

Dado que o CH é conhecido por ser Np completo vamos provar TSP é completo

Ciclo hamiltoniano

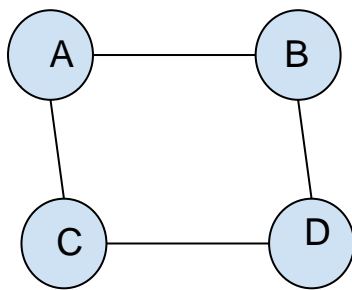
Nesse problema lhe é dado um grafo e o problema é determinar se existe um ciclo simples no grafo que visita todos os vértices, o que significa que existe uma rota no caixeiro viajante,

mas agora você recebe um grafo no problema do ciclo hamiltoniano é te solicitam a determinar se há um ciclo que passa por todos os vértices enquanto o problema do caixeiro viajante, o objetivo é diferente, no TSP você tem a garantia de encontrar um ciclo que passa por todos os vértices, E isso é porque o grafo é completo. Então, no problema TSP porque é um grafo completo, a entrada é garantida para ser completa. você tem garantia de encontrar o que deseja, qualquer tipo de caminho, ou ciclo, então você tem a garantia de encontrar um ciclo que passa por todos os vértices, então não há dúvidas disso, mas agora

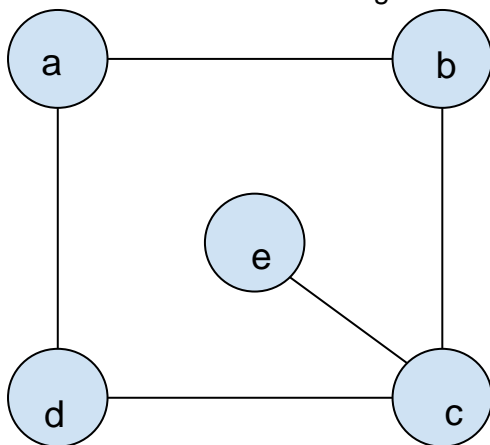
Ciclo hamiltoniano:

Dado um grafo onde temos que determinar se sim ou não, ou seja um problema de decisão, vamos determinar se o grafo tem um ciclo simples que passa por todos os vértices.

Podemos olhar uns exemplos para entender o problema. vamos dar um exemplo de um grafo que é hamiltoniano, para o qual a resposta é sim, isso é fácil de ver partindo de a para b depois d e c



OUTRO EXEMPLO DE UM grafo mas que não é hamiltoniano:



nesse aqui não conseguimos visitar todos vertices com um ciclo.

// A força bruta nesse caso é tentar todos os caminhos possíveis e isso seria  $V$  fatorial

Então esse é um problema np completo conhecido

Agora outro exemplo

### COMEÇA AQUI:

dado um ciclo hamiltoniano, é conhecido que ele é np completo, nos queremos provar que TSP é np completo. Esse é um problema de decisão. Nós temos que verificar se o problema do TSP satisfaz duas condições: A condição 1 é a verificação do tempo polinomial do TSP, acabamos de dizer como fazer para que voce verifique que todos os vertices validos não tem repetição e que a soma dos pesos das arestas na solução proposta ou no ciclo proposto é a menor ou igual a um certo valor T dado

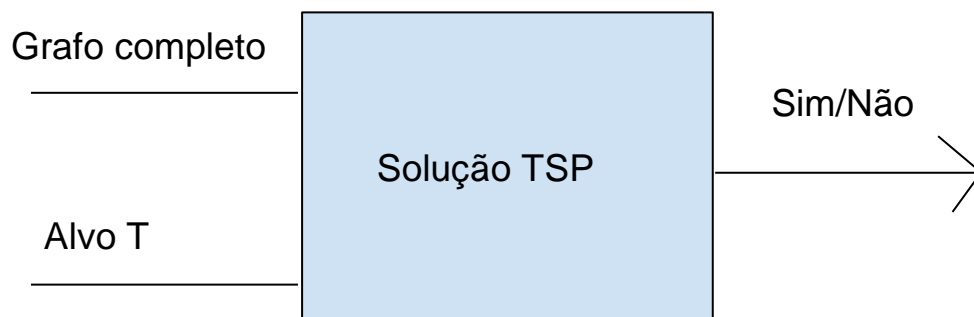
For a 'yes' instance, the certificate is just some Hamiltonian cycle whose weight is at most C. If you could solve this problem efficiently, you could find the cost of a minimum tour by binary search, starting with the weight of the entire network as an upper bound.

Agora vamos para a parte mais interessante esse 2 ponto, e usaremos o ciclo hamiltoniano que é conhecido como np completo para provar que o TSP é np completo. Então precisamos de uma redução do ciclo hamiltoniano para TSP, o que precisamos aqui é mostrar que ciclo hamiltoniano é polinomialmente redutível para TSP. Existem varias maneiras de interpretar isso. Você pode olhar aqui para  $CH \leq TSP$ , significa que CH é conhecido como np completo e TSP é o problema que estou tentando provar, vou provar que é maior ou igual ao CH em termos de nível de dificuldade, então é nesse sentido que vou provar, pois se fosse ao contrário não estaria provando nada, se voce provar que o problema dado é mais facil que o problema que é conhecido por np completo não faria sentido. Então estou tentando provar a dificuldade aqui,

a outra forma de ver isso é que isso significa que qualquer instancia de CH pode ser reduzido a uma instancia de TSP e isso é a redução, dada qualquer instancia de CH você pode reduzi-la a uma instancia de TSP o que significa que se você tiver uma solução para TSP você pode usá-la para resolver o CH.

