

OPTIMIZACION DE ALGORITMOS DE SIMULACION CUANTICA DEL MODELO DE JAYNESS-CUMMINGS

JOAN SEBASTIAN SANDOVAL

MARIO JOSÉ FÉLIX ROJAS



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

2025-I

1.

CONTENIDOS

I

Introducción

2

Marco teorico

3

Implementación

4

Optimización

5

Resultados

6

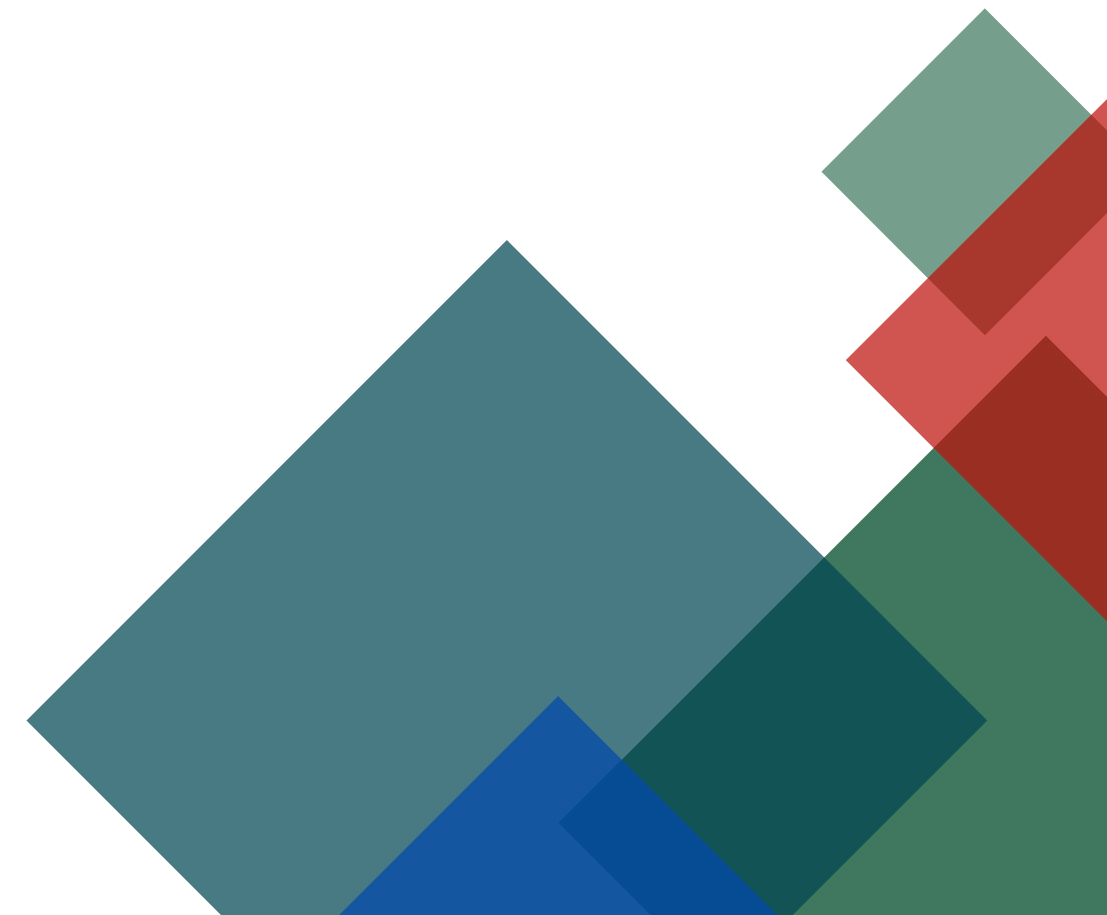
Conclusiones

7

Referencias

I. INTRODUCCIÓN

- La computación cuántica basada en circuitos permite programar qubits aplicando compuertas.
- Los qubits explotan superposición y entrelazamiento.
- Buscamos la forma de traducir operaciones cuánticas.
- Este trabajo busca implementar la dinámica del modelo de Jaynes–Cummings con circuitos cuánticos



2. MARCO TEÓRICO

Sistema de interacción radiación-materia de Jaynes-Cummings

$$\hat{H}_{JC} = \frac{1}{2}\hbar\omega_0 \hat{\sigma}_z + \hbar\omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar g(\hat{\sigma}^+ \hat{a} + \hat{\sigma}^- \hat{a}^\dagger)$$

- Una computadora cuántica funciona usando principios cuánticos
- La superposición de cúbits permite procesar millones de operaciones simultáneamente.
- Los procesadores cuánticos pueden sacar conclusiones sobre una partícula midiendo otra.
- La decoherencia es la pérdida del estado cuántico en un bit
- Limitaciones como el error de truncamiento y de trotterización

MARCO TEÓRICO

¿Que significa implementar una operación cuantica?

