

# Lógica

## aula 05: Raciocinando sobre possibilidades

### 1 Introdução

*Toda gente reparou nas trocas de olhares daqueles três.*

*Tomás não parava de olhar para Catarina, e Catarina não parava de olhar para Rui.*

*Ora, acontece que o Tomás era casado, mas o Rui não.*

*Descubra se há alguém casado olhando para uma pessoa solteira nessa história.*

Esse problema é bem fácil.

A primeira vista, não há informação suficiente para resolver a questão, mas note que das duas uma: ou Catarina é casada ou Catarina é solteira.

Agora, nós podemos raciocinar da seguinte maneira:

- Se Catarina é casada, então nós temos Catarina olhando para Rui, que é solteiro.  
E aqui nós identificamos uma pessoa casada olhando para uma pessoa solteira.
- Caso contrário, então nós temos Tomás, que é casado, olhando para Catarina.  
E aqui nós temos outra vez uma pessoa casada olhando para uma pessoa solteira.

Portanto, a resposta é Sim, há uma pessoa casada olhando para uma pessoa solteira na história.

### 2 Raciocinando sobre possibilidades

A seguir, nós vamos ver outros exemplos que envolvem o mesmo tipo de raciocínio.

#### Exemplo 1: Quem é quem?

*Pedro, João e Sílvio são um médico, um advogado e um professor (não necessariamente nessa ordem ...).*

*O professor, que é filho único, é aquele que ganha menos.*

*Sílvio, que é casado com a irmã de Pedro, ganha mais que o advogado.*

*Qual é a profissão de cada um?*

A melhor maneira de começar consiste em isolar os pedaços de informação que nós já temos:

- (1) O professor é filho único.
- (2) O professor ganha menos do que os outros dois.
- (3) Pedro tem uma irmã.
- (4) Sílvio é casado (com a irmã de Pedro).
- (5) Sílvio ganha mais que o advogado.

E agora nós podemos iniciar o processo de dedução:

- A partir de (1) e (3), nós podemos concluir que  
(6) Pedro não é o professor.
- E a partir de (2) e (5), nós podemos concluir que  
(7) Sílvia também não é o professor.
- Agora, (6) e (7) nos permitem concluir que  
(8) João deve ser o professor.
- E, sabendo que (7) é o caso, nós podemos concluir que  
(9) Sílvia é o médico ou o advogado.
- Mas, em vista da informação (5), (8) nos permite concluir que  
(10) Sílvia é o médico.
- Finalmente, a partir de (8) e (10), só nos resta concluir que  
(11) Pedro é o advogado.

Legal!

Mas, onde está a lógica?

Bom, o nosso ponto de partida foram as 5 informações iniciais

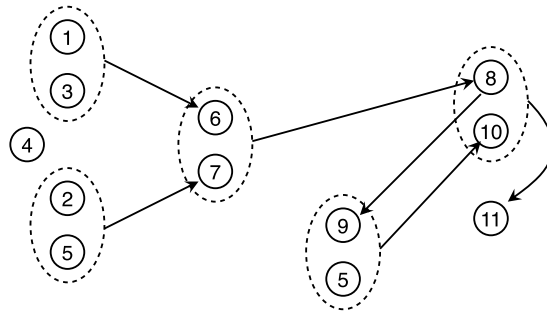
- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

E no final a solução foi dada pelas informações (8), (10) e (11):

- |   |   |
|---|---|
| ① |   |
| ② | ⑧ |
| ③ | ⑩ |
| ④ |   |
| ⑤ | ⑪ |

Mas, não é fácil ver diretamente a partir de (1)-(5) que (8), (10) e (11) são a solução.

Por isso, nós precisamos raciocinar para construir um caminho de (1)-(5) até (8), (10) e (11):



Analisando o mapa, nós observamos que

- a informação 5 foi utilizada duas vezes
- a informação não foi utilizada nenhuma vez; de fato, ela é irrelevante, não há nenhuma outra informação que pode ser combinada com ela ...

Mas, nós também podemos analisar as regras que foram utilizadas em cada passo do raciocínio.

