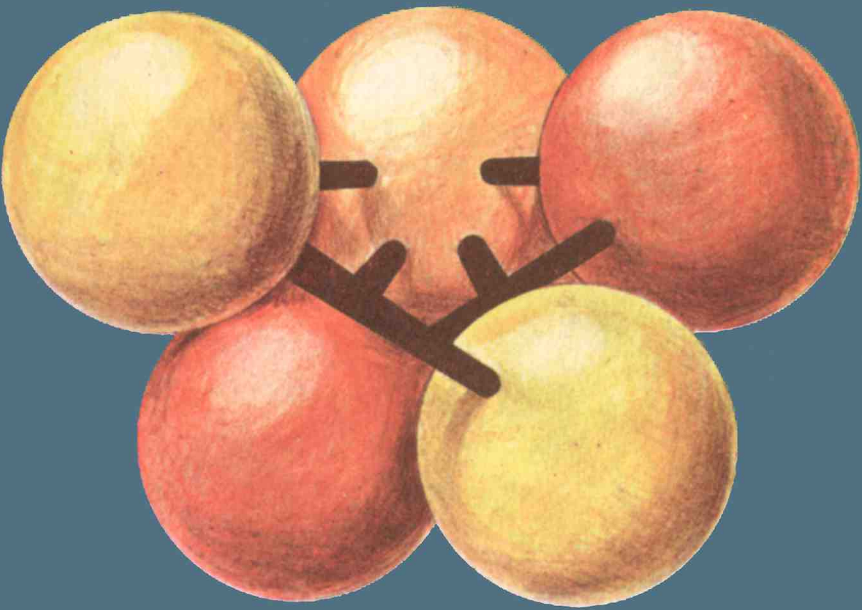


nicolae oprișiu

olimpiada jocurilor raționale

dacia

NICOLAE OPRIȘIU

olimpiada jocurilor raționale

Coperta și desenele autorului

EDITURA DACIA
CLUJ-NAPOCA, 1984

CUPRINS

CUVÎNT ÎNAINTE

Așa cum era de prevăzut, la scurt timp după apariția primului său volum de jocuri matematice (Mai în glumă, mai în serios, Editura Dacia 1981), inginerul N. Oprișiu prezintă această carte spre bucuria și mulțumirea miilor de prieteni ce și i-a făcut oferindu-le spre rezolvare probleme, care de care mai interesante. Fiecare dintre aceștia au învățat mai mult sau mai puțin din amuzamentele matematice, după cum le-au luat mai în serios... sau mai în glumă. Evident primii au fost cei mai cîștigați.

„Olimpiada jocurilor raționale" conține mult mai multe jocuri și probleme decît cartea precedentă și are același scop ca pe lîngă partea distractivă să învețe tineretul să judece, să analizeze posibilitățile de rezolvare și să știe să aleagă și să ducă la bun sfîrșit varianta optimă. Raționamentele necesare sînt analoage cu cele care trebuiesc făcute în toate lucrările științifice și desigur mulțumirea reușitei este aceeași. De aceea eu recomand tinerilor cititori, ca după ce au învățat unul dintre jocurile propuse, să aprofundeze și analizele logice făcute pentru rezolvarea cît mai rapidă a problemei, pe cît posibil înaintea tovarășilor de întrecere! Dacă vor face așa, autorul le oferă ca premiu un foarte amuzant ultim capitol, care să-i facă să uite dificultățile întîlnite la unele probleme, sau la aproape toate!

Autorul, inginerul N. Oprișiu, dă din nou dovada calităților sale de povestitor și de fin analist al problemelor descrise. Trebuie spus că el este de asemenea autorul întregii ilustrații a cărții.

Editura Dacia are meritul că a făcut cunoscút publicului larg un tînăr autor, deosebit de talentat și care și-a luat în serios rolul de a analiza glumele și jocurile, reușind ca într-un mod plăcut să contribuie la dezvoltarea intelectuală a tinerei generații. Tot ea are meritul că a asigurat frumoasa prezentare grafică a acestei cărți, care-i face cinste și care arată calitatea muncii unui șir de oameni din Editură și din Tipografie.

Cluj-Napoca la 19 mai 1982

Prof. Dr. N. Ghircoiașiu

INTRODUCERE

Întreaga activitate ideologică, politică și educativă de modelare a conștiinței înaintate și de elevare spirituală a omului nou, constructor responsabil și devotat al societății socialiste este străbătută de spiritul generos, umanist, al concepției noastre revoluționare, întemeiat pe principiul egalității dintre oameni, pe libertatea omului de a acționa conștient pentru afirmarea personalității sale, pentru făurirea propriului său viitor și a propriei sale fericiri în contextul făuririi fericirii întregului popor.

„Lărgirea continuă a orizontului politic, profesional, tehnic și de cultură generală al tuturor oamenilor muncii constituie o condiție principală a îndeplinirii cu succes a sarcinilor ce le stau în față, o latură esențială a învățămîntului, a întregii activități de pregătire a cadrelor".[1]

Pornind de la considerentul că știința constituie factorul primordial al progresului contemporan, că epoca noastră, de consolidare și amplificare a cuceririlor socialismului, este tot mai mult guvernată de valorificarea și implementarea în practică a descoperirilor științifice, de ansamblul revoluției tehnico-științifice, se poate afirma că un rol hotărîtor în definirea instrucției școlare moderne de toate genurile revine științelor fundamentale. În edificiul acestora, cea mai veche dintre științe — alături de astronomie, și cu rădăcini adînc înfipte în necesitățile reale ale omului — plurivalenta și omniprezenta matematică se bucură de o atenție specială datorită și inepuizabilului său potențial formator.

În ceea ce privește profesiunile se poate spune că nu există domeniu de preocupare în care matematica să nu fie necesară, ba chiar în aproape toate categoriile de calificare ea a devenit indispensabilă.

Privită mai de-aproape, înțeleasă și îndrăgită, cultivarea matematicii ni se înfățișează ca o sinteză a unui complex de calități intelectuale, morale, etice și estetice. Ea nu este numai gîndirea rațională, ci chiar și sensibilitatea artistică; ea răspunde celor mai diverse ce-

[1] „Programul Partidului Comunist Român de făurire a societății socialiste multilateral dezvoltate și înaintare a României spre comunism", aprobat prin Hotărîrea Congresului al XI-lea al P.C.R. — Editura Politică — București — 1975

rinţe spirituale ale omului. În competiţia intelectuală de rezolvare a unei probleme matematice te poţi angaja cu plăcere şi vioiciune, cu bucurie — şi aceasta am dorit să fie una dintre ideile prezentei lucrări.

Datorită unei optici deformate a „primei vederi", ce caracterizează de multe ori greşit matematica cu epitete ca: aridă şi absconsă..., a fost şi este nevoie de o vastă muncă şi literatură de explicitare a realităţii, de popularizare a ştiinţei matematice, care adesea se mulează în forma amuzamentului matematic. Una dintre cele mai bătătorite căi, care a purtat paşii multor tineri şi adulţi spre studiul matematicii, este şi calea jocurilor raţionale (joaca matematică).

Aşa cum vom vedea pe parcursul lucrării, jocurile raţionale sînt de o mare diversitate şi fiecare dintre ele pune în mişcare — antrenează — o nu mai puţin bogată gamă de componente ale personalităţii umane.

Printre obiectivele fundamentale ale prezentului şi viitorului României socialiste, creşterea continuă a nivelului de trai al oamenilor muncii se concretizează într-o serie de importante realizări şi totodată sarcini cum sînt: sporirea veniturilor directe ale populaţiei şi a cheltuielilor sociale ale statului, dezvoltarea şi diversificarea producţiei bunurilor de larg consum şi a serviciilor publice, grija pentru sănătatea publică, o deosebită atenţie ocrotirii mamei şi copilului, asigurarea spaţiului locativ şi a dotărilor la nivelul unui standard de viaţă civilizat, modern şi nu în ultimul rînd reducerea timpului de lucru.

„Reducerea timpului de lucru, ca urmare a automatizării şi cibernetizării producţiei, va pune la ordinea zilei tot mai accentuat necesitatea organizării judicioase de către societate a folosirii timpului liber al maselor populare. Sporirea timpului liber, precum şi creşterea exigenţelor generale ale societăţii vor impune fiecărui cetăţean să consacre eforturi tot mai mari pentru lărgirea orizontului de cunoştinţe, pentru ridicarea competenţei profesionale şi a pregătirii ştiinţifice, a nivelului de cultură generală. Societatea va trebui să asigure condiţii optime pentru buna organizare a odihnei oamenilor muncii, pentru petrecerea timpului liber în mod cît mai educativ şi plăcut." 1 (pag. 168).

În acest sens, o vastă şi diversă reţea de aşezăminte culturale ale poporului şi un bogat şi armonizat ansamblu de activităţi — unele pe plan republican — se adresează celor mai diverse categorii sociale cu oferte ce vizează organizarea în mod util şi plăcut a timpului liber. Urmărind îndeaproape indicaţiile şi sarcinile trasate de conducerea superioară de partid şi de stat, factorii cu responsabilităţi în domeniul culturii şi educaţiei socialiste au iniţiat felurite concursuri populare cu caracter distractiv şi educativ; presa şi publicaţiile de tot felul consacră spaţii şi rubrici speciale acestui domeniu. Nu fără temei, sînt tot mai dese cazurile în care cititorilor, concurenţilor, participanţilor la activități în cluburi și case de cultură, li se propun jocuri raționale. Prin multiplele valențe pozitive pe care le exersează, prin realizările ce încîntă și creează alese satisfacții participanților, jocurile raționale sînt un mijloc ideal de petrecere distractivă și cu mult folos a timpului liber. Ele exercită o înrîurire binefăcătoare asupra refacerii energiei nervoase și stimulează dezvoltarea psihică, personalitatea în general.

Jocul — în general distracțiile — ca activitate fundamentală ce caracterizează ființa umană, au fost, sînt, și vor fi mereu o problemă socială de mărime importantă la scara societății. **Erich Fromm** (neopsihanalist american) afirmă că **„omul se recreează în fiecare zi"**. Energia de răspîndire în masă a unor jocuri depășește capacitatea de propagare a epidemiilor! Istoria jocurilor ne oferă exemple dintre cele mai ciudate. Nu odată au trebuit promulgate legi de interzicere a unor jocuri (raționale!) care tindeau să pună stăpînire pe spiritul epocii. Și nici nu trebuie să ne îndepărtăm retrospectiv, căci, în acești ani în care am scris cartea, societăți cu pretenții — dezvoltate pe malurile oceanului — au fost nevoite să ia atitudine împotriva invaziei în birouri, la locurile de muncă, în biserici etc. a „cubului magic" (joc perfect rațional brevetat în R. P. Ungaria în anul 1978). Mult mai periculoasă și nocivă este plaga socială a jocurilor de noroc ce macină și astăzi în societățile de consum nenumărate ființe — demne de o soartă mai umană.

În procesul de edificare a noii orînduiri — ce își propune continua propășire materială și spirituală a oamenilor muncii — au loc importante mutații calitative de perfecționare a relațiilor sociale, de făurire a omului nou cu o conștiință și înalte trăsături morale, de promovare a raporturilor între oameni bazate pe principiile eticii și echității socialiste. Între membrii societății primează hotărîtor relațiile de colaborare și întrajutorare tovărășească, de solidaritate, de stimă, încredere și respect reciproc. În această atmosferă pozitivă, favorabilă înfloririi personalității umane, fizionomia morală este caracterizată de umanism, responsabilitate socială, integritate morală, disciplină, colectivism și devotament. Deplina participare a maselor populare la conducerea societății face ca nici unuia din noi să nu ne fie indiferent modul cum se rezolvă problemele sociale și cum este crescut și educat „schimbul de mîine" al țării.

Rolul ce revine familiei — cea dintîi școală — în creșterea și educarea tineretului cuprinde și îndatorirea de a forma și cultiva trăsăturile pozitive de caracter — virtuțile sufletului — de a îndruma și supraveghea activitatea socială a tinerilor, de a organiza și consuma în familie activități cultural-educative și distractive. În această perspectivă, jocurile raționale sînt o ideală formă de odihnă activă. Ele satisfac nevoia de aventură a adolescentului, îi dezvoltă spiritul de competitivitate în condiţiile unei comportări corecte şi loiale în confruntare, îi disciplinează stăpînirea de sine pentru a nu trece — din dorinţa de a învinge cu orice preţ — peste graniţele trasate de spiritul de justiţie şi de respectul pentru adversar. A te supune la regula jocului, a conlucra cu partenerii şi coechipierii, a te comporta cinstit, cu onestitate, şi a învăţa să accepţi cu demnitate că altul a cîştigat, toate acestea şi multe altele, educă, în ultimă instanţă, disciplina liber consimţită — valoare etică de largă circulaţie în societatea socialistă.

Jocurile raţionale sînt un bun mijloc de cunoaştere, de apropiere între tineri, un inspirat subiect de statornicire a corespondenţei.

În neîmpăcata luptă pe care o duce societatea, opinia publică, împotriva fenomenului de parazitism, împotriva celor care îşi mai irosesc timpul liber, un obiectiv bine conturat este repudierea inutilelor şi degradantelor jocuri influenţate de „norocul orb", cum sînt zarurile, unele jocuri de cărţi bazate exclusiv pe şansă, şi care înghit încă „om — ore" necesare în activităţile folositoare.

Pe de altă parte, amuzaţi-vă cu jocurile matematice dar cu măsură; puneţi-le să vă procure doar vacanţe ocazionale. Nu uitaţi că principala lor utilitate este aceea de a vă stimula interesul pentru ştiinţa solidă şi matematica serioasă. **„Jocul să nu devină singura preocupare a copilului, care să-l facă să uite de ţelurile sociale. În al doilea rînd, prin joc să se formeze deprinderile psihice şi fizice necesare în muncă" (A. S. Makarenko).**

Însăşi opera de edificare a societăţii socialiste multilateral dezvoltate — în întregul ei — este şi va fi rodul unei intense activităţi creatoare de însemnătate istorică la care participă cu însufleţire şi în mod conştient întregul popor.

Se conturează în acest fel un alt domeniu în care jocul raţional îşi aduce şi el modestul său aport; creativitatea — facultatea umană faţă de care interesul a crescut imens în ultima vreme. Creativitatea este una dintre însuşirile personalităţii, şi nu una oarecare, ce permite omului să creeze idei sau lucruri noi. Ea este o aptitudine mintală a indivizilor, care favorizează cea mai înaltă formă a activităţii omeneşti — activitatea creatoare.

Majoritatea copiilor sînt foarte creativi, dar din păcate creativitatea lor se pierde pe parcurs, rămînînd în acest „joc al minţii" un număr oarecare de „jucători". Şi această observaţie a favorizat mult studiul creativităţii, ale modalităţilor de manifestare şi stimulare a ei. Din varietatea factorilor creativităţii voi aminti aici doar pe aceia care se consideră a avea influenţa hotărîtoare: gîndirea productivă divergentă cu principalele ei calităţi — fluiditatea, flexibilitatea şi originalitatea, aptitudinea matematică, grupul factorilor motivaţionali şi de caracter (temperament). Fluiditatea gîndirii presupune o mare bogăţie de idei, rapiditatea raţionamentului în formarea ideilor. Flexibilitatea în gîndire, trăsătură definitorie a creativităţii gîndirii, înseamnă capacitatea de a modifica rapid mersul gîndirii cînd situaţia o cere, restructurarea uşoară a vechilor legături — şi realizarea uşoară a transferului. Flexibilitatea gîndirii este aceea care permite obţinerea rezultatului maxim cu cheltuiala de energie mintală minimă. Originalitatea este capacitatea de a găsi soluţii spontane şi neuzuale — cu o frecvenţă statistică foarte mică.

Cred că nu va fi pentru nimeni o surpriză că printre factorii auxiliari ai creativităţii, cum sînt: condiţiile de mediu şi sociale, experienţa, cititul şi scrisul creativ, psihologii stabilesc un loc însemnat **„practicării jocurilor distractive şi rezolvării enigmelor"**. Nu este nici o surpriză în aceasta, întrucît munca intelectuală investită cu caracteristicile jocurilor exersează, în primul rînd, elementele creative ale gîndirii: mobilitatea, flexibilitatea şi comprehensiunea. În practicarea oricărui joc raţional nu se pot ocoli: construirea mentală de ipoteze şi strategii, gîndirea analitică pătrunzătoare, imaginaţia, intuiţia, forţa de discernămînt şi educaţie, puterea de concentrare, voinţa. Pe parcursul oricărui joc raţional, jucătorul trebuie să ia de nenumărate ori hotărîri care presupun: luarea în seamă a tuturor condiţiilor, analiza critică a situaţiei, ingeniozitate, capacitate rezolutivă şi rapiditate decizională. Chiar din prima fază a jocului sînt exercitate: percepţia, reprezentarea, spiritul de înţelegere şi memoria. Prin excelenţă logice şi matematice, jocurile raţionale contribuie, tacit dar sigur, la dezvoltarea aptitudinii matematice. Simpla înşiruire de aici este de natură să convingă despre capacitatea jocurilor raţionale de perfecţionare, ascuţire şi rafinare a nenumărate componente ale personalităţii jucătorilor — şi desigur enumerarea noastră a avut în vedere în special pe acelea care, direct sau incluse, intră în componenţa calităţii superioare de creativitate.

Istoric, multe probleme păreau la început a fi un simplu joc şi abia ulterior şi-au dovedit şi importanţa ştiinţifică, practică. Ar fi, de asemenea, suficient să amintim de pasiunea pe care au făcut-o pentru jocurile de minte majoritatea marilor inventatori şi creatori.

Să îndreptăm, aşadar, recreaţia copiilor spre jocurile raţionale şi vom creşte generaţii cu un plus de creativitate; să ne destindem — noi cei mai obişnuiţi cu calcule şi planşeta din atelier — cu jocuri raţionale şi vom reuşi să rezolvăm mai bine, mai creator, mai novator problemele profesionale curente; să oferim publicului larg, pentru timpul liber, cît mai multe jocuri de minte şi va spori şi în acest fel integrala creativităţii poporului.

Cu toate că legătura „creativitate — joc raţional" comportă mult mai voluminoase observaţii, mă limitez acum la cele prezentate întrucît am făcut-o mai amplu în capitolul „pasiunea născocirii" din primul volum.

Este argumentat a atrage atenţia că inteligenţa românească, care şi-a dovedit prestigiul în atîtea şi atîtea domenii, trebuie să se aplece cu mai multă receptivitate şi asupra problemelor din lumea jocurilor raţionale; şi aceasta fiind o cale de a pătrunde pe piaţa internaţională a schimbului de valori şi — după cum demonstrează unii producători de tradiţie a jucăriilor, ori mai curînd seria de jocuri raţionale din R. P. Ungară — încă o cale eficientă, o investiţie rentabilă.

*

Dar pînă una-alta, să ne apropiem mai mult de splendida şi mirifica moştenire pe care ne-a lăsat-o „homo ludens".

Activităţile care definesc fiinţa umană sînt: jocul, învăţarea, munca, lupta, creaţia şi conducerea. Ele se desfăşoară în interdependenţă, condiţionîndu-se reciproc. Aceasta înseamnă că este practic imposibil a se separa perfect una dintre formele de activitate de altele. Activitatea de conducere — de exemplu — se regăseşte în contextul tuturor celorlalte activităţi, constînd în orientarea, organizarea şi dirijarea unor grupuri de oameni (fie şi numai a propriei persoane) pentru realizarea unor obiective şi scopuri comune. Majoritatea jocurilor presupun şi învăţare, muncă, luptă, creaţie, ori mai multe dintre acestea la un loc.

„În om există instinctul de activitate care la copil se manifestă sub forma jocului. Jocul poate împlini un mare rol dacă este bine practicat; el deschide copilului perspectiva universului spre care-l educăm şi spre care el se dezvoltă" (Fr. Fröbel). „Jocul este copilul muncii" (W. Wundt). „Cine cercetează istoria civilizaţiei omeneşti observă că jocul şi munca formează cele două feţe ale activităţii umane" (I. C. Petrescu). „Pentru omul adult jocul procură plăcere, distrează, amuză, dar totodată contribuie la refacerea sa" (Emil Verza).

Anumite forme de joc sînt cunoscute încă de pe treptele inferioare ale evoluţiei lumii animale, dar conduita ludică (de joc) complexă este caracteristică omului — ea nefiind realizată de către animale. Această etapă din evoluţia omului este marcată de aşa-numitul „homo ludens" — omul care se juca satisfăcîndu-şi o necesitate de repaus, de recreere în general. La început activitatea ludică a însemnat distracţia, amuzamentul, petrecerea timpului liber — într-un cuvînt ceea ce cunoaştem astăzi sub denumirea de „loisir". Odată cu continua dezvoltare la om a unor acţiuni mentale, a funcţiilor psihice, a particularităţilor de personalitate şi sociabilitate, el a început să se joace solitar (izolat) — jocuri care de-acum îl solicitau tot mai complex. Foarte important este faptul că omul se juca deja pentru a ajunge la un scop final. S-a trecut apoi, rînd pe rînd, prin joaca la fel cu alţii dar fără nici o cooperare (comportament ludic paralel), joaca împreună cu alţii dar neorganizat (comportament ludic asociativ) şi s-a ajuns la acţiuni de joacă în comun bine organizate (comportament ludic de cooperare).

Din punct de vedere al felurilor de jocuri ar fi hazardat să stabilim o ordine de apariţie a jocurilor pe un tabel de clasificare a lor actuală. În mod cert, dintre toate felurile de jocuri, cele raţionale, au apărut ultimele.

Necesitatea de a ne distra, dar în primul rînd jocul, însoţeşte omul din copilărie, şi terminînd cu perioada vîrstnică. **„Jocul este o punte aruncată între copilărie şi vîrsta matură"**. (J. Chateau).

Jocurile ocupă o parte din timpul liber al omului şi devin activităţi libere sau organizate prin intermediul cărora se satisfac anumite cerinţe psihologice interne, dar care, la rîndul lor, creează o stare stenică de bună dispoziţie, un tonus afectiv sănătos. **„Jocurile în general fac corpul mai viguros mai suplu şi mai rezistent, vederea mai pătrunzătoare, tactilul mai subtil, spiritul mai metodic şi mai ingenios. Orice joc întăreşte, ascute, vreuna din capacităţile fizice sau intelectuale"**. (R. Caillois).

Întrucît vă mărturisesc că doresc să ajung cît mai repede pe tărîmul jocurilor raţionale, care fac subiectul prezentei lucrări-târîm unde mă simt mai „acasă" — să fiu iertat pentru graba cu care am trecut în revistă doar cîteva idei din noianul cunoştinţelor care le avem în prezent despre jocuri, graţie muncii de cercetare a psihologilor, sociologilor, pedagogilor etc, şi am ajuns la clasificarea jocurilor. Chiar şi clasificări ale jocurilor veţi găsi, în literatura de specialitate, de tot felul. M-am oprit aici la o clasificare — în parte originală — care corespunde cel mai bine

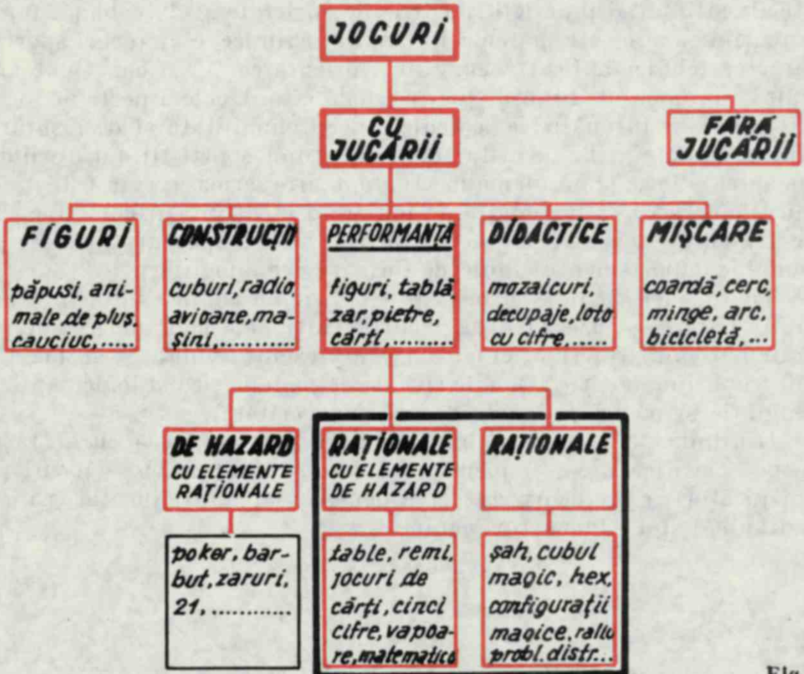


Fig. 1

scopului urmărit — şi anume acela de a delimita cît mai bine aria jocurilor de care ne vom ocupa în cele ce urmează. În figura nr. 1 se vede că jocurile raţionale — definite ca jocuri care fac apel la caracterul organizat şi sistematizat al activităţii intelectuale, îndeosebi la gîndire cu întreaga sferă a operaţiilor sale (analiză, sinteză, comparaţie, abstractizare, concretizare, generalizare etc.) — sînt incluse în mulţimea jocurilor de performanţă care se practică exclusiv cu jucării. Cea mai simplă „jucărie" este creionul.

Jocurile raţionale solicită pe lîngă gîndire, raţiune, logică şi alte procese psihice, cum sînt: memoria, observaţia, atenţia, senzaţiile şi percepţiile, voinţa şi imaginaţia etc. — şi am numit aici doar procese psihice intelectuale. La aceasta se mai adaugă procesele psihice afective (motivaţii, emoţii, pasiuni etc.) şi procesele psihice voliţionale (acţiunile, deprinderile, obişnuinţele etc.).

Din acest punct de vedere, al formării şi dezvoltării aptitudinilor intelectuale, al implicării nemijlocite a componentelor inteligenţei, jocurile raţionale au o uriaşă importanţă. **„N-am cuvinte destule pentru a îndemna părinţii şi profesorii să îndrume preocupările tineretului pentru şah" (M. Sadoveanu). „Afară de filozofie nu cunosc un alt mijloc mai bun pentru dezvoltarea minţii, ca jocul de şah" (Jean Paul).**

În sens mai larg, prin „jocuri raţionale" am putea cuprinde mult mai multe, cum ar fi: rebusul cu întreg alaiul său de probleme distractive, enigmele de factură poliţistă, ori problemele amuzante din felurite domenii ale ştiinţei şi practicii, jocurile de societate şi de cabană, farsele şi trucurile cu subiecte matematice, fizice, chimice etc, jocuri sportive cu caracter tehnico-aplicativ cum sînt: orientarea turistică, vînătoarea de vulpi etc., jocul de biliard, şi cîte şi mai cîte. Unele aspecte de joc raţional găsim şi în analizele, calculele de probabilitate şi desfăşurările de scheme pe care le fac cu atîta seriozitate pronosportiştii, jucătorii de pronoexpres şi loto. O problemă în esenţă, foarte serioasă, cum este de exemplu „sinectica" — metodă de stimulare a creativităţii colective, bazată pe principiul generării noilor legături — are un aparent aspect de joc raţional (comportamentul ludic de formare a analogiilor).

Toate clasificările ce urmează — la care nu am fost influenţat de prea multe păreri — vizează doar jocurile raţionale matematice „de masă", matematica distractivă, chiar dacă în prezentul volum şi-au făcut loc şi alte genuri de jocuri raţionale (jocuri de matematică şi logică aplicate în geografie şi jocuri raţionale de cabană-societate).

Din punct de vedere al numărului de participanţi jocurile raţionale se pot clasifica în: **a** — jocuri individuale, solitare; **b** — jocuri pentru doi jucători; **c** — jocuri colective pentru mai mulţi jucători care joacă individual şi **d** — jocuri pe echipe.

1

Un cunoscut joc rațional individual este „solitarul“, care se joacă obișnuit cu piesele de șah, pe eșichier. Se așază toate cele 32 de piese (fără a ține cont de valoarea și culoarea lor) pe cele 32 de pătrățele negre (sau albe) ale tablei de șah. Apoi o persoană neutră, sau jucătorul, ridică de pe tablă una dintre piese — la alegere — după care începe jocul propriu-zis (figura nr. 2). Singura mișcare regulamentară a pieselor este săritura. Se sare cu cîte o singură piesă, peste alta, în diagonală, cu condiția ca pătrățelul în care se încheie săritura să fie liber. Piesa sărită se elimină din joc. În felul acesta, la fiecare mișcare, numărul pieselor de pe tablă scade cu cîte o unitate. Jucătorul urmărește pe tot parcursul jocului ca în final să rămînă cu cît mai puține piese pe tablă. Evident, ultima piesă nu va putea fi scoasă, dar se întîmplă ca în afară de aceasta să mai rămînă și alte piese blocate în diferite poziții pe tablă.

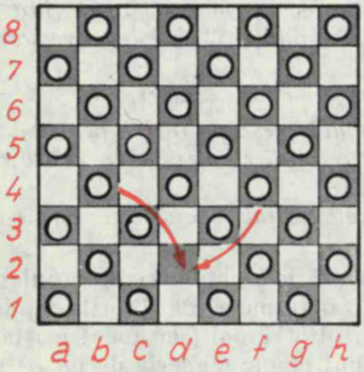


Fig. 2

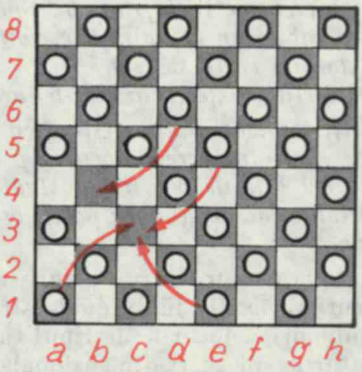


Fig. 3

De exemplu, din poziția inițială ilustrată în figura nr. 2, se poate începe jocul cu una dintre săriturile; **b 4-d 2 (c 3)**, sau **f 4-d 2 (e 3)**. Să presupunem că am efectuat-o pe prima și am eliminat piesa **c 3** (fig. 3). La a doua mutare sînt posibile următoarele sărituri; **a 1-c 3 (b 2)**; **e 1-c 3 (d 2)**; **e 5-c 3 (d 4)** și **d 6-b 4 (c 5)**, și așa mai departe.

O problemă demnă de un „solitar“ este aceea de a determina cîte o soluție optimă (final cu o singură piesă pe tablă) pentru fiecare caz de ridicare a primei piese de pe tablă. Simetria tablei de joc după cele două diagonale face suficientă analizarea a numai zece cazuri diferite (fig. 4). Pentru fiecare caz sînt mai multe soluții. La capitolul de răspunsuri-soluții, veți găsi rezolvarea cu o condiție suplimentară: ultima piesă să rămînă exact în pătrățelul din care s-a ridicat prima piesă! Chiar și așa sînt mai multe soluții.

2

Pe desenul din figura nr. 5 se poate organiza, cu 15 monede de cîte 5 bani, sau cu nasturi mici, o variantă a solitarului — „jocul răbdării". Regula jocului este aceeași cu observația că de această dată săriturile se fac pe trei direcții — paralele cu cele trei laturi ale tablei de joc.

Încercați să rezolvați optim cazul cînd lipsește piesa din căsuța nr. 15!

Pentru a contura de la început, prin exemplificare, conceptul de „familie de jocuri" să mai învățăm un joc cu aceeași regulă de bază ca la anterioarele două — săritura cu eliminarea piesei sărite.

3

Se numește „pustnicul" (sau „solitarul"), și se joacă pe o tablă de forma aceleia prezentate în fig. nr. 6. Spațiul de joc se poate organiza chiar pe tabla de șah, prin „eliminarea" colțurilor, iar cele 32 de piese necesare le găsim tot în cutia de șah.

Săriturile se efectuează de-a lungul și de-a latul tablei.

Găsiți rezolvări optime (final cu o singură piesă pe tablă) pentru toate cazurile — de începere a jocului pe oricare dintre cele 33 de pătrățele! Cîte cazuri diferite vor trebui studiate?

Variante ale acestui joc pot fi organizate pe table de diferite forme (figura nr. 7 și 8).

Toate aceste prime trei jocuri se pretează la compunere de probleme.

Jocuri raționale individuale sînt și: tangramele (de diferite tipuri), pentominourile, jocurile de tipul turnului din Hanoi (sau jocul icosian), labirinturile (bi- și tridimensionale), cubul magic (și seria de jocuri din familia sa), configurațiile magice, cubul Soma și alte jocuri de alcătuire-îmbinare, jocurile din familia 15/16, tschuma-ruma, figuri gemene etc.

Desigur, orice joc rațional individual se poate transforma într-o probă de concurs-joc — cu un număr nelimitat de concurenți, dar aceasta nu se confundă cu genul de joc colectiv în care fiecare jucător participă cu tactica și rezultatul individual. Spre deosebire de jocurile solitare, jocurile din categoria c nu se pot desfășura de unul singur.

Cel mai răspîndit joc rațional de doi jucători este șahul (joc artă — sport?!) — **„Șahul face parte din științele matematice" (Henri Poincaré). „Șahul — iată singurul joc care aparține tuturor popoarelor și tuturor timpurilor" (Ștefan Zweig).**

Pe baza clasicului joc de șah, de-a lungul secolelor, s-au născocit o sumedenie de variante hibride de joc. În ciuda acestora și a multor,

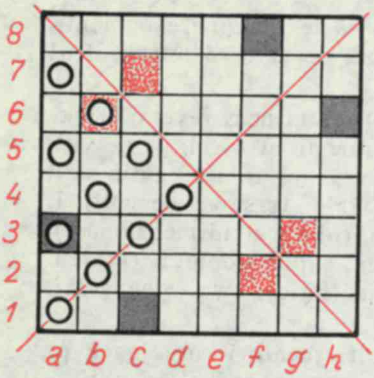


Fig. 4

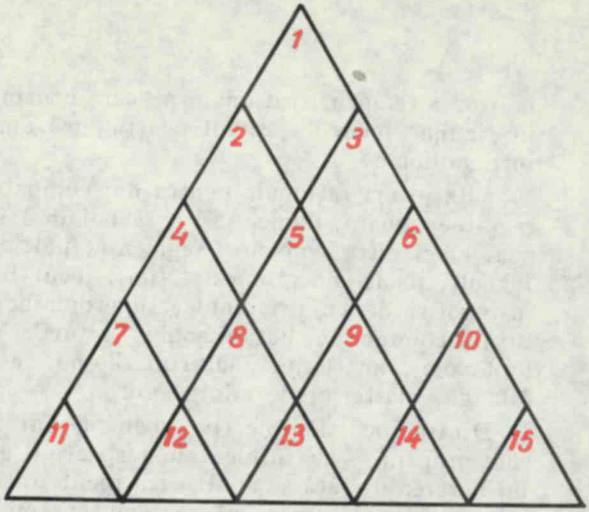


Fig.. 5

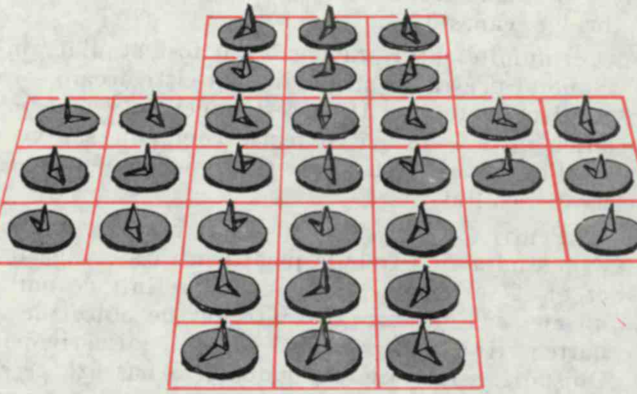


Fig. 6

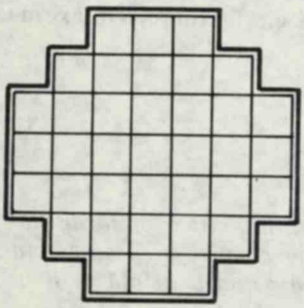


Fig. 7

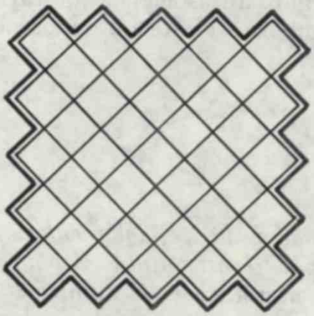


Fig. 8

multor alte jocuri raţionale pe care continuă să le imagineze oamenii, în „fauna“ jocurilor, şahul poartă încă aureola de care se bucură leul între animale.

Alte jocuri raţionale pentru doi combatanţi sînt: hex, reversi, tick-tack-toe, moara, dame, şaşki, război în 4 şi război în 8, cîinii şi vulpea, cinci cifre, vapoare, segmente, pătrăţele, cinci în linie, din colţ în colţ, jocuri de grămezi (Nim), jocul lui Gale, trasarea de colţuri, rostogoliri de cuburi, table, superdominouri (bi- şi tridimensionale), turnul colorat, go, hasani şoghi, colţurile, siga, şapte leoparzi, cetatea, lupta pietrelor, halma, labirint, ko-no, tac-tix (bulo), owa, tzeanşidzî, falanga, mastermind, minigo etc.

Dintre jocurile colective, pentru mai mulţi jucători care joacă pe cont propriu — cu influenţele respective generate în cadrul jocului — în lucrarea de faţă se analizează jocul „raliu auto“ (cap. 14). Asemenea jocuri mai sînt: dominoul, matematico, cinci zaruri, o serie de jocuri cu cărţi de joc, remi, eleusis etc.

Cele mai răspîndite jocuri raţionale pentru echipe se joacă cu cărţi: bridge, canastă etc.

Anumite jocuri raţionale au fost studiate în întregime, adică s-au elaborat pentru ele strategii sigur cîştigătoare — care odată cunoscute fac jocul neinteresant. Din acest punct de vedere jocurile raţionale se clasifică în: **a** — jocuri cu teorie completă sau cu rezultat predeterminat (închise) şi **b** — jocuri cu teorie incomplet cunoscută sau deschise oricărui rezultat.

Pentru ca un joc să poată fi complet analizat, şi să se determine prin studiu cum trebuie jucat pentru a cîştiga în mod cert, este necesar ca el să se termine într-un număr finit de mutări, să nu conţină nici un element de hazard — introdus de obicei de zaruri, cărţi etc. — iar partenerii să vadă, să cunoască, toate mişcările pe care le face adversarul. Obişnuit, strategiile cîştigătoare se bazează pe simetria mutărilor, sau pe principiul mutărilor perechi, şi aplicate corect — la un joc raţional din partea ambilor jucători — ele fac să se cunoască dinainte cîştigătorul. Desigur, un asemenea joc raţional rămîne cu totul captivant pentru doi combatanţi care nu cunosc încă strategia cîştigătoare. De exemplu:

4

Pe o foaie de hîrtie, doi jucători plasează alternativ cîte o piesă de domino, în poziţie orizontală. Singura restricţie este ca nici o piesă să nu depăşească marginea colii şi nici să nu se atingă de alta aflată deja pe

„cîmpul“ de joc. Pierde jucătorul care nu mai poate plasa în condiții regulamentare nici un dominou. În locul dominourilor se pot utiliza cruciulițe decupate din carton (fig. 9).

Jocul are o strategie sigur cîștigătoare, pentru primul jucător, pe care vă solicităm să o aflați și dumneavoastră!

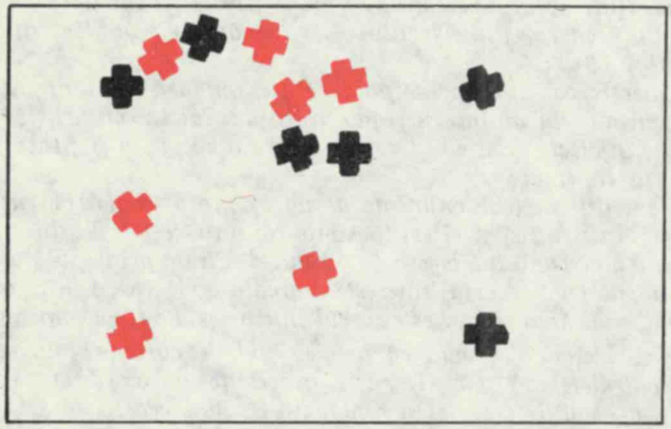


Fig. 9

5

Tot din categoria jocurilor a căror teorie completă a fost elaborată înaintea dumneavoastră, de către alți pasionați, am să vă prezint un joc mai puțin cunoscut: „colțul negru“. Repet, pînă cînd analizarea jocului vă va dezvălui strategia cîștigătoare, el își păstrează farmecul de joc rațional.

Inventat de inginerul american William L. Black, „colțul negru“ se joacă pe o tablă pătrată cu minim 4×4 și maxim 8×8 pătrățele. La table de format mai mic jocul este banal, iar la format mai mare de tablă jocul devine greoi și prea îndelungat.

Unul din colțurile tablei este negru, iar jocul începe întotdeauna din colțul diagonal opus acestuia (fig. 10).

Cei doi jucători au la dispoziție un număr adecvat de piese (jetoane din carton) de formă pătrată și de mărime egală cu aceea a pătrățelului unitar al tablei. Jetoanele au trasate pe față linii care leagă între ele cîte două laturile opuse, sau două cîte două laturile alăturate (fig. 11).

Jocul se începe obligatoriu cu un jeton cu liniile încrucișate. Problema este ca plasînd unul lîngă altul asemenea jetoane să se conducă o linie continuă din colțul de început al tablei în „colțul negru“. Cîștigă jocul cel *care pune jetonul cu care „linia lungă" a jocului ajunge în — se suprapune peste — colțul negru. Din cele două linii ale fiecărui cartonaș numai una duce linia jocului mai departe, dar la mutări următoare pot fi cuprinse în continuarea liniei și capete (ramificații din linia principală) rămase pe parcurs. În felul acesta pot apare și bucle.*

Dacă lîngă primul jeton, al doilea jucător va plasa un jeton cu linii încrucișate, linia jocului se continuă drept (fig. 12), iar dacă va plasa un jeton cu linii curbe, linia jocului este întoarsă cu 90° la stînga sau la dreapta (fig. 13).

Este interzis ca linia principală să fie condusă la marginea tablei! Jucătorul cu a cărui mutare se scoate linia jocului la conturul tablei pierde jocul. Se înțelege, deci, că al doilea jeton nu va putea fi plasat așa cum se ilustrează în figura nr. 14.

Să fixăm interdicțiile enunțate pe un exemplu de poziție survenită în joc (vezi figura nr. 15) și cîteva posibile continuări ale jocului.

Pentru o mai bună înțelegere a noțiunii de „linie principală a jocului", în exemplul nostru, această linie este marcată mai gros. Linia jocului este unică, după cum unul singur este careul în care poate fi ea continuată (**c4**).

În primul rînd observăm că nici un fel de cartonaș nu va putea fi plasat în pătrățelele **e1** *și* **f2**, *întrucît în acest fel nu ar fi continuată linia principală a jocului. De aici și concluzia că, de această dată, jocul se va încheia prin ieșirea liniei principale la marginea tablei, fără ca vreunul dintre jucători să poată ajunge cu linia principală în colțul negru.*

Cartonașul **A** *nu poate fi plasat în careul* **c4** *al tablei, căci în acest fel linia principală ar ieși de pe tablă pe latura de sus a pătrățelului* **e6**. *La fel, linia jocului este scoasă la marginea tablei prin plasarea cartonașului* **B** *în careul* **c4**.

Liniile libere se pot uni cu linia principală, dar dacă și în acest mod linia jocului ajunge la marginea tablei jucătorul pierde jocul.

În schimb, plasarea jetonului **C** *pe* **c4** *asigură (pentru puțin timp) continuarea jocului, linia principală fiind condusă corect (fig. 16).*

Cu mențiunea că strategia cîștigătoare diferă în funcție de numărul — par sau impar — al pătrățelelor tablei de joc, nu a mai rămas decît să vă urez succes în analizarea jocului!

Alte jocuri raționale cu teorie completă sînt: cîinii și vulpea, labirinturile, segmente, pătrățele, jocurile de grămezi, jocul lui Gale, solitarul etc.

Dintre jocurile a căror teorie completă nu o cunoaștem încă sînt: șahul, moara, hex, dame, din colț în colț etc.; și unele dintre acestea pentru simplul motiv că numărul variantelor de joc este foarte mare pentru o analiză omenească.

O categorizare care ține cont de felul raționamentelor majoritare reclamate de un joc sau altul, le divide pe acestea din urmă în: **a** — jocuri raționale deductive și **b** — jocuri raționale inductive.

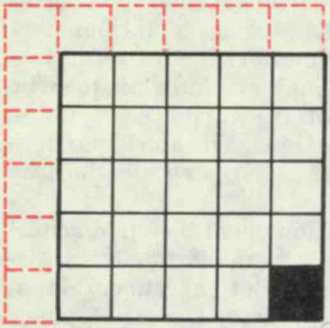


Fig. 10

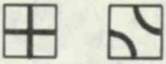


Fig. 11

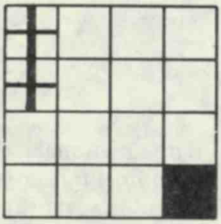


Fig. 12

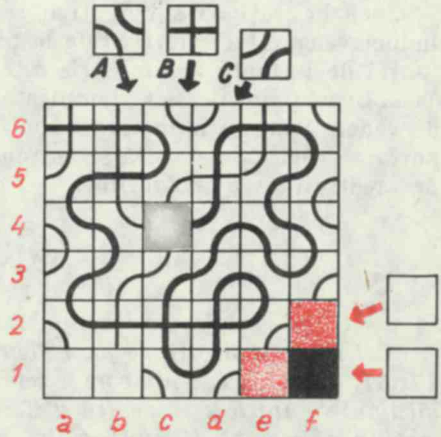


Fig. 15

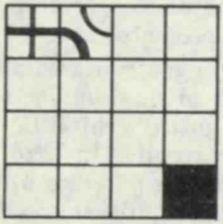


Fig. 13

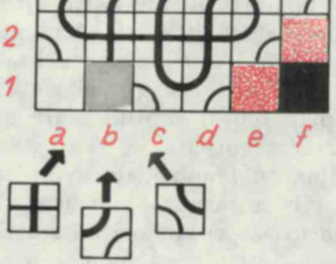


Fig. 14

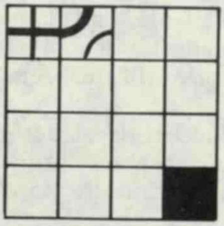


Fig. 16

După cum deslușit le arată denumirea, jocurile raționale deductive apelează în principal la procedeele deductive, la forma de raționament în care concluzia apare ca o consecință a premiselor. Caracteristic matematicii, raționamentul deductiv este mult mai răspîndit în jocurile raționale, decît cel inductiv; este cazul obișnuit al jocurilor cu reguli — cadru general dat — în care jucătorul are de optimizat o soluție particulară, proprie situației, și arareori valabilă pentru o categorie limitată de situații.

Jocurile raționale inductive exersează raționamentul fundamental inductiv, care face trecerea de la particular la general. Străbaterea distanței de la fapte la concepție este specifică metodei experimentale, și ea obligă la subtile sau alambicate manevre euristice. Din acest punct de vedere jocurile inductive — puține la număr — sînt deosebit de importante căci ele dezvoltă și antrenează în mai mare măsură facultatea de creativitate a jucătorilor.

6

Cel mai simplu tip de joc rațional inductiv este șirul de numere date: 17, 37, 47, 67, 97, ... la care se cere să se completeze următorul număr al șirului! Se înțelege că pentru a efectua o completare corectă a șirului este absolut necesar să determinăm în prealabil regula generală după care se formează el.

Un alt exemplu este jocul „eleusis". Unele trăsături de joc inductiv prezintă și jocurile: „vapoare", „cinci cifre", „tangramele" și „îmbinările de cuburi" (cînd căutăm singuri noi figuri interesante) etc.

Jocurile de tip conflictual, care se desfășoară prin confruntarea a doi, sau mai mulți jucători ce își dispută o performanță cît mai bună, în ultimă instanță victoria în joc, se împart în: **a** — jocuri echitabile sau nedecise și **b** — jocuri categorice, decise, sau neechitabile. În cazul jocurilor din prima categorie, la o tactică corectă de ambele părți se ajunge la remiză — rezultat nedecis. Exemple de jocuri echitabile sînt: șahul, moara, cinci în linie etc.

La jocurile raționale categorice scorul este întotdeauna decis, favorabil unuia dintre jucători, căci regulile elimină posibilitatea de a se ajunge la egalitate. Asemenea jocuri sînt: hex, jocul lui Gale, colțul negru, segmente, jocurile de grămezi etc. Unele jocuri nedecise se pot transforma, prin reguli suplimentare care să excludă posibilitatea remizei, în jocuri categorice.

Similar cu fenomenele evolutive și de reproducere ale structurilor vii, jocurile se înrudesc, formează familii și dau naștere unor specii noi. Unele jocuri se aseamănă ca frații, altele se nasc, sînt foarte populare o vreme, pentru ca apoi să fie uitate. Pentru exemplificare am ales cîteva jocuri, care, deşi în aparenţă diferite, sînt foarte asemănătoare ca idee şi gamă de figuri. Primul este jocul de cărţi „poker". „Bătrînul potlogar" — pokerul — a cunoscut-o pe „loto" (în sensul larg de loterie) şi astfel s-a născut joaca italiană „matematico". La rîndul ei „matematico" împreună cu „zaruri" creează jocurile hibride: „cinci zaruri" (sau „yams") şi pe mezinul cehoslovac „vrhcáby".

7

Pentru jocul „matematico" fiecare jucător (în număr nelimitat — se joacă pe cont propriu) îşi alcătuieşte cîte un tabel de forma prezentată în figura nr. 17 şi are la îndemînă creion. Tradiţional, mai este necesar un set de 52 de cartonaşe, jetoane, puluri etc., numerotate; primele patru cu 1, încă patru cu 2,... pînă la ultimele patru cu 13. Pentru aceasta din urmă autorul vă sugerează o soluţie mai comodă — utilizarea unui pachet de 52 de cărţi de joc, cu corespondenţele valorice; as = 1; damă = 12 şi popă (rigă) = 13.

Fig. 17

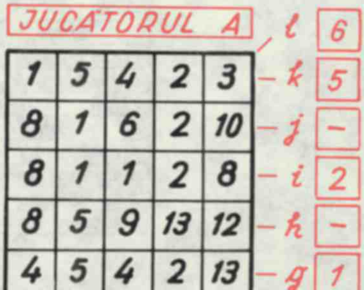


Fig. 18

După ce se amestecă obişnuit cărţile se aşază pachetul cu faţa în jos pe masă, iar unul dintre jucători, sau un arbitru, ridică şi arată tuturor prima carte. Toţi jucătorii îşi notează, obligatoriu, numărul indicat de valoarea cărţii (culoarea nu interesează) într-un pătrăţel — la alegere — din cele 25 ale tabelului. Numărul odată înscris nu mai poate fi mutat pe întreg parcursul jocului. Eventual, arbitrul verifică după fiecare carte înscrierea acesteia în tabelele jucătorilor.

Cu a doua, a treia,... pînă la a 25-a carte se procedează similar, și cu aceasta fiecare jucător și-a completat în fiecare pătrățel al tabelului cîte un număr între 1 și 13. Același număr poate apare de maxim patru ori pe aceeași grilă. Jocul este practic încheiat, urmînd evaluarea rezultatelor.

Pe fiecare coloană, rînd și diagonală mare a pătratului se punctează diferit anumite formații de numere — pe care, desigur, jucătorii le cunoșteau de la început și au urmărit să le realizeze. Aceste formații sînt prezentate, cu punctajele respective în tabelul nr. 19. În felul acesta, grila completată de fiecare jucător are un total de puncte, iar jocul este cîștigat de jucătorul care întrunește punctajul cel mai mare.

formația de numere (cărți, zaruri, jetoane)	MATEMATICO PUNCTAJE pe linie, coloană.	pe diagonală
2 numere identice	1	2
2 perechi de nr. identice	2	3
3 numere identice	4	5
3 nr. identice + alte 2 nr. ident.	8	9
4 numere identice	16	17
5 nr. succesive (indif. de ordine)	5	6
3 de 1 + 2 de 13	10	11
succesive: 10; 11; 12; 13 și 1	15	16
4 de 1	20	21
cît mai mulți de 1		
cît mai mulți de 2		
cît mai mulți de 3		
cît mai mulți de 4		
cît mai mulți de 5		
cît mai mulți de 6		
5 numere oarecare	0	0
5 numere oarecare	0	0
5 numere de același fel	—	—

Principiul de alcătuire al figurilor prin gruparea a cît mai multe numere de același fel este valabil la toate aceste jocuri.

Tab. 19

În figura nr. 18 este redat un exemplu de grilă de matematico completată, și punctajele aferente figurilor reușite.

„Jocul este prima poezie a omului, el dezvoltă toate forțele sale" (Jean Paul). „Copilul are foarte de timpuriu înclinare spre jocuri. Această înclinare nu trebuie suprimată, ci supravegheată" (Cicero). „Jocurile sînt pentru educatori oglinda cea mai credincioasă a vieții, așa cum și-o închipuie copilul. Instituția care vrea să se ocupe cu formarea fizică și intelectuală a copiilor trebuie negreșit să cultive jocurile, căci prin ele se clarifică toată activitatea copilului, orizontul vieții lui se lărgește și devine mai atrăgător" (A. Spiess). În urmă cu 300 de ani Comenius a prefigurat chiar ideea că școala trebuie să se identifice cu jocul. Deși nu s-a ajuns atît de departe, toți pedagogii recunosc astăzi în joc un mijloc ideal de educație. Este cunoscut exemplul academicianului sovietic I. I. Perelman, care și-a dedicat întreaga operă științei amuzante, jocului rațional, în sprijinul însușirii de către elevi a disciplinelor realiste.

Specia de joc care îmbină armonios elementul instructiv și educativ cu elementul distractiv este jocul didactic. Metoda jocurilor instructive este utilizată obligatoriu în grădinițe de copii și în activitățile complementare în cadrul orelor la școală cu elevii din clasa I-a. Cred în continuare că una dintre cele mai eficiente forme de captare a interesului elevilor pentru matematică este învățarea și organizarea jocurilor raționale didactice. Altfel, asemenea jocuri se practică și cu elevii din clasele mai mari dar încă sporadic și prea timid. Jocul didactic pentru formarea reprezentărilor matematice, de valorificare în condiții și forme noi a cunoștințelor deja acumulate — însușite — ori pur și simplu jocurile care angajează resursele intelectuale, antrenează gîndirea logică, înlesnesc rezolvarea problemelor puse elevilor. Ele pot fi introduse în orice parte a orei de curs, în funcție de condițiile concrete, avînd sarcini didactice precise.

Practica demonstrează că cercurile de matematică, olimpiadele, diversele activități suplimentare cu caracter matematic sînt frecventate de acei elevi care și-au dovedit deja atracția și atașamentul lor față de această știință. De ce amuzamentul matematic să nu fie adresat în special celorlalți elevi, care au mai multă nevoie de el?

8

Vă rog să recunoașteți că alăturat imaginii „clasice" a profesorului de matematică, jocul rațional cu subiect matematic nu este deloc nepotrivit (figura nr. 20)! Dintre cele cinci cifre trebuie eliminată una, și aceasta nu la întîmplare! Care? Nu găsiți că în acest mod ar deveni mult mai interesantă pentru elevi fixarea sau recapitularea cunoștințelor dobîndite la lecția despre „Ciurul lui Eratostene"?

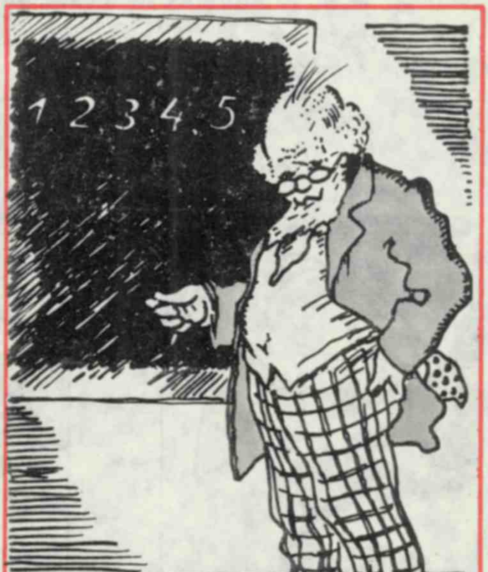


Fig. 20

9

În figura nr. 21 se poate vedea un octogon. Elevii au parcurs deja lecțiile introductive despre linii poligonale, formele și ariile poligoanelor. Se cere să se împartă poligonul dat în alte două poligoane identice — care au aceeași formă și aceeași arie — sau altfel spus, care se suprapun perfect unul peste celălalt.

10

Același gen de joc, prezentat pentru elevi din prima clasă gimnazială este ilustrat în figurile nr. 22 și 23. Se cere să se taie în două părți egale ca formă și suprafață „parașuta" și „bobul" !

„Copiii trebuie să învețe jucîndu-se. Orele de învățătură trebuie să alterneze cu cele de exerciții și jocuri" (J. B. Basedow). „Cine nu știe să se joace cu copiii și este destul de nepriceput ca să creadă că acest amuzament este mai prejos de demnitatea sa nu trebuie să se facă educator" (C. G. Salzmann).

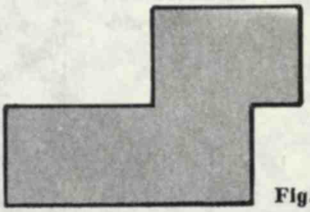


Fig. 21

Fig. 22

Fig. 23

S-ar putea obiecta că şi aşa tineretul studios găseşte modalitatea de a se juca şi în timpul orelor de curs cu cei mai severi profesori. La aceasta voi „contraobiecta" cu observaţia că nu de „joacă" ci de „jocuri" ducem lipsă! Un joc bine ales şi organizat este capabil să mobilizeze toate forţele, să menţină treaz interesul participanţilor şi deci să atingă maximum de eficienţă. Cîteva minute de practicare a unui joc raţional organizat (cel mai bine în formă competitivă) valorează mai mult decît ore întregi de joacă spontană, liberă, cu subiecte de redusă importanţă ori chiar desuete.

11

Pentru cei mari în grădiniţă şi cei mici în şcoală joaca urmăreşte în mod normal şi fixarea configuraţiilor cifrelor. Am imaginat aici cîteva asemenea jocuri. Desenele din figurile nr. **24—64** *sînt realizate doar cu ajutorul cifrelor* **0**; **1**; **...9**, *utilizate fiecare cîte o singură dată. Copiii (şi nu numai ei) vor identifica pe rînd cifrele şi se vor entuziasma de ceea ce se poate realiza cu cele zece cifre! Jocul devine mai dinamic — participativ — dacă desenul se realizează pe viu în faţa copiilor, plasîndu-se în ordine cifrele. O variantă a jocului se obţine cu desenele din figurile nr.* **65—80** *din care lipsesc una sau mai multe cifre. Se cere să se găsească în fiecare caz cifrele care lipsesc! În continuare se pot solicita participanţii la joc să găsească un loc potrivit pentru completarea desenului cu cifra (cifrele) lipsă.*

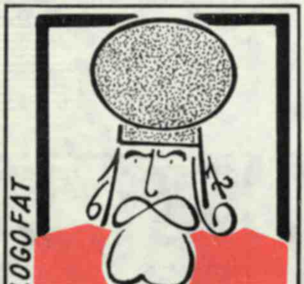


Fig. 24

Fig. 25

Fig. 26

Fig. 27

Fig. 28

Fig. 29

Fig. 30

Fig. 31

Fig. 32

Fig. 33

Fig. 34

Fig. 35

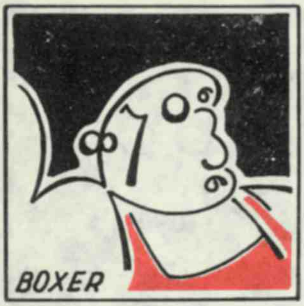


Fig. 36

Fig. 37

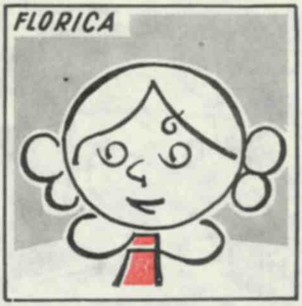


Fig. 38

Fig. 39

Fig. 40

Fig. 41

Fig. 42

Fig. 43

Fi.g 44

Fig. 45

Fig. 46

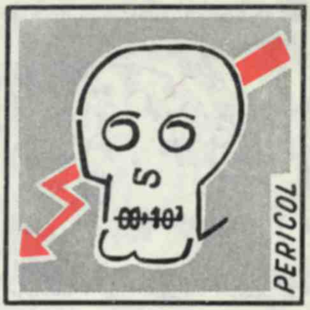


Fig. 47

Fig. 48

Fig. 49

Fig. 50

Fig. 51

Fig. 52

Fig. 53

Fig. 54

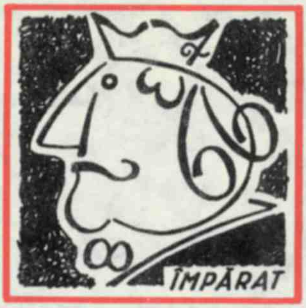


Fig. 55

Fig. 56

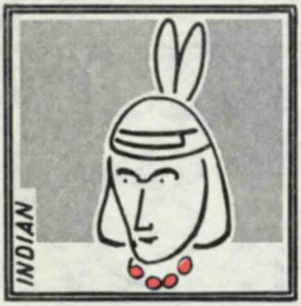


Fig. 57

Fig. 58

Fig. 59

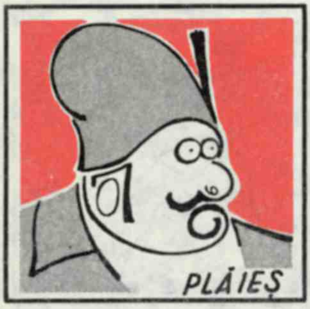


Fig. 60

Fig. 61

Fig. 62

Fig. 63

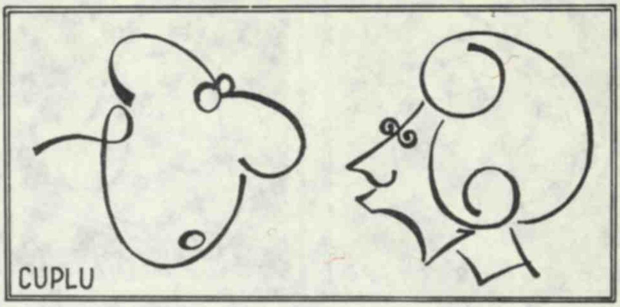


Fig. 64

Fig. 65

Fig. 66

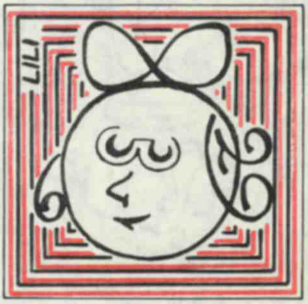


Fig. 67

Fig. 68

Fig. 69

Fig. 70

Fig. 71

Fig. 72

Fig. 73

Fig. 74

Fig. 75

Fig. 76

Fig. 77

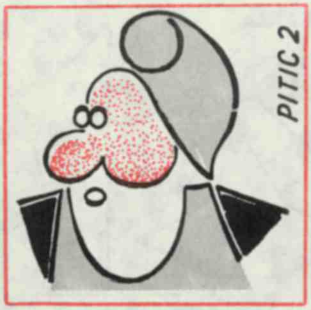


Fig. 78

Fig. 79

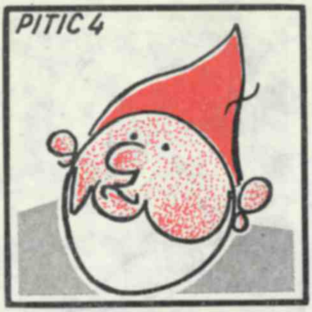


Fig. 80

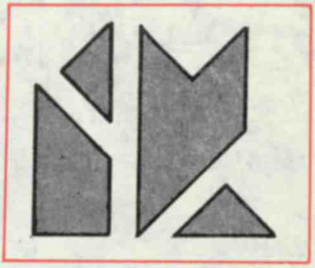


Fig. 81

12

Un alt fel de jocuri cu subiect matematic este generat de obținerea a diferite configurații date (sau pe care trebuie să le imagineze elevul) cu ajutorul unor figuri geometrice simple (realizate din carton, placaj etc.). Iată, de exemplu, un joc pe care-l rețin din copilărie; să se alcătuiască cu cele patru bucățele ilustrate în figura nr. 81 litera T!

13

Alăturînd cele șase bucățele din figura nr. 82 în două moduri diferite se pot obține pe rînd, două poligoane regulate! Care poligoane? Demonstrați aceasta riguros matematic!

Tineretului aflat astăzi în băncile plasate pe diferite trepte ale instrucției școlare, nu peste mult timp chemat să mînuiască la locul de muncă

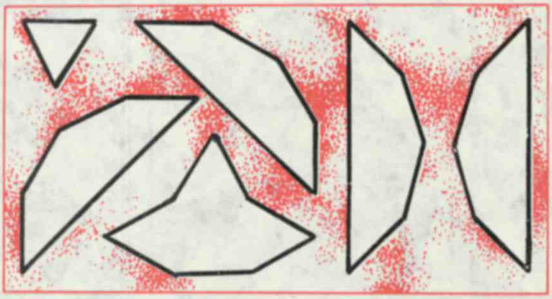


Fig. 82

şi instrumentaţia pusă la dispoziţie de disciplinele ştiinţifice fundamentale — în primul rînd de matematică — trebuie să-i fie deopotrivă cultivate capacitatea de investigaţie, libertatea jocului inspiraţiei orientate de logică, pasiunea pentru rigoarea ştiinţifică, simţul analogiilor revelatoare, conştiinţa gîndirii ştiinţifice. Asemenea calităţi alese vor deveni repede sterile dacă nu sînt însufleţite de dăruirea şi pasiunea dascălului faţă de învăţămînt, faţă de elevi. Învăţătura profesorului va angaja mult mai mult sensibilitatea elevilor, dacă acesta va căuta şi găsi formele de comunicare şi verificare a cunoştinţelor mai aproape de practică, mai umane, mai diverse decît poate şi trebuie să le prezinte manualul şcolar. Pentru exemplificare, redau aici un test, pe care l-am imaginat pentru o scurtă verificare — sau recapitulare — a noţiunilor introduse la lecţiile despre volumele corpurilor, la elevii de curs gimnazial. El se rezolvă prin alegerea, la fiecare din cele cinci întrebări, a unui răspuns corect din cinci prezentate. Spaţiul nu ne permite să analizăm componenţa, calitatea întrebărilor, modul de desfăşurare, sistemul de notare etc., ale testului, dar vom observa că el nu prea seamănă cu problemele din manual şi totuşi are aceeaşi contribuţie la fixarea cunoştinţelor la elevi. Mai multe după ce veţi rezolva şi dumneavoastră testul!

14

Cinci cilindri sînt confecţionaţi în aşa fel încît suprafeţele lor laterale sînt egale (fig. 83). După cum se vede, cilindrii de acest fel pot fi foarte lungi şi subţiri, de dimensiuni potrivite, sau cu deschidere largă dar puţin

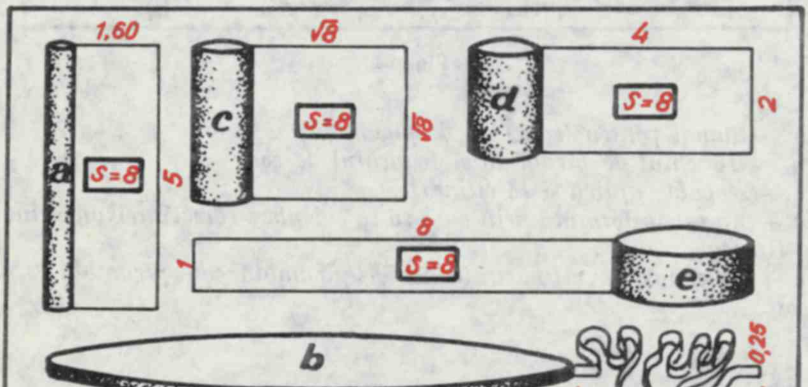


Fig. 83

înalți. Se înțelege că și în cazul extremei alungiri și în cazul aplatizării totale a cilindrului, la limită, volumul este zero.

În care din cazurile ilustrate volumul cilindrului este cel mai mare?

15

Se dă formula de calcul al volumului:

$$V = \frac{h}{6}(b_1 + 4b_2 + b_3);$$

unde: b_1 = *aria bazei inferioare;*
b_2 = *aria secțiunii medii;*
b_3 = *aria bazei superioare;*
h = *înălțimea corpului.*

Se cere să se precizeze pentru care dintre următoarele corpuri geometrice se poate calcula volumul cu ajutorul ei (fig. 84)?

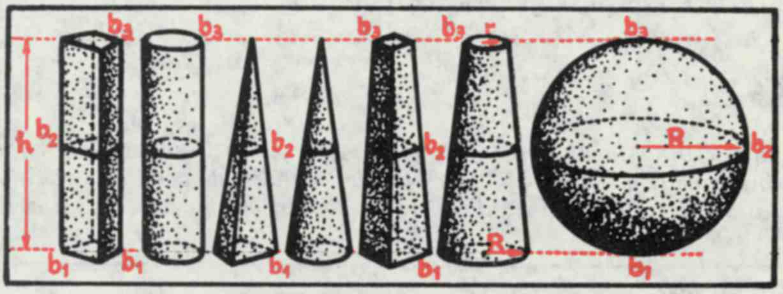


Fig. 84

a — *numai pentru trunchiul de piramidă;*
b — *trunchiul de piramidă și trunchiul de con;*
c — *se poate aplica și la cilindru;*
d — *nu este o formulă prin care să se calculeze corect nici un volum de corp ilustrat;*
e — *prismă, sferă, cilindru, trunchi de piramidă, con, piramidă, trunchi de con.*

16

Admițînd că densitatea pietrei de construcții este constantă (în funcție de roca de proveniență), să se precizeze care dintre următoarele sortimente de *materiale de construcții provenite din aceeași rocă are o greutate tehnică (N/m^3) mai mare!*

a — *nisip și praf de piatră;*
b — *pietriș;*
c — *piatră brută și bolovani în grămadă;*
d — *piatră spartă — concasată;*
e — *pavele, calupuri nestivuite.*

17

În figura nr. 85 sînt prezentate cinci vase cu secțiunea transversală (perpendiculară pe axa longitudinală) de formă circulară. În care dintre aceste vase intră mai puțin lichid? Se observă că secțiunile care conțin axele longitudinale au aceeași arie!

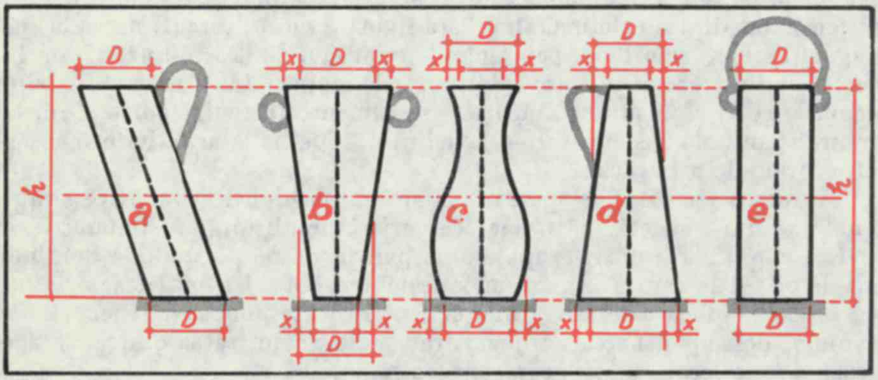


Fig. 85

18

În figura nr. 86 este ilustrat un șablon cu trei orificii de forme diferite și cinci corpuri (**a**—**e**). *Patru dintre cele cinci corpuri trec perfect prin toate cele trei orificii ale șablonului, iar unul nu. Prin trecere perfectă se înțelege că în trecere acoperă cel puțin într-un plan întreg orificiul.*

Care dintre corpuri nu trece perfect prin cele trei orificii?

După cum s-a văzut pînă aici, și după cum se va vedea și de aici încolo, matematica este prin ea însăși profund umană. Se cere doar să reliefăm acele aspirații și preocupări ale omului care generează problemele și subiectele matematice — aspirații ce rămîn la fel de vii, de ardente, în orice stadiu de dezvoltare a societății.