Es la exponencial de una combinación de operadores de Pauli, que permite descomponerla en puertas elementales.

¿Como se codifica una operación cuantica? Cambios de base

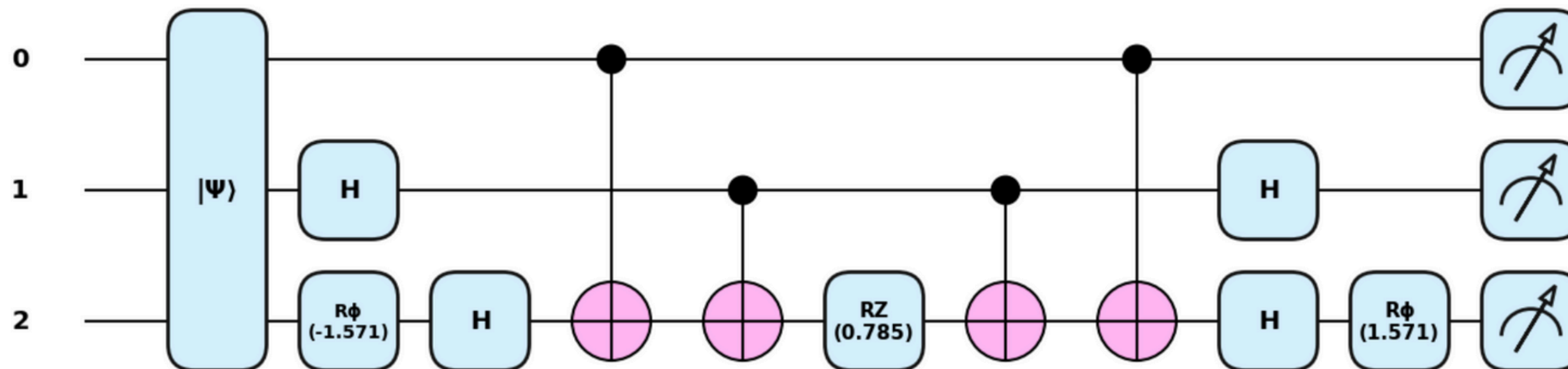
1. Cambio de base de $X \rightarrow Z$: $X_k = H_k Z_k H_k$
2. Cambio de base de $Y \rightarrow Z$: $Y_k = S_k^\dagger H_k Z_k H_k S_k$, $S_k = e^{-i\frac{\pi}{2}Z_k}$
3. Identidad ZZ : $\exp(-i\theta Z_i Z_j) = C_{ij} [RZ_j(2\theta)] C_{ij}$

¿Que se codifica una operación cuantica? superposición sistemas entrelazados (información)

MARCO TEÓRICO

Una operación cuántica puede expresarse como la exponencial de una combinación de operadores de Pauli, permite descomposición en puertas elementales

$$\begin{aligned}\exp(-i\theta Z_0 X_1 Y_2) &= [H_1] [S_2^\dagger H_2] \exp(-i\theta Z_0 Z_1 Z_2) [H_2 S_2] [H_1] \\ &= [H_1] [S_2^\dagger H_2] C_{01} C_{12} [RZ_2(2\theta)] C_{12} C_{01} [H_2 S_2] [H_1]\end{aligned}$$



MARCO TEÓRICO

operadores individuales que permiten manipular los estados de los qubits

$$I_+^{(j)} = \frac{1}{2}(I_j + Z_j) \quad (\text{proyector sobre } |0\rangle \text{ en qubit } j)$$

$$I_-^{(j)} = \frac{1}{2}(I_j - Z_j) \quad (\text{proyector sobre } |1\rangle \text{ en qubit } j)$$

