MÉTODOS NUMÉRICOS 1
Atividade 0 : Introdução ao curso

Fernanda Costa de Sousa - Matrícula: 485404
fernandacosta@alu.ufc.br
Curso: Ciência da computação
Departamento de Computação (DC)
Universidade Federal do Ceará A(UFC)

Ementa do curso:

- Unidade 0: Apresentação Geral
- Unidade 1: Teoria dos Erros
- Unidade 2: Raízes de Equações
- Unidade 3: Sistemas de Equações
- Unidade 4: Interpolação Numérica

Bibliografia

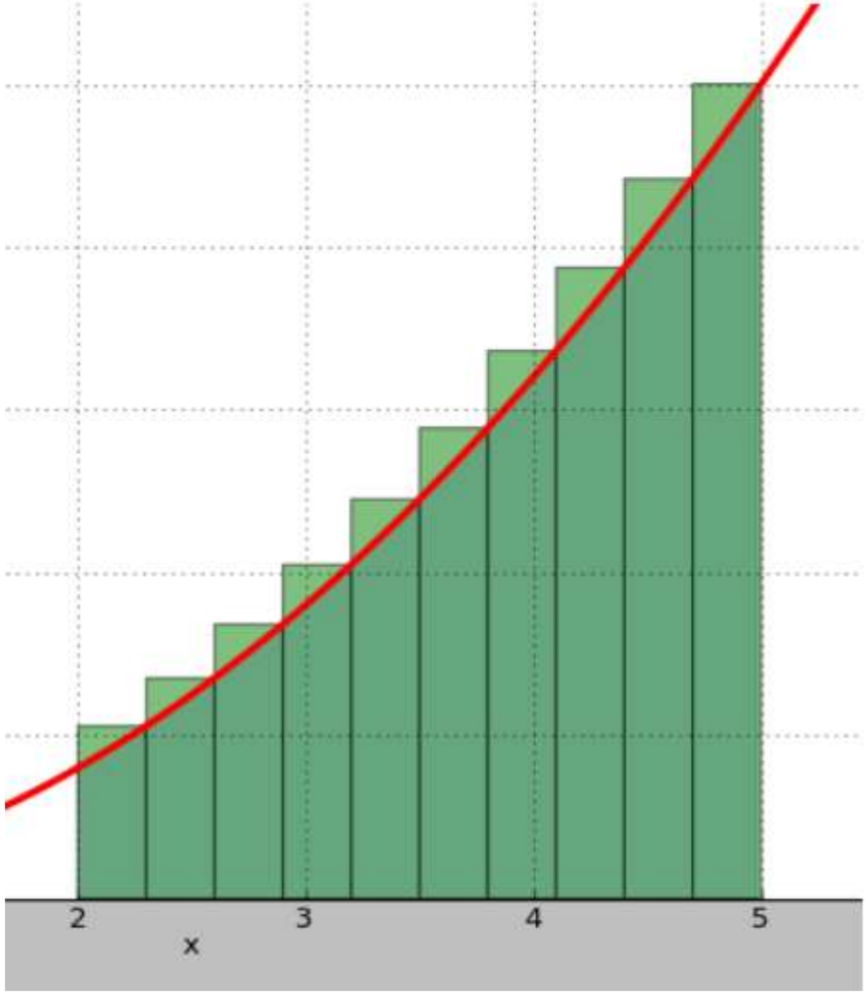
- **Ruggiero, M.A.G. e Lopes**, V.L.R., Cálculo Numérico, Makron Books.
- **Cláudio, D.M. e Marins, J.M.**, Cálculo Numérico Computacional, Atlas.
- **Barroso, L. at al**., Cálculo Numérico, Harbra.
- **Ruas, V.,** Curso de Cálculo Numérico, LTC.
- **Forsythe, R. at al.,** Computer Methods for Mathematical Computations, Prentice-Hall.
- **Vandergraft, J.S.**, Introduction to Numerical Computations, Academic Press.

