

Análise de redes com auxílio de Sistemas de Informações Geográficas



Luiz A. N. Lorena

lorena@lac.inpe.br

<http://www.lac.inpe.br/~lorena>

LAC/INPE

2005

Análise de redes



☒ **INTRODUÇÃO**

☒ **PROBLEMAS BÁSICOS**

☒ **PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO**

- ☒ **PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO COM COBERTURAS**

- ☒ **LOCALIZAÇÃO DE MEDIANAS**

- ☒ **OUTROS MODELOS DE LOCALIZAÇÃO**

☒ **ROTEAMENTO DE VEÍCULOS**

☒ **ALGORITMOS**

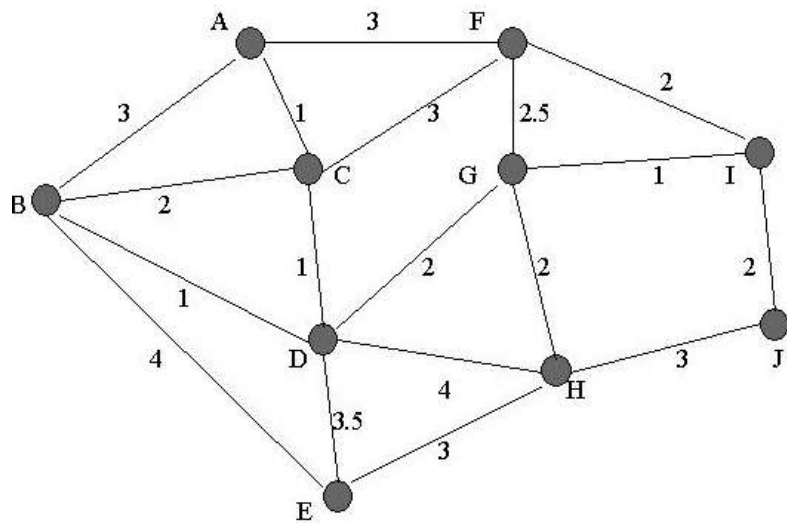
Análise de redes



- ⌘ **Análise espacial** → várias aplicações identificadas em redes
- ⌘ As **redes** são entidades formadas por pontos (*nós ou vértices*) e linhas (*arcos ou arestas*) que descrevem de maneira natural vias públicas, conexões de água, telefonia, e outros.
- ⌘ As redes para modelos urbanos descrevem em geral ruas, avenidas e suas interseções (cruzamentos).

PROBLEMAS BÁSICOS

⌘ Caminho mínimo entre dois pontos na rede



Entre os pontos A e C

→ menor caminho = 1

Entre os pontos B e J

→ menor caminho = ?

Algoritmos:

Dijkstra

Floyd

PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO



- ⌘ Tratam de decisões sobre onde localizar facilidades, considerando clientes que devem ser servidos, de forma a otimizar um certo critério.
- ⌘ O termo "facilidades" pode ser substituído por fábricas, depósitos, escolas, etc., enquanto que clientes se referem a depósitos, unidades de vendas, estudantes, etc.
- ⌘ Em geral os vários centros selecionados que podem ser localizados, podem também ser alocados ao subconjunto de centros que serão abertos. Desta forma também são conhecidos como problemas de *localização-alocação*, devido ao processo de alocação dos outros centros aos centros abertos.

PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO

⌘ Área que têm despertado crescente interesse em planejadores, principalmente quando uma base de dados geograficamente referenciada pode ser usada.

Setores públicos → aplicações maximizam a satisfação dos clientes em detrimento dos custos necessários para o alcance de tal objetivo (em geral os custos não são estimados com exatidão).

Localização de escolas, de postos de saúde, corpo de bombeiros, ambulâncias, viaturas de polícia, pontos de ônibus, entre outros.

Setor privado → custos chamados fixos estão envolvidos.

Localização de fábricas, depósitos, torres de transmissão, lojas de franquias, etc.

PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO COM COBERTURAS

⌘ Problema →

- ☑ Suponha que uma prefeitura deseja localizar ambulâncias para o atendimento emergencial de pessoas acidentadas, levando-se em conta um tempo máximo de atendimento.

⌘ Formulação do problema →

- ☑ existem muitos objetivos que podem ser considerados, e estes muitas vezes são conflitantes. Para o município o controle dos custos operacionais e de capital é de suma importância, porém, é também importante responder a um grande percentual de chamadas dentro de um limite aceitável de tempo. A resposta a chamadas aumentará com maior número de estações abertas, mas obviamente, será mais caro de implementar.

PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO COM COBERTURAS

- ⌘ a) Objetivo: Minimizar o número de estações de ambulâncias abertas
 Sujeito a: Cobrir em determinado tempo de resposta a todas as partes da cidade.

- ⌘ b) Objetivo: Maximizar a demanda que pode ser coberta em determinado tempo de resposta
 Sujeito a: Abrir um número especificado de estações.

Como medir a cobertura e como modelar matematicamente?

PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO COM COBERTURAS

☒ Inicialmente a população é agregada em zonas.

Uma zona pode consistir de uma quadra ou quarteirão, ou conjuntos de quarteirões. A seguir os seguintes dados devem ser levantados:

- As posições candidatas para localização das estações:

As posições candidatas são determinadas pela municipalidade em um estudo prévio. Vários critérios são usados, tais como: proximidade de grandes artérias, propriedade da terra, zoneamento, de estações de bombeiros que possa abrigar ambulâncias, etc.

PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO COM COBERTURAS

- A demanda de cada zona:

Pode ser estimada por dados históricos de chamadas de cada zona, ou pela população da zona, ou outra medida que substitua a demanda. Assume-se que a população está concentrada no centro da zona (zonas pequenas)

- O tempo de resposta entre estações de ambulâncias e zonas:

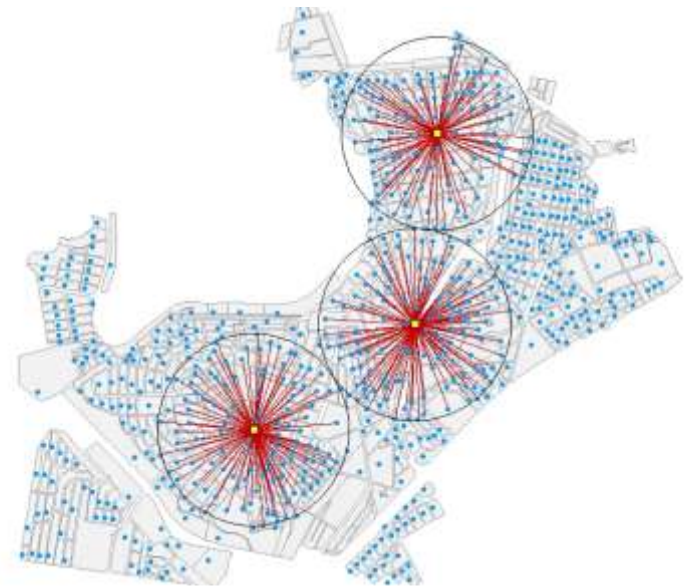
Na avaliação de locais para localização de estações, os tempos de resposta da estação para várias partes da cidade deve ser calculado. O tempo entre o trajeto entre cada local e as zonas deve ser estimado antes do modelo ser implementado.

