

Lógica

aula 06: Raciocinando sobre possibilidades

1 Introdução

Toda gente reparou nas trocas de olhares daqueles três.

Tomás não parava de olhar para Catarina, e Catarina não parava de olhar para Rui.

Ora, acontece que o Tomás era casado, mas o Rui não.

Descubra se há alguém casado olhando para uma pessoa solteira nessa história.

Esse problema é bem fácil.

A primeira vista, não há informação suficiente para resolver a questão, mas note que das duas uma: ou Catarina é casada ou Catarina é solteira.

Agora, nós podemos raciocinar da seguinte maneira:

- Se Catarina é casada, então nós temos Catarina olhando para Rui, que é solteiro.
E aqui nós identificamos uma pessoa casada olhando para uma pessoa solteira.
- Caso contrário, então nós temos Tomás, que é casado, olhando para Catarina.
E aqui nós temos outra vez uma pessoa casada olhando para uma pessoa solteira.

Portanto, a resposta é Sim, há uma pessoa casada olhando para uma pessoa solteira na história.

2 Raciocinando sobre possibilidades

A seguir, nós vamos ver outros exemplos que envolvem o mesmo tipo de raciocínio.

Exemplo 1: Quem é quem?

Pedro, João e Sílvia são um médico, um advogado e um professor (não necessariamente nessa ordem ...).

O professor, que é filho único, é aquele que ganha menos.

Sílvia, que é casada com a irmã de Pedro, ganha mais que o advogado.

Qual é a profissão de cada um?

A melhor maneira de começar consiste em isolar os pedaços de informação que nós já temos:

- (1) O professor é filho único.
- (2) O professor ganha menos do que os outros dois.
- (3) Pedro tem uma irmã.
- (4) Sílvia é casada (com a irmã de Pedro).
- (5) Sílvia ganha mais que o advogado.

E agora nós podemos iniciar o processo de dedução:

- A partir de (1) e (3), nós podemos concluir que
(6) Pedro não é o professor.
- E a partir de (2) e (5), nós podemos concluir que
(7) Sílvia também não é o professor.
- Agora, (6) e (7) nos permitem concluir que
(8) João deve ser o professor.
- E, sabendo que (7) é o caso, nós podemos concluir que
(9) Sílvia é o médico ou o advogado.
- Mas, em vista da informação (5), (8) nos permite concluir que
(10) Sílvia é o médico.
- Finalmente, a partir de (8) e (10), só nos resta concluir que
(11) Pedro é o advogado.

Legal!

Mas, onde está a lógica?

Bom, o nosso ponto de partida foram as 5 informações iniciais

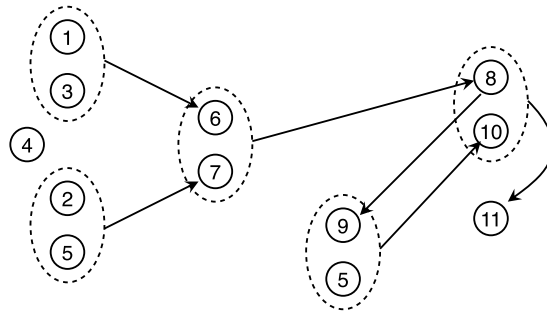
- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

E no final a solução foi dada pelas informações (8), (10) e (11):

- | | |
|---|---|
| ① | |
| ② | ⑧ |
| ③ | ⑩ |
| ④ | |
| ⑤ | ⑪ |

Mas, não é fácil ver diretamente a partir de (1)-(5) que (8), (10) e (11) são a solução.

Por isso, nós precisamos raciocinar para construir um caminho de (1)-(5) até (8), (10) e (11):



Analisando o mapa, nós observamos que

- a informação 5 foi utilizada duas vezes
- a informação não foi utilizada nenhuma vez; de fato, ela é irrelevante, não há nenhuma outra informação que pode ser combinada com ela ...

Mas, nós também podemos analisar as regras que foram utilizadas em cada passo do raciocínio.

- O passo $(1,3) \rightarrow 6$ é baseado no significado da expressão “filho único” : Pedro tem uma irmã, logo ele não é filho único, logo ele não é o professor.
- O passo $(2,5) \rightarrow 7$ é baseado em uma incompatibilidade: Sílvio ganha mais que alguém, logo ele não pode ser o professor, que não ganha mais que ninguém.
- O passo $(6,7) \rightarrow 8$ é baseado em um raciocínio sobre possibilidades: alguém deve ser o professor; como não é Pedro e não é Sílvio, o professor deve ser João.
- O passo $(8) \rightarrow 9$ é semelhante ao anterior: Sílvio deve ter uma profissão, mas professor nós já sabemos que ele não é; logo ele deve ser médico ou advogado.
- O passo $(8,9) \rightarrow 10$ também envolve um raciocínio sobre possibilidades: (8) reduz as possibilidades de Sílvio para apenas duas, e (9) elimina uma delas; logo, Sílvio é o advogado.
- O passo $(8,10) \rightarrow 11$ é mais um raciocínio sobre possibilidades: como todas as alternativas foram eliminadas, Pedro deve ser o advogado.

