CENG 235 ALGORİTMALARLA SAYISAL ÇÖZÜMLEME Prof. Dr. Tufan TURACI tturaci@pau.edu.tr

Pamukkale Üniversitesi

Hafta 4

- Mühendislik Fakültesi
- Bilgisayar Mühendisliği Bölümü

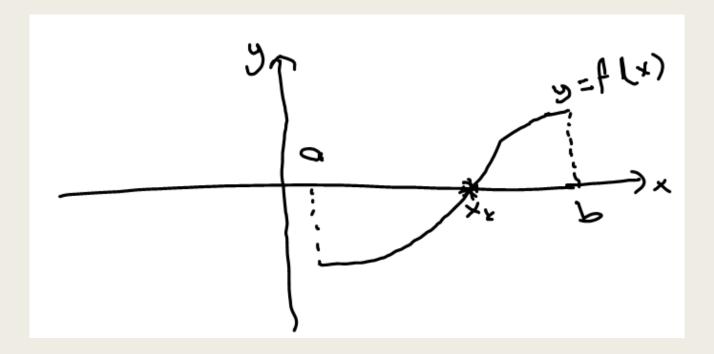
4. Hafta Konular

- Lineer Olmayan Denklemlerin Yaklaşık Çözüm Yöntemleri
 - --- Bisection (Yarılama) Yöntemi
 - --- Regula-Falsi Yöntemi

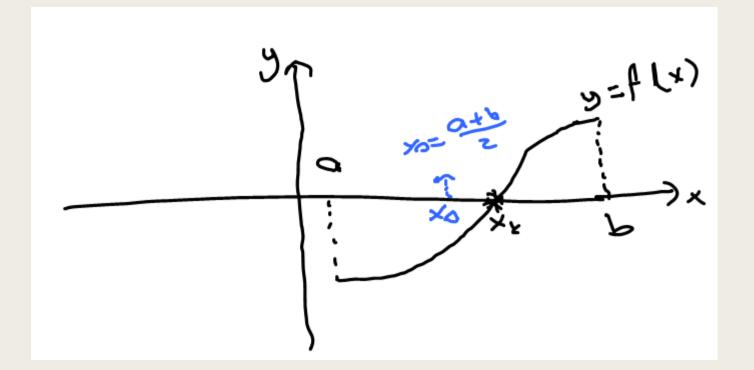
Bisection (Yarılama) Yöntemi

- -f, bir aralığın uç noktalarında zıt işaretlere sahip sürekli bir fonksiyon olsun.
 - ([a,b] de f sürekli ve f(a).f(b) < 0 olsun.)
- --- Bu durumda f fonksiyonu [a, b] de bir sıfıra sahiptir.

$$(\exists r \in (a, b) \text{ vardır \"{o}yle ki } f(r) = 0 \text{ dır.})$$



Yornland Sonteni; aplism ikind لق اندوولا, لغلث له اسكان صواح الانجا étimesigle riske volclosmons domoktedir. XX -> viàle duele i zere xx E(a,6) alson. xo= ath alolin. f(xa).f(a)<0 ise archik [o,xa] olur. P(x0). f(6) < 0 se aroluc (x0,6) our. # Kide yokloznessa lesder iteresser bu seletter deven eder.



Onelde xk E(a,b) achis' L'iterasser La soura XK E(xo,b) darck géncellemister. E-nerst 4 orddik ile betonië.

$$f(0) = 1$$
 $f(0) = 1$
 $f(0)$

2. itersyon

3. iterasys Arole: [1,1.5] $x_2 = \frac{1+1.5}{-1.25}$ FUD DD f(1.25) = 0.0143 >0 f(1.5)<0 f(1.25). f(1.5) <0 012-20 yeri oranic (1.25, 1.5) 1x2-x11>E-> devom

9. Iterson Arolik (1.25, 1.5) x3= 1.25 +1.5 = 1.375 t(1.52)30 f(1.5) <0 P(1.375)=-0.199600 yer: ochic [1.25, 1.375] 1x3-x21>E -> devom

5. iterasyon Aroliz: (1.25, 1.375) ×4= 1.25 + 1.375 = 1.3125 F(1.22) >0 P(1.375) CO f(1,3125) = -0.0902 (0)

yer: arelie: [1.25, 1.2125] 1x4-x31 > E -> deven

C. iteresyon Aralik: (1.25, 1.3125) f(1.25) > 0 $x_5 = \frac{1.25 + 1.3125}{1.2813} = 1.2813$ f(1.3125)<0 f(1.2813) = -0.037460 yoni anne: [1,25, 1.2813] 1x5-xa1> & -> Zeven

7. itersys Arelile: [1.25, 1.28 13] x 6= 1.25+1.2813 =1.2656 f(1.22))0 £(1.2817) CO f(x6) < 0 yeri orelik ; [1.25], 1.2656) 1x6-x21>E->9cm.

