

 <p>Universidade Federal do Ceará Centro de Ciências Departamento de Computação</p>	<p style="text-align: center;">Avaliação Final Construção e Análise de Algoritmos (ck0183/ck0203) - 2021.1 Profa. Ana Karolinna Maia karolmaia@ufc.br</p> <p>Aluno:</p> <p>Matrícula:</p>	<p style="text-align: center;">Nota</p>
--	--	---

- A prova deve ser escrita a mão (no papel) e fotografada/escaneada para enviar para correção em um único arquivo no formato PDF.
- O upload do arquivo deve ser feito pelo SIGAA.
- Respostas em linguagens de programação não serão aceitas.
- **Cópias** de qualquer natureza (colegas, provas antigas, notas de aula, livros, internet...) **implicarão em nota 0 na prova** (inteira, não apenas da questão).

Questão 1 (4,0 pontos). Considere o algoritmo abaixo que recebe um vetor $A[1..n]$ de números inteiros.

Algoritmo 1: $X(A, 1, n)$

```

1 para  $i \leftarrow 1..n$  faça
2    $j \leftarrow Y(A, i, n)$ 
3   Troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$ 
```

Algoritmo 2: $Y(A, p, r)$

```

1  $m \leftarrow \lfloor (p + r) / 2 \rfloor$ 
2 se  $p = r$  então
3   Retorna  $p$ 
4  $u \leftarrow Y(A, p, m)$ 
5  $v \leftarrow Y(A, m + 1, r)$ 
6 se  $A[u] < A[v]$  então
7   Retorna  $u$ 
8 senão
9   Retorna  $v$ 
```

- Descreva sucintamente a funcionalidade dos Algoritmos Y e X .
- Apresente uma recorrência para o pior caso de tempo de execução do algoritmo Y e a resolva (método a sua escolha), mostrando um limite assintótico para a mesma.
- Determine a complexidade do algoritmo X . Justifique a sua resposta.
- Assumindo que o algoritmo Y funciona corretamente, prove a corretude de X .

Questão 2 (3,0 pontos). O problema da seleção de atividades (visto em sala) é o problema de encontrar, numa dada coleção de intervalos, uma subcoleção de tamanho máximo de intervalos dois a dois disjuntos. Nem todo algoritmo guloso resolve esse problema. Mostre que nenhuma das três ideias a seguir resolve o problema. Ideia 1: Escolha a atividade de maior duração dentre as que são compatíveis com as atividades já escolhidas. Ideia 2: Escolha a atividade compatível com as já selecionadas que tenha o maior instante de término. Ideia 3: Escolha uma atividade que seja compatível com as já escolhidas e intercepta o menor número possível de atividades ainda não escolhidas.

Questão 3 (3,0 pontos). Seja $P : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ uma função tal que: $P(n) = n$ para $n = 0, 1, \dots, 20$ e, para $n \geq 21$,

$$P(n) = 3n + \sum_{k=0}^{10} P\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + k\right).$$

- (a) Escreva um algoritmo recursivo puro que recebe um número n como entrada e retorna o valor exato de $P(n)$. Calcule a complexidade do seu algoritmo.
- (b) Escreva um algoritmo de programação dinâmica para o mesmo problema e calcule a complexidade.
- (c) Escreva um algoritmo de memoização (recursivo usando memória) e calcule a complexidade.

Compare os tempos dos três algoritmos.