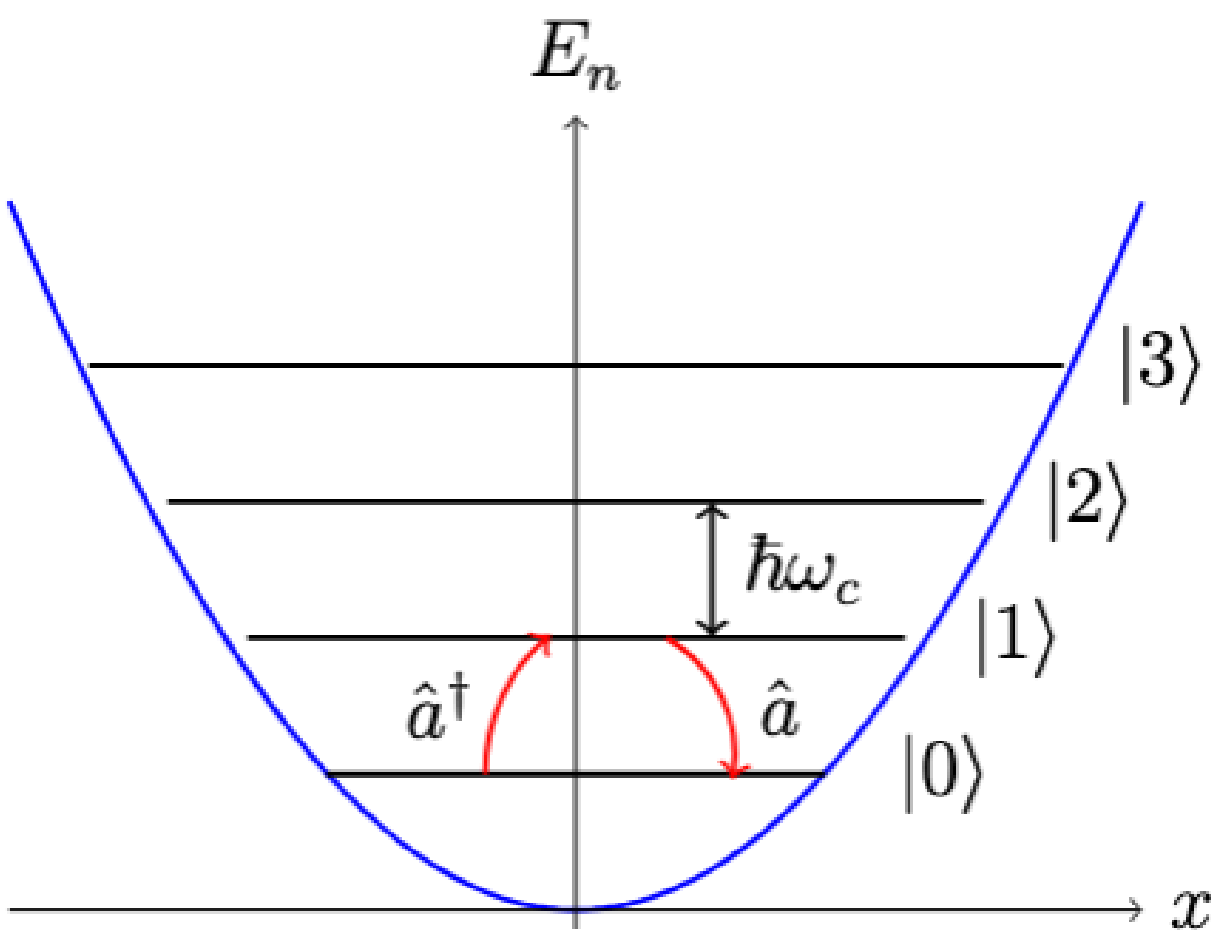
$$\sigma_+^{(j)} = \frac{1}{2}(X_j + iY_j) \quad (\text{operador de creación en qubit } j)$$

$$\sigma_-^{(j)} = \frac{1}{2}(X_j - iY_j) \quad (\text{operador de aniquilación en qubit } j)$$

Caso particular para estados de la base de Fock y el operador aniquilación de fotones

Truncar la base infinita de Fock en un número finito de niveles,
 Para N = 2

Estado de Fock	Representación binaria
0⟩	00⟩
1⟩	01⟩
2⟩	10⟩
3⟩	11⟩



Descomposición en proyectores

$$\begin{aligned}
 |00\rangle\langle 01| &= (|0\rangle\langle 0|)_1 \otimes (|0\rangle\langle 1|)_0 = I_+^{(1)} \otimes \sigma_-^{(0)} \\
 |01\rangle\langle 10| &= (|0\rangle\langle 1|)_1 \otimes (|1\rangle\langle 0|)_0 = \sigma_-^{(1)} \otimes \sigma_+^{(0)} \\
 |10\rangle\langle 11| &= (|1\rangle\langle 1|)_1 \otimes (|0\rangle\langle 1|)_0 = I_-^{(1)} \otimes \sigma_-^{(0)}
 \end{aligned}$$

Codificación

$$a = I_+^{(1)} \otimes \sigma_-^{(0)} + \sqrt{2}\sigma_-^{(1)} \otimes \sigma_+^{(0)} + \sqrt{3}I_-^{(1)} \otimes \sigma_-^{(0)}$$

3. IMPLEMENTACIÓN

Se realizó de forma modular

- Init State: crea el estado inicial de cualquier tipo de simulación
- Evolve: realiza la evolución temporal de un circuito cuántico con un esquema de step by step. El algoritmo toma decisiones en cada paso: identificar entrelazamiento, analizar cambios de base y cuál es la base anterior.
- Analytics: recrea los datos que se quieren encontrar con el modelo planteado computacionalmente
- Hamiltonians: construcción de las operaciones cuánticas.