CENG 235-Algoritmalarla Sayısal Çözümleme

8. 1 terroson Arolik: (1.25, 1.2656) \$(1.25)>0 x2=1.25+1.2656 = 1.2578 f(1.2656) (0 f(x2) >0 yeri velik [1.2578, 1.2656] 1x2-x61 > E -> devam.

9. itersyon Arelik: [1.2578, 1.2656] ×8 = 1.2578+1.2656 F(1.2578) >0 f(1.2656) <0 xx = 1.2617 t(~)<0 yer: orthe: [1.2578, 1.2517] 1x8-x21>E-3 Seran

10. itersyon: Archic: (1.2578, 1.7617) ×9 = 1.2578 +1.2617 J(1.2578)>0 f (1.2613) co ×9=1.2598 1x9-x8)= 11.2598 - 1.26171 = 0.0019 CE pld.den Yolcharic Lyle Xg = 1.2598 dock (20000 Poda i6)

C kodu:

```
#include<stdio.h>
#include<conio.h>
#include<locale.h>
#include<math.h>
#define hata 0.002
float F(float x)
{return sin(x)+cos(x)-x;}
int main()
{float t;
setlocale(LC_ALL, "Turkish");
float a,b,x,x0,x1; int i=0;
printf("a değerini giriniz: ");
scanf("%f", &a);
printf("b değerini giriniz: ");
scanf("%f", &b);
```





```
if ((F(a) * F(b) \ge 0)) { printf("%.4f ve %.4f arasında kök yoktur...",a,b);
                return 0;}
x0=(a+b)/2;
do { i++;
    printf("%d. adımda yaklaşık kök= %.4f\t ",i,x0);
    x1=x0;
    if (F(x0) * F(a) < 0)
                 b = x0:
                   else
                 a = x0;
    printf("yeni aralık= [\%.4f, \%.4f]\n",a,b);
    x0=(a+b)/2;
    } while (fabs(x0-x1)>hata);
printf("%d. adımda döngüden çıkıldı. %d. adımdaki yaklaşık kök= %.4f\n",i+1,i+1,x0);
printf("%.3f hata ile yaklaşık kök =%.4f\n",hata,x0);
printf("f(\%.4f) = \%.3f",x0,F(x0));
getch ();
return 0;
                               CENG 235-Algoritmalarla Sayısal Çözümleme
```

Ekran Çıktısı:

```
a değerini giriniz: 0
b değerini giriniz: 2
1. adımda yaklaşık kök= 1,0000
                               yeni aralık= [1,0000 , 2,0000]
2. adımda yaklaşık kök= 1,5000
                                yeni aralık= [1,0000 , 1,5000]
3. adımda yaklaşık kök= 1,2500 yeni aralık= [1,2500 , 1,5000]
4. adımda yaklaşık kök= 1,3750 yeni aralık= [1,2500 , 1,3750]
5. adımda yaklaşık kök= 1,3125 yeni aralık= [1,2500 , 1,3125]
                                yeni aralık= [1,2500 , 1,2813]
6. adımda yaklaşık kök= 1,2813
7. adımda yaklaşık kök= 1,2656 yeni aralık= [1,2500 , 1,2656]
8. adımda yaklaşık kök= 1,2578 yeni aralık= [1,2578 , 1,2656]
9. adımda yaklaşık kök= 1,2617 yeni aralık= [1,2578 , 1,2617]
10. adımda döngüden çıkıldı. 10. adımdaki yaklaşık kök= 1,2598
0,002 hata ile yaklaşık kök =1,2598
f(1,2598)= -0,002
Process exited with return value 0
Press any key to continue . . .
```

