Lógica

exercícios adicionais 20

1. Outra versão do Dist

Nessa aula, nós vimos como transformar a transformação Dist para que ela funcione da seguinte maneira

$$\texttt{X} \ \rightarrow \ \big(\texttt{Y} \ \rightarrow \ \big(\texttt{Z} \rightarrow \texttt{W} \big) \big) \qquad \xrightarrow{\texttt{Dist} \ 2.0} \qquad \texttt{X} \ \rightarrow \ \big((\texttt{Y} \rightarrow \texttt{Z}) \ \rightarrow \ (\texttt{Y} \rightarrow \texttt{W}) \big)$$

Quer dizer, aqui a operação Dist foi aplicada no lado direito da regra.

Mas, em certos raciocínios pode ser conveniente aplicar o Dist no lado esquerdo da regra

$$\left(\texttt{X} \ \rightarrow \ (\texttt{Y} \rightarrow \texttt{Z}) \right) \ \rightarrow \ \texttt{W} \qquad \xrightarrow{\texttt{Dist} \ 3.0} \qquad \left((\texttt{X} \rightarrow \texttt{Y}) \ \rightarrow \ (\texttt{X} \rightarrow \texttt{Z}) \right) \ \rightarrow \ \texttt{W}$$

Mostre como a transformação Dist pode ser transformada nessa outra versão distribuição.

solução: (Dist 3.0)

Lembre que no exercício 1 da lista 20 nós construímos a regra que corresponde ao contrário da distribuição

$$\big((\mathtt{X} \to \mathtt{Y}) \ \to \ (\mathtt{X} \to \mathtt{Z})\big) \ \to \ \big(\mathtt{X} \ \to \ (\mathtt{Y} \to \mathtt{Z})\big)$$

Nós vamos deixar isso de lado por um momento, para ser utilizado mais adiante.

O raciocínio começa colocando o lado esquerdo acima na frente da regra original, e depois aplicando o Dist

$$\begin{array}{l} \left(X \, \to \, (Y \to Z)\right) \, \to \, W \\ \\ \stackrel{\mathbb{R}2}{\Longrightarrow} \, \left(\left(X \to Y\right) \, \to \, \left(X \to Z\right)\right) \, \to \, \left(\left(X \, \to \, (Y \to Z)\right) \, \to \, W\right) \\ \\ \stackrel{\text{Dist}}{\Longrightarrow} \, \left(\left(\left(X \to Y\right) \, \to \, \left(X \to Z\right)\right) \, \to \, \left(X \, \to \, (Y \to Z)\right)\right) \\ \\ \to \, \left(\left(\left(X \to Y\right) \, \to \, \left(X \to Z\right)\right) \, \to \, W\right) \end{array}$$

E agora, uma vez que nós já temos o lado esquerdo, basta aplicar o Modus Ponens

$$\stackrel{\mathtt{MP}}{\Longrightarrow} \quad \big((\mathtt{X} \to \mathtt{Y}) \ \to \ (\mathtt{X} \to \mathtt{Z}) \big) \ \to \ \mathtt{W}$$

 \Diamond

3. Circuitos de construção

O resultado mais importante que nós vimos na aula 20 foi a possibilidade de construir regras que possuem o efeito combinado de duas transformações consecutivas.

No primeiro caso, nós vimos como construir a regra que corresponde à sequência de transformações

E no segundo caso nós vimos como construir a regra que corresponde à sequência de transformações

$$egin{array}{cccc} X & \stackrel{\mathtt{TA}}{\Longrightarrow} & Y
ightarrow Z & \stackrel{\mathtt{R3}}{\Longrightarrow} & Z \end{array}$$

(assumindo que Y é uma coisa que se pode construir com H1)

Mas, ainda falta considerar a transformação R2.

Nesse exercício, você deve mostrar como construir a regra que corresponde à sequência de transformações

Você também deve mostrar o circuito associado a essa construção, que só pode utilizar os componentes H1, H2 e MP.