Problema da Seleção de Atividades

- n atividades $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ competem por um mesmo recurso

- cada a_i tem
  - ↳ tempo inicial s_i
  - ↳ tempo final f_i
  - $0 \leq s_i < f_i < \infty$
  - ↳ ocupa o intervalo $[s_i, f_i)$

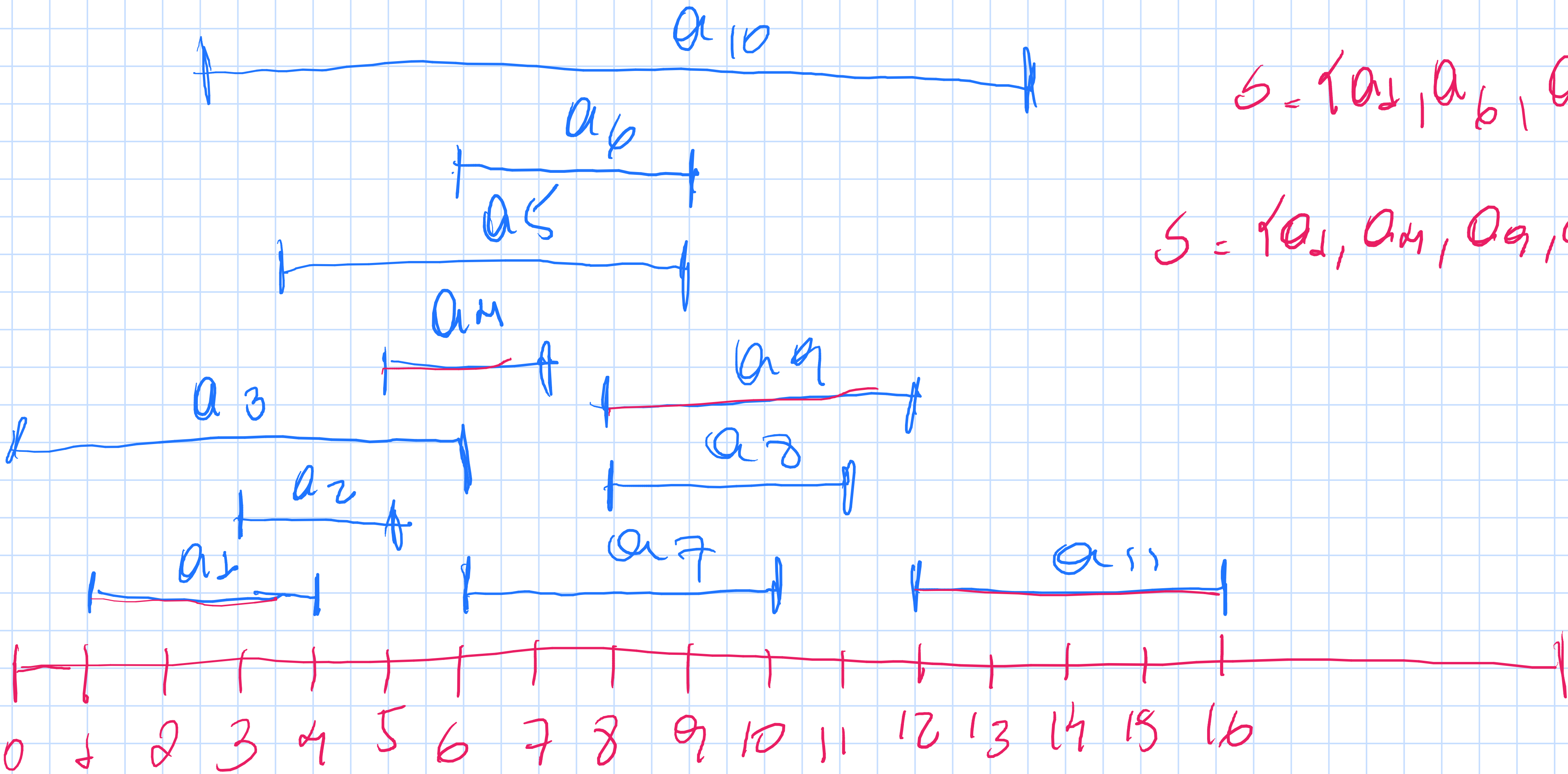
a_i e a_j são compatíveis se seus intervalos não se sobrepõem.

- $f_1 \leq f_2 \leq \dots \leq f_{n-1} \leq f_n$

Objetivo: Selecionar a quantidade máxima de atividades compatíveis.