Ayr. Jaklan: E-10 hota ce 5 orblik kullonock cistanis orbedik derklain Külkis 1.25874 erde edilecereti.

```
a değerini giriniz: 0
b değerini giriniz: 2

    adımda yaklaşık kök= 1,00000 yeni aralık= [1,00000 , 2,00000]

2. adımda yaklaşık kök= 1,50000 yeni aralık= [1,00000 , 1,50000]
3. adımda yaklaşık kök= 1,25000 yeni aralık= [1,25000 , 1,50000]
4. adımda yaklaşık kök= 1,37500 yeni aralık= [1,25000 , 1,37500]
5. adımda yaklaşık kök= 1,31250 yeni aralık= [1,25000 , 1,31250]
6. adımda yaklaşık kök= 1,28125 yeni aralık= [1,25000 , 1,28125]
7. adımda yaklaşık kök= 1,26563 yeni aralık= [1,25000 , 1,26563]
8. adımda yaklaşık kök= 1,25781 yeni aralık= [1,25781 , 1,26563]
9. adımda yaklaşık kök= 1,26172 yeni aralık= [1,25781 , 1,26172]
10. adımda yaklaşık kök= 1,25977         yeni aralık= [1,25781 , 1,25977]
11. adımda yaklaşık kök= 1,25879         yeni aralık= [1,25781 , 1,25879]
12. adımda yaklaşık kök= 1,25830         yeni aralık= [1,25830 , 1,25879]
13. adımda yaklaşık kök= 1,25854         yeni aralık= [1,25854 , 1,25879]
14. adımda yaklaşık kök= 1,25867         yeni aralık= [1,25867 , 1,25879]
15. adımda yaklaşık kök= 1,25873         yeni aralık= [1,25873 , 1,25879]
16. adımda yaklaşık kök= 1,25876 yeni aralık= [1,25873 , 1,25876]
17. adımda yaklaşık kök= 1,25874 yeni aralık= [1,25873 , 1,25874]
18. adımda döngüden çıkıldı. 18. adımdaki yaklaşık kök= 1,25874
0,00001 hata ile yaklaşık kök =1,25874
f(1,25874)= -0,00001
Process exited with return value 0
Press any key to continue . . . _
```

-new x.sinx-1 =0 derk lemi viv Co's 2 roboli overizinger. Keiring E=0.01 hota : le youlona bisherini kulenarch 6 ordall ile butuniz. => frost(s) <> 1,(0) <0 f(2)>0 Xx E [0,2] Dir. 1. Herson xo= 0+2 = 1 => f(1) <0 t(1) t(s)<0 ofg.go xxe(1)s)

İterasyonların devamı sonucunda 0,01 hata ile yaklaşık kök 1,117188 olarak bulunur.

Programın çıktısı aşağıdaki şekildedir:

```
a değerini giriniz: 0
b değerini giriniz: 2
                                      yeni aralık= [1,000000 , 2,000000]
1. adımda yaklaşık kök= 1,000000
                                       yeni aralık= [1,000000 , 1,500000]
2. adımda yaklaşık kök= 1,500000
                                       yeni aralık= [1,000000 , 1,250000]
3. adımda yaklaşık kök= 1,250000
                                       yeni aralık= [1,000000 , 1,125000]
4. adımda yaklaşık kök= 1,125000
                                       yeni aralık= [1,062500 , 1,125000]
5. adımda yaklaşık kök= 1,062500
6. adımda yaklaşık kök= 1,093750 yeni aralık= [1,093750 , 1,125000]
                                 yeni aralık= [1,109375 , 1,125000]
7. adımda yaklaşık kök= 1,109375
8. adımda döngüden çıkıldı. 8. adımdaki yaklaşık kök= 1,117188
0,01 hata ile yaklaşık kök =1,117188
f(1,117188)= 0,004208
Process exited with return value 0
Press any key to continue . . . _
```

-ner (x3+ 2x2+6x +3=0 derklemi viv C-1,0) roboli ocalizingari keiking E = 10-6 note : la soulona sérteniri kulenarch 6 anddik ile butunuz. f(-1) = -2 => (-1,-3) = 2 (-1) <0

1. iteresses $x_0 = \frac{0+(-1)}{2} = -0.5$ f(-0.5) > 0f(-1).f(-0.5) < 0 yeri and it. f(-1,-0.5) İterasyonların devamı sonucunda 0,000001 hata ile yaklaşık kök -0,579507 olarak bulunur.