◇

Exemplo 2: Cavalos de corrida

Os cavalos Tufão, Trovão e Tornado, que pertencem a Luís, Baltasar e Mateus (não necessariamente nessa ordem), participaram de uma corrida.

Nós sabemos que

- (1) Logo no início da corrida, Tufão machucou a pata e deve que desistir.
- (2) Mateus tem um cavalo castanho e branco com 3 anos.
- (3) Trovão já ganhou 20 mil em competições.
- (4) O cavalo de Baltasar já tinha perdido muitas vezes, mas dessa vez ele quase ganhou.
- (5) O cavalo que venceu a corrida é preto.
- (6) Esta foi a primeira corrida do cavalo de Luís.

Que cavalo venceu a corrida?

Nós podemos raciocinar da seguinte maneira:

- (7) Quem ganhou não foi o cavalo de Mateus, pois o seu cavalo é castanho e branco (2), e o cavalo vencedor é preto (5).
E a informação (4) indica que também não foi o cavalo de Baltasar.
Logo, o cavalo vencedor pertence a Luís.
- (8) Essa foi a primeira corrida do cavalo de Luís (6).
Logo nós podemos deduzir, a partir de (3), que o cavalo de Luís não é o Trovão.
- (9) Finalmente, como Tufão desistiu da corrida no início (1), nós podemos concluir que o vencedor foi Tornado.

Legal, o problema foi resolvido.

E agora, nós podemos examinar o fluxo do raciocínio.

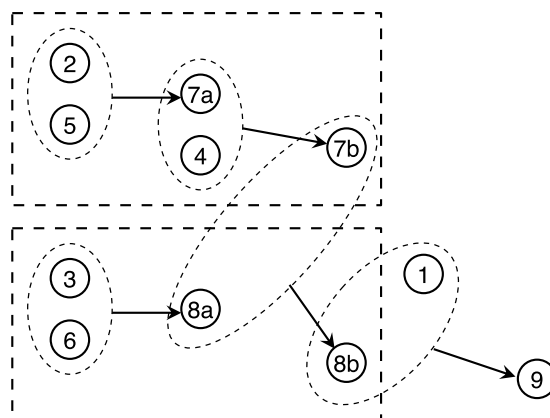
A primeira observação é que em (7) foram dados dois passos lógicos:

- (7a) Quem ganhou não foi o cavalo de Mateus, pois o seu cavalo é castanho e branco (2), e o cavalo vencedor é preto (5).
- (7b) E a informação (4) indica que também não foi o cavalo de Baltasar.
Logo, o cavalo vencedor pertence a Luís.

Além disso, em (8) a conclusão importante, que depende de (7), ficou implícita

- (8a) Essa foi a primeira corrida do cavalo de Luís (6).
Logo nós podemos deduzir, a partir de (3), que o cavalo de Luís não é o Trovão.
- (8b) A partir de (7b) e (8a), nós podemos concluir que
Trovão não foi o cavalo vencedor.

Portanto, o mapa do raciocínio pode ser apresentado assim:



O que mostra que as coisas podem ir ficando complicadas ...

◇

Exemplo 3: Matemáticos¹

Quatro matemáticos — especialistas em geometria, álgebra, topologia e estatística — estavam se divertindo uma noite com um jogo de cartas chamado suhcahtua.

Os nomes deles, em nenhuma ordem particular, são Maneca, Joseca, Leleca e Lilica.

Na última rodada, um deles tem em suas mãos um suhcahtua real, que é a melhor mão possível; outro tem um suhcahtua cheio, que é a segunda melhor mão; outro tem um meio suhcahtua, que é uma mão apenas mais ou menos; e o último deles tem um fufu, que é a pior mão de todas.

Além disso, nós sabemos que

- *A mão de Joseca é melhor que a mão de Lilica, e Leleca não tinha o fufu.*
- *Nem o algebrista nem o geômetra tinham a melhor ou a pior mão de todas.*
- *A mão de Maneca é melhor que a mão do topologista, mas é pior que a mão do algebrista.*
- *Joseca não é o algebrista.*

Quem vence o jogo e qual a especialidade matemática de cada um?