Cobertura de conjuntos e Máxima cobertura

⌘ Modelos →

n pontos possíveis de localização de ambulâncias,
 m pontos de demanda,
as distâncias entre pontos d_{ij} ,
as demandas dos pontos f_i ,
e a distância crítica de atendimento d ,

→ modelos resultantes
formulados
matematicamente:



Localização - Cobertura

a) *Cobertura de conjuntos*

$$\text{Min} \sum_{j=1}^n x_j$$

sujeito a

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 1, \quad i = 1, \dots, m$$

$$x_j \in \{0,1\}, \quad j = 1, \dots, n$$

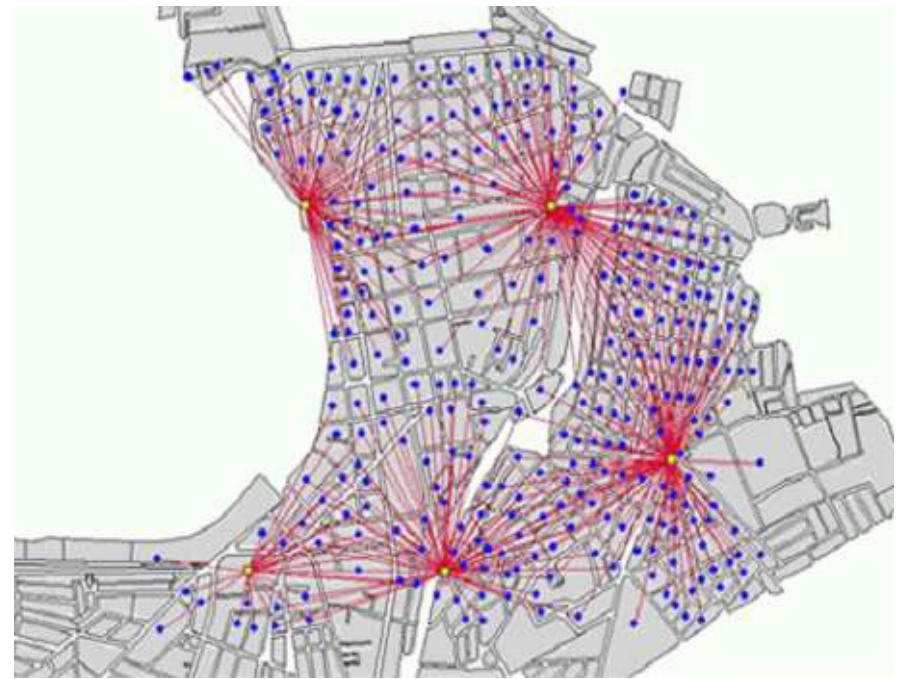
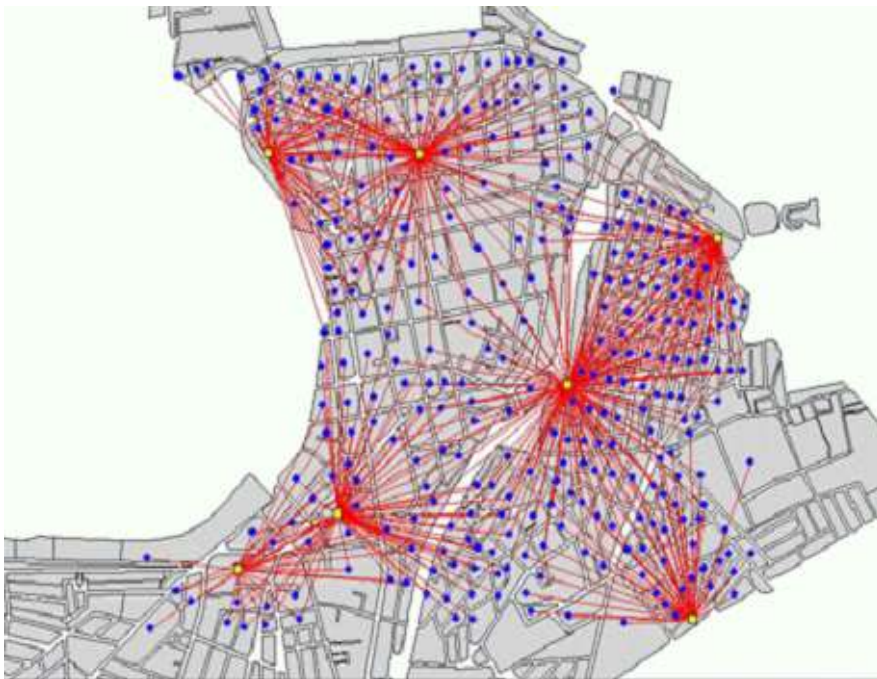
$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } d_{ij} \leq d \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} 10010 \dots \geq 1 \\ 01101 \dots \geq 1 \\ 10111 \dots \geq 1 \\ 10001 \dots \geq 1 \\ 01100 \dots \geq 1 \\ \dots \end{array}$$

....

Cobertura de Conjuntos

⌘ Soluções de Cobertura de conjuntos

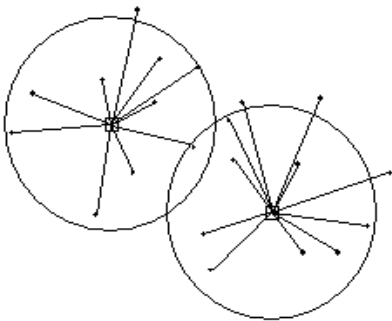


Localização - Máxima Cobertura

b) *Máxima Cobertura*

$$N_i = \{ j \mid d_{ij} \leq d \}$$

conjunto de facilidades
que estão a menos de uma
distância crítica d
do ponto de demanda i



$$\text{Max} \sum_{i=1}^m f_i y_i$$

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq y_i, i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = p$$