Ex:

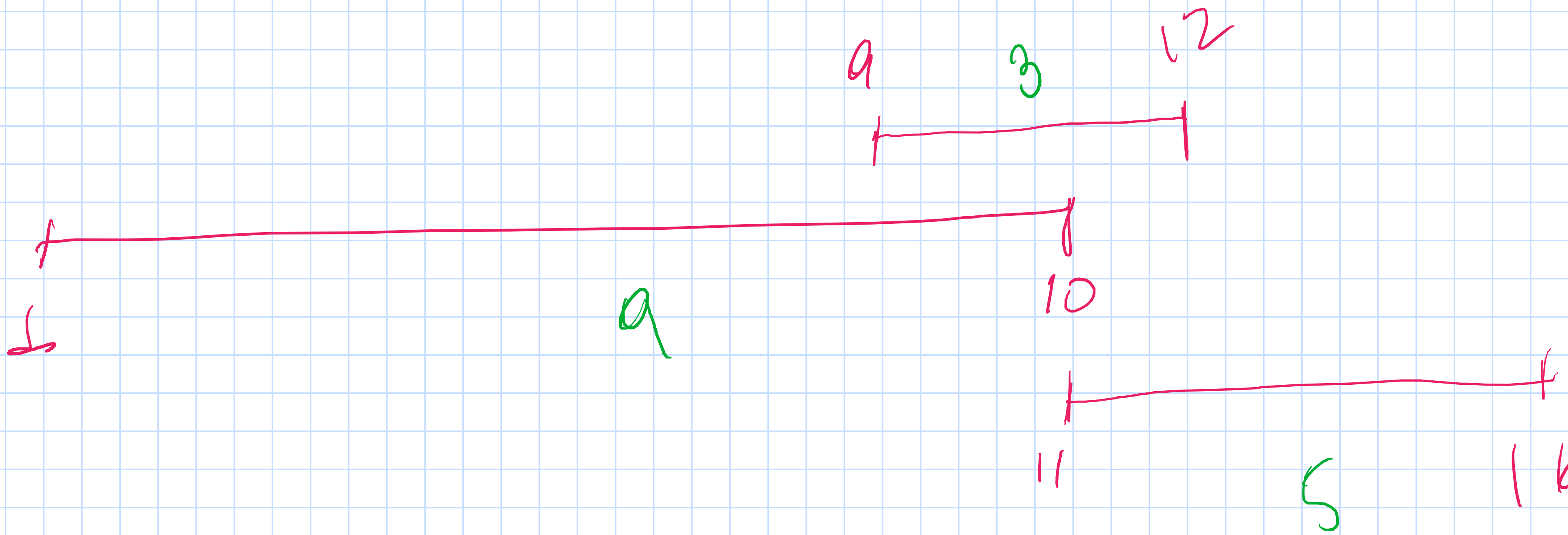
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
s_i	1	3	0	5	3	5	6	8	8	2	12
f_i	4	5	6	7	9	9	10	11	12	14	16