- O passo  $(1,3) \rightarrow 6$  é baseado no significado da expressão “filho único” : Pedro tem uma irmã, logo ele não é filho único, logo ele não é o professor.
- O passo  $(2,5) \rightarrow 7$  é baseado em uma incompatibilidade: Sílvio ganha mais que alguém, logo ele não pode ser o professor, que não ganha mais que ninguém.
- O passo  $(6,7) \rightarrow 8$  é baseado em um raciocínio sobre possibilidades: alguém deve ser o professor; como não é Pedro e não é Sílvio, o professor deve ser João.
- O passo  $(8) \rightarrow 9$  é semelhante ao anterior: Sílvio deve ter uma profissão, mas professor nós já sabemos que ele não é; logo ele deve ser médico ou advogado.
- O passo  $(8,9) \rightarrow 10$  também envolve um raciocínio sobre possibilidades:  $(8)$  reduz as possibilidades de Sílvio para apenas duas, e  $(9)$  elimina uma delas; logo, Sílvio é o advogado.
- O passo  $(8,10) \rightarrow 11$  é mais um raciocínio sobre possibilidades: como todas as alternativas foram eliminadas, Pedro deve ser o advogado.

◇

## Exemplo 2: Cavalos de corrida

*Os cavalos Tufão, Trovão e Tornado, que pertencem a Luís, Baltasar e Mateus (não necessariamente nessa ordem), participaram de uma corrida.*

*Nós sabemos que*

- (1) *Logo no início da corrida, Tufão machucou a pata e deve que desistir.*
- (2) *Mateus tem um cavalo castanho e branco com 3 anos.*
- (3) *Trovão já ganhou 20 mil em competições.*
- (4) *O cavalo de Baltasar já tinha perdido muitas vezes, mas dessa vez ele quase ganhou.*
- (5) *O cavalo que venceu a corrida é preto.*
- (6) *Esta foi a primeira corrida do cavalo de Luís.*

*Que cavalo venceu a corrida?*

Nós podemos raciocinar da seguinte maneira:

- (7) Quem ganhou não foi o cavalo de Mateus, pois o seu cavalo é castanho e branco (2), e o cavalo vencedor é preto (5).  
E a informação (4) indica que também não foi o cavalo de Baltasar.  
Logo, o cavalo vencedor pertence a Luís.
- (8) Essa foi a primeira corrida do cavalo de Luís (6).  
Logo nós podemos deduzir, a partir de (3), que o cavalo de Luís não é o Trovão.
- (9) Finalmente, como Tufão desistiu da corrida no início (1), nós podemos concluir que o vencedor foi Tornado.

Legal, o problema foi resolvido.

E agora, nós podemos examinar o fluxo do raciocínio.

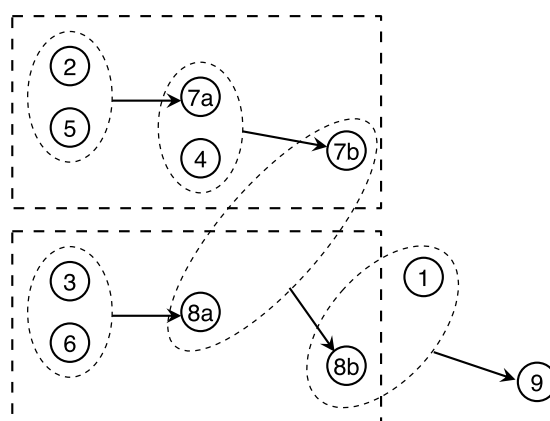
A primeira observação é que em (7) foram dados dois passos lógicos:

- (7a) Quem ganhou não foi o cavalo de Mateus, pois o seu cavalo é castanho e branco (2), e o cavalo vencedor é preto (5).
- (7b) E a informação (4) indica que também não foi o cavalo de Baltasar.  
Logo, o cavalo vencedor pertence a Luís.

Além disso, em (8) a conclusão importante, que depende de (7), ficou implícita

- (8a) Essa foi a primeira corrida do cavalo de Luís (6).  
Logo nós podemos deduzir, a partir de (3), que o cavalo de Luís não é o Trovão.
- (8b) A partir de (7b) e (8a), nós podemos concluir que  
Trovão não foi o cavalo vencedor.

Portanto, o mapa do raciocínio pode ser apresentado assim:



O que mostra que as coisas podem ir ficando complicadas ...