Grafik: plot(x*x*x+2*x*x+6*x+3,x=-3..3); 40 20 -20

CENG 235-Algoritmalarla Sayısal Çözümleme

Programın çıktısı aşağıdaki şekildedir:

```
a değerini giriniz: -1
b değerini giriniz: 0
1. adımda yaklaşık kök= -0,500000
                                         yeni aralik= [-1,000000,-0,500000]
2. adımda yaklaşık kök= -0,750000
                                         yeni aralık= [-0,750000,-0,500000]
3. adımda yaklaşık kök= -0,625000
                                         yeni aralık= [-0,625000,-0,500000]
4. adımda yaklaşık kök= -0,562500
                                        yeni aralık= [-0,625000,-0,562500]
5. adımda yaklaşık kök= -0,593750
                                         veni aralik= [-0,593750,-0,562500]
6. adımda yaklaşık kök= -0,578125
                                         yeni aralık= [-0,593750,-0,578125]
7. adımda yaklaşık kök= -0,585938
                                         yeni aralik= [-0,585938,-0,578125]
8. adımda yaklaşık kök= -0,582031
                                        veni aralik= [-0,582031,-0,578125]
9. adımda yaklaşık kök= -0,580078
                                         yeni aralık= [-0,580078,-0,578125]
10. adımda yaklaşık kök= -0,579102
                                        yeni aralık= [-0,580078,-0,579102]
11. adımda yaklaşık kök= -0,579590
                                        yeni aralık= [-0,579590,-0,579102]
                                        yeni aralık= [-0,579590,-0,579346]
12. adımda yaklaşık kök= -0,579346
13. adımda yaklaşık kök= -0,579468
                                         yeni aralik= [-0,579590,-0,579468]
14. adımda yaklaşık kök= -0,579529
                                        yeni aralık= [-0,579529,-0,579468]
15. adımda yaklaşık kök= -0,579498
                                        yeni aralık= [-0,579529,-0,579498]
16. adımda yaklaşık kök= -0,579514
                                        yeni aralik= [-0,579514,-0,579498]
17. adımda yaklaşık kök= -0,579506
                                         yeni aralik= [-0,579514,-0,579506]
18. adımda yaklaşık kök= -0,579510
                                        yeni aralık= [-0,579510,-0,579506]
19. adımda yaklaşık kök= -0,579508
                                        yeni aralık= [-0,579508,-0,579506]
0,000001 hata ile yaklaşık kök =-0,579507
f(-0,579507)= 0,000000
Process exited with return value 0
Press any key to continue . . .
```

Colisma

Ex - x - 7 = 0 donkleminin

C1,187 kapoli oralizindari. käkinä

E = 10-6 nota ile youlona yöntemini

kullenarek 6 ondalle ile loutunuz.

Youit: 1,146194

Collina

Coll Ropoli oralizindari kirkini

E = 0.1 Nota ile youlona yöndenini

kulkenarek 4 ondak ile butunuz.

Yout: 0.6875

Regula-Falsi Yöntemi

- ---Regula-Falsi yöntemi köke kirişler çizerek yaklaşır.
- --- Temel olarak yarılama yöntemine bağlı olsa da Regula-Falsi yöntemi daha hızlı yakınsar.
- --- Bu metodun uygulanabilmesi için Bisection (Yarılama) yönteminde olduğu gibi zıt işaretli fonksiyon değerine sahip iki başlangıç noktası gerekmektedir.
- --- Yani f(a).f(b)<0 olmalıdır.

İlk kök yaklaşımı:

