## Lógica

#### exercícios adicionais 18

#### 1. Raciocinando com múltiplas letras

Mostre como construir as seguintes regras

a) 
$$(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow A))$$
 c)

$$\mathrm{b)} \ \left( (\mathtt{A} \to \mathtt{A}) \ \to \ \mathtt{B} \right) \ \to \ \left( \mathtt{B} \ \to \ (\mathtt{A} \to \mathtt{A}) \right) \qquad \mathrm{d})$$

### 2. A estratégia de H2

A estratégia de uso da regra H2 é o

• raciocínio para trás

Quer dizer, se a coisa que você quer construir tem o formato do lado direito da regra

$$\left(p \to (q \to r)\right) \to \left(\underbrace{\left(p \to q\right) \to \left(p \to r\right)}_*\right)$$
 [1]

então a regra H2 diz pra você: "Construa o lado esquerdo

$$\big( \mathtt{p} \, \to \, (\mathtt{q} \to \mathtt{r}) \big)$$

e deixe o resto comigo!"

Onde "o resto" consiste em colocar a regra [1] no jogo e aplicar Modus Ponens.

Mas, o caso mais interessante de raciocínio para trás ocorre na situação em que você que construir alguma coisa da forma

$$X \rightarrow Y$$

Quer dizer, a ideia aqui é obter essa coisa como a última parte da regra construída por H2

$$\underbrace{X \to Y}_{p \to r}$$

E, nesse caso, o que a regra H2 diz pra você é o seguinte

- escolha um q adequado, e tente construir

$${\tt X} \, 
ightarrow \, ({\tt q} 
ightarrow {\tt Y}) \qquad e \qquad {\tt X} \, 
ightarrow \, {\tt q}$$

- o resto, você pode deixar comigo!

Onde "o resto" consiste em colocar a regra

$$\big(\mathtt{X} \,\to\, (\mathtt{q} \to \mathtt{Y})\big) \,\to\, \big((\mathtt{X} \to \mathtt{q}) \,\to\, (\mathtt{X} \to \mathtt{Y})\big)$$

e aplicar Modus Ponens duas vezes.

Foi assim que nós construímos a regra  $A \to A$ .

Utilize a estratégia de raciocínio de H2 para construir as seguintes regras

$$\mathrm{a)}\ (\mathtt{C} \to \mathtt{A})\ \to\ \big(\mathtt{C}\ \to\ (\mathtt{B} \to \mathtt{A})\big)$$

$$\mathrm{b)} \ \big( (\mathtt{B} \to \mathtt{B}) \ \to \ \mathtt{A} \big) \ \to \ \mathtt{A}$$

# 3. Uma regra problemática com 2 letras (DESAFIO)

Você consegue construir a regra

$$((C \rightarrow A) \rightarrow C) \rightarrow C$$

no jogo lógico de Hilbert?