$$x_j \in \{0,1\}, j = 1, \dots, n$$

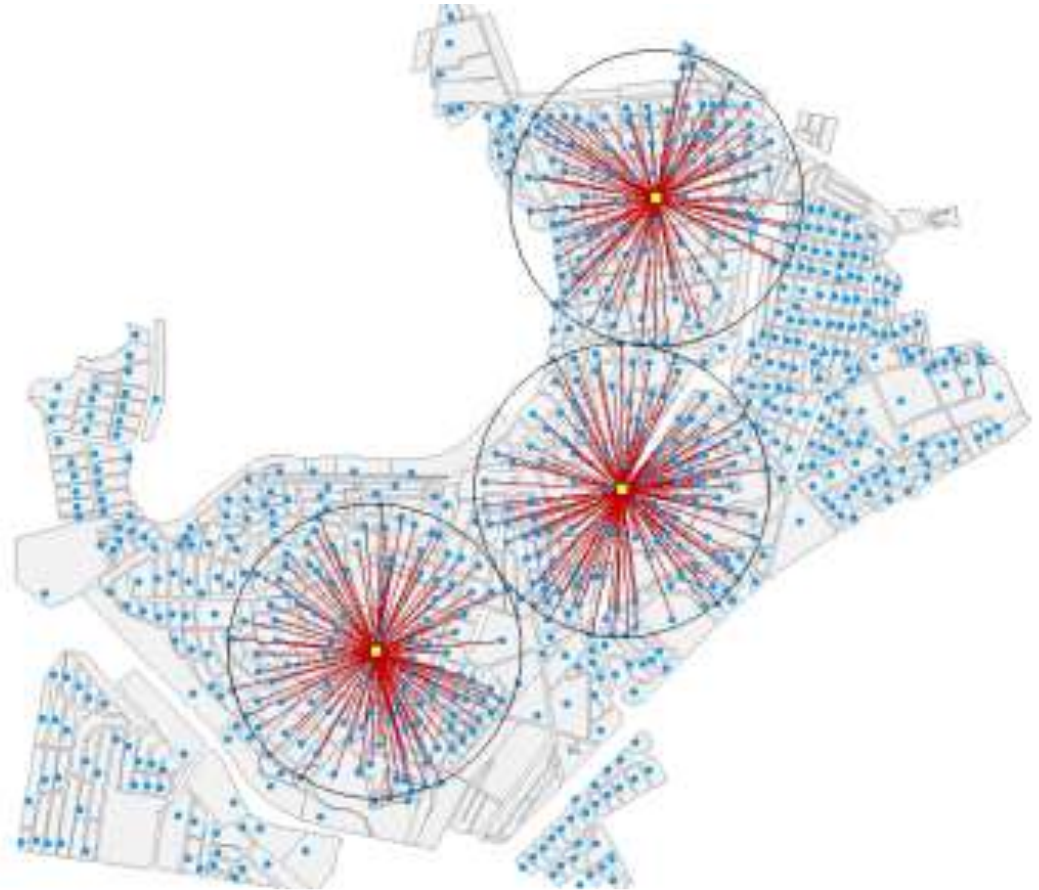
$$y_i \in \{0,1\}, i = 1, \dots, m$$

Máxima Cobertura

Solução de
Máxima
Cobertura

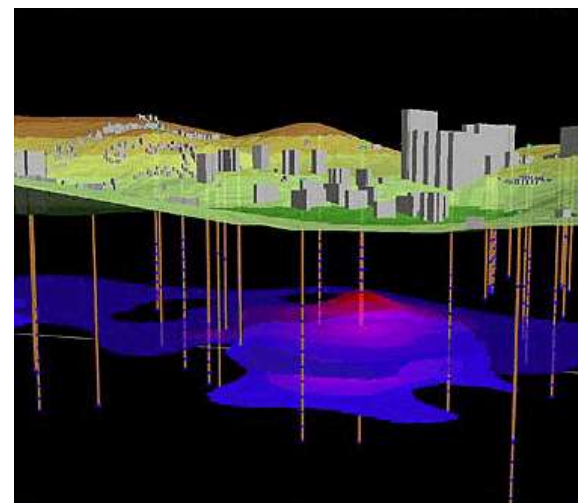
demandas →
cadastro de imóveis
nas quadras.

demanda maior →
maior número
de imóveis



<http://www/lac.inpe.br/~lorena/instancias.html>

Localização de Antenas



LOCALIZAÇÃO DE MEDIANAS

⌘ P-medianas

Problema clássico de localização

O objetivo é localizar p facilidades ou recursos (medianas), de forma a minimizar a soma das distâncias de cada vértice à sua facilidade (ou algum recurso) mais próxima.

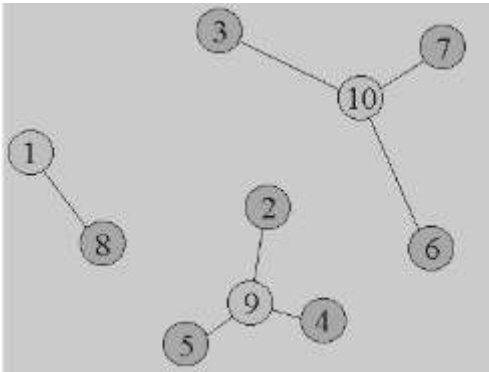
Na rede, os arcos seriam as rodovias ou malha viária e os nós, locais onde as facilidades (escolas, silos, etc.) podem ser localizadas.

Localização - p-medianas

c) *p*-medianas

Algoritmo de Floyd $\rightarrow d_{ij}$

Cada vértice j é alocado a somente um vértice i , que deve ser uma mediana e o número exato de medianas a ser localizado deve ser p



$$\text{Min} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ii} = p$$

$$x_{ij} \leq x_{ii}, i, j = 1, \dots, n$$

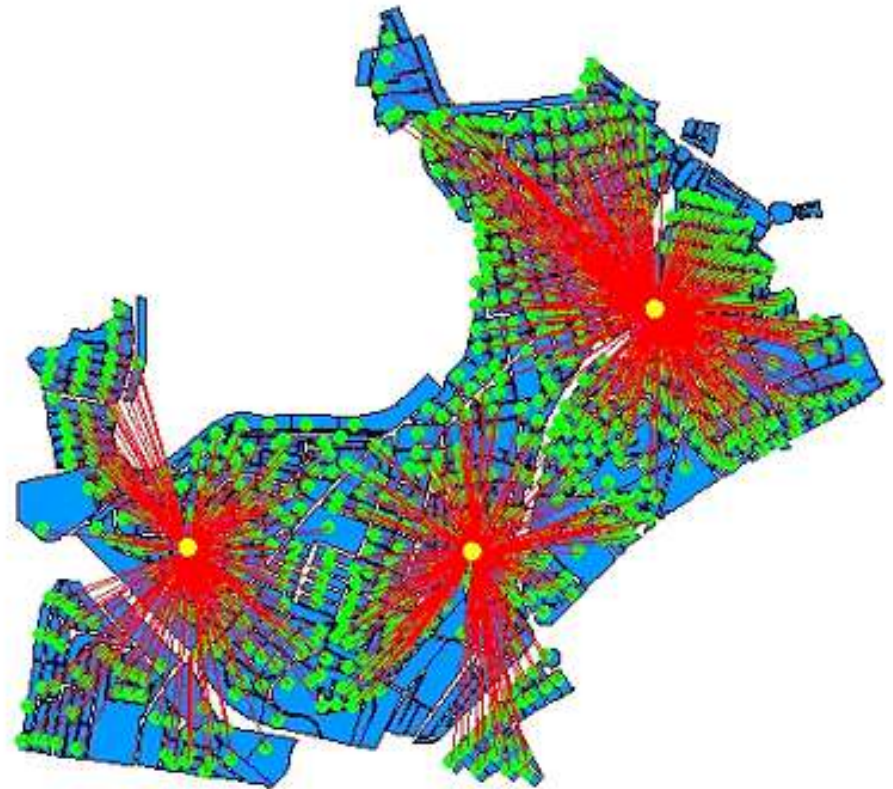
$$x_{ij} \in \{0,1\}, i, j = 1, \dots, n$$

P -medianas

Solução p-medianas

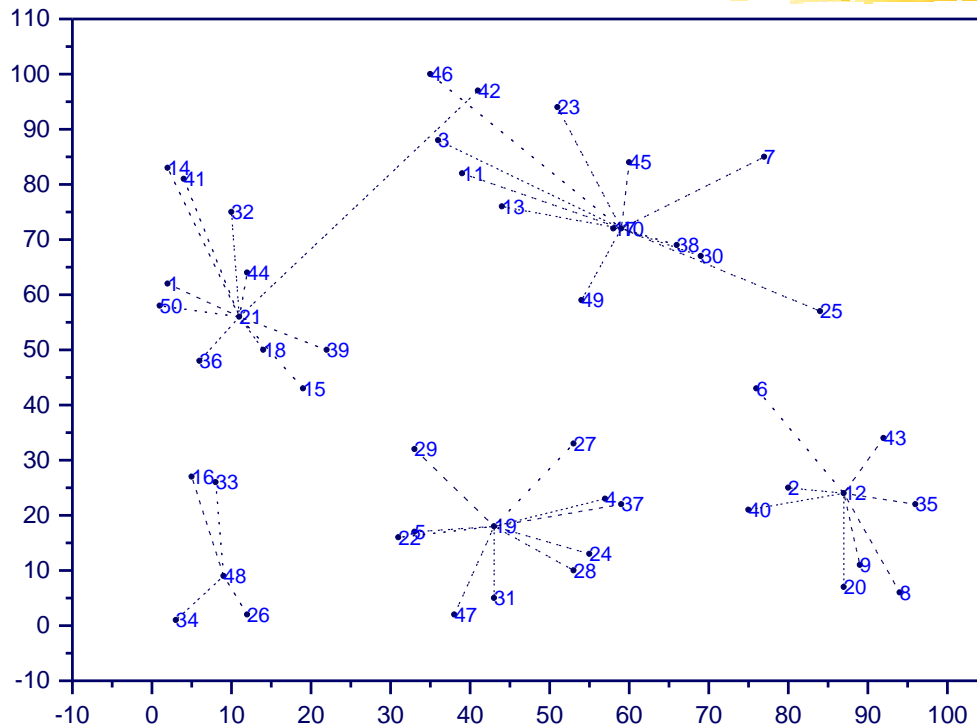
Algumas suposições são consideradas para a validade deste modelo:

- ⌘ Toda a demanda de um vértice é atendida por um único centro (mediana)
- ⌘ Todo ponto de demanda deve ser servido pelo centro mais próximo
- ⌘ Os vértices coincidem com os pontos de demanda
- ⌘ Não existem restrições de capacidade nos vértices
- ⌘ Os custos fixos de implementação não são considerados



<http://www/lac.inpe.br/~lorena/instancias.html>

P-medianas capacitado



- f_j é a demanda do nó j ;
- b_i é a capacidade de atendimento do nó i ,
se este for escolhido como centro (mediana).