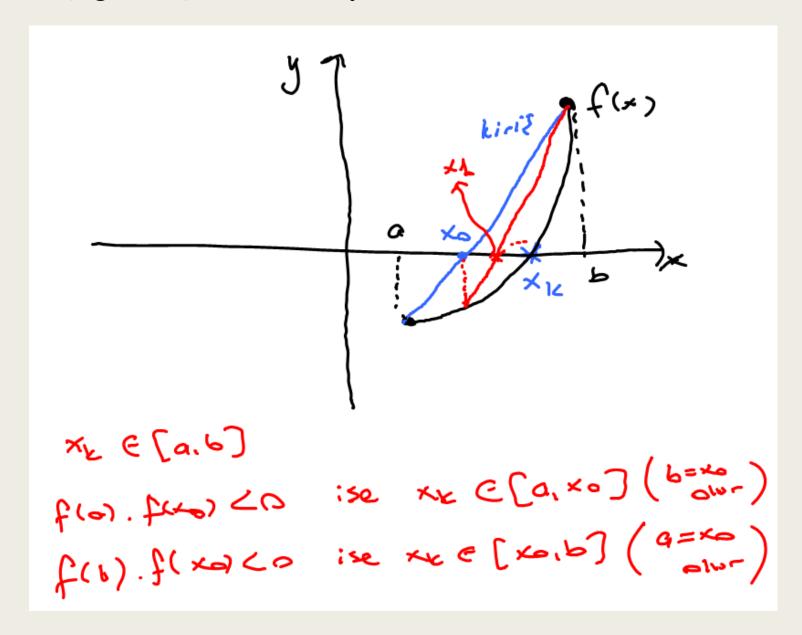
$$x_0 = \frac{a.f(b) - b.f(a)}{f(b) - f(a)}$$

---- Yeni iterasyon için kökün bulunduğu aralıklar belirlenir ve yeni a ve b değerleriyle ikinci kök yaklaşımı elde edilir. Bu şekilde, belirlenen hata değerinden daha küçük kalana kadar, iterasyona devam edilir.

--- Yarılama yöntemine göre daha hızlı yakınsar.

--- İlk iterasyon kökün bulunduğu [a,b] kapalı aralığındaki a ve b değerleri kullanılarak başlar.

Geometrik olarak aşağıdaki şekilde iterasyon devam eder:



(AB) kirisin egini:

$$M = \frac{f(b) - f(a)}{b-a}$$

Bir nolder ve egini colli by no

doubling dan: $M = \frac{f(b) - f(a)}{b-a}$, (a, f(a))

 $y - f(a) = \frac{f(b) - f(a)}{b-a}$ (x-a)

 $y = 0$ if in xo elde editr.

You: $x_0 = \frac{a \cdot f(b) - b \cdot f(a)}{f(b) - f(a)}$

~ +/ v× - 2 = O Larleminin where: [3.2,4] kapoli oralizindaki kökünü E = 10-4 nota : Le Regula-Falsi Sontemini kulenarck 4 orddik ile butunuz. f(3.2) = -0.0368 <0 f(4)=0.2862>0

$$x_{0} = \frac{(3.7) \cdot f(4) - 4 \cdot f(3.2)}{f(4) - f(3.2)} = 3.6980$$

$$f(3.6980) = 0.0057 > 0$$

$$Veri orclik: [3.2 , 3.6980) = dur.$$

$$x_{1} = \frac{(3.2) \cdot f(3.6980) - (3.6980) \cdot f(3.2)}{f(3.6980) - f(3.2)}$$

$$x_{1} = \frac{(3.2) \cdot f(3.6980) - (3.6980) \cdot f(3.2)}{f(3.6980) - f(3.2)}$$

$$x_2 = \frac{(3.2)f(3.6935) - (3.6935).f(3.2)}{f(3.6935) - f(3.2)}$$

 $x_{z} = 3.6939$ $|x_{1}-x_{2}| = 0.0001$ ob. Herson biter. $E = 10^{-6}$ hote ile gellesik kök $x_{k} = 3.6939$

C kodu:

```
#include<stdio.h>
#include<conio.h>
#include<locale.h>
#include<math.h>
#define hata 0.0001
float F(float x)
{return x+log(x)-5;}
int main()
{setlocale(LC_ALL, "Turkish");
float a,b,x,x0,x1; int i=0;
printf("a değerini giriniz: ");
scanf("%f", &a);
printf("b değerini giriniz: ");
scanf("%f", &b);
```





```
if ((F(a) * F(b) \ge 0)) { printf("%.4f ve %.4f arasında kök yoktur...",a,b);
                return 0;}
x0=(a*F(b)-b*F(a))/(F(b)-F(a));
do { i++;
     printf("%d. adımda yaklaşık kök= %.4f\t ",i,x0);
     x1=x0;
     if (F(x0) * F(a) < 0)
                 b = x0:
                   else
                 a = x0;
     printf("yeni aralık= [\%.4f,\%.4f]\n",a,b);
     x0=(a*F(b)-b*F(a))/(F(b)-F(a));
    } while (fabs(x0-x1)>hata);
printf("yaklaşık kök %d. adımda hesaplanmıştır:\n",++i);
printf("yaklaşık kök =\%.4f\n",x0);
printf("f(\%.4f) = \%.4f \ n'', x0, F(x0));
getch ();
return 0;
```

