

# LISTA 27 - ITEM 1

1.  $(B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow (A \vee C))$ ,  $\pi = (A \vee C)$ ,  $P = A$ ,  $q = B$

$$H8 \rightarrow (A \rightarrow (A \vee C)) \rightarrow ((B \rightarrow (A \vee C)) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow (A \vee C)))$$

$$H6 \rightarrow (A \rightarrow (A \vee C))$$

$$MP \rightarrow ((B \rightarrow (A \vee C)) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow (A \vee C))) \Delta$$

$$H7 \rightarrow C \rightarrow (A \vee C)$$

$$LL \rightarrow (B \rightarrow C) \rightarrow (B \rightarrow (A \vee C)) \square$$

$$\text{trans } \square + \Delta \rightarrow (B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow (A \vee C))$$

## item 2

$$(B \rightarrow C) \rightarrow (B \rightarrow (A \vee C))$$

$$H7 \rightarrow C \rightarrow (A \vee C)$$

$$21 \rightarrow (B \rightarrow C) \rightarrow (B \rightarrow (A \vee C))$$

$$(L1) \underline{(x \rightarrow y)} \rightarrow \underline{((z \rightarrow x) \rightarrow (z \rightarrow y))}$$

### ITEM 3

$$(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow D) \rightarrow (A \rightarrow ((D \wedge C) \wedge B))))$$

Estratégia: tentar construir isso:  $B \rightarrow (C \rightarrow (D \rightarrow ((D \wedge C) \wedge B)))$  e depois add A com L1.

$$I_2: (P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \wedge Q) \rightarrow R)$$

$$(B \wedge C) \rightarrow (D \rightarrow ((D \wedge C) \wedge B))$$

$$((B \wedge C) \wedge D) \rightarrow ((D \wedge C) \wedge B)$$

$$\Rightarrow ((B \wedge C) \wedge D) \rightarrow ((D \wedge C) \wedge B)$$

$$H_4 \rightarrow ((B \wedge C) \wedge D) \rightarrow (B \wedge C) \quad (1)$$

$$H_5 \rightarrow ((B \wedge C) \wedge D) \rightarrow D \quad (2)$$

$$H_4 \rightarrow (B \wedge C) \rightarrow B \quad (3)$$

$$H_5 \rightarrow (B \wedge C) \rightarrow C \quad (4)$$

$$\text{Trans. (1), (3)} \rightarrow ((B \wedge C) \wedge D) \rightarrow B \quad (5)$$

$$\text{Trans. (1), (4)} \rightarrow ((B \wedge C) \wedge D) \rightarrow C \quad (6)$$

$$\text{J1 com (2), e (6)} \rightarrow ((B \wedge C) \wedge D) \rightarrow (D \wedge C) \quad (7)$$

$$\text{J1 com (5) e (7)} \rightarrow ((B \wedge C) \wedge D) \rightarrow ((D \wedge C) \wedge B)$$

$$J_3: (B \wedge C) \rightarrow (D \rightarrow ((D \wedge C) \wedge B))$$

$$J_3: B \rightarrow (C \rightarrow (D \rightarrow ((D \wedge C) \wedge B)))$$

$$L1 \rightarrow (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow (C \rightarrow (D \rightarrow ((D \wedge C) \wedge B))))$$

$$\text{DIST 2.0} \rightarrow (A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow (D \rightarrow ((D \wedge C) \wedge B))))$$

$$\text{DIST 3.0} \rightarrow (A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow D) \rightarrow (A \rightarrow ((D \wedge C) \wedge B))))$$



LISTA 27 , 2 QUESTÃO

$$(P \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((P \rightarrow (q \rightarrow s)) \rightarrow (P \rightarrow (q \rightarrow (r \wedge s))))$$

$$M3 \rightarrow P \rightarrow (q \rightarrow (P \wedge q)) , p = r , q = s$$

$$M3 \rightarrow r \rightarrow (s \rightarrow (r \wedge s))$$

$$L4 \rightarrow (q \rightarrow r) \rightarrow (q \rightarrow (s \rightarrow (r \wedge s)))$$

$$DIST \rightarrow (q \rightarrow r) \rightarrow ((q \rightarrow s) \rightarrow (q \rightarrow (r \wedge s)))$$

$$L1 \rightarrow (P \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (P \rightarrow ((q \rightarrow s) \rightarrow (q \rightarrow (r \wedge s))))$$

$$DIST 2.0 \rightarrow (P \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((P \rightarrow (q \rightarrow s)) \rightarrow (P \rightarrow (q \rightarrow (r \wedge s))))$$

LISTA 28 , 1 QUESTÃO

$$(((P \wedge q) \wedge r) \rightarrow s) \rightarrow (P \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow s))))$$

$$\bullet P = (P \wedge q) , q = r , r = s$$

$$J3: (((P \wedge q) \wedge r) \rightarrow s) \rightarrow ((P \wedge q) \rightarrow (r \rightarrow s)) \quad (1)$$

$$\bullet P = P , q = q , r = (r \rightarrow s)$$

$$J3 \rightarrow ((P \wedge q) \rightarrow (r \rightarrow s)) \rightarrow (P \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow s))) \quad (2)$$

$$\bullet \text{Tramo (1) e (2)}$$

$$\Rightarrow ((P \wedge q) \wedge r) \rightarrow s \rightarrow (P \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow s)))$$

# Lista 28 - 4 Questões

$$\bullet (P \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow s)))$$

$$\bullet (P \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow (s \rightarrow t))))$$

$$\bullet (P \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow t))) \quad \begin{array}{l} \text{MP} \\ 4.0 \end{array}$$

Existe a regra:  $\Rightarrow S \rightarrow ((S \rightarrow t) \rightarrow t)$  associada a Modus Ponens,

Como sabemos construir  $(s \rightarrow t) \rightarrow (s \rightarrow t)$ , podemos aplicar INV  $\Rightarrow S \rightarrow ((S \rightarrow t) \rightarrow t)$

com isso podemos usar LI de Lógica  $\Rightarrow (r \rightarrow s) \rightarrow (r \rightarrow ((s \rightarrow t) \rightarrow t))$ , e se aplicarmos

dist 2.0  $\Rightarrow (r \rightarrow s) \rightarrow ((r \rightarrow (s \rightarrow t)) \rightarrow (r \rightarrow t))$ , que é o MP 2.0.

Aplicando LI mais uma vez, LI  $\Rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow s)) \rightarrow (q \rightarrow ((r \rightarrow (s \rightarrow t)) \rightarrow (r \rightarrow t)))$

e dist 2.0  $\Rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow s)) \rightarrow ((q \rightarrow (r \rightarrow (s \rightarrow t))) \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow t)))$ , que é o MP 3.0.

e LI  $\Rightarrow P \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow s)) \rightarrow (P \rightarrow ((q \rightarrow (r \rightarrow (s \rightarrow t))) \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow t))))$

dist 2.0  $\Rightarrow (P \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow s))) \rightarrow (P \rightarrow ((q \rightarrow (r \rightarrow (s \rightarrow t))) \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow t))))$

Dado que conseguimos construir:  $(P \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow s)))$

com MP  $\Rightarrow (P \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow (s \rightarrow t)))) \rightarrow (P \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow t)))$

Dado que conseguimos  $(P \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow (s \rightarrow t))))$

com MP  $\Rightarrow (P \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow t)))$