◇

### Exemplo 3: Matemáticos<sup>1</sup>

*Quatro matemáticos — especialistas em geometria, álgebra, topologia e estatística — estavam se divertindo uma noite com um jogo de cartas chamado suhcahtua.*

*Os nomes deles, em nenhuma ordem particular, são Maneco, Tonico, Leleca e Nonoca. Na última rodada, um deles tem em suas mãos um suhcahtua real, que é a melhor mão possível; outro tem um suhcahtua cheio, que é a segunda melhor mão; outro tem um meio suhcahtua, que é uma mão apenas mais ou menos; e o último deles tem um fufu, que é a pior mão de todas.*

*Além disso, nós sabemos que*

- *A mão de Tonico é melhor que a mão de Nonoca, e Leleca não tinha o fufu.*
- *Nem o algebrista nem o geômetra tinham a melhor ou a pior mão de todas.*
- *A mão de Maneco é melhor que a mão do topologista, mas é pior que a mão do algebrista.*
- *Tonico não é o algebrista.*

*Quem vence o jogo e qual a especialidade matemática de cada um?*

Decompondo e reorganizando a informação:

- (1) A mão de Tonico é melhor que a mão de Nonoca
- (2) Leleca não tem o fufu.
- (3) A mão do algebrista é a segunda ou a terceira melhor
- (4) A mão do geômetra é a segunda ou a terceira melhor
- (5) A mão de Maneco é melhor que a mão do topologista
- (6) A mão de Maneco é pior que a mão do algebrista
- (7) Tonico não é algebrista

A seguir, nós podemos fazer as seguintes deduções:

- (8) A mão de Tonico não é a pior de todas (1), nem a mão de Leleca (2), e nem a mão de Maneco (5).

Logo, Nonoca tem a pior mão de todas (i.e., o fufu)

- (9) Além disso, a partir de (3) e (4), nós descobrimos que Nonoca não pode ser algebrista ou geômetra.

Logo, Nonoca é topologista ou estatística.

- (10) Ainda de (3) e (4), nós descobrimos que o topologista tem a melhor mão ou a pior mão de todas.

Mas, (5) implica que a sua mão não pode ser a melhor.

Logo, a mão do topologista é a pior de todas, e nós descobrimos que Nonoca é topologista.

- (11) A partir de (3) nós temos que a mão do algebrista é no máximo a segunda melhor.

Mas, juntamente com (6), isso nos diz que a mão de Maneco é a terceira melhor ou a pior de todas.

---

<sup>1</sup>Alguém disse uma vez que existem 3 tipos de matemáticos: aqueles que sabem contar e aqueles que não sabem.

Por outro lado, Nonoca tem a pior mão de todas.

Logo, Maneco tem a terceira melhor mão, e nós também descobrimos que ele é geômetra.

(12) Tonico não é algebrista (7), nem geômetra (11), e nem topologista (10).

Logo, Tonico é estatístico, e ele tem a melhor mão de todas.

(13) Finalmente, só nos resta concluir que Leleca é algebrista, e ela tem a segunda melhor mão.

◇

## 2.1 Discussão

Os exemplos que nós acabamos de ver ilustram vários aspectos do raciocínio lógico.

O foco, é claro, está no raciocínio sobre possibilidades.

Esse tipo de raciocínio se aplica a situações onde nós estamos pensando sobre coisas e propriedades — o que é basicamente tudo o que o pensamento faz ...

Por exemplo, nós não sabemos se uma bola é vermelha, ou amarela, ou de uma outra cor qualquer.

Mas uma cor ela deve ter!

Em muitos casos, nós não sabemos apenas que a bola tem uma cor, mas sabemos também que essa cor pertence a um conjunto restrito ou bem definido de possibilidades.

(Quando o conjunto de possibilidades é indefinido, é bem possível que, no final das contas, nós cheguemos à resposta “Não sei!” — e quando ele é bem definido também ...)

Na situação em que o conjunto de possibilidades está bem definido, a estratégia padrão de raciocínio consiste em eliminar possibilidades uma a uma até que, eventualmente, só reste uma delas, que deve ser necessariamente a resposta.

(Às vezes acontece de uma informação fortuita nos dar diretamente a resposta, mas isso é outra história ...)

Uma maneira conveniente de pensar sobre esse tipo de situação consiste em imaginar que, em certo ponto, a informação estava toda completa. Por exemplo,

<b>Pedro é jogador de futebol e ele é casado com Lucia que já morou na Suíça</b>
--

<b>Alberto é cozinheiro e ele é casado com Ana Claudia que já morou em Uganda</b>
---

<b>Edilson é jornalista e ele é casado com Marianna que já morou na Colômbia</b>
--

(É claro que as coisas podem ficar bem mais complicadas: “Zequinha é casado com Henrique, ambos se conheceram no Piauí, onde o primeiro foi parar por acaso ao pegar um avião errado, e o segundo acabou chegando quando estava fugindo da polícia”. Mas, deixa isso pra lá ...)