Para extraer información intermedia de un estado cuántico sin destruir su coherencia

Algoritmo 1 (medidas “in situ”)

- Crear el estado inicial
- Para cada paso en la secuencia temporal:
 - Avanzar la simulación un intervalo de tiempo
 - Medir el estado sin colapsar la simulación

Algoritmo 2 (separar evolución y medida)

- Crear el estado inicial
- Para cada paso en la secuencia temporal:
 - Simular un intervalo y devolver el vector de estado
 - Medir externamente los observables deseados
 - Reinyectar el estado resultante en el simulador

4. OPTIMIZACIÓN

Partiendo de la hipótesis de que algoritmo debe ser capaz de encontrar la minima cantidad de compuertas necesarias para producir este circuito cuántico

Ecuación dinámica

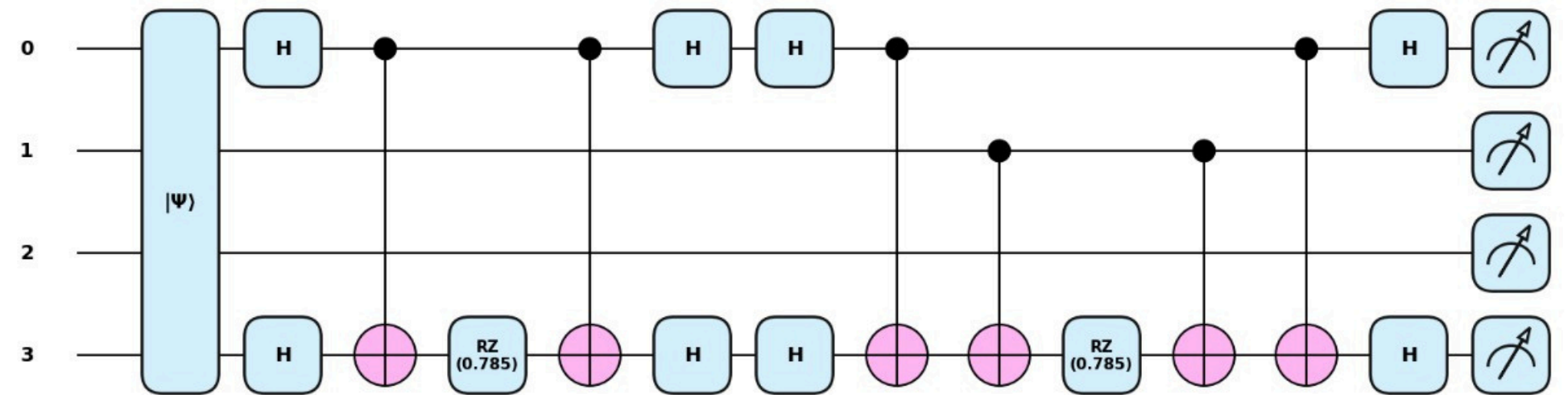
$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = \hat{H} |\psi(t)\rangle$$

Propagación

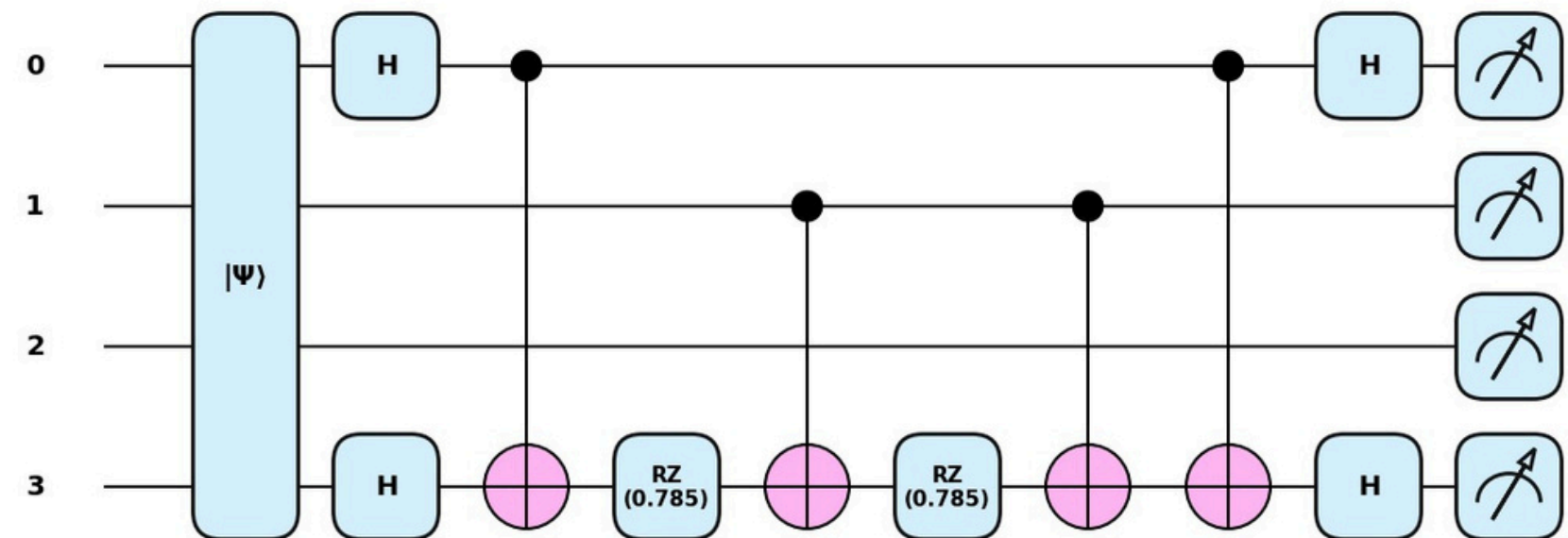
$$|\psi(t)\rangle = e^{-i\hat{H}t/\hbar} |\psi(0)\rangle$$