Requisitos

- **Background:**
  - Programação – Linguagens C e C++, etc
  - Matemática – Geometria, Álgebra Linear, etc

- **Programação:**
  - Código Aplicação – Linguagens C, C++, etc
  - Sistema Operacional – Windows, Linux, etc

O que é Método Numérico?

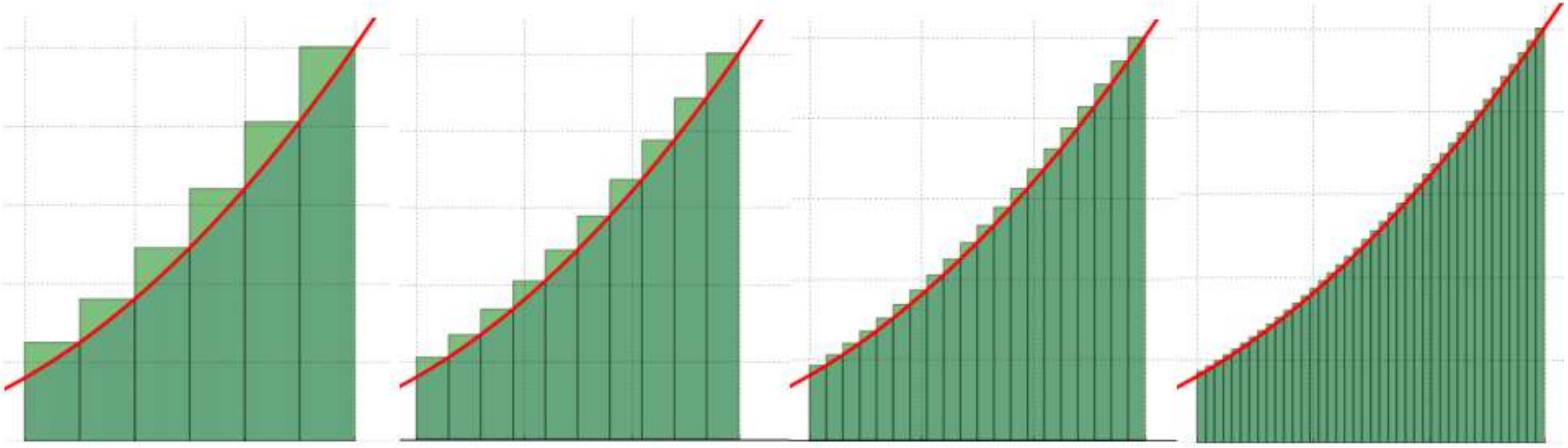


Conjunto de métodos utilizados para obtenção do resultado de problemas matemáticos através de aproximações.

Métodos Numéricos

- Área que estuda métodos numéricos para resolver problemas matemáticos
- Os métodos numéricos, por sua vez, são programas de computador que resolvem problemas matemáticos, fornecendo resultado numérico, que possui um certo grau de aproximação
- Apesar de aproximada, a solução pode ser obtida com um certo controle do erro

Cálculo Numérico trabalha com aproximações



Motivação

- **Entendendo bem os fundamentos, podemos resolver problemas numéricos por meio de implementações com um dado modelo.**

A teoria e técnica nos ajudam na resolução dos problemas.

Exemplos de uso

- **Problema que não tem solução analítica:**

$$x\left(e^{x}\right)=3$$

- **Desejamos achar x para essa equação, a solução numérica: raízes de equações.**

Exemplos de uso

- **Problema com custo computacional caro:**
  f1(x1, x2,...,xn)=0
  f2(x1, x2,...,xn)=0
  .
  .
  .
  fn(x1, x2,...,xn)=0