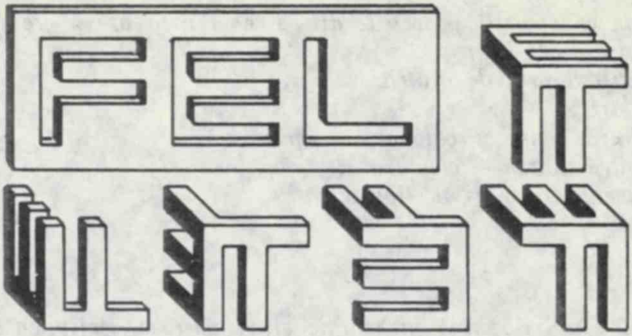


Fig. 86

Figurile geometrice simple au jucat un rol important în istoria culturii omenirii, în viaţa popoarelor. Toate simbolurile care au traversat milenii sînt dintre cele mai simpliste figuri: crucea, cercul, monada, hexagonul stelat, semiluna, pentagonul stelat etc. În desenul nr. 87 am încercat să ilustreze una dintre interpretările mai originale în care figurilor geometrice li s-au ataşat simţiri — sentimente (cercul: egoism; elipsa: iubire; parabola: necunoscut — nedefinire; hiperbola: ura). Este şi aceasta o formă de a te juca!

În lumea jocurilor se operează în special cu figuri geometrice simple (puncte, linii, săgeţi, pătrăţele, cercuri, cruciuliţe), iar simboluri ca: treflă, cupă, caro, pică, grupajele de puncte de pe pietrele de dominou ori de pe feţele zarului, tangramele, eşichierul etc. îşi împletesc originea cu însăşi originea jocurilor. Chiar şi astăzi constatăm că, deşi jocurile au evoluat, deşi apar mereu noi jocuri raţionale, majoritatea dintre ele apelează la aceleaşi figuri geometrice simple.

19

Iată, de exemplu, unul dintre jocurile frumoase — puţin popularizat — care are la bază cîteva banale pătrăţele şi dreptunghiuri tăiate din carton sau traforate din placaj. (O serie întreagă de asemenea jocuri — unul mai reuşit decît celălalt — sînt prezentate într-un capitol al lucrării „Játékkoktél" de Vargha Balázs apărută în 1972 în editura Kriterion — Bucureşti şi în 1967 în editura Minerva din Budapesta; în majoritate prelucrare după lucrări ale lui Martin Gardner.) *Numărul şi dimensiunile acestor bucăţele se deduc din figura nr. 89. În aceeaşi figură se vede că pătrăţelele şi dreptunghiurile pot fi mutate prin translaţie pe orizontală şi verticală, în limita spaţiului disponibil din „casă" (marcată prin linia roşie de contur) fără suprapunere ori salt. Jocul constă în găsirea succesiunii de mutări care să permită scoaterea pe „uşă" a pătratului mare (2), fără ca*

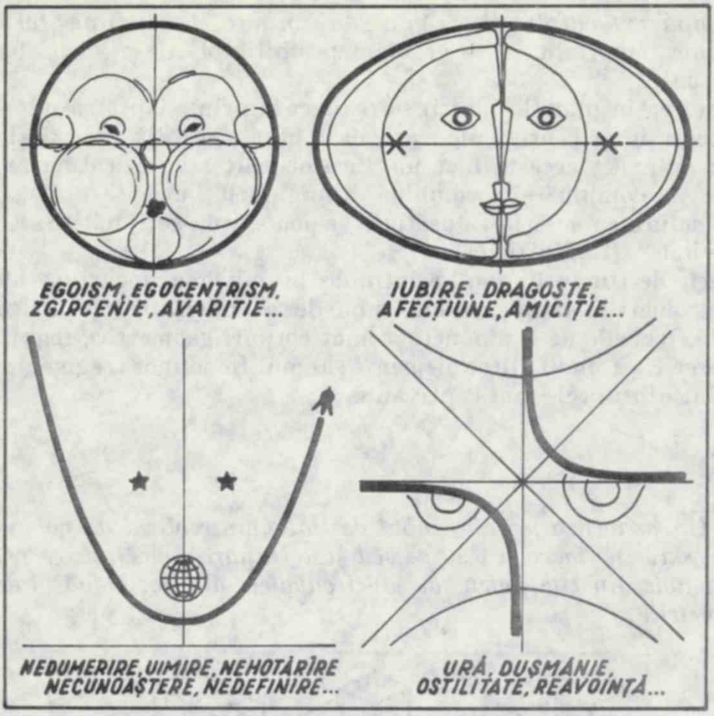


Fig. 87

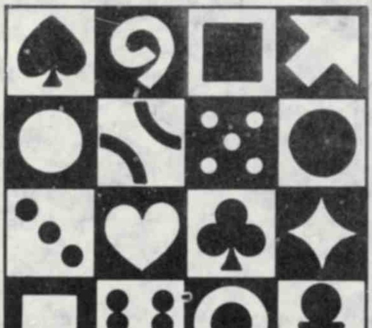


Fig. 88

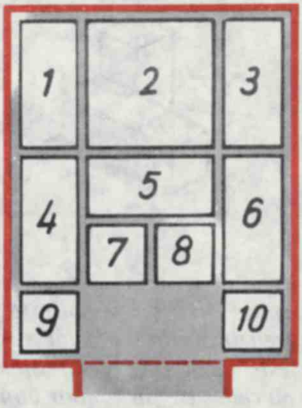


Fig. 89

între timp vreuna dintre piese să iasă din casă, fie şi numai parţial. Aşadar, un „nimic important" care vă oferă posibilitatea de a vă proba forţele intelectuale.

Operarea în planul gîndirii se realizează prin adaptarea unor scheme şi strategii proprii, originale, care au la bază o subtilă analiză şi sinteză. Şi oare nu exact aceasta face un jucător care studiază diferite situaţii posibile, le combină şi recombină, ajungînd la variante noi? **„Jocul nu trebuie definit ca neserios. Jucătorul se poate deda activităţii sale favorite cu gravitate" (I. Huizinga)**

Foarte de timpuriu omul a introdus în universul jocurilor sale şi corpurile geometrice simple: bilele, cuburile, cilindrii, inelele... Redevenite la modă, jocurile de compunere a unor corpuri geometrice regulate, prin îmbinarea fie a mai multor elemente şablon, fie a unor fragmente neregulate, sînt dintre cele mai captivante.

20

Un asemenea joc este cubul de îmbinare realizat de polonezul Jan Mikusinski. În figura nr. 90 se văd şase corpuri geometrice ce pot fi uşor confecţionate din cîte patru sau cinci cubuleţe alipite. Două dintre figuri sînt simetrice.

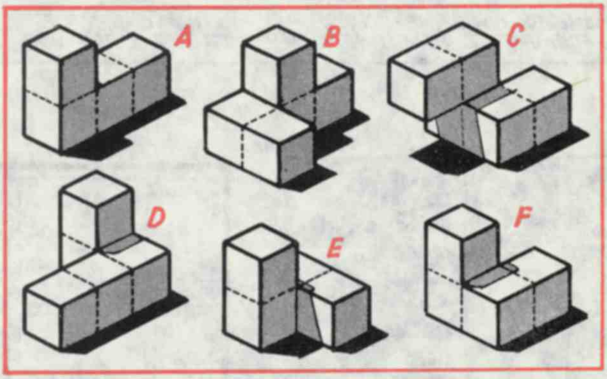


Fig. 90

Ei bine, ceea ce ne solicită jocul să realizăm este lesne de înţeles: prin alăturarea îmbinată a celor şase piese să se alcătuiască un cub! Mult mai dificil este de a face acest lucru, căci din mulţimea modelelor care se pot obţine cu cele şase piese doar două poziţii sînt în formă finală de cub (fig. 91).

Pentru a nu se risipi prea repede (!?) farmecul jocului, şi influenţat probabil şi de sfera activităţii mele — construcţiile — am mai căutat şi

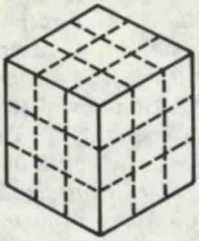


Fig. 91

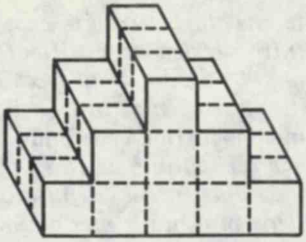


Fig. 92

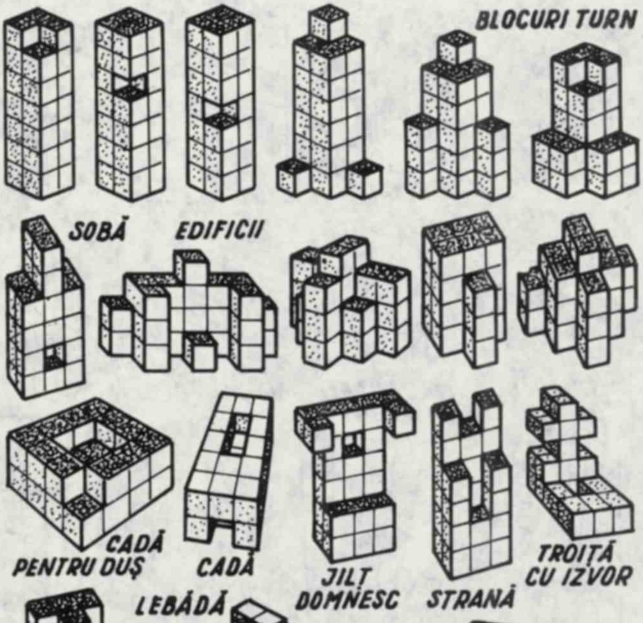


Fig. 93

găsit multe structuri deosebite care se pot alcătui cu cele şase „bucăţele de lemn". Dintre acestea de o dificultate sporită este corpul „trepte" ilustrat în figura nr. 92, căruia i-am găsit o singură soluţie. Alte structuri posibile sînt ilustrate şi „botezate" în figurile nr. 93 şi 94. Se adevereşte şi în acest fel că **„lumea jocurilor este imaginea în mic a societăţii" (Th. Arnold).**

Este doar o chestiune de timp pînă se reuşeşte să se construiască oricare dintre figurile date, ori a se căuta alte şi alte modele originale. Dar nu este lipsit de interes matematic nici a demonstra că anumite configuraţii (de exemplu cele din figura nr. 95) nu pot fi alcătuite cu piesele date.

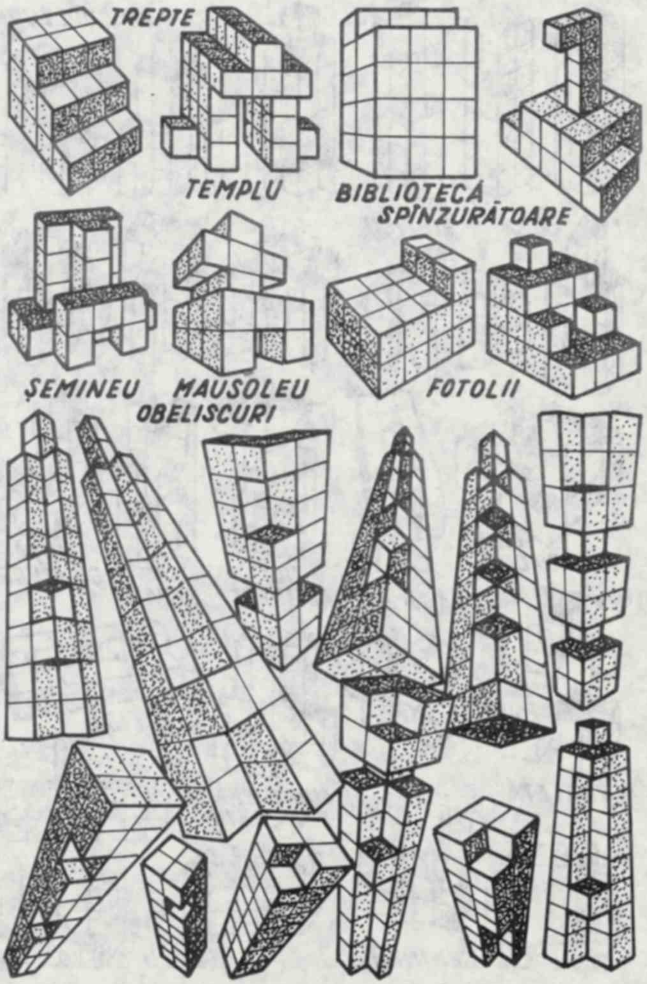


Fig. 94

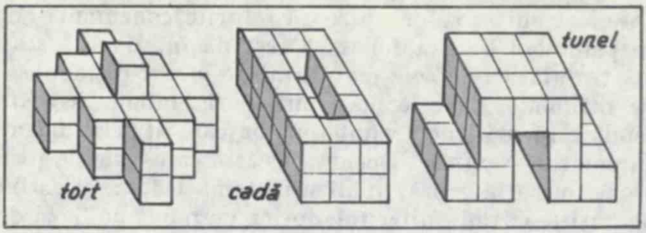


Fig. 95

Nu contenesc a vă îndemna să nu ocoliţi mica osteneală de a vă confecţiona jocurile pe care le prezint aici, căci doar aşa le puteţi pătrunde adevăratul farmec, doar aşa vă sînt ele utile cu adevărat.

Natura confecţionează singură cubuleţe perfecte — cristalele de NaCl, şi a trecut un timp de cînd a învăţat şi omul să facă acest lucru. Dar **„nicăieri omul nu a dovedit mai multă inventivitate decît în jocurile sale“ (Leibniz)**, şi „cubul magic“ (bűvős kocka) medaliat cu aur la Tîrgul internaţional Budapesta din toamna anului 1978 dovedeşte că nu este lipsită de adevăr această remarcă. Inventat de profesorul Rubik Ernö, cubul magic (figura nr. 96) a cucerit de îndată, în zeci de milioane de exemplare, toate continentele. Pentru acei dintre cititori care nu şi-au procurat încă acest joc, îl descriu sumar.

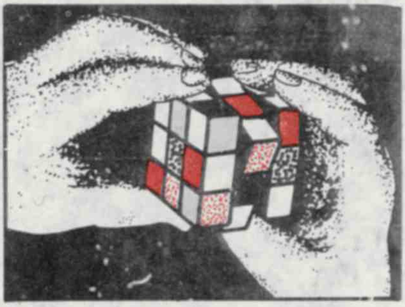


Fig. 96

El este format din alte cubuleţe mai mici; cîte 3×3 pe fiecare faţă, şi care, printr-un ingenios sistem mecanic, se pot roti pe întreaga faţă. Aceste rotiri se pot face pe oricare din cele trei direcţii principale ale cubului. Cele 9 pătrăţele expuse pe fiecare faţă a cubului sînt colorate uniform — în total sînt şase culori. De îndată ce se efectuează cîteva rotiri de feţe, culorile se amestecă şi un joc (!) extrem de dificil este acela de a se reordona pătrăţelele colorate de pe fiecare faţă.

Despre acest cub s-au scris deja nenumărate articole de specialitate, întregi reviste şi chiar cărţi; pentru rezolvarea lui generală se utilizează calculatoare electronice; se organizează felurite concursuri de rezolvare: sociologi şi psihologi l-au etalonat ca test de inteligenţă ş.a.m.d. Timpul îl va păstra alături de cele mai durabile jocuri raţionale.

Jocurile raţionale, de cele mai multe ori matematice, sînt aproape de neconceput fără utilizarea simbolurilor care stau la baza întregului edificiu matematic — cifrele. Desigur această categorie de jocuri vizează în special aritmetica, algebra, analiza matematică, ... şi astfel de exemple sînt: operaţiile cifrate, diferitele forme de rebus pe bază de cifre, curiozităţile aritmetice şi algebrice etc.

21

În „adunarea literară" dată, înlocuind într-un anume mod fiecare literă cu aceeaşi cifră şi literele diferite cu cifre diferite se ajunge la o adunare „cifrică" — din punct de vedere aritmetic corectă. În fiecare caz sînt exact zece litere diferite (A = Ă; T = Ţ; ...), corespunzătoare celor zece cifre.

Refaceţi dumneavoastră adunările, dar nu prin încercări!

```
  ARAD
  SATU
  MARE
 ARGEŞ
------
JUDEŢE
```

22

```
DOCHIA
BALEIA
 BÎLEA
BABELE
------
CABANE
```

23

```
 BERILA
 BUFTEA
-------
LACURI
```

24

```
 URLEA
PINTEI
------
LACURI
```

25

```
BOCŞA
COPŞA
 MICĂ
 BAIA
SPRIE
-----
ORAŞE
```

26

```
RÎŞNOV
   IPU
   PUI
   VAR
   RUS
------
STAŢII
```

27

STOICENI
SINAIA
LUNA

STAȚIUNI

28

ILVA
DUDU
DUDA
BUTA
BUDA

SATE

29

INEȚE
AURATE
MIRUȚE

PLANTE

30

BUFTEA
BACIU

LACURI

31

CIUC
BUCIN
BODOC
OITUZ
CIBIN

MUNȚI

32

BABA
MERA
CEFA
CUCI

GĂRI

33

LUNA
CALBA
SITNA
ȘINCA
ȘULTA

RÎURI

34

CRIȘ
SOMEȘ
MINIȘ
TIMIȘ
TIMIȘ

RÎURI

35

TAPIA
CÎMPIA
TURZII

STAȚII

36

ȘAPTE
DEGETE
DREȚE

PLANTE

37

BAIA
MARE
IAȘI
SATU
MARE

ORAȘE

38

GELU
SÎI
CUT
LEU
LEȘ

GĂRI

39 URÎT / NOVĂŢ / LACURI

40 ŢÎŢE / CUCUTE / ALBIŢE / PLANTE

*

La finele acestei „scurte“ introduceri, alte cîteva cuvinte despre ceea ce urmează — de natură să încunoştinţeze preventiv cititorul şi să tempereze „inocenta“ curiozitate a reporterilor.

Pentru cine este scrisă cartea?

„Olimpiada jocurilor raţionale“ este o lucrare cu adresabilitate largă, după cum „jocul cu bătaie de cap sau bătaia de cap în joacă“ trebuie să fie gustată din copilărie pînă în senectute. Care este după părerea mea tipul ideal al cititorului? Parafrazîndu-l pe C. B. Huggins: „cred că înainte de toate trebuie să fie subtil; este util să aibă o inteligenţă peste medie, să fie sîrguincios, să continue să citească şi atunci cînd s-a instalat durerea de cap şi să aibă multe alte virtuţi“ ! Lăsînd la o parte jocul,... ne reamintim că **„omul este un om întreg numai atunci cînd se joacă“ (Fr. Schiller). „Sufletul şi inteligenţa devin mai mari prin joc“ (J. Chateau).**

În funcţie de nivelul de educaţie matematică, de disponibilitatea pentru analiză, de „mobilarea“ lăuntrică a fiecărui cititor acesta îşi va alege jocurile preferate, va pătrunde în adîncul subiectelor pînă la nivelul la care se menţine propriul echilibru între util şi plăcut. Cartea mai este scrisă pentru acei amatori care jucînd un joc sau altul, mai mult sau mai puţin empiric doresc să se perfecţioneze în teoria jocului raţional, şi de ce nu, să o ducă mai departe.

De ce am scris-o?

A încerca să îmbogăţeşti societatea cu un mijloc de dezvoltare spirituală a membrilor ei, fie el doar un mijloc de deconectare activă pentru omul modern solicitat intens şi continuu în atît de multe şi variate activităţi, cred că este un efort util. Dacă şi numai cîteva mici „reprize“ vor fi cîştigate de fiecare cititor, dacă voi reuşi să contribui şi numai cu cîteva secunde la mersul înainte al minţii omului, atunci înseamnă că nu am scris-o în zadar.

Apoi, pentru că sînt pasionat de problemele jocurilor matematice, cu mai importanta legătură dintre acestea şi creativitate — deci, de studiul gradului de rudenie dintre „homo ludens“ şi „homo euristicus“. **„Pasiunea este forţa esenţială a omului, care se îndreaptă cu toată energia spre obiectul său“ (K. Marx). „Nimic mare nu s-a îndeplinit fără pasiune, şi nici nu poate fi îndeplinit fără ea“ (Hegel).**

Cum am selectat jocurile prezentate?

„Jocurile sînt la fel de vechi ca civilizaţia însăşi şi la fel de variate ca aripile fluturilor. Pe ele a fost cheltuită o cantitate fantastică de energie mintală“ (Martin Gardner).

În stabilirea întinderii fiecărui capitol, pe lîngă factorul de importanţă şi densitate al subiectului, a intervenit şi factorul subiectiv, motivaţional, de cuprindere al autorului. Toate jocurile raţionale îmi sînt apropiate, şi „dragi“ cele pe care le cunosc mai bine; le „iubesc“ pe acelea care îmi aduc aminte de minunatele (ca-n poveşti) seri de jocuri cu fraţii sau cu copiii în familie, le „stimez“ pe cele care mi-au răpit mai multă muncă pentru reliefarea noului şi le „ador“ pe cele cu adevărat inedite. **„Jocurile posedă unele dintre calităţile operei de artă“ (Aldous Huxley).**

Şi de această dată, m-am străduit cu toată priceperea mea să prezint cititorilor un material original, care să-i facă şi pe cei foarte cunoscători în domeniu să constate că nu mai au aşa ceva în bibliotecă! **„Scopul meu principal a fost originalitatea“ (E. A. Poe).** Fără pretenţia de a spune că tot ce este nou este şi bun, las pe seama specialiştilor din editură şi a cititorilor să judece!

Jocurile şi problemele numărul; 2—5; 7; 13 şi 19 din introducere sînt preluate din alte lucrări sau publicaţii, iar numerele: 1; 15 şi 20 sînt adaptate după idei în circulaţie scrisă ori orală. Deşi existente ca gen, jocurile: „configuraţii magice“ (cap. 3), „teste eleusis“ (cap. 6), „figuri gemene“ (cap. 7) şi „problemele distractive de matematică" (cap. 9), prezentate în volum, sînt rodul propriu al „jocului“ autorului. De asemenea jocurile: „cîinii şi vulpea“ (cap. 2), „din colţ în colţ“ (cap. 4), „cinci în linie“ (cap. 5), „vapoare“ (cap. 8), „război în opt“ (cap. 10), „cinci cifre“ (cap. 12), „segmente“ (cap. 13) şi „raliu auto“ (cap. 14), ca regulament propriu-zis de joc sînt idei de circulaţie orală, în rest — pînă acum — probleme necercetate. Despre niciunul dintre aceste jocuri, personal, nu am găsit nimic scris. În ceea ce priveşte jocurile din capitolele: „labirint logic“ (1) şi „relief logic“ (11), coeficientul de noutate este şi mai aproape de întreg. Ultimul capitol al lucrării: „jocuri de cabană“ (15), adună în formă scrisă o serie de jocuri moştenite pe calea memoriei orale.

În general, cititorul este atenţionat, prin indicarea sursei bibliografice, atunci cînd subiectul conţine şi idei colectate, prelucrate, sau chiar transcrise.

De ce „olimpiadă“?

Olimpiadă — pentru a sublinia şi în acest fel caracterul competitiv complex, de performanţă al minţii în jocul raţional. Nimic din spiritul olimpic nu este străin întrecerii oamenilor pe „pistele de alergare“ ale gîndirii. Legămîntul olimpiadei noastre ar putea începe cu: **„cinstea-i cinste-n orice loc, şi la lucru şi la joc“ (Elena Farago).** Aceasta presupune o atitudine corectă faţă de regulile jocului, loialitate faţă de adversari, şi chiar „ştiinţa" de a pierde cu demnitate. Apoi, importantă mi se pare o participare cît mai largă şi fără ca jucătorul — cititorul — să se demobilizeze prea repede, chiar dacă la unele probleme va avea nevoie şi de subcapitolele de soluţii — rezolvări. **„Nici un luptător înţelept nu-şi dispreţuieşte potrivnicul" (J. W. Goethe). „Străduieşte-te să imiţi înţelepciunea adversarului" (Erasm din Rotterdam). „Nu trebuie să disperăm în nici un joc, cît timp încă nu e pierdut" (W. Scott). „În şah cîştigă întotdeauna cel ce greşeşte penultimul" (S. Tarrasch).**

Olimpiadă — căci şi acest cuvînt îmi aminteşte cu plăcere de primele emoţii, de primii paşi la intrarea în „cetatea" axiomatizată şi formalizată a matematicii. În lumea olimpiană, mîndră, a acestei cetăţi ne întîlnim cu: rigoarea, procedeele demonstrative, economia în gîndire, elementele de inventivitate, logică şi supleţe, spiritul de constructivitate, vizualizarea ideilor, obiectualizarea imaginilor, şi cîte şi mai cîte! La rîndu-le jocurile raţionale sînt matematizate.

Olimpiadă — pentru că în acest final de secol oamenii au nevoie de cît mai multe simboluri care să le amintească mereu de prietenie, spirit de colaborare şi bună înţelegere; să-şi amintească mereu că ei sînt singurii în măsură să instaureze definitiv atît de logic necesara şi indispensabila pace, care să permită speciei să se dezvolte într-un climat favorabil confruntării paşnice şi eminamente productive a inteligenţelor.

SOLUŢIILE PROBLEMELOR

Rezolvare pentru cazul: **a1**

1 — c3—a1(b2); **2** — e1—c3(d2); **3** — d4—b2(c3); **4** — a1—c3(b2); **5** — f6—d4(e5); **6** — d4—b2(c3); **7** — f4—d2(e3); **8** — c1—e3(d2); **9** — h8—f6(g7); **10** — h6—f4(g5); **11** — e7—g5(f6); **12** — h4—f6(g5); **13** — e3—g5(f4); **14** — g1—e3(f2); **15** — h2—f4(g3); **16** — a5—c3(b4); **17** — d6—b4(c5); **18** — a3—c5(b4); **19** — g5—e7(f6); **20** — d8—f6(e7); **21** — e3—g5(f4); **22** — g5—e7(f6); **23** — f8—d6(e7); **24** — d6—b4(c5); **25** — c3—a5(b4); **26** — a7—c5(b6); **27** — b8—d6(c7); **28** — d6—b4(c5); **29** — a5—c3(b4); **30** — c3—a1(b2).

Rezolvare pentru cazul: **a3**

1 — c5—a3(b4); **2** — d2—b4(c3); **3** — a1—c3(b2); **4** — f4—d2(e3); **5** — c1—e3(d2); **6** — a3—c5(b4); **7** — d4—b2(c3); **8** — h2—f4(g3); **9** — f4—d2(e3); **10** — e1—g3(f2); **11** — h4—f2(g3); **12** — g1—e3(f2); **13** — d6—b4(c5); **14** — a5—c3(b4); **15** — f6—d4(e5); **16** — c3—e5(d4); **17** — a7—c5(b6); **18** — b8 — d6(c7); **19** — h6—f4(g5); **20** — e3—g5(f4); **21** — h8—f6(g7); **22** — f6—d4(e5); **23** — d8—f6(e7); **24** — c5—e7(d6); **25** —

f8—d6(e7); **26** — g5—e7(f6); **27** — e7—c5(d6); **28** — c5—e3(d4); **29** — e3—c1(d2); **30** — c1—a3(b2).

Rezolvare pentru cazul: **a5**

1 — c3—a5(b4); **2** — a1—c3(b2); **3** — d6—b4(c5); **4** — a3—c5(b4); **5** — b8—d6(c7); **6** — d6—b4(c5); **7** — a5—c7(b6); **8** — d8—b6(c7); **9** — a7—c5(b6); **10** — f8—d6(e7); **11** — g5—e7(f6); **12** — h8—f6(g7); **13** — e3—g5(f4); **14** — c1—e3(d2); **15** — b4—d2(c3); **16** — h6—f4(g5); **17** — e7—g5(f6); **18** — e1—c3(d2); **19** — f4—d2(e3); **20** — g1—e3(f3); **21** — h2—f4(g3); **22** — d4—f2(e3); **23** — h4—f6(g5); **24** — f6—d4(e5); **25** — c3—e5(d4); **26** — e5—g3(f4); **27** — g3—e1(f2); **28** — e1—c3(d2); **29** — d6—b4(c5); **30** — c3—a5(b4).

Rezolvare pentru cazul: **a7**

1 — c5—a7(b6); **2** — d8—b6(c7); **3** — a7—c5(b6); **4** — e5—c7(d6); **5** — f6—d8(e7); **6** — d8—b6(c7); **7** — a5—c7(b6); **8** — b8—d6(c7); **9** — h8—f6(g7); **10** — c5—e7(d6); **11** — f8—d6(e7); **12** — a3—c5(b4); **13** — d2—b4(c3); **14** — a1—c3(b2); **15** — b4—d2(c3); **16** — e1—c3(d2); **17** — f4—d2(e3); **18** — c1—e3(d2); **19** — c3—e5(d4); **20** — f6—d4(e5); **21** — h6—f4(g5); **22** — e3—g5(f4); **23** — h4—f6(g5); **24** — g1—e3(f2); **25** — h2—f4(g3); **26** — d4—b6(c5); **27** — e3—g5(f4); **28** — g5—e7(f6); **29** — e7—c5(d6); **30** — c5—a7(b6).

Rezolvare pentru cazul: **b2**

1 — d4—b2(c3); **2** — a1—c3(b2); **3** — f6—d4(e5); **4** — c3—e5(d4); **5** — h8—f6(g7); **6** — f6—d4(e5); **7** — h4—f6(g5); **8** — e3—g5(f4); **9** — c1—e3(d2); **10** — h6—f4(g5); **11** — f4—d2(e3); **12** — e1—c3(d2); **13** — c3—e5(d4); **14** — f6—d4(e5); **15** — g1—e3(f2); **16** — h2—f4(g3); **17** — d8—f6(e7); **18** — c5—e7(d6); **19** — f8—d6(e7); **20** — a3—c5(b4); **21** — c5—e7(d6); **22** — e7—g5(f6); **23** — a7—c5(b6); **24** — b8—d6(c7); **25** — d6—b4(c5); **26** — a5—c3(b4); **27** — d4—f2(e3); **28** — g5—e3(f4); **29** — f2—d4(e3); **30** — d4—b2(c3).

Rezolvare pentru cazul: **b4**

1 — d2—b4(c3); **2** — a1—c3(b2); **3** — f4—d2(e3); **4** — c1—e3(d2); **5** — b4—d2(c3); **6** — d6—b4(c5); **7** — a3—c5(b4); **8** — f8—d6(e7); **9** — d6—b4(c5); **10** — a5—c3(b4); **11** — g5—e7(f6); **12** — h8—f6(g7); **13** — e7—g5(f6); **14** — h2—f4(g3); **15** — e1—g3(f2); **16** — h4—f2(g3); **17** — e3—c1(d2); **18** — g1—e3(f2); **19** — f4—d2(e3); **20** — c1—e3(d2); **21** — h6—f4(g5); **22** — f4—d6(e5); **23** — a7—c5(b6); **24** — c5—e7(d6); **25** — b8—d6(c7); **26** — d8—f6(e7); **27** — c3—e5(d4); **28** — f6—d4(e5); **29** — e3—c5(d4); **30** — d6—b4(c5).

Rezolvare pentru cazul: **b6**

1 — d8—b6(c7); **2** — f6—d8(e7); **3** — h8—f6(g7); **4** — c5—c7(d6); **5** — f8—d6(e7); **6** — a7—c5(b6); **7** — e5—c7(d6); **8** — d8—b6(c7); **9** — a5—c7(b6); **10** — b8—d6(c7); **11** — c3—e5(d4); **12** — a1—c3(b2); **13** — f6—d4(e5); **14** — h4—f6(g5); **15** — e3—g5(f4); **16** — h6—f4(g5); **17** — c1—e3(d2); **18** — b4—d2(c3); **19** — d6—b4(c5); **20** — a3—c5(b4); **21** —

e1 —c3(d2); **22** — f4 —d2(e3); **23** — d2—b4(c3); **24** — b4—d6(c5); **25** — h2—f4(g3); **26** — g1 —e3(f2); **27** — e3—g5(f4); **28** — g5—e7(f6); **29** — e7—c5(d6); **30** — d4—b6(c5).

Rezolvare pentru cazul: **c3**

1 — e1 —c3(d2); **2** — f4—d2(e3); **3** — c1 —e3(d2); **4** — h2—f4(g3); **5** — f4—d2(e3); **6** — g1 —e3(f2); **7** — h6—f4(g5); **8** — e7—g5(f6); **9** — h8—f6(g7); **10** — c5—e7(d6); **11** — f8—d6 (e7); **12** — a3—c5(b4); **13** — d2—b4(c3); **14** — a1—c3(b2); **15** — e5—g7(f6); **16** — h4—f6(g5); **17** — g7—e5(f6); **18** — c5—e7(d6); **19** — d8—f6(e7); **20** — a7—c5(b6); **21** — b8—d6(c7); **22** — d4—b6(c5); **23** — f6—d4(e5); **24** — a5—c7(b6); **25** — c7—e5(d6); **26** — e3—c5(d4); **27** — f4—d6(e5); **28** — c3—a5(b4); **29** — d6—b4(c5); **30** — a5—c3(b4).

Rezolvare pentru cazul **c5**

1—e3—c5(d4); **2**—c1—e3(d2); **3**— b4—d2(c3); **4** — a1—c3(b2); **5** — f6—d4(e5); **6** — h8—f6(g7); **7** — c3—e5(d4); **8** — f6—d4(e5); **9** — d6—b4(c5); **10** — e1—c3(d2); **11** — a3—c5(b4); **12** — f4—d2(e3); **13** — d2—b4(c3); **14** — a5—c3(b4); **15** — h4—f6(g5); **16** — g1—e3(f2); **17** — h2—f4(g3); **18** — e3—g5(f4); **19** — h6—f4(g5); **20** — c3—e5(d4); **21** — f6—d4(e5); **22** — d8—f6(e7); **23** — b8—d6(c7); **24** — c5—e7(d6); **25** — f8—d6(e7); **26** — a7—c5(b6); **27** — c5—e3(d4); **28** — e3—g5(f4); **29** — g5—e7(f6); **30** — e7—c5(d6).

Rezolvare pentru cazul: **d4**

1 — f6—d4(e5); **2** — h8—f6(g7); **3** — c3—e5(d4); **4** — a1—c3(b2); **5** — f6—d4(e5); **6** — d8—f6(e7); **7** — c5—e7(d6); **8** — a3—c5(b4); **9** — b8—d6—(c7); **10** — a5—c7(b6); **11** — d4—b6(c5); **12** — a7—c5(b6); **13** — c7—e5(d6); **14** — f8—d6(e7); **15** — d2—b4(c3); **16** — f4—d2(e3); **17** — g1—e3(f2); **18** — h2—f4(g3); **19** — e1—c3(d2); **20** — e5—g3(f4); **21** — h6—f4(g5); **22** — h4—f2(g3); **23** — f4—d2(e3); **24** — c1—e3(d2); **25** — f2—d4(e3); **26** — c3—a5(b4); **27** — d4—b6(c5); **28** — a5—c7(b6); **29** — c7—e5(d6); **30** — f6—d4(e5).

2. Rezolvare pentru cazul: **15**

a=13—15; **b**=11—13; **c**=5—12; **d**=12—14; **e**=10—8; **f**=15—13; **g**=3—10; **h**=7—9; **i**=10—8; **j**=2—7; **k**=13—4; **l**=7—2; **m**=1—4.

3. Datorită multiplei simetrii a tablei de joc (fig. 97) avem de studiat doar şapte cazuri distincte, oricare dintre celelalte fiind simetric după o axă cu vreunul dintre cele şapte.

Rezolvare pentru cazul: **c1**

1 — e1—c1(d1); **2** — e3—e1(e2); **3** — g3—e3(f3); **4** — e4—e2(e3); **5** — e1—e3(e2); **6** — g4—e4(f4); **7** — e4—e2(e3); **8** — c3—e3(d3); **9** — e2—e4(e3); **10** — e5—e3(e4); **11** — g5—e5(f5); **12** — c1—c3(c2); **13** — e6—e4(e5); **14** — e4—e2(e3); **15** — e2—c2(d2); **16** — c6—e6(d6); **17** — d4—d6(d5); **18** — c4—c6(c5); **19** — c2—c4(c3); **20** — c7—c5(c6); **21** — d7—d5(d6); **22** — e7—e5(e6); **23** — c4—c6(c5); **24** — e5—c5(d5); **25** —

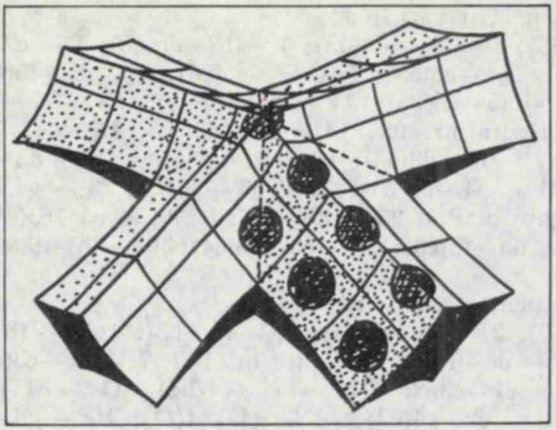


Fig. 97

c6—c4(c5); **26** — a5—c5(b5); **27** — c5—c3(c4); **28** — a4—c4(b4); **29** — c4—c2(c3); **30** — a3—c3(b3); **31** — c3—c1(c2).

Rezolvare pentru cazul: **e2**

1 — c4—c2(c3); **2** — c1—c3(c2); **3** — e4—c4(d4); **4** — c4—c2(c3); **5** — e3—c3(d3); **6** — d1—d3(d2); **7** — e1—e3(e2); **8** — g4—e4(f4); **9** — e4—e2(e3); **10** — g3—e3(f3); **11** — e2—e4(e3); **12** — e5—e3(e4); **13** — c5—e5(d5); **14** — e6—e4(e5); **15** — g5—e5(f5); **16** — e4—e6(e5); **17** — e7—e5(e6); **18** — d7—d5(d6); **19** — e5—c5(d5); **20** — c2—c4(c3); **21** — c5—c3(c4); **22** — c7—c5(c6); **23** — a4—c4(b4); **24** — c4—c6(c5); **25** — a5—c5(b5); **26** — c6—c4(c5); **27** — c4—c2(c3); **28** — e3—c3(d3); **29** — c2—c4(c3); **30** — a3—c3(b3); **31** — c4—c2(c3).

Rezolvare pentru cazul: **c3**

1 — e3—c3(d3); **2** — d1—d3(d2); **3** — e1—e3(e2); **4** — d4—d2(d3); **5** — e4—e2(e3); **6** — b3—d3(c3); **7** — c1—c3(c2); **8** — d3—b3(c3); **9** — a3—c3(b3); **10** — g4—e4(f4); **11** — e5—e3(e4); **12** — e2—e4(e3); **13** — g3—e3(f3); **14** — e4—e2(e3); **15** — e2—c2(d2); **16** — e7—e5(e6); **17** — c6—e6(d6); **18** — e6—e4(e5); **19** — g5—e5(f5); **20** — e4—e6(e5); **21** — c4—c6(c5); **22** — c7—e7(d7); **23** — e7—e5(e6); **24** — e5—c5(d5); **25** — c6—c4(c5); **26** — b4—d4(c4); **27** — c2—c4(c3); **28** — d4—b4(c4); **29** — a5—c5(b5); **30** — a4—c4(b4); **31** — c5—c3(c4).

Rezolvare pentru cazul: **d1**

1 — d3—d1(d2); **2** — f3—d3(e3); **3** — e1—e3(e2); **4** — c1—e1(d1); **5** — e4—e2(e3); **6** — e1—e3(e2); **7** — d4—d2(d3); **8** — b4—d4(c4); **9** — d4—f4(e4); **10** — c5—c3(c4); **11** — c2—c4(c3); **12** — a5—c5(b5); **13** — d5—b5(c5); **14** — a3—a5(a4); **15** — b4—d4(c4); **16** — a5—c5(b5); **17** — f5—d5(e5); **18** — e7—e5(e6); **19** — d4—f4(e4); **20** — g5—e5(f5); **21** — g4—e4(f4); **22** — g3—e3(f3); **23** — d7—d5(d6); **24** — d5—b5(c5); **25** — c7—c5(c6); **26** — b5—d5(c5); **27** — d5—f5(e5); **28** — e3—e5(e4); **29** — f5—d5(e5); **30** — d5—d3(d4); **31** — d3—d1(d2).

Rezolvare pentru cazul: **d2**

1 — d4—d2(d3); 2 — d6—d4(d5); 3 — f5—d5(e5); 4 — e7—e5(e6); 5 — c7—e7(d7); 6 — e4—e6(e5); 7 — e7—e5(e6); 8 — d5—f5(e5); 9 — c5—c7(c6); 10 — a5—c5(b5); 11 — c4—c6(c5); 12 — c7—c5(c6); 13 — g5—e5(f5) — figura nr. 98; 14 — b3—d3(c3); 15 — c1—c3(c2); 16 — d3—b3(c3); 17 — f3—d3(e3); 18 — e1—e3(e2); 19 — d3—f3(e3); 20 — d1—d3(d2); 21 — a4—c4(b4); 22 — a3—c3(b3); 23 — g4—e4(f4); 24 — g3—e3(f3) figura nr. 99; 25 — d3—b3(c3); 26 — c5—c3(c4); 27 — b3—d3(c3); 28 — d3—f3(e3); 29 — e5—e3(e4); 30 — f3—d3(e3); 31 — d4—d2(d3).

Rezolvare pentru cazul: **d3**

1 — b3—d3(c3); 2 — c5—c3(c4); 3 — d3—b3(c3); 4 — f3—d3(e3); 5 — e5—e3(e4); 6 — d3—f3(e3) — figura nr. 100; 7 — c1—c3(c2); 8 — d1—d3(d2); 9 — e1—e3(e2); 10 — a4—c4(b4); 11 — c4—c2(c3); 12 — e3—c3(d3); 13 — c2—c4(c3); 14 — g4—e4(f4); 15 — g3—e3(f3); 16 — a3—c3(b3) — figura nr. 101; 17 — a5—c5(b5); 18 — g5—e5(f5); 19 —

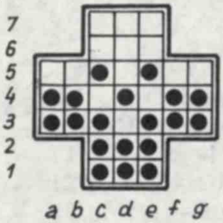


Fig. 98

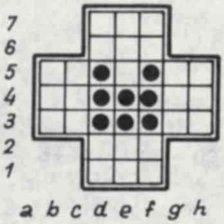


Fig. 99

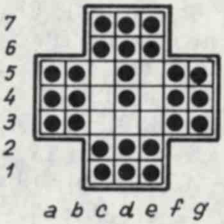


Fig. 100

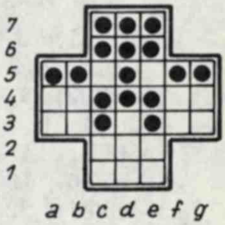


Fig. 101

d5—b5(c5); 20 — c3—c5(c4); 21 — b5—d5(c5); 22 — d5—f5(e5); 23 — e3—e5(e4); 24 — f5—d5(e5) — figura nr. 102; 25 — e7—e5(e6); 26 — e5—c5(d5); 27 — d7—d5(d6); 28 — d5—b5(c5); 29 — c7—c5(c6); 30 — b5—d5(c5); 31 — d5—d3(d4).

Rezolvare pentru cazul: **d4**

1 — d2—d4(d3); 2 — f3—d3(e3); 3 — e1—e3(e2); 4 — c1—e1(d1); 5 — e4—e2(e3); 6 — e1—e3(e2); 7 — d3—f3(e3); 8 — c3—c1(c2); 9 — a3—c3(b3); 10 — c4—c2(c3); 11 — c1—c3(c2); 12 — g3—e3(f3) — figura nr. 103; 13 — e6—e4(e5); 14 — e3—e5(e4); 15 — g4—e4(f4); 16 — e4—e6(e5); 17 — g5—e5(f5); 18 — c6—c4(c5); 19 — a5—c5(b5); 20 — c4—c6(c5); 21 — a4—c4(b4); 22 — c3—c5(c4) — figura nr. 104; 23 — d5—b5(c5); 24 — c7—c5(c6); 25 — b5—d5(c5); 26 — d5—f5(e5); 27 — e7—e5(e6); 28 — d7—d5(d6); 29 — d4—d6(d5); 30 — f5—d5(e5); 31 — d6—d4(d5).

4. Strategia cîştigătoare în acest joc este bazată pe proprietatea de multiplă simetrie a cîmpului de joc faţă de centrul său.

Dacă jucătorul care începe jocul îşi plasează prima sa piesă în centrul colii, şi pe tot parcursul jocului urmăreşte să ocupe poziţia simetrică faţă de centru a poziţiei pe care şi-a aşezat adversarul piesa anterioară,

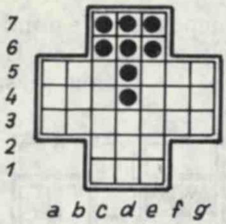


Fig. 102

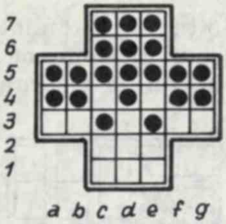


Fig. 103

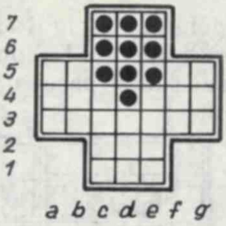


Fig. 104

el nu poate pierde! (fig. 105). Întotdeauna, la o poziţie liberă — **2n** — găsită de adversar, se va afla încă o poziţie liberă — **2n+1** — simetrică faţă de centru cu antemenţionata.

O asemenea strategie se adaptează şi altor jocuri, şi se numeşte strategie simetrică. Pentru eliminarea posibilităţii de aplicare a strategiei

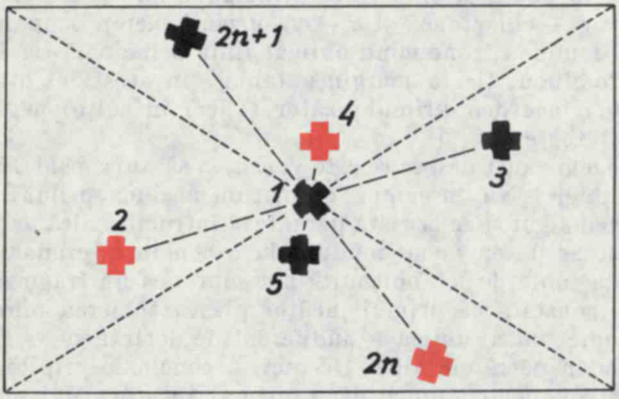


Fig. 105

cîştigătoare — deci pentru „relansarea" jocului — vom alege cîmpuri de joc cu forme diverse, fără simetrie.

5. Strategia de cîştig la jocul colţul negru este oarecum neriguroasă căci depinde de numărul de pătrăţele ale tablei de joc; la un număr impar de pătrăţele pe tablă cîştigă primul jucător, iar la un număr par cîştigă al doilea jucător. Desigur, aceasta numai în cazul că aceştia cunosc şi profită întocmai de strategia cîştigătoare.

Dacă numărul de pătrăţele ale cîmpului de joc este impar (25; 49; ...) atunci în închipuirea sa primul jucător trebuie să considere tabla „în domino"; indiferent cum sînt aranjate dominourile, important este ca, începînd cu colţul de stînga sus, tot cîte două pătrăţele alăturate să formeze dominouri (fig. 106). Colţul negru rămîne independent de dominouri, sau îl considerăm începutul unui alt dominou. Primul jucător va fi atent ca pasul său şi pasul următor (al adversarului) să fie mereu plasaţi pe

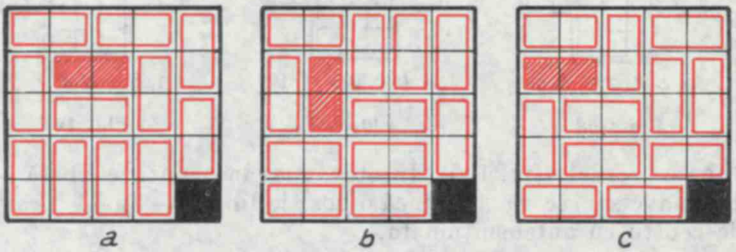


Fig. 106

acelaşi dominou imaginar. Aceasta este perfect posibil căci cu fiecare mutare a sa el poate orienta linia principală spre pătrăţelul dorit. Al doilea jucător — chiar dacă ştie — va urmări mereu ocuparea celuilalt pătrăţel de dominou, conducînd obligat linia principală fie la marginea unui nou dominou, fie la marginea tablei. În acest fel atacarea unui nou dominou o face doar primul jucător, şi deci în colţul negru nu poate ajunge decît tot el.

Să înţelegem exact despre ce este vorba, şi să nu considerăm simplist această strategie! Nu înseamnă că oricum ar juca primul jucător va cîştiga în mod sigur. Fac această paranteză întrucît o altă privire asupra tabelei de joc ar putea să ne conducă la o concluzie eronată. În figura nr. 107 peste tabla de joc obişnuită am suprapus un fragment dintr-un eşichier. Se constată că primul jucător plasează mereu piesele sale pe pătrăţele negre, iar al doilea — indiferent de dorinţa sa — trebuie să-şi pună piesele în pătrăţele albe. De aici, o concluzie pripită cum că în colţul negru nu poate ajunge decît primul jucător. Mai menţionez că acest raţionament (greşit) ar fi valabil pentru table de orice mărime. Lucrurile ar sta într-adevăr aşa dacă nu ar exista şi regula care interzice scoaterea liniei la marginea tablei. Această interdicţie complică jocul şi face ca uneori victoria să se adjudece chiar fără a se atinge colţul negru. Cea mai bună infirmare a raţionamentului bazat pe eşichier va fi strategia cîştigătoare a celui de-al doilea jucător, în cazul tablelor cu număr par de pătrate — prezentată în cele ce urmează.

Pe de altă parte, nici chiar primele fictive dominouri nu pot fi considerate oricum, căci putem ajunge, mai apoi, în situaţia să închidem fără să vrem pătrăţelele izolate ce nu vor mai putea face parte din nici un dominou. În această privinţă un exemplu va fi edificator.

Să presupunem că al doilea jucător a jucat primul cartonaş aşa cum se indică pe schema din figura nr. 108. Primul jucător este obligat să-şi plaseze cartonaşul său în pătrăţelul **b4** şi după cum se vede din cele trei scheme ale figurii nr. 108, el poate (încă) orienta dominoul pe care-l inaugurează în oricare din cele trei direcţii. Considerăm că a ales varianta 1, iar adversarul a răspuns ca în figura nr. 109. De data aceasta

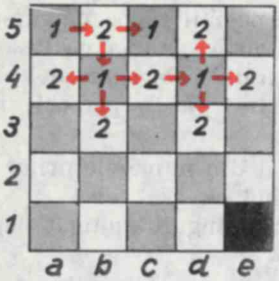


Fig. 107

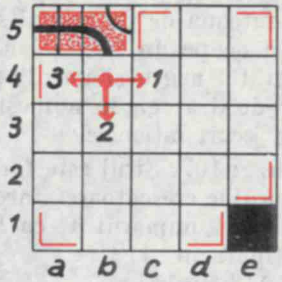


Fig. 108

primul jucător va trebui să decidă asupra traseului doar din două variante bune. A forma noul dominou în careurile **c3** şi **d3**, izolînd astfel un careu solitar în colţul de dreapta sus al tablei, ar echivala cu abdicarea de la strategia cîştigătoare — fapt care ar conduce printr-un joc raţional la victoria celui de-al doilea jucător. Dacă se alege varianta **1**, configuraţia dominourilor devine unic determinată — fig. 110 — şi deci şi jocul primului jucător nu mai comportă variante. Dacă se alege varianta **2**, la care presupunem continuarea ilustrată în figura nr. 111, se ajunge din nou la un caz ce oferă trei variante primului jucător, ş.a.m.d.

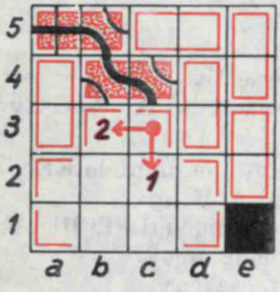


Fig. 109

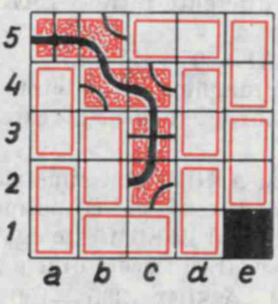


Fig. 110

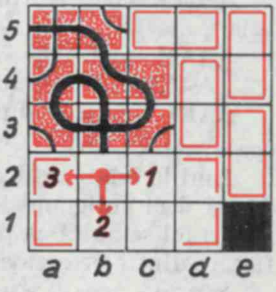


Fig. 111

Pe tabla de joc cu număr par de pătrăţele (16; 36; 64; ...), strategia sigur cîştigătoare, la îndemîna celui de-al doilea jucător, este cam aceeaşi (ceva mai complicată). Dominourile trebuie astfel imaginate încît nu numai colţul negru să fie lăsat afară ci şi pătrăţelul de pornire. Toate sînt bune, dar în acest caz pătratul — cu număr par de careuri dintre care am eliminat două colţuri opuse — nu poate fi acoperit continuu cu dominouri ! De ce?

Revenim la figura nr. 107 şi observăm că oricum ar fi plasat, dominoul are un cîmp negru şi altul alb, ori suprafaţa în discuţie are cu două cîmpuri negre mai puţin decît cîmpuri albe. Acest lucru ştiut de al doilea îl face să izoleze cît mai la început două cîmpuri albe, fără să le mai cuprindă în reţeaua de domino. Este posibil ca pe parcursul jocului să fie obligat să ocupe un pătrăţel alb omis. Atunci va lăsa imediat în afară un pătrăţel negru şi un alt pătrăţel alb, ş.a.m.d.

Acest gen de strategie se numeşte strategie de perechi, şi ea se aplică în mai multe jocuri raţionale.

6. Urmează: 107. Şirul este format din numerele prime terminate în cifra 7, în ordine crescătoare, începînd cu 17.

8. Se elimină numărul 4, ca fiind singurul număr neprim.

9. Vezi figura nr. 112.

10. Fig. 113 şi 114

12. Fig. 115.

13. Vezi figurile nr. 116 şi 117.

Pentru a demonstra că ambele suprafeţe sînt continui şi fără suprapuneri admitem că secţionăm un dodecagon regulat după diagonalele $\overline{\mathbf{AI}}$ şi $\overline{\mathbf{BF}}$ (fig. 118). Apoi construim triunghiul echilateral **ABM** şi unim punctul **M** cu centrul **O**. Vîrfurile **A**; **E** şi **I** determină triunghiul echilateral înscris în acelaşi cerc (**O**) cu dodecagonul. În acest triunghi $\overline{\mathbf{ON}}$ este apotemă şi deci $\overline{\mathbf{ON}}=\overline{\mathbf{NK}}=r/2$.

$\sphericalangle \mathbf{LAI}=45°$; ca unghi cu vîrful pe cerc ce subîntinde un arc de mărime 45°.

$\sphericalangle \mathbf{LAM}=90°$, ca fiind diferenţa între $\sphericalangle \mathbf{LAB}$ şi $\sphericalangle \mathbf{MAB}=150°-60°=$ $=90°$,

$\sphericalangle \mathbf{IAM}=\sphericalangle \mathbf{LAM}-\sphericalangle \mathbf{LAI}=90°-45°=45°$;

$\Delta \mathbf{ANK}=\Delta \mathbf{ANO}$ (dreptunghice cu catetele respectiv egale)

$\Delta \mathbf{AKL}=\Delta \mathbf{AOM}$ (unghiurile şi laturile care pleacă din **A** respectiv egale)$\Rightarrow \overline{\mathbf{LK}}=\overline{\mathbf{MO}}$.

Liniile frînte **ALKJI** şi **AMORI** sînt simetrice faţă de dreptele **KE** şi **AI**, şi deci poligonul **IAMOR** este egal cu poligonul **AIJKL**.

La fel se arată că poligonul **BFSOM** este egal cu poligonul **FBCDE** şi fiecare dintre acestea este egal cu fiecare dintre primele două.

$\sphericalangle \mathbf{RSO}=360°-\sphericalangle \mathbf{ROM}-\sphericalangle \mathbf{SOM}=360°-150°-150°=60°$,

$\sphericalangle \mathbf{RIH}=\sphericalangle \mathbf{JIH}-\sphericalangle \mathbf{JIR}=150°-90°=60°$,

$\sphericalangle \mathbf{GFS}=\sphericalangle \mathbf{GFE}-\sphericalangle \mathbf{SFE}=150°-90°=60°$.

Se arată că triunghiurile: **RIH**; **RSO** şi **SGF** sînt echilaterale, iar patrulaterul **HGSR** este un pătrat.

Cu aceasta cunoaştem practic toate elementele figurilor componente ale dodecagonului secţionat.

În partea a doua a demonstraţiei verificăm dacă elementele componente cunoscute analitic realizează prin alăturare un pătrat perfect (fig. 119)

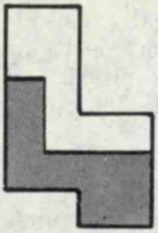


Fig. 112

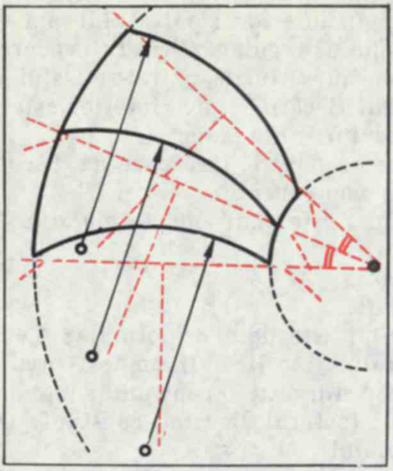


Fig. 113

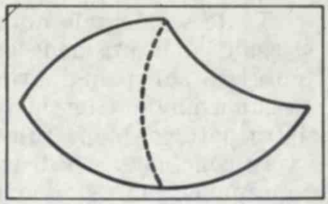


Fig. 114

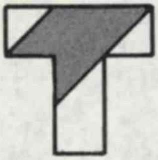


Fig. 115

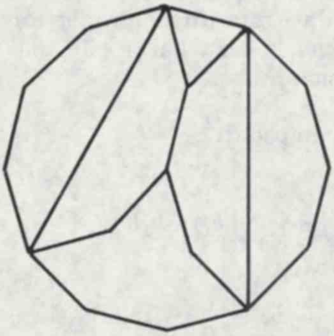


Fig. 116

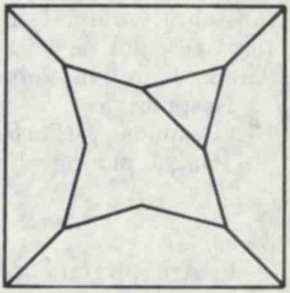


Fig. 117

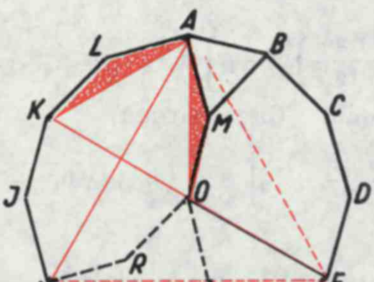


Fig. 118

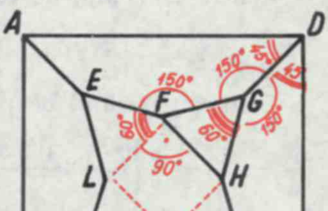


Fig. 119

Toate segmentele notate în interiorul pătratului sînt egale între ele şi egale cu latura dodecagonului regulat. Cititorul va urmări pe figură faptul că suma unghiurilor din vîrfurile pătratului sînt de cîte 90° şi că suma unghiurilor în jurul fiecărui punct interior este de 360°. Cele patru laturi ale patrulaterului sînt egale.

În concluzie, **ABCD** este un pătrat, fără zone de discontinuitate sau suprapuneri între figurile componente.

14. Volumul cilindrului este dat de formula $V=\pi R^2 H$, unde
$V=$ volumul cilindrului,
$R=$raza cercului de bază;
$H=$ înălţimea cilindrului.

Aria laterală a cilindrului este dată de formula; $A=2\pi RH$, unde: $A=$ aria laterală a cilindrului, iar **R** şi **H** au fost precizate anterior.

Cum aria laterală a cilindrului este o constantă, înseamnă că şi produsul **R.H** este o constantă; factorul 2π fiind constant. Înlocuim acest rezultat în formula volumului;

$V=(\pi RH)\cdot R$; şi observăm că deoarece factorul paranteză este o constantă, volumul cilindrilor daţi este direct proporţional cu mărimea razei cercului de bază. Deci, cu cît raza bazei este mai mare, cu atît cilindrul are un volum mai mare.

Răspuns: **b**.

15. Răspuns: **c** (Formula lui Simpson).

Pentru prismă şi cilindru:

$$V=\frac{h}{6}(b_1+4b_1+b_1)=b_1 h$$

Pentru piramidă şi con:

$$V=\frac{h}{6}\left(b_1+4\frac{b_1}{4}+0\right)=\frac{b_1 h}{3};$$

Pentru trunchiul de con:

$$V=\frac{h}{6}\left[\pi R^2+4\pi\left(\frac{R+r}{2}\right)^2+\pi r^2\right]=\frac{\pi h}{3}(R^2+R\cdot r+r^2);$$

Pentru trunchiul de piramidă: (baza pătrată)

$$V=\frac{h}{6}\left[b_1+4\frac{(\sqrt{b_1}+\sqrt{b_3})^2}{2^2}+b_3\right]=\frac{h}{3}(b_1+\sqrt{b_1\cdot b_3}+b_3);$$

Pentru sferă:

$$V=\frac{2R}{6}(0+4\pi R^2+0)=\frac{4}{3}\pi R^3$$

16. Răspuns: **a**) Este mai greu nisipul fiindcă are o granulometrie mai compactă — avînd un domeniu mai larg de sortimente de granule; acestea umplu mai bine volumul unitar.

17. Răspuns: **a**) În cazul vaselor **b** ... **d** este evident că volumele sînt mai mari decît la vasul e. Rămîne să comparăm volumul vasului **a** cu cel al vasului **e**.

Baza de sprijin a vasului **a** este de formă eliptică (secţiune oblică prin cilindru circular) cu diametrul mare egal cu **D**. Aria acestei elipse este oricum mai mică decît aria cercului cu acelaşi diametru **D**. Cum volumul cilindrului este dat de produsul dintre aria bazei şi înălţime (**h**), rezultă că avem de-a face cu un volum mai mic decît în cazul vasului **e**.

Pentru cei care nu sînt convinşi de justeţea acestor raţionamente, redau şi demonstraţia analitică (fig. 120).

$$d = D.\cos\alpha;\ r = d/2;\ H = h/\cos\alpha.$$

$$V_a = \pi r^2 \cdot H = \pi\left(\frac{D\cdot\cos\cdot\alpha}{2}\right)^2 \cdot \frac{h}{\cos\alpha} =$$

$$= \frac{\pi D^2 \cdot h}{4}\cos\alpha.$$

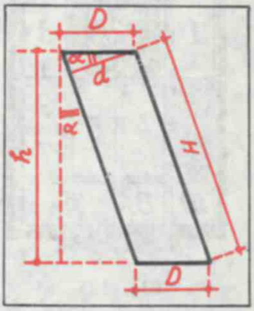


Fig. 120

Comparăm cu volumul cilindrului drept; $V_e = \frac{\pi D^2 \cdot h}{4}$ şi constatăm că: $V_a = V_e \cdot \cos\alpha$. Oricît de puţin înclinat faţă de verticală ar fi cilindrul a $(\alpha > 0) \Rightarrow V_a < V_e$.

18. Răspuns: **d**

19. Sînt convins că perseverenţa dumneavoastră a fost greu încercată de acest joc perfect raţional, şi foarte frumos! Este adevărat, cheia jocului a fost ingenios pitită!

Dificultatea constă în trecerea una pe lîngă alta a pieselor nr. **2** şi **5**. Aceasta nu se poate efectua decît într-o anume poziţie, cu utilizarea locală a tuturor pieselor mici. Apoi, este foarte probabil ca o pripită analiză a jocului să fi deviat de la reuşită multe încercări pentru faptul că s-au menţinut mereu cîte două pătrăţele mici la un loc — pe considerentul că despărţirea lor în raport de 3 : 1 conduce repede la blocaje. Ori, la un moment dat, este necesar să menţinem izolată o singură piesă mică.

Primele 24 de mutări se efectuează numai în partea de jos a „casei" (piesele 1; **2** şi **3** rămînînd în repaus). De asemenea, cu ultimele 10 mutări se afectează numai etajul inferior.

Cea mai scurtă rezolvare, pe care o cunosc şi o pun la dispoziţia cititorului, este din 81 de mutări(!), dar fără a fi demonstrat că acesta este minimum posibil.

Poate că aceste relaţii suplimentare au convins cititorul să mai încerce să rezolve singur problema!

O soluţie este: 9 (parţial), 4, 5, 8 (jos), 6, 10 (parţial), 8, 6, 5, 7 (sus – stînga), 9, 6, 10 (stînga – jos), 5, 9, 7, 4, 6, 10, 8, 5, 7 (jos-dreapta), 6, 4 (vezi figura nr. 121), 1, 2, 3, 9, 7, 6, 3, 2, 1, 4, 8, 10 (dreapta – sus), 5, 3, 6, 8, 2, 9, 7 (sus – stînga), 8, 6, 3, 10 (dreapta – jos), 2 (fig. 112), 9 (jos – dreapta), 1, 4, 2, 9, 7 (parţial), 8, 6, 3, 10, 9 (jos), 2, 4, 1, 7, 8 (stînga), 6, 3, 2, 7, 8, 1, 4 (fig. 123), 7 (stînga – sus), 5, 9, 10, 2, 8, 7, 5, 10 (sus – stînga), 2.,

Fig. 121

Fig. 122

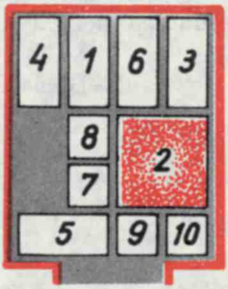


Fig. 123

Altă soluţie se obţine prin simetria mişcărilor faţă de axa lungă a casei.

20. V-aţi confecţionat jucăria? Dacă nu, tot nu aveţi ce face cu soluţia! Dacă da, vă mai pun o întrebare: aţi reuşit să găsiţi cele două moduri de alcătuire a cubului? Dacă da, atunci toată lumea este mulţumită! Dacă nu, ar fi păcat ca tocmai acum cînd v-a „prins“ jocul să vă ofer eu rezolvarea pentru a vă lipsi de satisfacţia aceea unică! ...

21. Soluţiile adunărilor cifrate se redau sub forma unui şir de zece litere, corespunzător şirului celor zece cifre; 0; 1 ,... 9. Deci U = 0; J = 1; ...R = 9.

UJESMGTDAR

22. ALBDNEOHCI
23. CUTBRFLEIA
24. ACNUPLITRE
25. ACBSRPEMIO
26. TAVUONPRSI
27. N(OS)(L)(SO)EA(C)UTI
28. UDBITVLAES
29. EMAUPTNIRL
30. ICABLERTUF
31. TEOCDZUINM
32. ACMB(R)UFE(I)G
33. USCATINRBL
34. ITS(C)M(O)NUER
35. AT(M)PUIC(R)SZ
36. ELAS(R)T(G)DPN
37. T(SB)AO(E)R(U)(BS)IM
38. ELCSRUITAG
39. ALIRVCTUON
40. EBALCTNPIU

CAPITOLUL 1

LABIRINT LOGIC

De la dezlegarea misterului care se urzise în jurul celebrului labirint al Minotaurului din Creta (figura nr. 1.1, „Hic habitat minotaurus“ — „Aici locuieşte minotaurul“), cu ajutorul firului Ariadnei, au trecut milenii; şi totuşi bătrînul labirint fascinează şi astăzi. Este în aceasta statornicia nevoii de aventură a omului de toate vîrstele, îmbinată cu dorinţa sa firească de a cunoaşte; este un fericit amestec de muncă şi joc.

În tot acest timp, numeroase labirinturi şi-au clădit faima de „clasice“. Aşa de exemplu, este labirintul din grădina Hamplon Court de lîngă Londra (figura nr. 1. 2), sau labirintul de gard viu din grădina Rousse Ball.

Fig. 1.1

Fig. 1.2

La fel cum copiii din Grecia şi Roma antică se jucau în astfel de labirinturi, copiii noştri străbat ingenioase labirinturi de sticlă şi oglinzi — atracţii ale marilor parcuri de distracţii, ori află „secretele“ a diferite jocuri labirint publicate în rubricile de divertisment. În acest sens îmi permit să reproduc aici unul dintre cele mai izbutite labirinturi, şi anume pe acela desenat de pastorul matematician şi enigmist — Lewis Caroll, pe atunci cînd avea 20 de ani. (figura nr. 1.3). Pornind din centru, trebuie să găsiţi ieşirea spre exterior. Drumurile trec unul pe sub altul, iar din loc în loc sînt blocate de bariere.

Hänsel şi Gretel s-au rătăcit în labirintul pădurii, căci firimiturile de pîine pe care le-au presărat pe drum au fost ciugulite de păsărele...

Rezolvările puerile, intuitive, la întîmplare, ori prin încercări şi erori au cedat, şi în acest domeniu, locul rezolvărilor matematice, logice şi precise. S-au dezvoltat terminologii, teoreme, teorii. Pornind şi de la acest amuzament — labirintul — s-a născut unul dintre cele mai captivante capitole ale matematicii moderne — topologia.

Pentru feudalii Evului Mediu, care au cultivat misterul şi fantasticul sub diferite forme, labirintul a fost mai mult decît o şaradă el devenind uneori o chestiune de viaţă şi moarte. Multe castele din această epocă sînt adevărate labirinturi, (subsolurile — închisori labirint), cu tot felul de mecanisme secrete, celule cu pereţii glisanţi, galerii tainice, diferite capcane, pereţi dubli etc.

1.1

Înaripaţi de fantezie, să ne închipuim că într-un asemenea subsol-labirint, al cărui plan este schiţat în figura nr. 1.4 a fost întemniţat un oropsit. El a fost introdus pe uşa A, în prima celulă. Pe fiecare perete interior al fiecărei celule era cîte o uşă, astfel încît se putea trece liber dintr-o celulă într-alta pînă la ieşirea B. Pentru a-şi redobîndi libertatea, întemniţatul trebuia să treacă prin fiecare din cele 64 de celule o dată şi numai o dată, cu excepţia celulei în care a fost introdus, prin care avea dreptul să treacă de mai multe ori.

Se spune că, avînd planul labirintului, el a gîndit mult timp ce drum să aleagă, dar pînă la urmă a reuşit să iasă la lumina zilei.

Dumneavoastră aţi găsit „secretul" acestui labirint?

În cele ce urmează vă propun cîteva jocuri „labirint" — care pot fi încadrate în categoria jocurilor raţionale.

1.2

Similar cu exemplul problemă anterior, să considerăm un pătrat cu 8×8 pătrăţele care comunică între ele pe laturi. (vezi fig. nr. 1.5). Unele dintre uşi sînt blocate — marcate prin îngroşarea pereţilor respectivi. Se cere să străbatem toate pătrăţelele, trecînd numai o singură dată prin fiecare pătrăţel, cu o linie continuă închisă. Nu este admisă intrarea şi ieşirea din pătrăţel pe aceeaşi uşă. De observat că, fără cele cîteva „bariere" aşezate anume, linia continuă închisă poate străbate toate pătrăţelele în multe feluri. (figura nr. 1.6).

Problema are soluţie unică şi ea se găseşte în totalitate pe baza raţionamentelor simple şi nicidecum prin încercări şi erori. Pentru aceasta să parcurgem împreună cîteva observaţii de natură teoretică.

Este limpede că în condiţiile date ale problemei, un pătrăţel limitat pe două dintre laturi (de marginea careului, ori de bariere) va putea fi străbătut într-un singur fel. (vezi figura nr. 1.7).