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j = 1, \dots, n$$

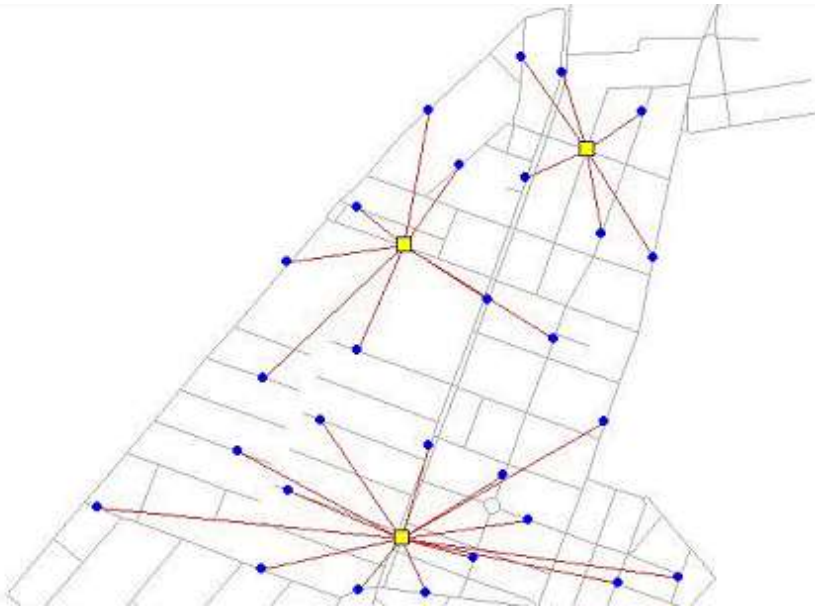
$$\sum_{i=1}^n x_{ii} = p$$

$$\sum_{j=1}^n f_j x_{ij} \leq b_i x_{ii}, i = 1, \dots, n$$

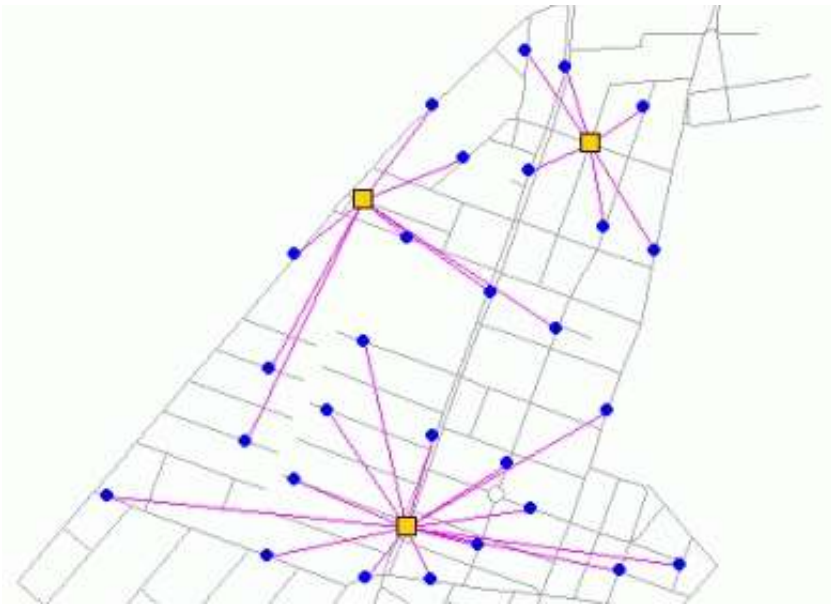
$$x_{ij} \in \{0,1\}, i, j = 1, \dots, n$$

P-medianas capacitado

⌘ Soluções p-medianas capacitado



distâncias euclidianas



distâncias de rede

OUTROS MODELOS DE LOCALIZAÇÃO



- **modelos de competição:** o produto que será distribuído nos locais a serem localizados já contam com produtos similares, distribuídos por concorrentes. Neste caso deseja-se entrar no mercado capturando a maior quantidade possível de demanda, considerando as instalações dos concorrentes,
- **os modelos probabilísticos:** o recurso localizado pode não estar disponível quando necessário, por exemplo, a ambulância localizada pode estar atendendo um outro chamado quando está sendo necessária em mais de um local ao mesmo tempo. Neste caso considera-se a possibilidade de uma ocorrência deste tipo de evento incluindo no modelo medidas de probabilidades. Também é possível considerar-se filas de atendimento, etc.

OUTROS MODELOS DE LOCALIZAÇÃO

- modelos que **combinam localização e roteamento**: deseja-se localizar e ao mesmo tempo sequenciar uma série de tarefas.
- Modelos para **materiais perigosos**: Localizar por exemplo resíduos tóxicos. Neste caso deseja-se uma grande distância de aglomerados populacionais.
- ⌘ Hillsman (1984) usa **edição** na formulação do problema das p-medianas, e consegue de forma aproximada tratar outros tipos de problemas de localização usando o modelo de p-medianas.

Esta é uma ideia interessante para a **integração de algoritmos** de localização a Sistemas de Informações Geográficas (SIGs), pois em princípio bastaria ter-se um bom código para solução do problema de p-medianas.

ROTEAMENTO DE VEÍCULOS



- ⌘ Problemas de distribuição aparecem em uma série de serviços, como entrega bancária, entrega postal, entrega de mercadorias, rotas de ônibus escolar, coleta de lixo industrial, serviço de entrega noturnas, operações de frete, e outros.
- ⌘ A solução destes problemas pode diminuir bastante o custo de distribuição, causando uma grande economia tanto para a indústria como para o governo.
- ⌘ No entanto, muitos destes problemas são difíceis de resolver. Estes dois atrativos fazem com que existam muitos trabalhos disponíveis na literatura sobre estes problemas que são conhecidos como problemas de roteamento e planejamento (*scheduling*).