Nós podemos imaginar, então, que, por alguma razão, as coisas ficaram fragmentadas

Pedro é jogador de futebol e ele é casado com Lucia que já morou na Suíça
Alberto é cozinheiro e ele é casado com Ana Claudia que já morou em Uganda
Edilson é jornalista e ele é casado com Marianna que já morou na Colômbia

Agora, tudo o que nós sabemos é que

*Edilson, Alberto e Pedro tem as profissões de cozinheiro, jornalista e jogador de futebol (não necessariamente nessa ordem).*

*Eles são casados com Marianna, Lucia e Ana Cláudia (não necessariamente nessa ordem).*

*E elas já moraram na Suíça, em Uganda e na Colômbia (não necessariamente nessa ordem).*

E o nosso problema é remontar as peças na posição original

Edilson	cozinheiro	Ana Claudia	Colômbia
Alberto	jogador de futebol	Lucia	Uganda
Pedro	jornalista	Marianna	Suíça

com o auxílio de alguma informação adicional.

( . . . )

### 3 Mais exemplos

Abaixo nós temos mais uma coleção de exemplos, cuja solução será apresentada no Apêndice.

#### Exemplo 1: Caixas de jujubas

*Diante de você estão 3 caixas com as etiquetas: “Jujubas azuis”, “Jujubas vermelhas”, e “Jujubas azuis e vermelhas”.*

*De fato, as caixas realmente contém jujubas, e uma delas só tem jujubas azuis, outra só tem jujubas vermelhas, e a outra tem jujubas azuis e vermelhas.*

*Mas, as etiquetas foram todas trocadas e nenhuma delas está na caixa certa.*

*Você consegue colocar todas as etiquetas nas caixas certas abrindo apenas uma caixa e examinando apenas uma jujuba dessa caixa?*

#### Exemplo 2: Cinco suspeitos

*Cinco suspeitos fazem as seguintes declarações:*

Paul: *Nem o Steve nem o Ted estavam nessa.*

Quinn: *Ray não estava nessa, mas Paul estava.*

Ray: *Se o Ted estava nessa, então o Steve também estava.*

Steve: *Paul não estava nessa, mas o Quinn estava.*

Ted: *Quinn não estava nessa, mas Paul estava.*

*Você não sabe quem e nem quantos são os culpados.*

*Mas você sabe que os culpados estão mentindo, e os inocentes estão falando a verdade.*

*Quem é culpado?*

#### Exemplo 3: ( . . . )

( . . . )

◇

#### Exemplo 4: ( . . . )

( . . . )

◇



## Exercícios

### 1. Maridos e esposas

*Carlos, Luís e Paulo são casados com Lúcia, Maria e Patrícia (não necessariamente nessa ordem).*

*Uma delas é advogada, outra é engenheira, e a outra é médica.*

*Além disso, você sabe que*

- (1) *Maria não é médica.*
- (2) *A médica é casada com Luís.*
- (3) *Lúcia é advogada.*
- (4) *Maria não é casada com Paulo.*

*Quem é casado com quem?*

### 2. Professores

*O sr Holandês, o sr Inglês, o sr Feijão e o sr Pereira são todos professores na mesma escola.*

*Cada um deles ensina duas disciplinas.*

*Além disso, nós sabemos que*

- (1) *3 professores ensinam holandês*
- (2) *Existe apenas um professor de matemática*
- (3) *Existem dois professores de química.*
- (4) *Simão e o sr Inglês ensinam história.*
- (5) *Pedro não ensina holandês.*
- (6) *Stênio é o professor de química.*
- (7) *O sr Holandês não ensina nenhuma disciplina que é ministrada por Célio ou o sr Feijão.*

*Qual é o nome completo de cada um deles e que disciplinas cada um ensina?*

*(Assuma em (4) que Simão e o sr Inglês não são a mesma pessoa, e em (7) que Célio e o sr Feijão não são a mesma pessoa.)*

### 3. Jantar com os amigos

*Helena e seu marido convidaram dois casais vizinhos par jantar.*

*As seis pessoas se sentaram em uma mesa redonda, e nós sabemos que*

- *Vitor sentou-se à esquerda da mulher que sentou-se à esquerda do homem que sentou-se à esquerda de Ana.*
- *Ester sentou-se à esquerda do homem que sentou-se à esquerda da mulher que sentou-se à esquerda do homem que sentou-se à esquerda da mulher que sentou-se à esquerda do seu marido.*
- *Jim sentou-se à esquerda da mulher que sentou-se à esquerda de Roger.*
- *E Helena disse: “Eu não me sentei ao lado do meu marido”.*

