .)

◇

Exemplo 5: Knights, knaves and spies 2

Na mesma ilha dos knights, knaves e spies ...

You are approached by three people wearing blue, red and green. You know that one is a knight, one is a knave, and one is a spy.

They speak as follows:

Blue: *I am the knight.*

Red: *He speaks the truth.*

Green: *I am a spy.*

Who are they?

Solução:

(1) Consider the statement by Red.
A knight would never say that a knave tells the truth.
And a knave would never say that a knight tells the truth either.
So, Red and Blue cannot be a knight and a knave.
That is, one of them must be the spy.

(2) But, if the spy is either Red or Blue.
Then, Green is lying, and he must be the knave.

(3) Now, there remains three options:
- Blue is the spy and Red is the knight
- Blue is the knight and Red is the spy

(4) But, the first cannot be, because in this case a knight (Red) would be lying.

(5) So, the three are: a knight, a spy and a knave.

◇

Exercícios

1. **Aniversários**

   Dois irmãos sempre dizem a verdade, com apenas uma exceção: cada um deles mente sobre o dia do seu aniversário no dia do seu aniversário.

   Se você pergunta a eles no dia 31 de dezembro qual é o dia do seu aniversário, um deles diz "ontem", e o outro diz "amanhã".

   Se você repete a pergunta no dia seguinte, ambos dão a mesma resposta.

   Qual é o dia do aniversário de cada um?

2. **Verdadeiro ou falso?**

   Exatamente uma das afirmações abaixo é falsa.

   A: *A afirmação D é verdadeira.*
   B: *A afirmação A é falsa.*
   C: *A afirmação B é falsa.*
   D: *A afirmação C é verdadeira.*

   Você consegue descobrir qual é?

3. **Mais um problema do chapéu**

   Três pessoas sabem que tem um chapéu vermelho ou um chapéu azul na cabeça.

   Eles devem levantar a mão se vêem um chapéu vermelho na cabeça de alguém.

   Aquele que advinha a cor do seu próprio chapéu ganha o jogo.

   Todos levantam a mão.

   *Após alguns momentos, onde todos olham um para o outro sem advinhar, um deles diz "*vermelho*"e ganha o jogo.*

   Como é que essa pessoa advinhou a cor do seu próprio chapéu, e qual é a cor dos chapéus das outras duas?

4. **Quatro suspeitos**

   Quatro suspeitos fazem as seguintes declarações:

   Alemão: *Não fui eu.*
   Cabeção: *Foi sim, o Alemão está mentindo.*
   Maneta: *Não, não, é o Cabeção quem está mentindo.*
   Zacarias: *Na verdade, foi o Cabeção.*

   Você sabe que apenas uma dessas declarações é verdadeira.

   Quem é o culpado?

5. **Qual é a resposta?**

   Aqui estão três respostas:

   A. resposta A
   B. respostas A ou B
   C. respostas B ou C

   Sabendo que apenas uma das respostas é correta, você consegue descobrir que resposta é essa?

6. **Quem estudou?**

O professor Quindim perguntou a seus 5 alunos quem havia estudado matemática ontem. Eles responderam:

Juquinha: *ninguém estudou ontem.*

Zequinha: *um de nós estudou ontem.*

Chiquinha: *dois de nós estudaram ontem.*

Mariquinha: *três de nós estudaram ontem.*

Francisquinha: *quatro de nós estudaram ontem.*

Você sabe que aqueles que estudaram estão dizendo a verdade, e que aqueles que não estudaram estão mentindo.

Quem estudou ontem?