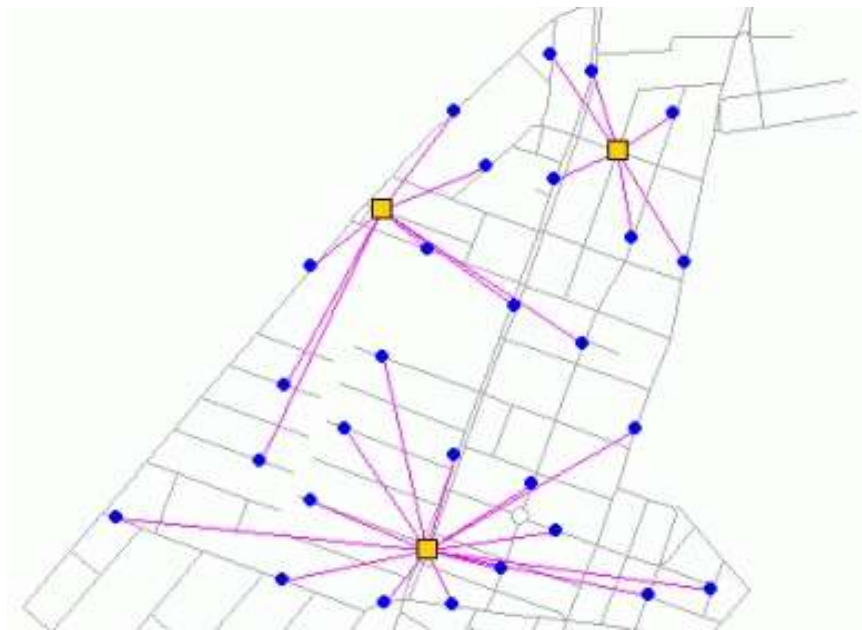
ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

⌘ Problema clássico de roteamento de veículos:

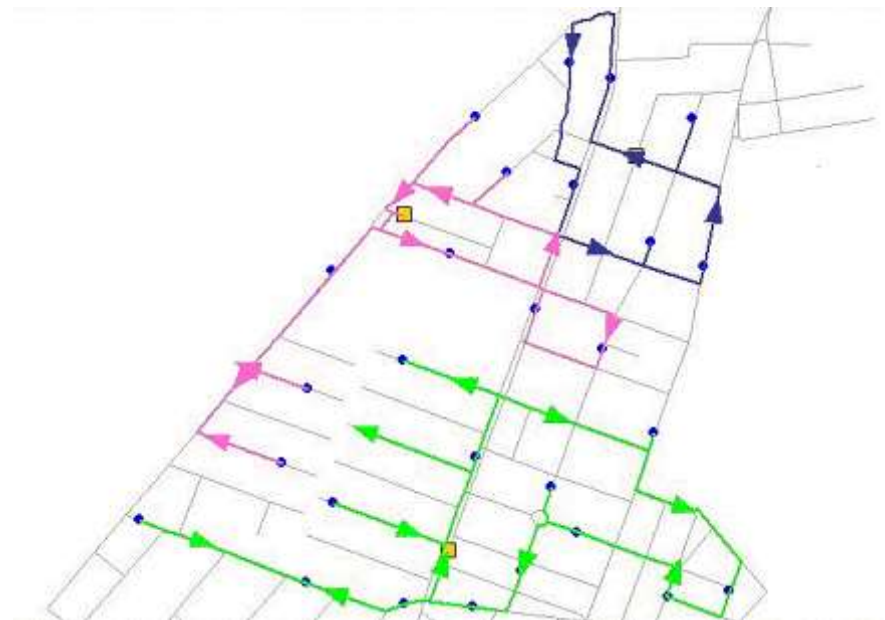
- ☒ m clientes espacialmente distribuídos, cada um com uma demanda de mercadorias.
- ☒ As mercadorias são entregues a partir de um depósito por uma frota de veículos homogêneos.
- ☒ Cada veículo realiza um percurso saindo do depósito e entregando as mercadorias para um subconjunto de clientes, satisfazendo as necessidades de demanda de cada um e retornando ao depósito.
- ☒ A rota de cada veículo deve obedecer a algumas restrições como: a quantidade de mercadoria entregue não deve exceder a capacidade do veículo e o tempo limite para realizar uma rota não deve ser ultrapassado.
- ☒ O problema de roteamento de veículos pretende traçar rotas para os veículos, determinando a quais clientes deve-se fornecer a mercadoria, de forma a não violar as restrições e otimizar alguma função objetivo.

P-med capacitado e roteamento

⌘ Rotas para 3 caminhões (considerando capacidades)



p-medianas capacitado



roteamento

Roteamento

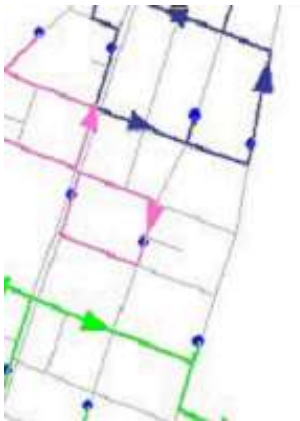


⌘ Normalmente são considerados três funções objetivos:

1. Minimizar a distância total percorrida (ou tempo gasto) por todos os veículos;
2. Minimizar o número de veículos e deste número mínimo, minimizar a distância total percorrida;
3. Minimizar a combinação de custo de veículos e distância percorrida.

Roteamento

☒ d) *Roteamento com geração de colunas*



$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a rota passa pelo nó } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ \dots &= 1 \\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ \dots &= 1 \\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ \dots &= 1 \\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ \dots &= 1 \\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ \dots &= 1 \\ &\dots \end{aligned}$$

$$\text{Min} \sum_{j=1}^{nc} c_j x_j$$

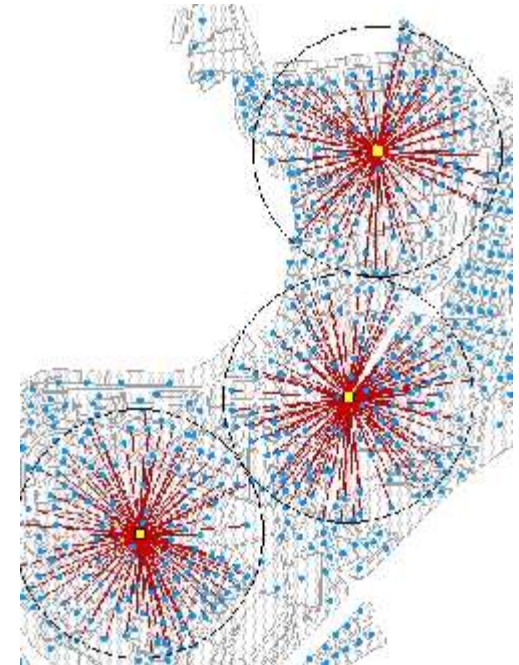
$$\sum_{j=1}^{nc} a_{ij} x_j = 1, \quad i = 1, \dots, m$$

$$x_j \in \{0,1\}, \quad j = 1, \dots, nc$$

nc é o número de colunas, que é em geral muito grande.

ALGORITMOS

⌘ Observe inicialmente que cada vez que se identifica um conjunto de p centros abertos (medianas ou centros para cobertura), também são identificados p *clusters* C^k , $k \in \{1, 2, \dots, p\}$, formados pelos centros abertos e os alocados a estes (ou cobertos por estes).



⌘ Pode-se então tentar melhorar a qualidade das localizações e alocações (coberturas) realizando trocas dentro dos *clusters* (e para cada *cluster*), realocando (cobrindo) e formando novos *clusters*.