Apoi vom fi atenţi pentru ca linia pe care o trasăm să nu izoleze unul

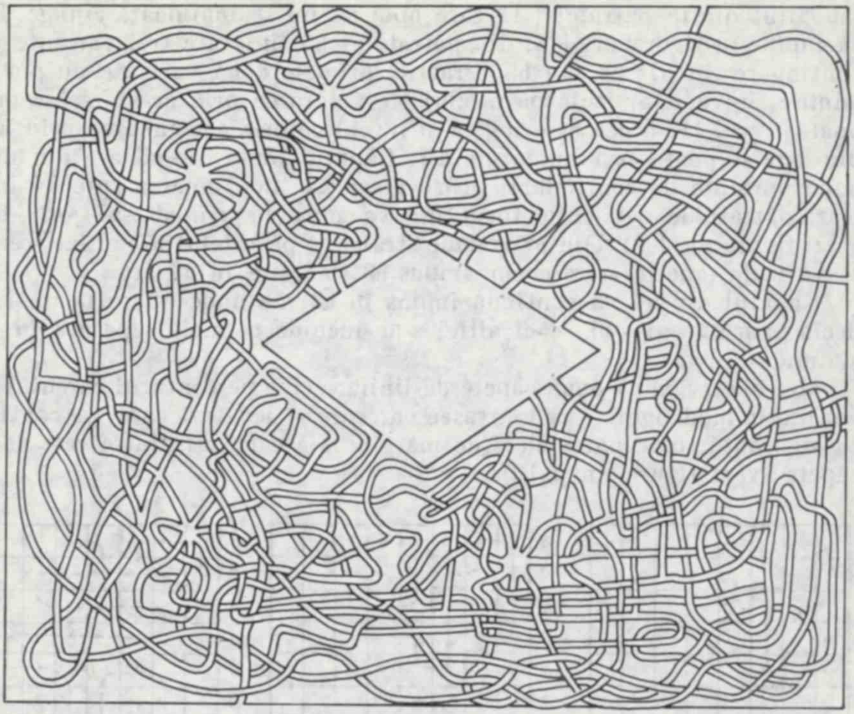


Fig. 1.3

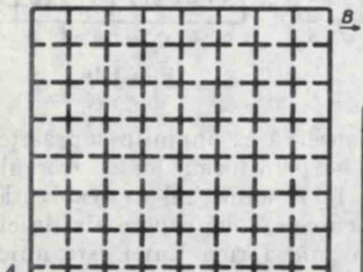


Fig. 1.4

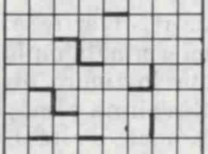


Fig. 1.5

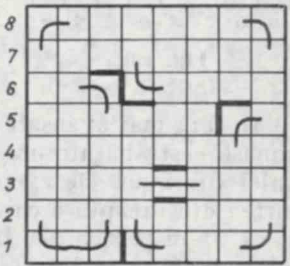


Fig. 1.7

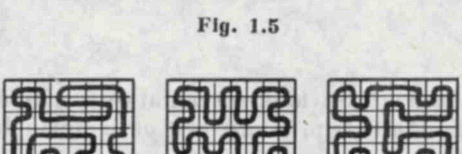


Fig. 1.6

sau altul dintre pătrăţele, la care apoi să nu se mai poată ajunge. De exemplu, în figura nr. 1.8, din pătrăţelul **b6** linia are trei variante de continuare: în **b7**; **a8** sau **b5**. Practic, primele două variante nu pot fi admise, întrucît ar izola pătrăţelul **b5** — fără ca prin acesta să se mai poată trece. De aceea este logică şi ... obligatorie continuarea prin **b5**; din care se poate ieşi numai în **a5**. Capătul liniei din **a5** are din nou două variante de continuare: prin **a6** sau **a4**. Continuarea spre **a4** izolează pătratul **a6** deci obligatoriu linia va continua prin: **a6**—**a7**—**a8**—**b8**. (vezi figura nr. 1.9). Din **b8** trebuie străbătut pătrăţelul **b7**, altfel acesta se va izola, apoi **c7** şi din nou impus **c8** cu ieşire în **d8** etc.

Capătul din **a4** va continua impus în **a3**, de unde nu se poate ieşi decît prin **a2**—**a1**—**b1**, căci altfel s-ar închide o buclă separată în **b3** ş.a.m.d.

Mai observăm că două capete de linii, vecine pe conturul careului se vor uni în mod sigur — pe un traseu oarecare — legătură care va conţine cu siguranţă toate pătrăţelele de margine ale careului dintre cele două capete (vezi figura nr. 1.10).

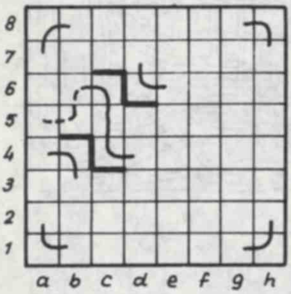


Fig. 1.8

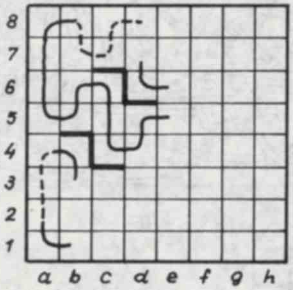


Fig. 1.9

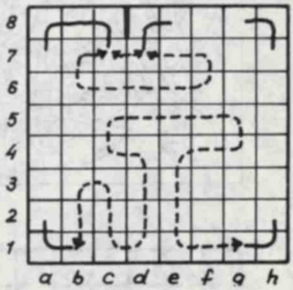


Fig. 1.10

În faze mai avansate ale rezolvării, se observă că anumite suprafeţe rămase nestrăbătute pot determina simplu — prin forma lor — traseul liniei continue. De exemplu în figura nr. 1.11, admiţînd ca rezolvată partea din dreapta a careului (linia plină) cu cele două capete ale liniei în **c7** şi respectiv **d7**, fără nici o altă barieră, forma liniei este unic determinată.

1.3

O variantă a labirintului logic prezentat o constituie labirintul cu porţi impuse, deci cu uşi marcate prin care este obligatoriu de trecut (vezi figura nr. 1.12).

Avînd şi exerciţiul a una, două rezolvări, veţi înţelege că nu este necesau (şi nu este bine) să trataţi nici o liniuţă la întîmplare, căci linia se va dezvolta în întregime prin paşi succesivi logici. În felul acesta vom avea şi conştienţa asupra unicităţii soluţiei.

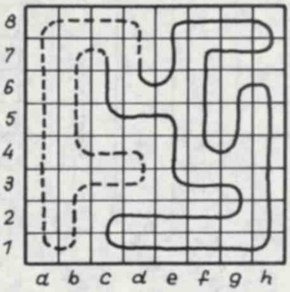


Fig. 1.11

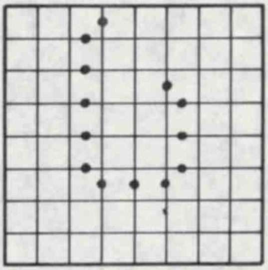


Fig. 1.12

O problemă de acest fel este cu atît mai captivantă cu cît numărul elementelor impuse este mai mic. Ca joc raţional, labirintul logic dezvoltă gîndirea analitică şi gîndirea divergentă, stabilitatea atenţiei, intuiţia, memoria vizuală, deprinderea de a reevalua permanent situaţia, răsplătind în final rezolvitorul cu acel înălţător sentiment de reuşită. El poate constitui o probă de concurs între mai mulţi jucători prin rezolvarea contra timp.

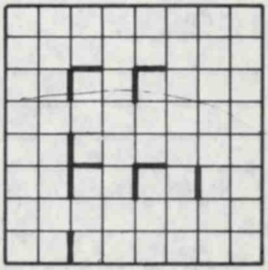
1.4

Suprafaţa de joc (a labirintului) poate fi de diferite forme şi dimensiuni. Totuşi există suprafeţe a căror rezolvare după regulile expuse, nu este posibilă. De exemplu, nu se va putea trasa o asemenea linie continuă închisă care să străbată o singură dată fiecare pătrăţel, în cazul careului de 7×7 pătrăţele — în general a suprafeţelor cu un număr impar de pătrăţele. De ce? Demonstraţi!

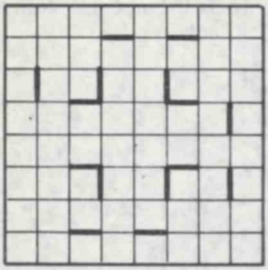
Leibnitz îşi mărturisea, într-o scrisoare, credinţa că „spiritul omenesc scînteiază în jocuri mai puternic decît orice altceva".

Atenţie, acum urmează jocurile!

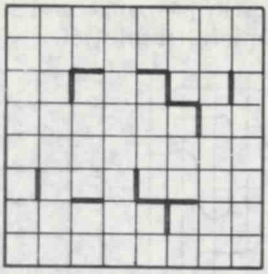
1.5



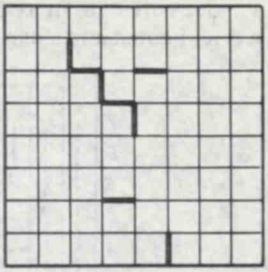
1.6



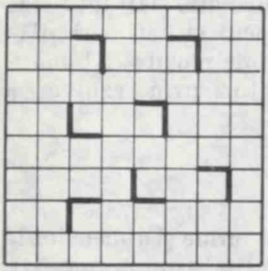
1.7



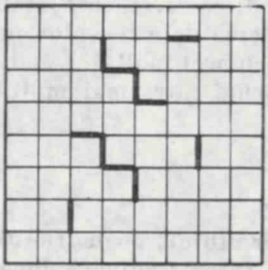
1.8



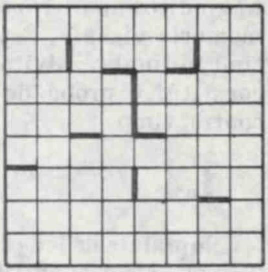
1.9



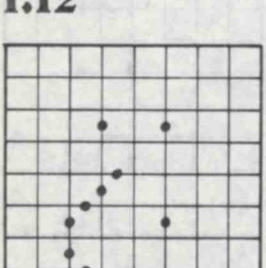
1.10



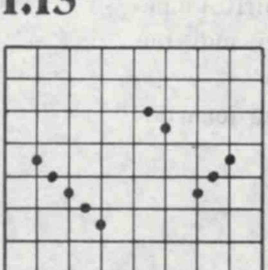
1.11



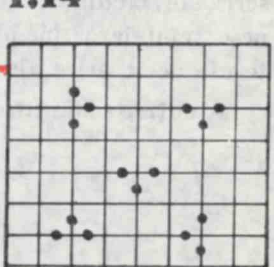
1.12



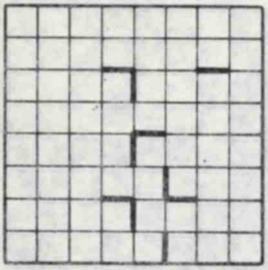
1.13



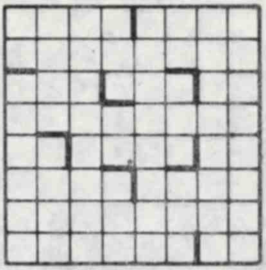
1.14



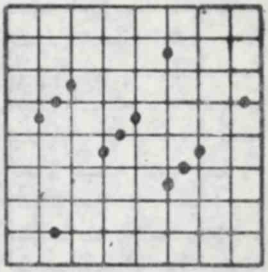
1.15



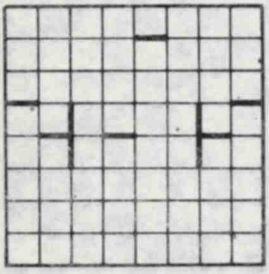
1.16



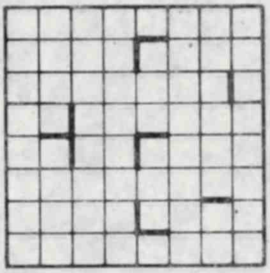
1.17



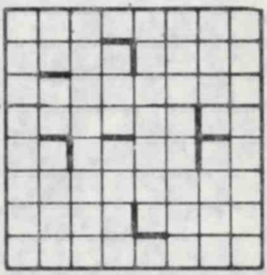
1.18



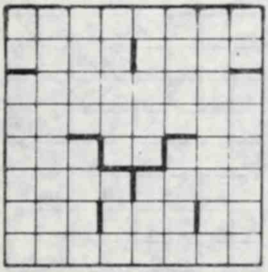
1.19



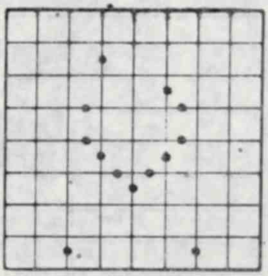
1.20



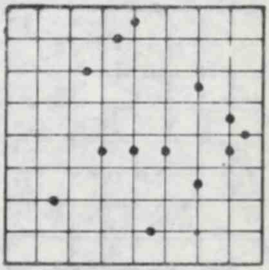
1.21



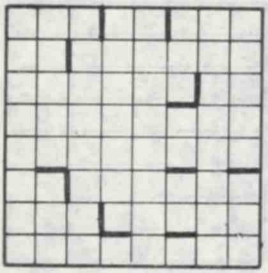
1.22



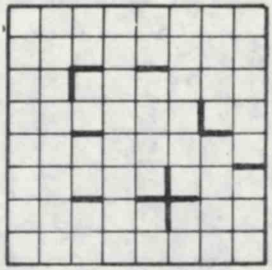
1.23



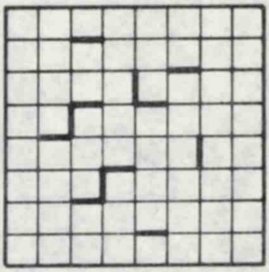
1.24



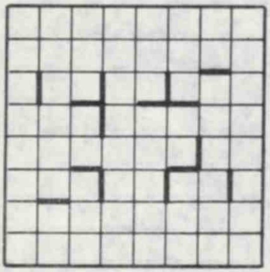
1.25



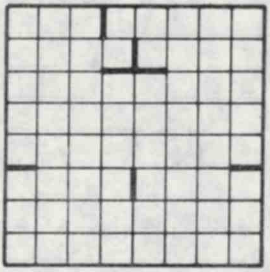
1.26



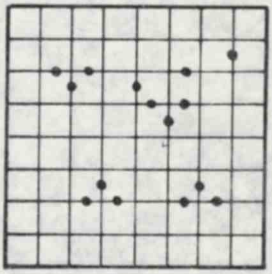
1.27



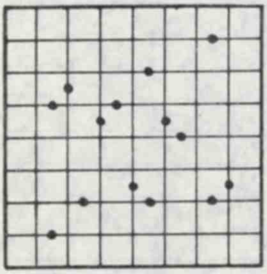
1.28



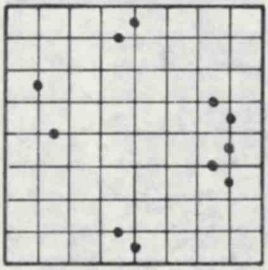
1.29



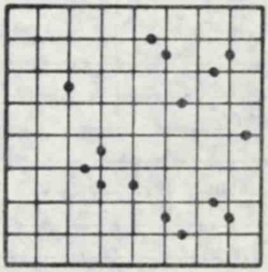
1.30



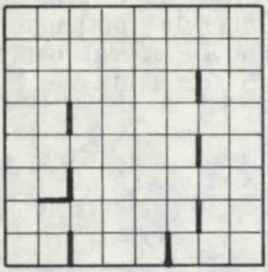
1.31

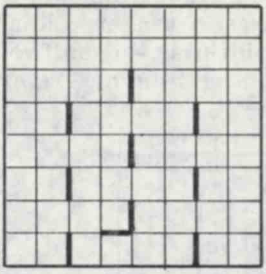


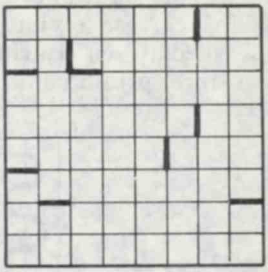
1.32



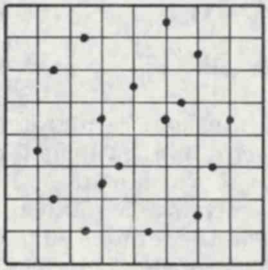
1.33 1.34 1.35







1.36



SOLUŢIILE PROBLEMELOR

1.1. — Pentru o mai succintă expunere a soluţiei, să ne imaginăm cele 8×8 celule ca fiind de două culori: albe şi negre, alternînd la fel cu pătratele unei table de şah (vezi figura nr. 1.13).

În acest fel se observă că sînt 32 celule „albe" şi 32 celule „ negre", iar atît prima celulă (A), cît şi ultima (B) sînt celule negre. Indiferent de ruta pe care s-ar merge, dintr-o celulă neagră se trece obligatoriu într-o celulă albă, şi invers. Va fi imposibil ca ultima din cele 64 de celule în şirul: *negru*, *alb*, *n*, *a*, *n*, *a* ... să fie neagră. În concluzie: se va uza de posibilitatea de a trece de mai multe ori prin prima celulă. Dar cum? Căci şi acest lucru pare imposibil de realizat; căci prima celulă se învecinează numai cu alte două, ori dacă se iese printr-una din ele, se parcurge un drum și apoi se intră prin a doua, nu mai avem cum să părăsim celula inițială.

Cheia soluției este că se intră într-una din celule învecinate cu prima, după care se revine pe aceeași ușă în celula inițială! În continuare se străbate cu ușurință labirintul, în multe variante. De această dată se trece, prin 65 de celule: *n*, *a*, *n*, *a*, *n*, ... (vezi figura nr. 1.14).

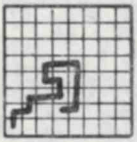


Fig. 1.13

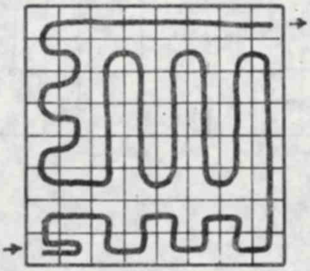


Fig. 1.14

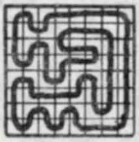


Fig. 1.15

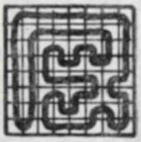
Fig. 1.16

1.2. — Vezi figura nr. 1.15.

1.3. — Vezi figura nr. 1.16.

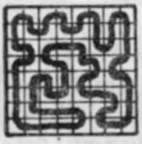
1.4. — Să presupunem, din nou, că pătrățelele suprafeței de joc sînt colorate alternativ: *alb*, *negru*, *a*, *n*, ... Primul pătrățel (cel din care considerăm că pornește linia) se va număra și la urmă pentru închiderea liniei. În acest caz, vom traversa în total un număr par de pătrățele. Dar șirul *a*, *n*, *a*, *n* ... începe și se termină cu pătrățele de culori diferite, ceea ce înseamnă că cele două capete ale liniei vor fi în pătrățele diferite. Aceasta contravine ipotezei de mai sus.

1.5

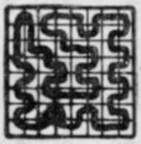


1.6

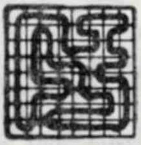
1.7



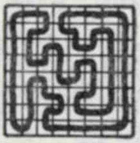
1.8



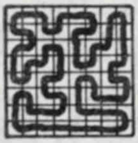
1.9



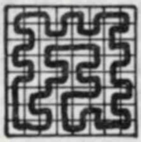
1.10



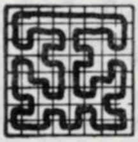
1.11



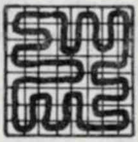
1.12



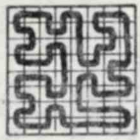
1.13



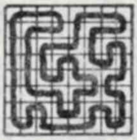
1.14



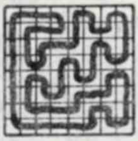
1.15



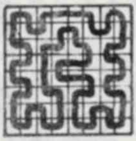
1.16



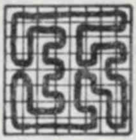
1.17



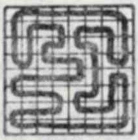
1.18



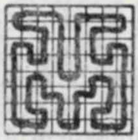
1.19



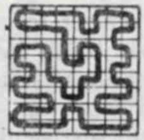
1.20



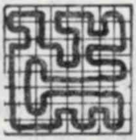
1.21



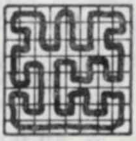
1.22



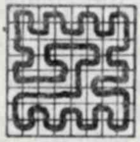
1.23



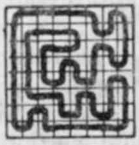
1.24



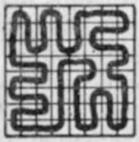
1.25



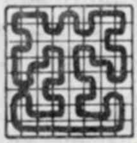
1.26



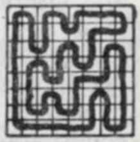
1.27



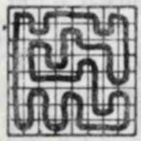
1.28



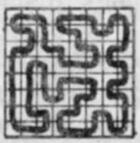
1.29



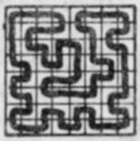
1.30



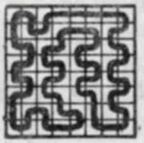
1.31



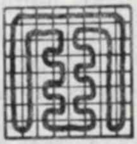
1.32



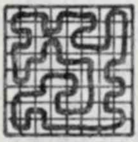
1.33



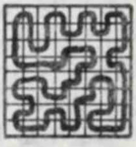
1.34



1.35



1.36



CAPITOLUL 2

CÎINII ŞI VULPEA

Mi-e drag acest joc, pentru ceea ce-mi apropie din trecut ... o întreagă lume a copilăriei, cu primele bîjbîieli în ale jocului raţional, dar mi-e încă odată drag, pentru că întrezăresc şi acum în „bătătura" lui simplă neterminate poveşti vînătoreşti cu vulpi şi cîini. Căci vulpoiul din joc este un hoţ vechi, cu meşteşugul furtişagului bine deprins, cunoscător al tuturor vicleniilor neamului şi uns cu toate unsorile. Ca onorat pădurean a deprins anumite socoteli, ca azvîrlirea cozii înfoiate dintr-o parte întralta înşelînd astfel fuga urmăritorilor, ori minciunile lepădate din goana mare a paşilor, aşa că întotdeauna scăpa cu faţa curată, cu pielea netăbăcită şi cu orătania în bot ... Cam aşa se petreceau lucrurile de cîte ori mă încumetam să joc cu unchiul meu — el cu vulpoiul, eu cu dulăii hămăindu-l pe urme fără a-l putea prinde. De îndată ce schimbam locurile, copoii erau pe urmele mele, se mai încurcau, mai căutau să prindă firul, dar mă stîrneau de oriunde şi nu se potoleau pînă nu făceau roată în jurul vulpii mele, în cele din urmă, suită în vîrful unei sălcii scorburoase. Dar m-am luat cu vorba, şi-ar trebui să vă spun şi dumneavoastră cum e jocul ...

Pentru joc este necesară o tablă de 8×8 pătrăţele (tablă de şah), patru pioni albi şi un pion negru (în loc de pioni se pot utiliza jetoane, monede, nasturi etc.). La începutul jocului piesele se aşază după cum se indică în figura nr. 2.1. Atenţie ca piesele să fie pe pătrăţele de aceeaşi culoare.

Unul dintre jucători va juca cu „cîinii" — cele patru piese albe, iar al doilea va juca cu „vulpea" — piesa neagră. Atît „vulpea" cît şi „cîinii" pot muta numai cîte un pas într-un pătrăţel vecin pe diagonală şi liber. Cu alte cuvinte toate piesele se vor găsi numai pe pătrăţelele negre, în orice moment al jocului. Dar în timp ce vulpea poate efectua acest pas în orice direcţie, cîinii vor muta numai înainte, spre linia a 8-a a tablei, fără a se putea întoarce. De exemplu, în poziţia din diagrama nr. 2.2: vulpea poate muta la **d6**; **f6** sau **f4**; cîinele de la **d2** poate muta la **c3** sau **e3**; cîinele de la **d4** poate muta numai la **c5**, ş.a.m.d.

Ideea jocului, sugerată de însăşi denumirea lui, este urmărirea vulpii de către cîini. Dacă vulpea reuşeşte să ajungă pe linia întîia a tablei de joc (în locul inițial al cîinilor), ea a scăpat de urmărire sau a cîștigat jocul. Cînd vulpea este încercuită de cîini și nu mai poate face nici un pas, a pierdut jocul.

Să încercăm să răspundem la următoarele trei întrebări.

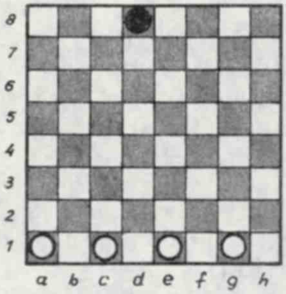


Fig. 2.1

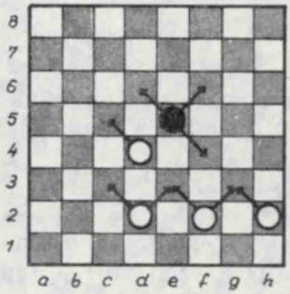


Fig. 2.2

2.1

Care dintre cîini poate trece prin pătrățelul f4?

2.2

Întrucît vulpea poate muta în orice direcție pe tabla de joc, ea are (teoretic) un șir nesfîrșit de mutări. Care este în total numărul maxim de pași pe care-i pot face cei patru cîini?

Mutările se efectuează alternativ. Cînd urmează să mute jucătorul cu cîinii, el va muta un singur cîine, la alegere, dintre cei care pot să mute.

2.3

În cîte feluri (pe cîte drumuri diferite) poate ajunge un „cîine" din poziția inițială pînă pe ultima linie?

În cele ce urmează vom exemplifica tehnica de joc în două partide model.

I.	CÎINII	VULPEA
1.	**a1—b2**	**d8—c7**
2.	**c1—d2**	**—b6**

3.	e1 – f2	– a5
4.	g1 – h2	– b4
5.	d2 – c3	– c5

(Dacă vulpea ar fi mutat la **a3** cîinii reuşeau să o închidă prin: **c3 – b4**)

6.	f2 – e3	– b4
7.	e3 – d4	– c5
8.	h2 – g3	– d6
9.	g3 – h4	– e5 (vezi figura nr. 2.3)
10.	c3 – b4	

(Dacă se mută: **d4 – e5**, vulpea ar fi scăpat în spatele cîinilor, fără a mai putea fi prinsă: **e5 – d4**, şi apoi **– e3**; căci cîinele de la **f4** nu poate ocupa pătratul **e3**).

10.	...	– f6
11.	d4 – e5	– g5
12.	e5 – f6	– h4 (vezi figura nr. 2.4)

... şi vulpea a scăpat spre linia întîia, deoarece nici unul dintre cîini nu poate să ocupe pătratul **g3** (apoi **f2** şi **e1**).

II.	VULPEA	CÎINII
1.	d8 – e7	g1 – h2
2.	– d6	h2 – g3
3.	– c5	e1 – f2
4.	– d4	c1 – d2
5.	– c3	a1 – b2
6.	– b4	d2 – c3
7.	– c5	b2 – a3
8.	– d4	f2 – e3

(vezi figura nr. 2.5)

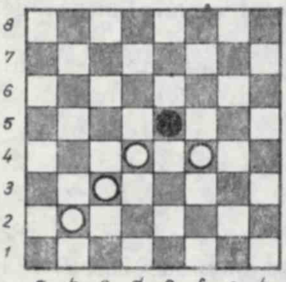


Fig. 2.3

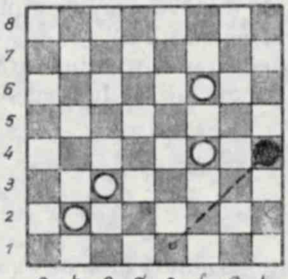


Fig. 2.4

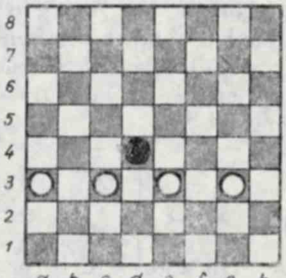


Fig. 2.5

9.	– c5	a3 – b4
10.	– d4	g3 – f4
11.	– c5	e3 – d4
12.	– f6	f4 – g5

13.	—e5	e3—f4
14.	—d6	f4—e5
15.	—c5	e5—d6
16.	—b6	d4—c5
17.	—e7	g5—f6
18.	—d8	f6—e7

(vezi figura nr. 2.6)

19.	—c7	e7—d8
20.	—b6	d6—c7
21.	—a7	c5—b6
22.	—b8	b6—a7

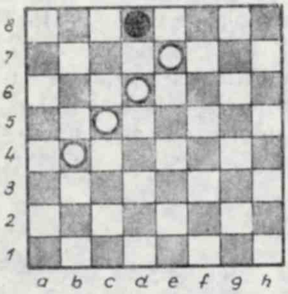


Fig. 2.6

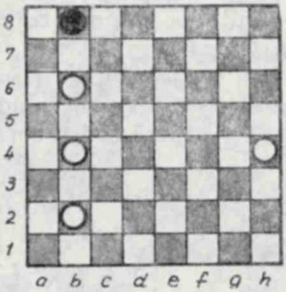


Fig. 2.7

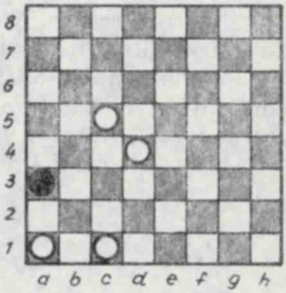


Fig. 2.8

De această dată cîinii au reuşit să încolţească vulpea.

După cum v-aţi dat seama jocul este foarte simplu şi este un joc decis — rezultatul său nu poate fi remiză; ori cîştigă vulpea, ori cîştigă cîinii.

2.4—2.5

În poziţiile ilustrate în figurile nr. 2.7 şi 2.8 urmează la mutare jucătorul cu cîinii. Cum trebuie să joace el pentru a cîştiga?

Prin faptul că teoria jocului este complet pusă la punct, adică s-au studiat toate variantele, şi „cîinii" au în fiecare caz asemenea mutări încît pot să încercuiască vulpea, el poate fi un „joc" numai pentru persoanele care nu cunosc teoria lui. Pentru jucătorii mai puţin versaţi, jocul „cîinii şi vulpea" este un bun îndemn spre urmărirea, analiza şi alegerea variantei de joc. Posibilităţile de mutare la fiecare pas nu sînt prea multe, iar şirul lor este lesne de urmărit pe parcursul a cîţiva paşi în avans.

2.6

Un joc în sine este analizarea şi găsirea strategiei generale cîştigătoare a jocului. Aşadar stabiliţi cum trebuie să joace jucătorul cu cîinii pentru a cîştiga mereu (indiferent de mutările adversarului)?

2.7

Este posibil de găsit o asemenea strategie cîştigătoare şi pentru vulpe?

Jocul poate fi început fię de vulpe, fie de cîini. O variaţie şi un plus de dificultate a analizei jocului se obţine prin alegerea de către „vulpe" a pătratului iniţial după voie.

Acelora dintre cititori care au pasiunea şi posibilitatea aplicării cunoştinţelor elementare de electricitate, mergînd pînă la cele de electronică, jocul „cîinii şi vulpea" le oferă şansa construirii unui automat de joc relativ simplu.

2.8

Analizaţi poziţia de joc din diagrama nr. 2.9. Care dintre jucători va cîştiga acest joc?

2.9—2.11

În fiecare dintre poziţiile date în diagramele nr. 2.10—2.12 urmează la mutare jucătorul cu cîinii ... care şi cîştigă ! Cum?

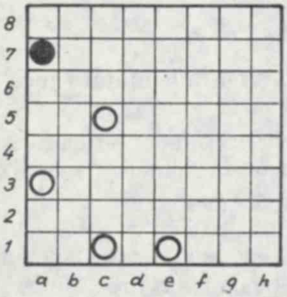


Fig. 2.9

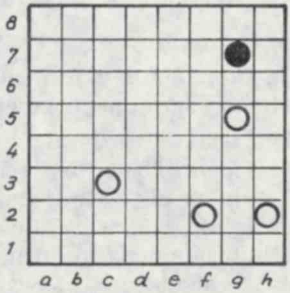


Fig. 2.10

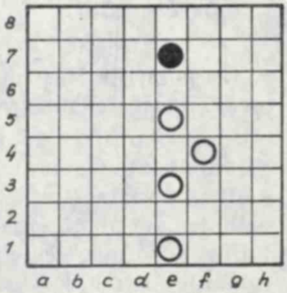


Fig. 2.11

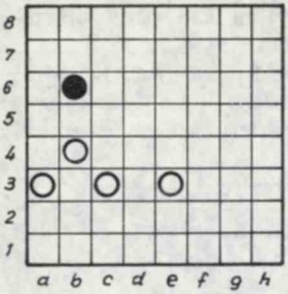


Fig. 2.12

SOLUŢIILE PROBLEMELOR

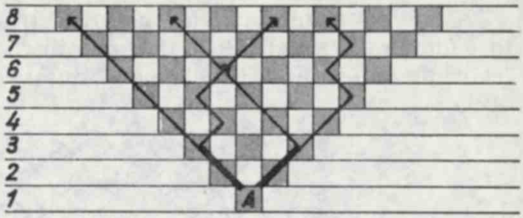


Fig. 2.13

2.1. Cîinii de la **c1**, **e1** şi **g1** pot ajunge prin mutări dirijate şi în pătratul **f4**. Cîinele de la **a1** nu va putea realiza acest lucru, deoarece, cea mai din dreapta traiectorie a lui se confundă cu diagonala **a1—h8**.

2.2. Prin definiţie, mutarea cîinelui se face prin înaintarea cu cîte o linie pe tabla de joc. Din poziţia iniţială, pînă pe ultima linie (a—8—a), fiecare cîine va putea face 7 mutări. În total, cei patru cîini pot face maximum: 7 ×4 =28 mutări.

2.3. În esenţă, se pune problema să stabilim în cîte moduri poate face fiecare cîine cei 7 paşi, de pe linia întîia pînă pe linia a opta. Vom observa de la început că datorită poziţiilor iniţiale diferite, sînt diferite şi traiectoriile — drumurile — pe care le pot străbate aceştia.

Dar, înainte de a porni în rezolvarea concretă a problemei, să elucidăm cîteva aspecte generale. Pentru început să vedem în cîte variante se poate ajunge din pătratul A, mergînd numai pe diagonală în sus (stînga — dreapta) pînă într-unul din pătrăţelele de pe linia a opta (vezi figura nr. 2.13).

Dintr-un pătrat de pe linia a şaptea se poate ajunge pe linia a opta în numai două moduri. (vezi figura nr. 2.14).

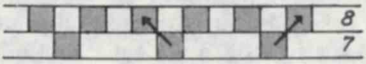


Fig. 2.14

De pe linia a şasea, pe linia a opta se poate ajunge pe 4 drumuri diferite (vezi figura nr. 2.15). Cu fiecare linie în plus numărul variantelor

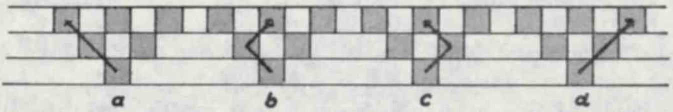


Fig. 2.15

se dublează, ajungînd la linia întîia (pătratul A) la 128 rute diferite. (2^7) (vezi figura nr. 2.16).

Să vedem acum, cîte rute permite structura din figura nr. 2.17, limitată de dreapta (**d**). Prin fiecare dintre segmentele de legătură **A**–**C** (continuări posibile ale schemei) anulate „se pierd" o serie de drumuri.

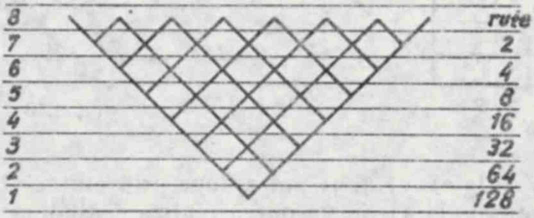


Fig. 2.16

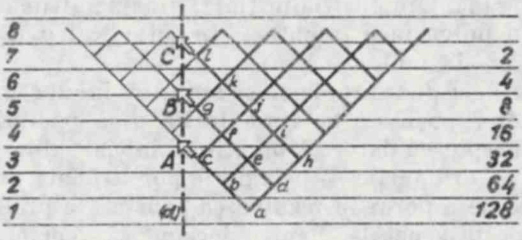


Fig. 2.17

La segmentul **A** se poate ajunge pe o singură rută (**a**. **b**. **c**.), iar prin acest segment se pierd 16 variante. Prin segmentul **B** se pierd un număr de 4 variante, multiplicate cu numărul drumurilor prin care se ajunge la el (**a**.**b**.**c**.**f**.**g**; **a**.**b**.**e**.**f**.**g**; **a**.**d**.**e**.**f**.**g**); deci în total: $4\times3=12$ variante.

Similar, prin segmentul C se pierd $1\times9=9$ variante. (Variantele pe care se ajunge pînă la C sînt în număr de 8 şi anume: **a**.**b**.**c**.**f**.**g**.**k**.**l**; **a**.**b**.**c**.**f**.**j**.**k**.**l**; **a**.**b**.**e**.**f**.**j**.**k**.**l**; **a**.**b**.**e**.**i**.**j**.**k**.**l**; **a**.**d**.**e**.**f**.**g**.**k**.**l**; **a**.**d**.**e**.**f**.**j**.**k**.**l**; **a**.**d**.**e**.**i**.**j**.**k**.**l**; **a**.**b**.**e**.**f**.**g**.**k**.**l**).

În concluzie, structura analizată permite un număr total de 91 de rute. (128–16–12–9)

Acum numărătoarea drumurilor pe care le pot face „cîinii" noştri a devenit simplă!

Cîinele de la **a1** va putea străbate 35 rute diferite (vezi figura nr. 2.18); $128-64\times1-16\times1-4\times2-1\times5=128-93=35$.

Al doilea cîine va străbate 89 drumuri diferite (vezi figura nr. 2.19); $128-16\times1-4\times3-1\times9-2\times1=128-39=89$.

Cîinele de la **e1** are la dispoziţie cele mai multe variante: 103 (vezi figura nr. 2.20); $128-4\times1-1\times5-8\times2=128-25=103$.

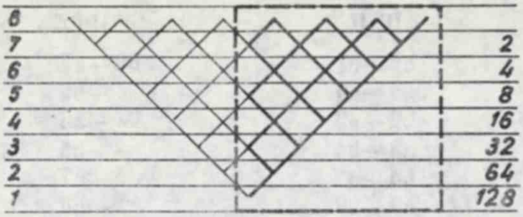


Fig. 2.18

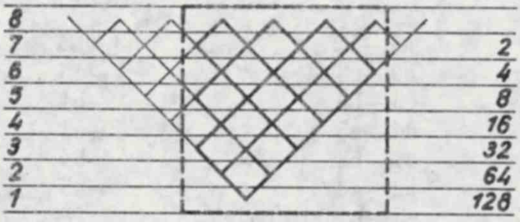


Fig. 2.19

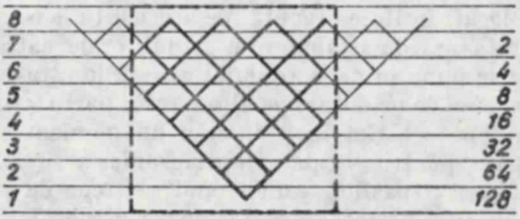


Fig. 2.20

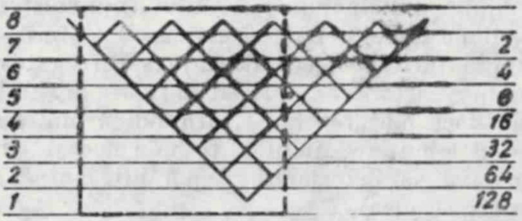


Fig. 2.21

Cel de-al patrulea cîine va străbate 69 de rute diferite (vezi figura nr. 2.21) $128-1\times1-32\times1-8\times2-2\times5=128-59=69$.
Totul s-a redus la cîteva elementare operaţii aritmetice!

2.4.

	CÎINII	VULPEA
1.	b6–c7	b8–a7
2.	b4–c5	–b6
3.	b2–a3	–a5
4.	a3–b4	–b6
5.	b4–a5	–a7
6.	a5–b6	–b8
7.	b6–a7 şi cîştigă	

2.5.

	CÎINII	VULPEA
1.	a1–b2	a3–b4
2.	b2–c3	–a5
3.	c5–b6	–b4
4.	d4–c5	–c3
5.	c1–b2	–b4
6.	b2–a3	–a5
7.	c3–b4 şi cîştigă	

2.6. La prima vedere, strategia pe care trebuie să o aplice cîinii este foarte simplă. Plasaţi în linie dreaptă (pe aceeaşi linie a tablei), cei patru cîini închid orice şansă de străbatere a „zidului" de către vulpe. Odată ce acest tăvălug se pune în mişcare de la o linie la alta el mătură totul din calea sa. Trecerea de pe o linie pe alta a celor patru cîini se face prin patru mutări ordonate astfel încît în nici un moment să nu lase vreo portiţă de scăpare pentru vulpe. În diagrama nr. 2.22 este indicată ordinea de efectuare a paşilor atunci cînd se trece de pe linie impară pe una pară şi apoi pe următoarea – impară. Pînă aici totul este perfect ... numai că, vulpea nu va aştepta resemnată înaintarea în lanţ a cîinilor, ci va încerca să scoată din ritm, să defecteze, mecanismul de atac al acestora. Singura slăbiciune a lanţului se înregistrează în momentul în care un anume cîine trebuie să păşească pe linia din faţă şi nu poate face această mutare deoarece pătratul respectiv este ocupat de către vulpe ! Un exemplu de acest fel este redat în figura nr. 2.23, unde cîinele de la **f2** nu poate face mutarea la **e3**, urmînd să mute un altul dintre cîini. Ei bine, această mutare, „în plus" trebuie efectuată cu mare atenţie pentru ca nu cumva să deterioreze ireparabil lanţul. În poziţia din figura nr. 2.23 dacă se juca:

	CÎINII	VULPEA
1.	b2–a3	e3–d4
2.	d2–e3	–c3,

vulpea ar fi cîştigat, sau:

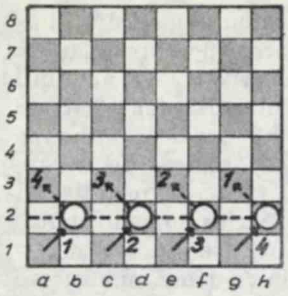


Fig. 2.22

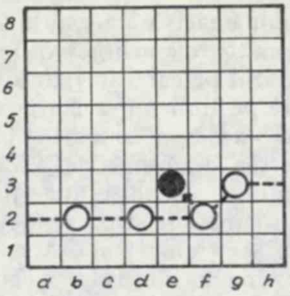


Fig. 2.23

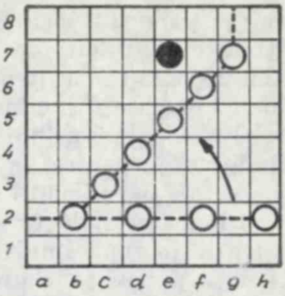


Fig. 2.24

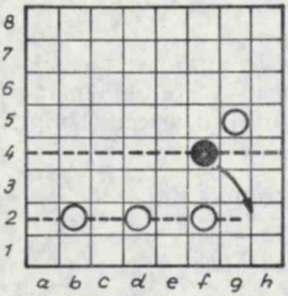


Fig. 2.25

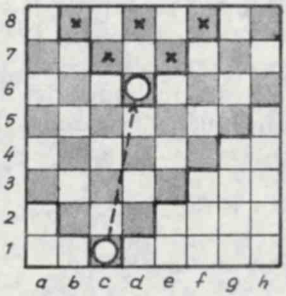


Fig. 2.26

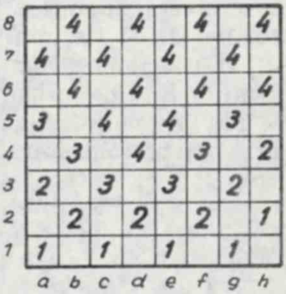


Fig. 2.27

1.	g3—h4	e3—f4
2.	f2—g3	—e3,

şi din nou vulpea scăpa de urmărirea cîinilor.

Pentru a desprinde concluzii asupra tacticii cîştigătoare, să pornim de la cîteva observaţii elementare asupra jocului cîinilor. Aşa de pildă, se observă că cei patru cîini reuşesc uşor să formeze un lanţ de la o margine la alta a careului, pe orizontală — în linie. Nu este posibil acelaşi lucru pe diagonală. (vezi figura nr. 2.24). Atacarea şi încercarea de închidere a drumurilor vulpii din lateral, se va efectua numai în faza finală a jocului (pe ultimele linii), altfel o asemenea tactică este sortită eşecului.

Orice cîine care înaintează şi depăşeşte linia vulpii, sau o lasă pe aceasta să-i treacă în spate, devine inofensiv! (vezi figura nr. 2.25). Atenţie deci, la cursele pe care le întinde vulpea pentru atragerea cît mai departe a cîinilor şi apoi abandonarea acelora care şi-au pierdut „puterea". Este limpede că trei sau mai puţin cîini „sănătoşi" nu vor ţine piept, în cîmp deschis, vulpii.

Spaţiul activ pentru un cîine — suprafaţa de joc pe care poate ajunge el prin diferite mutări, nu se confundă cu întreaga tablă. În figura nr. 2.26 se arată că din start se elimină aportul unui cîine în anumite zone, iar pe parcursul jocului, zona activă a acestuia scade cu repeziciune. Inițial, cei patru cîini au următoarele arii active în număr de pătrățele: 20; 25; 26 și 23 (inclusiv pătratul pe care stă), față de aria activă a vulpii de 32 pătrate. Un cîine de pe linia a 7-a mai are cel mult două pătrate active, iar ajuns pe linia a 8-a devine imobil — blocat — și deci fără vreo importanță pentru vulpe. În diagrama nr. 2.27 este indicat pe fiecare pătrat de joc numărul cîinilor care pot ajunge în el (situație inițială) ... și fiindcă acest lucru este cunoscut și de vulpe (!) va trebui mai multă atenție în zona „minată" a cifrelor 1 și 2. De fapt, așa cum se modifică pe parcursul jocului zona activă, tot așa este în continuă modificare și diagrama analizată.

Elementele de tehnică și tactică relevate pînă în prezent, converg spre aceeași înaintare în lanț prezentată la început, respectiv la traiectoriile ideale ale cîinilor — vezi figura nr. 2.28.

În continuare vom remarca una dintre cele mai avantajoase poziții a cîinilor față de vulpe, ilustrată în figura nr. 2.29. Această „schemă în V", în fața vulpii asigură închiderea oricărei posibilități de acces a vulpii în „spatele frontului". Așa de exemplu:

	CÎINII	VULPEA
1.	**e3—f4**	**f2—g3**
2.	**—e3**	**e1—f2**

Dar să revenim la pozițiile caracteristice în care vulpea provoacă „contrapasul" — dereglarea — în deplasarea lanțului celor patru cîini. Aceste poziții caracteristice sînt cele trei ilustrate în figurile nr. 2.30—2.32. Pe rîndurile pare aceste poziții caracteristice, sînt simetrice față de axa verticală a tablei, cu cele prezentate deja. Cea de a patra poziție (vezi figura nr. 2.33) îi este fatală vulpii, căci va fi închisă la prima mutare În fiecare din pozițiile caracteristice mutarea corectă a cîinilor este impusă, iar jocul capătă aspect de schemă. Desigur că nu vom putea să analizăm răspunsurile cîinilor la orice mutare a vulpii, dar vom prezenta cîte o variantă de bază.

Poziția A (figura nr. 2.30)

	CÎINII	VULPEA
1.	**e1—d2**	**b2—c3**
2.	**a1—b2**	**—d4**
3.	**d2—e3**	**—c3**
4.	**c1—d2**	**—d4**
5.	**d2—c3**	**—e5**
6.	**g1—f2**	**—f4**
7.	**f2—g3**	**—e5**
8.	**b2—a3**	**—d4**

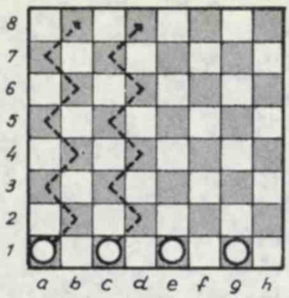


Fig. 2.28

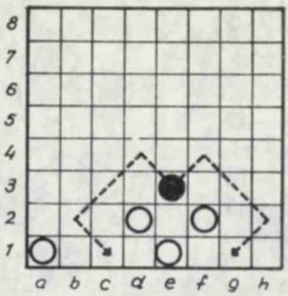


Fig. 2.29

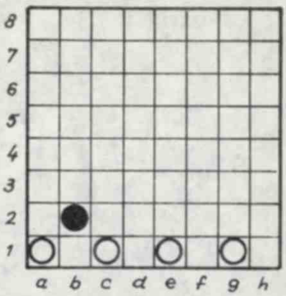


Fig. 2.30

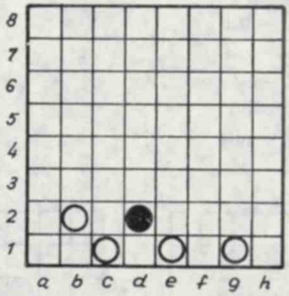


Fig. 2.31

S-a ajuns la poziţia caracteristică **C** (figura nr. 2.32), deplasată cu două linii înainte. Se continuă aşa cum se va vedea la varianta **C**. În loc de **e1 – d2**, cîinii puteau juca şi **g1 – f2** cu posibilitatea de victorie. Orice altă primă mutare este greşită căci vulpea are joc cîştigător.

Poziţia B (figura nr. 2.31)

Singurul joc corect al cîinilor este:

	CÎINII	VULPEA
1.	**g1 – f2**	**d2 – e3**
2.	**e1 – d2**	**– f4**
3.	**f2 – g3**	**– e3**
4.	**e1 – f2**	**– d4**
5.	**f2 – e3**	**– e3**

Din nou poziţia caracteristică **C** – simetrică faţă de axa mediană a tablei.

Poziția C (figura nr. 2.32)

	CÎINII	VULPEA
1.	**b2—c3**	**f2—e3**
2.	**g1—f2**	**—d4**
3.	**f2—e3**	**—e5**
4.	**e1—f2**	**—f4**
5.	**f2—g3**	**—e5**
6.	**c3—d4**	**—d4**
7.	**d2—c3**	**—e5**
8.	**c3—d4**	**—f4**

sau, o altă variantă:

1.	**b2—c3**	**f2 —g3**
2.	**e1—f2**	**—f4**
3.	**g1—h2**	**—e3**
4.	**h2—g3**	**—d4**
5.	**f2—e3**	**—e5**
6.	**c3—b4**	**—d4**
7.	**d2—c3**	**—e5**
8.	**c3—d4**	**—f4**

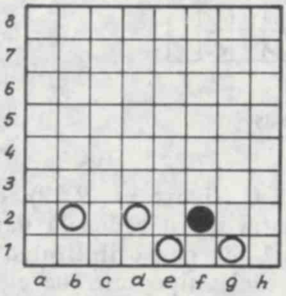


Fig. 2.32

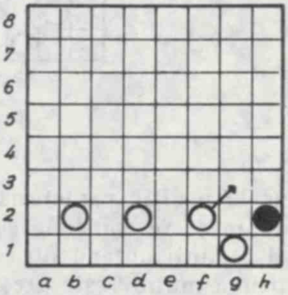


Fig. 2.33

În ambele variante s-a ajuns la aceeaşi poziţie caracteristică **C** — deplasată cu două linii în faţă. Şi în acest caz prima mutare a cîinilor este impusă — singura mutare care le asigură victoria fiind **b2—c3**. Iată de exemplu ce se întîmplă la mutarea **d2—e3**:

	CÎINII	VULPEA
1.	**d2—e3**	**f2—g3**
2.	**b2—c3**	**—f4**
3.	**g1—h2**	**—e5**
4.	**h2—g3**	**—d4**
5.	**e1—d2**	**—c5**
6.	**c3—b4**	**—d4**

7.	**d2—e3**	**—e5**
8.	**e3—d4**	**—f4**

... datorită unei greşeli a vulpii s-a ajuns din nou în poziţia caracteristică **C**. Totuşi vulpea cîştigă:

1.	**d2—e3**	**f2 —g3**
2.	**b2—c3**	**—f2**
3.	**c3—d4**	**—g3**
4.	**d4—e5**	**—f2**

5. **e5—f6** ... de acum este clar că piesa de la **f6** nu mai contează în luptă şi vulpea nu mai poate fi oprită de cele trei piese imobile din faza întîia.

În concluzie, în poziţiile caracteristice cîinii vor efectua prima mutare după cum urmează:

— în poziţia **A** se joacă: **e1—d2**, sau **g1—f2**,
— în poziţia **B** se joacă: **g1—f2**,
— în poziţia **C** se joacă: **b2—c3**.

Mutările ulterioare vor fi dirijate funcţie de jocul vulpii, cu atenţie la respectarea regulilor prezentate şi în special căutînd aranjarea în *V* în faţa vulpii. Astfel se va ajunge din nou într-una din poziţiile caracteristice, unde se repetă strategia, ... pînă cînd vulpea va fi blocată pe una din liniile finale.

2.7 S-a arătat anterior (2.6) că în orice caz cîinii au o strategie cîştigătoare, ceea ce exclude posibilitatea de victorie a vulpii.

2.8 Dacă urmează la mutare vulpea:

	VULPEA	CÎINII
1.	**a7—b6**	...
2.	**—c7**	...
3.	**—c6**	...
4.	**—e5**	... indiferent de mută-

rile cîinilor. De aici vulpea nu mai poate fi oprită de numai doi cîini! Dacă, în schimb, urmează să mute cînii:

	CÎINII	VULPEA
1.	**c5—b6**	**a7—b8**
2.	**b6—c7**	**—a7**
3.	**a3—b4**	**—b6**
4.	**b4—c5**	**—a5**
5.	**e1—d2**	**—b4**
6.	**d2—c3**	**—a3**
7.	**c1—b2**	**—b4**
8.	**b2—a3**	**—a5**
9.	**a3—b4**	**—b6**
10.	**b4—a5**	**—a7**

11.	a5–b6	–b8
12.	b6–a7 și cîștigă.	

Deci, în poziția dată, cîștigă jucătorul care urmează să mute.

2.9	CÎINII	VULPEA
1.	g5–f6	g7–f8
2.	f6–e7	–g7
3.	c3–d4	–f6
4.	d4–e5	–g5
5.	h2–g3	–f4
6.	f2–e3	–g5
7	e3–f4	–f6
8.	f4–g5	–g7
9.	e5–f6	–h6
10.	f6–g7 și cîștigă.	

2.10	CÎINII	VULPEA
1.	c3–d4	e7–d6
2.	d4–c5	–e7
3.	e1–d2	–b6
4.	d2–c3	–a5
5.	c3–b4	–b6
6.	b4–a5	–c7
7.	a5–b6	–d6
8.	f4–g5	–e7
9.	c5–d6	–f6
10.	d6–e7	–g7
11.	e5–f6	–h6
12.	f6–g7 și cîștigă	

2.11	CÎINII	VULPEA
1.	b4–c5	b6–c7
2.	c3–d4	–d6
3.	d4–e5	–e7
4.	e3–f4	–f6
5.	f4–g5	–e7
6.	a3–b4	–d6
7.	b4–a5	–c7
8.	a5–b6	–d6
9.	b6–c7	–e7
10.	c5–d6	–f6
11.	d6–e7	–g7
12.	e5–f6	–h8
13.	f6–g7 și cîștigă.	

CONFIGURAŢII MAGICE

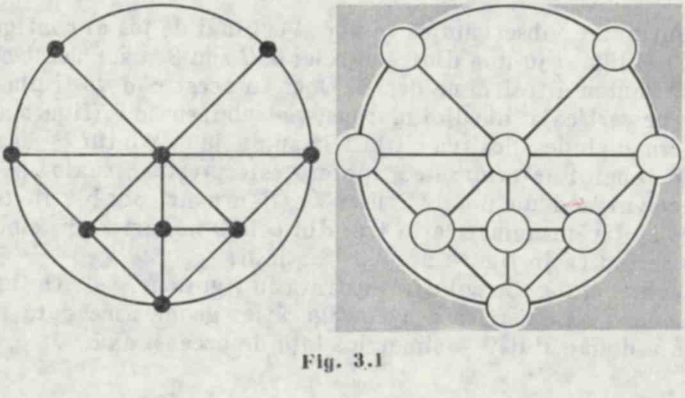
Am numit în acest fel unele dintre cele mai vechi şi mai răspîndite jocuri cu caracter matematic, intitulate pînă acum „jocuri cu numere". Prin simplitatea ideii sale (care-l face accesibil unui public larg), precum şi datorită imensei varietăţi, acest tip de joc a pătruns, în diferite forme, în majoritatea rubricilor de amuzament a celor mai diverse publicaţii.

3.1

În ce constă jocul? Se dă o anumită figură geometrică alcătuită din linii drepte şi curbe care se intersectează în puncte —„noduri". Să luăm de exemplu desenul din figura nr. 3.1 a; un cerc şi 7 segmente cu un total de 9 puncte de intersecţie. Problema constă în plasarea în nodurile figurii a unor numere date astfel încît suma numerelor de pe fiecare linie dreaptă şi curbă să fie mereu aceeaşi.

În exemplul nostru se vor plasa în nodurile figurii (vezi figura nr. 3.1 b) numerele de la 1 la 9 cîte o singură dată fiecare în aşa fel încît pe orice linie dreaptă şi curbă suma numerelor să fie constantă: 18.

Este lesne de presupus că înscrierea numerelor în noduri nu se va face la întîmplare — prin încercări — ci va trebui să aibă la bază o atentă analiză a particularităţilor figurii, a nodurilor şi chiar a sumei date,



b

Fig. 3.1

respectiv să corespundă „cheii“ jocului. La acest rezultat final vom ajunge adesea prin simple calcule aritmetice, sau chiar algebrice.

De exemplu: în cazul jocului dat, vom observa că nodul central (centrul cercului) face parte din 4 sume de 18 (de cîte trei numere fiecare) şi că una dintre cele 8 sume de 18 este alcătuită din 5 termeni (suma de pe cercul marginal).

Cu numerele de la 1 la 9 se pot alcătui următoarele triplete de numere, cu suma 18:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
×							×	×	1.8.9. $\Sigma=18$
	×					×		×	2.7.9.
		×			×			×	3.6.9.
			×	×				×	4.5.9.
		×				×	×		3.7.8.
			×		×		×		4.6.8.
				×	×	×			5.6.7.
1	1	2	2	2	3	3	3	4	=Numărul de utilizări

Prin urmare, în nodul central al structurii (despre care ştim că face parte din 4 sume) va trebui plasată cifra 9.

Analizînd apoi cei 5 termeni cu suma 18, ajungem la concluzia că aceştia nu se pot constitui decît într-una din următoarele trei variante:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
×	×	×	×				×		1.2.3.4.8. $\Sigma=18$
×	×	×		×		×			1.2.3.5.7.
×	×		×	×	×				1.2.4.5.6.

În continuare, observăm că în nodul cel mai de jos al configuraţie va fi plasată obligatoriu una dintre cifrele: 6, 7 sau 8, căci acest nod participă la formarea a trei sume de 18. Dacă în acest nod va fi plasată cifra 8, atunci pe verticală, imediat mai sus, va trebui să fie 1. (figura nr. 3.2 a). Acest lucru exclude folosirea cifrei 1 în suma de pe contur — aşa cum am văzut în tabelul anterior; deci ipoteza este greşită. Analog se arată că în respectivul nod nu poate fi nici 7. (figura nr. 3.2 b). În concluzie: am ajuns să fixăm numerele în trei din cele 9 noduri — în mod unic — aşa cum se indică în figura nr. 3.3. Ş.a.m.d.

În final se ajunge la soluţia ilustrată în figura nr. 3.4. Desigur, simetria faţă de o axă verticală a configuraţiei geometrice dată generează existenţa a două soluţii — simetrice faţă de aceeaşi axă.

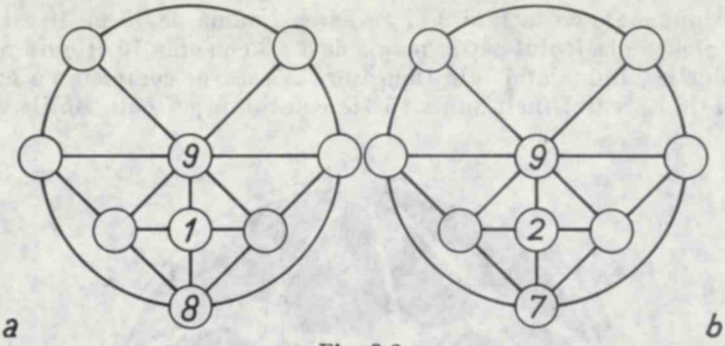


Fig. 3.2

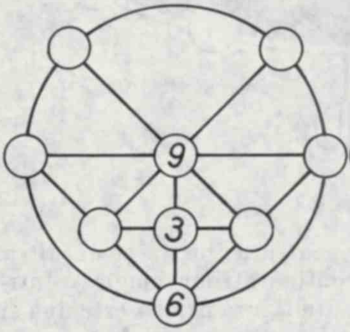


Fig. 3.3

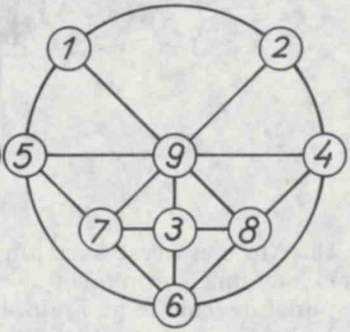


Fig. 3.4

3.2

Numim configuraţia geometrică dată drept „magică" (prin analogie cu pătratul magic), datorită constanţei sumei pe liniile sale. Din acest punct de vedere pătratele magice sînt cazuri particulare ale configuraţiilor magice. Iată de exemplu, configuraţia magică din figura nr. 3.5, comple-

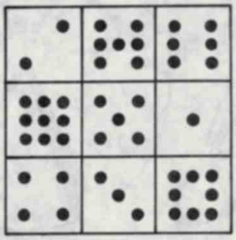


Fig. 3.5

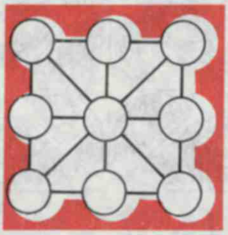


Fig. 3.6

tată cu numerele de la 1 la 9 şi cu aceeaşi sumă de 15 pe fiecare linie, este analoagă clasicului pătrat magic de 3 ×3 cu suma 15 (figura nr. 3.6).

Nodurile „umbreluţei" din figura nr. 3.7 se vor completa cu numerele de la 1 la 9, astfel încît suma să fie constantă pe toate liniile curbe şi

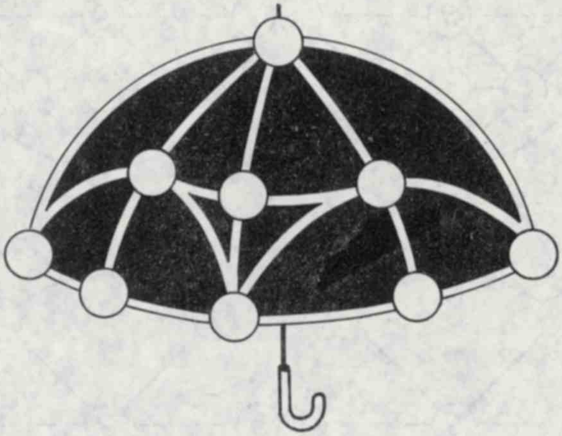


Fig. 3.7

egală cu 18. Am ales acest exemplu pentru a ilustra şi un alt aspect al problemei şi anume: echivalenţa configuraţiilor magice. Într-adevăr, din acest punct de vedere, umbreluţa din figura nr. 3.7 este una şi aceeaşi cu desenele din figura nr. 3.8 iar toate acestea se transformă uşor în configuraţia magică dată în figura nr. 3.1 !

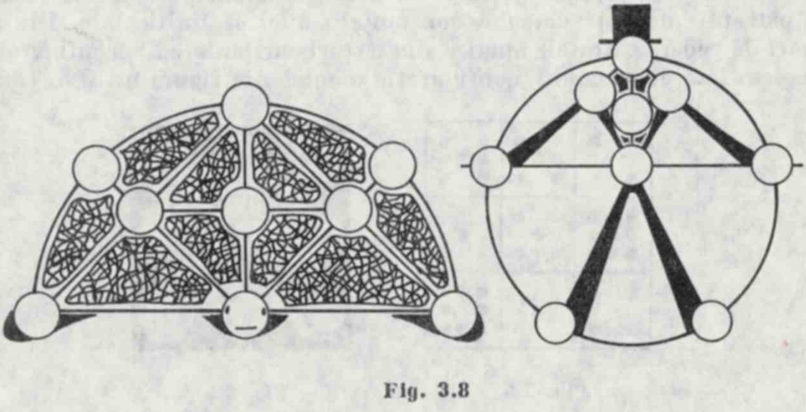


Fig. 3.8

3.3

O şi mai interesantă analogie vom constata între unele configuraţii (magice) geometrice plane şi configuraţiile sau structurile spaţiale. Aşa de exemplu, configuraţia magică din figura nr. 3.9, completată cu numerele 0 ... 8 şi suma constantă de 18 este analoagă — echivalentă — cu o structură spaţială în formă de cub, cu noduri în vîrfuri şi în centru. În cazul „cubului magic" (vezi figura nr. 3.10), care se alcătuieşte cu aceleaşi numere de la 0 la 8, suma este constantă (18) pe cele 6 feţe şi în două plane diagonale perpendiculare.

În cele ce urmează, vom nota caracteristicile configuraţiei magice astfel:

- **N** — numerele întregi (de obicei naturale şi consecutive) care trebuiesc aşezate în nodurile configuraţiei magice.
- **n** — numărul de noduri ale configuraţiei;
- **Σ** — suma constantă a configuraţiei;
- **k** — numărul de sume, respectiv numărul liniilor drepte şi curbe ce alcătuiesc configuraţia;
- **r** — raportul între *k* şi *n*;
- **s** — numărul soluţiilor distincte.

Pentru a nu se înţelege cumva că un asemenea joc — configuraţia magică — se poate alcătui din orice figură geometrică cu linii drepte şi curbe şi cu noduri de intersecţie a acestora, voi preciza aici cîteva condiţii cristalizate prin studiul unui număr mare de asemenea jocuri. Aşadar, pentru ca jocul să fie deopotrivă plăcut în rezolvare şi izbutit trebuie ca:

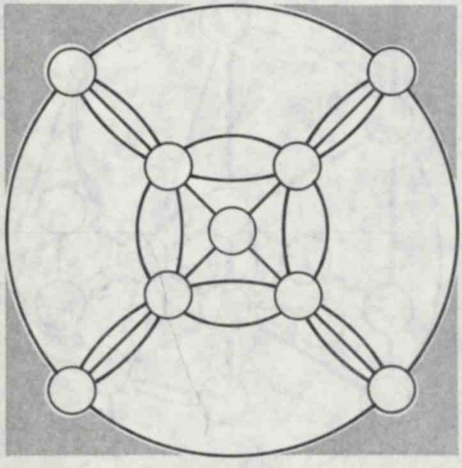


Fig. 3.9

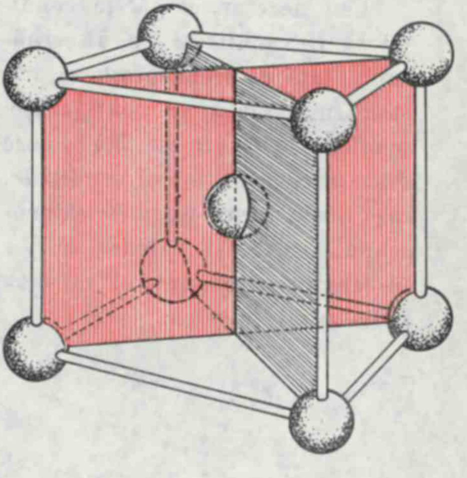


Fig. 3.10

— în fiecare nod al configuraţiei să se întîlnească cel puţin două linii (drepte sau curbe); cu alte cuvinte fiecare nod să participe în cel puţin două sume constante:

— să nu fie intersecţii de linii fără noduri numerice,

— forma geometrică a configuraţiei să fie într-un fel deosebită (fie că prezintă una sau mai multe simetrii, fie că sugerează un obiect, o constelaţie, o figură de orice natură, fie că are pur şi simplu o valoare decorativă), să fie clară, curată, aerată, să permită distingerea uşoară a sumelor constante.

—numerele care completează configuraţia magică să fie utilizate fiecare cîte o singură dată, să fie pe cît posibil primele *n* numere naturale, dar în orice caz să corespundă unei anumite reguli simple, într-o anumită ordine (de exemplu: primele *n* numere prime);

— rezolvarea să se poată face pe cel puţin o cale logică, simplă şi nicidecum prin obositoare încercări şi erori;

— raportul $r=k/n$ să aibă valoare cît mai apropiată de 1; dacă este posibil chiar supraunitar, căci în acest fel cu noduri puţine — printr-o fericită legare a lor — se obţin sume cît mai multe;

— soluţia jocului să fie unică; în cel mai rău caz o familie de soluţii simetrice.

— **(N=1 ... 18; n=18; Σ =33; k=18; r=1; s=1)**

3.4

Este necesar, ca aceste condiţii să fie analizate cu discernămînt. Iată de pildă, personal, găsesc interesantă şi configuraţia magică din figura nr. 3.11, care deşi întruneşte toate condiţiile, mai puţin forma geometrică deosebită, are totuşi valoare de joc în ceea ce-şi propune el să dezvolte rezolvitorului.

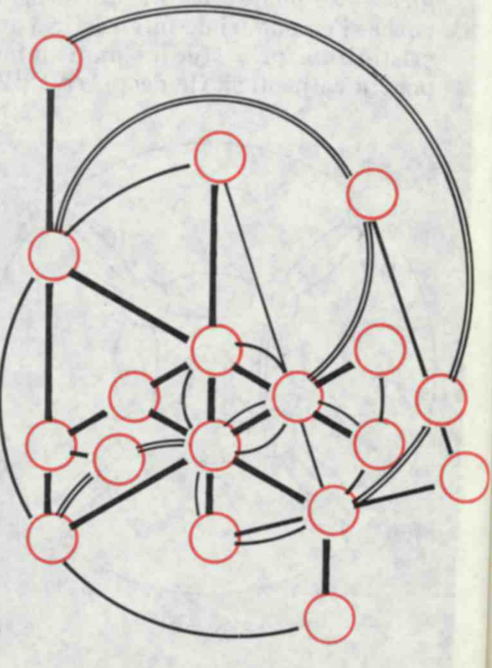


Fig. 3.11

3.5

Tot aşa, configuraţia magică din figura nr. 3.12 are un coeficient r = 0,66 faţă de configuraţia din figura nr. 3.13 (cu două legături — sumă — în plus) care are un coeficient r =0,77, dar care are o rezolvare prea facilă. Pe care să o alegem?

Există foarte multe construcţii geometrice care nu au rezolvare de configuraţie magică; cîteva exemple de acest fel fiind ilustrate în figura

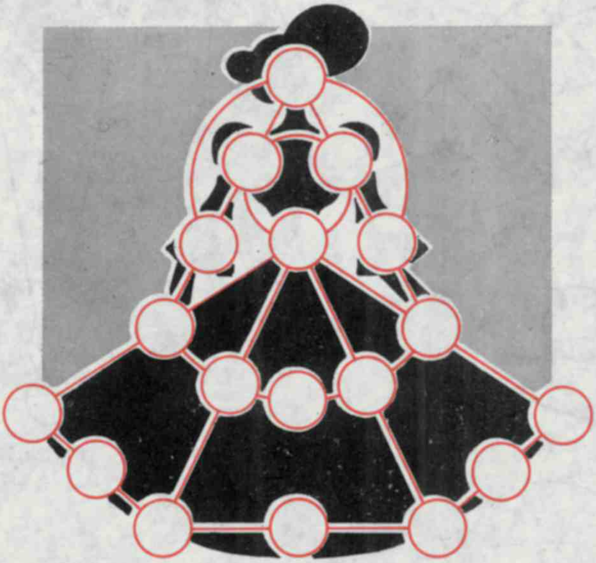


Fig. 3.12

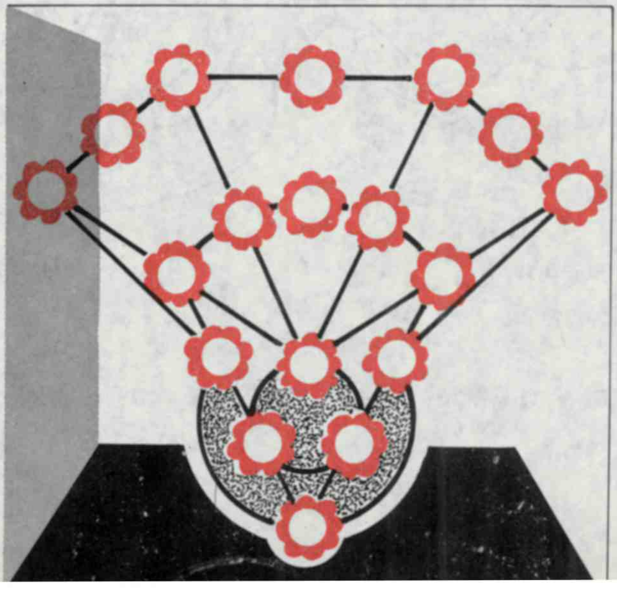


Fig. 3.13

nr. 3.14. Truda „descoperirii" unei configuraţii magice reuşite se aseamănă cu aceea a găsirii bobului preţios în grămada de nisip ... după care, bobul odată găsit mai trebuie şlefuit!