Codifica mediante cambios de base y se evoluciona con Trotterization por paso de tiempo

$$e^{-i\Delta t(A+B)} \approx e^{-i\Delta tA} e^{-i\Delta tB} + \mathcal{O}(\Delta t^2)$$



$$H_i H_i = I, \quad S_j(\theta) S_j^\dagger(\theta) = I, \quad C_{ij} C_{ij} = I$$



Se reducen todas las operaciones a una lista

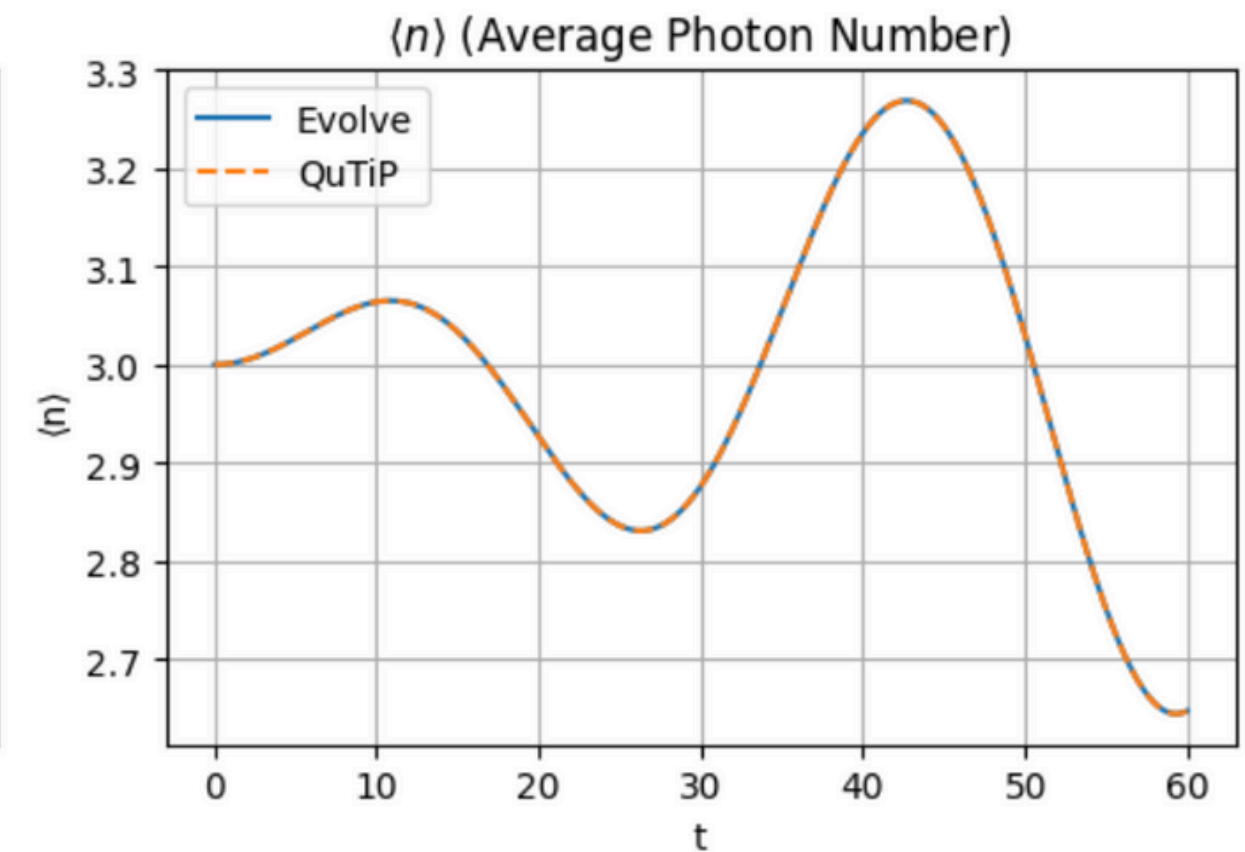
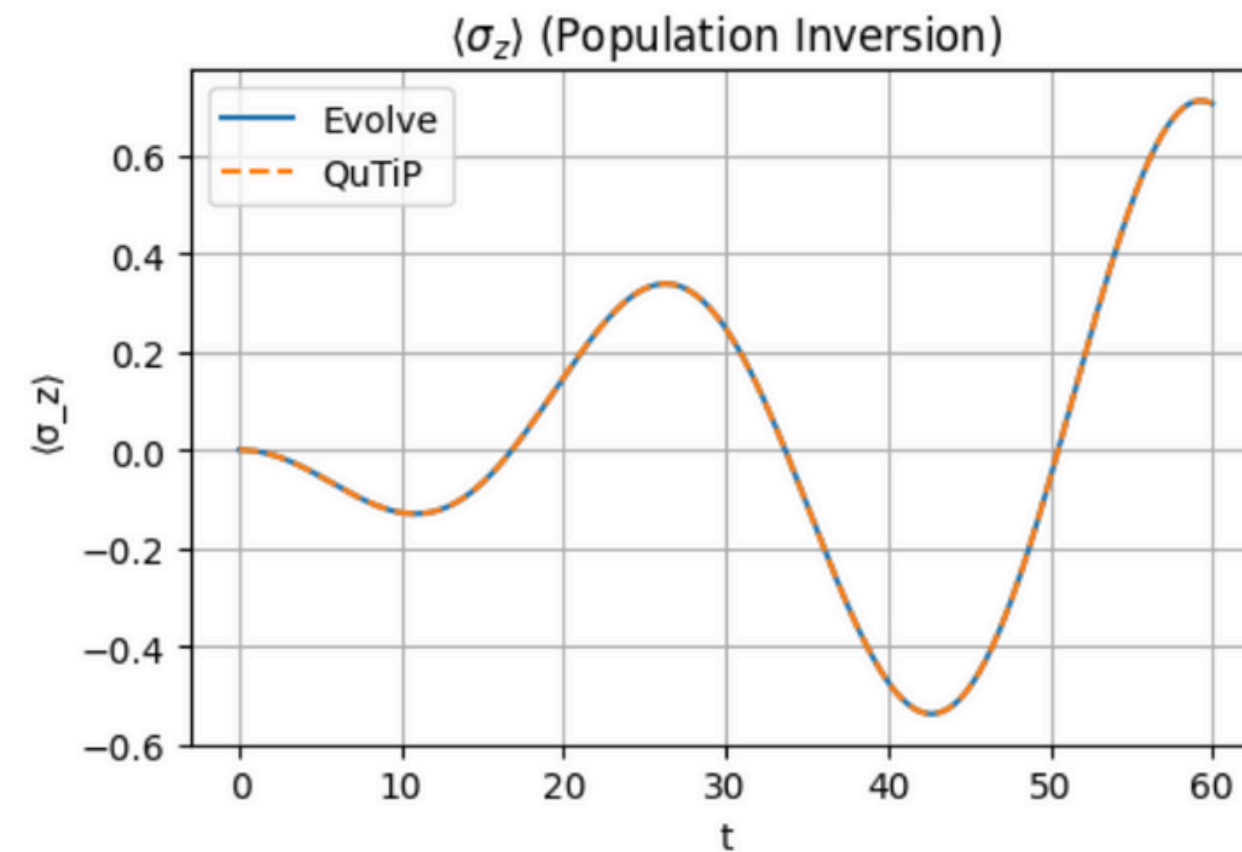
5. RESULTADOS

Se prepara el estado inicial

$$\{|e\rangle \otimes |n\rangle, |g\rangle \otimes |n\rangle\}_{n=0}^{\infty} \equiv \{|e; n\rangle, |g; n\rangle\}.$$