Algoritmo de *localização-alocação*

Enquanto (*solução-inicial* melhora)

Para $k = 1, \dots, p$

Troque vértices mediana e não-mediana do *cluster* C^k ;

Calcule o valor v correspondente à melhor realocação (cobertura);

Se v é melhor que *solução-inicial*

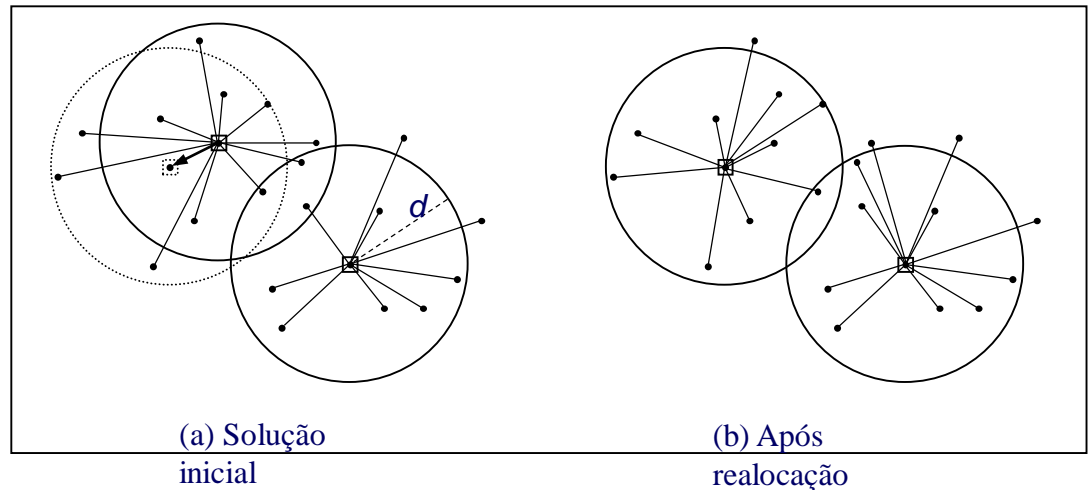
Atualize a mediana do *cluster* C^k ;

Faça *solução-inicial* = v ;

Fim_se;

Fim_para;

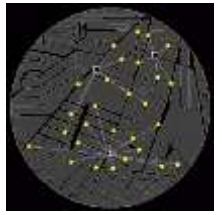
Fim_enquanto;



ALGORITMOS

- ⌘ Se repetida para várias soluções iniciais esta heurística é capaz de encontrar bons resultados para problemas com distribuição espacial dos dados.
- ⌘ Esta heurística foi usada como heurística de melhora de soluções combinada com
 - ☒ Heurísticas Lagrangeanas (ou Lagrangeanas/surrogate),
 - ☒ Processo de mutação no algoritmo genético construtivo aplicado ao problema de p-medianas. Os resultados foram bastante satisfatórios, embora possam ser considerados computacionalmente excessivos para problemas grandes. Nestes casos devemos restringir o alcance das trocas dentro dos *clusters*.
- ⌘ Para a solução do *modelo de roteamento d*), como o número de colunas é muito grande, resolve-se a versão de programação linear do problema por um método conhecido como de geração de colunas. As colunas não são armazenadas explicitamente e geradas quando necessário

Análise de redes com Sistemas de Informações Geográficas



⌘ Projetos temáticos FAPESP

<http://www.lac.inpe.br/~lorena/ArsigIndex.html>

⌘ ARSIG - Análise de redes com SIGs

julho/97 a junho/99

⌘ ARSIG2 - Sistemas de Apoio à Decisão usando Redes e SIGs

julho/2000 a junho/2002

Projeto CNPq

⌘ TerraNetwork

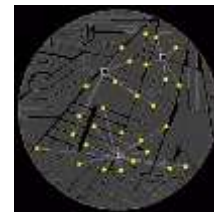
⌘ Início em julho 2005

⌘ Módulo de redes para o Terralib

— <http://www.terralib.org/>

Integrações

Máxima Cobertura



Número de facilidades

Entre com o número de facilidades:

3

OK Cancel

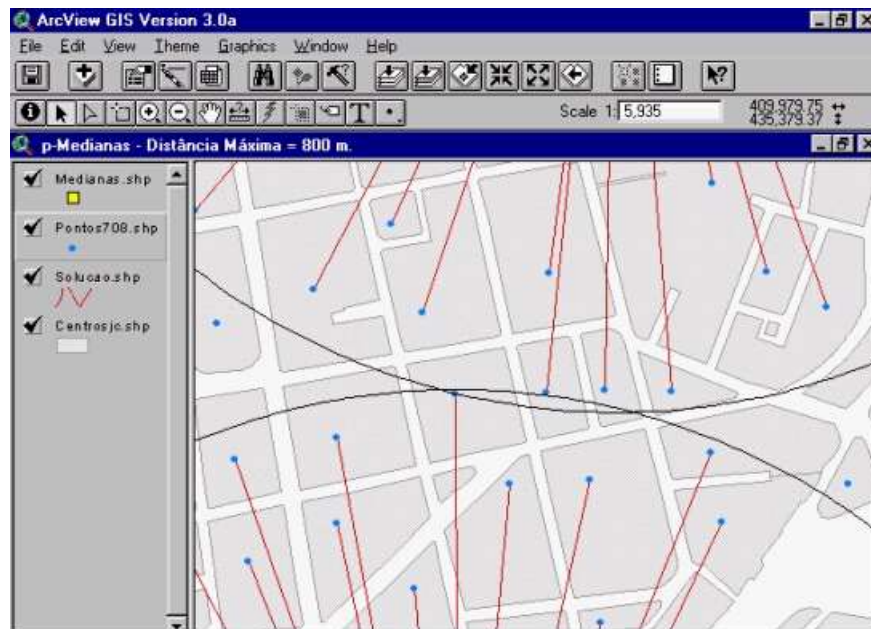
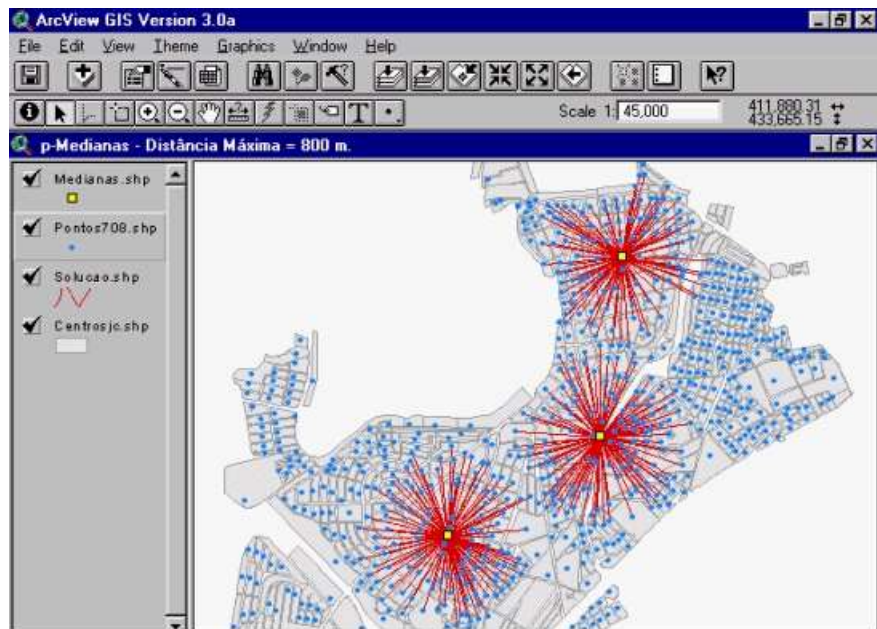
Distância Máxima

Entre com a distância máxima de atendimento (em metros):