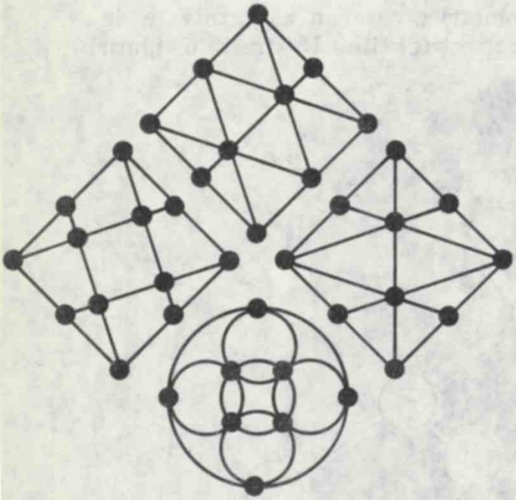


Fig. 3.14

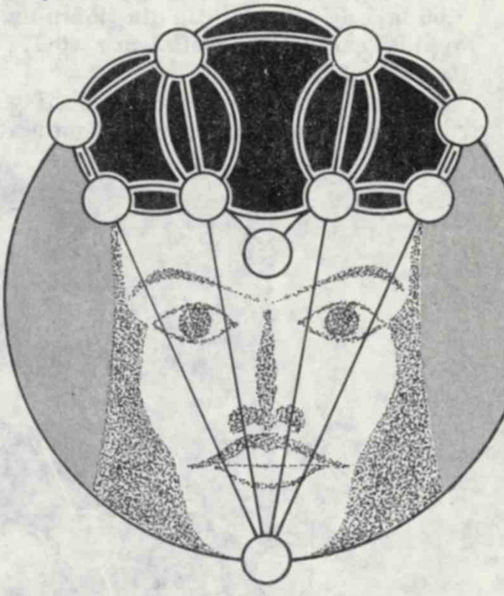


Fig. 3.15

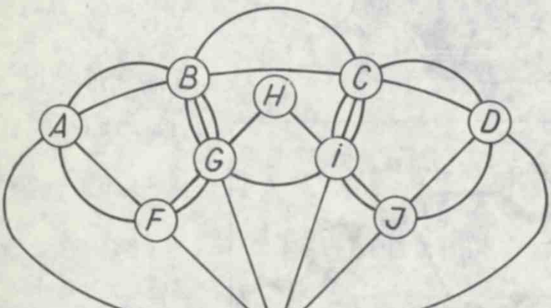


Fig. 3.16

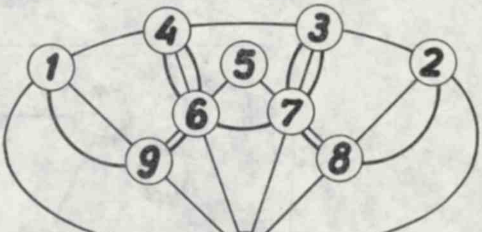


Fig. 3.17

3.6

Fig. 3.15 N=1 ... 10; n=10; Σ=20; k=10; r=1,00; s=2×2×2=8.

Rezolvarea unui asemenea joc se poate face şi pe cale pur algebrică, printr-un sistem de **k** ecuaţii cu **n** necunoscute — sistem linear — cu rezolvare în numere întregi, cînd se cunoaşte domeniul de definiţie al rădăcinilor. De exemplu, în cazul configuraţiei magice din figura nr. 3.15, se notează cele 10 (**n**) necunoscute aşa cum se indică în figura nr. 3.16 şi se scriu cele 10 (**k**) ecuaţii:

(1) $A+B+C+D+E = 20$
(2) $A+B+F+G = 20$
(3) $A+E+F = 20$
(4) $B+E+G = 20$
(5) $B+C+G+I = 20$
(6) $C+E+I = 20$
(7) $C+D+I+J = 20$
(8) $D+E+J = 20$
(9) $F+G+H = 20$
(10) $H+I+J = 20$

Desigur, mai putem completa sistemul de ecuaţii cu condiţia:

(11) $A+B+C+D+E+F+G+H+I+J = 55$ şi
(12) $A \neq B \neq C \neq D \neq E \neq F \neq G \neq H \neq I \neq J$

Din (1) + (9) + (10) $\Rightarrow$
$A+B+C+D+E+F+G+2H+I+J = 60$ (13)
înlocuind în (13) pe (11) obţinem: $H=5$

Din (2)+(7) $\Rightarrow$
$A+B+C+D+F+G+I+J = 40$ (14), dar (11) — (14) dă: $E+H=15$ în care înlocuind pe $H=5$ obţinem: $E=10$.

Dacă înlocuim pe $E=10$ în (1) obţinem:
$A+B+C+D=10$, sau A; B; C şi D nu pot fi decît: 1; 2; 3 sau 4.
De aici, obţinem soluţiile:

I.	A=1;	F=9;	G=6;	B=4;	C=3;	... (figura 3.17).
II.				sau	C=2;	...
III.	A=2;	F=8;	G=7;	B=3;	C=4;	...
IV.				sau	C=1;	...
V.	A=3;	F=7;	G=8;	B=2;	C=4;	...
VI.				sau	C=1;	...
VII.	A=4;	F=6;	G=9;	B=1;	C=3;	...
VIII.				sau	C=2;	...

În continuare sînteţi invitaţi să vă încercaţi singuri „puterile" cu cîteva configuraţii magice.

3.7

Figura 3.18 $N = 1 \ldots 12$; $n=12$; $\Sigma=26$; $k=11$; $r=0{,}916$; $s=4$.

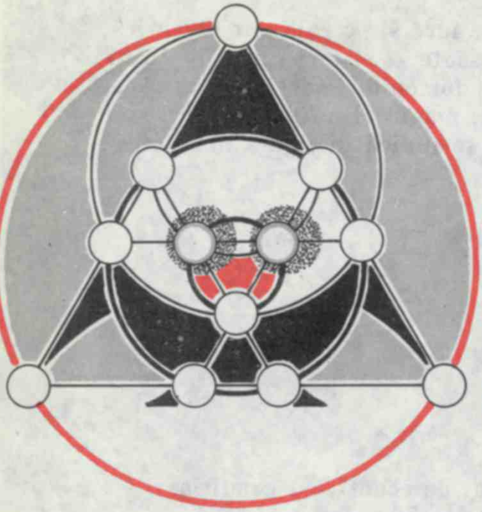


Fig. 3.18

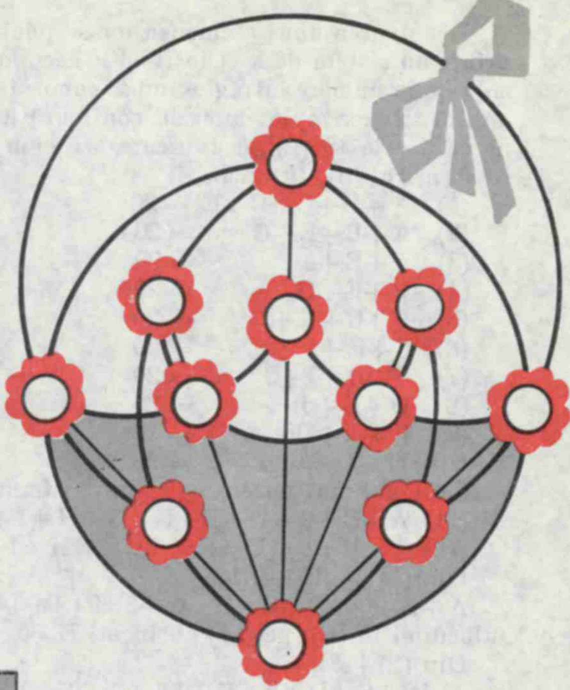


Fig. 3.19

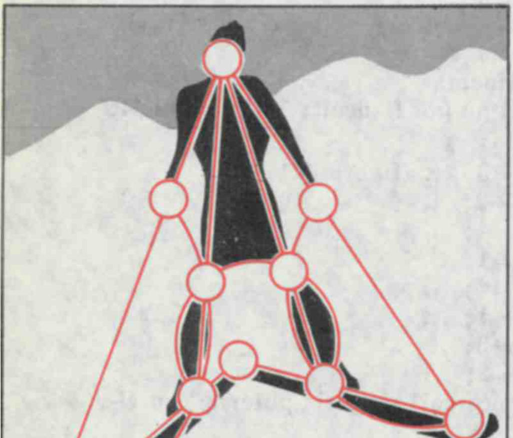


Fig. 3.20

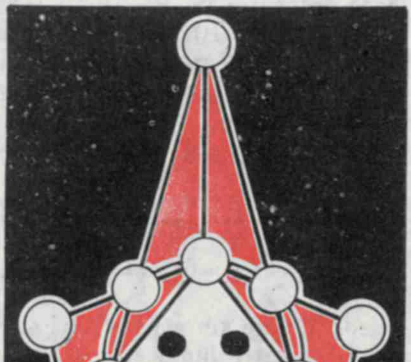


Fig. 3.21

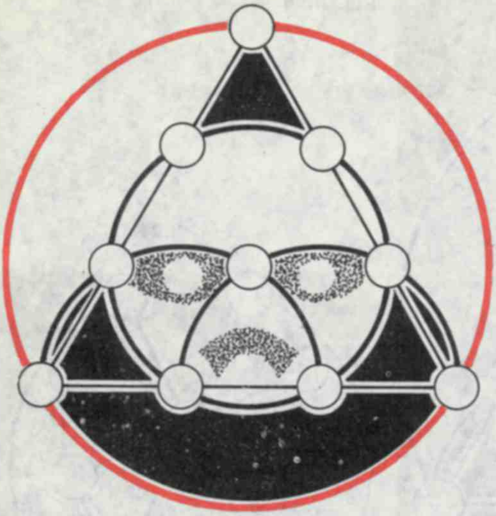


Fig. 3.22

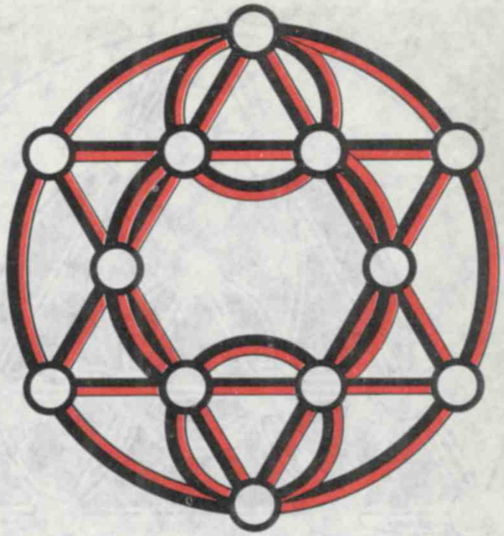


Fig. 3.23

3.8

Figura 3.19 N=1 ...11; N=11; Σ=22; k=12; r=1,09 s=1.

3.9

Figura 3.20 N=1 ... 10; n=10; Σ=18; k=9; r=0,90 s=1.

3.10

Figura 3.21 N=1 ... 10; n=10; Σ=15; k=10; r=1,00; s=1.

3.11

Figura 3.22 N=1 ... 10; n=10; Σ=25; k=7; r=0,70; s=1.

3.12

Figura 3.23 N=1 ... 12; n=12; Σ=26; k=11; r=0,915; s=2.

Fig. 3.25

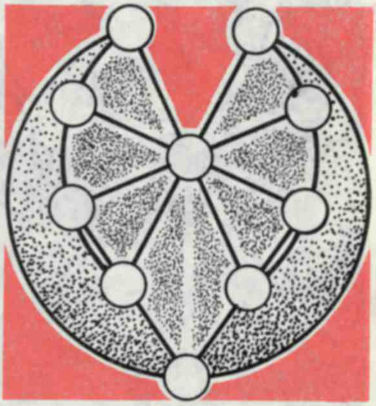


Fig. 3.24

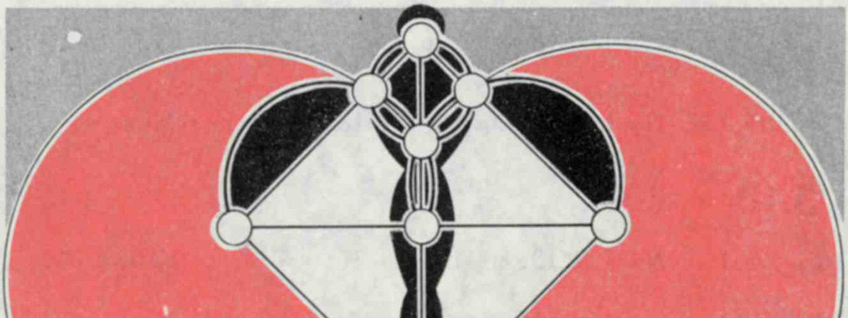


Fig. 3.26

3.13

Figura 3.24 N=1 ... 10; n=10; Σ=18; k=9; r=0,90 s=1.

3.14

Figura 3.25. – N=1 ... 12; n=12; Σ=26; k=13; r=1,083; s=4.

3.15

Figura 3.26 N=1 ...10; n=10; Σ=18; k=11; r=1,10; s=1.

3.16

Figura 3.27 N=1 ... 12; n=12; Σ=26; k=12; r=1,00; s=1.

3.17

Figura 3.28 N=1 ... 10; n=10; Σ=15; k=9: r=0,90; s=1.

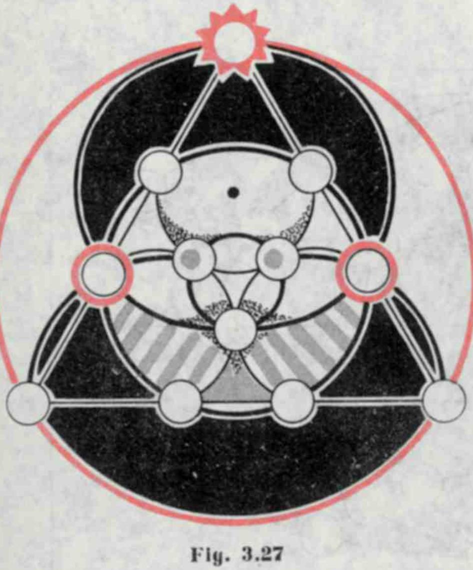


Fig. 3.27

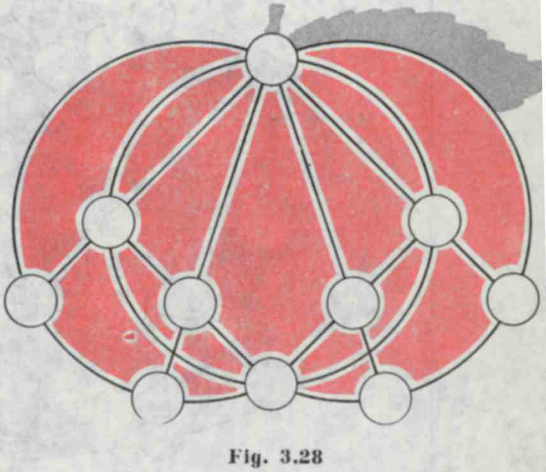


Fig. 3.28

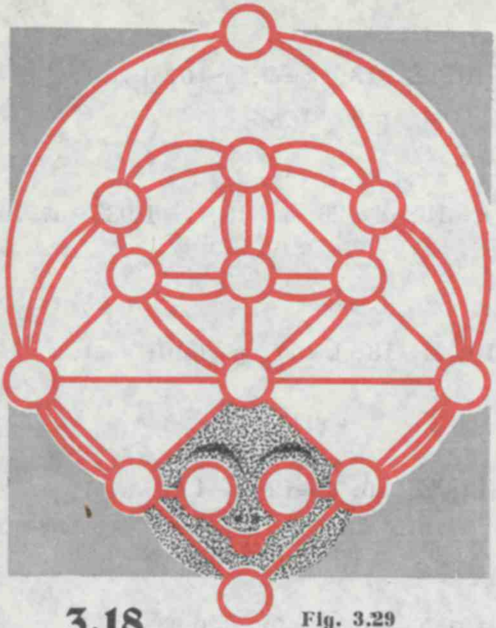


Fig. 3.29

3.18

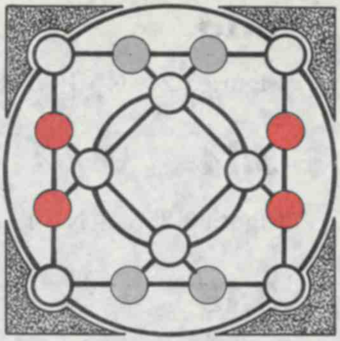


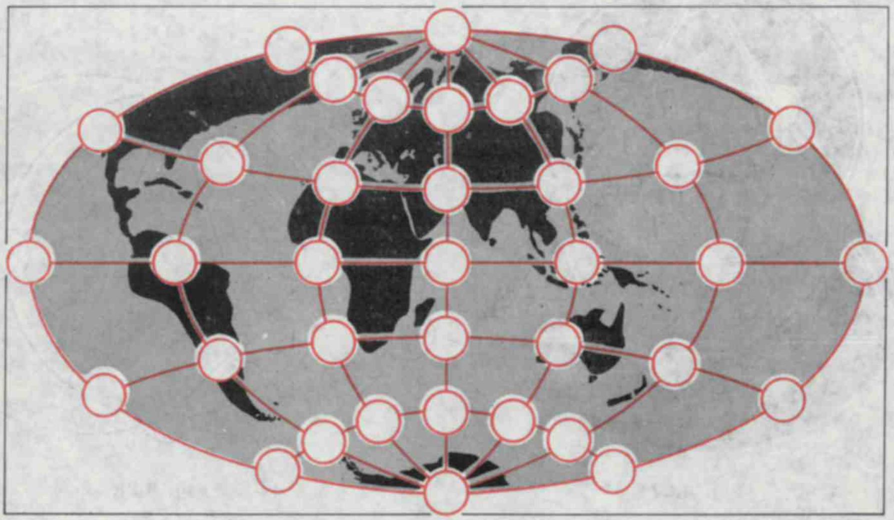
Fig. 3.30

3.19

Figura 3.30 N =1 … 16; n =16; Σ =34; k =12; r =0,75; s =1.

Figura 3.29 — N =1 … 15; n =15; Σ =27; k =18; r =1,20; s =1.

Fig. 3.32



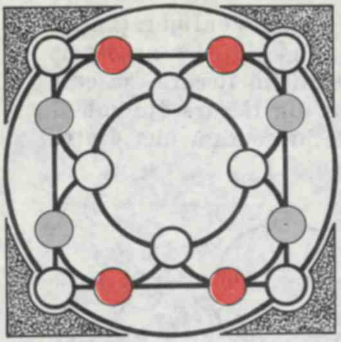


Fig. 3.30

3.20

Figura 3.31 N= =1 ... 17; n=17; Σ=42; k=12; r=0,70; s=1×2.

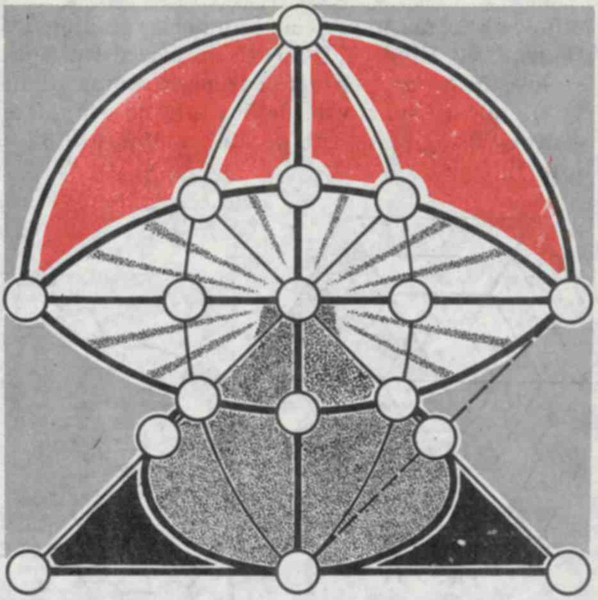


Fig. 3.31

3.21

Figura 3.32 N=1 ... 37; n=37; Σ=133; k=12; r=0,32; s= mai multe soluţii.

3.22

Într-o variantă a jocului — configuraţie magică — sumele sînt diferite, respectiv constante pe liniile drepte şi constante (altele) pe liniile curbe. De exemplu, în configuraţia din figura 3.33 nodurile se completează cu numerele de la 1 la 24, suma pe fiecare segment este de 50, iar suma pe fiecare cerc este de 75. Cu aceasta trecem la configuraţiile care se pot

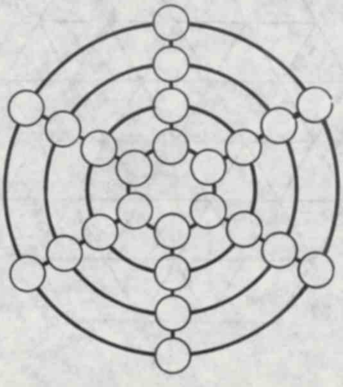


Fig. 3.33

pune sub forma unor jocuri numerice cu figuri — în fapt configurația din figura 3.33 fiind echivalentă cu aceea din figura 3.34, în care numerele se înscriu în triunghiuri și trapeze. Suma numerelor din fiecare din cele 6 triunghiuri mari este de 50, iar suma numerelor din fiecare din cele 4 centuri hexagonale este de 75. În figura 3.34 este prezentată una dintre soluții.

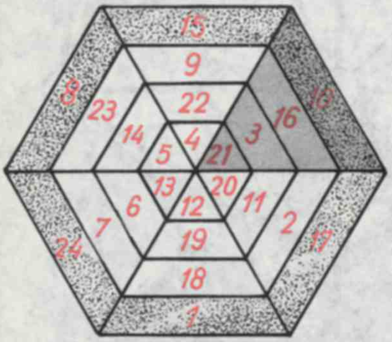


Fig. 3.34

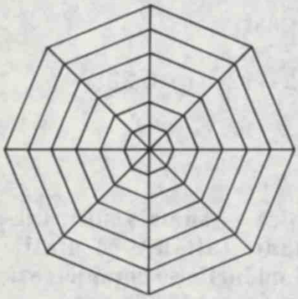


Fig. 3.35

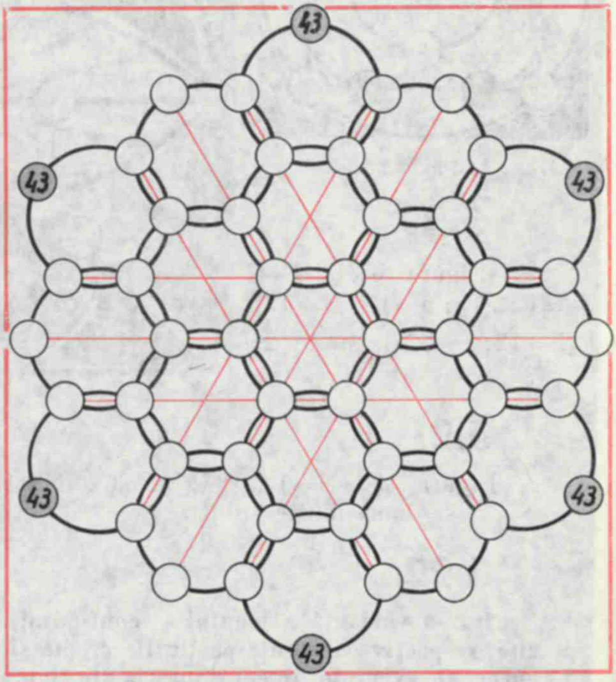


Fig. 3.36

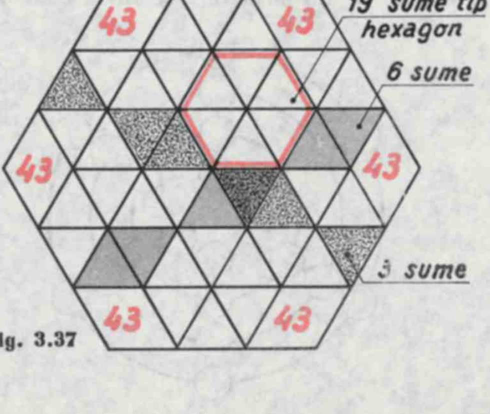


Fig. 3.37

3.23

Problema comportă şi o generalizare, atît prin mărirea numărului de laturi a poligonului de contur, cît şi prin dezvoltarea lui cu noi trepte spre exterior. Găsiţi o modalitate generală de a rezolva configuraţiile magice de acest fel, folosind pentru exemplificare configuraţia din figura 3.35, completată cu primele n numere naturale.

3.24

La fel, jocul din figura 3.36 se poate pune şi sub forma din figura 3.37, în care se indică şi cele 28 de sume constante.

SOLUŢIILE PROBLEMELOR

3.3.

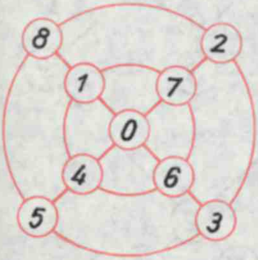
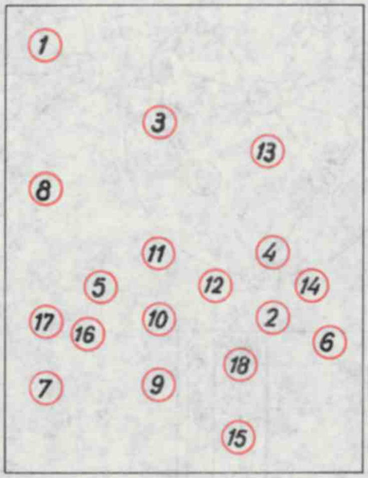
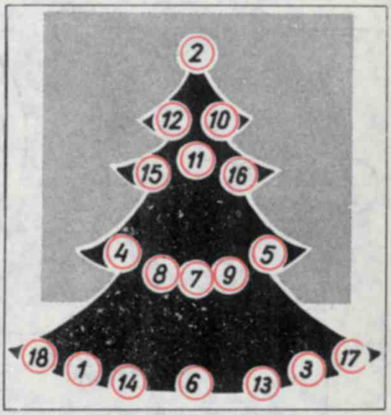


Fig. 3.38

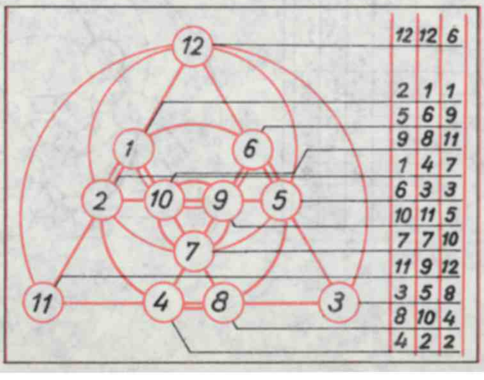
3.4.



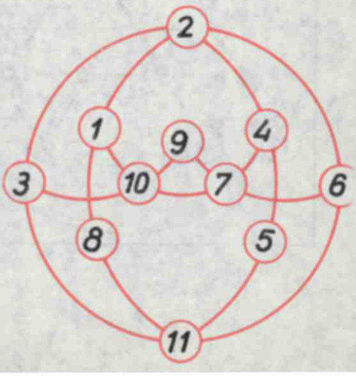
3.5.



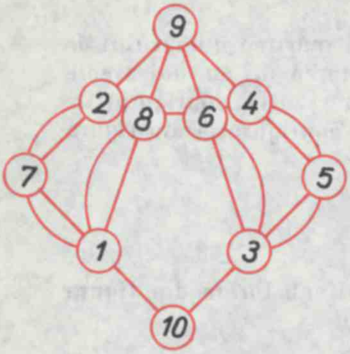
3.7.



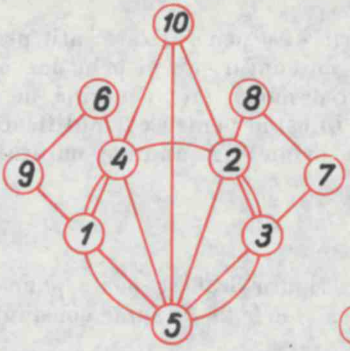
3.8.



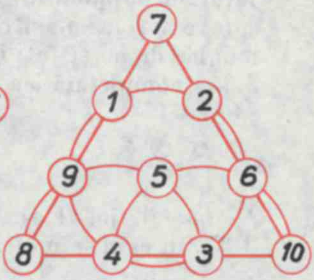
3.9.



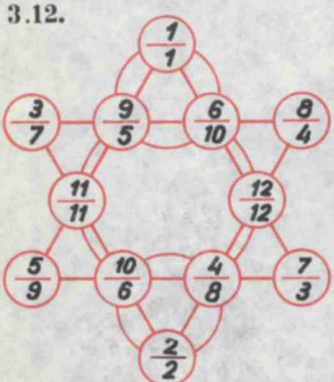
3.10.



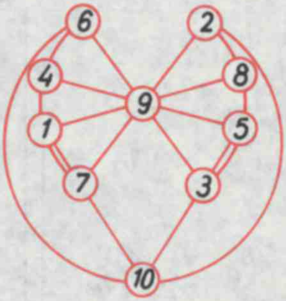
3.11.



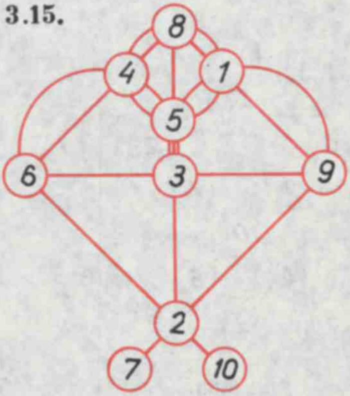
3.12.



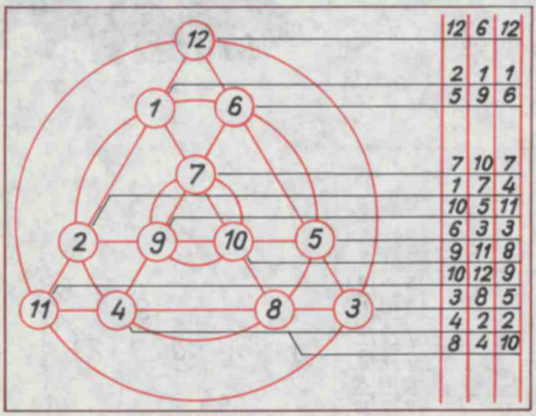
3.13.



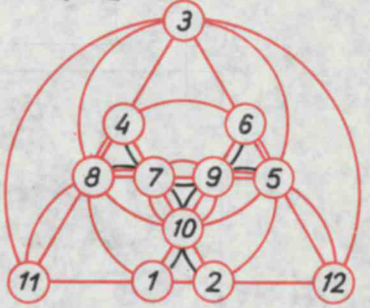
3.15.



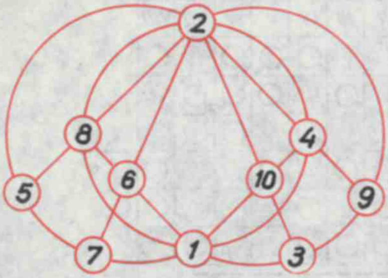
3.14.



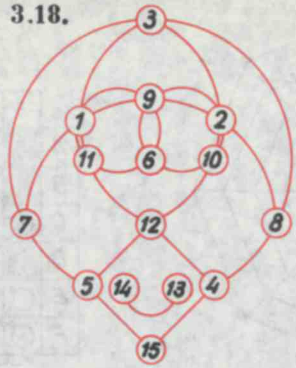
3.16.



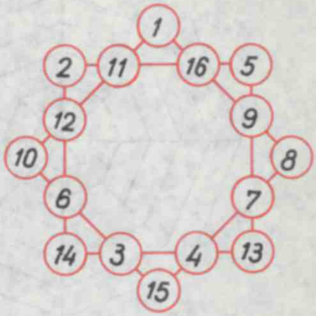
3.17.



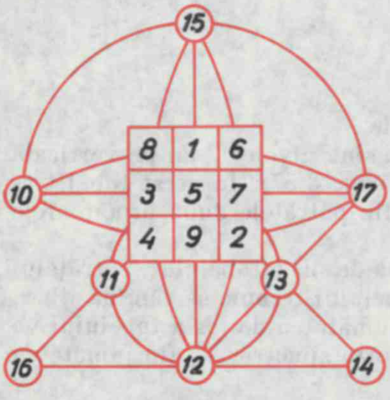
3.18.



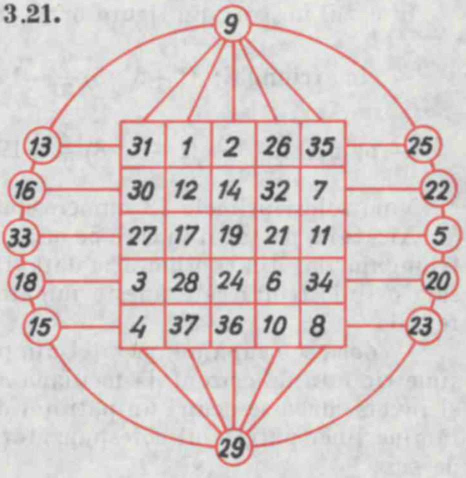
3.19.



3.20.



3.21.



3.23. Fie A; B; C ...; F, ... nivelele în cadrul triunghiului și I; II; III, ...; VIII; ... numărul triunghiurilor. În cazul general, cu „n" nivele și „m" triunghiuri vom utiliza primele „n.m" numere naturale. Deci sumele vor fi:

— în triunghiuri: $$\frac{1+2+3+\ldots+n.m}{m}=\frac{(1+n.m)(n.m)}{2\,m}=(1+n.m)\frac{n}{2}$$

— pe nivel: $$\frac{1+2+3+\ldots+n.m}{n}=\frac{(1+n.m)(n.m)}{2\,n}=(1+n.m)\frac{m}{2}$$

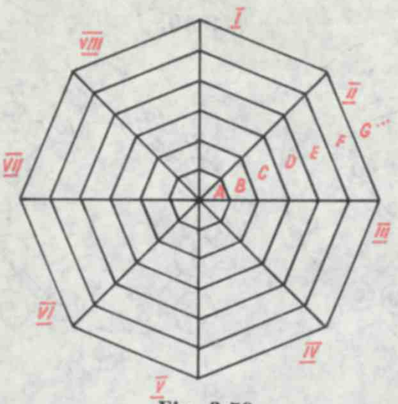


Fig. 3.56

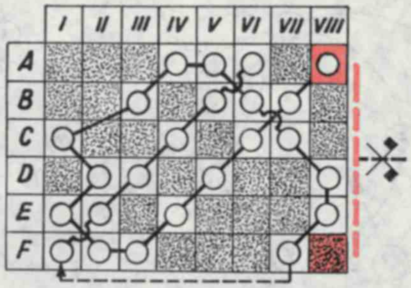


Fig. 3.57

În cazul nostru, din figura nr. 3.56, cele două sume constante sînt:

— în triunghi: $(1+6\times8)\frac{6}{2}=147$

— pe nivel: $=(1+6\times8)\frac{8}{2}=196$

Vom folosi primele 48 numere naturale.

Alcătuim un tabel în care pe orizontală sînt nivelele, iar pe verticală triunghiurile, din configuraţia dată (figura nr. 3.57). În acest tabel trasăm o linie frîntă care uneşte jumătate din pătrăţele după următoarele reguli:

— dacă se ocupă un pătrăţel din partea de sus a tabelului, pătrăţelul simetric faţă de orizontală mediană a tabelului trebuie să rămînă liber, şi invers, dacă se ocupă un pătrăţel din jumătatea de jos a tabelului va rămîne liber pătrăţelul corespunzător — prin simetrie — din jumătatea de sus;

— numărul pătrăţelelor ocupate pe fiecare rînd să fie acelaşi; şi la fel pe fiecare coloană se vor ocupa acelaşi număr de pătrăţele.

— în ordinea ocupării pătrăţelelor, în acestea se înscriu numerele naturale în ordine crescătoare, în aşa fel încît pe fiecare rînd al tabelului să fie perechi de numere naturale care se utilizează — în total.

În exemplul nostru, urmărind linia trasată în tabelul din figura nr. 3.57, completăm cu primele $\frac{n\times m}{2}=\frac{6\times8}{2}=24$ numere naturale tabelul din figura nr. 3.58. Începem completarea tabelului din colţul de dreapta sus (A VIII) şi coborîm diagonal spre stînga — jos.

Pe fiecare rînd va trebui să avem cîte $6\times8:6:2=4$ numere (pătrăţele ocupate), iar pe fiecare coloană cîte $6\times8:8:2=3$ numere.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	pătrate ocupate
A				12	13			1	•••
B			11			14	2		•••
C	10					3	15		•••
D		9			4			16	•••
E	8			5				17	•••
F		7	6				18		•••
pătrate ocupate	••	••	••	••	••	••	•••	•••	

Fig. 3.58

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
A	30	42	43	12	13	24	31	1
B	41	29	11	44	23	14	2	32
C	10	40	28	22	45	3	15	33
D	39	9	21	27	4	46	34	16
E	8	20	38	5	26	35	47	17
F	19	7	6	37	36	25	18	48

Fig. 3.60

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
A	●											●	●											×
B		●									●			●									×	
C			●							●					●							×		
D				●					●							●					×			
E					●			●									●			×				
F						●	●											●	×					

Fig. 3.59

Urmărim și completăm mereu tabelul din figura nr. 3.58 cu numărul pătrățelelor ocupate, pe rînduri și coloane, însemnăm într-un anume fel pătrățelele simetrice față de orizontală mediană, pentru a nu le mai ocupa (tentă de cenușiu), și urmărim în tabelul din figura nr. 3.59 ca numerele înscrise pe același rînd să fie egal depărtate de 1 și 24.

După terminarea acestei operații, completăm în pătrățelele simetrice (cu tentă cenușie), exact în aceeași ordine (dată prin simetrie) celelalte 24 de numere naturale (25 ... 48) începînd cu cel mai mare spre cel mai mic. În figura nr. 3.60 este redat tabelul completat cu toate numerele.

Suma constantă pe coloane este asigurată, prin însăși alcătuirea tabelului, prin perechile de numere egal depărtate de extreme — deci cu o sumă constantă de: $1+48=49$. De exemplu: pe coloana V: $4+45=49$; $13+36=49$; $23+26=49$, în total $49\times3=147$.

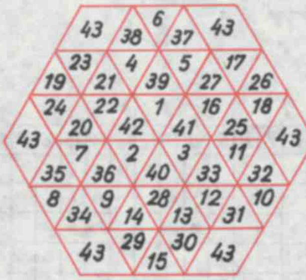
Suma constantă pe fiecare rînd este asigurată prin perechile de numere egal depărtate de capetele șirului 1 ... 24 și apoi perechile de numere egal depărtate de capetele șirului 25 ... 48; deci două perechi de numere cu suma fiecare de cîte 25 și alte două perechi cu suma fiecare de 73. De exemplu pe rîndul C avem: $3+22=25$; $10+15=25$; $28+45=73$; $33+40=73$, în total: $25+25+73+73=196$.

Nu mai rămîne decît să trecem rezultatul pe configurația dată; fiecare număr din tabel în triunghiul și pe nivelul corespunzător.

Aceasta este o soluție a problemei. Se pot obține însă multe alte soluții prin interschimbarea în tabel a coloanelor sau a rîndurilor, menținîndu-se în acest fel sumele constante.

Mai facem observația că dacă „n" și „m" nu sînt numere pare, configurația magică nu are rezolvare. (Nu există sumă constantă în numere întregi fie pe nivele, fie pe triunghiuri, fie pe amîndouă).

3.24.



CAPITOLUL 4

DIN COLȚ ÎN COLȚ

O variantă a jocului, pe care îl prezint în cele ce urmează, a fost comercializată un timp de către fabricanții de jocuri și jucării, sub aceeași denumire, cu aceeași idee, dar într-o formă mai sofisticată și, ca atare, mai puțin viabilă.

S-ar putea spune că am învățat („am cules“) acest joc în familie, unde bunicul îi spunea „halma“. Mai tîrziu aveam să aflu că acest joc este de fapt o variantă tîrzie a originalului „halma“ (în limba greacă „săritură“), care se juca mult în Anglia pe la sfîrșitul secolului trecut.

Odată stăpînită tehnica de joc, el pare foarte simplu de mînuit și totuși devine captivant tocmai prin multitudinea și frumusețea variantelor de joc. Este un joc pentru două persoane, un joc „conflictual“ — în sensul că fiecare dintre cei doi parteneri urmărește obținerea în avans a victoriei, un joc rațional — în sensul că fiecare acțiune a jucătorilor se bazează pe raționamente logice, combinatorii și nicidecum pe șansă ori întîmplare, este deci un joc care se pretează la analiză și studii. Se poate juca și prin corespondență.

Pentru jocul „din colț în colț“ sînt necesare: o tablă de joc cu 8×8 pătrate și 12 figuri (jetoane, monede etc.), în număr egal de două culori — cîte șase din fiecare culoare. Așadar, condiții simplu de realizat pentru oricine are la îndemînă un joc de șah. Fiecare dintre cei doi jucători va juca cu cîte șase pioni de aceeași culoare. În cele ce urmează vom numi piesele — pioni, iar culorile, respectiv jucătorii — alb și negru.

La începutul jocului, pionii se dispun în colțuri opuse ale tablei, așa cum se indică în figura nr. 4.1. După cum îi spune și numele, jocul constă în deplasarea propriilor pioni în colțul opus, în locul pionilor adverși, și în cît mai puține mutări. Coordonatele tabelei de joc se arată în figura nr. 4.2. Albul va avea piesele în colțul **a1** și sensul de deplasare în diagonală spre colțul **h8**, iar negrul plasat inițial în colțul **h8**, se va deplasa spre colțul **a1**. Jucătorii au dreptul și obligația, alternativ, la cîte o mutare cu unul dintre pionii proprii. Atunci cînd îi vine rîndul să mute, jucătorul poate deplasa oricare dintre pionii săi, prin „pas simplu“, ori dacă este posibil, prin „săritură“

Deplasarea prin pas simplu constă în schimbarea locului pionului dintr-un pătrat în altul vecin cu primul (pe linie, coloană sau diagonală) și liber. Această mutare se poate executa în orice direcție și sens. De exemplu: albul poate începe jocul prin mutarea pionului de la **c1** la **d2**. (Notăm aceasta: (1) **c1 – d2**.). (vezi figura nr. 4.3).

Deplasarea prin săritură constă în saltul pionului peste un alt pion, indiferent de culoarea acestuia din urmă. Condițiile în care este posibilă efectuarea unei anumite sărituri sînt:

— săritura se efectuează numai în linie dreaptă, adică pe linie, coloană sau diagonală, în orice sens;

— saltul se execută peste un singur pion — obligatoriu vecin cu pionul care sare (în pătrat vecin cu acesta);

— pătratul în care urmează să se încheie săritura să fie liber.

De exemplu: (tot în diagrama nr. 4.3) în poziția inițială, albul poate muta (1) **a1 – c3**, sau **a2 – c2**, sau **b1 – b3**, sau **b1 – d1** ...

Mutarea unei piese poate fi compusă din mai multe sărituri legate — în lanț — atunci cînd fiecare dintre ele este regulamentară, iar pătratul în care se termină una dintre sărituri este punct de pornire în săritura următoare. Asemenea exemple sînt ilustrate în figura nr. 4.4, într-o poziție de deschidere a jocului, după:

	ALB	NEGRU
1.	**c1 – d2**	**h8 – f6**

la mutarea a doua albul poate juca:

2.	**a3 – c3** (sau **a3 – c1 – c3**), iar negrul:	
	...	**h7 – f5** (**h7 – f5 – f5**).

In această poziție (vezi figura nr. 4.5), albul poate efectua o frumoasă săritură în lanț:

3. **a2 – g6** (**a2 – c2 – e2 – e4 – g6**)

Esența analizei combinatorii în jocul „din colț în colț" — elementul surpriză care face în bună măsură deliciul jocului, fiind totodată și consistent hotărîtoare în stabilirea rezultatului într-o partidă — este săritura multiplă. Cu cît meandrele saltului sînt mai multe și mai întortocheate, cu cît saltul este mai surprinzător pentru adversar, ori îmbracă haina cursei țesute din timp, cu atît satisfacția este mai mare. În poziția ilustrată în figura nr. 4.6, albul poate muta cu piesa **c3** la **g7**, dar parcă mai spectaculoasă este mutarea piesei **c3 – g7**, ori **c3 – g5**, (**c3 – c5 – e7 – e5 – g7...g5**). La fel, negrul poate pleca din propriul colț cu piesa **h7**, pentru a străbate într-o singură mutare tabla pînă în colțul opus, la **b1** (**h7 – f5 – f7 – d5 – d3 – b3 – b1**).

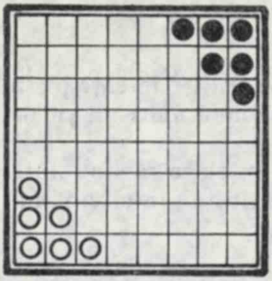


Fig. 4.1

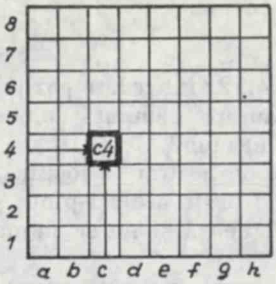


Fig. 4.2

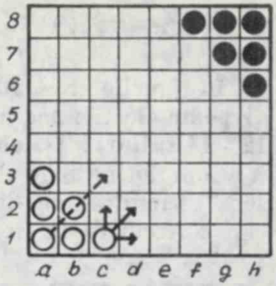


Fig. 4.3

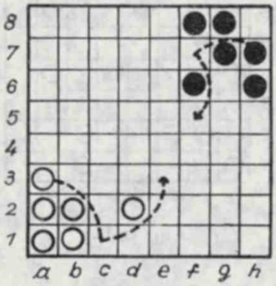


Fig. 4.4

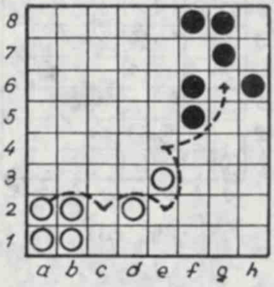


Fig. 4.5

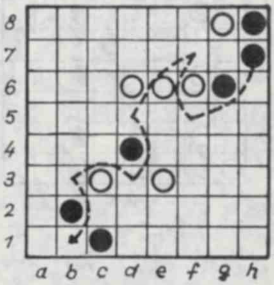


Fig. 4.6

4.1—4.2

Găsiţi singuri cele mai frumoase (şi bune) mutări ale albului în poziţiile de final din diagramele nr. 4.7 şi 4.8.

Piesa din pătratul **a1** poate ajunge într-o singură mutare — prin trei sărituri legate — în pătratul **g7** (vezi figura nr. 4.9).

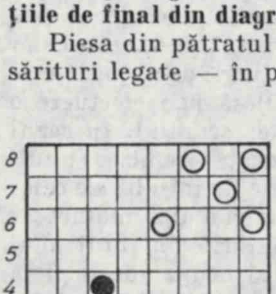


Fig. 4.7

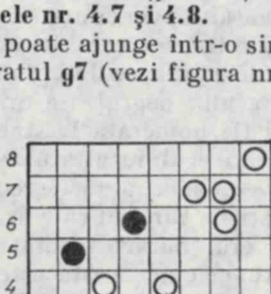


Fig. 4.8

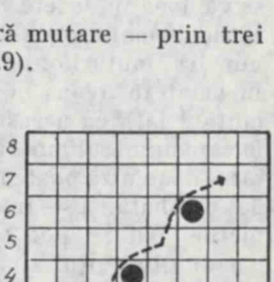


Fig. 4.9

4.3—4.5

În figurile nr. 4.10 — 4.12 sînt redate poziţii construite în care piesa a1 poate efectua aceeaşi mutare compusă de această dată dintr-un şir de 12—14 salturi! Aţi observat cum?

Completînd regulile de desfăşurare a jocului, se înţelege că sînt „fără sens": săritura „dus-întors" peste acelaşi pion, şi săritura „în circuit închis". Aceastea nu se efectuează şi nu se numără.

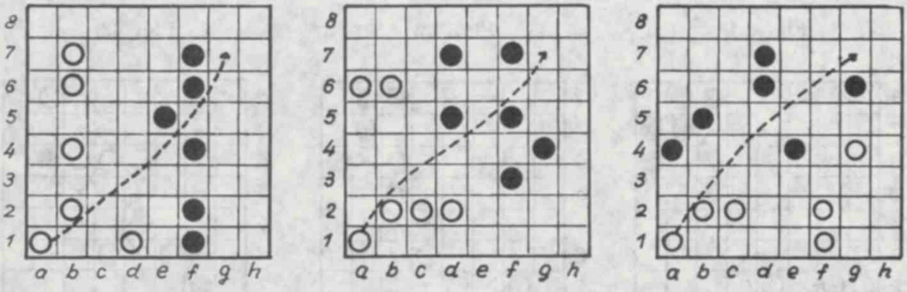


Fig. 4.10 Fig. 4.11 Fig. 4.12

Odată început jocul, el continuă cu mutările alternative a celor doi jucători, pînă cînd amîndoi îşi deplasează toţi cei şase pioni în colţul opus ocupînd poziţia simetrică cu cea iniţială. Rezultatul jocului se stabileşte funcţie de numărul mutărilor efectuate pînă în final de către fiecare jucător. Cîştigă jucătorul care a efectuat mai puţine mutări. Scorul partidei este dat de diferenţa între numărul mutărilor, la calculul căreia se va avea în vedere şi avantajul primei mutări. Practic, dacă jocul este încheiat mai repede de către negru, scorul la care cîştigă acesta este chiar numărul mutărilor pe care le mai face albul pînă la final; dacă jocul este încheiat în avans de către alb, negrul are dreptul să mai efectueze o mutare fără ca aceasta să fie numărată la stabilirea scorului. În cazul în care numărul mutărilor este egal, rezultatul este egal — remiză. Rezultatul de remiză poate fi generat şi de mutările repetate (la infinit) ale celor doi combatanţi — în situaţii în care cel care ar efectua o altă mutare ar pierde. Nu se pot considera mutări repetate mutările în jurul unui pătrat din colţul final atunci cînd acesta este încă ocupat de o piesă adversă. Dealtfel în asemenea cazuri jucătorul care îşi păstrează piesa în colţul iniţial este obligat a elibera pătratul respectiv de îndată ce toate celelalte piese proprii şi-au ocupat locul final. Este lipsită de sens şi nu poate conduce la remiză ocolirea vădită a colţului final. De asemenea se pot stabili reglementări privind timpul de gîndire al fiecărui jucător, fie pentru o mutare, fie în total.

Pentru exemplificare, respectiv pentru a fixa regulile de joc expuse, să urmărim două partide transcrise mai jos.

I	ALB	NEGRU	
1.	**a1—c3**	**h8—f6**	
2.	**b1—d3**	**g8—e6**	
3.	**a2—e4**	**h7—d5**	
4.	**c1—d2**	**g7—c1** (!)	
5.	**b2—f4**	**f6—b2**	
6.	**d2—f6**	**e6—a2**	(figura nr. 4.13)
7.	**c3—g7**	**h6—g5**	
8.	**a3—e5**	**g5—a1**	
9.	**d3—h7**	**f8—f7**	
10.	**e4—g8**	**f7—e6**	(figura nr. 4.14)

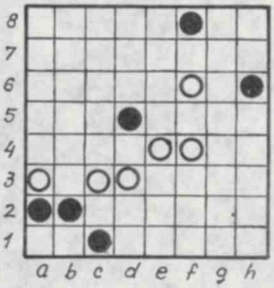


Fig. 4.13

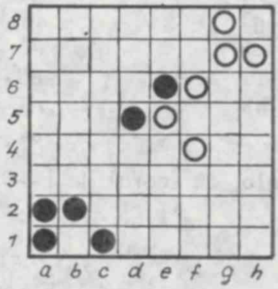


Fig. 4.14

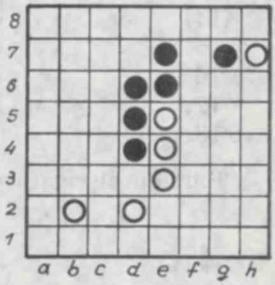


Fig. 4.15

11.	**e5—g5**	**e6—c4**
12.	**f4—f8**	**d5—b1**
13.	**g5—h6**	**c4—b3**
14.	**f6—h8**	**b3—a3**

Remiză

II	ALB	NEGRU	
1.	**c1—d2**	**h8—f6**	
2.	**a3—c3**	**g8—e6**	
3.	**a1—c3**	**h7—d5**	
4.	**a2—e4**	**f8—e7**	
5.	**b1—h7**	**h6—d4**	
6.	**c3—e5** (!)	**f6—d6**	(figura nr. 4.15)
7.	**d2—f4**	**e6—c4**	
8.	**c3—g5**	**e7—a1**	
9.	**e4—g8**	**d5—b1**	
10.	**b2—e3**	**c4—c2**	

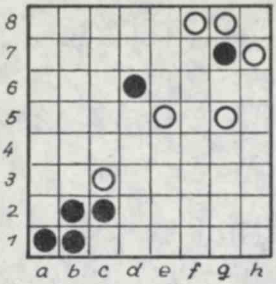


Fig. 4.16

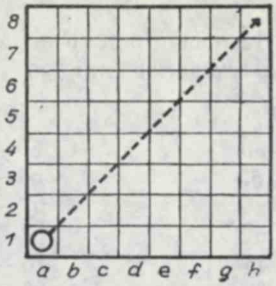


Fig. 4.17

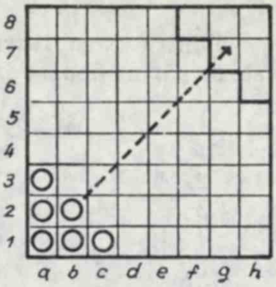


Fig. 4.18

11.	**f4—f8**	**d4—b2**	(figura nr. 4.16)
12.	**g5—h6**	**c2—a2**	
13.	**c3—d4**	**g7—f6**	
14.	**e5—g7**	**f6—e7**	
15.	**d4—e5**	**e7—c5**	
16.	**e5—f6**	**d6—b4**	
17.	**f6—h8**	**c5—c1**	
18.	—	**b4—a3**	

Partida cîştigată de alb, cu scorul de 1—0.

4.6

Construiţi o poziţie a pieselor pe tablă, în care una dintre piese să poată fi mutată prin 15 sărituri legate pe cea mai scurtă variantă !

4.7

Am urmărit împreună cîteva moduri în care printr-o singură mutare piesa de la a1 ajunge la g7. De ce nu se poate muta (indiferent de numărul săriturilor) piesa din pătratul a1 în pătratul h8? (figura nr. 4.17)

4.8

Figura nr. 4.18 vă sugerează o interesantă „pasienţă" solitară
Care este numărul minim de mutări în care se pot deplasa toate cele şase piese în colţul opus? Faceţi o apreciere iniţială şi comparaţi-o apoi cu rezultatul analizei. Oricum vor fi necesare şase mutări pentru scoaterea celor şase din colţul iniţial, alte şase mutări pentru introducerea lor în colţul final, la care se adaugă un număr de mutări de mijloc.

Se observă că jocul prezintă o simetrie în ceea ce priveşte poziţia pieselor pe parcurs. Dezvoltarea pieselor în deschidere este oarecum simetrică cu replierea finală a lor. În etapa de mijloc a jocului, cele două grupări — albul şi negrul — se întrepătrund în zona centrală a tablei. Numărul variantelor posibile la jocul „din colţ în colţ" este relativ mare. În graficul din figura nr. 4.19 este redat ordinul de mărime al vari-

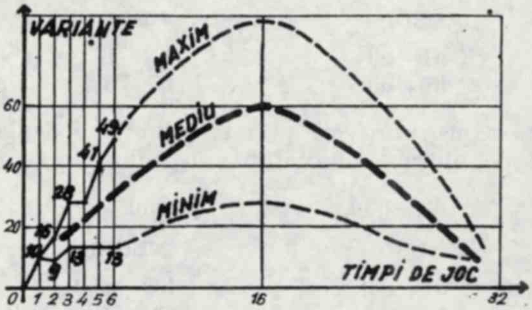


Fig. 4.19

antelor de mutare la o partidă medie de 16 mutări — respectiv 32 de timpi de joc. Linia superioară din grafic corespunde numărului maxim de variante la fiecare timp de joc, iar linia inferioară numărului minim de variante.

Acest număr de variante — la fiecare pas — este funcţie de poziţia la care s-a ajuns prin şirul mutărilor anterioare. Analiza este condusă riguros pînă la timpul 6 de joc şi nu a luat în considerare mutările simetrice faţă de axa diagonală a tablei de joc. În continuare alura graficului a fost stabilită pe baza studierii mai multor poziţii obişnuite în jurul timpului 16 de joc, cît şi a observaţiei anterioare privind simetria dezvoltării.

În acest mod „limitativ", un calcul aproximativ al numărului de variante de mutări, relevă „astronomicul" total mediu de:

10.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000. Desigur numărul poziţiilor distincte la care se poate ajunge prin aceste multe mutări, este ceva mai mic: 10.000.000.000.000.000.

Realitatea este că în practică numărul poziţiilor distincte este mult mai mic, atît datorită faptului că nu se utilizează întreaga suprafaţă a tablei — ci doar o porţiune diagonală centrală, cît şi datorită faptului că sînt excluse o serie de poziţii evident dezavantajoase.

4.9

Care este numărul maxim de sărituri ce pot alcătui o anume mutare a unei piese? Construiţi cîteva asemenea poziţii limită pe tablă, în care o piesă poate efectua cea mai lungă mutare!

Să desprindem împreună cîteva dintre regulile şi procedeele tactice şi tehnice ale jocului. Discuţia noastră nu are pretenţii de analiză, ci doar de familiarizare mai rapidă a jucătorului cu cîteva dintre aspectele pe care jocul le impune cu tărie de regulă.

De pildă, cîteva dintre marile greşeli din deschidere, pe care e bine să le ocolim, sînt:

	ALB	NEGRU	
1.	**a1 – c3**	**h8 – f6**	
2.	**b1 – d3**	**h7 – f5?**	(figura nr. 4.20)

Mutare greşită a negrului care permite albului o deplasare spectaculoasă, dublată de blocarea dezvoltării negrului.

3.	**a2 – g6 !**	Sau	

	ALB	NEGRU	
1.	**a1 – c3**	**h6 – g5**	
2.	**b1 – d3**	**f8 – f4?**	(figura nr. 4.21)

La care albul beneficiază de:

3. **a2 – g6 !**, de asemenea cu blocarea negrului.

Sau,	ALB	NEGRU
1.	**c1 – d2**	**h8 – f6**
2.	**a3 – e3**	**h7 – f5?**
3.	**a2 – g6 !**	

Sau,	ALB	NEGRU
1.	**c1 – d2**	**f8 – e7**
2.	**a3 – e3**	**h6 – d6**

3. **a2 – e4?** (vezi figura nr. 4.22), care îi oferă negrului posibilitatea unei eficiente mutări:

3.	...	**h7 – d1 !**

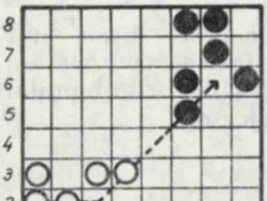


Fig. 4.20

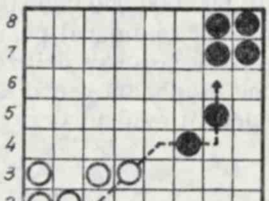


Fig. 4.21

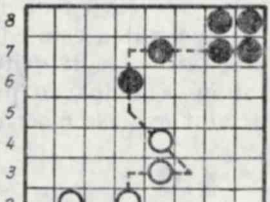


Fig. 4.22

Este indicat ca piesele să fie dirijate spre colţul opus cît mai grupate (dar nu înghesuite !), astfel încît să se ajute unele pe altele în înaintare. O piesă izolată străbate tabla dintr-un colţ într-altul în 5—6 mutări. Două piese legate străbat acelaşi spaţiu tot în 6 mutări. Atenţie deci, la piesele din „ariergardă" ca să nu rămînă izolate !

Distingem, în principal, două moduri de dezvoltare a jocului: fie că atît albul cît şi negrul insistă pentru a parcurge linia dreaptă între colţuri (vezi figurile nr. 4.23 şi 4.24), fie că cei doi „se înţeleg" asupra unor traiectorii individuale, puţin ocolitoare (vezi figura nr. 4.25). Practic aceste tactici se combină, ori evoluează una în alta. Foarte important este de a cumpăni în fiecare caz avantajul propriu şi dezavantajul advers. Sînt cazuri cînd este mai avantajos să se efectueze o mutare pe moment mai puţin favorabilă, dar prin care se barează calea adversarului în realizarea unor avantaje spectaculoase. Apoi, să folosim cît mai mult piesele adverse în înaintarea proprie şi să oferim cît mai rar adversarului această şansă.

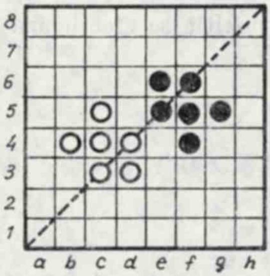


Fig. 4.23

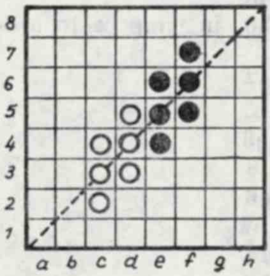


Fig. 4.24

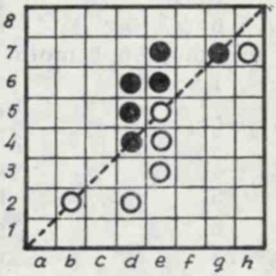


Fig. 4.25

O anume particularitate prezintă pionul central de la **b2**. În deschidere el are rolul de a înlesni ieşirea mai rapidă a pieselor din colţ, prin: **a2—c2**; **a1—c3**; **a3—c3** etc. În final, la intrarea pieselor în colţ, tot el este acela care facilitează circulaţia mai rapidă a pieselor, şi ceea ce este foarte important în final — circulaţia dintr-o extremă într-alta. De obicei poziţia **b2** — respectiv **g7** — este poziţia care se eliberează ultima din colţul iniţial şi se ocupă prima în colţul final.

Completînd analiza poziţiilor de final, vom observa că piesele introduse pe cîmpurile **g8**; **g7** şi **h7** (vezi figura nr. 4.26) permit o foarte bună circulaţie a următoarelor trei piese, pe diagonalele: **a3—f8**; **a1—h8** şi **c1—h6**.

De o deosebită importanţă este poziţia în care se apropie piesele de colţul final. Iată de exemplu, în diagramele nr. 4.27 şi 4.28 sînt redate două poziţii cvasi egale. Prima este o poziţie corectă— directă, în care se pot introduce în colţ toate piesele în numai şase mutări:

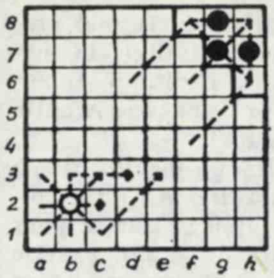


Fig. 4.26

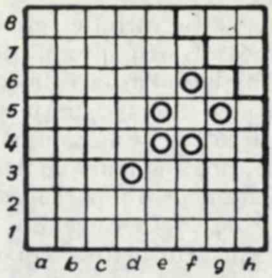


Fig. 4.27

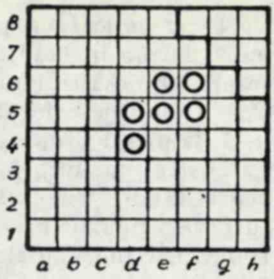


Fig. 4.28

1. **e5 – g7**
2. **d3 – h7**
3. **e4 – g8**
4. **f4 – f8**
5. **g5 – h6**
6. **f6 – h8**, în timp ce în a doua poziţie se efectuează minimum opt mutări:

1. **f6 – g7**
2. **d5 – h7**
3. **e6 – g8**
4. **d4 – f8**
5. **f5 – g6**
6. **g6 – h6**
7. **e5 – f6**
8. **f6 – h8**

4.10

Analizaţi poziţia finală a albului, din figura nr. 4.29. el poate termina jocul în numai cinci mutări. Cum?

Pentru acei dintre dumneavoastră care nu aui încă partener de joc, şi doresc să se delecteze în compania unor probleme, oferim cîteva studii de finaluri.

4.11

În poziţia din diagrama nr. 4.30, albul mută şi cîştigă !

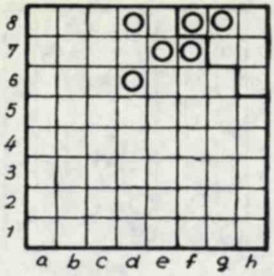


Fig. 4.29

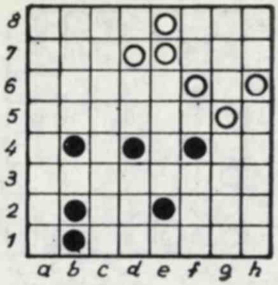


Fig. 4.30

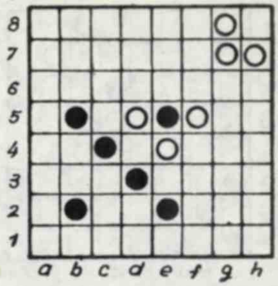


Fig. 4.31

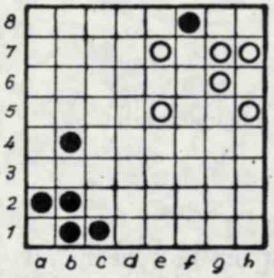


Fig. 4.32

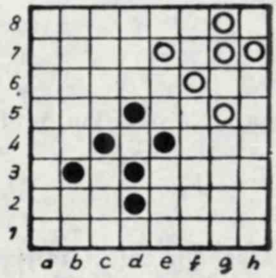


Fig. 4.33

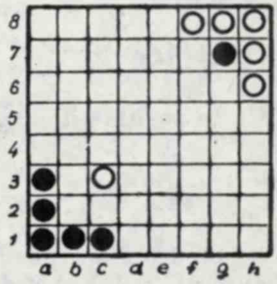


Fig. 4.34

4.12

Vezi figura nr. 4.31; albul mută și cîștigă!

4.13

Și în poziția din figura nr. 4.32, albul mută și cîștigă!

4.14

Vezi figura nr. 4.33. Albul mută și ... evident cîștigă! Cum reușește negrul să reducă scorul partidei la numai 0—3?

4.15

În poziția din figura nr. 4.34, albul mută, dar ... nu poate cîștiga! Cum joacă negrul pentru a obține remiza?

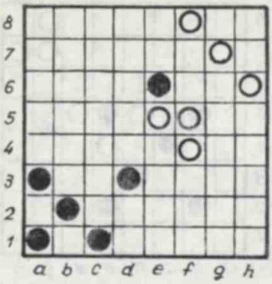


Fig. 4.35

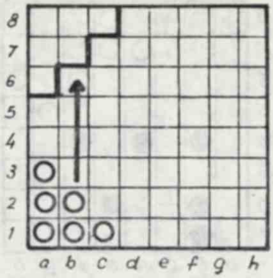


Fig. 4.36

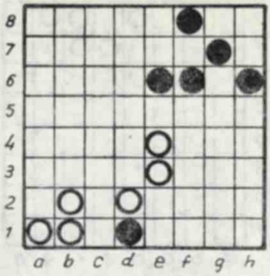


Fig. 4.37

4.16

În poziţia din diagrama nr. 4.35, albul mută şi obţine remiza!

4.17

Să deplasăm piesele albe din colţul iniţial într-un colţ vecin. (figura nr. 4.36). Numărul minim de mutări este 12 — caz în care soluţia nu este prea uşor de găsit!

4.18

Vezi poziţia din diagrama nr. 4.37. Albul mută şi cîştigă. (Studiu)

SOLUŢIILE PROBLEMELOR

4.1. d3 – d1 – b1 – b3 – d5 – f7 – h7

4.2. c4 – a2 – c2 – a4 – c6 – e6 – g8

4.3. a1 – c3 – a5 – c7 – a7 – c5 – a3 – c1 – e1 – g1 – e3 – g5 – e7 – g7 (vezi figura nr. 4.38)

4.4. a1 – c3 – c1 – e3 – g3 – g5 – e5 – c5 – a7 – a5 – c7 – e7 – g7 (vezi figura nr. 4.39)

4.5. a1 – c3 – c1 – a3 – a5 – c5 – e7 – c7 – e5 – e3 – g1 – e1 – g3 – g5 – g7 (vezi figura nr. 4.40)

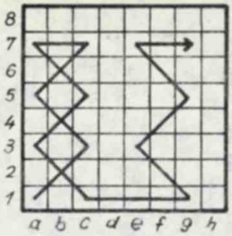


Fig. 4.38

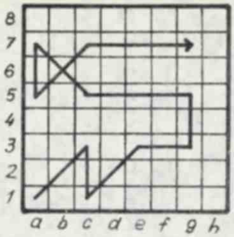


Fig. 4.39

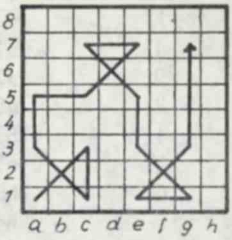


Fig. 4.40

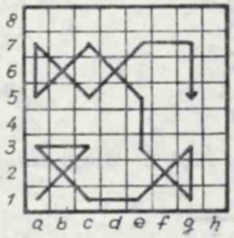


Fig. 4.41

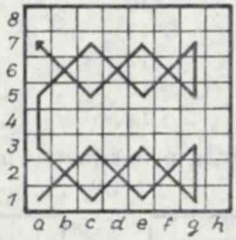


Fig. 4.42

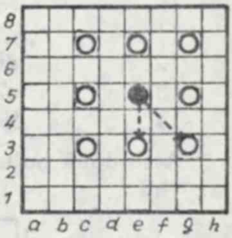


Fig. 4.43

4.6. Vezi figura nr. 4.41 şi 4.42.
a1 — c3 — a3 — c1 — e1 — g3 — g1 — e3 — e5 — c7 — a5 — a7 — c5 — e7 — g7 — g5, şi:
a1 — c3 — e1 — g3 — g1 — e3 — c1 — a3 — a5 — e5 — g7 — g5 — e7 — c5 — a7.

4.7. Într-adevăr această mutare nu este posibilă. Să analizăm, arbitrar, piesa de la **e5** — respectiv posibilităţile ei de a ocupa prin salt alte pătrate. Toate cele opt variante la primul salt sînt ilustrate în figura nr. 4.43. Se observă că pătratele în care ar putea sări sînt pe a doua linie şi coloană faţă de pătratul iniţial. Prin generalizare, regula este valabilă pentru întreaga suprafaţă a tablei, căci oricare dintre pătratele primului salt poate deveni la rîndu-i plecarea către alte pătrate — în aceleaşi condiţii.

În concluzie, oricum ar sări piesa de la **a1**, nu poate ocupa, după o mutare decît pătrate pe liniile **1**; **3**; **5** şi **7**, respectiv pe coloanele **a**, **c**, **e** şi **g**. La fel cum nu va putea fi mutată în pătratul **h8**, nu va putea fi mutată în alte 45 de pătrate (s-au scăzut cele trei pătrate vecine în care piesa **a1** poate ajunge prin pas simplu).

4.8. Pentru a scoate toate piesele din colţul iniţial sînt necesare şase mutări, iar pentru a le introduce în colţul opus pe locurile finale sînt necesare de asemenea şase mutări; la acestea se mai adaugă o serie de mutări de legătură în cîmpul tablei. După această sumară analiză, numărul minim de mutări — de 14 — ne apare şi mai ... „minim“ ! Două soluţii principale:

I		II	
1.	a1–c3	1.	a1–c3
2.	a3–b4	2.	c1–d2
3.	a2–c4	3.	a3–e3
4.	b1–d5	4.	a2–e4
5.	c1–e5	5.	b1–f5
6.	b2–f6	6.	b2–d4 !
7.	b4–d6	7.	d2–f6
8.	c3–e7	8.	e3–g5
9.	e5–g7	9.	c3–g7
10.	c4–g8	10.	d4–f8
11.	d5–h7	11.	e4–g8
12.	d6–h6	12.	f5–h7
13.	e7–f8	13.	g5–h6
14.	f6–h8	14.	f6–h8

Alte două soluţii se obţin prin simetria mişcărilor faţă de diagonală **a1–h8**.