- **Se n é alto (ex:1milhão) é caro, e a solução são sistemas de equações**

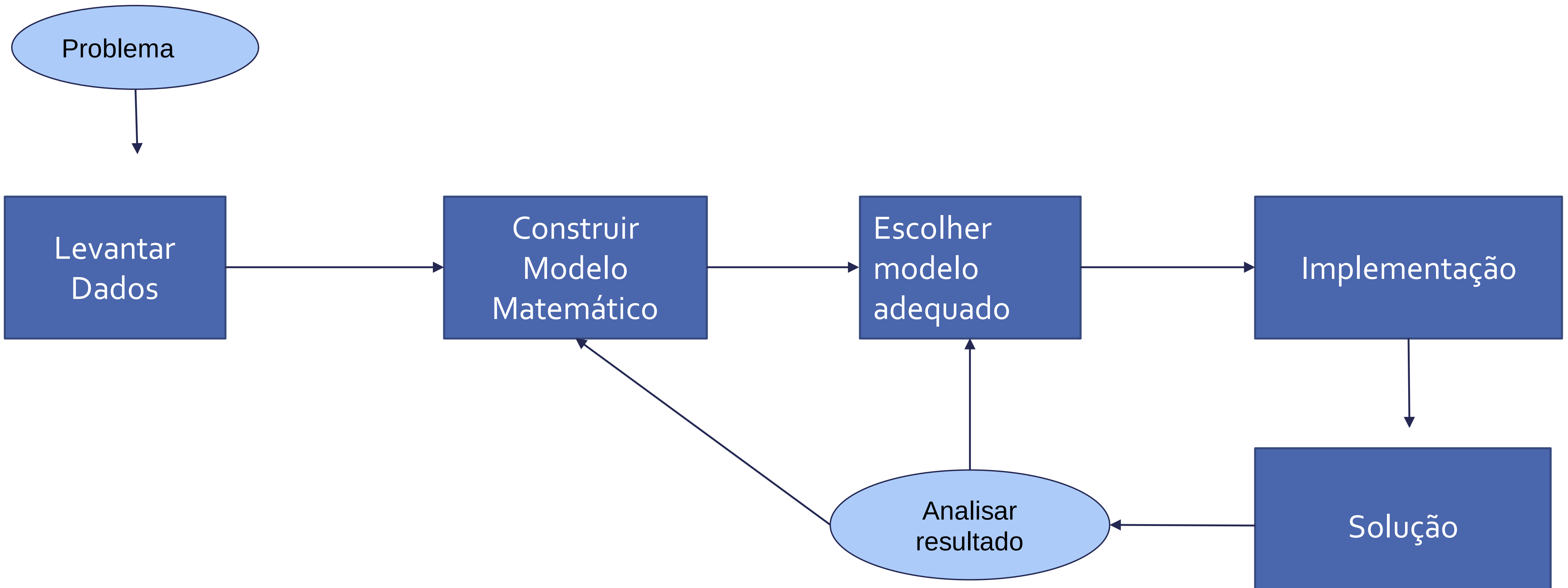
Exemplos de uso

- Problemas difíceis de estimar os resultados:

T, Celsius	ρ, kg/m³	μ, N x s/m²	v, x s/m²
-40	1.52	1.51×10^{-5}	0.99×10^{-5}
0	1.29	1.71×10^{-5}	1.33×10^{-5}
20	1.20	1.80×10^{-5}	1.50×10^{-5}

Se deseja-se propriedades para T = 15º C
A solução numérica é interpolação numérica

Resolução de problemas



Resolução de problemas

- No levantamento de dados os dados podem ser coletados de várias maneiras mas devem ser válidos para serem confiáveis.

- Deve-se construir e escolher um modelo matemático apropriado que solucione corretamente o problema a ser resolvido.

- A escolha do método depende do tipo de problema que se deseja resolver.

- A análise dos resultados é importante pois não deve-se confiar cegamente nos métodos, pois ele pode resolver o problema corretamente mas o problema pode ter sido formulado de maneira errada.

Assuntos estudados

- Teoria dos erros
- Raízes de equações
- Sistemas de equações
- Interpolação numérica

Teoria dos erros

Tipos de erros

***Erros nos dados experimentais e nos valores dos parâmetros*:**

- sistemáticos(nos dados de entrada)
- Fortuitos(gerados pelo modelo)

Erros de truncatura: Resultam do uso de fórmulas aproximadas

Erros de arredondamento: Resultam da representação de números reais com um número finito de algarismos significativos.