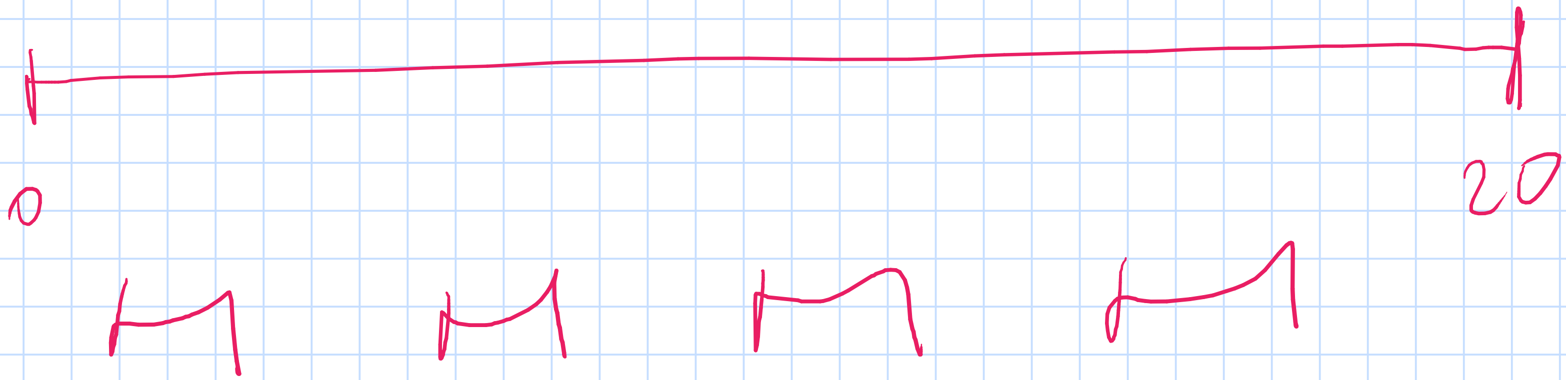
$S = \{a_1, a_6, a_{11}\}$

$S = \{a_1, a_4, a_9, a_{11}\}$

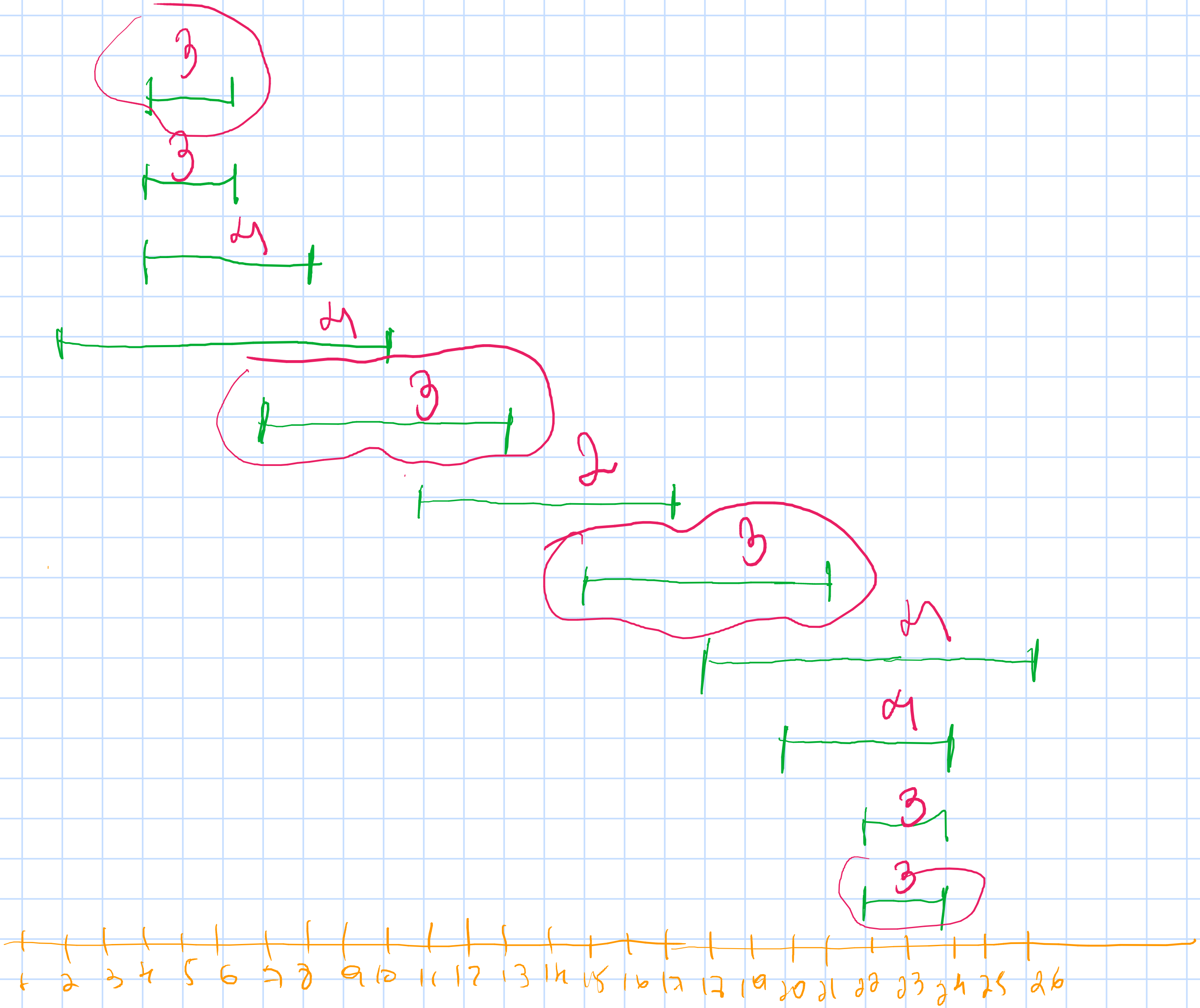
Ideia 1: Selecionar a atividade mais curta



Solução 2: Seleciona a atividade que começa mais cedo.



Ideia 3: Selecionar a atividade que tem menos conflitos.



Ideia 4: Selecionar a atividade com menor tempo final.

$S_k = \{ a_i \in S : s_i \geq f_k \}$

A_k = conjunto com o máximo de atividades compatíveis em S_k.
↳ entre si

Ideia: Mostrar que sempre existe uma solução ótima para o problema original que faz a escolha gulosa. Então a escolha gulosa é sempre segura.

Teorema: Seja a_m a atividade com menor tempo final em S_k. Então a_m está em algum A_k.

Prova: Seja a_j a atividade com menor tempo final em A_k.

Suponha que $a_m = a_j$. Então a_m já está em A_k.

Suponha que $a_m \neq a_j$. Então definimos o conjunto $A'_k = A_k - \{a_j\} \cup \{a_m\}$.

As atividades de A'_k são todas compatíveis, pois a_j é a atividade de menor tempo final em A_k, todas as atividades de A_k são compatíveis entre si e $f(a_m) < f(a_j)$.

Além disso, a cardinalidade de $|A'_k| = |A_k| - 1 + 1 = |A_k|$. Dessa forma, A'_k é um conjunto contendo o máximo de atividades compatíveis entre si de S_k que faz a escolha ótima ∎

Algoritmo_Seleção_Atividades (s, f)

$n \leftarrow$ tamanho(s)

$A \leftarrow \{a_1\}$

$k \leftarrow 1$

Para $m \leftarrow 2$ até n

Se $s[m] \geq f[k]$

$A \leftarrow A \cup \{a_m\}$

$k \leftarrow m$

Retorna A