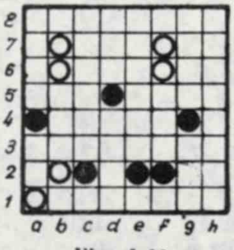


Fig. 4.44

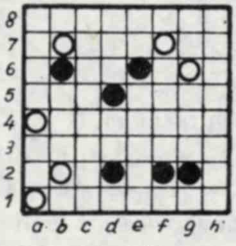


Fig. 4.45

4.9. Numărul maxim de sărituri pe care le poate efectua, într-o anumită poziţie, una dintre piese este de 15. Am văzut că o anumită piesă poate sări numai în pătratele situate pe tot a doua linie şi coloană. Toate aceste pătrate sînt în număr de 15. A veni cu piesa din nou în pătratul de unde s-a plecat este fără sens — echivalează cu nemişcarea sau cu zero sărituri. În concluzie: teoretic ar fi posibilă o mişcare compusă din 15 salturi legate. Practic, în figurile nr. 4.44 şi 4.45, se demonstrează că acest lucru este posibil. (Sare piesa **a1**).

4.10.

	1.	f8–g7
	2.	f7–h7
	3.	d6–h6
	4.	e7–f8
	5.	f6–h8

4.11. Pentru a ocupa poziţia finală, albul are de introdus cinci piese în colţ. Dintre acestea două piese (**g5** şi **e7** sau **d7**), nu pot fi introduse la prima mutare. Această analiză sumară spune că albul va putea termina jocul în şapte mutări. Dar negrul are soluţii pentru închiderea jocului doar în şase mutări; ca de exemplu:

1. **f4—e3**
2. **d4—d2**
3. **e2—a2**
4. **e3—a1**
5. **d2—c1**
6. **b4—a3**, ceea ce nu poate fi împiedicat de alb, decît cu pierderi însemnate de mutări. Un număr mai mic de şase mutări nu este la îndemîna negrului întrucît şi acesta are de introdus în „casă" patru piese dintre care trei nu pot ajunge în colţ la prima mutare. Concluzia este că: pentru a cîştiga, albul va putea să efectueze maximum cinci mutări. Cu alte cuvinte, la fiecare mutare cîte una dintre piesele albe trebuie să-şi ocupe locul final! Acest lucru este perfect realizabil:

1. **g5—g7** ! (**—e3—c5—a3—c1—a1—c3—e5—**)
2. **d7—h7**
3. **e7—f8**
4. **e8—g8**
5. **f6—h8**

4.12. Poziţia simetrică a negrului facilitează analiza finalului acestuia. Numărul minim de mutări în care negrul îşi poate introduce toate piesele în colţ este: şapte; independent de mutările albului. De exemplu:

1. **e5—a1**
2. **c4—b4**
3. **d3—d2**
4. **b5—b1**
5. **e2—a2**
6. **d2—c1**
7. **b4—a3**

Pentru a încheia jocul victorios, albul nu trebuie să efectueze mai mult de şase mutări, ceea ce este posibil într-un singur mod:

1. **d5—d4** !
2. **d4—f6**
3. **e4—f4** !
4. **f5—g5**
5. **f4—h8**
6. **g5—h6**.

4.13. Singura mutare care asigură victoria albului este: **e5—d6** ! De acum albul mai face patru mutări în timp ce negrul are nevoie de minimum şase mutări. Orice încercare a negrului de a-l împiedica pe alb să-şi realizeze scopul, nu face decît să-i înrăutăţească poziţia.

4.14. Albul termină uşor în trei mutări. Pentru ca scorul partidei să nu depăşească 3—0, ar trebui ca negrul să realizeze plasarea pieselor pe locurile finale — în colţ — în maximum şase mutări. Negrul nu are ocupată nici una din poziţiile finale, deci are de efectuat şase mutări, la care se mai adaugă cel puţin două mutări de manevră intermediară (niciuna dintre piesele **d5** şi **e4** nu pot intra direct în colţ). În total, minimum opt mutări!; caz în care scorul ar fi de 0—5. Şi totuşi negrul poate „salva" scorul partidei prin următoarele mijloace („scuzate de scop:")

— la prima mutare ocupă unul dintre pătratele **f8** sau **h6**,

— menţine ocupat acest pătrat pînă cînd termină de introdus toate celelalte piese în colţ, lăsînd liber pătratul de pe aceeaşi diagonală cu „ostaticul" din tabăra adversă. În tot acest timp albul va muta în jurul piesei negre care-i blochează intrarea în colţ.

— aduce, pe cel mai scurt drum, piesa rămasă în colţul iniţial; ceea ce îi conferă albului un avantaj de numai trei mutări. De exemplu:

	ALB	NEGRU
1.	**e7—f8**	**d2—h6**
2.	**f6—h8**	**d5—e5**
3.	**g5—g6**	**b3—b2**
4.	**g6—h5**	**d3—b1**
5.	**h5—g6**	**c2—a2**
6.	**g6—h5**	**c5—a3**
7.	**h5—g6**	**e4—e3**
8.	**g6—h5**	**c3—a1**
9.	**h5—g6**	**h6—g5**
10.	**g6—h6**	**g5—f4**
11.	—	**f4—e3**
12.	—	**e3—d2**
13.	—	**d2—c1.**

4.15. La mutarea albului: **c3—d4**, negrul răspunde prin **g7—f6**. Este greu de admis că în această poziţie (vezi figura nr. 4.46) albul fiind la mutare nu-şi poate valorifica avantajul şi trebuie să accepte remiza. Şi totuşi:

	ALB	NEGRU
1.	**d4—e5**	**f6—d4**
2.	**e5—f6**	**d4—e3**
3.	**f6—g7**	**e3—b2.** Remiză.

Sau:

1.	**d4—d5**	**f6—e5**

2.	**d5—e6**	**e5—d4**
3.	**e6—f7**	**d4—c3**
4.	**f7—g7**	**c3—b2**. Remiză.

În cazul în care albul efectuează mutări de aşteptare (ca: **h8—g7** şi retur), acelaşi lucru va face şi negrul (**a1—b2** şi retur), confirmînd remiza.

În poziţia din figura nr. 4.46, albul putea ajunge cu o mutare în urmă, faţă de cazul analizat deja, prin:

	ALB	NEGRU
1.	**c3—c4**	**g7—h6**
2.	**c4—d4**	...

şi negrul nu poate muta cu piesa de la **f6**, căci albul cîştigă:

	ALB	NEGRU
2.	...	**f6—e5**
3.	**d4—f6**	**e5—d4**
4.	**f5—g7**	**d4—c3**
5.	—	**c3—b2**,
2.	sau ...	**f6—f5**
3.	**d4—e5**	**f5—e4**
4.	**e5—f6**	**e4—d3**
5.	**f6—g7**	**d3—c2**
6.	—	**c2—b2**

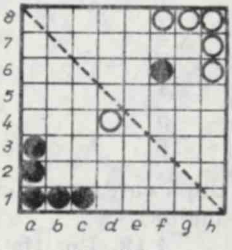


Fig. 4.46

În concluzie: pentru a obţine remiza negrul nu va ceda diagonala **a1—h8**; înaintînd cu piesa de la **g7** pînă la un pătrat de piesa albă, după care va efectua mutări de aşteptare. Dacă albul cedează diagonala menţionată, sau se apropie pînă la vecinătate pe diagonală de piesa neagră, negrul nu poate pierde.

4.16. Negrul ameninţă să termine jocul în trei mutări prin:

1.	**e6—a2** (—**e4** sau **g4—e4**—)
2.	**d3—c2**
3.	**c2—b1**

Împiedicarea acestei scheme presupune ocuparea de către alb a pătratului **e4**; care se efectuează corect astfel:

	ALB	NEGRU
1.	**e5—e4**!	**d3—e4**!
2.	**f4—h8**	**e6—d5**
3.	**e4—g8**	**d5—b1**
4.	**f5—g6**	**c4—b3**
5.	**g6—h7**	**b3—a2**.

4.17. Există mai multe soluţii, cum ar fi de exemplu:

1.	**a3—b4**
2.	**a1—a5**

3.	**a5—b6**
4.	**c1—a7**
5.	**b1—b7**
6.	**b2—b3 !**
7.	**b4—b5 !**
8.	**a2—c8**
9.	**b3—c4**
10.	**c4—a8**
11.	**b6—b8**
12.	**b5—a6**

dar dintre toate acestea una se detaşează ca fiind cea mai frumoasă şi cea mai simplă:

1.	**a3—a4**
2.	**b1—b3**
3.	**a2—c4**
4.	**a1—c5**
5.	**c1—a5**
6.	**b2—b6**,

după care următoarele şase mutări se fac prin oglindirea simetrică a primelor !

4.18. Poziţia survine la doar trei mutări de deschidere:

	ALB	NEGRU
1.	**c1—d2**	**h8—f6**
2.	**a3—e3**	**g8—e6**
3.	**a2—e4**	**h7—d1?**

Se observă că la deschiderea impetuoasă a albului negrul a răspuns destul de rezervat. Apoi, în loc de **h7—d1** era mai bine: **h7—d3 !**

Într-o continuare obişnuită a partidei se joacă:

	ALB	NEGRU
4.	**a1—c3**	**f8—e7**
5.	**b1—h7 !**	**h6—d6**
6.	**b2—d4**	**g7—e5**
7.	**d2—f4**	**e7—c5**
8.	**e3—g5**	**d6—d2**

Albul are o situaţie mai bună, care se valorifică astfel:

9.	**c3—d3 !**	**e5—c1**
10.	**d3—f7**	**f6—b4**

Negrul mai are de introdus în casă cinci piese, dintre care piesele **d2** şi **e6** nu pot fi introduse direct — printr-o singură mutare. Din acest moment jocul celor doi combatanţi poate fi analizat independent unul de altul. Cel mai bun joc al negrului se încheie în 7 mutări. În acelaşi timp albul mai are nevoie doar de 6 mutări:

11.	**f7 — g7 !**	**d1 — c2 !**
12.	**f4 — f8**	**d2 — b2**
13.	**d4 — f4 !**	**e6 — d5**
14.	**e4 — g8**	**d5 — b1**
15.	**f4 — h8**	**c2 — a2**
16.	**g5 — h6**	**c5 — a1**
17.	şi cîştigă	**b4 — a3**.

Să mai observăm că negrul a jucat oarecum de unul singur, constructiv. Aşadar în situaţia propusă pentru studiu este necesar ca negrul să încerce un joc de obstrucţionare — în special de a-l împiedica pe alb să mute **b1 — h7 !**

În acest caz negrul are mai multe variante ce par să conducă în final la remiză; dar jucînd corect albul cîştigă ! De exemplu:

	ALB	NEGRU
4.	**a1 — c3**	**d1 — b3 !**
5.	**b2 — d4** (Nu se va juca **b1 — c2**)	
	...	**f8 — e7**
6.	**d2 — f4**	**h6 — d6**
7.	**c3 — e5**	**g7 — f7 !**
8.	**e3 — g5**	**f7 — d3**
9.	**e5 — g7**	**e7 — a3**

10. **b1 — c2** (Nu se va juca **e4 — g8**, căci negrul joacă **e6 — a2** ! cu avantaj)

	...	**d3 — b1**
11.	**c2 — e4**	**d6 — c5**
12.	**d4 — d6 !**	**a3 — a2 !**
13.	**e4 — d5 ! !**	**e6 — c4**
14.	**d5 — h7**	**c5 — e1**
15.	**e4 — g8**	**c4 — e3**

16. **f4 — h8** **b3 — a3** (Nu poate juca **f6 — e5** întrucît albul ar cîştiga o mutare prin **d6 — f8**).

17.	**g5 — h6**	**f6 — e5**
18.	**d6 — e7**	**e5 — d4**
19.	**e7 — f8**	**d4 — b2**
20.	şi cîştigă	**c3 — a1**.

Şi aşa mai departe.

CAPITOLUL 5

CINCI ÎN LINIE

Așezarea unor puncte în plan și spațiu este ideea generatoare a numeroase jocuri și probleme. De obicei jocurile de acest tip se „materializează", adică punctele „devin" monede, nasturi, alune, ori mai simplu: cerculețe, cruciulițe etc.

5.1

Așezați, pe masă, nouă monede așa cum se indică în figura nr. 5.1. În formația dată se pot număra 8 rînduri de cîte trei monede (pe linie, coloană și diagonală). Mutați două monede astfel încît să fie în total 10 rînduri a cîte trei monede fiecare! (Două soluții distincte.)

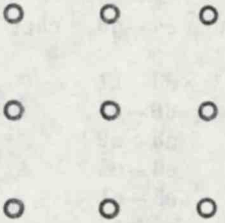


Fig. 5.1

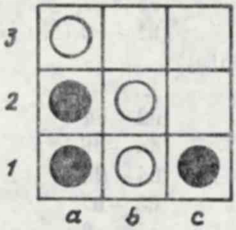


Fig. 5.2

Încă de pe vremea cînd eram elev, hîrtia cu pătrățele are pentru mine mirajul unui cîmp infinit de jocuri. Ne jucam și nu numai în pauze (!) fel de fel de jocuri ale vîrstei: „pătrățele", „trei în linie", jocuri geometrice cu figuri, „jocul lui Gale", „segmente", „triunghiuri" și multe altele.

Jocul „trei în linie" era cunoscut cu multe secole înaintea erei noastre, de chinezi, greci, romani și indienii din vechea Americă. Este amintit de Ovidiu în „Ars Amatoria"; foarte răspîndit în Anglia în jurul anului 1300; are numeroase variante, i s-au dedicat ode și cîntece de leagăn, s-a scris despre el o „bibliotecă" etc. Cea mai simplă și populară variantă se joacă pe o tablă de 3×3 pătrate, în doi jucători (vezi figura nr. 5.2). Cei doi au cîte trei piese de culori diferite, pe care le plasează alternativ în oricare pătrățel liber al tablei. Acela care reușește să-și așeze piesele în linie (pe linie, coloană ori diagonală) a cîștigat jocul. Dacă nici unul nu a reușit aceasta, jocul continuă prin mutarea alternativ a cîte unei fise într-un pătrat adiacent și liber. Sînt permise numai mutări ortogonale.

Jocul „trei în linie" (sau „ticktacktoe") — varianta prezentată — este o competiție finită, nu cuprinde nici un element de hazard și se joacă cu informație completă — toate mutările fiind cunoscute de combatanți. La prima vedere pare o joacă de copii, dar chiar și în versiunea cea mai simplă numărul mutărilor posibile este foarte mare. Cu toate acestea primul jucător va cîștiga întotdeauna dacă va ocupa la început centrul tablei (b2).

5.2

Arătați care este strategia cîștigătoare a primului jucător.

Cu amendamentul că primul jucător nu poate ocupa la prima mutare centrul, jocul se relansează. Jucat „rațional" — condus corect — de ambele părți, el devine un joc nehotărît, care se va termina doar atunci cînd unul din jucători, mai puțin prevăzător, va fi prins într-o „capcană" adversă.

Prin extindere s-a ajuns curînd la jocul „cinci în linie". Cu o idee analoagă, jocul „cinci în linie" se dispută în doi, pe o foaie de hîrtie cu pătrățele. Prin marcarea într-un anume fel (cu același semn făcut cu creioane colorate diferit, ori prin semne diferite) cei doi ocupă alternativ cîte un pătrățel — oricare dintre cele libere. Primul dintre ei care reușește o formație de cinci pătrățele consecutive în linie (pe linie, coloană ori diagonală) cîștigă jocul. În figura nr. 5.3. sînt redate exemple de formații cîștigătoare.

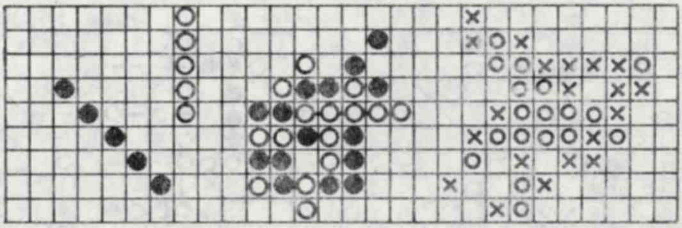


Fig. 5.3

Aparenta simplitate a jocului este dublată de o deosebită complexitate și frumusețe a combinațiilor constructive. Jocul este în totalitate rațional, prin însăși factura sa geometrică, prin posibila și necesara analiză a variantelor pe mai multe mutări în avans, dar mai ales prin alambicata alcătuire sau distrugere a schemelor „capcane". La un joc corect al ambilor jucători el se dezvoltă nelimitat. Practic — în special la jucătorii începători — atenţia mai puţin educată ori insuficient distributivă, face ca să nu se observe la timpul oportun unele atacuri adverse şi deci jocul să se termine prin victoria unuia dintre jucători.

Recuzita de joc se poate perfecţiona, şi anume, printr-o tablă de joc cu reţea de pătrăţele şi piese (puluri, jetoane, cubuleţe etc.) de două culori, în număr mare. Atunci cînd se joacă cu creionul pe hîrtie, este indicat ca semnele celor doi jucători să fie la fel de uşor de distins şi urmărit; fiind preferabil acelaşi semn marcat în culori vii. Suprafaţa de joc poate fi limitată doar de mărimea foii de hîrtie, ori se poate delimita artificial, în orice mod — de comun acord stabilit la începutul jocului. Desigur, suprafeţele de joc mai mici (limitative) comportă analize de joc mai simpliste. Jocul se poate adapta, printr-un sistem de coordonate plane, la disputa prin corespondenţă şi la compunerea de probleme. O variantă posibilă de joc este extinderea sa la trei sau mai mulţi jucători.

5.3

Care este numărul maxim de formaţii „cinci în linie" care se pot obţine cu 17 piese?

Vom numi în cele ce urmează ocuparea unui pătrăţel — mutare, iar obiectul prin care se ocupă — piesă. Culorile celor doi jucători le-am ales arbitrar: alb şi negru. Pentru a stabili un vocabular comun cu cititorul, vom cataloga cîteva noţiuni simple: formaţia de piese blocată la unul sau ambele capete (vezi figura nr. 5.4 şi 5.5) şi formaţia de piese semiblocată (vezi figura nr. 5.6).

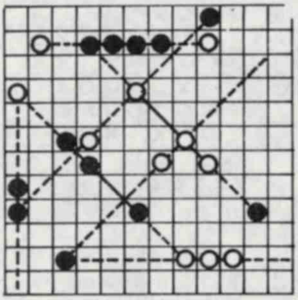


Fig. 5.4

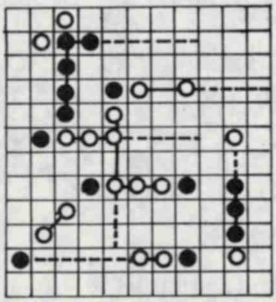


Fig. 5.5

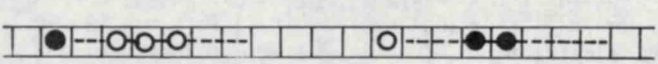


Fig. 5.6

O formaţie de n piese consecutive, ori cu un singur interval de un pătrăţel liber, se numeşte liberă atunci cînd ea poate fi completată în fiecare capăt pînă la formaţia cîştigătoare „cinci în linie".

Blocajul într-un capăt al formaţiei de piese se constituie prin plasarea unei piese adverse adiacentă la formaţie, şi care nu permite extinderea ei. Formaţia semiblocată la un capăt se poate transforma în formaţie liberă sau în formaţie blocată în funcţie de jucătorul care urmează la mutare. De exemplu: formaţia de 3 piese semiblocată, din figura nr. 5.6, dacă urmează să mute albul, se poate transforma în formaţie de 4 liberă, iar dacă urmează să mute negrul, ea va deveni o formaţie de 4 blocată la ambele capete.

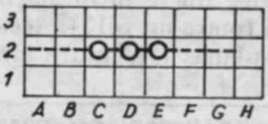


Fig. 5.7

Este lesne de înţeles că in tot timpul jocului va trebui să urmărim dezvoltarea formaţiilor cît mai mari şi libere, în paralel cu împiedicarea adversarului de a realiza acelaşi lucru. Iată de exemplu, continuările posibile în cazul unei formaţii de 3 în linie, liberă la ambele capete: (vezi figura nr. 5.7).

	ALB	NEGRU
1.	**F2**	**G2** (sau **B2**)
2.	**B2** (sau **G2**) şi cîştigă (figura nr. 5.8)	

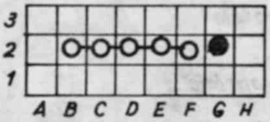


Fig. 5.8

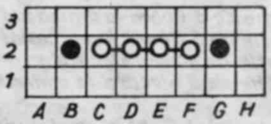


Fig. 5.9

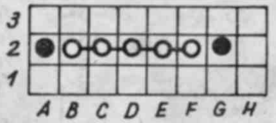


Fig. 5.10

Dacă urmează la mutare adversarul:

	ALB	NEGRU
1.	...	→**B2**
2.	**F2**	→**G2**

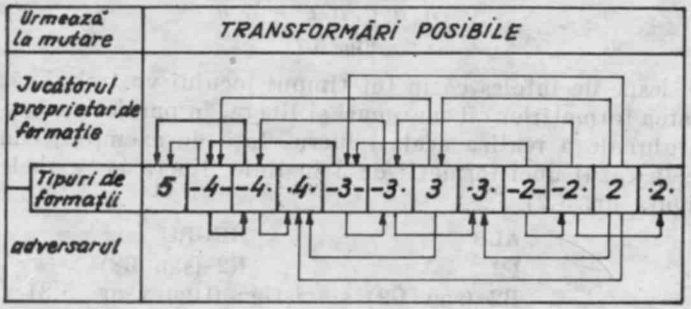
cu blocarea completă a formaţiei, deci anularea posibilităţii de dezvoltare a formaţiei (figura nr. 5.9). De reţinut că acest lucru s-a realizat prin două mutări obligatorii sau impuse (notate cu →), căci oricare altă mutare însemna ca negrul să piardă. Astfel:

	ALB	NEGRU
1.	...	**A2** (?)
2.	**F2**	**G2**
3.	**B2** şi cîştigă (figura nr. 5.10).	

Se desprind noi noțiuni ca: mutare liberă și mutare impusă. Prin mutare liberă înțelegem plasarea unei piese cu totul indiferent de rețeaua pieselor adverse, deci fără a ține cont de acestea, mutare care de obicei constituie începutul atacului sau a perioadei de conducere (dominare) a jocului. Mutarea „impusă“ sau obligatorie, este ... obligatoriu a se efectua căci în caz contrar adversarul cîștigă în cîteva mutări.

Formația sau schema cîștigătoare este formația de piese care nu mai poate fi blocată de adversar și va ajunge în mod sigur la „cinci în linie“.

Analizînd posibila evoluție a diferitelor formații în timpul jocului, respectiv transformările succesive ale formațiilor mai mici în formații mai mari și ale formațiilor libere în formații blocate, se poate alcătui o schemă a acestora (vezi figura nr. 5.11). Această schemă nu ia în seamă efectul de complexitate plană a jocului, înregistrînd doar fenomenul liniar!



-3- formație de 3 liberă la amîndouă capetele
-3· formație de 3 liberă la un capăt
3 formație de 3 semiblocată
·3· formație de 3 blocată la amîndouă capetele
formație finală, fără continuare - dezvoltare
transformări posibile, în sensul indicat.

Fig. 5.11

Să urmărim în diagrama nr. 5.11, de exemplu, formația de 2 liberă. Cînd urmează să mute jucătorul proprietar, ea se poate transforma într-o formație de 3 liberă, apoi prin mutarea adversarului va deveni o formație de 3 blocată la un capăt, după care proprietarul o poate dezvolta în formație de 4 liberă la un capăt, pentru ca în final adversarul să o transforme într-o „inofensivă“ formație de 4 blocată. Cu totul alta este situația unei formații de 3 liberă, care se poate transforma prin mutarea proprietarului în: de 4 liberă, de 4 blocată la un capăt, și apoi „cinci în linie“. Cu alte cuvinte, formația de trei în linie liberă la ambele capete — atunci cînd urmează la mutare jucătorul proprietar, este o formație sigur cîștigătoare (schemă liniară cîștigătoare).

Vom parcurge şi comenta împreună o partidă ... care aşa cum se va vedea ar putea constitui un şir de partide. Jocul se poate conduce nesfîrşit, dar în realitate, mai ales atunci cînd se impune un anumit ritm de joc prin limitarea timpului de analiză, este greu a se ajunge atît de departe !

	ALB	NEGRU
1.	**L8**	**L7**
2.	**M7**	**N6**
3.	**M8**	**M9**
4.	**N8**	**→O8**
5.	**K8**	**→J8**
6.	**K9**	**N7**
7.	**O9**	**→L6**
8.	**P10**	**→R11**
9.	**J10**	**→I11**

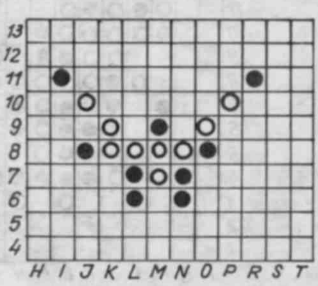


Fig. 5.12

Vezi figura nr. 5.12. Negrul şi-a creat o schemă de cîştig de la mutarea a 7-a, cu ocuparea intersecţiei axelor **L6**–**N6** şi **N7**–**O8**. Mutările 8 şi 9 pentru el au fost obligatorii, dar acum albul trebuie să anuleze schema amintită. Dacă, de exemplu, albul ar fi jucat:

10.	**K10**	**K7**

pierdea repede, căci negrul are acum şi o tripletă liberă (vezi figura nr. 5.13).

	ALB	NEGRU
10.	**K7**	**→K6**
11.	**K10**	**→K11**
12.	**M6**	**L5**
13.	**M5**	**→M4**
14.	**→N3**	**J7**
15.	**→I8**	**L4**
16.	**→L3**	**K4**
17.	**→J4**	**N4**
18.	**→O4**	**J6**
19.	**→J9**	**→H7**
20.	**L11**	**→M12**
21.	**L10**	**→M10**
22.	**I10**	**→H10**
23.	**H11**	**→G12**
24.	**L12**	**→L9**
25.	**L13**	**→L14**
26.	**J11** (figura nr. 5.14)	**H6**

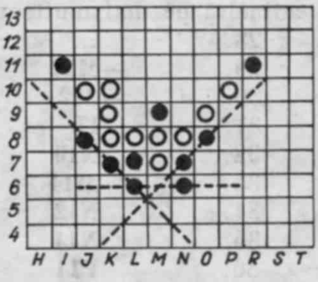


Fig. 5.13

La mutarea anterioară negrul putea prelua iniţiativa, dar atenţie !, se poate uşor greşi prin:

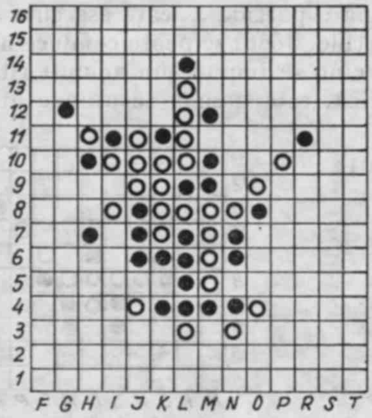


Fig. 5.14

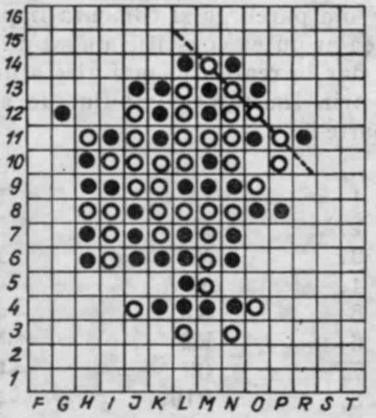


Fig. 5,15

26. ... I6
27. →H6 H7
28. →G şi albul şi-a creat „fără să vrea“ (datorită ultimelor două mutări impuse) o puternică schemă de cîştig.
27. →I6 H9
28. →H8 J12 !

Dorinţa firească a negrului, de a impune mutările albului putea să se întoarcă din nou împotriva sa ...; e drept, de această dată analiza este adîncită pe mai multe mutări în avans:

28. ... M13
29. →M11 →K13
30. →J12 →J13
31. I7 →I9
32. N10 →P8
33. M14 →K12
34. N12 →O13
35. N11 →N9
36. P11 →O11
37. N13 →N14
38. O12 (şi cîştigă ! (figura nr. 5.15).

Revenim:

29. →K13 G9
30. →F8 M11
31. →M13 →J13
32. I9 →I7
33. G7 →F6
34. E8 →G8
35. M14 →K12
36. N13 →O13

37.	**O12**	**→L15**
38.	**P11**	**→R10**
39.	**G10**	**→F9**
40.	**D9**	**I12**
41.	**→H12**	**G5**
42.	**→F4**	**K14**
43.	**→M16**	**E10**
44.	**→D11**	**M3**
45.	**→K5**	**S11**
46.	**→P9**	**P12**
47.	**→S10**	**M15**
48.	**→N14** (vezi figura nr. 5.16).	

Dacă negrul ar juca:

48.	...	**R12**
49.	**→R9**	**R13**

50. **→R14**, albul ar cîştiga pe una dintre axele trasate în figura nr. 5.16.

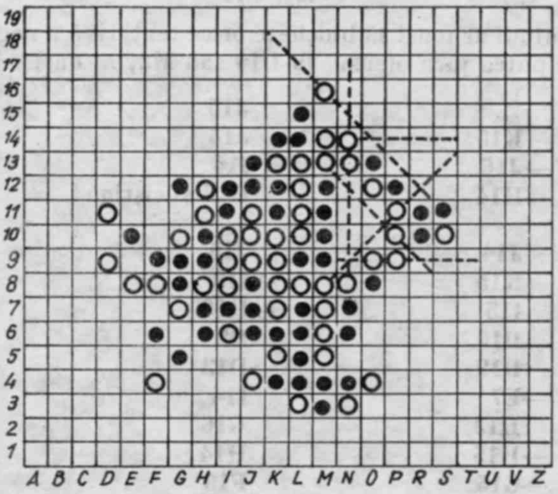


Fig. 5.16

48.	...	**R9**
49.	**O15**	**→P16**
50.	**→R8**	**R13**
51.	**→R12**	**S7**
52.	**N9**	**→O10**
53.	**N12** (era mai bine **N15**)	**→N10**
54.	**→O11**	**→N15** (figura nr. 5.17).

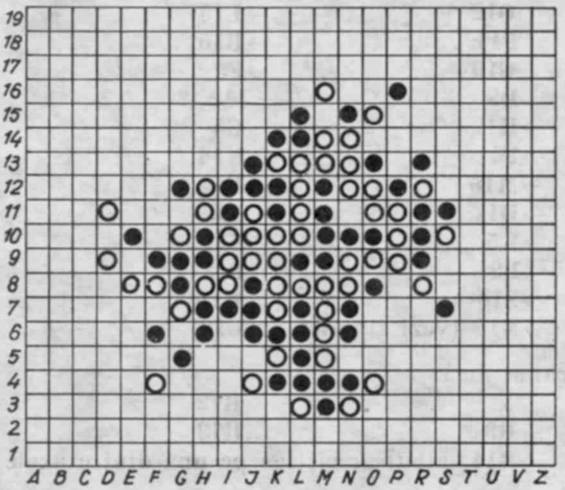


Fig. 5.17

Se pare că albul ar reuşi să blocheze orice tentativă a negrului în zona **K15** şi deci ar putea juca ofensiv la **D10** sau **M2**, ... dar:

55.	...	**J15**
56.	**→K15**	**J14**
57.	**→J16**	**I14**
58.	**→H14**	**H13** şi cîştigă !

Deci,

55.	**J14**	**J15**
56.	**→K15**	**→I13**
57.	**I15**	**→H16**
58.	**D10**	**→D8**
59.	**D12**	**→D13**
60.	**→E7**	**I14**
61.	**H13**	**G16**
62.	**→H15**	**H14**
63.	**→G15**	**F15**
64.	**→E14**	**I16**
65.	**→F16**	**H17**
66.	**→G18**	**I18**
67.	**→J19**	**K16**
68.	**→J16**	**L17**
69.	**→M18**	**L18**
70.	**→L16**	**J17**
71.	**→H19**	**I17**
72.	**→K17**	**F17**

73.	→**G17**	**I19**
74.	→**I20**	**L19**
75.	**J21**	→**K22**
76.	**K18**	**L20**
77.	→**L21**	**K19**
78.	→**J18**	**J20**
79.	**H21**	→**G22**
80.	**I21**	→**K21**
81.	**G21**	→**F21**
82.	**G19**	→**G20**

De la mutarea a 80-a, negrul are o tripletă liberă, care trebuie blocată !

83.	→**L22**	**M17**
84.	→**N16**	**K23**
85.	→**K20**	**K24**
86.	→**K25** (vezi figura nr. 5.18) ...	

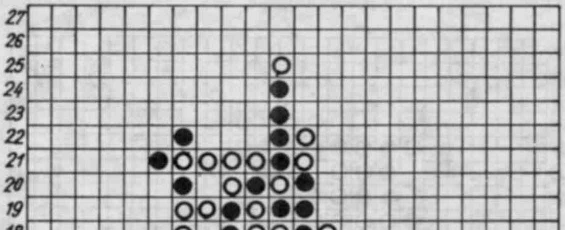


Fig. 5.18

Negrul are o mutare, aparent, la alegere, dacă nu de atac! În realitate situaţia în zonă este favorabilă albului, după cum se vede:

86.	...	J22 (?)
87.	N23	→M22
88.	I23	→H22
89.	→I22	→I24
90.	H23	→G24
91.	E15 !	H24
92.	→J24	F24
93.	→E23	M19
94.	→N18	N19
95.	→O19	→D14
96.	E13	→E12
97.	E17	→E16
98.	F18	→H20
99.	D18	→C19
100.	E18 şi cîştigă,	

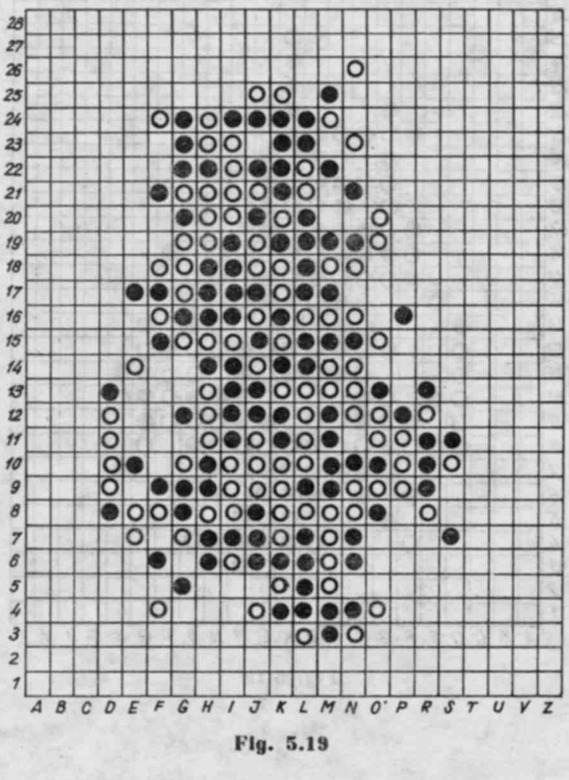


Fig. 5.19

Ori, dacă în loc de (96) ... **E12** se juca:

96.	...	**→E16**
97.	**E11**	**→E12**
98.	**C11**	**→E12**
99.	**F11** și cîștigă.	

Revenim:

86.	...	**H18**
87.	**N23**	**→M22**
88.	**H20**	**→J22**
89.	**F18**	**→E17**
90.	**I23**	**→H22**
91.	**I22**	**→I24**
92.	**H23**	**→G24**
93.	**→F24**	**J24**
94.	**→H24**	**L24**
95.	**→M24**	**M25**
96.	**→N26**	**L23**
97.	**→J25**	Atenție ! prin ocuparea succesivă a punctelor **G23** și **I25** albul cîștigă.
97.	...	**N21**
98.	**→O20**	**M19**
99.	**→N18**	**N19**
100.	**→O19**	**G23**

(Vezi figura nr. 5.19). Și așa mai departe !

5.4

Arătați că într-un joc similar „patru în linie" există o strategie cîștigătoare pentru primul jucător !

Dacă la tema de mai sus adăugăm că „șase în linie" este foarte dificil de realizat (numai prin grave greșeli din partea unui jucător), am răspuns și la întrebarea de ce tocmai „cinci în linie"? !

Demonstrația că jocul este nehotărît; cu alte cuvinte, limitat în spațiu sau timp și condus rațional de către ambii jucători, el se încheie remiză, se va împleti cu cele cîteva noțiuni de strategie, tactică și tehnică a jocului.

Posibilitatea de existență a remizei este demonstrată de mozaicurile bicolore din figura nr. 5.20, care ilustrează plastic că cei doi jucători își pot dezvolta la infinit formațiile de piese. E totuși greu de presupus că asemenea modele artistice s-ar putea „desena" într-o partidă reală. Deci, să revenim la jucătorii noștri, mai puțin „artiști" și mai bătăioși. Analiza în plan a formațiilor cîștigătoare ne conduce la concluzia sintetizată în diagrama nr. 5.21. Jucătorul care a realizat o schemă de tipul celei din rîn-

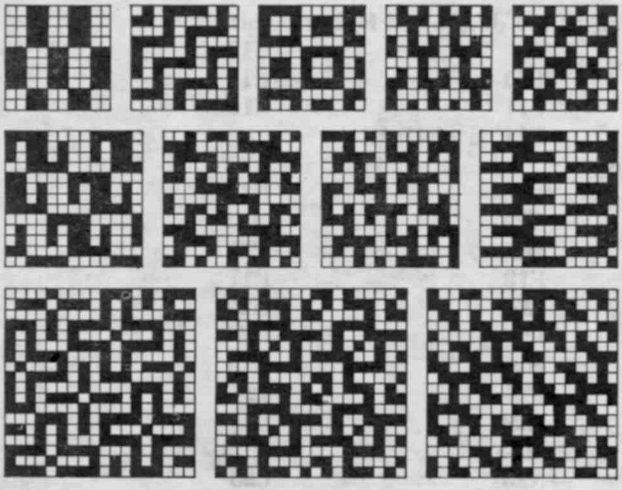


Fig. 5.20

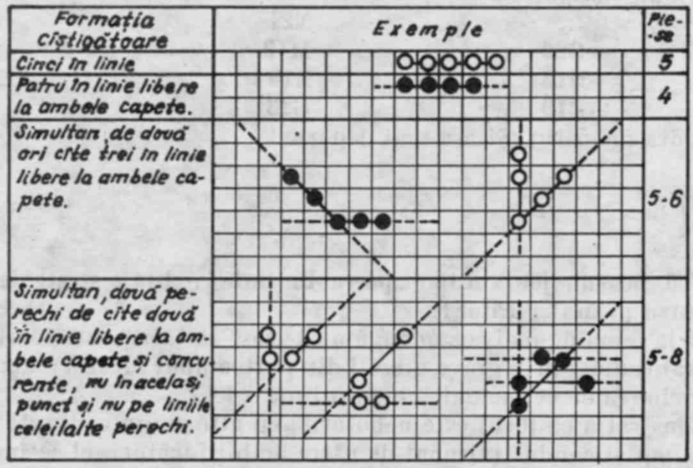


Fig. 5.21

dul 4, poate fi sigur de victorie, chiar dacă la mutare urmează adversarul. În conformitate cu acest rezultat se pot inventaria o sumedenie de „seminţe de victorie", grupate după numărul de piese utilizate, după suprafaţa pe care se întind acestea etc. Iată de pildă, în figura nr. 5.22 sînt redate toate schemele caracteristice de cîştig alcătuite cu numărul minim de piese — 5, răspîndite pe suprafaţa minimă — 3×3.

Acestea sînt cele mai simple scheme cîştigătoare, căci mărind numărul

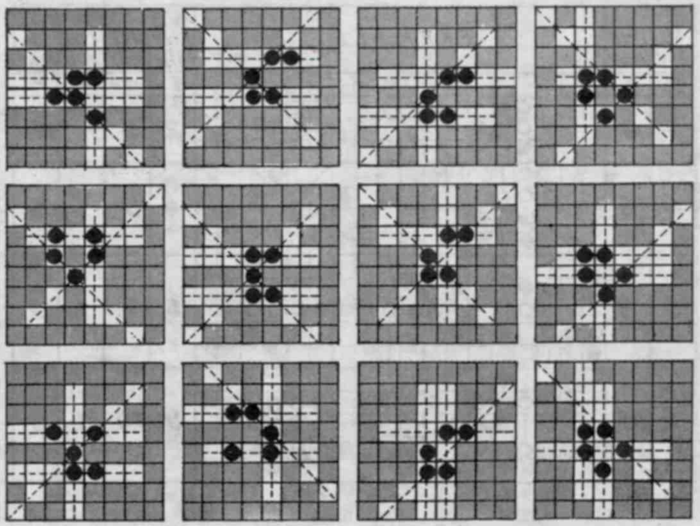


Fig. 5.22

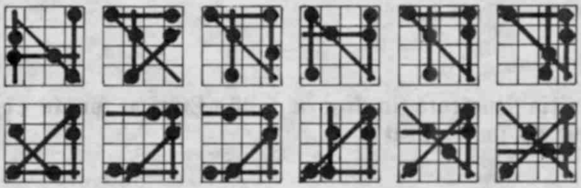


Fig. 5.23

pieselor şi suprafaţa pe care sînt plasate ele se obţine un număr uriaş de alte şi alte scheme. De exemplu: schemele cu 5 piese, pe suprafaţă de 4×4 (fig. nr. 5.23) sînt de ordinul sutelor ş.a.m.d.

Completînd acum analiza schemelor lineare (vezi diagrama nr. 5.11), cu studiul posibilităţilor de blocare a schemelor plane vom arăta că orice schemă cîştigătoare plană — primară — poate fi anulată de adversar.

În diagrama nr. 5.24 se evidenţiază numărul maxim de linii perechi — ce pot fi alcătuite cu un număr n de piese şi faptul că aproape toate dintre acestea pot fi blocate de către adversar. Rămîn la fiecare mutare un număr maxim de două perechi de piese libere, ceea ce este insuficient pentru a se constitui într-o schemă primară cîştigătoare.

În realitate jocul se complică şi mai mult, posibilităţile de alcătuire a unei scheme cîştigătoare fiind încă o dată reduse, dacă se ţine seama de posibilele acţiuni contraofensive ale adversarului — care prin simpla blocare a pieselor îşi alcătuieşte la rîndu-i ansambluri ameninţătoare de piese.

S-a demonstrat în acest fel că jocul se poate dezvolta nelimitat.

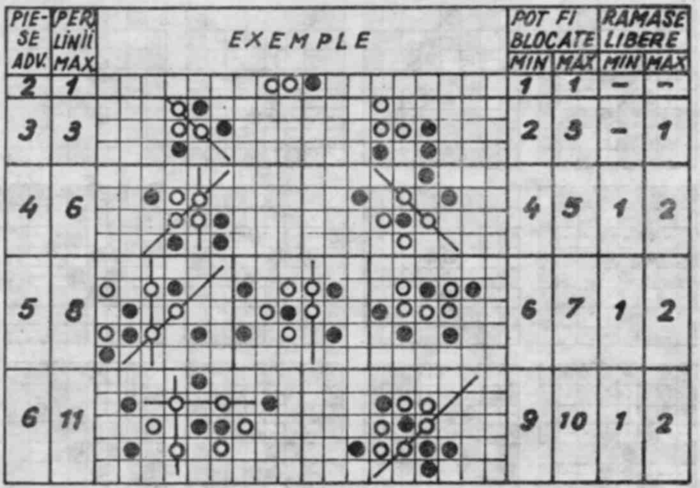


Fig. 5.24

5.5

Priviţi poziţia ilustrată în figura 5.25. Cum se poate cîştiga, fără a ieşi din cîmpul de joc figurat?

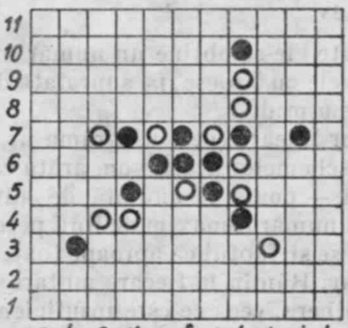


Fig. 5.25

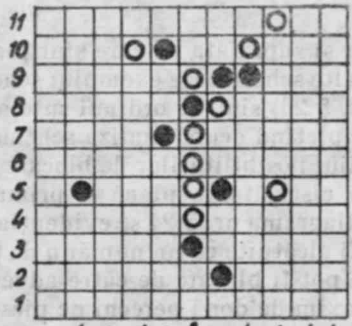


Fig. 5.26

5.6

În poziţia din figura nr. 5.26 negrul mută şi cîştigă în maximum *6* mutări. Cum?

Vom completa analiza acestui joc cu cîteva noţiuni de strategie, tactică şi tehnică de joc.

În primul rînd facem observaţia că orice piesă pe cîmpul de joc — indiferent de poziţia ei — este un avantaj pentru jucătorul care a plasat-o. Dar aceasta nu justifică un plasament la întîmplare a pieselor, ci din contră, fiecare jucător trebuind să urmărească la fiecare mutare fie o acţiune de „apărare" fie una „ofensivă". Pe parcursul jocului o piesă plasată pe considerente defensive se poate transforma într-o piesă activ ofensivă. Este chiar recomandată strategia generală defensivă,cu trecerea la momentul potrivit în ofensivă. Un număr mai mare de mutări defensive faţă de schemele de atac adverse transformă piesele adversarului rînd pe rînd în piese blocate ! ..., în timp ce propriile piese rămîn libere şi active. Pentru aceasta este necesar ca blocarea formaţiilor adverse să se facă pe cît posibil în exteriorul grupului de piese. Pe de altă parte jucătorul în ofensivă va obliga adversarul să-şi plaseze piesele în poziţii închise. De exemplu, în poziţia din figura nr. 5.27, albul, care urmează la mutare, aplică procedeul tehnic de plasare a pieselor la exterior cu obligarea negrului de a-şi plasa piesele de blocare în interior:

	ALB	NEGRU
1.	**C7**	→**E5**
2.	**D8**	→**D7**

Pentru comparaţie să privim figura nr. 5.28. S-a jucat:

	ALB	NEGRU
1.	**E5**	→**C7**
2.	**D7**	→**D8**

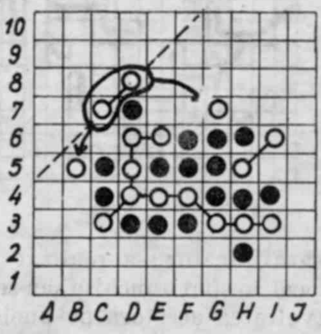


Fig. 5.27

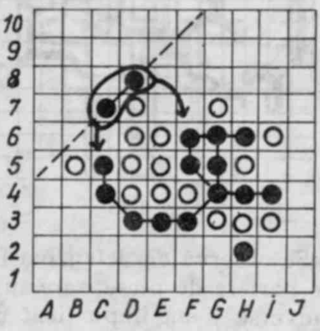


Fig. 5.28

Albul a dezvoltat aceleaşi două formaţii, dar de această dată poziţia negrului este mai bună, mai activă !

Este indicat ca orice formaţie să fie dezvoltată pînă la forma finală, chiar dacă se vede de la pornire că ea nu va fi cîştigătoare. Aceasta va obliga adversarul la o serie de mutări impuse, consolidînd pe de altă parte pozițiile proprii.

În general, plasarea pieselor pe cîmpul de joc se face prin grupare, apropiere de grupul pieselor deja plasate, și numai rareori dispersat. Densitatea pieselor pe suprafața ocupată este sensibil egală de la zonă la zonă, iar cele două „centre de greutate" ale celor două feluri de piese sînt apropiate. Acest lucru este ușor de pus în evidență pe figura nr. 5.19, dacă se secționează figura cu orice linie orizontală, verticală sau diagonală și apoi se numără cele două feluri de piese pe oricare dintre cele două suprafețe (de-o parte și de alta a liniei de secțiune). De fiecare dată vom constata o sensibilă egalitate a numărului de piese.

Același joc exemplu ne ilustrează foarte bine procedeul tehnic al „barierelor". Dacă extragem de pe figura nr. 5.19, în două diagrame, separat, cele două feluri de piese, vom ajunge la figurile 5.29 (alb) și 5.30

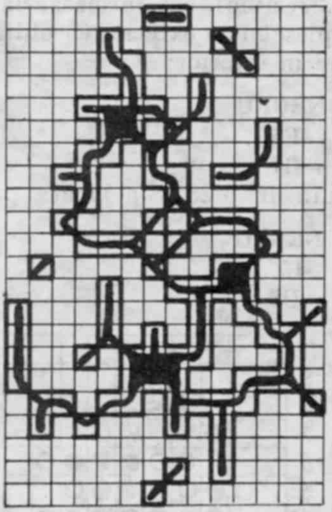


Fig. 5.29

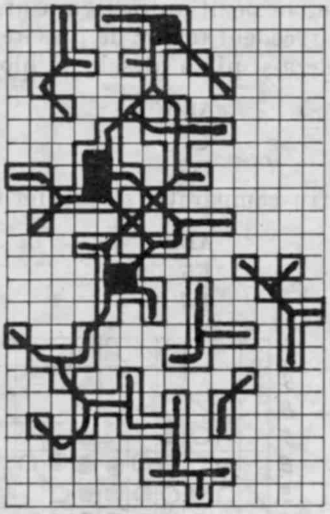


Fig. 5.30

(negru). Se observă că defensiva fiecărui jucător s-a realizat prin alcătuirea de bariere de piese, care au blocat în spații închise sau semiînchise piesele adverse și au împiedicat dezvoltarea acestora pe unele direcții. În figura nr. 5.31 se arată cum diferite tipuri de bariere (totale sau parțiale) împiedică dezvoltarea formațiilor cîștigătoare ale adversarului pe diferite direcții. Aceasta presupune plasarea pieselor în lanț, în pătratele adiacente, și este un procedeu tehnic principal — indispensabil. Mai mult decît atît, vom urmări mereu ca aceste bariere să le alcătuim în exteriorul grupului de piese jucate deja.

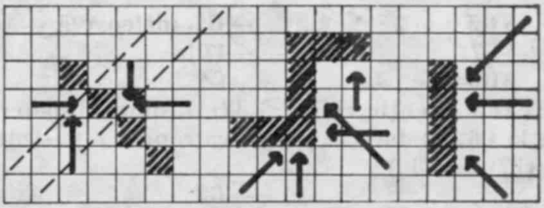


Fig. 5.31

Recomand, ca ori de cîte ori este posibil, să se adopte o linie strategică generală defensivă. Practicată corect, aceasta asigură cel puţin menţinerea unui echilibru de forţe, iar dacă jucătorul advers cade cumva în greşeala unei ofensive prelungite şi forţate, de dragul de a „controla jocul", victoria nu va întîrzia prea mult să vă răsplătească înţelepciunea. În primul rînd orice acţiune defensivă este indirect (implicit) şi o acţiune ofensivă, căci aşa cum am văzut orice piesă plasată pe spaţiul de joc (în cazul nostru cu scop defensiv) oferă nişte avantaje de legare ulterioară. Apoi jucătorul care se lansează într-o ofensivă susţinută artificial, construită pas cu pas fără o finalizare evidentă, este de cele mai multe ori tributar unei defectuoase repartiţii a pieselor. El va sfîrşi încercuit de barierele adverse care se dezvoltă favorabil în exterior. De asemenea, să nu uităm că sub aparenţa înşelătoare a unei defensive resemnate, dar calculate, se pot urzi în linişte cele mai tăioase capcane. Iată un exemplu:

	ALB	NEGRU
1.	**E6**	**F6**
2.	**E4**	**E5**
3.	**G4**	**F5**
4.	**F4**	→**D4** (!)
5.	**H4**	→**I4**

6. →**G7**, este normal ca albul, care a început jocul să se instaleze de la primele mutări la conducerea jocului, mutările de pînă acum ale negrului avînd caracter de defensivă. În acest moment negrul ar putea răspunde prin

6.	...	**G5**
7.	→**H5**	**D5**
8.	→**C5**	**C3**
9.	→**B2**	**D3**
10.	→**D2**	**D6**
11.	→**D7** ...	

Este drept că prin aceasta negrul a preluat iniţiativa declanşînd ofensiva, dar după numai cîteva mutări albul stă mai bine! Să revenim, aşadar la răspunsul negrului de la mutarea a 6-a, cu intenţii mai puţin ofensive:

6.	...	**H5** (indirect ofensivă)

7.	→G5	→G6 (defensivă + ofensivă)
8.	→F7	→I7 !
9.	D5	→C4

10. **F3** Atenţie, (fig. 5.32) răspunsul oarecum la alegere pentru negru, la **C6**, ar duce la pierderea rapidă a partidei. (Albul mută (11) — **G2** şi (12) — **G3** !)

10.	...	→G2
11.	C6	→B7
12.	D7	→E7
13.	E8	→F9
14.	G8	→H9
15.	F8	→D8
16.	H8	→I8
17.	B5	→A4

În tot acest timp negrul s-a complăcut într-o defensivă modestă, dar poziţia albului are numeroase semne de slăbiciune. Albul care nu doreşte să cedeze iniţiativa atacului joacă o mutare care să blocheze intenţiile (eventuale ale) negrului pe linia 9, dar în acelaşi timp să fie o continuare a ofensivei:

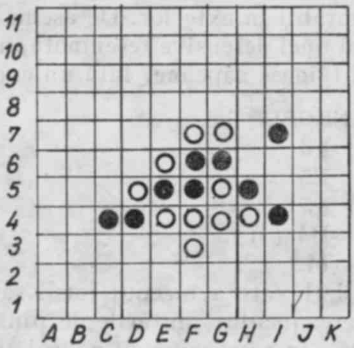


Fig. 5.32

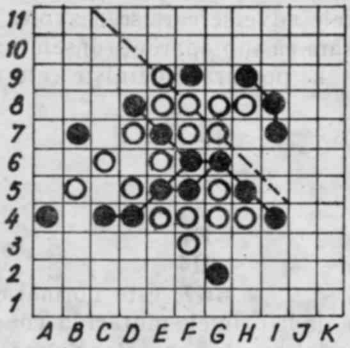


Fig. 5.33

18. **E9**? (fig. 5.33). Acesta este momentul cheie al jocului, în care negrul îşi evaluează şansele şi dezlănţuie atacul decisiv. Fără să ţină cont de ameninţarea imediată a albului de pe diagonala *E9—G7*, negrul joacă:

18.	...	I6 !
19.	→I5	→H6
20.	→J6	J9
21.	→H7	I9 şi cîştigă.

Dar cea mai completă analiză în jocul „cinci în linie" este prilejuită de alcătuirea sau găsirea schemelor cîştigătoare, adică acele combinaţii de piese care pot fi dezvoltate pînă la formaţia de cinci în linie.

5.7

Vezi figura nr. 5.34. Albul mută şi cîştigă imediat.

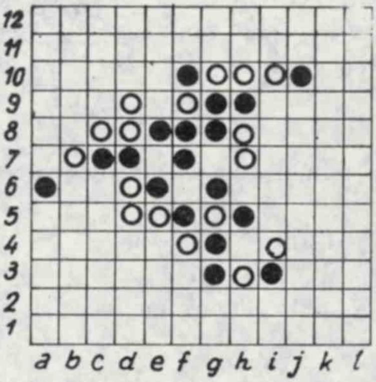


Fig. 5.34

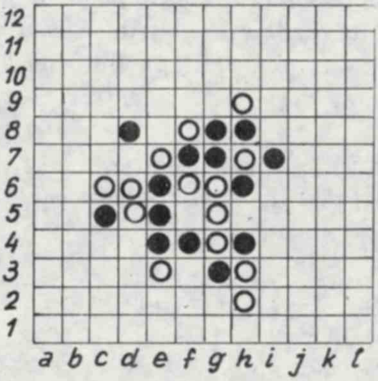


Fig. 5.35

5.8

În poziţia din figura nr. 5.35, jucătorul care urmează la mutare cîştigă. Arătaţi cum!

De regulă, în orice moment al jocului se poate spune că unul dintre jucători este în ofensivă iar altul în defensivă. Se greşeşte mai des atunci cînd avem impresia că adversarul nu mai poate susţine ofensiva şi deci am putea plasa piesa noastră fără a mai urmări intenţiile adverse. Cîteva exemple de acest fel au fost înşirate pe parcursul analizei partidei exemplu (mutarea 26; 28; 48 etc.).

SOLUŢIILE PROBLEMELOR

5.1. Vezi figura nr. 5.36. Există şi alte moduri de a forma o configuraţie plană de 9 puncte şi 10 rînduri de cîte 3 — vezi figura nr. 5.37

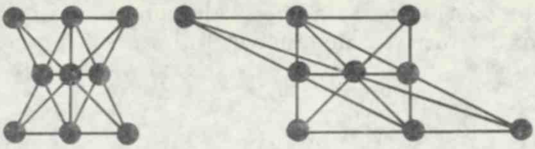


Fig. 5.36

— după cum, problema poate fi generalizată la cazul a n puncte cu care se alcătuiesc, în plan, r rînduri de cîte k puncte fiecare.

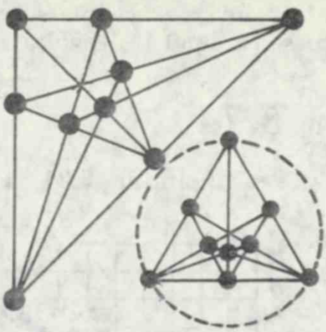


Fig. 5.37

5.2. La prima mutare — **b2**, sînt numai două posibilităţi de răspuns, pe care le vom analiza pe rînd (figura nr. 5.38).

I.	ALB	NEGRU
1.	**b2**	**a2**
2.	**c1**	**→a3** (mutare impusă la **a3**)
3.	**→a1**	**→b2**
4.	**c1—c2**	**a3—b3**
5.	**c2—c3** şi cîştigă (fig. 5.39)	

II.	ALB	NEGRU
1.	**b2**	**a1**
2.	**c2**	**→a2**
3.	**→a3**	**→c1**
4.	**c2—c3**	**a1—b1**
5.	**b2—b3 şi cîştigă** (fig. 5.39)	

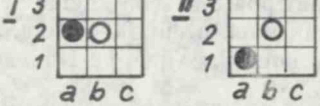


Fig. 5.38

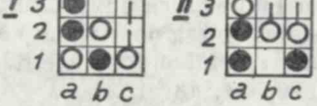


Fig. 5.39

5.3. Dacă se interpretează că şase piese coliniare şi adiacente formează de două ori cîte cinci în linie (fig. 5.40), atunci cu 17 piese — în linie — se pot alcătui 13 formaţii „cinci în linie".

Excluzînd această interpretare, şi neluînd în calcul formaţiile „în prelungire", atunci cu 17 piese se pot obţine maximum de 6 ori cinci în linie. După cum se vede în figura nr. 5.41 acest lucru este posibil; dar să demonstrăm că este şi maximum posibil!

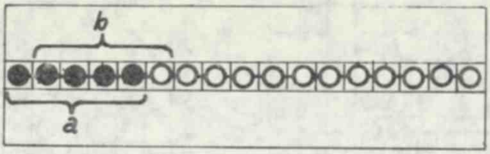


Fig. 5.40

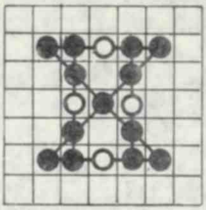


Fig. 5.41

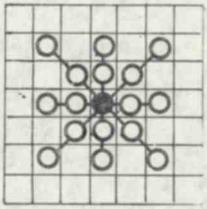


Fig. 5.42

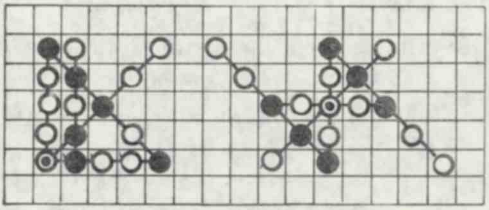


Fig. 5.43

O anume piesă poate intra în componența a cel mult patru formații de cinci în linie (fig. 5.42). În acest caz cu 17 piese s-au realizat 4 formații — toate celelalte 16 piese făcînd parte din cîte o singură formație. Dacă vom insista să folosim o piesă în trei formații, cu 17 piese formăm de 5 ori cinci în linie (fig. 5.43). În acest caz 6 piese sînt folosite în cîte două formații.

Dacă am reuși să utilizăm fiecare dintre cele 17 piese în cîte două formații, am putea număra 34 de piese „simple“ cu care se pot forma maximum (34 : 5 = 6,8) șase formații!

La același rezultat am fi ajuns plecînd de la formația de 5 ×5 piese, în care se numără de 12 ori cinci în linie, prin eliminarea pe rînd a 8 piese, în modul cel mai economic.

5.4. Pentru a fi certă realizarea formației de „patru în linie“ este suficient să se realizeze „trei în linie“ libere la ambele capete. La rîndul ei formația de trei în linie liberă la ambele capete se poate obține, în mod cert, dintr-o formație de două ori cîte „două în linie“ libere la ambele capete. Vom arăta că oricum ar juca al doilea jucător, primul are posibilitatea de a realiza această formație, și deci, a obține în final „patru în linie“.

Să presupunem că primul jucător (albul) joacă

	ALB	NEGRU
1.	**d4** (figura nr. 5.44)	

la care negrul poate răspunde în principal prin două mutări:

I. — adiacent pe linie

II. — adiacent pe diagonală

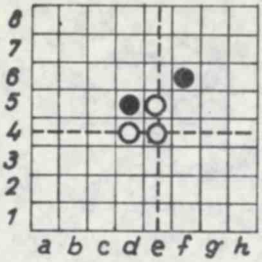


Fig. 5.44

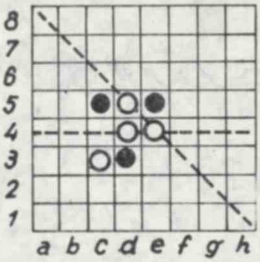


Fig. 5.45

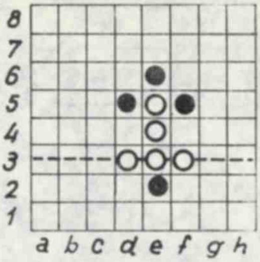


Fig. 5.46

Orice alt răspuns, la distanţă faţă de prima piesă albă, este mai slab.

I.	ALB	NEGRU
1.	**d4**	**d5**
2.	**e5**	→**f6** (sau →**e3**)

3. **e4** şi cîştigă pe una din liniile marcate în figura nr. 5.44.

II.	ALB	NEGRU
1.	**d4**	**e5** (fig. 5.45)
2.	**e3**	→**e5**
3.	→**d5** la care negrul poate răspunde prin:	

II. a	ALB	NEGRU
3.	...	→**d3**
4.	**e4** şi cîştigă (fig. 5.45)	

sau II. b	ALB	NEGRU
3.	...	→**d6**
4.	→**d3**	→**d2**
5.	**e3** şi cîştigă (fig. 5.46)	

5.5. Se observă că albul are 11 piese pe cîmpul de joc, iar negrul 12; deci urmează să mute albul.

ALB NEGRU

1. **d6** cu formarea unei scheme cîştigătoare prin perechile de piese, ilustrate în figura nr. 5.47.

	ALB	NEGRU
1.	...	**e5**
2.	**f4**	**e4**
3.	**e5**	**b4**
4.	**g3** şi cîştigă	

5.6.	NEGRU	ALB
1.	**d6**	→**e5**

2. **d3** ! cu dublă amenințare, prin plasarea piesei următoare la **d5** sau **g3**. Albul încearcă (fără șanse) să neutralizeze aceste scheme cîștigătoare (fig. 5.48).

2.	...	**d5**
3.	**g3**	**e4**
4.	→**e6**	**e3**
5.	**g4**	**g6**
6.	**g1** și cîștigă	

5.7. Albul plasează prima piesă la **f6** cu posibilități de continuare la **g7** sau **e7**, prin care se realizează o formație de 4 în linie liberă la ambele capete (fig. 5.49).

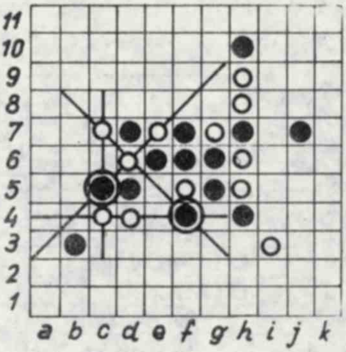


Fig. 5.47

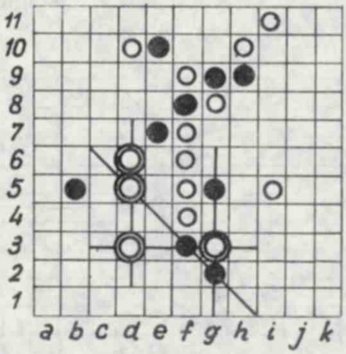


Fig. 5.48

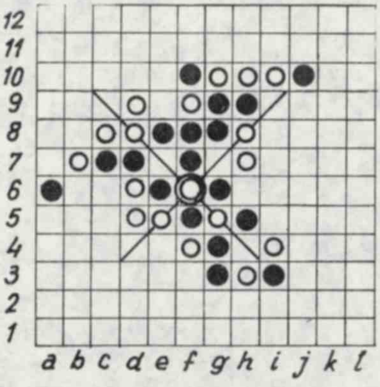


Fig. 5.49

5.8. Dacă urmează la mutare albul:

	ALB	NEGRU
1.	g9 !	→h10
2.	j9! cu posibilitatea de continuare la i9 sau i8	

ambele conducînd la formații de patru în linie libere la ambele capete (fig. 5.50.). Negrul nu are nici o mutare de salvare!

Dacă urmează la mutare negrul:

	NEGRU	ALB
1.	g9 !	→j6
2.	f10	→e11
3.	g11	→g10
4.	e9 și cîștigă (fig. 5.51.).	

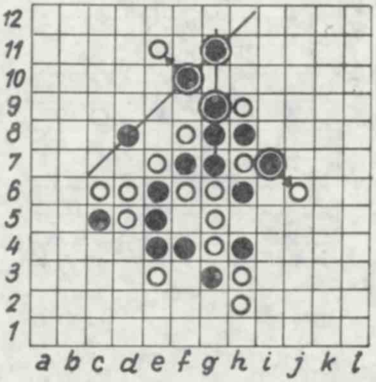


Fig. 5.50

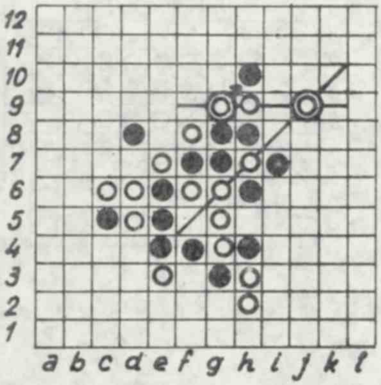


Fig. 5.51

CAPITOLUL 6

TESTE „ELEUSIS“

Majoritatea jocurilor raţionale se bazează pe raţionamentul deductiv al jucătorilor. Dintre jocurile care manifestă şi trăsături inductive se prezintă în volumul de faţă jocurile: „vapoare“ şi „cinci cifre“. Dar există şi jocuri care au analogii pregnante cu metoda ştiinţifică a inducţiei, jocuri care exersează priceperile psihice din domeniul formării noţiunilor — care se pare că stau la baza „intuiţiilor“ gîndirii creatoare. Suita de teste inductive din acest capitol au fost alcătuite după modelul jocului „Eleusis“, prezentat pe larg în lucrarea „Amuzamente matematice“ volumul 1, a matematicianului american Martin Gardner, tradusă şi tipărită în limba română prin grija Editurii Ştiinţifice — Bucureşti — 1968 (pag. 300—306). Ideea şi regulile acestui joc le vom prezenta cu totul schematic.

Jocul Eleusis se joacă cu un pachet de 52 de cărţi (sau cu 1/2 pietre de remi). Unul dintre jucători alcătuieşte „regula secretă“ a jocului — o regulă care stabileşte în ce mod se pot etala cărţile, într-un şir continuu. Toate cărţile se distribuie între ceilalţi jucători. Una dintre cărţi se etalează pe masă — cu faţa în sus — fiind „cartea de pornire“. Apoi primul jucător pune pe masă una dintre cărţile sale, cu faţa în sus, lîngă cartea de pornire. Dacă a jucat conform regulii secrete, arbitrul care a format regula jocului îi spune: „corect“ şi cartea rămîne în şir. În caz contrar el va spune: „fals“ şi cartea se retrage din şir rămînînd însă etalată în faţa jucătorului care a jucat-o. Rînd, pe rînd, fiecare jucător etalează cîte o carte dintre cele pe care le are în mînă. Cărţile jucate corect, care formează şirul, se desfăşoară în lungul mesei, astfel încît să poată fi văzute toate (fig. 6.1).

Fiecare jucător analizează cărţile etalate pentru a descoperi regula care guvernează înşiruirea. El formulează apoi o ipoteză, pe care o poate verifica, jucînd ceea ce crede că este o carte corectă, sau una despre care bănuieşte că va fi respinsă. Scopul fiecărui jucător este de a scăpa de cît mai multe din cărţile proprii prin plasarea lor în şir. Aceasta o poate realiza repede jucătorul care a intuit corect regula secretă a jocului.

Regula după care se formează şirul de cărţi se poate referi numai la culori (două culori: roşu şi negru; sau patru culori: treflă, cupă, caro, pică), numai la numere (valorile cărţilor fiind: as = 1; 2; 3; ...; 9; 10; valet = 11, damă = 12; popă = 13), ori la amîndouă aceste elemente principale. De exemplu, în cazul şirului din figura nr. 6.2, după primele patru cărţi, s-ar părea că regula este: „alternează o carte de culoare roşie cu una de culoare neagră". Totuşi este vorba de o regulă mai complexă! Fireşte, într-un joc efectiv, cărţile eliminate furnizează chei adiţionale pentru a face distincţie între mai multe ipoteze rivale.

Pentru a întregi imaginea despre joc, redăm în cele ce urmează cîteva reguli indicate pentru începători:

— Cartea jucată trebuie să aibă fie aceeaşi culoare, fie aceeaşi valoare, cu anterioara carte din şir.

— Dacă ultimele două cărţi de pe masă sînt de aceeaşi culoare joacă o carte de la as la 7. Dacă sînt de culori diferite, joacă de la 7 la popă.

— Împarte valoarea cărţii anterioare cu patru; dacă restul este zero — joacă treflă, dacă restul este unu — joacă cupă, dacă restul este doi — joacă caro, iar la restul trei — joacă pică (regula şirului ilustrat în figura nr. 6.1).

— La sumă pară a ultimelor două cărţi pune o carte de culoare roşie, la sumă impară pune o carte de culoare neagră (regula şirului ilustrat în figura nr. 6.2)

Practic, numărul regulilor este inepuizabil. Totuşi, pentru început, se recomandă reguli de legare a elementelor simple care să nu necesite calcule complicate, concomitent cu acordarea de indicaţii suplimentare prin care se specifică dacă regula se referă numai la numere, numai la culori, cîte culori etc.

Se precizează, că regula şirului se poate baza pe ciclicitatea valorilor: ... valet (J); damă (Q); popă (K); as (A) 2; 3 ..., sau a culorilor: ... caro; pică; treflă; cupă; caro; ... De asemenea, regula trebuie să fie astfel aleasă încît posibilităţile de completare după o anume carte din şir să fie mai mari decît o cincime din întreg pachetul de cărţi.

Aminteam la început că jocul este analog cu drumul pe care-l parcurge omul de ştiinţă în găsirea unei legi ştiinţifice. Într-adevăr, o lege, o teorie generală, poate fi sugerată de o ipoteză inductivă, bazată pe o mulţime de observaţii particulare. Se întîmplă frecvent (şi în joc şi în ştiinţă!) ca o anumită condiţie formulată în minte să nu fie realmente o parte componentă a regulii, dar te ţii de ea pînă cînd un experiment dovedeşte contrariul (contraexemplul), sau pînă ai demonstrat riguros valabilitatea ei. O caracteristică esenţială a metodologiei ştiinţei este faptul că pot fi formulate mai multe ipoteze pentru a explica o mulţime de fapte date şi că orice ipoteză poate fi oricînd lărgită pentru ca să cuprindă fapte noi care o contrazic. Mai multe ipoteze ştiinţifice au fost dezvoltate pînă la un grad înaintat, prin eforturile de a le pune în concordanţă cu noi şi noi descoperiri, după care au cedat locul unei noi explicaţii (de regulă mai simplă).