Teoria dos erros

Erro absoluto e erro relativo

Seja X um número com valor exato e x um valor aproximado de X. A diferença entre o valor exato e o aproximado é erro de x. Ao módulo desse valor, chama-se de Erro absoluto de x.

Geralmente não temos acesso ao valor exato X, o erro absoluto não tem na maior parte dos casos utilidade prática.

Assim, temos que determinar um majorante de Δ. Este valor designa-se de Δ'. SAtisfaz a condição:

Teoria dos erros

Erro absoluto e erro relativo

O mínimo do conjunto dos majorantes Δ’ de Δ , chama-se “erro máximo absoluto” em que x representa X.

Ao quociente entre o “erro absoluto” e o módulo do valor exato, c[illegible] Erro relativo de X.

$$\delta = \frac{\Delta}{|X|}$$

Como na prática não temos acesso ao erro relativo e temos que [illegible]rante deste. Se Δ muito menor que X então,

$$\delta = \frac{\Delta}{|X|} \leq \frac{\bar{\Delta}}{|x|}$$

Raízes de Equações

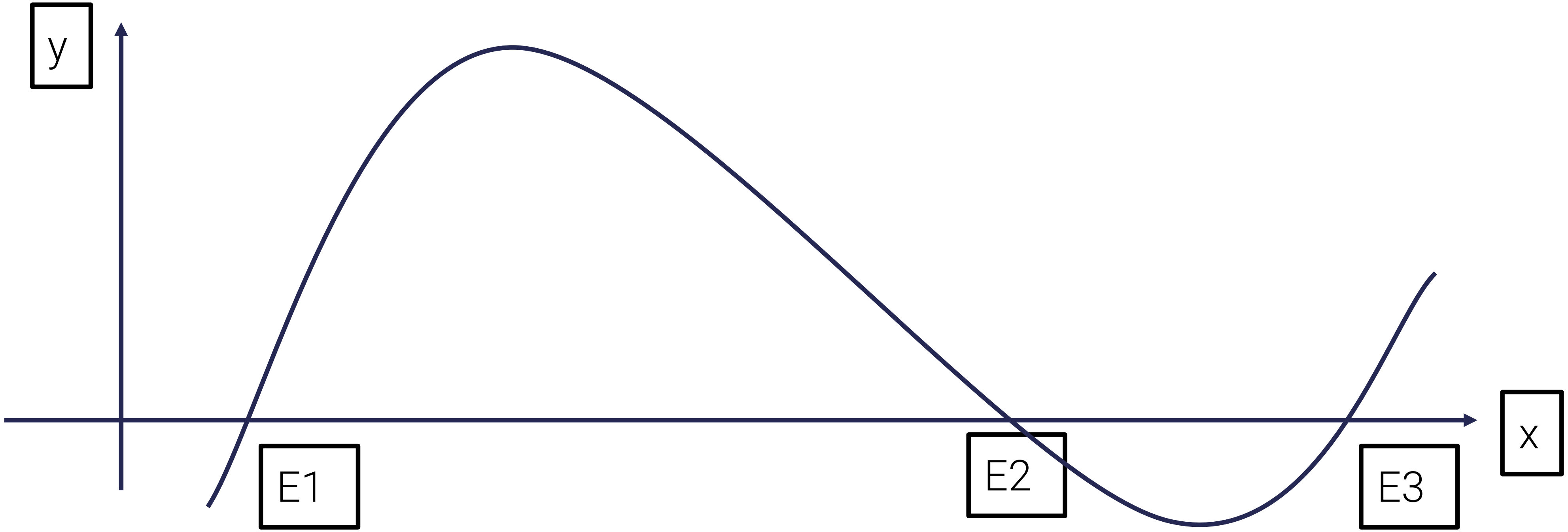
- Dada uma função $y = f(x)$, o objetivo é determinar valores $x = E$ tais que $f(E) = 0$.