Decompondo e reorganizando a informação:

- (1) A mão de Joseca é melhor que a mão de Lilica
- (2) Leleca não tem o fufu.
- (3) A mão do algebrista é a segunda ou a terceira melhor
- (4) A mão do geômetra é a segunda ou a terceira melhor
- (5) A mão de Maneca é melhor que a mão do topologista
- (6) A mão de Maneca é pior que a mão do algebrista
- (7) Joseca não é algebrista

A seguir, nós podemos fazer as seguintes deduções:

- (8) A mão de Joseca não é a pior de todas (1), nem a mão de Leleca (2), e nem a mão de Maneca (5).
Logo, Lilica tem a pior mão de todas (i.e., o fufu)
- (9) Além disso, a partir de (3) e (4), nós descobrimos que Lilica não pode ser algebrista ou geômetra.
Logo, Lilica é topologista ou estatística.
- (10) Ainda de (3) e (4), nós descobrimos que o topologista tem a melhor mão ou a pior mão de todas.
Mas, (5) implica que a sua mão não pode ser a melhor.
Logo, a mão do topologista é a pior de todas, e nós descobrimos que Lilica é topologista.
- (11) A partir de (3) nós temos que a mão do algebrista é no máximo a segunda melhor.
Mas, juntamente com (6), isso nos diz que a mão de Maneca é a terceira melhor ou a pior de todas.

¹Alguém disse uma vez que existem 3 tipos de matemáticos: aqueles que sabem contar e aqueles que não sabem.

Por outro lado, Lilica tem a pior mão de todas.

Logo, Maneca tem a terceira melhor mão, e nós também descobrimos que ele é geômetra.

(12) Joseca não é algebrista (7), nem geômetra (11), e nem topologista (10).

Logo, Joseca é estatístico, e ele tem a melhor mão de todas.

(13) Finalmente, só nos resta concluir que Leleca é algebrista, e ela tem a segunda melhor mão.

◇

2.1 Discussão

3 Mais exemplos

Abaixo nós temos mais uma coleção de exemplos, cuja solução será apresentada no Apêndice.

Exemplo 1: Caixas de jujubas

Diante de você estão 3 caixas com as etiquetas: “Jujubas azuis”, “Jujubas vermelhas”, e “Jujubas azuis e vermelhas”.

De fato, as caixas realmente contém jujubas, e uma delas só tem jujubas azuis, outra só tem jujubas vermelhas, e a outra tem jujubas azuis e vermelhas.

Mas, as etiquetas foram todas trocadas e nenhuma delas está na caixa certa.

Você consegue colocar todas as etiquetas nas caixas certas abrindo apenas uma caixa e examinando apenas uma jujuba dessa caixa?

Exemplo 2: Cinco suspeitos

Cinco suspeitos fazem as seguintes declarações:

Paul: Nem o Steve nem o Ted estavam nessa.

Quinn: Ray não estava nessa, mas Paul estava.

Ray: Se o Ted estava nessa, então o Steve também estava.

Steve: Paul não estava nessa, mas o Quinn estava.

Ted: Quinn não estava nessa, mas Paul estava.

Você não sabe quem e nem quantos são os culpados.

Mas você sabe que os culpados estão mentindo, e os inocentes estão falando a verdade.

Quem é culpado?

Exemplo 3: (. . .)

(. . .)

◇

Exemplo 4: (. . .)

(. . .)

◇

Exercícios

1. Maridos e esposas

Carlos, Luís e Paulo são casados com Lúcia, Maria e Patrícia (não necessariamente nessa ordem).

Uma delas é advogada, outra é engenheira, e a outra é médica.

Além disso, você sabe que

- (1) *Maria não é médica.*
- (2) *A médica é casada com Luís.*
- (3) *Lúcia é advogada.*
- (4) *Maria não é casada com Paulo.*

Quem é casado com quem?

2. Professores

Mr Dutch, Mr English, Mr Painter, Mr Writer are all teachers at the same school.

Each teaches 2 subjects.

Furthermore

- (1) *3 teachers teach Dutch*
- (2) *There is only one math teacher*
- (3) *There are two teachers for chemistry.*
- (4) *Simon and Mr English teach history*
- (5) *Peter does not teach Dutch*
- (6) *Steven is a chemistry teacher*
- (7) *Mr Dutch does not teach any course that is taught by Karl or Mr Painter.*

What is the full name of each teacher and which two subjects does each one teach?

(Assuma em (4) que Simon e Mr English não são a mesma pessoa, e em (7) que Karl e Mr Painter não são a mesma pessoa.)

3. Jantar com os amigos

Helena e seu marido convidaram dois casais vizinhos par jantar.