Întreg procesul de analizare şi încercare de către jucătorul care a intuit regula este analog cu demonstraţia deductivă a unei teoreme, a unei legi. În finalul jocului, citirea regulii jocului este analoagă cu enunţul teoremei.

Cititorii sînt îndemnaţi să descopere regulile după care au fost alcătuite şirurile ce urmează, respectiv să afle ce carte (sau cărţi) completează în fiecare caz şirul. S-au folosit notaţiile: valet = J; damă = Q; popă = K; as = A. La fiecare test este dată indicaţia suplimentară privind elementele îmbinate prin regula şirului; şi anume: N = numere, sau valorile cărţilor; C2 = culorile = două (roşu şi negru); C4 = culorile = patru; U = la fiecare pas, şirul poate fi completat în mod unic, printr-o singură carte.

Fig. 6.1

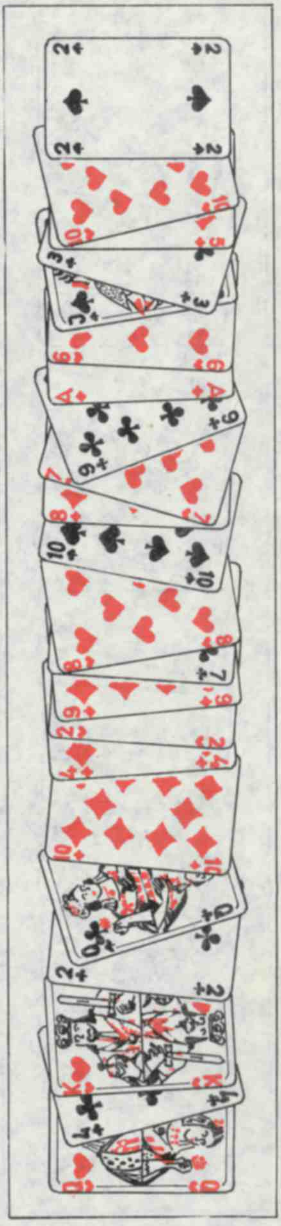


Fig. 6.2

6.1

Fig. 6.3 — C4.

6.2

Fig. 6.4 — N, C2.

6.3

Fig. 6.5 — N.

6.4

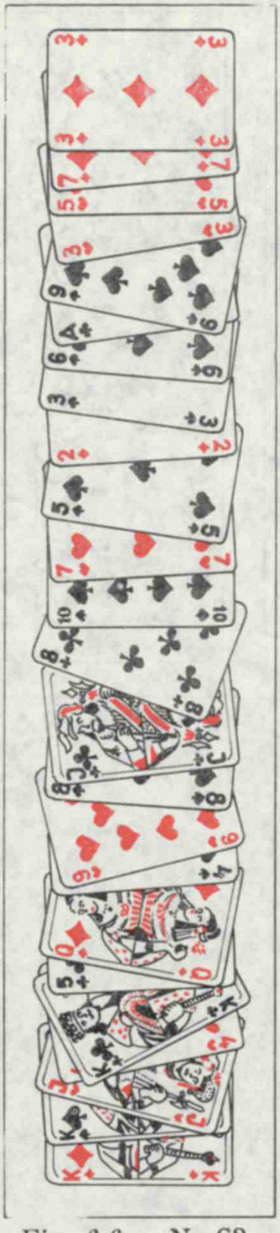


Fig. 6.6 — N, C2.

6.5

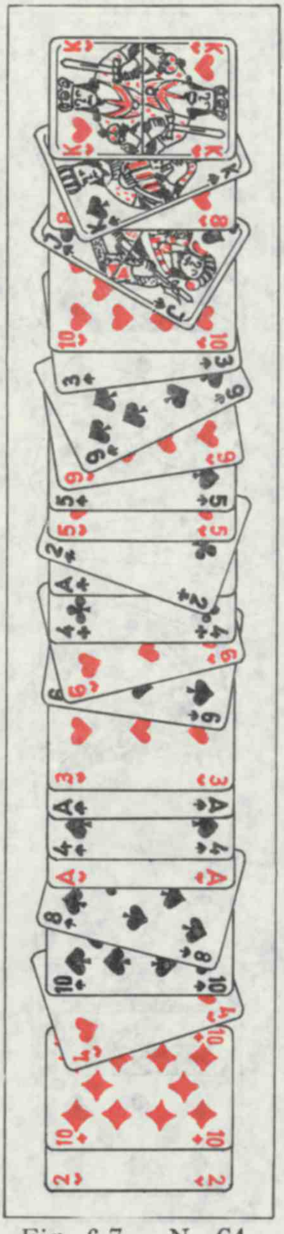


Fig. 6.7 — N, C4.

6.6

Fig. 6.8 — N, C4.

6.7

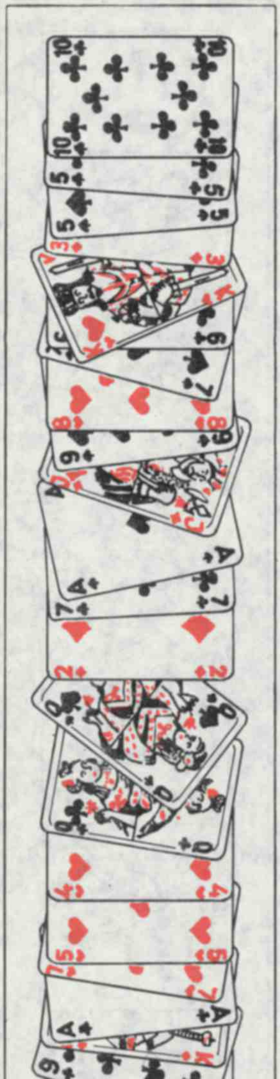


Fig. 6.9 — N.

6.8

Fig. 6.10 — N, C2.

6.9

Fig. 6.11 — N.

6.10

Fig. 6.12 — N, C4, U.

6.11

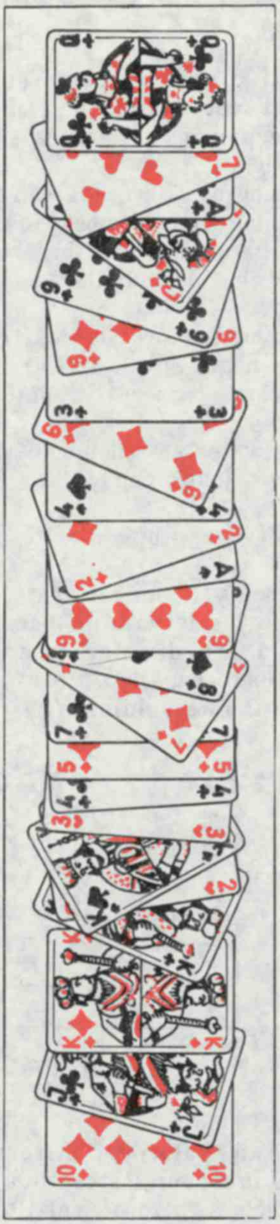


Fig. 6.13 — N, C4.

6.12

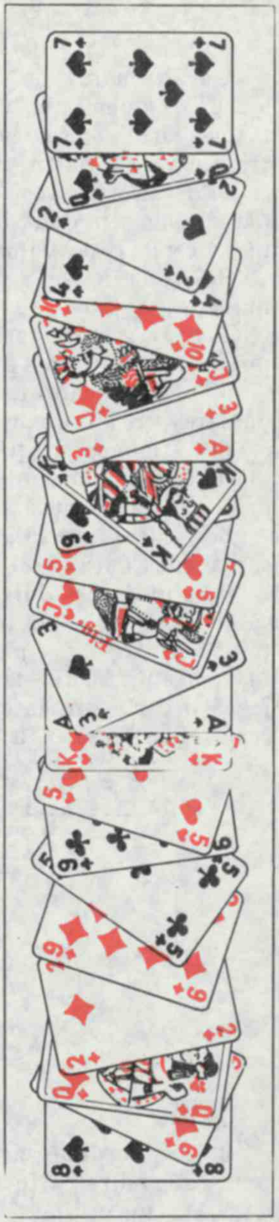


Fig. 6.14 — N, C4.

6.1. Numărul de cărţi dintr-o culoare este în creştere în ordinea: o „cupă", două „pici", trei „carale", patru „trefle", cinci „cupe"... (Dacă prima carte — „cartea de pornire" — era de „caro", s-ar fi început cu trei „carale", patru „trefle"...).

6.2. Culorile (roşu şi negru) alternează din unu în unu, iar numerele: par, impar, din două în două cărţi. Urmează o carte de culoare roşie (cupă sau caro), de valoare pară; de exemplu: 2 de caro; sau 4 de cupă.

6.3. Cărţile se succed cu periodicitatea: o literă (figură) şi două numere.

6.4. La sumă pară a ultimelor două cărţi pune roşu (cupă, caro), iar la sumă impară pune negru (pică, treflă).

6.5. În oricare trei cărţi consecutive sînt două cărţi egale fie ca valoare, fie la culoare.

6.6. Împarte la patru valoarea ultimei cărţi. Dacă restul este 0 — joacă treflă, dacă este 1 — joacă cupă, dacă este 2 — joacă caro, iar dacă este 3 — joacă pică.

6.7. Şirul este alcătuit din grupe de cîte trei cărţi consecutive, cu suma constantă — 21.

6.8. În intervalul (deschis la ambele capete) dintre ultimele două cărţi joacă roşu, iar în afara intervalului joacă negru ! În cazul primului interval 8—Q se joacă o carte din afara intervalului (K) şi deci aceasta va trebui să fie de culoare neagră... La al cincilea interval 9—2 se joacă o carte din interiorul intervalului (A)—de culoare roşie ş.a.m.d. (vezi figura nr. 6.15).

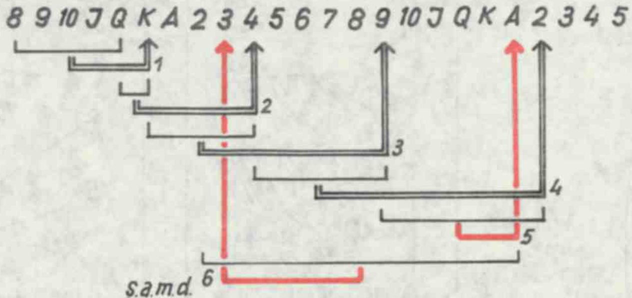


Fig. 6.15

6.9. În ordine ciclică a valorilor, în sens invers — descrescător, pune tot a patra carte; sau în sens crescător, tot a noua carte. (v. fig. 6. 16)

6.10. În ordinea ciclică a tuturor cărţilor (ordonate pe culori şi valori) tot a 21-a carte. Urmează as de caro. (v.fig. 6. 17.)

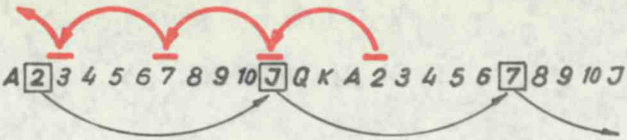


Fig. 6.16

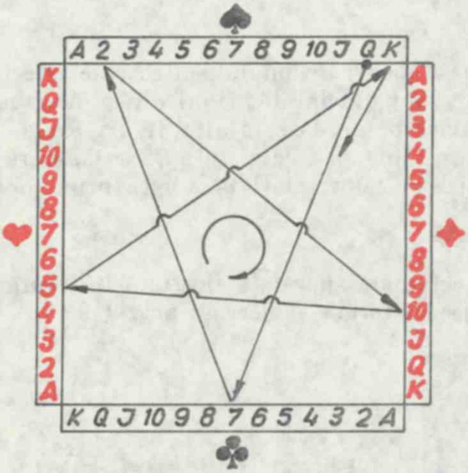


Fig. 6.17

6.11. După treflă joacă: impar caro sau par cupă, după cupă joacă: impar pică sau par treflă; după caro joacă: impar treflă sau par pică; iar după pică joacă: impar cupă sau par caro.

6.12. Suma a cîte două numere alăturate (perechi începînd cu primul şi al doilea număr) este constantă: 14, iar culoarea a cîte două cărţi alăturate (perechi începînd cu a doua şi a treia carte) este aceeaşi. Urmează „7 de cupă“ sau „7 de caro“.

CAPITOLUL 7

FIGURI GEMENE

Există numeroase jocuri raționale pentru care este îndeajuns un singur participant — o singură minte. Unul dintre acestea este împărțirea unei figuri geometrice plane date în alte figuri egale.

Iată de pildă, o problemă a cărei „etate“ se măsoară în secole și care este accesibilă chiar și celor aflați la vîrsta primelor lecturi.

A

Cum poate fi secționată suprafața ilustrată în figura nr. 7.1 în patru părți egale (de aceeași formă și aceeași arie)?

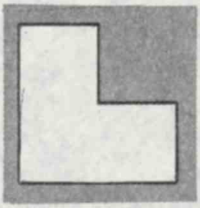


Fig. 7.1

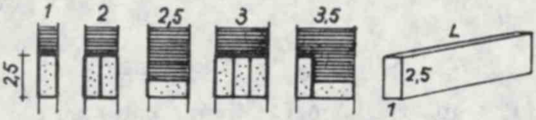


Fig. 7.2

De fapt a devenit o obișnuință a lui „homo ludens“ de a găsi în orice problemă, veche, sau nouă, minoră, ori majoră acele aspecte care să-i confere acesteia și caracterul de joacă. Este în aceasta nevoia omului de a alterna munca cu joaca, de a îmbina utilul cu plăcutul. Voi aminti aici problemele matematice ale alcătuirii „mozaicurilor“ și a „parchetajelor“, (înrudite cu prezentul nostru joc), care sînt, și nu sînt, o joacă.

Dar cine nu a auzit încă, în orice domeniu al economiei, de tipizare? După cum bine știți, această activitate, care are drept scop crearea condițiilor pentru realizarea pe scară industrială a unor elemente de calitate superioară sub aspect tehnic, funcțional, plastic și economic, cu implicații directe în economia de forțe de proiectare, creșterea gradului de industrializare, creșterea productivității muncii, amortizarea rapidă a utilajelor și echipamentelor tehnologice, ș.a., nu este deloc o joacă! Și totuși, întreg capitolul de față nu prezintă decît probleme de „tipizare“!

În dorința de a ilustra cele afirmate mai sus am ales un exemplu uzual din ramura construcțiilor și anume, elementul buiandrug — acel element care se găsește peste orice gol în perete, deci deasupra ușilor și ferestrelor. Problema este prezentată schematic, atît cît să faciliteze înțelegerea esenței procesului de tipizare și să ne introducă în temă, pentru a putea aborda următorul „joc“.

S-a ajuns, la un moment dat, la necesitatea de a realiza pe cale industrială zeci și zeci de tipuri de buiandrugi care să acopere, să presupunem, goluri de aceeași lungime, dar la pereți de grosimi diferite. În exemplul nostru, din figura nr. 7.2, pereții au grosimile de: 1; 2; 2,5; 3; 3,5... unități. Ar fi fost necesare cinci tipuri de buiandrugi, deci cinci tipuri de cofraje, cinci linii tehnologice, ..., cinci rubrici de evidențe.

Printr-un studiu de tipizare s-a ajuns la concluzia că în toate cele cinci cazuri poate fi utilizat un singur tip de buiandrugi — cu secțiunea de 1 ×2,5 unități — așa cum se arată în figura nr. 7.2.

O situație analoagă s-ar putea prezenta pentru toate elementele de construcții; planșee, grinzi, stîlpi etc. Nu întotdeauna problema poate fi rezolvată cu un singur fel de element, dar în orice caz se reduce simțitor numărul de tipo-dimensiuni al elementelor.

7.1

Să presupunem că avem de realizat două plăci — planșee — de forma și dimensiunile indicate în figura nr. 7.3. Ce soluție de tipizare propuneți pentru ansamblul acestor două elemente?

Un răspuns posibil, dar nu suficient de bun, este ilustrat, în figura nr. 7.4. Se utilizează un singur tip de element de formă triunghiulară,

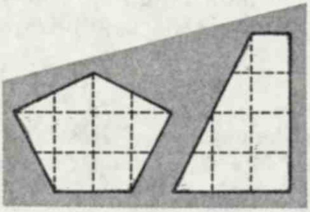


Fig. 7.3

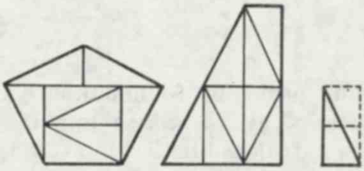


Fig. 7.4

dar aceasta presupune realizarea planșeelor cu un număr prea mare de elemente, dintre care unele nu sprijină pe contur și necesită multe îmbinări.

Mai încercați!

Nu trebuie să dezarmați, problemele de acest fel nu necesită decît cunoștințe elementare de geometrie (despre figuri, arii, simetrii etc.), un oarecare simț al proporțiilor, al simplității și puțină ingeniozitate, inventivitate. Poate mai convingător va fi să rezolvăm împreună cîteva jocuri.

În cazul jocului A, figura dată este, în mod (prea) evident, formată din trei pătrate egale alipite pe cîte o latură. Dar cum să împarţi pe 3 la 4? (fig. 7.5a). Înseamnă că fiecare din cele 4 figuri finale va avea o arie egală cu 3/4 din aria pătratului unitate. Să împărţim — deci — pătratul unitate în patru, printr-o reţea mediană (fig. 7.5b). Acum este limpede că figura care se repetă de patru ori pe suprafaţa dată ar trebui formată cu 3 pătrăţele. Cele 3 pătrăţele nu pot fi alăturate decît în două moduri: liniar şi în L. Singura rezolvare a jocului este ilustrată în figura nr. 7.5c.

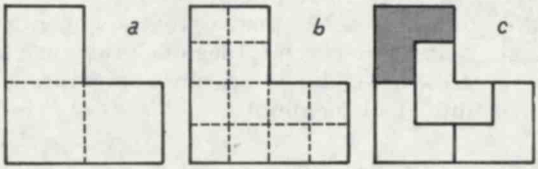


Fig. 7.5

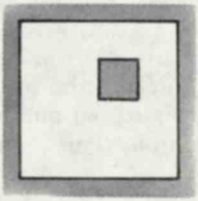


Fig. 7.6

B

O variantă a acestei probleme este prezentată în figura nr. 7.6. Să se împartă suprafaţa dată în 5 părţi de arii şi forme egale! (Soluţia în figura nr. 7.7).

Reţinem pentru viitor, ca un procedeu de a ne apropia de rezultat, trasarea, pe figura dată, a reţelei suplimentare de subdivizare.

C; D

Două probleme asemănătoare cu problema A sînt ilustrate în figurile nr. 7.8 şi 7.9 (Să se împartă figura dată în patru părţi egale).

Un pătrat poate fi împărţit în două părţi egale într-o infinitate de moduri. Este suficient să trasăm o dreaptă care trece prin centrul pătra-

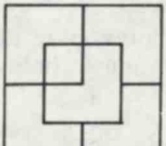


Fig. 7.7

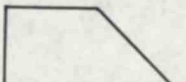


Fig. 7.8

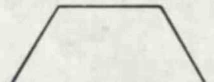


Fig. 7.9

Fig. 7.10

tului (indiferent de poziţie) şi el se împarte în două figuri de aceeaşi formă şi aceeaşi arie (fig. 7.10). Dacă rotim în jurul centrului pătratului una dintre jumătăţi, ea se suprapune perfect, peste cea de a doua. Dar linia de secţiune poate fi şi frîntă ori curbă — oricare — simetrică faţă de centrul pătratului (fig. 7.11).

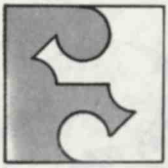


Fig. 7.11

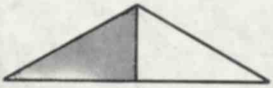


Fig. 7.12

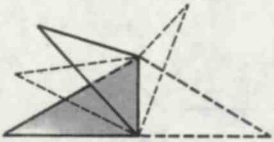


Fig. 7.13

7.2

Cu adevărat interesantă este observaţia că orice linie care împarte pătratul în două părţi egale trece prin centrul său. De ce? (Demonstraţi).

Un triunghi dreptunghic oarecare nu poate fi împărţit în două figuri egale, iar un triunghi isoscel poate fi divizat în două jumătăţi într-un singur mod (fig. 7.12). În acest caz avem de-a face cu două figuri „invers egale", două figuri care oricît ar fi mişcate în planul lor, deşi cu aceeaşi formă şi arie, nu pot fi suprapuse. Imediat ce se inversează una dintre ele suprapunerea se face perfect (fig. 7.13). În cele ce urmează vom include în mulţimea figurilor egale şi pe acelea invers egale.

Concluzia care se desprinde din observaţiile de pînă acum este că, nu orice figură poate fi împărţită în alte figuri egale, iar din mulţimea figurilor care permit această împărţire, ne interesează (în accepţiunea jocului nostru) cazurile în care diviziunea se face în mod unic.

Fig. 7.14

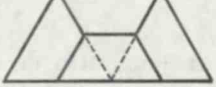


Fig. 7.15

E

Să se arate cum poate fi împărţit un triunghi oarecare în 4 părţi egale.

În figurile nr. 7.14 şi 7.15 sînt redate rezolvările problemelor C şi D. La problemele A, C, şi D figura „rezultat" — aceea care se regăseşte multiplicată de cîte 4 ori în figura iniţială are aceeaşi formă cu aceasta! Este o coincidenţă, ce va apare cu totul întîmplător de acum încolo, şi nicidecum o condiţie în rezolvarea jocului.

Din noianul de figuri geometrice, analizate de-a lungul anilor de mulţi autori, am ales cîteva pentru a parcurge împreună diverse modalităţi de abordare şi rezolvare a acestui gen de jocuri.

În conformitate cu „axioma" jocurilor şi problemelor distractive, care spune că: „orice problemă are un punct slab", cea mai sigură cale de rezolvare este depistarea acestui „punct slab" şi apoi folosirea acestui „capăt" în „depănarea întregului fir".

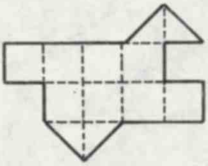


Fig. 7.16

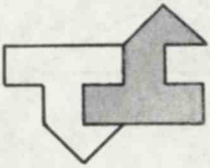


Fig. 7.17

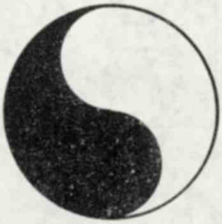


Fig. 7.18

F

De exemplu figura geometrică din figura nr. 7.16 care „aşteaptă" să fie tăiată în două părţi egale prezintă ca un punct slab „ciocul" din partea dreaptă — sus. Este relativ uşor de a găsi acelaşi cioc, în colţul din stînga — jos al figurii şi apoi despărţim cele două figuri egale aşa cum se indică în figura nr. 7.17.

O altă observaţie generală vizează figurile geometrice alcătuite şi din linii curbe. În figura nr. 7.18 este ilustrată cunoscuta „monadă" orientală — simbol cu adînci semnificaţii filozofice ale dualităţii universale (bine—rău, zi—noapte, materie—antimaterie, ...) — ea însăşi un exemplu de împărţire artistică a unui cerc în două părţi egale.

Ieşim puţin din tema jocurilor noastre, pentru a reaminti o fascinantă problemă de geometrie.

G

Cum se împarte jumătatea de monadă (figura nr. 7.19) în alte două jumătăţi, de arii egale, indiferent de forma lor? (3 soluţii).

H

Ei bine, ne propunem să împărţim aceeaşi figură, de forma jumătăţii de monadă (fig. 7.19), în trei părţi egale.

La prima vedere, problema pare complicată şi îndeamnă la a presupune construcţii geometrice sofisticate. În realitate, calea de a ajunge la rezultat este scurtă şi simplă. Să considerăm, pentru început, un semicerc, de rază R. El se împarte în trei părţi identice prin raze trasate în unghiuri de 60° (180:3=60°) (fig. 7.20). Suprapunem această construcţie

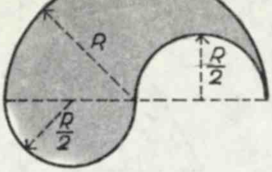


Fig. 7.19

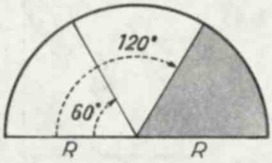


Fig. 7.20

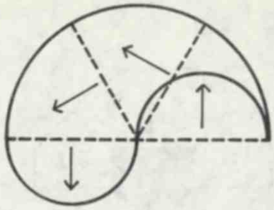


Fig. 7.21

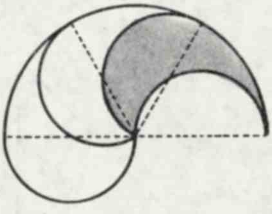


Fig. 7.22

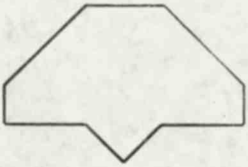


Fig. 7.23

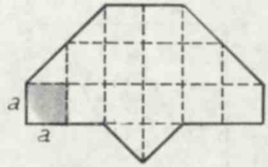


Fig. 7.24

peste figura dată. (fig. 7.21). Cele trei sectoare de cerc din figura nr. 7.20 sînt delimitate între ele prin raze (drepte); ori la jumătatea de monadă, în loc de raze drepte, avem în partea de jos a figurii două semicercuri (fig. 7.21). Dacă ne vom imagina segmentele raze de mai sus, ca fiind deformate, în acelaşi sens de rotaţie faţă de centrul cercului mare, în semicercuri ... soluţia este imediată. Jumătatea de monadă se împarte în trei părţi egale aşa cum se arată în figura nr. 7.22.

Reţinem că atunci cînd figura de împărţit este formată din arce de cerc unele dintre acestea se împart în tot atîtea părţi egale, cîte figuri trebuie să obţinem. (Semicercul mare a fost împărţit în trei arce egale.) Iar unele dintre centrele cercurilor din care fac parte arcele pot constitui centre în jurul cărora se rotesc figurile rezultate. (Centrul semicercului mare este un centru de rotaţie al celor trei figuri egale).

Adesea, în rezolvarea problemelor de acest fel sîntem ajutaţi şi chiar „inspiraţi" de simpla calculare a ariei fiecăruia din cele n figuri finale.

I

Se dă poligonul din figura nr. 7.23.
Să se împartă poligonul dat în cinci părţi egale.

Alegem o reţea convenabilă de diviziune a poligonului (fig. 7.24) şi pe baza pătrăţelului unitate (cu latura a) calculăm aria poligonului dat $A=15a^2$. Fiecare din cele cinci figuri egale va avea o arie $A'=A:5=3a^2$. Acum că ştim că figura căutată are aria de trei pătrăţele unitate şi folosind ciocul din partea de jos — mijloc a figurii date, ajungem repede la soluţie (fig. 7.25).

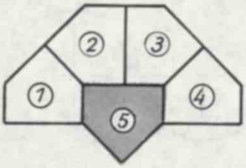


Fig. 7.25

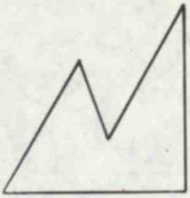


Fig. 7.26

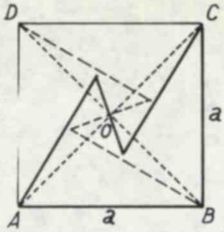


Fig. 7.27

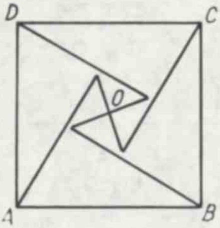


Fig. 7.28

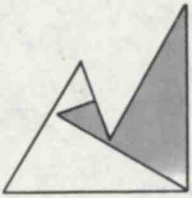


Fig. 7.29

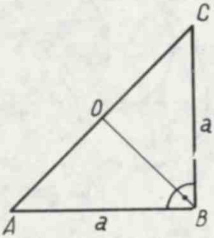


Fig. 7.30

J

Să se împartă figura geometrică din figura nr. 7.26 în două jumătăţi de aceeaşi arie şi formă.

De data aceasta ne va scoate din „încurcătură" o construcţie geometrică ajutătoare. Artificiul ne este sugerat de faptul că figura dată are două laturi egale şi perpendiculare, şi deci construim pe aceste două laturi pătratul în care se înscrie întreaga figură (ABCD cu centrul în 0, în figura nr. 7.27). Observăm că poligonul dat este o jumătate a pătratului ABCD, căci linia frîntă care uneşte vîrfurile A şi C, trecînd prin centrul pătratului, este simetrică faţă de acest centru. Să rotim această linie frîntă (A O C) într-un sens, sau altul, cu 90°, în jurul punctului O, astfel încît ea să se desfăşoare între punctele B şi D (fig. 7.28) şi observăm că în acest fel în pătratul ABCD se delimitează patru figuri egale. Ştergem, apoi, tot ce este în afara conturului figurii date (revezi fig. 7.26) şi am rămas (numai noi şi) cu soluţia problemei (fig. 7.29).

Problema putea fi rezolvată şi plecînd de la un triunghi dreptunghic isoscel împărţit în două părţi egale (fig. 7.30), care suprapus peste figura dată ne prilejuia acelaşi raţionament ca şi la rezolvarea problemei **H.**

Reţinem pentru alte rezolvări: construcţia geometrică ajutătoare, de întregire-completare, a figurii date, şi rotirea liniilor, sau a figurilor, în jurul unui punct.

7.3

Ca o temă de a medita asupra rezolvării problemei anterioare, vă propunem să găsiţi metoda generală de împărţire a pătratului în patru părţi egale (sferturi)!

A sosit timpul să ne mai şi jucăm!

7.4—7.17

Aşadar, „în joacă“, încercaţi şi dumneavoastră (aşa cum se va vedea, la soluţiile corecte ale problemelor, autorul a reuşit) să împărţiţi fiecare dintre contururile date în figurile nr. 7.31—7.44 în cîte două jumătăţi de aceeaşi formă şi arie.

Pe vremea cînd lucram la redactarea acestui capitol, întreţineam şi o rubrică de concurs cu probleme de specialitate din construcţii, la gazeta de perete a întreprinderii. Prezentele jocuri m-au îndemnat să strecor la una din seriile de întrebări şi următoarea „enigmă“.

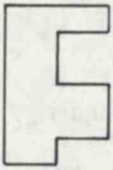


Fig. 7.31

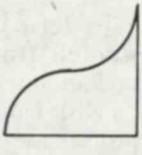


Fig. 7.32

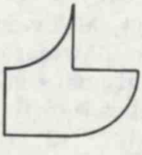


Fig. 7.33

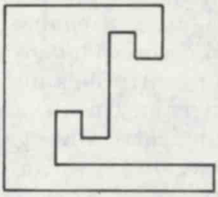


Fig. 7.34

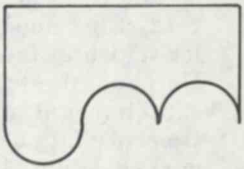


Fig. 7.35

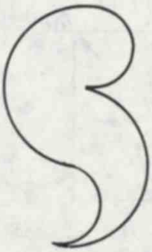


Fig. 7.36

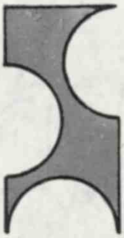


Fig. 7.37

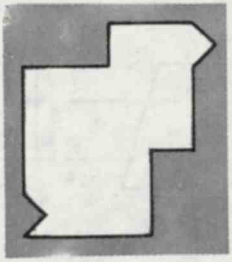


Fig. 7.38

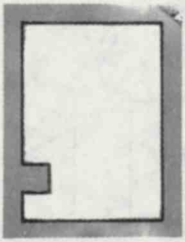


Fig. 7.39

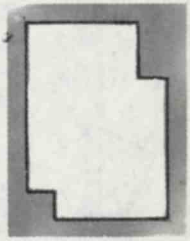


Fig. 7.40

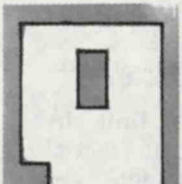


Fig. 7.41

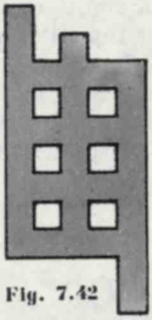


Fig. 7.42

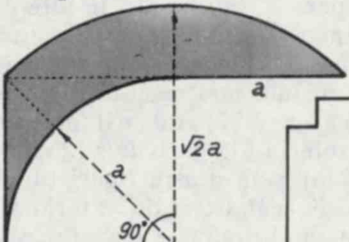


Fig. 7.43

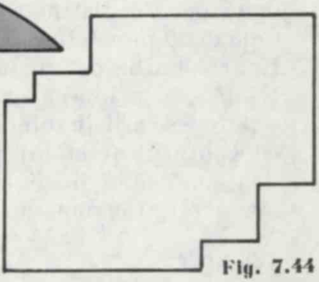


Fig. 7.44

7.18

Am găsit pe şantier un capăt de scîndură de forma prezentată în figura nr. 7.45.

Cum poate fi tăiat acesta în două jumătăţi de aceeaşi formă şi arie?

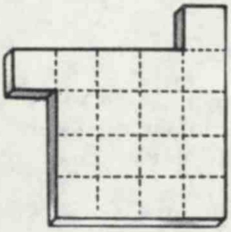


Fig. 7.45

SOLUŢIILE PROBLEMELOR

1. Tipizarea se poate realiza cu un singur element, care se repetă de cîte două ori în fiecare placă (fig. 7.46).

2. Cînd două figuri sînt egale (direct sau invers egale, între punctele lor se poate stabili o corespondenţă care păstrează distanţele (fig. 7.47). Un punct 0 este un centru de simetrie al unei figuri dacă simetricul oricărui punct al figurii aparţine de asemenea figurii (fig. 7.48). Două figuri simetrice faţă de un centru sînt egale (fig. 7.49). Reciproca este: două figuri egale pot fi aşezate cel puţin într-o poziţie în care să fie simetrice faţă de un centru.

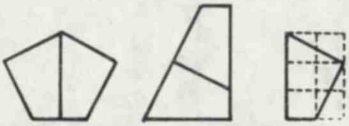


Fig. 7.46

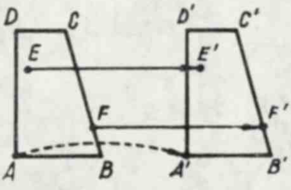


Fig. 7.47

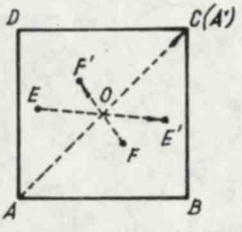


Fig. 7.48

O linie care separă o figură dată în alte două figuri egale are exact două puncte distincte de intersecţie cu conturul figurii date (fig. 7.50). Cele două puncte nu pot fi confundate, întrucît ar însemna ca una dintre figuri să aibă dimensiuni mai mari decît a doua (aceasta fiind, „îmbrăţişată" de prima) (fig. 7.51). Cu atît mai mult dacă întreaga linie de separare se află în interiorul figurii date (fără nici un punct de intersecţie cu conturul acesteia), una dintre figuri (din interior) este în mod evident mai mică decît cealaltă (din exterior). Dacă linia de separare ar avea trei, sau mai multe puncte de intersecţie cu conturul, fie că s-ar

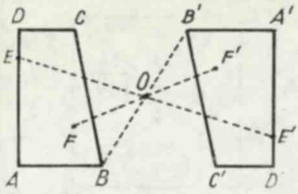


Fig. 7.49

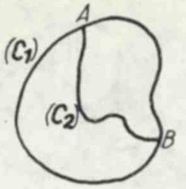


Fig. 7.50

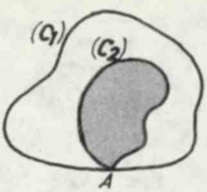


Fig. 7.51

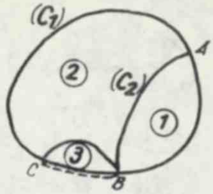


Fig. 7.52

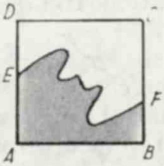
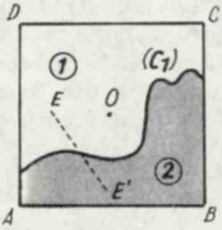


Fig. 7.53



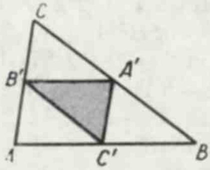


Fig. 7.54 – 7.55

separa un număr mai mare de figuri, fie că ar avea porţiuni confundate cu conturul dat — ceea ce în cazul nostru este fără sens (fig. 7.52).

Am făcut această discuţie, respectiv, am demonstrat că linia de separare a celor două figuri egale întîlneşte conturul figurii date în exact două puncte, deoarece aceasta ne conduce la concluzia că în cazul conturului pătrat pe două dintre cele patru laturi nu vor putea exista asemenea puncte (fig. 7.53). La limită — cînd punctele de contact ale liniei de separare cu conturul sînt în două vîrfuri (opuse) ale pătratului, ele trebuie considerate ca aparţinînd numai la cîte una din laturi şi nicidecum nu le împarte pe acestea în alte două segmente.

Să presupunem, prin absurd, că am reuşit să împărţim un pătrat în două figuri egale, printr-o linie care nu trece prin centrul său de simetrie (fig. 7.54). În acest caz fiecărui punct din figura ① îi corespunde un punct din figura ②, astfel încît să se păstreze distanţele. În figura nr. 7.54, punctului E al figurii 1 îi corespunde punctul E' aparţinînd figurii 2, laturii AB a figurii 2 îi corespunde latura DC a figurii 1, ş.a.m.d.

În figura 1 punctul O este egal depărtat de punctele D şi C, şi anume la o distanţă de $\sqrt{2}l/2$ faţă de acestea, unde l este latura pătratului. Înseamnă că va trebui să existe şi în figura 2 un asemenea punct O' care să fie la distanţa de $\sqrt{2}l/2$ faţă de vîrfurile A şi B.

Dar prin definiţia pătratului, acest punct O' nu poate fi decît confundat cu O, ceea ce infirmă ipoteza noastră cum că punctul O nu aparţine figurii 2.

În concluzie, punctul O trebuie să aparţină ambelor figuri egale din pătrat (dacă aparţine uneia dintre figuri trebuie să aparţină şi celeilalte), deci linia de separare a celor două figuri trebuie să treacă prin O.

E Se trasează cele trei linii mijlocii în triunghi, care delimitează patru triunghiuri egale cu triunghiul dat (fig. 7.55).

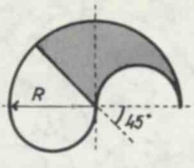


Fig. 7.56

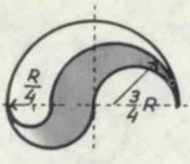


Fig. 7.57

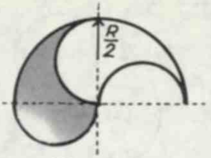


Fig. 7.58

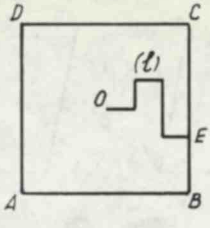


Fig. 7.59

G Soluţia *1* — (fig. 7.56). Calculăm aria figurii cenuşii: $(3/4) \cdot (\pi R^2/2) - \pi R^2/8 = \pi R^2/4$. (un sfert din aria cercului).

Soluţia *2* — (fig. 7.57). Calculăm aria figurii cenuşii: $9\pi R^2/32 - \pi R^2/8 + \pi R^2/8 - \pi R^2/32 = \pi R^2/4$ (un sfert din aria cercului)

Soluţia *3* — (fig. 7.58). Vezi rezolvarea problemei H. Calculăm aria figurii cenuşii: $\pi R^2/4 + \pi R^2/8 - \pi R^2/8 = \pi R^2/4$ (un sfert din aria cercului).

3 — Metoda A

Se trasează o linie oarecare (l) care uneşte centrul pătratului (O) cu un punct (E) de pe conturul său. (fig. 7.59). Se roteşte apoi linia (l) în jurul centrului (O), în acelaşi sens, cu 90°; 180° şi 270°. S-au format astfel patru figuri egale (fig. 7.60).

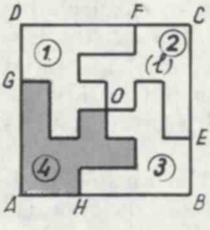


Fig. 7.60

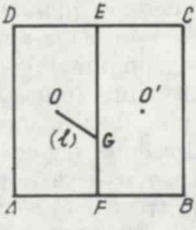


Fig. 7.61

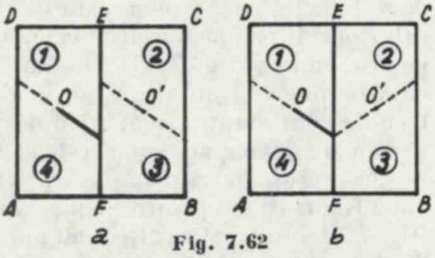


Fig. 7.62

O condiţie limitativă pentru forma liniei (l) este ca aceasta din urmă să nu se intersecteze cu ea însăşi şi să nu se întîlnească în nici un punct cu linia (l′) rotită la 90°, în afara centrului de rotaţie (O).

Metoda B.

Se trasează o linie mediană în pătrat (EF), după care se fixează centrele celor două dreptunghiuri formate (O şi O′) (fig. 7.61). Se uneşte printr-o linie oarecare centrul dreptunghiului (O) cu un punct de pe conturul său (G), şi se roteşte această linie (OG) în jurul centrului (O) cu 180°. Se trasează apoi simetrica acestei linii, de separare în primul dreptunghi, faţă de centrul pătratului (a), sau faţă de linia mediană (b), în cel de-al doilea dreptunghi. S-au format astfel patru figuri egale (fig. 7.62 a şi b).

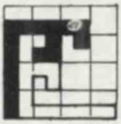
La fel, linia oarecare (OG) trebuie să respecte condiţia de a nu se intersecta cu ea însăşi şi nici cu simetrica ei (OG′) faţă de centrul dreptunghiului (O).

4

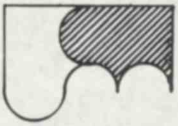
5

6

7



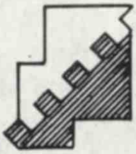
8



9

10

11

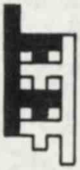


12

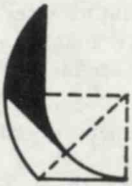
13

14

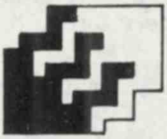
15



16



17



18. Se taie capătul de scîndură pe grosimea lui!

CAPITOLUL 8

VAPOARE

Tot atît de bine, jocul ar putea fi numit: „submarine", „avioane", „rachete" ... fiind de fapt un mic „război" cu „nave" „lovituri în ţinta adversă", „comunicate militare", gîndite şi manevrate prin „ordinele de front" ale „înaltului comandament militar" — care-l poartă fiecare jucător pe umeri! Toate acestea ... pe un petec de hîrtie cu pătrăţele. Şi în cazul acestui joc am întîlnit diferite variante; în cele ce urmează reunind regulile jocului care întruneşte în mai mare măsură atributele unui joc raţional.

„Vapoare" este un joc pentru doi combatanţi, un joc care îmbină judecata atentă — analitică, cu elemente de logică, geometrie, calcul probabilistic etc. şi poate în mai mare măsură decît la alte jocuri, cu ... şansa. Deosebit de interesante sînt aspectele „luptei psihologice" dintre adversari.

Se poate juca şi prin corespondenţă, eventual cu participarea unui terţ-arbitru.

În linii mari, jocul constă în amplasarea de către fiecare jucător, în „marea" în care se desfăşoară lupta, a unor forţe militare — nave — fixe, a căror poziţie este secretă pentru adversar. Apoi cu acelaşi număr de „focuri", alternativ, jucătorii încearcă să depisteze şi să scoată din luptă forţele adverse. Jucătorul ale cărui nave de război au fost scufundate mai repede — pierde lupta.

Fiecare jucător va avea cîte o foaie de hîrtie cu pătrăţele creion (eventual creioane colorate) şi radieră. Cei doi îşi alcătuiesc fiecare, pe propria foaie, schema prezentată în figura nr. 8.1. Fiecare pătrăţel are drept indicativ o literă, care indică coloana în care se află şi un număr pentru linia în care se află. Acestea pot fi socotite drept coordonatele pătrăţelului. Careul din figura 8.1 a este „harta" cîmpului de luptă, pe care jucătorul A îşi fixează poziţia propriilor nave. În acelaşi careu jucătorul A va marca loviturile transmise de jucătorul B. Careul b constituie harta cîmpului de luptă pe care jucătorul A înseamnă loviturile cu care urmăreşte el distrugerea forţelor adverse. Acesta este un careu „radar" pe care A ţine evidenţa loviturilor transmise şi determină poziţia navelor adverse. În schema c sînt reprezentate navele adverse şi ea foloseşte la evidenţa loviturilor reuşite.

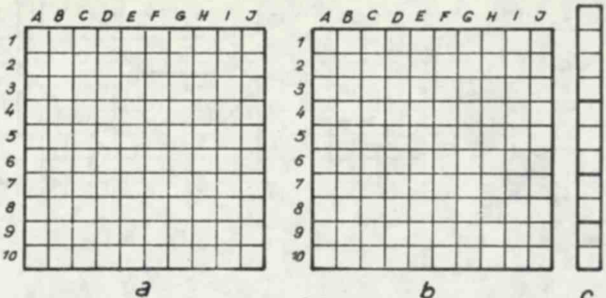


Fig. 8.1

Vapoarele – navele de război – ale fiecărui jucător sînt în număr de patru, diferite ca volum, importanță și valoare: un vapor de 4 unități (pătrățele), un vapor de 3 unități și două vapoare de cîte două unități. Acestea nu sînt altceva decît șiruri de pătrățele consecutive, în linie dreaptă – marcate ca atare pe cîmpul de luptă. Nava de război poate ocupa orice poziție în cadrul careului de luptă, pe linie, coloană, ori diagonală. În figura nr. 8.2 a este redat un exemplu de amplasare și marcare pe cîmpul de luptă a navelor. În figura nr. 8.2b, aceleași vapoare marcate schematic într-o formă uzuală. Fixarea prin coordonate

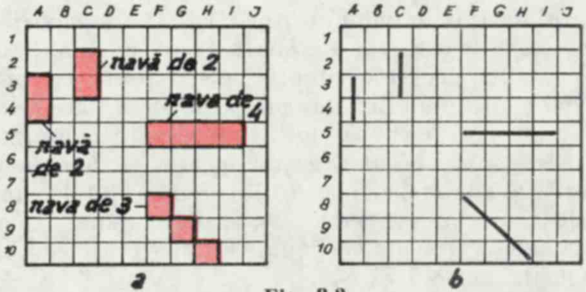


Fig. 8.2

a poziției vapoarelor se face prin indicarea pătrățelelor extreme ale fiecărei nave. În exemplul nostru: navă „de patru": F5–I5; nava „de trei": F8–H10; nava „de doi": A3–A4 și nava „de doi: C2–C3. Acesta este „secretul militar" al operațiunii, pe care nu trebuie să-l vadă sau să-l afle adversarul.

Odată stabilit amplasamentul propriilor vapoare, acesta nu mai poate fi modificat – pe tot parcursul jocului vapoarele rămînînd fixe în poziția stabilită inițial. De poziția acestor nave depinde în mare măsură soarta „războiului". De aici importanța deosebită a etapei de stabilire a poziției vapoarelor. Este bine să insistăm aici asupra unor aspecte legate de amplasarea corectă și greșită a vapoarelor. De exemplu, în diagrama nr.

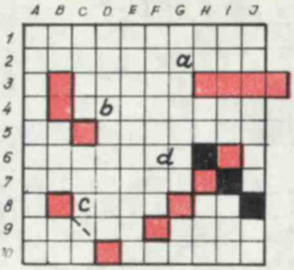


Fig. 8.3

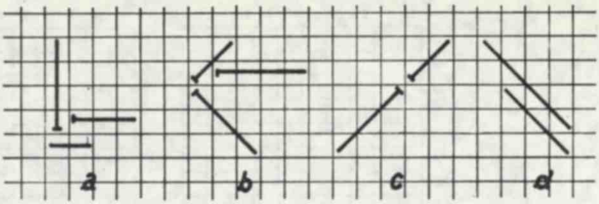


Fig. 8.4

8.3 sînt ilustrate cîteva moduri greşite de plasare a navelor: **a** — vasul de 4 unităţi depăşeşte marginea careului; **b** — vaporul de 3 unităţi este greşit întrucît pătrăţelele nu sînt în linie dreaptă; **c** — vaporul de 2 unităţi este greşit deoarece pătrăţelele nu sînt alăturate; **d** — vapoare de 4 şi 3 unităţi încrucişate nepermis.

În diagrama nr. 8.4 a—d sînt redate cazuri de amplasare corectă a navelor în vecinătate.

Poziţia celor doi jucători, în timpul jocului, trebuie să le permită completarea permanentă a unor date pe diagramele de joc şi în acelaşi timp să fie astfel încît un jucător să nu aibă posibilitatea de a se informa de pe diagramele de joc ale celuilalt.

La începutul jocului amîndoi jucătorii îşi stabilesc poziţia vapoarelor proprii, ceea ce — se insistă — trebuie făcut cu maximum de secret faţă de adversar şi cu deosebită atenţie de a respecta întocmai numărul, mărimea navelor, precum şi modul corect de amplasare a lor. Este bine ca o diagramă „secret" a vapoarelor (copie), exprimată grafic ori prin coordonate, să fie depusă de către fiecare jucător în plic închis — pentru a putea fi verificată la încheierea jocului. Pentru înţelegerea mai rapidă a regulilor de joc vom continua în paralel cu un exemplu practic. Aşadar diagramele de joc ale celor doi — după plasarea vapoarelor sînt redate în figurile nr. 8.5 şi 8.6.

Apoi se alege jucătorul care va avea lovitura de începere a jocului —

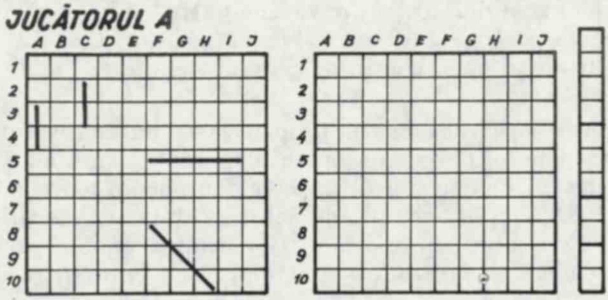


Fig. 8.5

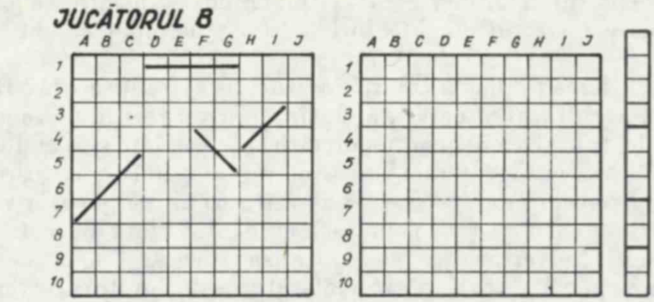


Fig. 8.6

în cazul nostru jucătorul A. „Salva“ de începere a luptei este de 7 lovituri — 7 pătrăţele. Jucătorul A va alege după bunul plac (dar şi după anumite reguli de tactică şi tehnică a jocului) în careul din dreapta diagramei sale, cele 7 pătrăţele, în care va înscrie numărul de ordine al salvei — adică 1 (vezi figura nr. 8.7). Apoi va comunica verbal coordonatele celor 7 pătrăţele adversarului, care, la recepţionarea mesajului, îşi notează aceste pătrăţele în careul său din stînga (careul cu propriile

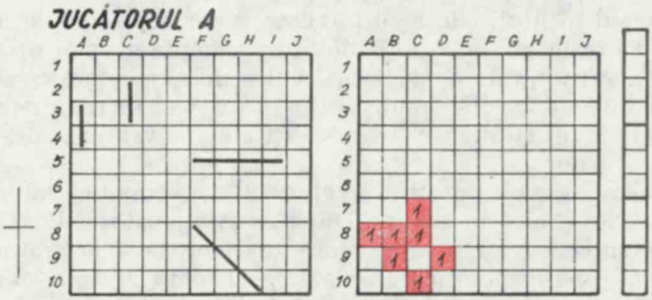


Fig. 8.7

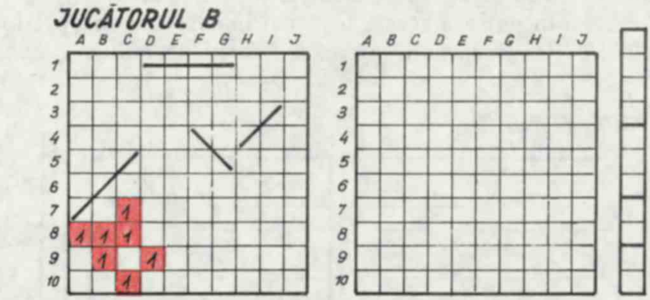


Fig. 8.8

vapoare) cu acelaşi număr — 1 — (vezi figura nr. 8.8). Pentru eliminarea confuziilor este indicat ca în loc de: „D3“ să se pronunţe „Doina 3“, în plus jucătorul B va confirma recepţionarea loviturilor repetînd coordonatele pătrăţelelor lovite; ori, şi mai bine, transmiterea loviturilor să se efectueze între cei doi jucători în scris, pe chiar careul respectiv detaşat.

După încheierea preluării celor 7 lovituri de către jucătorul B, acesta va comunica rezultatul atacului, anunţînd jucătorului A pierderile suferite. Comunicatul către adversar va preciza care navă (nave) au fost lovite şi cu cîte lovituri fiecare. În nici un caz nu se va specifica cu care anume lovitură (dintre cele 7) a fost lovit vaporul, ori în ce parte a vaporului s-a înregistrat avaria. Orice comunicare în plus, faţă de cele arătate, măreşte şansele adversarului de a localiza atacul.

Cînd un vapor are toate pătrăţelele atinse de lovituri adverse el se consideră „Scufundat" — scos din luptă — iar jucătorul respectiv pierde dreptul la o serie de lovituri. Valoarea în lovituri a celor patru vapoare este următoarea:

— vaporul de 4 pătrăţele echivalează cu 3 lovituri,
— vaporul de 3 pătrăţele echivalează cu 2 lovituri,
— vaporul de 2 pătrăţele echivalează cu 1 lovitură.

Se constată uşor că la începutul jocului — atunci cînd toate vapoarele sînt în luptă — numărul loviturilor pe care le poate transmite, fiecare jucător, este de 7 (adică 3+2+1+1).

Pe parcursul jocului, odată cu pierderea unor nave, numărul loviturilor din salvă scade cu numărul de lovituri aferente navelor proprii scufundate. În acest fel, este evident că jocul se încheie odată cu scoaterea din luptă a tuturor navelor unui jucător, care deci pierde dreptul de a mai transmite lovituri. Pentru lovirea parţială a navei nu se diminuează numărul loviturilor.

Revenind la exemplul nostru, jucătorul B va comunica adversarului că: „nu a fost lovit nici un vapor". După aceasta jucătorul B va proceda la fel; marcînd cele 7 lovituri pe care intenţionează să le transmită lui A, în pătratul din dreapta diagramei sale — de data aceasta cu numărul 2 (vezi figura nr. 8.9) şi le va transmite adversarului.

Jucătorul A va înregistra aceste lovituri în careul cu propriile vapoare (vezi figura nr. 8.10) şi va comunica rezultatul atacului: „vaporul de 4

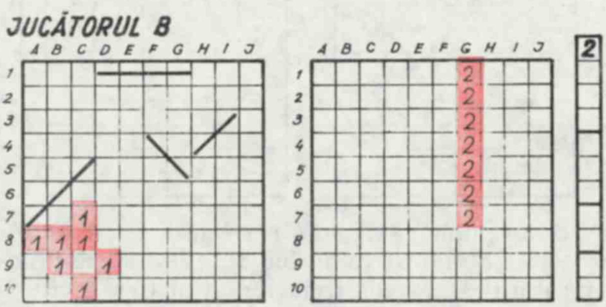


Fig. 8.9

lovit o dată". Jucătorul B va înregistra lovitura reuşită pe schema navelor, aşa cum se indică în figura nr. 8.9 — în dreapta.

Jocul continuă în acest fel, prin salve alternative ale celor doi jucători, prin înregistrarea loviturilor în plin a navelor, cu calcule privind variantele posibile de plasament a navelor adverse şi a loviturilor necesare scufundării lor, concomitent cu diminuarea treptată a numărului de lovituri. Jucătorul A va transmite salve cu numere impare şi va recepţiona salvele lui B marcate cu numere pare. În figurile nr. 8.11 şi 12 sînt ilustrate diagramele de joc ale celor doi combaţanţi, după o nouă salvă de lovituri transmisă de A.

Pentru salva nr. 4, jucătorul B studiază posibilităţile de existenţă a vaporului de 4 advers. În figura nr. 8.12 sînt marcate cu punct pătrăţelele respective — în total 57. Se ştie doar că nava de 4 este situată în dreapta coloanei D.

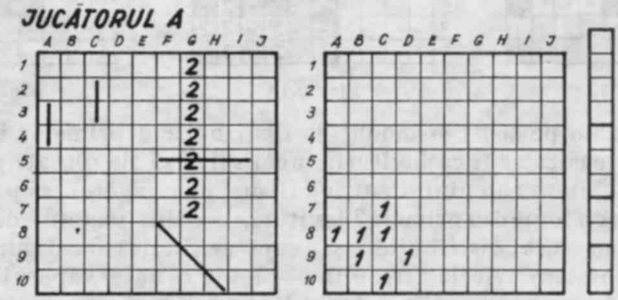


Fig. 8.10

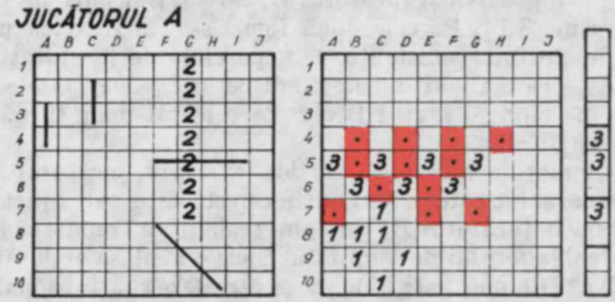


Fig. 8.11

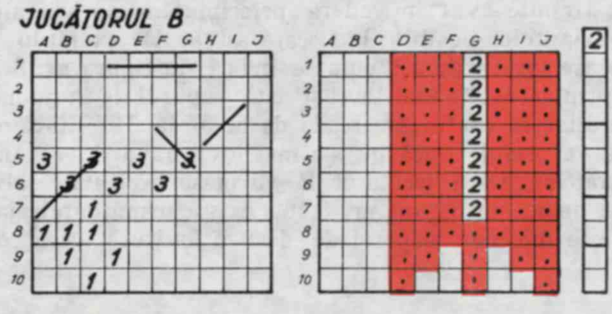


Fig. 8.12

Tactic, primele lovituri trebuie să stabilească locul şi apoi să scufunde navele adverse de 4 şi 3 unităţi, căci odată cu scufundarea acestora adversarul pierde un număr însemnat de lovituri. De aceea chiar dacă din primele lovituri am lovit unul sau ambele vapoare de 2 ale adversarului, nu vom irosi lovituri pentru scufundarea lor decît dacă numărul posibilităţilor este redus.

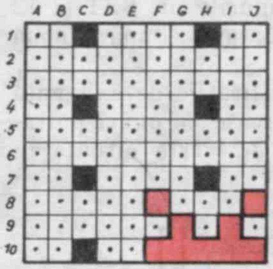


Fig. 8.13

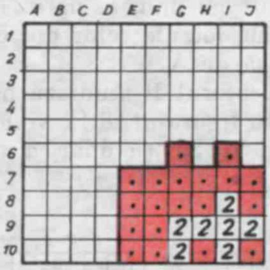


Fig. 8.14

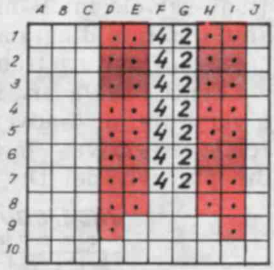


Fig. 8.15

Să analizăm pe scurt şi modul de distribuţie a primelor lovituri. O condiţie de reuşită ar fi ca loviturile unei salve să fie plasate grupate — în aceeaşi regiune a careului. Pentru a fi mai convingător, să presupunem că jucătorul A a lovit din primele 7 lovituri, o dată, vaporul de 3 unităţi. Loviturile au fost distribuite aşa cum se indică în figura nr. 8.13 (culoarea albastru). Acelaşi rezultat — lovit o dată vaporul de 3 — a obţinut după prima salvă şi jucătorul B, care a transmis loviturile marcate în figura nr. 8.14. Pe cele două figuri s-au marcat cu punct toate pătrăţelele de posibilă existenţă a vaporului de 3 unităţi. În cazul jucătorului A — care a lovit incorect, dispersat, — variantele însumează 84 pătrăţele, pe cînd jucătorul B are de cercetat doar 19 pătrăţele (de 4,4 ori mai puţine !).

Din acest punct de vedere, în partida exemplu, jucătorul A a plasat loviturile primei salve corect. Mai puţin corectă este salva jucătorului B. Dar să revenim la jucătorul B, care am stabilit că trebuie să insiste pentru scufundarea vaporului de 4 unităţi. Unde va plasa el loviturile celei de a doua salve? Din nou, este bine să se cerceteze spaţiul zonal, metodic. În orice caz trebuie avut în vedere principiul micşorării simţitoare a numărului variantelor posibile la fiecare salvă. De exemplu, dacă jucătorul B va plasa loviturile aşa cum se indică în figura nr. 8.15, să presupunem că prin aceasta a mai lovit o dată vaporul de 4 ; numărul pătrăţelelor de cercetat în continuare scade de la 57 la 34 — fără o localizare mai precisă a vaporului. (Dacă nu s-a mai lovit nava de 4, rămîn de cercetat 33 pătrăţele). Dacă jucătorul B va plasa loviturile salvei a doua după cum se indică în figura nr. 8.16, există următoarele posibilităţi:

— se loveşte din nou vaporul de 4 cu o lovitură, ceea ce înseamnă încă 28 de pătrate de cercetat (mai localizat decît în cazul anterior).

— se loveşte din nou vaporul de 4 cu două lovituri, ceea ce înseamnă încă 8 pătrate de cercetat! (bine localizat)

— nu se mai loveşte vaporul de 4, ceea ce înseamnă de cercetat în continuare 36 de pătrăţele.

Analizînd cele două variante expuse vom concluziona că mai avantajoasă (mai economică în lovituri, respectiv cu şanse mai mari de localizare a navei) este varianta a doua (figura nr. 8.16).

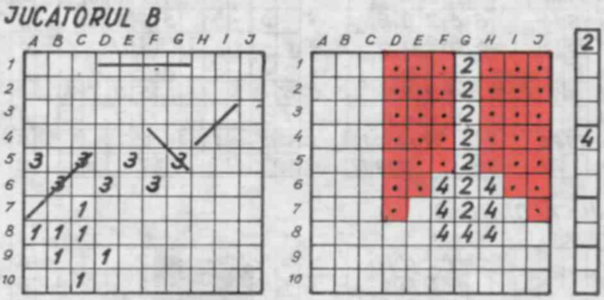


Fig. 8.16

Pentru jucătorul A, care a lovit cu 3 de două ori vaporul de 3, problema este ceva mai simplă. În figura nr. 8.11 sînt marcate cu punct pe fond roşu cele 12 pătrăţele în care ar fi posibilă existenţa navei de 3. Presupunînd că A va lovi cu 5 după cum se indică în figura nr. 8.17, rezultatul atacului va fi neaşteptat de bun: „scufundat vaporul de 3 şi vaporul de 2 şi lovit o dată celălalt vapor de 2". Acest „bilanţ tragic" pentru B înseamnă şi pierderea dreptului la 3 lovituri — de acum înainte avînd doar 4 lovituri.

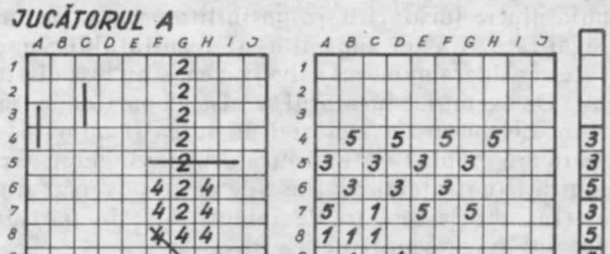


Fig. 8.17

Facem din nou o paranteză pentru a preciza o regulă de joc. Cînd ambele vapoare de 2 ale aceluiaşi jucător sînt lovite cîte o dată şi apoi se scufundă unul dintre ele, nu este obligatoriu să se precizeze despre care anume navă este vorba.

Spaţiul nu ne permite să comentăm fiecare salvă din partida analizată, dar pe baza diagramelor finale ale celor doi jucători (vezi figurile nr. 8.18 şi 8.19), dumneavoastră veţi reuşi să „retrăiţi“ întreaga luptă, urmărind pînă la amănunte evoluţia în timp a situaţiei, dar mai ales „dramaticul naufragiu al marelui cuirasat sub pavilion B“.

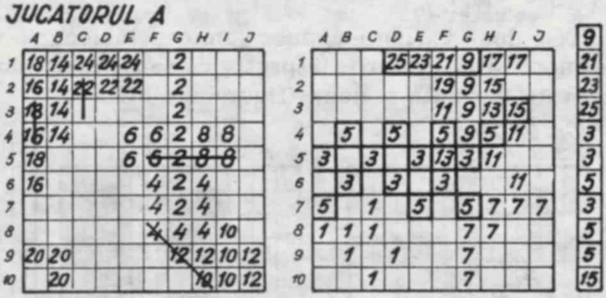


Fig. 8.18

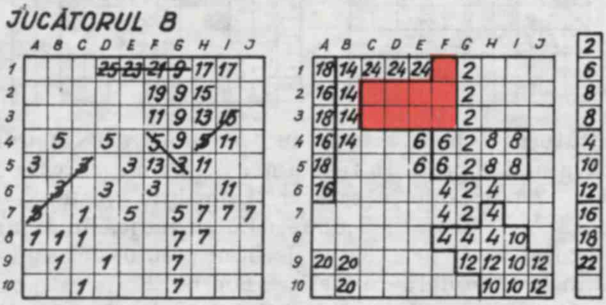


Fig. 8.19

Jocul „vapoare“ este un joc decis, adică victoria va fi în mod cert de partea unuia dintre jucători, fără posibilitatea de a se înregistra un rezultat de egalitate. Ca un indicator al rezultatului victorios într-o partidă se poate considera numărul salvei cu care au fost distruse complet forţele adverse. De exemplu: jucătorul A cîştigă partida cu salva a 25-a. Un alt indicator de măsură a victoriei ar putea fi numărul de lovituri din salvă la care are dreptul în final jucătorul învingător. Ori mai bine, numărul de unităţi (pătrăţele) neatinse de către adversar din vapoarele cîştigătorului (În ambele moduri de înregistrare, în partida exemplu, victoria revine lui A cu scorul de 1—0).

Pe măsură ce se lovesc în plin vapoarele sau se scufundă, fiecare jucător va localiza cît mai exact poziţia acestora. În careurile de urmărire a navelor adverse, din figurile nr. 8.18 şi 8.19, sînt delimitate poziţiile probabile ale navelor.

Acest lucru înlesneşte determinarea poziţiilor navelor neidentificate încă.

Ca o sugestie privind diminuarea avantajului primei salve, amintesc o soluţie pe care o găsesc echitabilă: micşorarea numărului de lovituri din prima salvă a jucătorului care începe jocul (de exemplu, în loc de 7 lovituri în prima salvă, aceasta va avea dreptul doar la 4 lovituri).

Am stabilit că în prima etapă a jocului trebuie urmărită detectarea şi scufundarea „navelor grele“ adverse. În acest sens trebuie procedat sistematic prin împărţirea careului în „ochiuri“ de maximum 3×3 pătrăţele — în care să nu poată rămîne neatinsă nava de 4. În figurile nr. 8.20 şi 8.21 sînt prezentate două asemenea reţele, care permit că utilizînd maximum 39 de lovituri să se lovească nava de 4. După detectarea vaporului de 4 se vor analiza posibilităţile de plasare a lui, iar loviturile următoare vor viza cele mai probabile poziţii. În orice caz nu se vor lovi decît pătrăţelele care ar putea aparţine navei şi nicidecum nu se vor

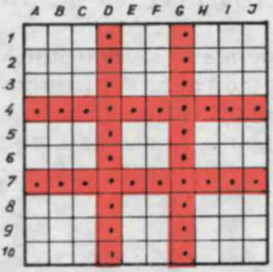


Fig. 8.20

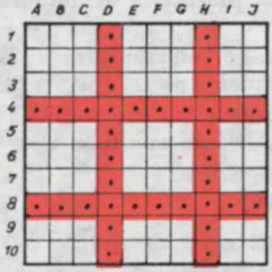


Fig. 8.21

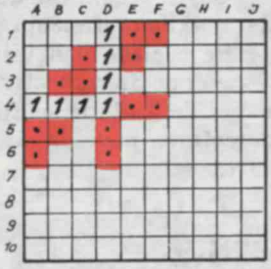


Fig. 8.22

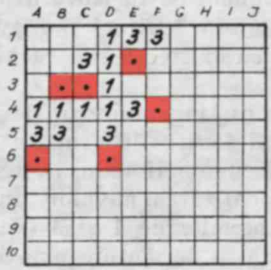


Fig. 8.23

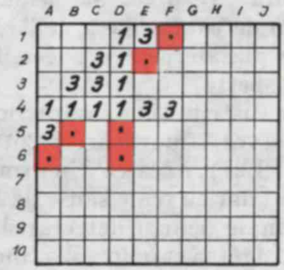


Fig. 8.24

risipi loviturile prin salve „în bloc“, ori la întîmplare. Un prim exemplu am prezentat în partida anterior analizată. Tot pentru analiză, să admitem că jucătorul A a lovit cu nr. 1 aşa cum se ilustrează în figura nr. 8.22 şi că a avariat cu două lovituri nava adversă de 4. În aceeaşi figură sînt marcate toate posibilităţile de existenţă a navei — în total, încă 13 pătrăţele. Ar fi o greşeală ca în următoarea salvă să se lovească şi în alte pătrăţele decît cele marcate; dar oricum nu vor putea fi lovite toate acestea. Nu este întîmplător nici modul cum se loveşte în continuare. De exemplu dacă A va lovi ca în figura nr. 8.23, nu se realizează nimic! Este cert că nava de 4 va fi lovită cu încă o lovitură, dar mai sînt necesare şase lovituri pentru scufundarea ei — fără a avea vreun indiciu asupra poziţiei concrote. De aceea loviturile următoare vor trebui să vizeze selectiv doar unele dintre poziţiile posibile şi va urmări scufundarea navei pe acest poziţii. De exemplu, loviturile din figura nr. 8.24, oferă şansa ca nava să fi ocupat una dintre aceste poziţii, caz în care forţele adversarului sînt reduse simţitor, plus localizarea bună a navei. Chiar şi configuraţia loviturilor prezentate în figura nr. 8.24 poate fi optimizată.

8.1

Găsiţi singur modul de plasare a următoarelor 7 lovituri (cu nr. 3) de maximă eficienţă

Pe acelaşi principiu de acţiune se bazează şi operaţiile de detectare a navei de 3, respectiv a navelor de 2 unităţi. Este indicat ca depistarea navei de 3 (după scufundarea vaporului de 4) să se facă în împletire cu detectarea navelor de 2. Aceasta conduce la o economie finală de lovituri.

8.2

Priviţi figura nr. 8.25. Să presupunem că în pătratul de 3 × 3 din colţul A1 avem de căutat nava de 3. De cîte lovituri vom avea nevoie şi cum vor fi ele plasate pentru a certifica existenţa sau inexistenţa navei de 3 în acest spaţiu?