800

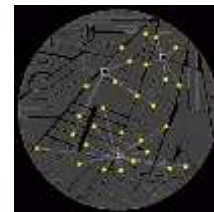
OK Cancel

⌘ Integração de algoritmo de Máxima Cobertura ao ArcView

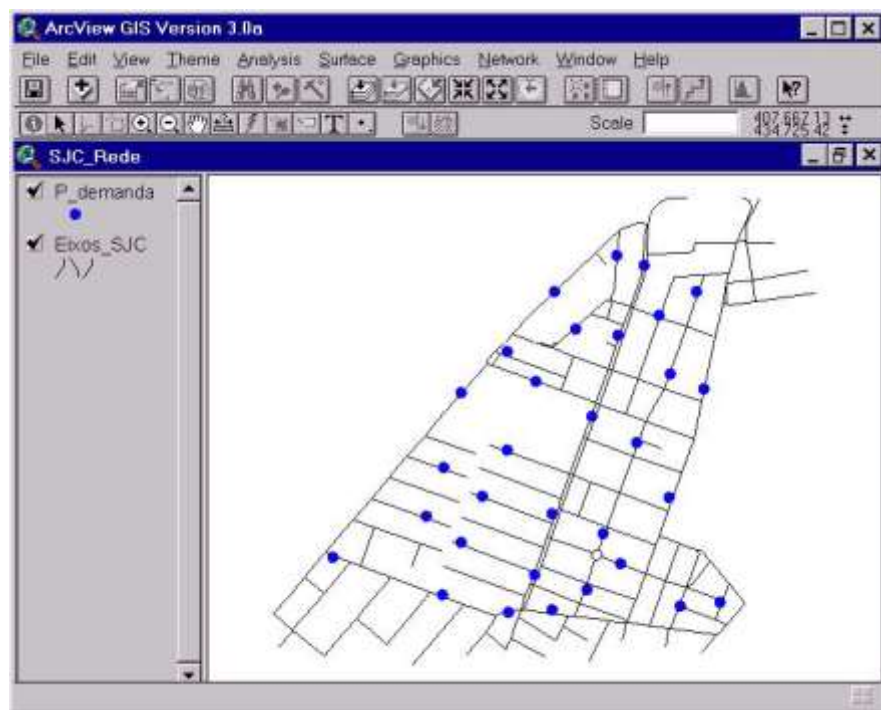
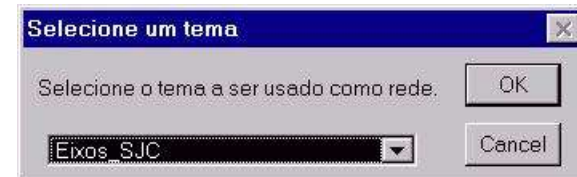


Integrações

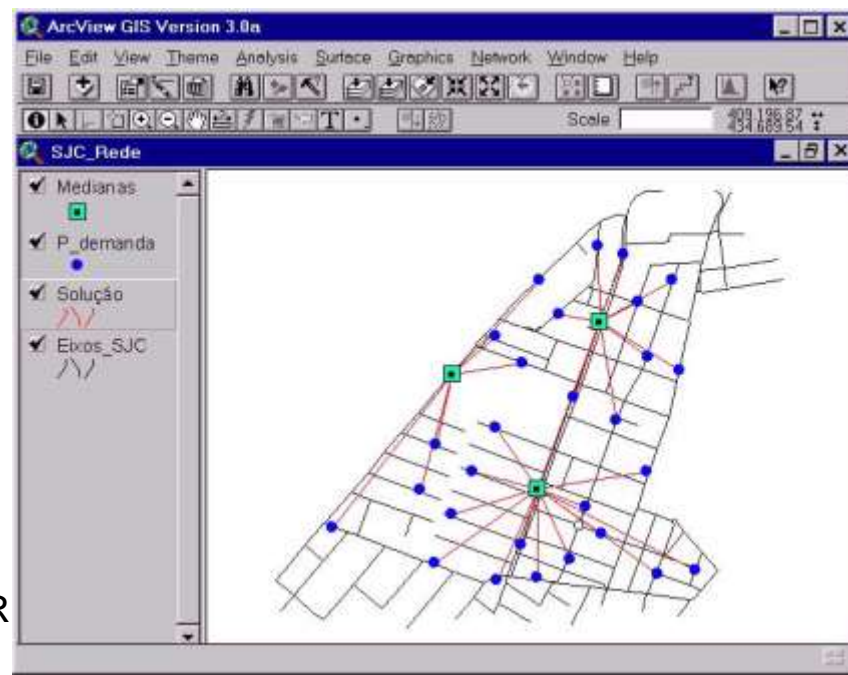
P-medianas



⌘ Integração de algoritmo de p-medianas ao ArcView



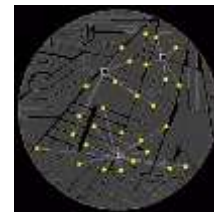
Distancias de rede



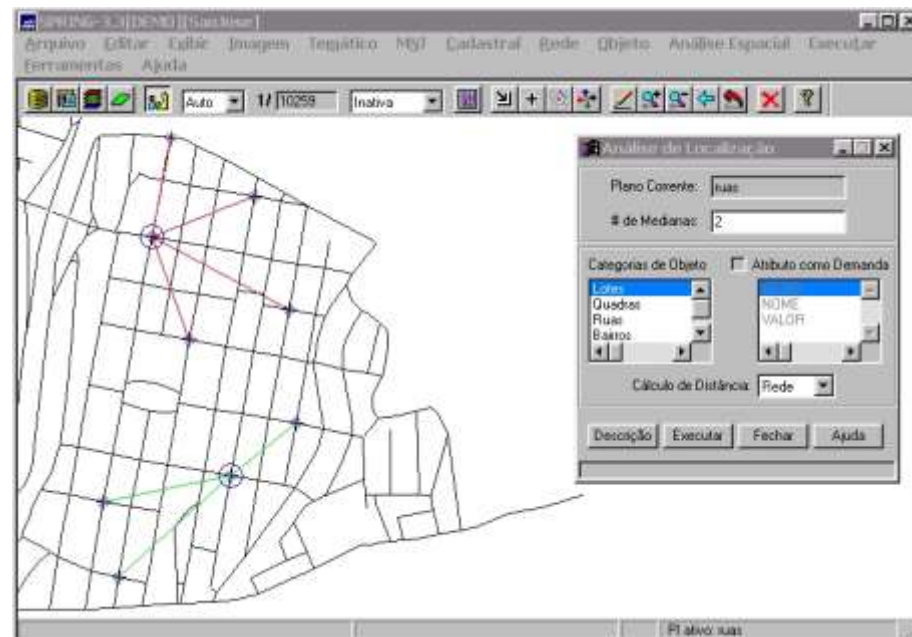
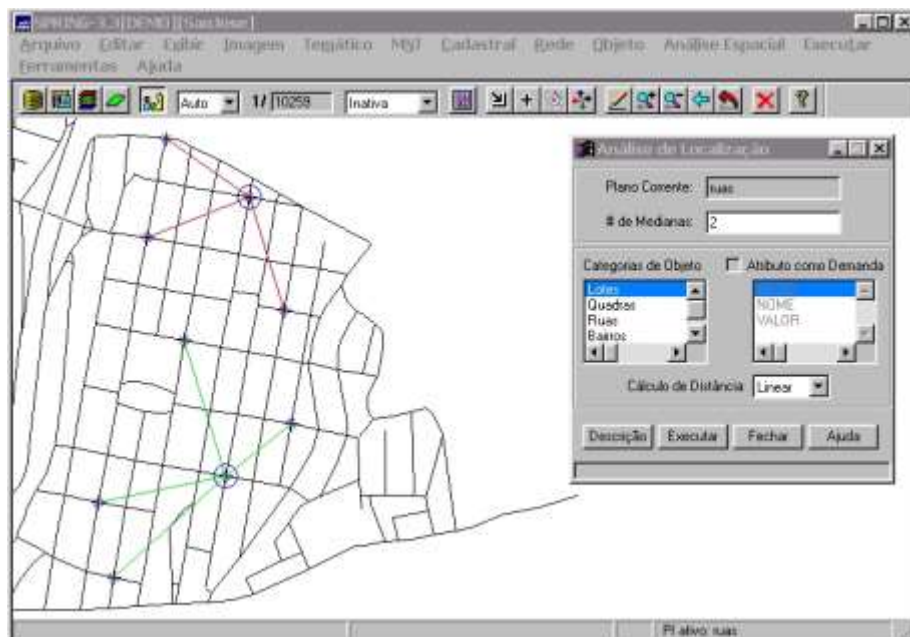
ANÁLISE DE R