Para

$$|\psi_0\rangle = |g, e\rangle \otimes |3\rangle$$

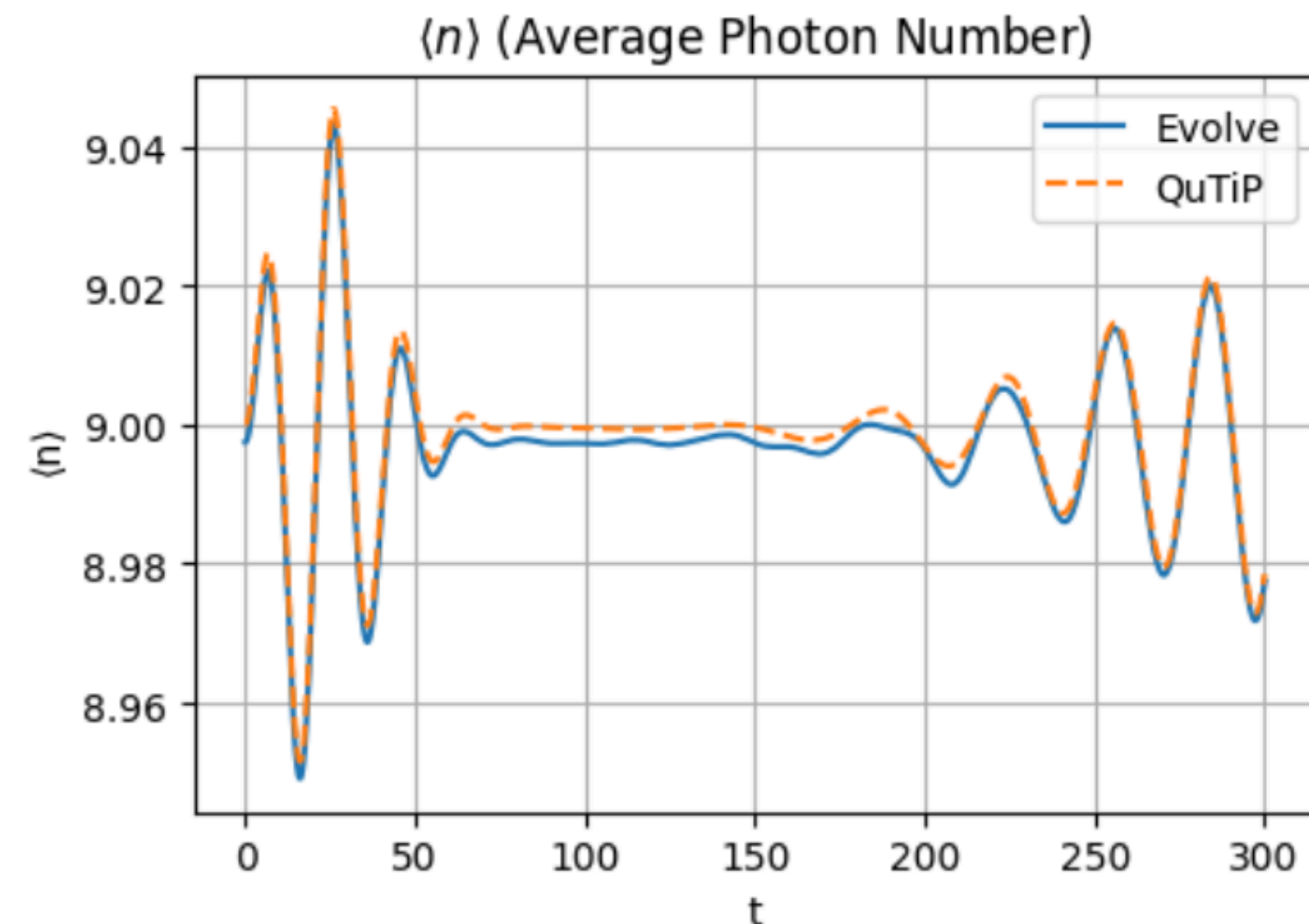
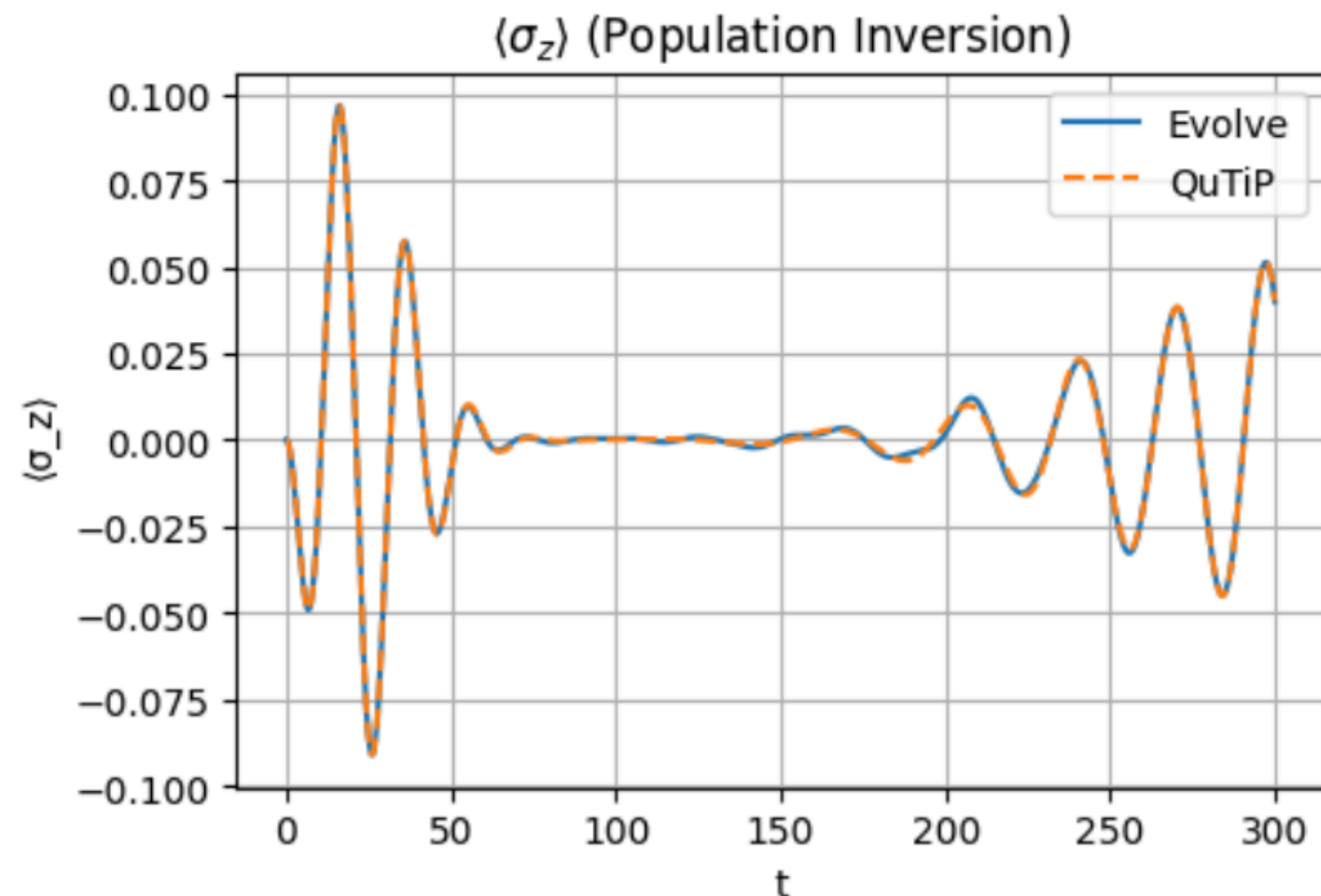