Ca forme de distribuţie a loviturilor distingem loviturile „pe coloane" sau „pe linii" (vezi figura nr. 8.26) şi loviturile grupate în „blocuri" (vezi figura nr. 8.27). Acestea din urmă cu o mai redusă viteză de acoperire a pătratului dar cu reale şanse de localizare a navelor. În sfîrşit loviturile pe diagonale pentru detectarea navelor de 4 şi 3 (vezi figura nr. 8.28), formează o reţea care în faza finală — de căutare a navelor de 2 —

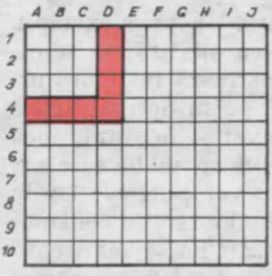


Fig. 8.25

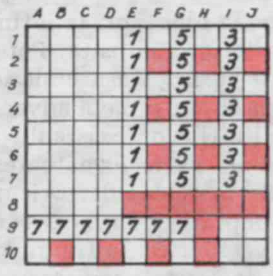


Fig. 8.26

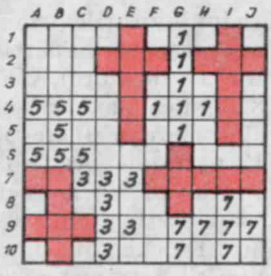


Fig. 8.27

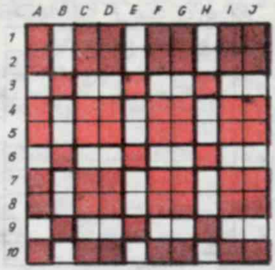


Fig. 8.28

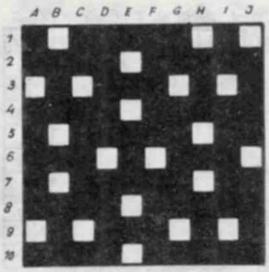


Fig. 8.29

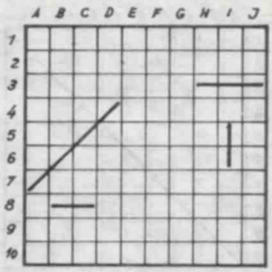


Fig. 8.30

se dovedeşte mai puţin eficientă. (Vezi figura nr. 8.29 — total 80 lovituri, în loc de 75 lovituri în grila liniară). Jucătorul este invitat a nu considera niciunul dintre tipurile prezentate drept reţetă, ci de a-şi compune de la caz la caz, cu propria inventivitate şi „inspiraţie" atacurile. În special pentru faze mai avansate ale jocului plasamentul loviturilor va fi ales în funcţie de condiţiile specifice din careu, aranjarea probabilă a vapoarelor adverse şi macheta rezultatelor.

Aspecte şi mai controversate prezintă problema aranjării vapoarelor în spaţiul de joc. Aici pe lîngă o serie de aspecte tehnico-matematice intervin şi aspecte de ordin tactico-psihologic. O aranjare optimă în fiecare partidă va fi posibilă numai luînd în analiză şi factori ce ţin de „personalitatea în joc" a adversarului.

Un vapor de 2 are 342 de variante de plasare în careu; vaporul de 3 are 288 variante; iar vaporul de 4 poate fi plasat în 238 variante. Aceasta conduce la cca 5.000.000.000 de variante de amplasare a ansamblului de vapoare, ceea ce face imposibilă analizarea fiecărei variante! Fiindcă ar fi inutil şi hazardat să prezentăm chiar şi aşa-zisele „aranjări bune" ale vapoarelor, ne vom limita la cîteva observaţii cu caracter mai general şi de un real adevăr practic. Aşa de pildă, este indicat ca poziţia unei nave să nu se suprapună pe zona de căutare a celorlalte nave, deoarece în acest caz ele vor fi lovite din întîmplare — în căutarea sau încercarea de scufundare a acestora din urmă. Un exemplu de acest fel este ilustrat în figura nr. 8.30. Navele de 2 sînt amplasate prea aproape de navele mari, ceea ce va conduce la lovirea sau scufundarea lor în timpul operaţiunilor îndreptate împotriva navelor de 4 şi 3.

De asemenea mi se par cel puţin puerile modurile de amplasare a navelor simetrice, ori cu un pronunţat caracter de particular. De exemplu nu se recomandă a folosi „secrete" de tipul celor ilustrate în figurile nr. 8.31—8.33, căci odată descoperite 2—3 nave orice adversar va căuta „continuarea logică" şi evidentă. Cu totul alta este situaţia în cazul aranjărilor puţin asimetrice, la care va fi mai dificil de imaginat o „continuare". Exemple de acest fel sînt ilustrate în figurile nr. 8.34 şi 8.35.

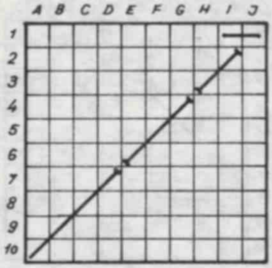


Fig. 8.31

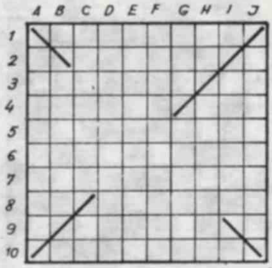


Fig. 8.32

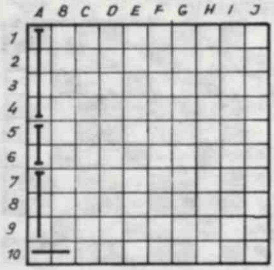


Fig. 8.33

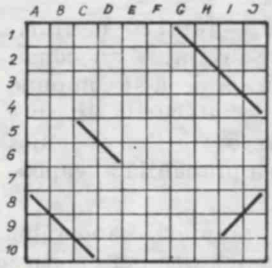


Fig. 8.34

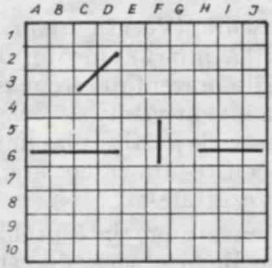


Fig. 8.35

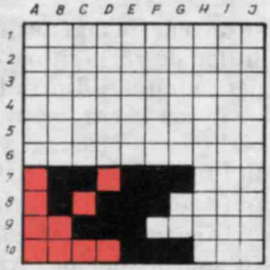


Fig. 8.36

Între plasarea unei nave pe marginea careului şi plasarea ei în larg, este de preferat aceasta din urmă, pe considerente lesne de dedus şi numai prin simpla privire a figurilor nr. 8.36 şi 8.37. Aceeaşi navă de 4 odată lovită prezintă mult mai multe variante posibile, pentru adversarul care evident nu-i cunoaşte adevărata poziţie, în larg, faţă de marginea sau colţul careului.

Dar şi în această problemă a aranjării vapoarelor ingeniozitatea şi psihologia tactică a jucătorului va depăşi nivelul acestor observaţii. Iată de exemplu, cît de „perfect“ poate deveni un plasament total eronat într-un anume caz! În figura nr. 8.38 este ilustrat exemplul nostru. Evident vapoarele de 4 şi 3 sînt plasate mult prea aproape. Dar ... adversarul va aplica o grilă „clasică“ de depistare a navei de 4, după care va zdrobi această navă fără să se atingă de nava de 3! ! (vezi figura nr. 8.39). După cîte lovituri „irosite“ în largul careului va reveni în colţul iniţial?! (Şi apoi, chiar şi atunci cînd o va face, nu va începe oare cu A1?)

Cu toată seriozitatea vă sugerez următorul test: pe 10 careuri — diagramă de joc — amplasaţi de 10 ori, în moduri diferite cele 4 vapoare, ca şi cum de fiecare dată aţi avea un adversar de joc. (Acest lucru vă ajută să faceţi aprecieri şi în legătură cu respectarea principiilor de amplasare a navelor — enunţate pînă acum.) După ce aţi completat cele 10 diagrame, mai alcătuiţi cîteva careuri libere pe care veţi analiza

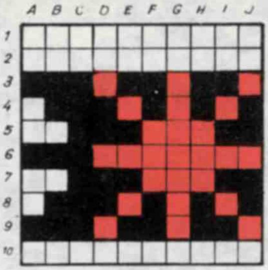


Fig. 8.37

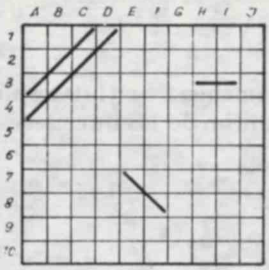


Fig. 8.38

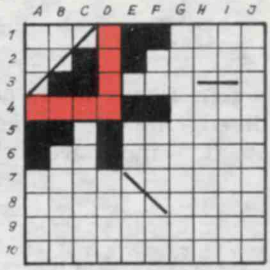


Fig. 8.39

rezultatul testului. Pe un careu liber, transcrieţi toate cele 10 poziţii ale navei de 4. Ce observaţi? Aproape sigur, aveţi o zonă preferată pentru plasarea navei de 4. Extindeţi analiza la navele de 3 şi 2, la poziţia reciprocă a ansamblului de nave în fiecare careu etc. Toate acestea vă vor convinge că în joc trebuie luaţi în calcul şi o serie de „parametri personali" ai adversarului. Este bine ca prin asemenea analize să concluzionaţi asupra caracteristicilor adversarilor. (Aceste aspecte de psihologie a jocului sînt în corelaţie cu fobia spaţiului deschis, sau închis, simţul artistic, conformismul sau nonconformismul etc., ale adversarului).

O altă formă de luptă psihologică este repetarea identică a loviturilor transmise de adversar. Ea se aplică la primele salve şi facilitează depistarea navelor, căci după două, trei salve „copiate", adversarul nu va lovi în pătrăţelele în care are nave.

8.3—8.4

Priviţi diagramele din figurile nr. 8.40 şi 8.41. Spaţiul haşurat a fost lovit anterior, iar spaţiul alb este liber. Unde este plasată nava de 3 – neatinsă încă?

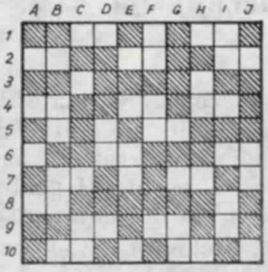


Fig. 8.40

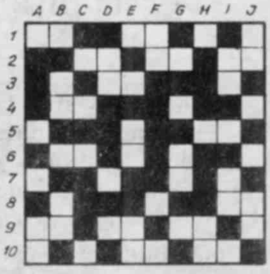


Fig. 8.41

8.5

În figura 8.42, de asemenea, spaţiul haşurat este lovit, iar cel alb liber. Care este numărul minim de lovituri necesare pentru a lovi vaporul de 3 — încă neatins?

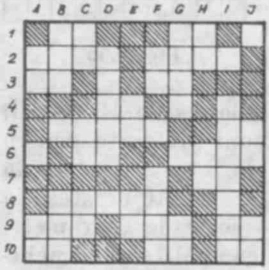


Fig. 8.42

8.6

În figurile nr. 8.20 şi 8.21 s-au prezentat două grile care asigură lovirea cel puţin o dată a navei de 4, folosind în total 36 de lovituri. Aceste grile pot fi optimizate, în sensul de a reduce la minimum numărul loviturilor.

Care este acest număr minim de lovituri, şi cum trebuie ele date, astfel încît să fie certă lovirea cel puţin o dată a navei de 4?

8.7

Vă propun următorul studiu: jucătorul A a lovit cu 1 la: C4; D6; D7; E5; E6; F4 şi F7 (rezultat: lovit o dată nava de 4); a lovit apoi cu 3 la: C5; C7; D4; E3; E8; G4 şi H5 (rezultat: lovit încă o dată nava de 4.

Admiţînd că jucătorul A beneficiază în continuare de cîte 7 lovituri, arătaţi unde trebuie să-şi plaseze loviturile şi în ce ordine? (Care sînt următoarele serii de cîte şapte lovituri?).

SOLUŢIILE PROBLEMELOR

8.1. În figura nr. 8.43 sînt figurate cele 8 variante de amplasare ale navei de 4 — în condiţiile date. Prin loviturile arătate în figura nr. 8.24 există şansa de a scufunda nava în 4 din cele 8 cazuri, deci un procentaj de reuşită a acţiunii de 50%. Procentajul poate fi mărit la 62,5%, dacă se loveşte cu 3 aşa cum se arată în figura nr. 8.44.

Poate chiar mai bună este varianta de lovire indicată în figura nr. 8.44 b; în care se menţine la 50% procentajul de scufundare a navei de 4, dar există şansa ca 50% din restul de 4 variante să fie lovite din

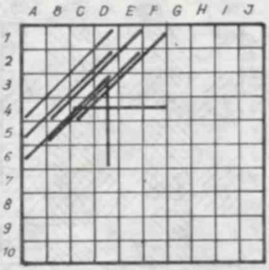


Fig. 8.43

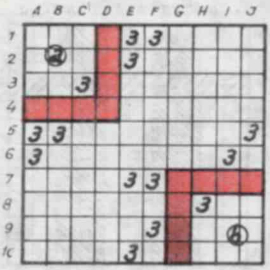


Fig. 8.44

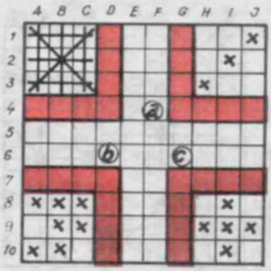


Fig. 8.45

nou. Aceasta reduce simţitor numărul loviturilor necesare la o eventuală salvă următoare. (Dacă nava a fost lovită încă o dată vor fi necesare doar 2 lovituri pentru scufundare; iar dacă nu a mai fost lovită vor fi necesare doar 4 lovituri)

Iată aşadar, încă un exemplu care demonstrează caracterul de raţional al jocului — în ciuda caracterului primar preponderent al şansei.

8.2. Vezi figura nr. 8.45. Pentru a detecta oricare dintre cele 8 variante de plasare a navei de 3 sînt suficiente 3 lovituri (*a*). Dar aşa cum am arătat, este indicat ca odată cu căutarea navei de 3 să se facă şi căutarea navelor de 2. În cazul *a* defectarea ulterioară a navei de 2 necesită încă minimum 4 lovituri (vezi figura nr. 45 b). Iată de ce consider că este mai bună aplicarea de la început a schemei din figura nr. 8.45 c, prin care se „economisesc" două lovituri.

8.3. Vaporul de 3: **B8**—**D6**

8.4. Variante posibile: **B1**—**D3**; **E9**—**G7**; **F8**—**H10**. Acest exerciţiu a avut şi scopul de a vă obişnui să duceţi analiza pînă la capăt!

8.5. Vezi figura nr. 8.46. Se trasează toate variantele posibile de plasare a navei de 3, după care se analizează plasarea eficientă a loviturilor — în special la intersecţia variantelor. Numărul minim de lovituri este 10 — pătrăţele marcate cu bulină. Vom începe cu cele în care se intersectează mai multe posibilităţi.

8.6. Pentru a fi siguri că am lovit nava de 4, plasată pe orizontală, trebuie să dăm minimum cîte două lovituri pe fiecare rînd, lovituri care se încadrează pe coloanele C, D, G şi H aşa cum se arată în figura nr. 8.47. Prin aceste lovituri se asigură şi detectarea navei de 4 care este plasată pe verticală pe coloanele amintite, dar pentru alte poziţii verticale, de pe coloanele A, B, E, F, I şi J, vom mai consuma cîte două lovituri de coloană, plasate pe rîndurile 3; 4; 7 şi 8, aşa cum se indică în figura nr. 8.48.

Pînă acum sînt: $10\times2+2\times6=32$ lovituri.

Aşa cum se vede în figura nr. 8.49, aceste 32 de lovituri asigură lovirea navei de 4 şi în orice poziţie diagonală. Deci, minim necesar: 32 de lovituri.

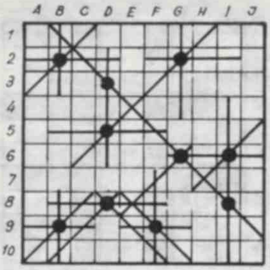


Fig. 8.46

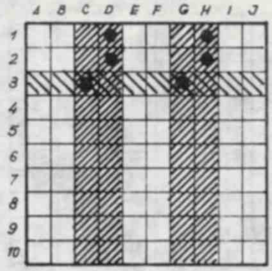


Fig. 8.47

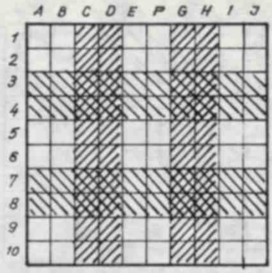


Fig. 8.48

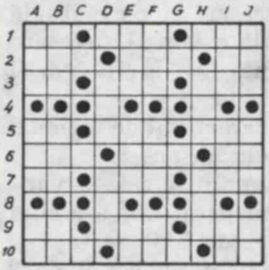


Fig. 8.49

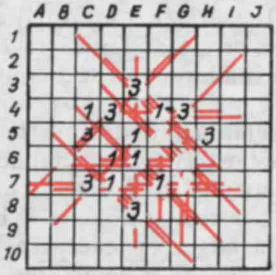


Fig. 8.50

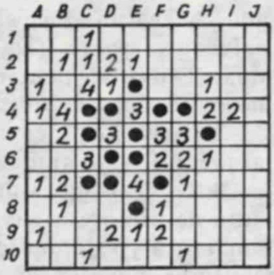


Fig. 8.51

8.7. În figura nr. 8.50 sînt arătate toate cele 31 de posibilităţi de existenţă a navei de 4 (în condiţiile date), iar în figura nr. 8.51 este arătat pe fiecare dintre cele 34 de pătrăţele ce trebuiesc lovite (pentru a fi certă scufundarea navei de 4) numărul de posibilităţi de existenţă a navei de 4 care afectează respectivul pătrăţel.

O judecată simplistă ne spune că cele 34 de pătrăţele în care s-ar putea găsi nava de 4 vor putea fi acoperite în 5 serii de cîte 7 lovituri. Şi într-adevăr, în cazul în care am da loviturile la întîmplare, fără nici un plan, şi am avea neşansa să dăm peste adevărata poziţie a navei de 4 abia către sfîrşit, ar fi necesare 5 serii de cîte 7 lovituri.

Totuşi rezolvarea corectă şi sigură a situaţiei se poate face cu mult mai puţine lovituri. Se consideră că maximum de eficacitate se obţine, la următoarea serie de 7 lovituri, dacă vom reuşi scufundarea navei de 4 (deci lovirea ei cu încă 2 lovituri) în cît mai multe dintre variantele de posibilă existenţă, dar în acelaşi timp (!), dacă vom diviza în două părţi aproximativ egale celelalte poziţii posibile ale navei:

a) cazurile în care nava de 4 a mai fost lovită încă o dată (deci, în total are 3 pătrăţele lovite);

b) cazurile cînd nu s-a mai atins nava de 4 (aceasta a rămas cu cele două pătrăţele lovite).

Prin aceasta se asigură, pe de-o parte, reducerea poziţiilor de posibilă existenţă a navei, iar pe de altă parte selectarea acestor poziţii care

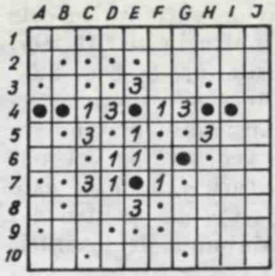


Fig. 8.52

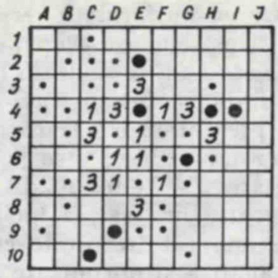


Fig. 8.53

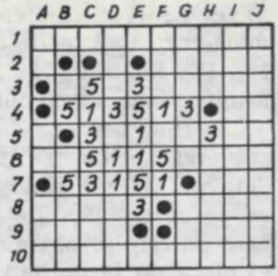


Fig. 8.54

ne vor interesa la următoarea serie de 7 lovituri, în funcţie de rezultatul pe care îl va comunica adversarul.

Plasînd loviturile cu numărul 5 aşa cum se indică în figurile nr. 8.52 şi 8.53 am putea scufunda nava de 4 în 6 din cele 31 de posibilă existenţă a ei. Am reduce în acest fel, cu maximum posibil, numărul posibilităţilor de studiat în continuare, de la 31 la 25, dar grupajele de lovituri în cauză nu asigură şi cea de a doua condiţie, de repartizare în două grupe aproximativ egale a cazurilor în care nava de 4 nu a mai fost lovită nici o dată şi a celor în care s-a reuşit această a treia lovire a navei. (6/23 pătrăţele în figura nr. 8.52 şi 1/26 pătrăţele în figura nr. 8.53).

Din aceste două puncte de vedere, cel mai bun grupaj de lovituri este: **B4**; **B7**; **C3**; **C6**; **E4**; **E7** şi **F6**; care asigură scufundarea navei în 5 poziţii (din cele 31) şi divide restul poziţiilor în două grupe: **a**) 12 poziţii (cu 12 pătrăţele de lovit) în care nava de 4 a mai fost lovită o dată (figura nr. 8.54) şi **b**) 14 poziţii (cu 18 pătrăţele de lovit) în care nava de 4 a rămas doar cu cele 2 lovituri anterioare (figura nr. 8.55).

În cazul că adversarul comunică lovirea încă o dată a navei de 4 vor fi necesare încă 7+5 lovituri, cu fiecare lovitură reducînd cîte o poziţie de posibilă existenţă a navei.

În cazul al doilea, discuţia este analoagă cu aceea iniţială; deci din nou va trebui să urmărim atît scufundarea în cît mai multe variante a

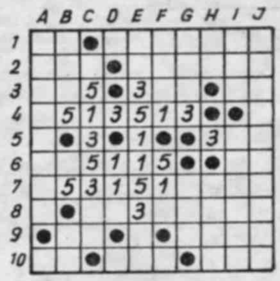


Fig. 8.55

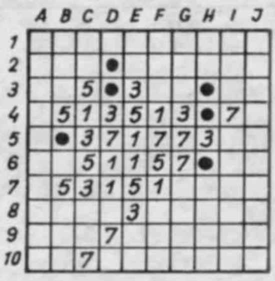


Fig. 8.56

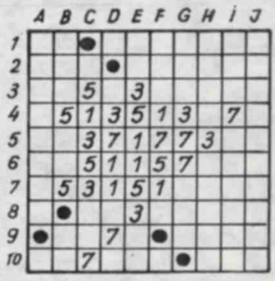


Fig. 8.57

navei de 4, cît şi repartizarea uniformă a restului de variante în cele două cazuri amintite deja. Un asemenea grupaj de lovituri este **C10**, **D5**, **D9**, **F5**, **G5**, **G6** şi **I4** care, aşa cum se vede în figurile nr. 8.56 şi 8.57 asigură încheierea operaţiunii, în fiecare caz, cu încă şase lovituri.

În figura nr. 8.58 este prezentată o schemă de ansamblu privind rezolvarea optimă a situaţiei date, din care se poate vedea că în cel mai defavorabil caz sînt necesare: 7+7+6=20 de lovituri. Concluzia este că jocul de vapoare se poate juca şi „la întîmplare", dar pentru cel care doreşte să obţină maximum de rezultate cu minimum de lovituri, el oferă un larg cîmp de analiză şi optimizare.

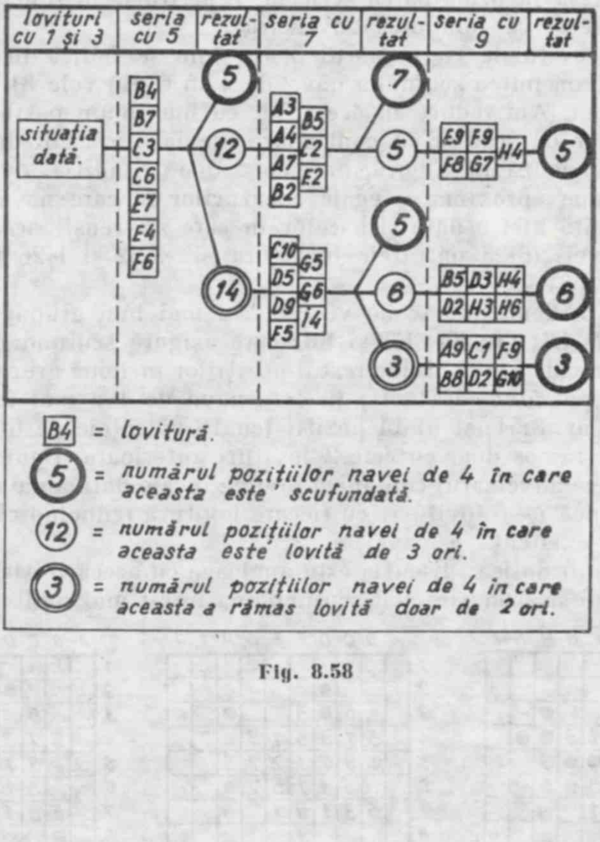


Fig. 8.58

JUCAȚI MATEMATICĂ

9.1*

În figura nr. 9.1 se văd patru piese, din tablă, care puse una lîngă alta, așa cum se indică în figura nr. 9.2 alcătuiesc un pătrat. Dacă vom pili fiecare piesă pe fiecare latură a ei cu aceeași grosime vor mai forma prin alăturare aceste piese un pătrat?

Dar în cazul celor patru piese din figura nr. 9.3?

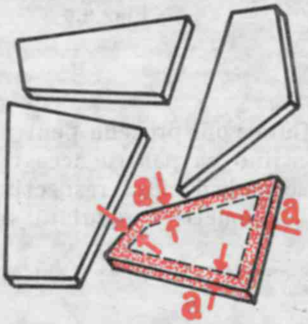


Fig. 9.1

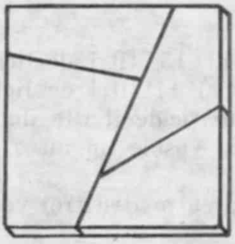


Fig. 9.2

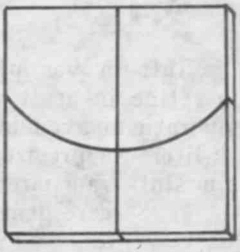


Fig. 9.3

9.2

Desenați pe o foaie de hîrtie un pătrat, după modelul din figura nr. 9.4, ținînd cont și de mărimea pieselor de dominou pe care le aveți. Așezați apoi pe suprafața albă a figurii toate cele 28 de piese ale dominoului (0 ... 6), astfel ca pe toate verticalele și orizontalele, precum și pe cele două diagonale mari ale „careului magic", suma punctelor să fie mereu aceeași: egală cu 21. (Mai multe soluții)

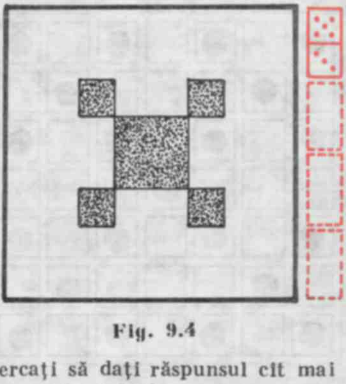


Fig. 9.4

* La problemele notate cu asterisc e bine să încercați să dați răspunsul cît mai rapid, verificîndu-vă apoi primul răspuns – intuiția – prin calcule.

9.3

Fără a efectua nici un fel de măsurătoare şi nici un calcul să se arate că cele două triunguiuri din figura nr. 9.5 au aceeaşi arie. Pentru această demonstraţie se vor trasa doar trei paralele!

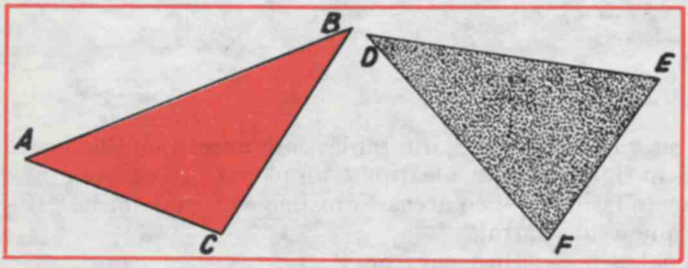


Fig. 9.5

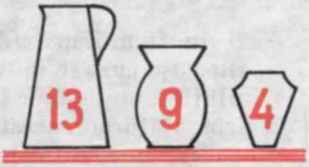


Fig. 9.6

9.4

Într-un vas plin sînt 13 litri de lichid. Cum vom proceda pentru a reţine în acest vas doar 11 litri de lichid, ştiind că pentru această operaţie nu avem la dispoziţie decît alte două vase goale de 9 şi respectiv 4 litri? Se precizează că vasele nu au o formă geometrică regulată şi nu sînt transparente.

Se cere generalizarea pentru trei vase de capacităţi: r; s; t astfel ca $r=s+t$.

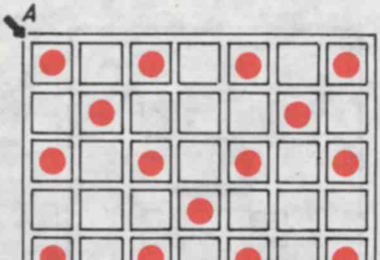


Fig. 9.7

9.5

Am vizitat, cu un grup de excursionişti, un parc cu sculpturi în aer liber. Pe pliantul de prezentare era şi schema întregului parc -- pe care o redau în figura nr. 9.7. Intrarea şi ieşirea din parc se fac prin poarta A, iar reţeaua de alei asigură vizionarea fiecărei statui din orice parte. Hotărîsem să privim fiecare statuie (în total 21), de jur-împrejur, de pe fiecare din cele patru segmente de alee care o mărgineau. Pentru aceasta s-au propus mai multe trasee, dar cel pe care l-am adoptat a fost cel mai scurt şi cu cele mai puţine coturi (schimbări de direcţie). Trasee de lungime minimă sînt mai multe dar dintre acestea unul singur asigură şi numărul minim de coturi. Găsiţi-l şi dumneavoastră!

9.6

Ce număr înmulţit cu 49 va da un produs care se scrie prin repetarea de mai multe ori a cifrei 1? (Ne gîndim la cel mai mic produs de forma: P=111 ... 111)

ZARUL

Obiect multimilenar al jocurilor de hazard, zarul oferă şi nenumărate posibilităţi de amuzament raţional. Pentru a putea aborda problemele de logică ce urmează este necesar să ştim că suma numerelor de pe oricare două feţe opuse ale zarului este constantă: 7. Dar chiar şi cu această condiţie numerotarea feţelor zarului se poate face în mai multe feluri. Ca particularităţi reţinem: diagonalele pe care se înscriu punctele la cifrele 2 şi 3 (fig. nr. 9.8 a—d), orientarea celor două şiruri de cîte trei puncte la cifra 6 (fig. 9.9 a şi b) şi însăşi ordinea de numerotare a feţelor zarului (fig. 9.10 a şi b).

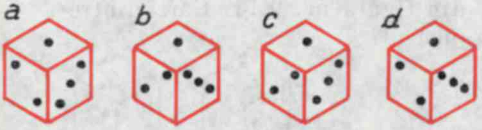


Fig. 9.8

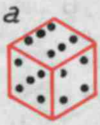


Fig. 9.9

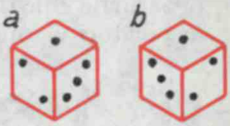


Fig. 9.10

9.7

Fig. 9.11

Cîte moduri diferite de înscriere a punctelor pe feţele zarului există?

Zarul ales de noi este ilustrat în figura nr. 9.11. Plasarea punctelor în cazul cifrelor 1, 4 şi 5 se face cu totul simetric, şi ca atare aceste configuraţii nu pot fi interpretate diferit.

Mai precizez că exerciţiile propuse vizează nişte zaruri la care unele dintre puncte au fost şterse, sau nu se mai disting. (Este cazul, din păcate, atît de răspîndit al zarurilor din material plastic de diferite culori, la care punctele au fost vopsite cu o vopsea a cărei principală „calitate" este aceea că după foarte scurt timp se scorojeşte lăsînd nude uşoarele adîncituri de pe feţele zarului!)

Aşadar, pe baza punctelor care sînt figurate în fiecare caz, dumneavoastră va trebui să reconstituiţi configuraţia completă de pe fiecare faţă a zarului.

9.8

Care dintre zarurile din figura nr. 9.12 este cîştigător?

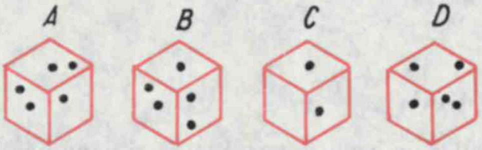


Fig. 9.12

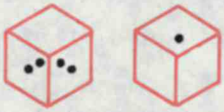


Fig. 9.13

9.9

De la unul dintre puţinele jocuri care nu mă atrag — „tablele" — am reţinut expresia care arată convenţia pentru alegerea jucătorului care va începe jocul: „marele şi dubla mută". Prin „mare" se înţelege suma mai mare a celor două zaruri. În cazul nostru jucătorul A a aruncat zarurile din figura 9.13, iar B pe cele din figura nr. 9.14. Care dintre jucători va muta primul şi ce „zar" va juca el?

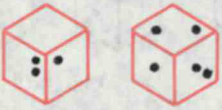


Fig. 9.14

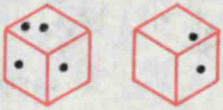


Fig. 9.15

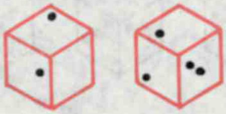


Fig. 9.16

9.10

Dar în cazul ilustrat în figurile nr. 9.15 şi 9.16?

*

9.11

Care este numărul minim de piese de care este nevoie pentru alcătuirea a 4 mori închise? Arătaţi (pe figura nr. 9.17) cum trebuie plasate piesele!

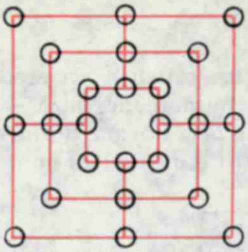


Fig. 9.17

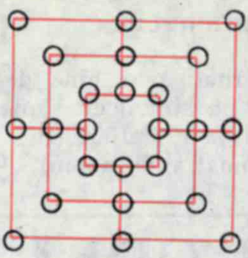


Fig. 9.18

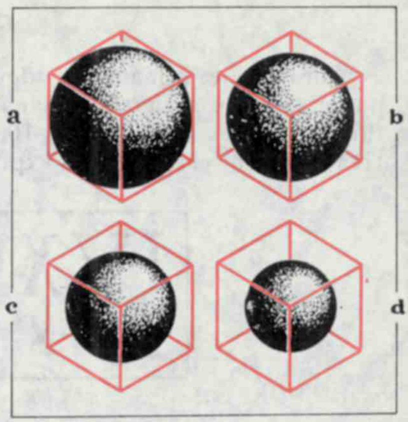


Fig 9.19

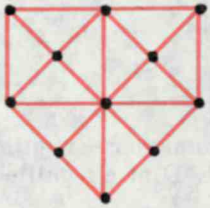


Fig. 9.20

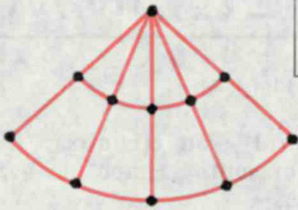


Fig. 9.21

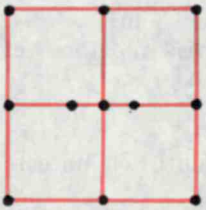


Fig. 9.22

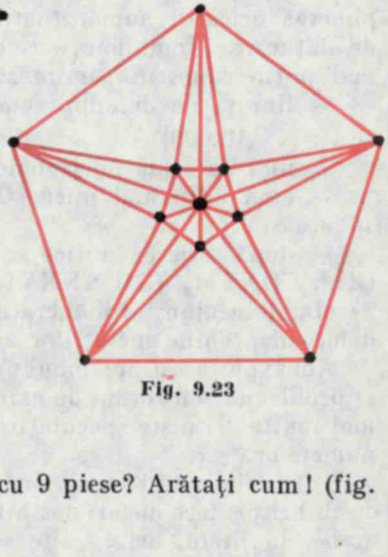


Fig. 9.23

9.12

Cîte mori deschise se pot alcătui cu 9 piese? Arătaţi cum! (fig. 9.18).

9.13*

Care dintre sfere este tangentă interior la cub? (fig. 9.19).

9.14

Fiecare din cele patru configuraţii ilustrate în figurile nr. 9.20 – 9.23 este alcătuită din cîte 11 puncte.

Se cere ca utilizînd în fiecare caz numai patru drepte să se izoleze toate cele 11 puncte în domenii separate în plan!

Caracterele romane au dominat mai bine de un mileniu scrierea numerelor. În scrierea romană nu sînt decît şapte numere de bază — fundamentale: 1; 5; 10; 50; 100; 500; şi 1000 (fig. 9.24). Forma definitivă a acestor caractere s-a exprimat abia în anul 140 î.e.n. Pentru com-

Fig. 9.24

punerea oricărui număr (natural) s-au cristalizat şi numeroase reguli de alăturare şi combinare a celor şapte „semne" de bază. Dintre regulile mai puţin cunoscute amintesc:

— liniuţa de deasupra unei cifre o înmulţeşte pe aceasta cu 1000 (Ex.: $\overline{X}$=10.000).

— nici un semn nu trebuie să se repete mai mult de 3 ori.

— cînd cifra mai mică stă în stînga nu este permisă repetarea ei în această parte.

— după scrierea miilor se pune jos în dreapta „m"
(Ex.: CDXVII$_m$ CMLXXXVI=417.986) ş.a.m.d.

Marele neajuns al numeraţiei romane l-a constituit faptul că nu este deloc adaptabilă operaţiilor aritmetice în formă scrisă.

Am expus acest preambul pentru ca cititorul să fie avizat că enigmele şi problemele cu forma de exprimare în numeraţia romană sînt de cele mai multe ori nişte speculaţii care respectă doar regulile de alcătuire a numerelor.

Tot în domeniul şaradelor, reprezentarea semnelor cu ajutorul beţelor de chibrituri face uneori posibilă trecerea de la numere romane la numere arabe, la litere, ori la alte semne.

Cu ajutorul beţişoarelor de aceeaşi lungime şi mai apoi cu ajutorul chibriturilor s-au exprimat şi se gustă şi astăzi unele jocuri — probleme — de natură geometrică. Şi aici este bine să precizăm, că problemele şi rezolvările trebuie să respecte pe cît posibil rigoarea matematică a reprezentărilor grafice prin segmente unitare, că chibriturile nu se îndoaie, nu se rup, că nu sînt admise figurile neînchise, ori cele forţate etc. În problemele cu reţele de pătrate formate din chibrituri fiecare chibrit va avea contact cu altele la ambele capete; cu alte cuvinte nu sînt admise ca soluţii liniile poligonale neînchise.

9.15

În desenul din figura nr. 9.25, realizat cu ajutorul a 23 de chibrituri, se numără 10 pătrate. Ridicaţi din configuraţie numai 4 chibrituri în aşa fel încît să nu mai rămînă nici un pătrat!

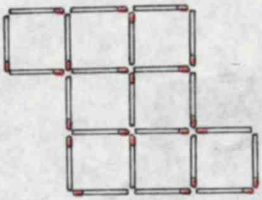


Fig. 9.25

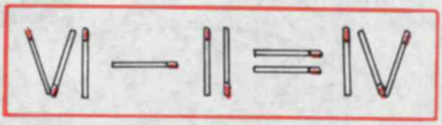


Fig. 9.26

9.16

Fără a se opera nici o modificare la relaţia ilustrată în figura nr. 9.26, să se arate că egalitatea (... 6=2−4?) este totuşi valabilă!

9.17

Reproduceţi pe masă cu ajutorul a 24 de chibrituri configuraţia din figura nr. 9.27. Pe acest desen se pot număra 9 pătrate. Schimbaţi apoi poziţia a numai 4 chibrituri astfel încît să nu mai rămînă nici un pătrat întreg!

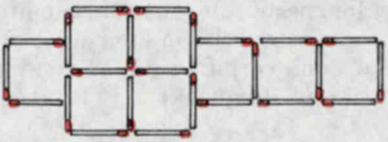


Fig. 9.27

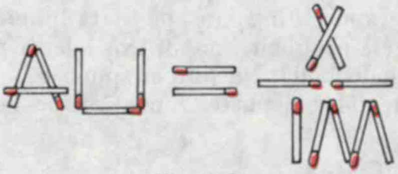


Fig. 9.28

9.18

Priviţi relaţia ilustrată în figura nr. 9.28. Realizaţi egalitatea prin schimbarea poziţiei a numai trei beţe de chibrit!

9.19

Am auzit de multe ori, ... uneori folosită şi corect(!), formularea „unghi nefavorabil de şut la poartă“. Acest lucru mă îndeamnă să vă întreb şi pe dumneavoastră care dintre jucătorii (a; b; şi c) din poziţia ilustrată în figura nr. 9.29 are cel mai favorabil unghi pentru introducerea mingii în poartă? Evident, facem abstracţie de calităţile jucătorului, de poziţia portarului etc., luînd în discuţie aspectul strict matematic al problemei.

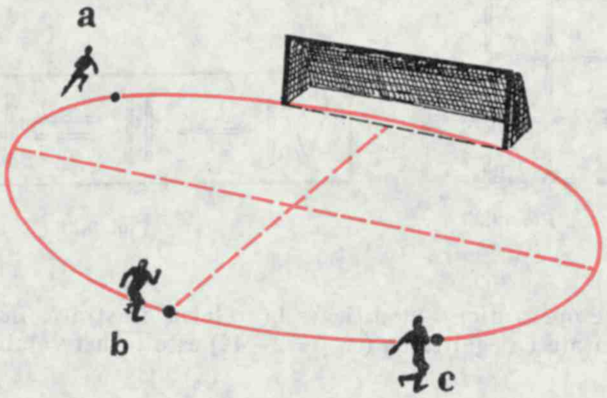


Fig. 9.29

9.20

Pe două direcţii perpendiculare un acelaşi corp se vede aşa cum se indică în figurile nr. 9.30 şi 9.31. În aceste vederi sînt reprezentate toate muchiile corpului; cele văzute cu linie continuă, iar cele nevăzute sînt suprapuse din spate, pe toată lungimea lor, peste cele văzute. Este drept, datele problemei nu sînt suficiente pentru a determina în mod unic corpul în cauză, dar vă putem spune că numai două corpuri satisfac condiţiile date. Mai departe ... contăm pe curiozitatea dumneavoastră!

9.21

La proiectarea iluminatului public pentru un mare parc al oraşului trebuia stabilită soluţia optimă, respectiv aceea care să asigure cel puţin un corp de iluminat pe fiecare alee, în condiţiile utilizării unui număr minim de lămpi. În figura nr. 9.32 este redat planul aleilor din parc. Lămpile urmau să fie plasate la intersecţiile sau ramificaţiile de alei, iar acţiunea lor se consideră pe întreaga lungime a aleii în linie dreaptă şi neîntreruptă.

Ce credeţi, care a fost soluţia aleasă?

Dar în cazul altui parc cu aleile de forma prezentată în figura nr. 9.33?

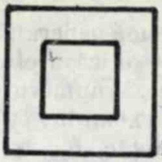


Fig. 9.30

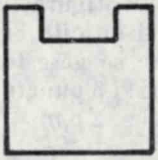


Fig. 9.31

Fig. 9.32

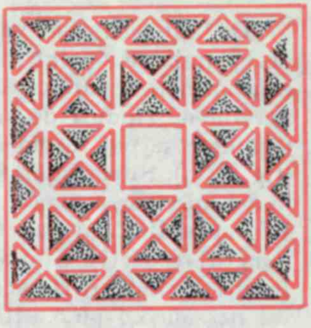


Fig. 9.33

9.22

60% din membrii unei asociaţii sportive sînt bărbaţi. Din totalul membrilor asociaţiei 80% practică înotul, iar 70% joacă tenis. Se mai cunoaşte că în asociaţia respectivă sînt cel puţin 42 de membri bărbaţi care nu poartă ochelari, înoată şi joacă tenis.

Dacă numai 6% din membrii asociaţiei poartă ochelari, aflaţi dumneavoastră cel puţin cîţi sportivi numără în total asociaţia? !

CONFIGURAŢII PLANE

Se numeşte configuraţie plană (p_m, r_n) un sistem format din p puncte şi din r drepte, în care prin fiecare punct trec m drepte, iar fiecare dreaptă trece prin n puncte. În figura nr. 9.34 este reprezentată o configuraţie de forma $(10_2, 5_4)$, iar în figura nr. 9.35 configuraţia $(6_2, 4_3)$. În cazul $(10_2, 5_4)$ configuraţia este formată din 10 puncte şi 5 rînduri, prin fiecare punct trecînd 2 drepte şi pe fiecare dreaptă fiind cîte 4 puncte. În cele ce urmează vom numi dreptele cu acelaşi număr de puncte „rînduri" (r). Este evident că într-o asemenea configuraţie trebuie să avem în mod necesar relaţia: $p.m = r.n$

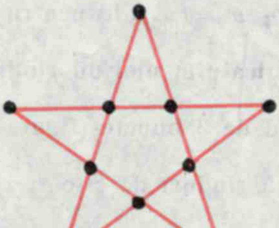


Fig. 9.34

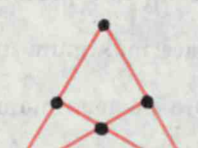


Fig. 9.35

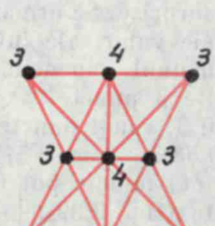


Fig. 9.36

De fapt ceea ce ne va interesa în continuare — ca o problemă generală de optimizare — sînt numai „configurațiile plane maxime“, adică acele configurații în care cu un număr p dat de puncte se realizează numărul maxim de rînduri de cîte n puncte fiecare — $(r_n)max$. De exemplu: cu 6 puncte se pot forma la maximum 4 rînduri de cîte 3 puncte $(6_2, 4_3)$ (fig. 9.35). Și configurațiile din figurile nr. 9.36 și 9.37 sînt configurații plane maxime, formate din cîte 9 puncte, așezate pe rînduri de cîte 3. În dreptul fiecărui punct s-a notat numărul de rînduri pe care se găsește punctul respectiv. Sînt 3 puncte care participă la cîte 4 rînduri și 6 puncte în cîte 3 rînduri. De această dată relația p, m, r și n se scrie: $\Sigma p_i m_j = r.n$; sau $3.4+6.3=10.3$.

Desigur, configurațiile din figurile nr. 9.36 și 9.37 sînt din aceeași „familie“ una dintre ele fiind obținută prin „deformarea proiectivă“ a celeilalte.

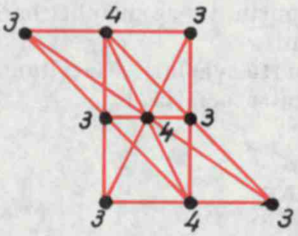


Fig. 9.37

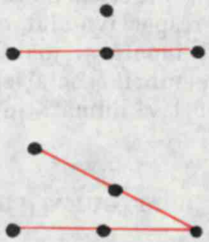


Fig. 9.38 – 9.39

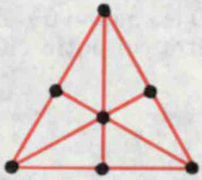


Fig. 9.40

9.23

Găsiți o altă configurație plană maximă distinctă, formată din puncte așezate pe 10 rînduri de cîte 3 puncte fiecare!

Atracția problemelor de alcătuire a configurațiilor maxime este datorată și faptului că acest domeniu de geometrie modernă rezervă încă surprize. Să urmărim configurațiile maxime $(p_i . m_j = r_{max} . n)$ pentru primele valori ale lui p.

Cu unul, sau două puncte nu este posibil să alcătuim nici un rînd de cîte 3 puncte.

Cu 3, sau 4 puncte vom face maximum un rînd de 3 puncte (figura nr. 9.38).

Cinci puncte pot fi așezate pe maximum două rînduri de cîte trei puncte (fig. 9.39).

În fig. 9.35 am văzut configurația maximă formată cu 6 puncte pe patru rînduri de cîte trei puncte.

Cu 7 puncte se pot forma 6 rînduri de cîte 3 (fig. 9.40).

9.24

Cu 8 puncte aşezate pe rînduri de cîte 3, configuraţia maximă reuşită este de 7 rînduri. Găsiţi-o şi dumneavoastră!

Configuraţii maxime cu 9 puncte pe rînduri de cîte 3 au fost deja prezentate.

9.25

Cu 10 puncte se pot forma maximum 12 rînduri de cîte 3 puncte — vezi figura nr. 9.41. Căutaţi altă configuraţie distinctă maximă cu aceleaşi caracteristici. (Indicaţie: Se pleacă de la un triunghi echilateral).

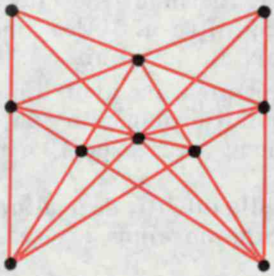


Fig. 9.41

Nr. puncte (p)	r_{max} teoretic	r_{max} practic	Numărul dreptelor care trec prin punct. 0	1	2	3	4	5	6	7
1	–	–	1							
2	–	–	2							
3	1	1	–	3						
4	1,33	1	1	3						
5	3,33	2	–	4	1					
6	4	4	–	–	6					
7	7	6	–	–	3	4				
8	8	7	–	–	3	5				
9	12	10	–	–	–	6	3			
10	13,33	12	–	–	–	4	6			
11	18,33	16	–	–	–	–	7	4		
12	20	19	–	–	–	–	3	9		
13	26									
14	28			?						
15	35									
16	37,33									

Fig. 9.42

9.26

Configuraţia din figura nr. 9.40 este importantă pentru faptul că oferă o posibilitate imediată de extindere la configuraţia maximă de 11 puncte pe 16 rînduri de cîte 3. Unde trebuie plasat cel de-al 11-lea punct pentru a se mai „cîştiga" 4 rînduri de cîte 3? (Două soluţii).

Să recapitulăm ceea ce am parcurs pînă în prezent în tabelul de mai sus, în care se indică numărul de participări ale punctelor p la alcătuirea configuraţiei maxime posibile (cu r_{max}). De exemplu: la un număr de 9 puncte, r_{max} practic $=10$; 6 puncte participă în cîte 3 rînduri de cîte trei, iar celelalte 3 puncte participă în cîte 4 rînduri de cîte 3 puncte.

Cu toată lipsa de regulă, o oarecare evoluţie „liniară“ în partea din dreapta a tabelului m-a îndemnat să caut soluţia maximă pentru configuraţia de 12 puncte la r_{max} practic $\leqslant 20$ şi cu puncte care participă în 5 sau 4 rînduri de cîte 3 puncte.

Pe bună dreptate vă veţi întreba de ce numărul maxim de rînduri nu poate depăşi $20 - r_{max}$ teoretic. Raţionamentul, pe baza căruia s-a completat şi coloana cu valorile r_{max} teoretic din tabel, este următorul. În figura nr. 9.42 se arată că la maximum un oarecare punct (1) din cele 12 poate participa în 5 rînduri de cîte 3 puncte. Dacă toate cele 12 puncte ar fi utilizate în acest fel, maxim am avea o configuraţie de tipul $(12_5, r_3)$. Din relaţia: $12.5 = r.3$; $r_{max} = 20$ (teoretic—ipotetic).

Vă prezintă şi dumneavoastră, în figura nr. 9.43, ceea ce cunoscutul matematician Martin Gardner aprecia într-o prestigioasă revistă ca fiind configuraţia maximă cu 12 puncte aşezate pe 19 rînduri de cîte 3 puncte fiecare. Remarc simetria construcţiei, şi faptul că al 19-lea rînd se obţine prin coliniaritatea celor trei puncte plasate la infinit.

Jocul m-a prins atît de mult, încît nu prea am avut linişte pînă cînd nu am reuşit că construiesc o configuraţie plană, în spaţiu finit, cu aceleaşi caracteristici maxime: 12 puncte aşezate pe 19 rînduri de cîte 3 puncte fiecare! (fig. 9.44)

Pentru acei dintre cititori care au lăudabila intenţie de a adînci chestiunea voi reda în cele ce urmează modul cum am ajuns la această configuraţie maximă.

Într-un pătrat ABCD se construiesc punctele E şi F astfel ca $E \in \overline{AB}$ şi $F \in \overline{AD}$; $\overline{AE} = \overline{AF} = x$; cu condiţia ca punctele G, H, H, şi F, G, C să fie coliniare, unde $G \in \overline{AL}$ şi $G \in \overline{DE}$; $\overline{EL} \perp \overline{DC}$; $\overline{FK} \perp \overline{BC}$ şi $H \in \overline{EL}$; $H \in \overline{FK}$ (fig. 9.45). Facem construcţia auxiliară $\overline{GI} \perp \overline{AB}$ şi notăm cu J punctul $J \in \overline{GI}$; $J \in \overline{FK}$. Scriem apoi relaţiile de asemănare a triunghiurilor ($\triangle GIB \sim \triangle HEB$) formate, care asigură coliniarităţile impuse (G, H, B şi F, G, C). Pentru uşurinţa calculelor considerăm $\overline{AB} = 10$ unităţi (fig. 9.46).

$$\frac{\overline{GI}}{\overline{BI}} = \frac{\overline{HE}}{\overline{BE}}, \text{ sau } \frac{5}{10 - \frac{x}{2}} = \frac{x}{10 - x}, \text{ apoi } \frac{\overline{FK}}{\overline{FJ}} = \frac{\overline{KC}}{\overline{JG}}, \text{ sau } \frac{10}{\frac{x}{2}} = \frac{10 - x}{5 - x}$$

Cele două triplete de puncte sînt coliniare concomitent pentru x dat de ecuaţia: $x \;\; - 30\,x + 100 = 0$, a cărei soluţie $x \in \overline{AB}$ este $x_1 = 15 - 5\sqrt{5} \approx 3{,}8$.

În figura nr. 9.47 este redată construcţia grafică a segmentului $x = \overline{AE} = \overline{AF} = 15 - 5\sqrt{5}$.

În figura nr. 9.48 este prezentată întreaga construcţie geometrică analizată pînă în prezent — în pătratul ABCD. Aceasta este o configuraţie

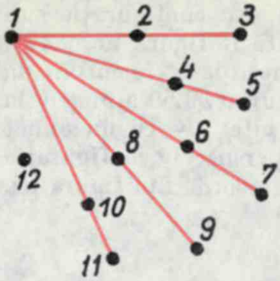


Fig. 9.42

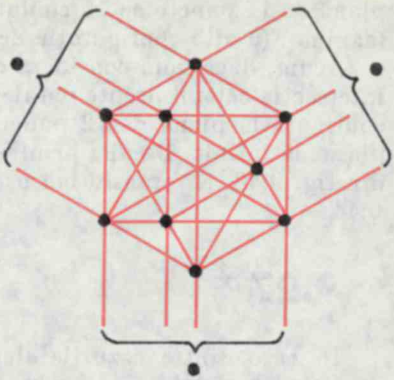


Fig. 9.43

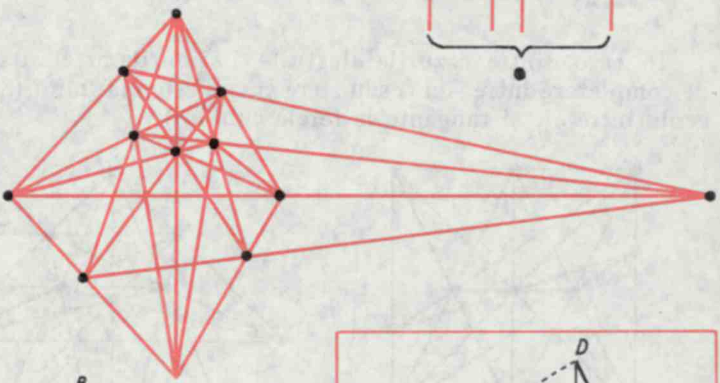


Fig. 9.44

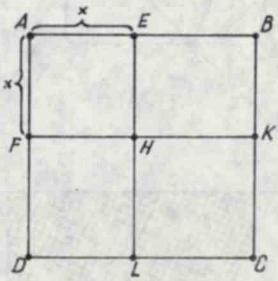


Fig. 9.45

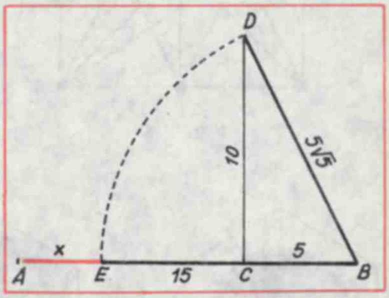


Fig. 9.47

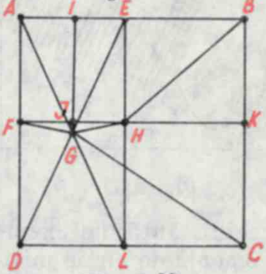


Fig. 9.46

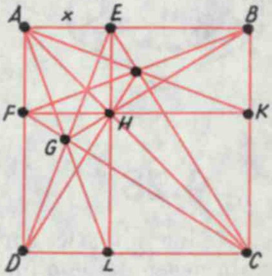


Fig. 9.48

plană de 11 puncte cu 15 rînduri de cîte 3 puncte — o configurație sub maximă. (o altă configurație de acest fel este redată în figura nr. 9.49).

Acum, dacă vom considera cel de al 12-lea punct plasat la infinit, la intersecția celor 4 drepte paralele figurate în desenul nr. 9.50 ajungem la configurația plană de 12 puncte și 19 rînduri de cîte 3 — cu un punct plasat la infinit. De aici printr-o tehnică de desen perspectiv configurația din fig. 9.48. se transformă ușor în configurația „record" din figura nr. 9.44.

9.27 *

În care dintre cazurile ilustrate în figurile nr. 9.51 și 9.52 volumul de completare între sferă, sau sfere și cub este mai mic? (Sferele sînt tangente între ele și tangente la fețele cubului).

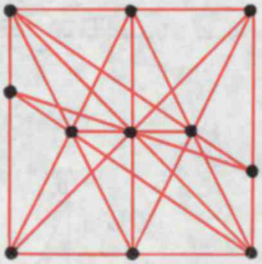


Fig. 9.49

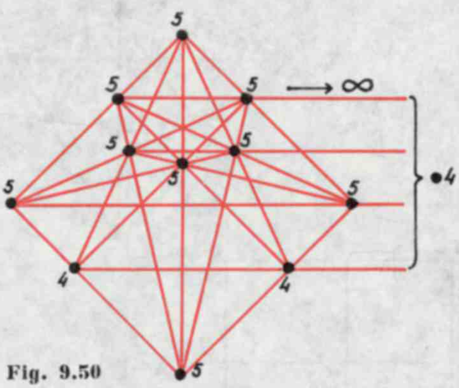


Fig. 9.50

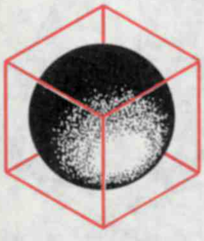


Fig. 9.51

Fig. 9.52

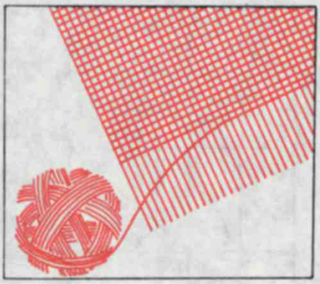


Fig. 9.53

9.28 *

Cine nu știe cum arată o rețea rectangulară echidistantă; de exemplu aceea de pe o foaie de caiet cu pătrățele, de pe o coală de hîrtie milimetrică etc. !?

Ei bine, dacă am desface şi am pune cap la cap toate liniile trasate pe lungimea colii, iar pe de altă parte am înşirui una după alta toate liniile trase pe lăţimea ei; ce credeţi, care dintre aceste două s-ar întinde pe mai mult?

Dar dacă am decupa din reţea un dreptunghi oarecare; pe care dintre cele două direcţii ale reţelei lungimea totală a liniilor ar fi mai mare? (fig. 9.54).

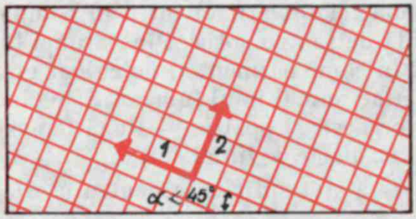


Fig. 9.54

9.29 *

Doi tineri au făcut o mică întrecere ciclistă între două localităţi. Primul a mers cu 24 km/h şi s-a întors cu viteza de 12 km/h; iar cel de-al doilea a rulat tot drumul constant cu 18 km/h.

Cine a cîştigat acest concurs?

9.30

O expediţie oficială a descoperit în adîncurile junglei o nouă comunitate umană, nepusă în evidenţă pînă atunci. La vremea respectivă s-a omis să se facă recensămîntul populaţiei acestui trib, dar cu toate acestea în etapa de valorificare a rezultatelor ştiinţifice ale expediţiei s-a constatat că în raportul expertului cu problemele de etnografie-folclor erau date suficiente pentru a se stabili numărul membrilor tribului. Respectivul raport preciza că 6 dintr-o sută de locuitori sînt tatuaţi cu culoarea albastră pe faţă, iar 16,2% din componenţii tribului poartă mărgele albastre.

Acum ştiţi cîţi membrii avea tribul?

9.31

Aşezaţi şapte boabe de mazăre astfel încît oricare trei dintre ele să fie în vîrfurile unui triunghi isoscel!

9.32

Am călătorit zilele trecute cu trenul. Locul indicat pe tichetul meu era într-un compartiment de fumători. În compartiment erau două tinere, iar pe culoar doi tineri conversau. Eu stăteam lîngă Irina, care fuma şi m-a întrebat dacă mă supără fumul de ţigară. Din cîte mi-am dat seama se întorcea de pe litoral unde-şi petrecuse foarte bine sejurul. Aurel era în voiaj cu soţia şi cu sora sa Cornelia. La un moment dat Cornelia ieşi pe culoar, şi tot atunci intră în compartiment Aurel, care se aşeză la o partidă de şah cu soţia. Pînă atunci fuseseră trei fumători la unu, iar acum şi în compartiment şi pe culoar erau cîte doi fumători. Dintre Cornelia şi mine numai unul fumează. De cînd mă urcasem în vagon, eu rămăsesem pe aceeaşi poziţie — lîngă fereastră căci mă interesa priveliştea de pe acea parte a liniei ferate.

Aceste informaţii vă sînt suficiente pentru a afla dacă sînt fumător, sau nu?

9.33

Cu numai cinci drepte se pot separa în plan toate cele 16 puncte din configuraţia dată în figura nr. 9.55. Cum?

Dar în cazul configuraţiei din figura nr. 9.56?

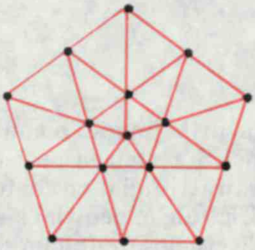


Fig. 9.55

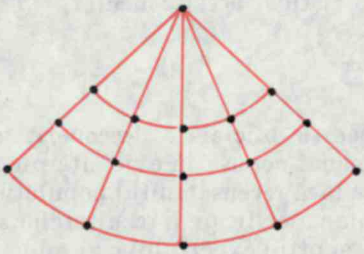


Fig. 9.56

9.34 *

Într-o limbă străină „balu wili codo" înseamnă — duşman este muntele vulcanic, „fage codo zorn" — nimic nu-l apără pe vrăjmaş, iar „gini sonk balu" se traduce prin — apar din vulcanul trezit.

După această scurtă lecţie de limbă străină puteţi traduce cuvîntul „wili"? (inamic, munte, ură, nimic, vulcan).

9.35 *

Obiectul pe care l-am cumpărat a costat 19,35 lei, iar în rest am primit patru monede.

Care dintre monede nu putea fi în acel rest?

9.36

În figura nr. 9.57 priviţi un careu de două ori neobişnuit; este un careu de numere încrucişate, a căror „definiţie" este dată prin suma cifrelor. Aşadar, la A orizontal veţi completa un număr format din 7 cifre a căror sumă este 23. ş.a.m.d. Nu s-a utilizat deloc cifra zero, iar în cadrul aceluiaşi număr cifrele se pot repeta!

Succes la încrucişare!

ORIZONTAL	VERTICAL
A—23	A—22
B—9—6	B—5—4
C—32	C—53
D—10	D—11
E—50	E—49
F—11—3	F—9—5
G—46	G—24

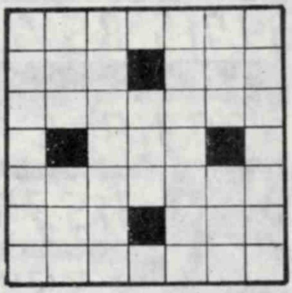


Fig. 9.57

9.37

Sîntem, tot mai mulţi, şi tot mai mult obişnuiţi cu minicalculatoarele. Ne sînt familiare caracterele de cifre pe care le afişează ecranele lor. V-aţi gîndit vreodată să cifraţi mesaje cu minicalculatorul? Da, sau nu, în figura nr. 9.58 găsiţi cîteva exemple care vă îndeamnă să le descifraţi înţelesul!

9.38

Într-un punct (fig. 9.59) se întîlnesc vîrfurile a cinci poligoane regulate, diferite ca formă şi mărime, aşezate în acelaşi plan, fără a se suprapune deloc unul peste altul. Poligoanele sînt dintre cele uzuale ... doar armonizarea lor în jurul punctului va fi o premieră pentru dumneavoastră!

Fig. 9.58

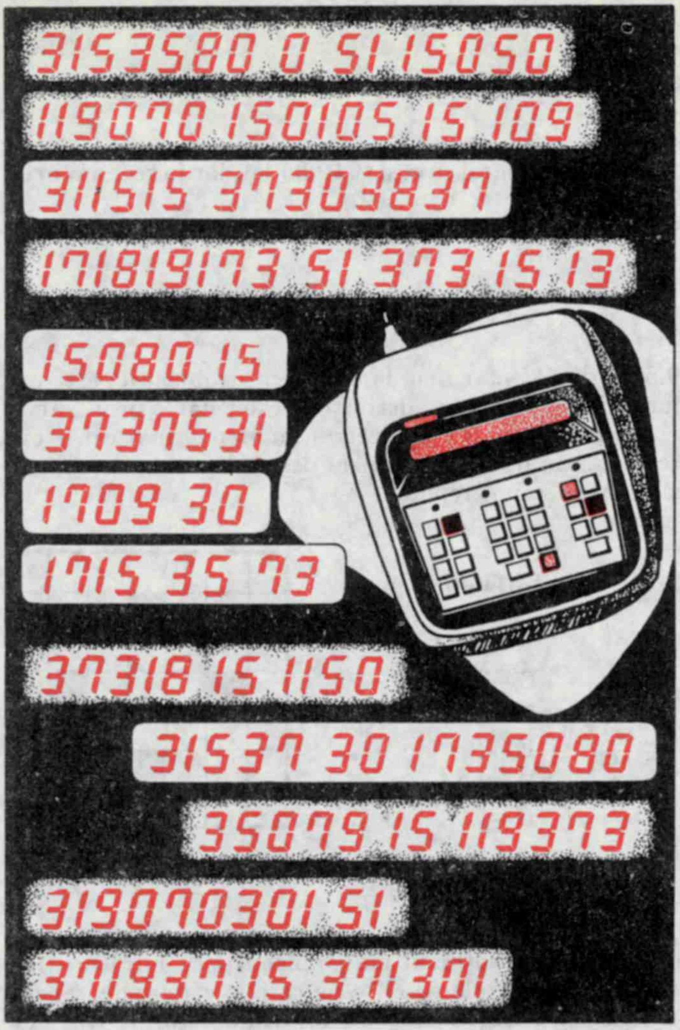
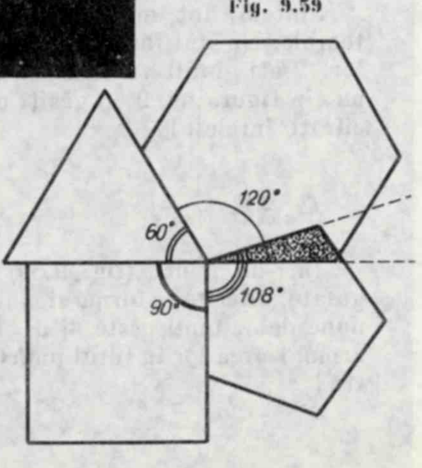


Fig. 9.59



Notă — Dacă se adună unghiurile la vîrf ale triunghiului echilateral (60°), pătratului (90°), pentagonului (108°) şi hexagonului regulat (120°) se depăşeşte deja 360° ...; şi sînt doar patru poligoane regulate diferite ! Acesta este doar un exemplu despre felul cum nu se poate rezolva problema !

Testul pe care l-am alcătuit aici pentru dumneavoastră nu are pretenţia de a fi mai mult decît un joc. Cu toate acestea pot spune că multe dintre problemele, întrebările care urmează ar putea fi întîlnite într-un test serios studiat, de inteligenţă generală. Pentru a respecta cît de cît regulile „jocului" ar fi bine să nu atacaţi bateria cu următoarele 20 de întrebări decît atunci cînd aveţi toate condiţiile pentru o asemenea încercare (odihnit, timp disponibil, fără să fiţi deranjat etc.) Testul se bazează pe opţiunea pentru unul din cinci răspunsuri propuse. Pe lîngă creion, pentru marcarea răspunsurilor este bine să aveţi la îndemînă şi hîrtie pentru eventualele calcule. Dacă vreuna din probleme vă creează dificultăţi, este bine să o lăsaţi la urmă, parcurgînd întrebările mai uşoare. În final, la întrebarea la care nu aţi putut răspunde se va alege la întîmplare unul dintre răspunsuri — căci şi acest lucru este luat în calcul la evaluarea rezultatelor. Munca dumneavoastră la o anume întrebare va fi mult uşurată în primul rînd printr-o lectură atentă a textului şi apoi dacă de la început puteţi elimina nişte variante de răspuns — ca fiind greşite — se fac raţionamente pentru mai puţine variante.

Timpul de rezolvare se consideră din momentul în care citiţi prima întrebare, pînă cînd aţi completat cîte un răspuns la toate cele 20 de întrebări. Mă feresc să standardizez în minute acest timp de rezolvare, dar chiar şi atunci cînd timpul înregistrat ar fi „dublu" se poate spune că e bine, cu condiţia ca răspunsurile să fie corecte!

Despre evaluarea rezultatelor vom mai vorbi la capitolul de soluţii — după ce aţi rezolvat testul!

9.39 *

Unul dintre cele cinci numere din şirul care urmează trebuie eliminat, ca nefiind bun. Care? (fig. 9.60).

Fig. 9.60

9.40 *

Clopotele din turnul schitului bat de 5 ori în 5 secunde. În cîte secunde vor bate de 9 ori?

a=11
b=10
c=9

d=8,5
e=8

9.41 *

Care dintre cele cinci numere este discordant față de celelalte patru? (fig. 9.61).

Fig. 9.61

9.42 *

Cîte numere de 9 sînt de la 1 la 100?

a=0
b=1
c=10

d=19
e=20

9.43 *

Cu ocazia inaugurării unei statui se vor pune în vînzare și miniaturi ale ei de înălțime 1/10 din mărimea naturală. Pentru turnarea miniaturilor se va întrebuința exact aceeași cantitate de bronz ca și pentru statuia ecvestră. Presupunînd, că nu sînt de loc pierderi, cîte miniaturi se vor face?

a=10
b=100
c=500

d=1000
e=10 000

9.44 *

Șirul de mai jos este alcătuit după o anume regulă. Unul dintre numere nu respectă această regulă. Care este acest număr ce trebuie eliminat? (fig. 9.62).

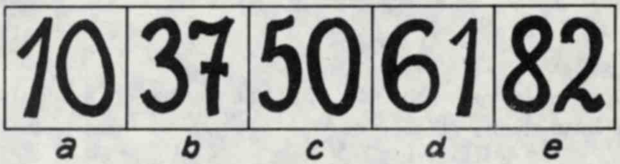


Fig. 9.62

9.45 *

Un cioban are 12 oi. În afară de 9 oi îi mor toate. Cîte oi îi mai rămîn?

a = 9
b = 3
c = mai mult decît 3
d = 12
e = mai puţine decît 12

9.46 *

Care dintre cele cinci numere care urmează nu se armonizează (nu este în concordanţă) cu celelalte patru? (fig. 9.63).

Fig. 9.63

9.47 *

Trei şahişti au jucat în total 6 partide. Cîte partide a jucat fiecare şahist?

a = nu se poate şti
b = 3
c = 4
d = 2
e = 6

9.48 *

Primele două perechi de numere sînt alcătuite după o anume regulă. Completaţi cea de a treia pereche de numere avînd în vedere aceeaşi regulă! (fig. 9.64).

a = 5
b = 63
c = 35
d = 4
e = 89

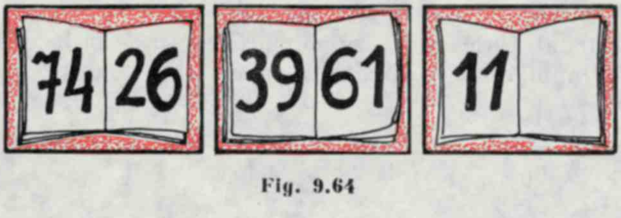


Fig. 9.64

9.49 *

Priviţi desenul următor! Patru dintre cei cinci iepuraşi sînt „vii", iar unul este de „pluş" ! Deşi sînt „aliniaţi", dumneavoastră puteţi afla care dintre ei încearcă să vă păcălească? (fig. 9.65).