As seis pessoas se sentaram em uma mesa redonda, e nós sabemos que

- *Vitor sentou-se à esquerda da mulher que sentou-se à esquerda do homem que sentou-se à esquerda de Ana.*
- *Ester sentou-se à esquerda do homem que sentou-se à esquerda da mulher que sentou-se à esquerda do homem que sentou-se à esquerda da mulher que sentou-se à esquerda do seu marido.*
- *Jim sentou-se à esquerda da mulher que sentou-se à esquerda de Roger.*
- *E Helena disse: “Eu não me sentei ao lado do meu marido”.*

Quem é o marido de Helena?

4. Moeda falsa

Diante de você estão 8 moedas aparentemente idênticas, sendo que uma delas é falsa.

A moeda falsa é ligeiramente mais leve do que as outras.

Você consegue descobrir qual é a moeda falsa utilizando uma balança de pratos apenas duas vezes?

E se você puder utilizar a balança três vezes, você consegue descobrir a moeda falsa em meio a quantas moedas genuínas?

5. DESAFIO (opcional)

You are given two ropes and a lighter.

Each of the ropes has the following property: if you light one end of the rope, it will take exactly 1 hour to burn to the other end; but, it doesn't necessarily burn at a uniform rate.

How can you measure a period of 45 minutes?

6. DESAFIO (opcional)

A turkey is hiding from a family that plans to cook it for Christmas.

There are five boxes in a row, and the turkey hides in one of them.

Each night the turkey moves one box to the left or right.

Each morning the family looks in one box to try to find the turkey.

How can the family guarantee they can find the turkey?

Apêndice

Exemplo 1: Caixas de jujubas (Solução)

Aqui é preciso escolher um lugar para começar.

Por exemplo, suponha que você abre a caixa onde está escrito “Jujubas azuis” e examina uma de suas jujubas.

Então, existem duas possibilidades:

- Se a jujuba é vermelha, então essa pode ser a caixa das jujubas vermelhas, ou a caixa das jujubas azuis e vermelhas.

Mas, você já sabia disso (pois você já sabia que a etiqueta estava errada).

Isto é, ver a jujuba não ajudou em nada, e agora você não tem como consertar as etiquetas ...

- Por outro lado, a jujuba pode ser azul.

Nesse caso, você descobre que essa é a caixa das jujubas azuis e vermelhas (pois a etiqueta está errada e ela não pode ser a caixa das jujubas azuis).

Mas, infelizmente, isso não ajuda você a consertar a etiqueta das outras duas caixas ...
(porque?)

Isto é, a escolha da caixa com a etiqueta “Jujubas azuis” não permite resolver o problema — e o mesmo vale para a caixa com a etiqueta “Jujubas vermelhas”, pois a situação é simétrica.

Só nos resta, então, abrir a caixa onde está escrito “Jujubas azuis e vermelhas” e examinar uma de suas jujubas.

- Se a jujuba é azul, então você pode raciocinar da seguinte maneira:
 - (1) Essa é certamente a caixa das jujubas azuis (pois, se a etiqueta está errada, ela não pode ser a caixa das jujubas azuis e vermelhas).
 - (2) Por outro lado, a caixa onde está escrito “Jujubas azuis” não pode ser a caixa das jujubas azuis e vermelhas, pois isso implicaria que a caixa onde está escrito “Jujubas vermelhas” está com a etiqueta correta.
 - (3) Portanto, a caixa onde está escrito “Jujubas azuis” deve ser a caixa das jujubas vermelhas.
 - (4) E a caixa onde está escrito “Jujubas vermelhas” deve ser a caixa das jujubas azuis e vermelhas.
- Se a jujuba é vermelha, você pode raciocinar de maneira análoga.

◇

Exemplo 2: Cinco suspeitos (Solução)

Nós podemos raciocinar da seguinte maneira:

- (1) Quinn e Ted dizem a mesma coisa a respeito de Paul.
Logo, se um deles está dizendo a verdade, então o outro também está.

(2) Ted e Steve dizem coisas opostas sobre Paul.

Logo, se Ted está dizendo a verdade então Steve está mentindo, e vice-versa.

(3) Ray diz que se Ted é culpado então Steve também é.

O que é a mesma coisa que dizer que se Steve é inocente então Ted também é.

Mas, nós acabamos de ver que se Steve é inocente, e portanto fala a verdade, então Ted está mentindo, e portanto é culpado.

Isso significa que Ray não está dizendo a verdade, e portanto ele é um dos culpados.

(4) Quinn diz que Ray é inocente.

Logo, ele está mentindo e é outro culpado.

(5) Ted também é culpado pois diz que Quinn é inocente, o que não é verdade.

(6) E Paul também é culpado, porque diz que Ted é inocente.

(7) Finalmente, Steve é culpado, porque diz que Paul é inocente.

◇