5. RESULTADOS

Para el sistema de interacción radiación-materia de Jaynes-Cummings para un estado coherente

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle \longrightarrow |\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} e^{\alpha \hat{a}^\dagger} e^{-\alpha^* \hat{a}} |0\rangle = e^{\alpha \hat{a}^\dagger - \alpha^* \hat{a}} |0\rangle = D(\alpha)|0\rangle$$

JC: Coherent initial state $|g, e\rangle \times |\alpha=3\rangle$



6. CONCLUSIONES

- Se redujo 12 veces el tiempo de computo al aprovechar la simulación dentro de un computador clasico.
- Se implementó el modelo de Jayness Cummings para cualquier numero de qubits usando algoritmia clásica
- se reprodujo los comportamientos esperados para las condiciones iniciales (sobre todo para el estado coherente)

7. REFERENCIAS

- [1] Nielsen & Chuang, Quantum Computation and Quantum Information (CUP)
- [2] Suzuki, M. Generalized Trotter's formula and systematic approximants of exponential operators and inner derivations with applications to many-body problems. Commun.Math. Phys. 51, 183–190 (1976). <https://doi.org/10.1007/BF01609348>.
- [3] Qiskit Algorithms Development Team. (2024, 21 de octubre). Quantum Real Time Evolution using Trotterization. En Qiskit Algorithms 0.3.1 (Documentación). Recuperado el 23 de agosto de 2025.
- [4] PennyLane. (s. f.). Quantum Computing. En PennyLane QML. Recuperado el 23 de agosto de 2025, de <https://pennylane.ai/qml/quantum-computing>.

The image features a white background with the text '¡GRACIAS!' centered in a large, bold, black sans-serif font. The corners of the image are decorated with overlapping geometric shapes, primarily squares and rectangles, in shades of teal, dark green, and red. These shapes are arranged in a way that they appear to be layered, creating a modern, abstract design. The top-left and bottom-right corners have more complex, multi-layered arrangements, while the top-right and bottom-left corners are simpler, with a single large teal shape and some smaller red and green squares.

¡GRACIAS!