- Estes valores são chamados de raízes da equação $f(x) = 0$ ou zeros da função $y = f(x)$.

- Será tratado o caso em que E é um número real

Raízes de Equações

Geometricamente, conforme mostra a figura, estes valores são os pontos de interseção do gráfico de $y = f(x)$ com o eixo das abscissas.



Sistemas de Equações

A solução de um sistema de equações lineares, A.X = B, é um vetor X que satisfaz, simultaneamente, a todas as equações.

A classificação de um sistema linear é feita em função do número de soluções que ele admite, da seguinte maneira:

(a) Compatível determinado: quando admitir uma única solução.

(b) Compatível indeterminado: quando admitir um número infinito de soluções.

(c) Incompatível: quando não admitir solução. Portanto, resolver um sistema de equações lineares significa discutir a existência de soluções e obter uma solução quando for possível.

Sistema de Equações

Métodos Diretos

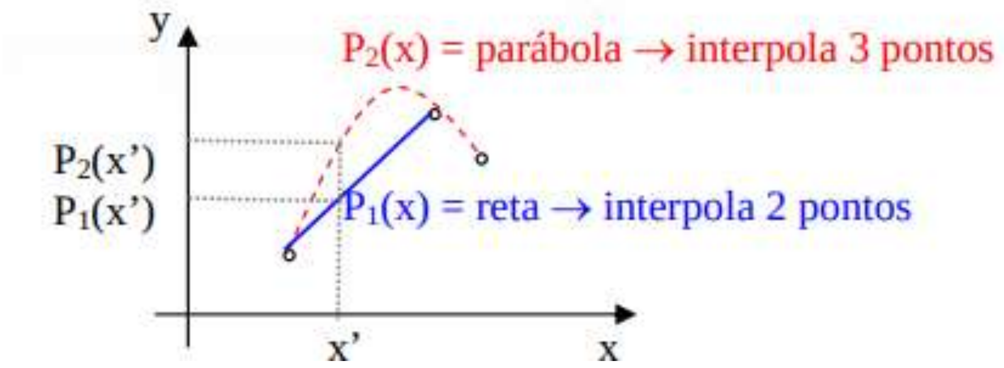
Os Métodos Diretos são aqueles que, exceto por erros de arredondamento, fornecem a solução exata de um sistema de equações lineares, caso ela exista, por meio de um número finito de operações aritméticas.

Interpolação numérica

A interpolação polinomial

Dados os pontos (x0, f(x0)), (x1, f(x1)),..., (xn, f(xn)), (n+1) pontos, queremos aproximar f(x) por um polinômio pn(x), de grau menor ou igual a n, tal que:

f(xk) = pn(xk) com k = 0, 1, 2,..., n



Interpolação numérica

A interpolação linear

Dados os pares ordenados $(x0, y0)$ e $(x1, y1)$, com $x0$ diferente de $x1$, de uma função $y = f(x)$. Para obtermos uma aproximação de $f(x')$, $x' \in (x0,x1)$ faz-se a seguinte aproximação: $f(x) \approx P1(x) = a0 + a1x$

onde $P1(x)$ é um polinômio interpolador de 1ª ordem. Impondo que o polinômio interpolador passe pelos dois pares ordenados, temos o seguinte sistema de equações lineares de 2ª ordem:

$P1(x0) = y0$
$P1(x1) = y1$

Interpolação numérica

segue o sistema:

$a_0 + a_1x_0 = y_0$

$a_0 + a_1x_1 = y_1$

transformando o sistema acima em um sistema triangular, podemos obter a solução. Logo, o polinômio interpolador pode ser escrito:

$P_1(x) = a_0 + a_1x = (y_0 - a_1x_0) + a_1x = y_0 + a_1(x - x_0)$

Exemplos de Aplicação

Animação

- Uso de interpolação entre key frames;
- Movimento da túnica;
  - Sistema de partículas;
  - Equações Diferenciais Ordinárias.

Exemplos de aplicação

Simulação usando CFD
(Computational Fluid Dynamics)

- Equações diferenciais parciais