

Construção e Análise de Algoritmos
Prova 3

1.

- (a) Defina formalmente a Classe NP-Completa. Explique informalmente o seu significado. Qual é a importância de se provar que um certo problema é NP-Completo? Qual a diferença entre NP, NP-Completo e NP-Difícil?
- (b) Para cada uma das afirmações abaixo, diga se ela é *verdadeira*, *falsa*, *verdadeira se $P \neq NP$* ou *falsa se $P \neq NP$* . Dê uma justificativa curta para cada resposta.
 - (1) Os problemas NP-Completos não possuem algoritmo polinomial.
 - (2) O problema da Mochila possui algoritmo de programação dinâmica de tempo polinomial e por isso pertence a Classe P.
 - (3) Os problemas NP que não estão em P são NP-Completos.
 - (4) Existem problemas em NP que não estão em P.
 - (5) Se A e B são ambos NP-Completos ou são ambos da Classe P, então $A \leq_P B$ e $B \leq_P A$.
 - (6) Se A é da Classe P e B é NP-Completo, então $A \leq_P B$ e $B \leq_P A$.
 - (7) O algoritmo de Floyd é polinomial e por isso pertence a Classe P.

2. Seja **DUPLA-PARTIÇÃO** o problema de decidir se, dado como entrada duas sequências x_1, \dots, x_n e y_1, \dots, y_n com n inteiros, é possível obter uma partição de $\{1, \dots, n\}$ em dois conjuntos A e B ($A \cup B = \{1, \dots, n\}$ e $A \cap B = \emptyset$) tais que

$$\sum_{i \in A} x_i = \sum_{j \in B} x_j \quad \text{e} \quad \sum_{i \in A} y_i = \sum_{j \in B} y_j.$$

Prove que DUPLA-PARTIÇÃO é NP-Completo através de uma redução direta do Problema SOMA-SUBC (da Soma de Subconjunto).

3. Seja **DUPLO-DOMINANTE** o problema de decidir se, dado como entrada um grafo G e um inteiro $k > 0$, existe um conjunto D com k vértices de G tal que todo vértice de G está em D ou é adjacente a pelo menos **2 (DOIS)** vértices de D . Prove que DUPLO-DOMINANTE é NP-Completo através de uma redução do Problema 3SAT.

4. Seja **DUPLO-TRANSVERSAL** o problema de decidir se, dado como entrada um inteiro K e uma coleção de subconjuntos C_1, \dots, C_m de um conjunto S , existe um subconjunto S^* com K elementos de S tal que, para todo subconjunto C_i , C_i contém pelo menos **2 (DOIS)** elementos de S^* . Prove que DUPLO-TRANSVERSAL é NP-Completo através de uma redução do Problema da Cobertura de Vértices.