*Quem é o marido de Helena?*

#### 4. Moeda falsa

*Diante de você estão 8 moedas aparentemente idênticas, sendo que uma delas é falsa.*

*A moeda falsa é ligeiramente mais leve do que as outras.*

*Você consegue descobrir qual é a moeda falsa utilizando uma balança de pratos apenas duas vezes?*

*E se você puder utilizar a balança três vezes, você consegue descobrir a moeda falsa em meio a quantas moedas genuínas?*

#### 5. DESAFIO (opcional)

*Você tem dois palitos de incenso e um isqueiro.*

*Cada palito tem a seguinte propriedade: se você acende uma das suas pontas, ele leva exatamente 1 hora para queimar completamente; mas, a velocidade com que o palito queima não é necessariamente uniforme.*

*Como é que você pode utilizar esses objetos para medir um período de 45 minutos?*

#### 6. DESAFIO (opcional)

*Um peru está se escondendo de uma família que planeja cozinhá-lo para a ceia de Natal.*

*Existem cinco caixas no quintal, e o peru se esconde em uma delas.*

*A cada manhã a família procura o peru em uma das caixas.*

*E a cada noite o peru se muda para uma das caixas vizinhas de onde ele se encontra.*

*Sabendo que ainda faltam 5 dias para o Natal, você consegue descobrir se a família conseguirá levá-lo para a panela?*

## Apêndice

### Exemplo 1: Caixas de jujubas (Solução)

Aqui é preciso escolher um lugar para começar.

Por exemplo, suponha que você abre a caixa onde está escrito “Jujubas azuis” e examina uma de suas jujubas.

Então, existem duas possibilidades:

- Se a jujuba é vermelha, então essa pode ser a caixa das jujubas vermelhas, ou a caixa das jujubas azuis e vermelhas.

Mas, você já sabia disso (pois você já sabia que a etiqueta estava errada).

Isto é, ver a jujuba não ajudou em nada, e agora você não tem como consertar as etiquetas ...

- Por outro lado, a jujuba pode ser azul.

Nesse caso, você descobre que essa é a caixa das jujubas azuis e vermelhas (pois a etiqueta está errada e ela não pode ser a caixa das jujubas azuis).

Mas, infelizmente, isso não ajuda você a consertar a etiqueta das outras duas caixas ...  
(porque?)

Isto é, a escolha da caixa com a etiqueta “Jujubas azuis” não permite resolver o problema — e o mesmo vale para a caixa com a etiqueta “Jujubas vermelhas”, pois a situação é simétrica.

Só nos resta, então, abrir a caixa onde está escrito “Jujubas azuis e vermelhas” e examinar uma de suas jujubas.

- Se a jujuba é azul, então você pode raciocinar da seguinte maneira:
  - (1) Essa é certamente a caixa das jujubas azuis (pois, se a etiqueta está errada, ela não pode ser a caixa das jujubas azuis e vermelhas).
  - (2) Por outro lado, a caixa onde está escrito “Jujubas azuis” não pode ser a caixa das jujubas azuis e vermelhas, pois isso implicaria que a caixa onde está escrito “Jujubas vermelhas” está com a etiqueta correta.
  - (3) Portanto, a caixa onde está escrito “Jujubas azuis” deve ser a caixa das jujubas vermelhas.
  - (4) E a caixa onde está escrito “Jujubas vermelhas” deve ser a caixa das jujubas azuis e vermelhas.
- Se a jujuba é vermelha, você pode raciocinar de maneira análoga.

◇

### Exemplo 2: Cinco suspeitos (Solução)

Nós podemos raciocinar da seguinte maneira:

- (1) Quinn e Ted dizem a mesma coisa a respeito de Paul.  
Logo, se um deles está dizendo a verdade, então o outro também está.

(2) Ted e Steve dizem coisas opostas sobre Paul.

Logo, se Ted está dizendo a verdade então Steve está mentindo, e vice-versa.

(3) Ray diz que se Ted é culpado então Steve também é.

O que é a mesma coisa que dizer que se Steve é inocente então Ted também é.

Mas, nós acabamos de ver que se Steve é inocente, e portanto fala a verdade, então Ted está mentindo, e portanto é culpado.

Isso significa que Ray não está dizendo a verdade, e portanto ele é um dos culpados.

(4) Quinn diz que Ray é inocente.

Logo, ele está mentindo e é outro culpado.

(5) Ted também é culpado pois diz que Quinn é inocente, o que não é verdade.

(6) E Paul também é culpado, porque diz que Ted é inocente.

(7) Finalmente, Steve é culpado, porque diz que Paul é inocente.

◇