Então, so deixando mais claro: no problema do TSP estamos tentando encontrar um ciclo que passa por todos os vértices que tem custo mínimo, com custo mínimo na versão de otimização, ou como é o caso aqui, o custo que atenda a uma determinada T uma meta/target um alvo, na versão de decisão do TSP.

Assumindo que você tem uma solução para TSP

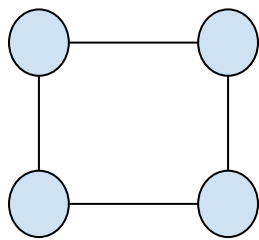


essa é a solução, a entrada dessa solução é um grafo completo e um alvo T e a saída dessa solução te dá um sim ou não. A questão é: eu recebo uma solução para TSP ,

dou a ela um grafo completo e um alvo  $T$ . e ele me diz se existe um ciclo simples com esse alvo com custo menor ou igual ao alvo.

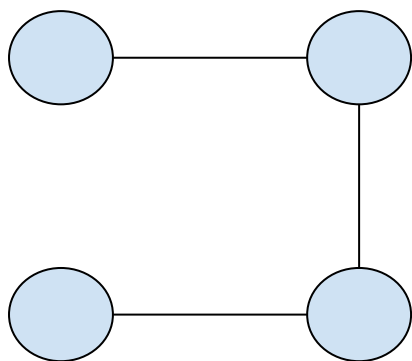
Agora vou usar isso pra resolver o problema do ciclo hamiltoniano

se eu der o grafo a seguir:



ele vai me dizer sim

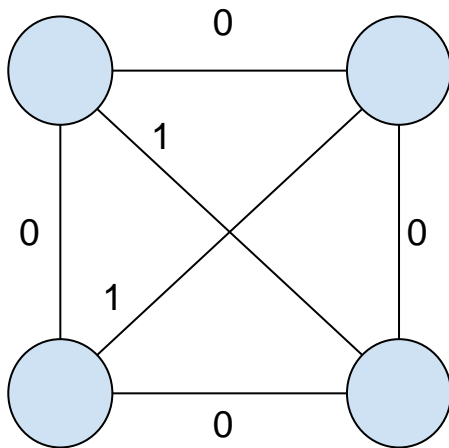
e se eu der esse



que não é hamiltoniano, vai me retornar não

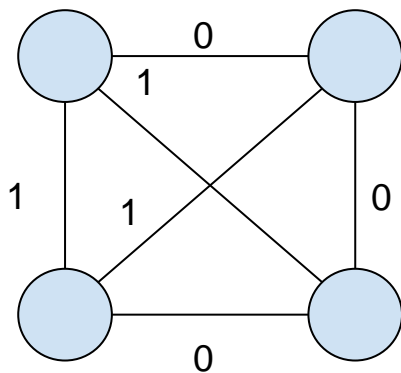
então a redução é sobre usar uma solução de um problema para resolver outro. Agora executando essa solução, antes de mais nada tenho que colocar o grafo na forma que essa solução espera como entrada, então tenho que fazer esses grafos completos de alguma forma, mas eu quero deixar eles completos de um jeito que vai servir ao proposito de resolver esse problema, então como fazer para deixar eles completos e selecionar o alvo de forma que a solução TSP resolva meio ciclo pra mim qualquer instancia de HC? então a ideia basicamente é achar uma maneira de distinguir as aresta que ja existem no grafo e as arestas que terei que adicionar pra que ele fique completo, eu posso atribuir pesos zeros e adicionar outras arestas e dar a elas peso 1. Agora, qual seria o  $T$  para o TSP? o  $T$  deve ser zero.

Nesse ponto se eu adicionar esse grafo e colocar  $T$  como zero



e pedir por um ciclo simples, que visita todos os vertices mas com um custo de 0 ou menos. Então ele vai encontrar um ciclo com custo zero somente de usar as arestas originais, se ele encontrar um ciclo que usa as arestas originais vai encontrar o  $T = 0$ , se precisar usar outras arestas, significa que não existe um ciclo que usa as arestas originais.

no outro grafo, o grafo  $g$  ele não encontrar um 0(zero) porque tera que usar uma aresta adicionada.



Então esse foi o exemplo para a redução.

Então formalizando aqui:

Dado um grafo  $G = (V, E)$ , construa um grafo  $G'$  completo com a seguinte peso na aresta, de modo que o peso da aresta  $w(u, v)$  seja igual a 0 se  $(u, v)$  pertence a  $E$ , onde  $E$  é o conjunto de arestas do grafo original e seja igual a 1 se  $(u, v)$  não pertence a  $E$ .

Então  $G'$  tem um TSP com uma rota de custo 0 se e somente se  $G$  for hamiltoniano

então essa é a transformação

Basicamente nossa redução é construir um grafo completo e quando ele estiver completo estamos falando de  $V^2$  que certamente é polinomial, leva um tempo de  $V^2$  para

fazer a transformação de uma dada instância de ciclo hamiltoniano para uma instância de TSP

Ao reduzir CH para TSP estamos dizendo que se houver uma solução de tempo polinomial para TSP eu posso usa-la para resolver CH mas isso é so outra forma de ver.

A mais fácil é apenas pensar na redução como uma prova de que o problema ao qual você reduziu(TSP) é mais difícil ou mais geral que o problema de onde esta reduzindo (CH). emtao ao reduzir você esta basicamente mostrando que TSP é mais difícil que qualquer instancia que HC pode mapear para uma instancia de TSP.

é isso, muito obrigada pela atenção!