Ekran Çıktısı:

```
a değerini giriniz: 3,2
b değerini giriniz: 4
1. adımda yaklaşık kök= 3,6980 yeni aralık= [3,2000,3,6980]
2. adımda yaklaşık kök= 3,6935 yeni aralık= [3,2000,3,6935]
yaklaşık kök 3. adımda hesaplanmıştır:
yaklaşık kök =3,6934
f(3,6934) = 0,0000

Process exited with return value 0
Press any key to continue . . .
```

Cos, 1] kapoli oralizindari këkinë

[0.5, 1] kapoli oralizindari këkinë

E = 10⁻³ nota ila legula-ralsi vishtenini

kullenarek 3 orddik ila butunuz.

$$f(0.5) = 0.039 > 0$$

$$f(0.5) = 0.035 > 0$$

$$f(0.5) = 0.035 > 0$$

$$f(0.5) = 0.035 > 0$$

$$f(0.5) = 0.035 > 0$$

$$f(0.5) = 0.035 > 0$$

$$f(0.5) = 0.035 > 0$$

$$X_1 = \frac{(0.747).f(1)}{f(1)} - 1.f(0.743)$$
 $X_1 = 0.791$
 $|x_1 - x_0| > \xi = 10^{-3}$; Lease Levan.

 $f(0.751) = 0.003 > 0$

Yer ordine: $\left[0.781, 1\right]$

 $x_2 = (0.731).f(1) - 1.f(0.791)$ f(1) -f(0.751) Xz=0.796 1x2-x,1> \S = 10^3 iterasyon duran F(0.7967 70 Yor: Aroline: [0.796,1]

$$x_{3} = \frac{(0.796).f(1) - 1. f(0.796)}{f(1) - f(0.796)}$$

$$x_{3} = 0.797$$

$$|x_{3} - x_{2}| = 0.001 \quad \text{iters year 6.74er.}$$

$$E = 10^{-3} \text{ hode the } \times K = 0.797 \quad \text{dur.}$$

$$f(0.797) = 0.000$$

$$ydeles he köle.$$

İterasyonların devamı sonucunda 0,001 hata ile yaklaşık kök 0,797 olarak bulunur.

Programın çıktısı aşağıdaki şekildedir:

```
a değerini giriniz: 0,5
b değerini giriniz: 1
1. adımda yaklaşık kök= 0,747 yeni aralık= [0,747,1,000]
2. adımda yaklaşık kök= 0,791 yeni aralık= [0,791,1,000]
3. adımda yaklaşık kök= 0,796 yeni aralık= [0,796,1,000]
yaklaşık kök 4. adımda hesaplanmıştır:
yaklaşık kök =0,797
f(0,797) = 0,000
Process exited with return value 0
Press any key to continue . . . _
```

Colima (x3-5x2-2x+10=0 donkleminin 50000) (x3-5x2-2x+10=0 donkleminin E=0.1 hata ile Regula-falsi băntenini kulenarak 4 ondalk ile landunuz.

Yout: 1.4127

Colisma

Sarvas

(-1,0) kapoli oralizindari krikini

E=0.[hata ile Regula-Folsi yöntenini
kulkararak = orddik ile butunuz.

Youit: -0.67669

Kaynaklar

- Numerical Analysis, Richard L. Burden, Brooks/Cole Cengage Learning, Boston., 2009.
- Numerical Methods for Mathematics, Science, and Engineering, 2nd Edition, John H. Mathews, Prentice Hall International Edition, 1992.
- Nümerik Analiz, (Numerical Analysis, D. Kincaid, W. Cheney, 3rd ed.(2002)), Nuri Özalp, Elif Demirci, Gazi Kitabevi Yayınları, 2012.
- Sayısal Analiz ve Mühendislik Uygulamaları, İrfan Karagöz, Nobel Yyıncılık, 2011.
- Sayısal Çözümleme, Recep Tapramaz, Literatür yayıncılık, 2002.
- Bilgisayar Uygulamalı Sayısal Analiz Yöntemleri, Eyüp Sabri Türker, Engin Can, II. Baskı, Değişim Yayınları.