Integrações

P-medianas

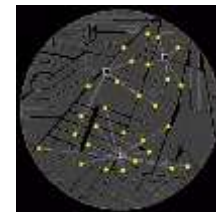


⌘ Integração de algoritmo de p-medianas ao SPRING

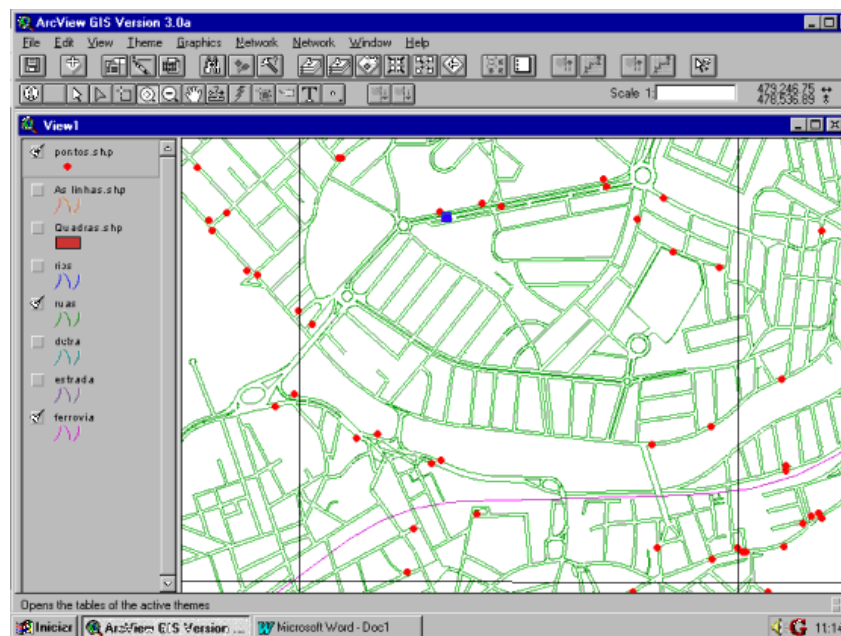
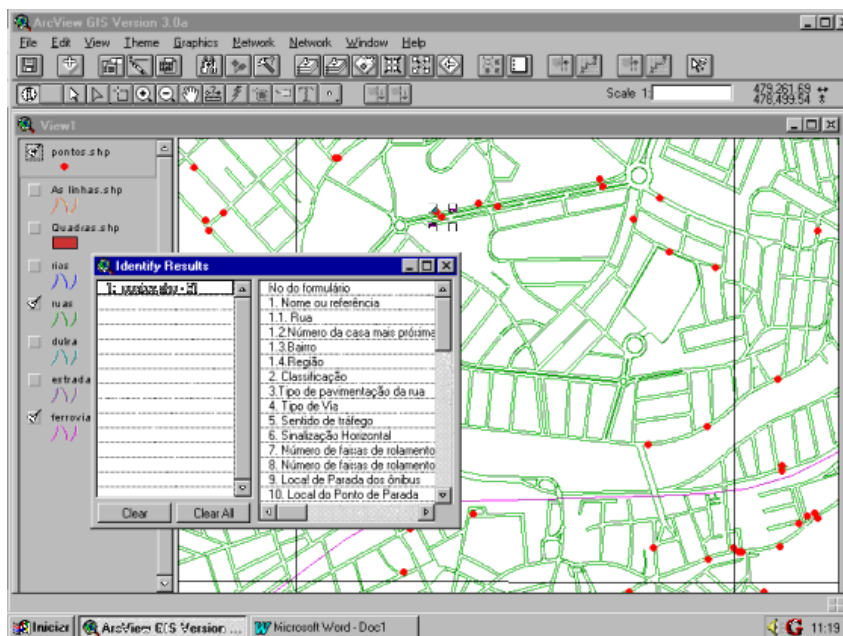


Localização - pontos de parada

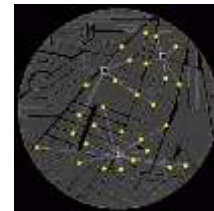
Coleta de dados - Guaratinguetá



(Transportes)



Método subgradientes x Geração de colunas



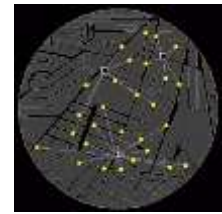
n	p	optimal solution	gap_primal		gap_dual		total time	
			LS	CG(t)	LS	CG(t)	LS	CG(t)
100	33	1355	—	—	—	—	0.58	0.48
200	67	1255	—	—	—	0.319	4.00	2.20
300	100	1729	—	0.093	—	0.049	16.78	4.94
400	133	1789	—	0.279	—	0.112	51.80	6.99
500	167	1828	—	0.128	—	0.285	127.60	12.95
600	200	1989	—	0.352	—	0.432	257.02	16.27
700	233	1847	—	0.135	—	0.379	482.97	24.20
800	267	2026	—	0.470	—	0.205	1374.74	28.99
900	300	2106	0.047	0.491	0.004	0.475	3058.65	45.60

Comparação entre

CG(t) → Geração de colunas + Lagrangean/surrogate

LS → Lagrangean/surrogate + método subgradientes

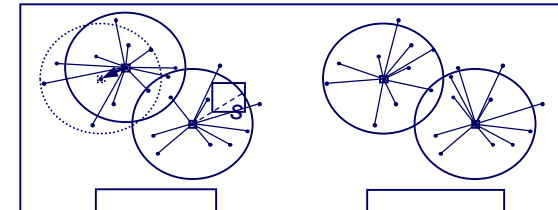
AGC x Lagsur



⌘ Comparações

AGC Lorena & Furtado (2000)

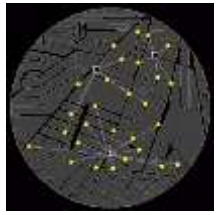
<i>medianas</i>	<i># nos</i>	<i>AGC</i>	<i>Lagsur</i>	<i>iterações</i>	<i>tempo(s)</i>
5	324	122518	122518	89	359
10	324	79845	79256	100	690
20	324	55610	54533	100	813
50	324	32098	32101	100	1034
108	324	18918	19683	100	1132
5	818	605232	605855	100	1520
10	818	383527	385371	100	1180
20	818	251631	251717	100	1191
50	818	148145	149251	100	956
5	3282	6381109	6381119	100	3642
10	3282	3912443	3914249	100	6321
20	3282	2348723	2350502	100	10156
50	3282	1294561	1308957	100	24531



AGC com mutação de localização-alocação

<i>medianas</i>	<i># nos</i>	<i>AGC</i>	<i>Lagsur</i>	<i>iterações</i>	<i>tempo(s)</i>
5	324	122518	122518	81	361
10	324	79525	79256	100	720
20	324	54812	54533	100	891
50	324	32098	32101	100	1114
108	324	18850	19683	100	1282
5	818	605041	605855	100	1690
10	818	382845	385371	100	1210
20	818	251595	251717	100	1291
50	818	147008	149251	100	1072
5	3282	6381092	6381119	100	4151
10	3282	3912104	3914249	100	7531
20	3282	2346413	2350502	100	10890
50	3282	1290104	1308957	100	25639

Downloads



⌘ Artigos

⌘ <http://www.lac.inpe.br/~lorena/public.html>

⌘ Integrações

⌘ <http://www.lac.inpe.br/~lorena/ArsigIndex.html>

⌘ Dados

⌘ <http://ww.lac.inpe.br/~lorena/instancias.html>