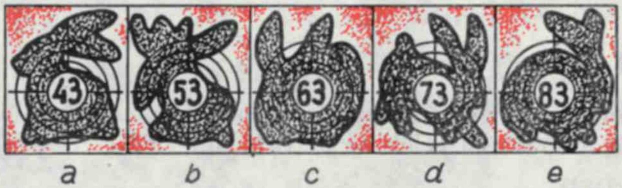


Fig. 9.65

9.50 *

Din unasutăcincizeci dacă iei ... Cît rămîne!

a = 0
b = 50
c = 75
d = 100
e = 150

9.51 *

Din grupajul celor cinci numere care urmează unul trebuie eliminat! Dumneavoastră pe care l-aţi ales pentru a-l exclude? (fig. 9.66).

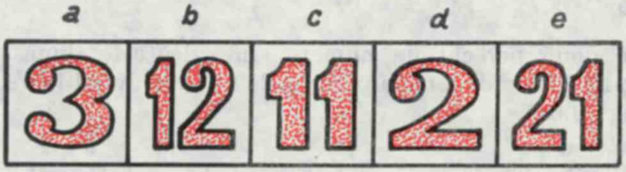


Fig. 9.66

9.52 *

Axente este al 19-lea dacă se numără elevii de la început şi tot al 19-lea dacă se numără de la sfîrşit! Cîţi elevi sînt în grup?

a = 19
b = 37
c = 38
d = 39
e = mai mulţi decît 30

9.53 *

Cu ce număr se completează șirul? (fig. 9.67).

a = 40 d = 30
b = 50 e = 60
c = 80

Fig. 9.67

9.54 *

Un medic prescrie pacientului 8 pastile de luat din 1/2 în 1/2 ore. În cît timp ia pacientul toate pastilele?

a = 8 ore d = 16 ore
b = 4 ore e = 3 și 1/2 ore
c = 4 și 1/2 ore

9.55 *

Dacă lui 27 îi corespunde 72, atunci lui 21 îi corespunde ...

a = 13 d = 65
b = 56 e = 48
c = 63

9.56 *

Patru (și numai patru) din cele cinci numere de mai jos corespund unei anumite reguli de alcătuire a grupajului. Care este „intrusul"? (fig. 9.68).

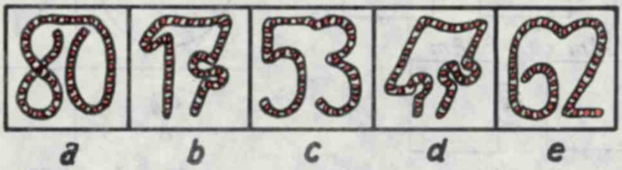


Fig. 9.68

9.57 *

Eşti pilot de cursă lungă. La Bucureşti urcă 50 de persoane, la Berlin coboară 14, la Haga urcă 2 şi coboară 7. La Oslo rămîne un pasager şi pilotul. Se poate şti ce vîrstă are pilotul?

a =30 ani
b =Nu se ştie
c =51 ani
d =49 ani
e =... (se completează după bunul plac al dumneavoastră !)

9.58 *

Cu această întrebare testul nostru a avut exact 20 de întrebări. Se înţelege că fiecare a ales la fiecare întrebare doar un singur răspuns pe care l-a considerat corect. Dacă pentru fiecare răspuns bun se acordă cîte un punct, ce credeţi, care este cel mai probabil rezultat (cca. 21,8%) al unui cititor care a ales răspunsurile sale pur şi simplu la întîmplare?

a =4
b =10
c =practic 0 (teoretic $1/5^{20}$)
d =7
e =0,25

9.59

Dintr-o banchiză s-au desprins cinci sloiuri mari de formă dreptunghiulară şi dimensiunile specificate în figura nr. 9.69. La fiecare 24 ore sloiul se topeşte uniform pe fiecare latură a sa, pe o adîncime de 1 m. La un moment dat cu cele cinci bucăţi de gheaţă, puse una lîngă alta, s-ar putea alcătui un pătrat perfect.

După cîte zile va fi aceasta?

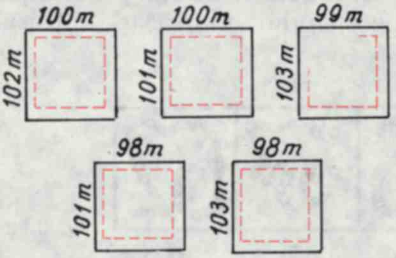


Fig. 9.69

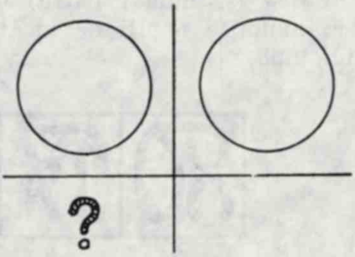


Fig. 9.70

9.60

Care este cel mai mare corp care, fără să fie sferă, privit din două direcţii perpendiculare oferă un simplu contur circular? (Se înţelege că orice muchie nevăzută s-a figurat cu linie întreruptă!) (fig. 9.70).

9.61

În iscodirile lor prin ceea ce mai adusese timpul pînă în zilele noastre din străvechea cetate, Cireşarii dădură peste un mesaj cifrat în şase porunci:

1. Sub unu mai pui unu peste alţi doi după care iei totul pe din două;
2. Îl împerechezi pe unu şi mai aduni jumătate;
3. La o cifră mai pui patru şi apoi scazi unu ca să-ţi rămînă un număr de patru cifre, după cum ţi-e pofta;
4. Aduni cifră veche cu cifră veche pînă cînd nu mai rămîne decît una nouă;
5. O scri una după alta de cîte ori te lasă inima;
6. Le citeşti cîte sînt şi le socoteşti numai pe-a treia şi pe-a patra.

Ei, vă încumetaţi să le daţi o mînă de ajutor în dezlegarea acestei ghicitori aritmetice? Ce număr trebuiau să găsească Cireşarii?

9.62

Prin trei puncte oarecare A, B şi C se poate trasa un singur cerc (linia cercului nu se dă). Utilizînd doar compasul determinaţi oricîte alte puncte de pe acest cerc! (fig. 9.71).

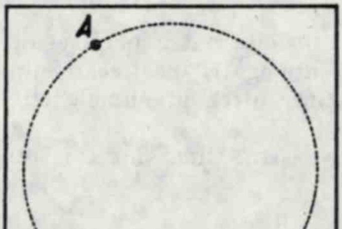


Fig. 9.71

9.63 *

Răspundeţi repede, care dintre cele două fracţii de mai jos este mai mare?

$$\frac{125}{999}, \text{ sau } \frac{113}{904}.$$

9.64

În figura nr. 9.72 este redat un careu de numere încrucişate. Pe orizontală şi pe verticală numerele a ... d sînt pătrate perfecte. Nu există nici o soluţie pentru cazul cînd numerele de pe orizontală sînt diferite de cele de pe verticală, iar dacă se consideră „orizontal“ = „vertical“ pătratul are 12 soluţii. Este suficient să punem o condiţie suplimentară pentru ca soluţia să devină unică. De exemplu (alegeţi, pe rînd, cîte o condiţie suplimentară şi rezolvaţi careul):

— nu se utilizează cifra zero;
— diagonala aa—dd este de asemenea un pătrat perfect;
— fără utilizarea cifrei 1;
— în toate cele patru pătrăţele de pe diagonala ad—da se va regăsi cifra 6;
— în pătrăţelul ad se înscrie cifra 9;
— pe diagonala ad-da se înscrie de patru ori cifra 4;
— pătrăţelul bb este 1. Şi aşa mai departe.

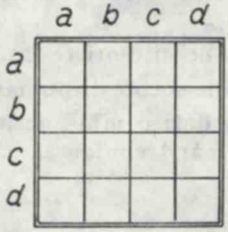


Fig. 9.72

9.65

Alăturat (fig. 9.73), se văd mai multe prăjituri, torturi de formă pătrată, ornate chiar cu numele băieţaşilor care urmează să se înfrupte din ele.

Aţi ghicit cum au tăiat copiii fiecare tort în cîte patru părţi egale (de aceeaşi formă, arie şi ornamentaţie)? Se înţelege că pe fiecare din cele patru bucăţi de tort egale se va menţine întreg prenumele cîte unui băiat!

Ultimul tort l-am reţinut pentru dumneavoastră. Cine sînt cei trei prieteni cu care îl împărţiţi?

ÎNMULŢIRI CIFRATE

După titlu s-ar părea că nu avem de-a face cu nimic nou, şi totuşi jocurile pe care le prezint în cele ce urmează aduc o contribuţie absolut

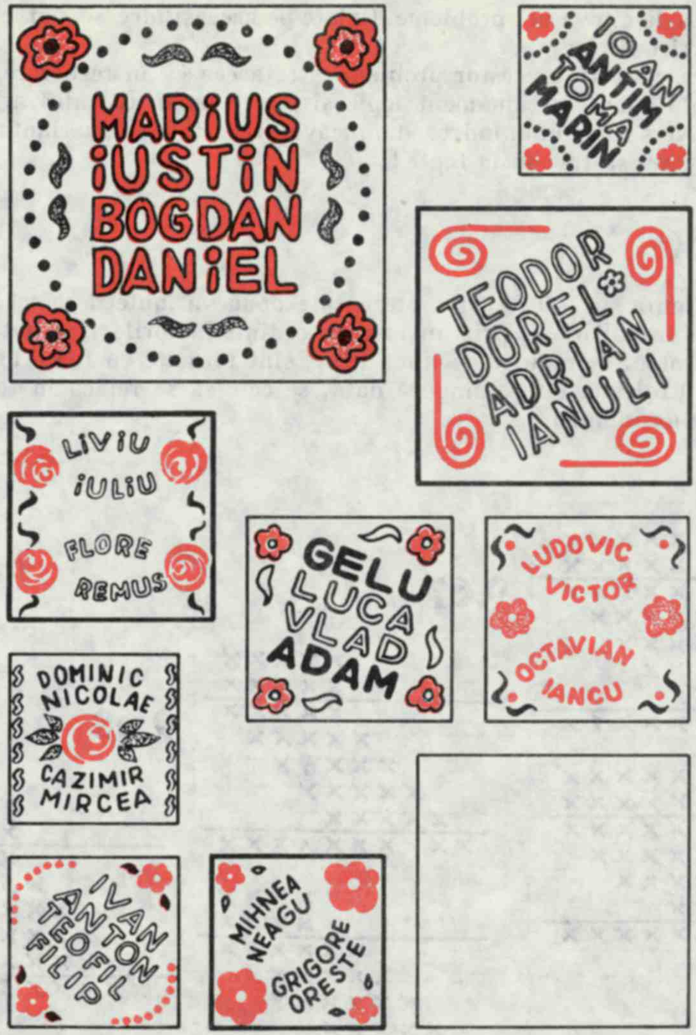


Fig. 9.73

novatoare în „paleoaritmetică" — așa cum a fost ea definită ca studiind diferitele genuri de probleme în legătură cu operațiile cifrate.

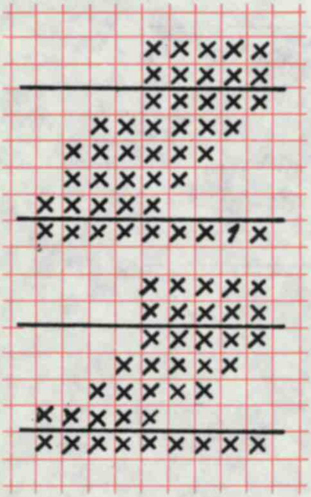
Am plecat de la proprietatea înmulțirii de a fi comutativă, adică; prin schimbarea ordinii factorilor produsul rămîne neschimbat. Aceasta, la care s-a adăugat observația că în cazul înmulțirii a două numere de mai multe cifre avem de-a face cu o anume structură de produse parțiale — dată de numărul, mărimea și dispunerea produselor parțiale —

au condus la cîteva noi probleme. Calate pe aceeaşi idee se pot compune şi împărţiri cifrate.

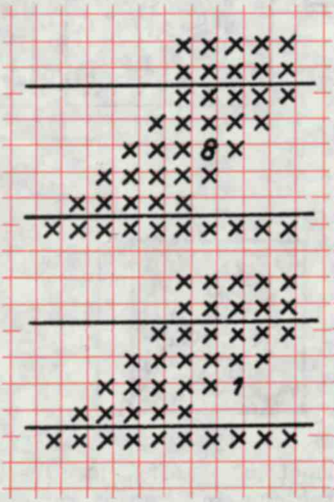
Marea calitate a acestor probleme este aceea că în rezolvarea lor se poate folosi mult raţionament logic şi foarte puţin calculul aritmetic, sau... invers! Presupunînd că dumneavoastră aţi ales „varianta întîia“ de rezolvare, să trecem la fapte!

9.66

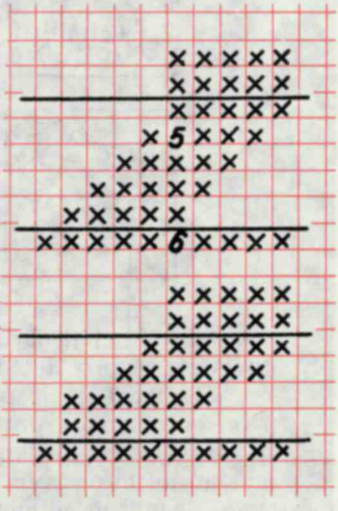
În figura nr. 9.74 sînt prezentate două variante de efectuare ale aceleiaşi înmulţiri — prin inversarea ordinii factorilor. Ştiind că cele două numere, deînmulţit şi înmulţitor, sînt formate cu toate cifrele de la 0 la 9 folosite cîte o singură dată, se cere să se refacă în totalitate operaţia de înmulţire.



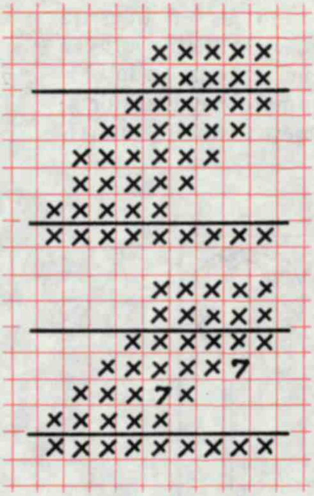
9.67



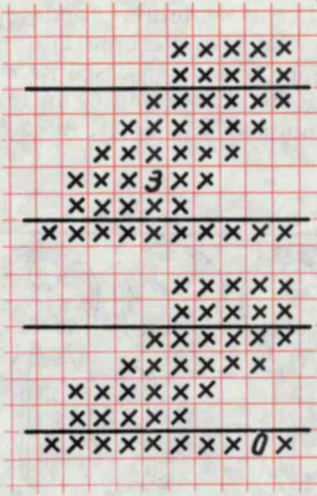
9.68



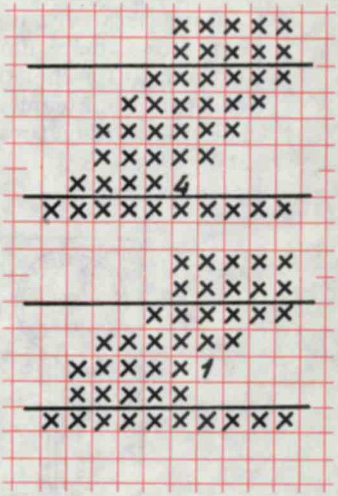
9.69



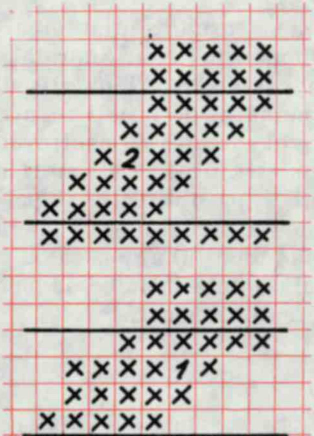
9.70



9.71



9.72



9.73

9.74

Camerista de la palierul motelului unde oprisem, avînd în grijă doar zece camere dar și alte chei, trebuia ajutată ... Problema era ca din mai multe chei (fig. 9.82) să le găsească pe acelea cu care se deschideau cele două camere libere. Cunoscînd că între numerele camerelor și chei există o legătură, dumneavoastră știți în ce camere fusesem repartizați?

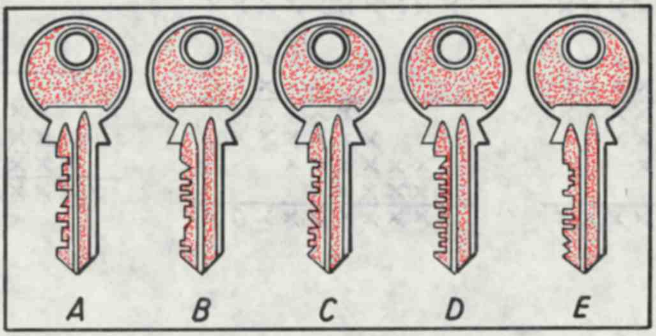


Fig. 9.82

9.75

Asociația noastră de locatari trebuia să asigure plantarea în imediata apropiere a blocurilor a cîțiva pomi fructiferi. Suprafața pe care se putea conta pentru plantarea merilor era de 28 ×28 m. Discuțiile care s-au purtat în comitet în legătură cu numărul de puieți ce urma să fie achiziționat — respectiv plantat — au avut caracter de controversă. Unul spunea că vom avea nevoie de 56 de puieți; altul că 49 ar fi de ajuns. Știind că distanța de la un măr la altul, și pe o direcție și pe alta, era impusă la minim 4 m, un vecin de-al meu a numărat și el „în legea lui" 64 de pomi. Vă închipuiți ce s-a iscat cînd un altul a spus că nu ne putem permite să irosim terenul și că pe suprafața dată intră 68 de meri!

Pînă la urmă, noi am găsit rezolvarea problemei...

9.76

12 chibrituri sînt așezate așa cum se indică în figura nr. 9.83. Să se reașeze chibriturile în așa fel încît pe fiecare din cele trei rînduri orizontale să fie cîte cinci!

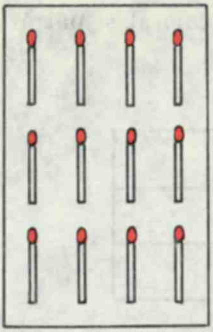


Fig. 9.83

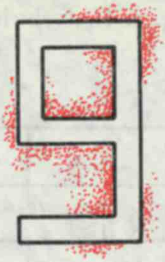


Fig. 9.84

Fig. 9.85

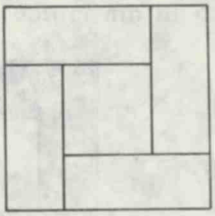


Fig. 9.86

9.77

Se poate împărţi nouă în două părţi întregi egale?

9.78

Se dă operaţia (evident incorectă);

$$44+55\neq 38.$$

Să se stabilească egalitatea prin adăugarea a diferite semne matematice în membrul stîng al relaţiei!

De exemplu — $4.4+5.5=1$

$$4:4+5:5=2;\ \text{ş.a.m.d.}$$

9.79

În primul meu volum („Mai în glumă, mai în serios..." Editura Dacia, 1981) am arătat cum, folosind combinarea culorilor de bază, se colorează desenul din figura nr. 9.85, cu numai două creioane colorate, astfel încît nicăieri de-o parte şi de alta a vreunei linii să nu fie aceeaşi culoare!

De data aceasta se cere să colorăm desenul din figura nr. 9.86, cu aceeaşi condiţie generală ca niciunde de-o parte şi de alta a oricărei linii să nu se găsească aceeaşi culoare. De asemenea, vom folosi doar două creioane, colorate diferit, fără a face uz de combinarea culorilor, şi fără a lua în considerare nuanţele ori diferitele feluri de colorare (haşuri, buline etc.)

Cu toate aceste condiţii limitative în rezolvare, problema nici nu ar fi prea dificilă... (vezi figura nr. 9.87, în care s-au utilizat culorile roşu şi negru), dacă nu s-ar preciza în mod ferm că trebuie colorat şi pătrăţelul din mijloc!

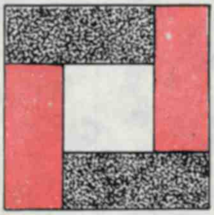


Fig. 9.87

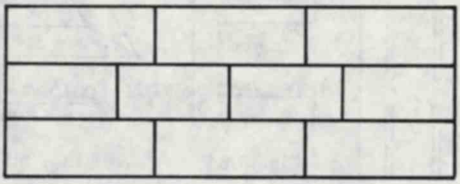


Fig. 9.88

9.80

Adunînd de trei ori cifra 4 se obţine 12 (4+4+4=12). Găsiţi o altă cifră care repetată de trei ori în adunare să dea tot 12. Problema comportă şi o generalizare!

9.81

Pasionaţii cercului de zoologie din şcoală au reuşit să adune pentru colţul păsărilor zece frumoase exemplare; CORB, PUPĂZĂ, FAZAN, PAPAGAL, LEBĂDĂ, KIWI, COCOR, NAGÎŢ, CONDOR şi BUHĂ Au şi amenajat cele zece compartimente după modelul din figura nr. 9.88, numai că la aşezarea păsărilor în colivii trebuia ţinut cont de faptul că nagîţul nu suportă vecinătatea cu buha şi pupăza. În plus — ceea ce a fost mult mai dificil de realizat — ei doreau ca nicăieri în două colivii vecine să nu stea păsări care au în denumire vreo literă comună.

Acum puteţi afla şi dumneavoastră cum au fost aranjate păsările în colivii!

9.82 *

Care este cel mai mare număr prim care se scrie prin repetarea aceleiaşi cifre?

9.83

Zarul nu a avut întotdeauna forma lui de astăzi. La început a fost un anumit os de la piciorul mielului — cu care şi astăzi se mai joacă copiii de la noi. El avea numai trei cifre pe feţele lui. Cînd a apărut cel cu 6 fețe nu se știe prea bine! Se știe însă că jocul cu zarul era foarte răspîndit în armate. Se spune că la asediul Troii, cum hrana asediaților a devenit la un moment dat o mare problemă, s-a hotărît să se propună soldaților să mănînce din două în două zile, avînd însă dreptul ca în celelalte zile să joace zaruri!

Mai amintesc că primele probleme de calculul probabilităților au fost ridicate de jocul cu zarul!

V-ați gîndit vreodată de ce zarul are formă de cub? Dacă nu, aveți ocazia să o faceți acum!

9.84

Cîte formații caracteristice de numere se pot forma prin aruncarea simultană a cinci zaruri? Prin „formații caracteristice" am înțeles că nu se va ține cont cu care dintre zaruri s-a obținut o anume cifră, sau altfel spus nu se va ține cont de locul pe care-l ocupă cifra respectivă în șirul celor cinci cifre. (1.1.1.1.2=1.1.2.1.1.=...)

Notă. Dacă le veți număra „băbește" veți afla că sînt $252=C_{10}^{5}$. Mult mai interesant este de a stabili care este legătura între numărul formațiilor caracteristice și C_{10}^{5}.

9.85

În figura nr. 9.89 sînt reprezentate cîteva piese de șah originale! Fiecăreia dintre piese îi corespunde în șirul de mai jos o vedere de sus. Dumneavoastră stabiliți legăturile corecte!

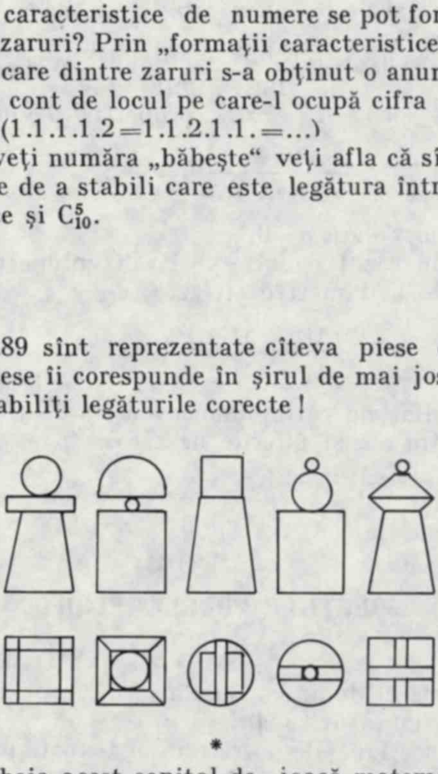


Fig. 9.89

*

Nu puteam încheia acest capitol de „joacă matematică" fără a oferi cel puțin un „joc" și acelora dintre cititori care sînt mai familiarizați cu matematica. Și fiindcă tot a fost vorba de un joc, să vedem cine găsește cea mai frumoasă rezolvare acestei probleme;... sîntem doar la „Olimpiadă"!

9.86

Să se găsească toate combinaţiile de cifre A, B şi X, care stabilesc proporţia;

$$\frac{A\overbrace{XXX\ldots XX}^{n}}{\underbrace{XXX\ldots XX}_{n}B}=\frac{A}{B}$$

unde n este un număr natural (1; 2; 3...).

În cazul $A=B\neq X$, proporţia devine;

$\frac{A\,XXX\ldots XX}{XXX\ldots XX\,A}=1$; şi este adevărată doar dacă $n=0$. În cazul; $A\neq B=X$, proporţia devine $\frac{A\,BBB\ldots BB}{BBB\ldots BBB}=\frac{A}{B}$; şi este adevărată doar dacă $n=0$. La fel, dacă $A=X\neq B$, proporţia devine

$$\frac{AAAA\ldots AA}{AAA\ldots AAB}=\frac{A}{B};$$

şi este adevărată doar dacă $n=0$.

De asemenea, în cazul banal: $A=B=X$, proporţia este adevărată pentru toate cifrele mai mari decît zero;

$$\frac{111\ldots 11}{111\ldots 11}=\frac{1}{1};\ldots$$

A rămas de studiat de către dumneavoastră doar cazul cînd A, B şi X sînt diferite între ele şi diferite de zero.

SOLUŢIILE PROBLEMELOR

9.1 — Nu; piesele pilite nu vor mai alcătui un pătrat. La ce se ajung se poate vedea în figura nr. 9.90.

Dacă liniile de secţiune ale pătratului ar fi toate paralele cu laturile pătratului şi dacă orice paralelă la latura pătratului ar intersecta acelaşi număr de linii de secţiune, atunci şi pisesele reduse prin pilire ar forma un pătrat (fig. 9.91). Există şi alte cazuri, în care liniile de secţiune au diferite simetrii faţă de centrul pătratului (fig. 9.92).

În cel de-al doilea caz întrebarea este dacă două cercuri de raze diferite (fig. 9.93) sînt egale; iar răspunsul la această întrebare este evident – nu!

9.2 – Vezi figura nr. 9.94.

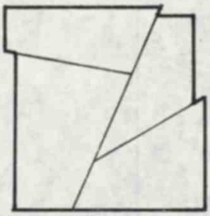


Fig. 9.90

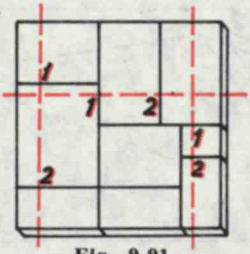


Fig. 9.91

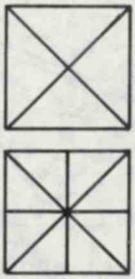


Fig. 9.92

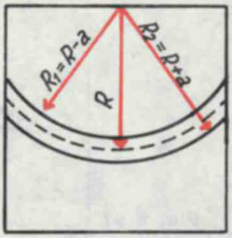


Fig. 9.93

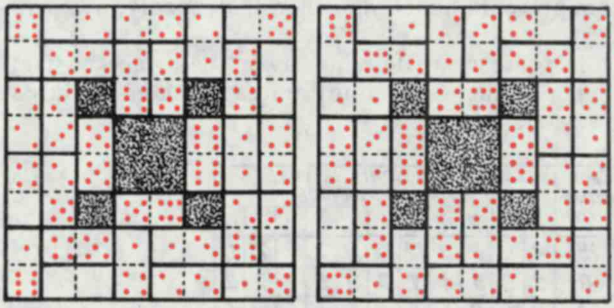


Fig. 9.94

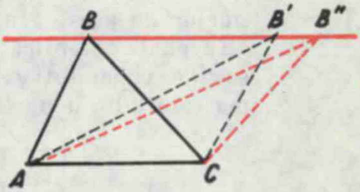


Fig. 9.95

9.3 – Vom demonstra egalitatea ariilor celor două triunghiuri prin transformarea lor succesivă pînă cînd unul dintre triunghiuri se va suprapune peste celălalt. Ne reamintim că orice triunghi se poate transforma în oricîte alte triunghiuri cu aceeaşi arie deplasînd unul din vîrfurile sale pe o paralelă la latura opusă (fig. 9.95).

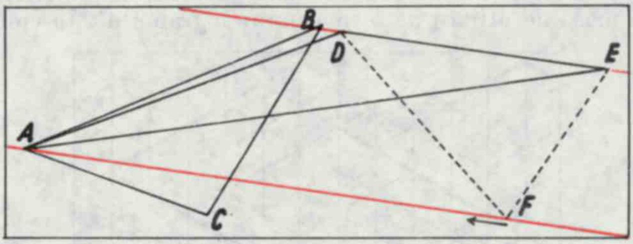


Fig. 9.96

Se observă că $\overline{AD}$ este paralelă cu $\overline{CE}$; $\overline{FA} \parallel \overline{DE}$ şi $\overline{BD} \parallel \overline{AC}$. Astfel printr-o singură translaţie de vîrf putem face ca triunghiurile să aibă un vîrf comun. În figura nr. 9.96 cele două triunghiuri sînt ABC şi ADE.

Translatăm apoi vîrful E paralel cu $\overline{AB}$, iar triunghiurile devin ABC și ADC (fig. 9.97), după care mai translatăm și vîrful D în B.

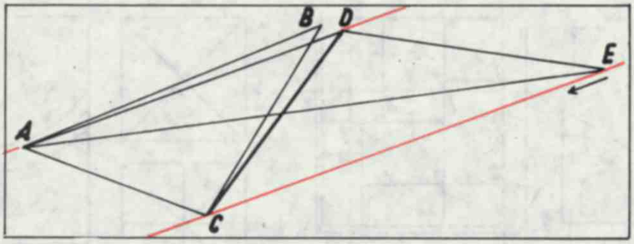


Fig. 9.97

9.4 — Rezolvarea cu cel mai mic număr de turnări dintr-un vas întraltul se poate urmări în tabelul nr. 9.98.

În cele ce urmează vom prezenta o metodă generală de rezolvare a problemelor de acest gen.

Ea poate fi aplicată în toate cazurile cînd avem de-a face cu trei vase (de capacități r, s și t), dintre care unul are capacitatea egală cu suma celorlalte două ($r=s+t$).

Cap. vas (litri)	Cant. inițială (litri)	CANTITĂȚI DE LICHID ÎN VASE DUPĂ FIECARE TURNARE										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
13	13	4	4	8	8	12	12	3	3	7	7	11
9	0	9	5	5	1	1	0	9	6	6	2	2
4	0	0	4	0	4	0	1	1	4	0	4	0

Fig. 9.98

Se detașează dintr-o rețea de triunghiuri echilaterale un paralelogram cu dimensiunile s și t (fig. nr. 9.99). Pentru ilustrare am luat $r=11$; $s=7$ și $t=4$. Așezăm apoi pe direcția diagonalei mari a paralelogramului și pe direcțiile celor două înălțimi cele trei vase. Plecînd din vîrful A al paralelogramului pe una din laturile sale ne vom imagina că parcurgem cu o bilă o masă de biliard de forma paralelogramului. În colțul B bila

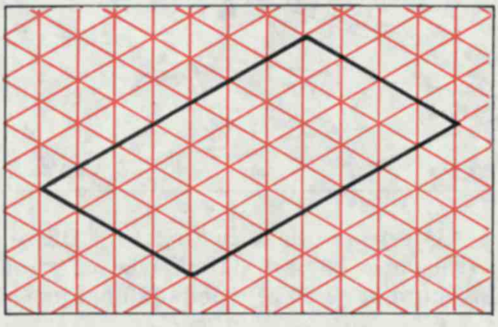
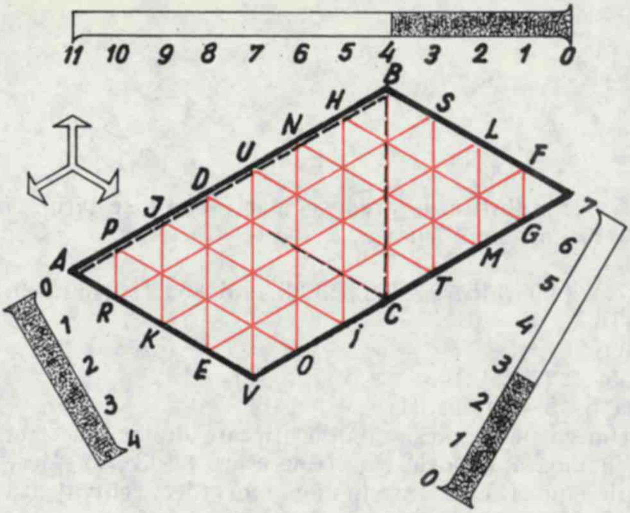


Fig. 9.99



. Fig. 9.100

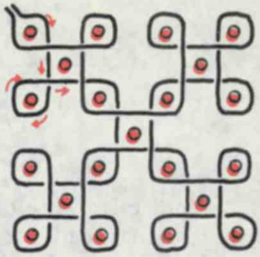


Fig. 9.101

își va schimba direcția spre punctul C, unde va primi din nou o altă direcție — spre D ș.a.m.d. Fiecărui nod din rețeaua dată îi corespund trei capacități de lichid în cele trei vase. De exemplu în punctul C de pe grafic, în cele trei vase vor fi 4; 3 și 4 litri (figura nr. 9.100). Urmărind acum traseul bilei nu avem decît să înregistrăm toate transformările cantitative de lichid din vase, pînă în punctul care marchează rezultatul dorit. Se au în vedere numai punctele de pe conturul paralelogramului, cele care corespund unor separări precise de lichid. De exemplu pentru a separa 5 litri vom trece succesiv prin pozițiile definite de punctele A—B—C ... —I= în total 9 turnări. Dacă am face prima turnare din vasul de 11 litri în cel de 4 litri, deci am pleca cu bila din A spre V—U—T..., pentru a ajunge la același rezultat de 5 litri ar fi necesare 12 turnări.

9.5 — Figura nr. 9.101.

9.6 — Pentru rezolvarea problemei vom avea nevoie de „tabla înmulțirii cu 49". Adică:

$49 \times 1 = 49$	$49 \times 6 = 294$
$49 \times 2 = 98$	$49 \times 7 = 343$
$49 \times 3 = 147$	$49 \times 8 = 392$
$49 \times 4 = 196$	$49 \times 9 = 441$
$49 \times 5 = 245$	$49 \times 10 = 490$

Se observă că ultima cifră a înmulțitorului va trebui să fie 9 (singura care dă un produs parțial care se termină în 1). Cifra zecilor înmulțitorului va fi 3, deoarece din adunarea produselor parțiale $4+7=11$.

$$
\begin{array}{r}
49\times \\
39 \\
\hline
441 \\
147 \\
\hline
1911
\end{array}
$$

Apoi cifra sutelor va fi stabilită de produsul parţial care se termină in 2; pentru ca $9+2=11$ şi aşa mai departe.

Rezultatul final =

=2.267.573.696.145.124.716.553.287.981.859.410.430.839.

9.7 — $4\times 2\times 2=16$

9.8 — D (fig. 9.102)

9.9 — B, va juca 6—2 (fig. 9.103)

9.10 — A, va juca 5—5 (fig. 9.104)

9.11 — Dacă socotim ca pe o „piesă simplă“ fiecare dintre cele trei piese care alcătuiesc o moară închisă, vor fi necesare $4\times 3=12$ piese simple. Unele dintre piese pot fi numărate în două mori (deci echivalează cu două piese simple). În figura nr. 9.105 se arată cum se pot forma patru mori închise cu numai opt piese.

9.12 — Se observă că oricare punct de pe tabla de moară poate face parte în două mori. Dacă fiecare din cele 9 va participa la alcătuirea a cîte două mori, ar fi în total $9\times 2=18$ „piese simple“. Cu 18 piese simple se pot alcătui $18:3=6$ mori. Această soluţie este verificată practic în mai multe chipuri, dintre care unul este ilustrat în figura 9.106.

9.13 — C—Este o chestiune de interpretare a desenului perspectiv; altfel spus: de vedere în spaţiu.

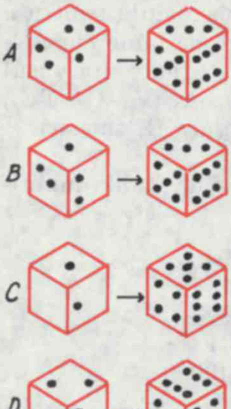


Fig. 9.102

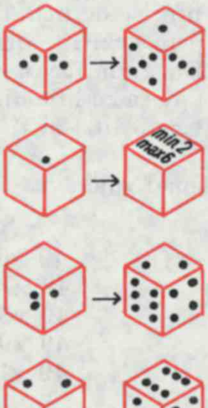


Fig. 9.103

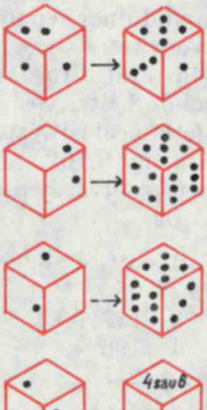


Fig. 9.104

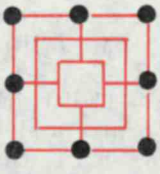


Fig. 9.105

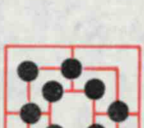


Fig. 9.106

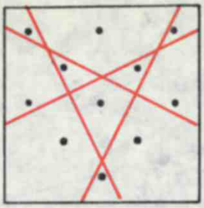


Fig. 9.107

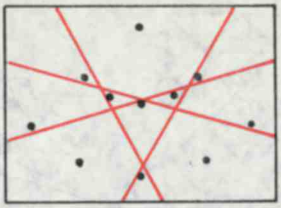


Fig. 9.108

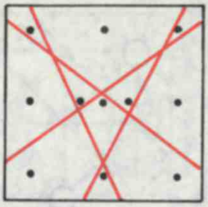


Fig. 9.109

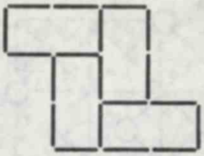


Fig. 9.111

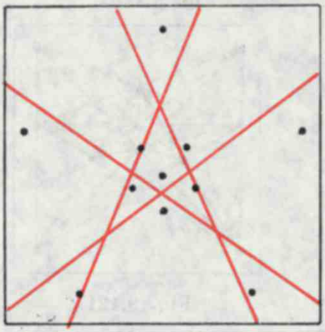


Fig. 9.110

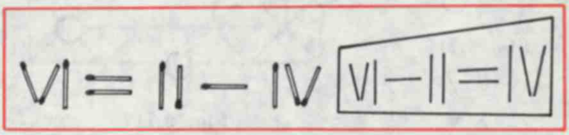


Fig. 9.112

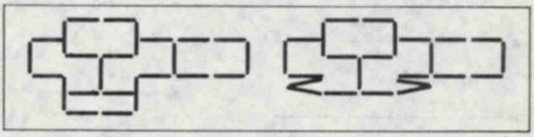


Fig. 9.113

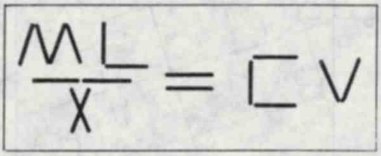


Fig. 9.114

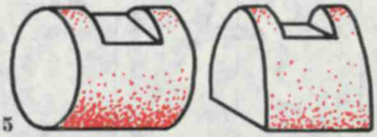


Fig. 9.115

9.14 – Fig. 9.107–9.110

9.15 – Fig. 9.111.

9.16 – Se privește foaia de hîrtie de pe partea cealaltă – prin transparență; ori se privește relația figurată pe masă într-o oglindă plasată lateral (fig. 9.112); caz în care în oglindă se citește: 6–2=4.

9.17 – Figura nr. 9.113.

9.18 – Se reașază cele trei bețe de chibrit așa cum se indică în figura nr. 9.114, după care se privește din cealaltă parte a mesei ! (1050:10=105).

9.19 – Toate unghiurile cu vîrful pe cerc care subîntind aceeași coardă au aceeași mărime. Deci, din acest punct de vedere al unghiului în plan (planul terenului) cei trei jucători au aceeași șansă de a introduce mingea în poartă. Dar poarta nu este o „coardă", ci ea fiind o suprafață are și a doua dimensiune: înălțimea. De data aceasta situația cea mai favorabilă o are jucătorul „a" care fiind mai aproape de poartă are și unghiul pe verticală (între „firul ierbii" și bara de sus) mai mare. În concluzie, jucătorul „a" are poziția cea mai avantajoasă pentru a introduce mingea în poartă.

9.20 – Figura nr. 9.115.

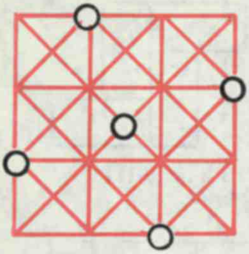


Fig. 9.116

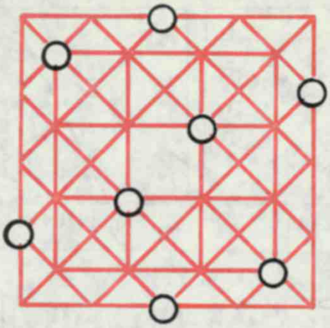


Fig. 9.117

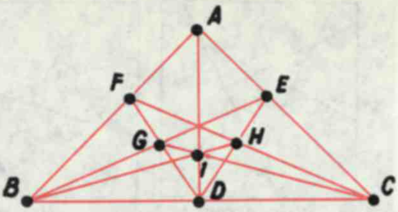


Fig. 9.118

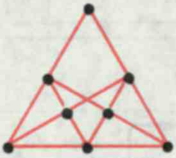


Fig. 9.119

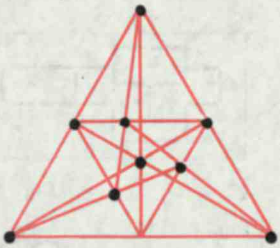


Fig. 9.120

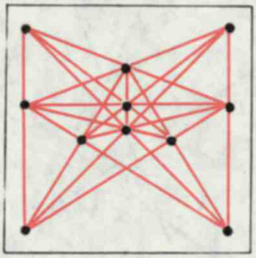


Fig. 9.121

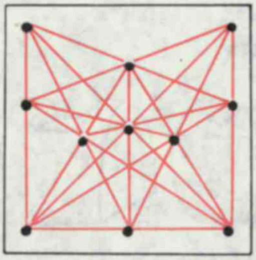


Fig. 9.122

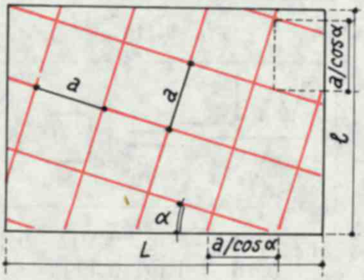


Fig. 9.123

9.21 – Figura nr. 9.116 şi figura nr. 9.117.

9.22 – Asociaţia are 1050 de membri, dar să vedem cum se determină acest rezultat. Din afirmaţia că 60% din membrii sînt bărbaţi şi 80% din total practică înotul, rezultă că cel puţin 40% din total sînt bărbaţi şi practică înotul. Apoi dacă se are în vedere că 70% din totalul membrilor practică tenisul, înseamnă că cel puţin 10% din totalul membrilor sînt bărbaţi care practică ambele sporturi. Acum din acest procent vom scădea, la maximum, procentul celor care poartă ochelari. Rămîne un minim de 4% din totalul membrilor asociaţiei care sînt bărbaţi, înoată, joacă tenis şi nu poartă ochelari. Dar, se cunoaşte că acest număr minim este de 42 de membri. Deci, dacă 4% este reprezentat de 42; $100\% = 42 \times 25 = 1050$ membri.

9.23 – Figura nr. 9.118.

9.24 – Figura nr. 9.119.

9.25 — Figura nr. 9.120.

9.26 — Figura 9.121 şi fig. 9.122.

9.27 — Şi într-un caz şi în celălalt volumul de completare este acelaşi.

9.28 — Suma lungimilor liniilor lungi este mai mare decît suma lungimilor liniilor scurte, cu exact diferenţa dintre o lungime şi o lăţime ! Pentru a verifica acest rezultat (care aşa cum se va vedea este un caz particular al discuţiei care urmează) este suficient să ne imaginăm cel mai mic dreptunghi cu reţea ortogonală echidistantă — adică două pătrăţele adiacente pe latură — şi să facem sumele: $\sum$ lungimi $=4$ unităţi, iar Σ lăţimi $=3$ unităţi.

Pentru cazul general să facem calculele, în care notăm cu: **L** =lungimea dreptunghiului, **l** =lăţimea dreptunghiului; **a** = pasul reţelei (latura unui pătrăţel din reţea); α = unghiul de înclinaţie al reţelei faţă de axa lungă a dreptunghiului (figura nr. 9.54). După cum rezultă şi din desenul din figura nr. 9.123, lungimea unui segment mic (decupat din reţea pe lăţimea dreptunghiului) este:

$$\mathbf{s} = \frac{l}{\cos \alpha}$$

iar lungimea unui segment mare este:

$$\mathbf{S} = \frac{L}{\cos \alpha}$$

Apoi numărul segmentelor scurte se obţine prin relaţia:

$$\mathbf{n} = \frac{L}{\frac{a}{\cos \alpha}} + 1 = \frac{L \cdot \cos \alpha^1}{a} + 1 ;$$

iar numărul segmentelor lungi este dat de relaţia:

$$\mathbf{N} = \frac{l}{\frac{a}{\cos \alpha}} + 1 = \frac{l \cdot \cos \alpha}{a} + 1 .$$

Suma tuturor segmentelor scurte este:

$$\Sigma_l = \frac{L \cdot l \cdot \cos \alpha}{a \cdot \cos \alpha} + \frac{l}{\cos \alpha} = \frac{L \cdot l}{a} + \frac{l}{\cos \alpha} ,$$

iar suma tuturor segmentelor lungi este:

$$\Sigma_L = \frac{L \cdot l \cdot \cos \alpha}{a \cdot \cos \alpha} + \frac{L}{\cos \alpha} = \frac{L \cdot l}{a} + \frac{L}{\cos \alpha}$$

Din compararea celor două sume rezultă că diferenţa dintre ele este minimă pentru $\cos \alpha = 1$, adică $\alpha = 0$; şi anume:

$\Sigma_L - \Sigma_l = L - l$, iar această diferență crește odată cu descreșterea numitorului $\cos\alpha$, deci odată cu apropierea unghiului α de 45° cînd avem: $\Sigma_L - \Sigma_l = \sqrt{2}(L - l) \approx 1{,}41\ (L - l)$. Un unghi $\alpha > 45°$ nu vom putea înregistra deoarece după 45° avem de-a face cu schimbarea orientării segmentelor scurte și lungi.

9.29 — Concursul a fost cîștigat de cel de-al doilea ciclist care a rulat constant cu 18 km/h. Viteza medie a acestuia este 18 km/h, iar timpul de parcurs: $t_2 = \frac{2\,l}{18} = \frac{l}{9}$ ore; unde l este distanța dintre cele două localități, exprimată în km.

Primul ciclist a străbătut distanța dus-întors în:
$t_1 = \frac{l}{24} + \frac{l}{12} = \frac{3\,l}{24} = \frac{l}{8}$ ore. Iată deci că viteza medie nu se obține printr-o simplă medie aritmetică!

9.30 — Se presupune că 16,2% din totalul populației tribului reprezintă un număr întreg de persoane. În acest caz cel mai mic 100% este de 500 persoane. Multiplii lui 500 (1000; 1500...) ar fi cam mult pentru un trib!

Să mai observăm că indicația cu „6 %“ din textul problemei nu vă folosea deloc.

9.31 — Primele cinci boabe se așază în vîrfurile unui pentagon regulat, al șaselea în centrul pentagonului, iar al șaptelea se suspendă — cu ajutorul unui ac — pe verticala ridicată în centrul pentagonului, la o înălțime egală cu raza cercului circumscris pentagonului (fig. 9.124).

9.32 — Cheia problemei este că de fapt nu intrasem în compartiment, rămînînd tot timpul la fereastra de pe culoar. Privind astfel problema răspunsul este găsit repede — da, sînt fumător.

9.33 — Figura nr. 9.125 și figura nr. 9.126.

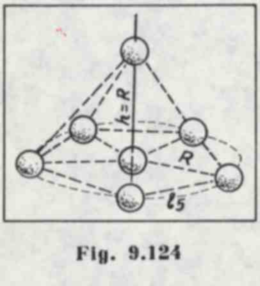


Fig. 9.124

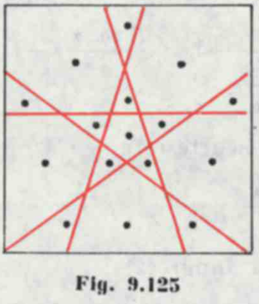


Fig. 9.125

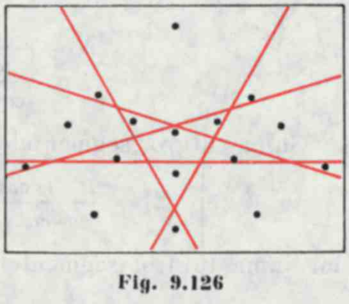


Fig. 9.126

9.34 — În acea limbă străină (?) „wili“ înseamnă munte. La acest rezultat se ajunge comparînd cele trei exprimări „în original“ și „în traducere“ și observînd că „vulcan — vulcanic“ se traduce prin „balu“ singurul cuvînt care se repetă între prima și ultima propoziție. Apoi „dușman — vrăjmaş“ nu poate fi decît „codo“ — cuvînt comun între prima şi a doua propoziţie. Pentru „wili“ din prima propoziţie a rămas doar sensul de „munte“.

9.35 — Dacă aş fi oferit vînzătorului două bancnote de cîte zece lei — în total 20 de lei — restul ar fi fost de 65 de bani; sumă care nu se poate în nici un fel compune din patru monede (5; 15 şi 25 bani).

Dacă aş fi plătit în total 21 de lei (7 monede de cîte 3 lei, sau 3 monede de 5 lei şi 2 monede de 3 lei, sau o bancnotă de 10 lei, o monedă de 5 lei şi două monede de cîte 3 lei...), restul trebuia să fie 1 leu şi 65 bani. Această sumă se poate realiza din patru monede în mod unic: 1 monedă de 1 leu, două monede de 25 bani şi 1 monedă de 15 bani; ceea ce exclude utilizarea monedelor de 5 şi 3 lei şi de 5 bani.

Dacă aş fi achitat cumpărătura cu 22 de lei (o bancnotă de 10 lei şi 4 monede de cîte 3 lei) restul trebuia să fie 2 lei şi 65 bani. Nici în acest caz suma nu se poate compune din numai patru monede.

Dacă aş fi achitat vînzătorului printr-o bancnotă de 25 de lei, aş fi primit în rest 5 lei şi 65 bani; sumă care se compune din patru monede în mod unic: o monedă de 5 lei, două monede de 25 bani şi una de 15 bani. Rămîn, ca neputînd fi în rest monedele de 1 leu şi moneda de 5 bani.

Dacă aş fi plătit 19 lei şi 50 bani (două monede de 25 bani), restul de 15 bani nu se putea compune din patru monede.

Dacă aş fi plătit 19 lei şi 45 bani (trei monede de 15 bani), restul de 10 bani nu se putea compune din patru monede.

În sfîrşit dacă aş fi plătit 19 lei şi 40 bani (una monedă de 25 bani şi una de 15 bani), restul ar fi fost de 5 bani.

Concluzionînd, răspunsul corect este: în rest nu puteau fi în nici un caz monede de 3 lei şi de 5 bani.

1	1	9	1	9	1	1
1	1	7		4	1	1
1	3	9	1	9	7	2
1		1	1	8		1
9	2	9	9	9	3	9
1	1	9		1	1	1
8	1	9	9	9	1	9

Fig. 9.127

9.36 — Fig. 9.127. Pentru o rezolvare bazată pe logică trebuia plecat de la sumele cele mai mici şi cele mai mari. $F_{oriz.}$ b, $E_{vert.}$ combinat cu $B_{oriz.}$ a, $E_{oriz.}$ combinat cu $B_{vert.}$ b şi $F_{vert.}$ b, $D_{vert.}$, $A_{vert.}$ combinat cu $G_{oriz.}$ ...

9.37 — Decodificarea se face prin răsturnarea desenului! Din partea opusă se citeşte direct în litere, în limba română: „IDEILE ŞI LEGILE ÎS IDEOLOGIE“, „ELEGII ŞI GLOSE“, ...

9.38 — Fig. 9.128. Oricît ar părea de ciudat... poligoanele stelate sînt poligoane regulate (concave). Laturile pentagonului stelat (de exemplu) se consideră pe întreaga lungime între vîrfurile extreme. El este un pentagon regulat concav.

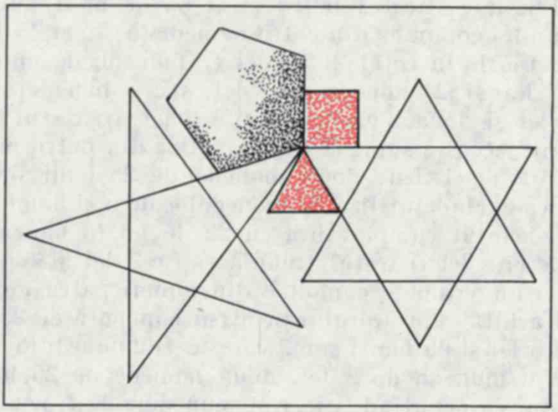


Fig. 9.128

9.39 — Răspuns corect: C. Trebuia observat că 19 este format prin schimbarea locului cifrelor din 91, iar 25 se formează la fel din 52.

9.40 — b. Intervalul dintre bătăi este de: 5 secunde/4 intervale $=$ $=1{,}25$ secunde. În cazul a 9 bătăi avem 8 intervale, deci $8 \times 1{,}25 =$ $=10$ secunde.

9.41 — c. Toate celelalte patru numere sînt prime.

9.42 — b. Evident avem un singur număr de 9, alte numere cum sînt 19; 29, ... 90; 91; ... 99, avînd în compunere cifra 9.

9.43 — d. Se presupune că statuia are trei dimensiuni — înălţime, lungime şi lăţime; ori o reducere la scară a înălţimii de 1/10 conduce la o reducere a volumului de $10^3=1000$ ori.

9.44 — d. $10=3^2+1$; $37=6^2+1$; $50=7^2+1$; $82=9^2+1$; deci $N=$ $=n^2+1$.

9.45 — a.

9.46 — c. Între numerele 1; 23; 45; şi 67 diferenţele sînt de 22.

9.47 — c. În fiecare partidă au jucat cîte doi şahişti. În 6 partide au jucat 12 şahişti $\times$ joc. 12 : 3 şahişti $=$ 4 jocuri pentru fiecare şahist.

9.48 — e. Trebuia observat că $74+26=100$ şi $39+61=100$.

9.49 — c. Celelalte patru numere sînt prime.

9.50 — b. se citea: „din unasută, cincizeci dacă iei..."

9.51 — a. În toate celelalte patru numere se regăsesc doar cifrele 1 şi 2.

9.52 — b.

9.53 — a. Prima cifră din număr este aceeaşi cu ultima cifră din numărul anterior.

9.54 — e.

9.55 — b. La $27=3\cdot 9$ îi corespunde $72=8\cdot 9$; iar la $21=3\cdot 7$ îi corespunde $56=8\cdot 7$.

9.56 — d. În cazul celorlalte patru numere suma cifrelor lor este constantă: 8.

9.57 — e... dacă aţi completat vîrsta pe care o aveţi! — căci doar „sînteţi pilot".

9.58 — a. În cazul a 20 de întrebări cu cîte 5 răspunsuri posibile la fiecare, avem de-a face cu un număr imens de variante de răspuns; şi anume: 5 (răspunsuri posibile la prima întrebare) $\times$ 5 (răspunsuri posibile la a doua întrebare) $\times \ldots \times$ 5 (răspunsuri posibile la a 20-a întrebare)$=$ $=5^{20}=95.367.431.640.625$ variante. Dintre acestea o singură variantă de răspunsuri este perfect corectă; şi deci probabilitatea de a ne suprapune din întîmplare peste aceasta este de:

$$p\,(\%)=\frac{1}{5^{20}}\cdot 100=\frac{4}{5^{18}}\approx 0{,}000.000.000.000.\ 1\%$$ (mult mai mică această probabilitate decît aceea de a cîştiga cu un singur bilet jucat la Loto premiul cel mare !)

Probabilitatea de a alege o variantă cu n răspunsuri corecte este dată de formulă:

$$p\,(\%)=\frac{C_{20}^{20-n}\,(C_{5-1}^{1})^{20-n}}{5^{20}}\cdot 100=\frac{C_{20}^{20-n}\cdot 4^{20-n}}{5^{20}}\cdot 100\%;$$

unde n ia valori între 0 şi 20.

Întrucît numitorul expresiei rămîne constant, p_{max} va fi dat de maximum expresiei numărătorului. Factorul C_{20}^{20-n} creşte de la $C_{20}^{20-n}=1, \ldots$ pînă la $C_{20}^{10}=184.756$; ... după care scade din nou pînă la $C_{20}^{1}=20$ şi $C_{20}^{0}=1$. Iar factorul 4^{20-n} are o creştere exponenţială continuă, de la $4^{0}=1$, ... pînă la $4^{20}=1.099.511.627.776$. De aici concluzia că cea mai mare probabilitate va reveni unei variante cu un număr mic de răspunsuri corecte (între 5 şi 2 răspunsuri corecte), acolo unde produsul $C_{20}^{20-n}.4_{20}^{20-n}$ este maxim. Calculele detaliate confirmă o probabilitate maximă de 21,8% pentru o variantă cu numai 4 răspunsuri corecte din 20. Varianta cu 3 răspunsuri corecte este de probabilitatea 20,5%, varianta cu 5 răspunsuri corecte de probabilitatea 17,4%, ş.a.m.d.

Pentru catalogarea de ansamblu a rezultatelor pe care le-aţi obţinut la testul prezentat puteţi să vă orientaţi şi după următorul tabel:

Punctaj obţinut	Rezultat
sub 8 puncte	= slab
între 9 şi 16 puncte,	= mediu
17 sau 18 puncte	= bun
19 sau 20 puncte	= foarte bun

9.59 — Se observă că cele cinci dreptunghiuri date sînt foarte apropiate de forma pătrată. Cu cinci dreptunghiuri se poate alcătui un pătrat în mai multe variante de așezare a acestora (fig. nr. 9.129), dar în orice caz este necesar ca raportul dimensional lungime / lățime al dreptunghiurilor (cel puțin a unora dintre ele) să fie depărtat de 1. De aici concluzia că abia după un număr mare de zile „dreptunghiurile" vor satisface condiția problemei.

După 48 de zile dreptunghiurile vor avea dimensiunile din fig. nr. 9.130 și o suprafață totală de 89 mp. Este necesar ca suprafața totală a dreptunghiurilor să fie un pătrat perfect. După încă 1/2 zi dreptunghiurile vor avea dimensiunile din fig. 9.131, cu o arie totală de 49 mp. (soluția în aceeași figură). Răspuns: 48 1/2 zile. Găsiți și o rezolvare riguros matematică!

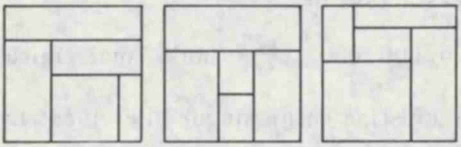


Fig. 9.129

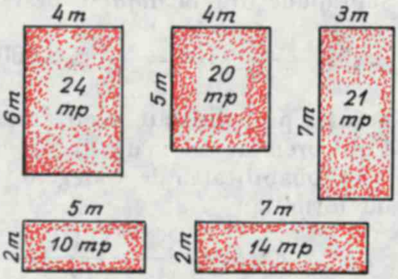


Fig. 9.130

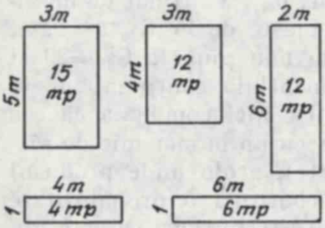


Fig. 9.131

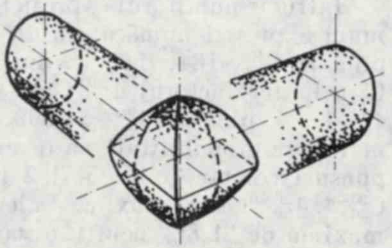


Fig. 9.132

9.60 — Fig. 9.132. Corpul comun la doi cilindri circulari egali care se intersectează cu axele concurente și în unghi de 90°.

9.61 — După cum spune „porunca" a șasea; „le citim pe toate și le socotim doar pe a treia și a patra."!

(3) $10000-1=9999$

(4) $9+9+9+9=36$; $3+6=9$

Cireșarii au dat peste numărul 9!

9.62 — Al patrulea punct (primul de determinat) de pe cerc va forma cu primele trei un patrulater inscriptibil. Cercetînd proprietățile patrulaterelor inscriptibile ați aflat că orice trapez isoscel este inscriptibil. În figura nr. 9.133 se poate vedea cum se construiește un trapez isoscel — utilizînd doar compasul — cînd se cunosc trei vîrfuri ale sale. Desigur trapezul poate fi construit în mai multe moduri — care asigură chiar mai

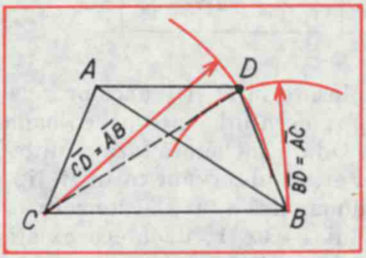


Fig. 9.133

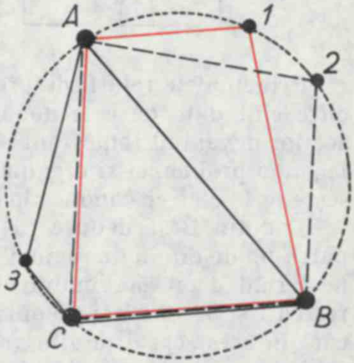


Fig. 9.134

3	3	6	4
3	2	4	9
6	4	0	0
4	9	0	0

1	3	6	9
3	8	4	4
6	4	0	0
9	4	0	9

1	2	9	6
2	0	2	5
9	2	1	6
6	5	6	1

2	1	1	6
1	2	2	5
1	2	9	6
6	5	6	1

9	2	1	6
2	0	2	5
1	2	9	6
6	5	6	1

7	3	9	6
3	0	2	5
9	2	1	6
6	5	6	1

2	9	1	6
9	0	2	5
1	2	9	6
6	5	6	1

8	2	8	1
2	9	1	6
8	1	0	0
1	6	0	0

3	7	2	1
7	0	5	6
2	5	0	0
1	6	0	0

7	9	2	1
9	8	0	1
2	0	2	5
1	1	5	6

2	1	1	6
1	7	6	4
1	6	0	0
6	4	0	0

8	2	8	1
2	1	1	6
8	1	0	0
1	6	0	0

Fig. 9.135

multe puncte de pe cerc (fig. 9.134). Apoi alegînd alte trei vîrfuri ale trapezului se construiesc alte și alte puncte de pe cerc.

9.63 — Prima fracție are o valoare foarte apropiată și mai mare decît 1/8; căci 125/1000 = 1/8.

A doua fracție, prin simplificare devine chiar 1/8.

În concluzie: $\frac{125}{999} > \frac{113}{904}$

9.64 — Toate cele 12 soluții ale pătratului sînt redate în figura nr. 9.135.

9.65 — Figura nr. 9.136.

9.66 — Să denumim cele două variante de înmulțire cu: A și B — după ordinea de prezentare, și cele două numere cu: deînmulțit (D) și înmulțitor (Î) — după poziția lor în A. Prescurtăm, în textul următor „produs parțial“ prin „pp“, (pp4 = al patrulea produs parțial).

Fig. 9.136

Principalele relații despre modul de amplasare în D și Î a celor zece cifre sînt date de cele două structuri de pp; detaliul cu 1 pe coloana zecilor devenind important abia mai tîrziu. Odată încheiată faza de înțelegere a problemei și organizare a rezolvării ei, să observăm că în B lipsește pp4, ceea ce conduce la concluzia că a doua cifră a lui D este zero.

Tot din B se deduce că prima cifră a lui I este 1, deoarece există patru pp de cîte numai cinci cifre. Orice I de forma 2xxxx, sau mai mare, neoferind decît maximum două asemenea pp — obținute prin înmulțirea cu 1 și 3. Chiar și pp obținut prin înmulțirea cu 4 ar fi de șase cifre căci în acest caz I minim ar fi de forma 25xxx.

La A observăm că în afara lui pp5 obținut prin înmulțirea lui D cu 1, mai avem două pp de cîte numai cinci cifre. De aici aflăm că prima cifră a lui D este 2. Cifrele 0 și 1 sînt deja utilizate, iar orice D= =30xxx, sau mai mare, nu oferă decît maximum un asemenea pp — cu 2. Așadar, forma stabilită pentru D pînă acum este: 20xxx; iar I cunoscut este: 13xx4 sau 14xx3.

Revenim la B unde constatăm că maxima dintre cele mai mici trei cifre disponibile pe care le avem de plasat în D (5; 6 și 7), nu verifică soluția a două pentru I; căci pp dat de 148xx cu 7 este de șase cifre. Rămîn certe formele lui D și I din figura nr. 9.137.

Cifra zecilor din produsul total (dată =1) se obține din suma următoarelor numere:

— 2 (zeci trecute din coloana unităților; $4 \times 5 = 20$; $4 \times 6 = 24$; $4 \times \times 7 = 28$).

— 0; 4 sau 8, după cum a patra cifră a lui D este 5, 6 sau 7.

— la care se adaugă obligatoriu o cifră impară, ultima în pp. 2.

Această cifră impară va apare numai dacă I=13 894; respectiv prin înmulțirea $9 \times 5 = 45$ sau $9 \times 7 = 63$. Acum se vede ușor (pe schema din figura nr. 9.137) că vom obține o sumă terminată în 1 numai adunînd 6 cu 5. Soluție unică:

20.765 ×13.894 =288.508.910.

9.67 — 10.748 ×95.623

9.68 — 13.098 ×76.452

9.69 — 47.098 ×12.653

9.70 — 69.087 ×14.523

9.71 — 23.906 ×41.857

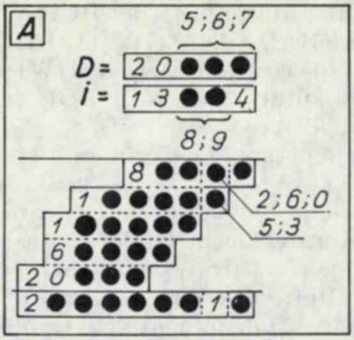


Fig. 9.137

Fig. 9.140

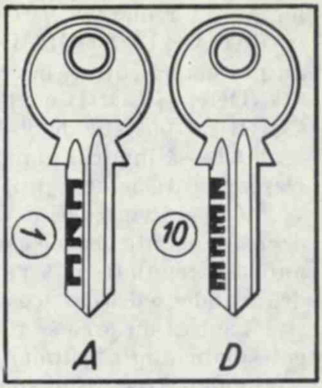


Fig. 9.138

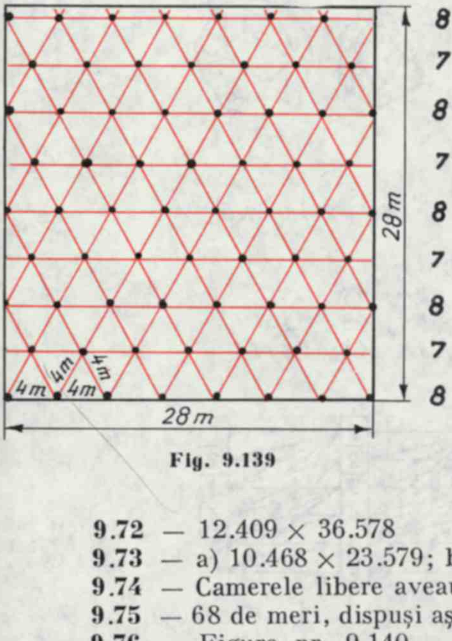


Fig. 9.139

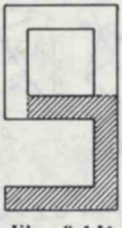


Fig. 9.141

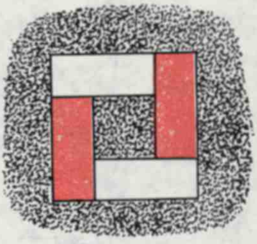


Fig. 9.142

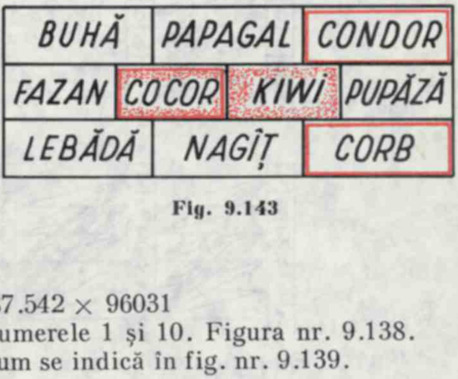


Fig. 9.143

9.72 — 12.409 × 36.578

9.73 — a) 10.468 × 23.579; b) 87.542 × 96031

9.74 — Camerele libere aveau numerele 1 și 10. Figura nr. 9.138.

9.75 — 68 de meri, dispuși așa cum se indică în fig. nr. 9.139.

9.76 — Figura nr. 9.140

9.77 — Figura nr. 9.141.

9.78 — $4(4+5{,}5)=38$

9.79 — Se colorează centrul și exteriorul figurii (fig. 9.142).

9.80 — $11+1=12$. Dacă $(10\,n+n)+n=N$; atunci și $4\,n+4\,n+4\,n=$ $=N$, unde $n=1; \ldots 9$. De exemplu: $77+7=84$; $28+28+28=84$.

9.81 — Figura nr. 9.143. Pe baza condiției de excludere a vecinătăților literelor identice se constată uşor că niciuna dintre păsările: BUHĂ, PAPAGAL, CONDOR, FAZAN, PUPĂZĂ, LEBĂDĂ, NAGÎŢ, şi CORB nu pot ocupa colivii în centru. Odată plasate în centru COCOR şi KIWI; CONDOR şi CORB ocupă imediat colivii în colţuri. Între CONDOR şi CORB nu pot sta decît PAPAGAL sau PUPĂZĂ.

9.82 — Singurul număr prim obţinut prin repetarea unei cifre este 11. Demonstraţi acest fapt!

9.83 — Prin „definiţie“ zarul trebuia să fie un poliedru regulat, care deci să prezinte aceleaşi şanse pentru fiecare dintre valorile feţelor. Totuşi poliedre regulate sînt cinci (şi numai cinci!): tetraedrul, cubul, octaedrul, dodecaedrul şi icosaedrul (fig. 9.144). Dintre cele cinci, tetraedrul şi octaedrul nu prea se rostogolesc, iar icosaedrul şi dodecaedrul se rostogolesc prea mult! Numărul de şase feţe (şase valori diferite) este între cele 4 feţe ale tetraedrului (parcă prea puţine) şi cele 20 de feţe ale dodecaedrului (sigur prea multe).

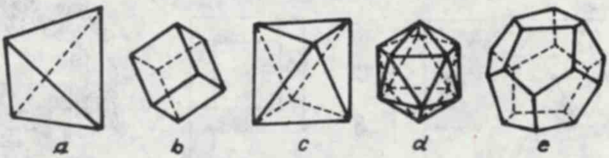


Fig. 9.144

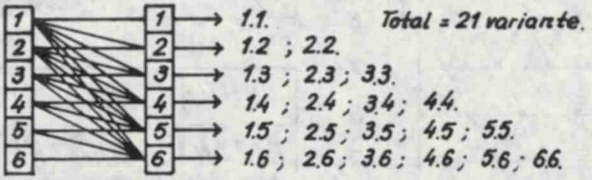


Fig. 9.145

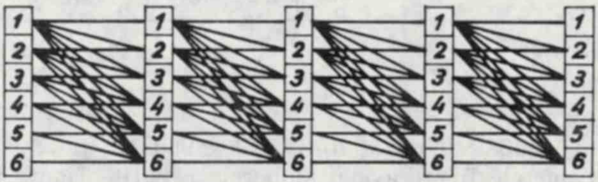


Fig. 9.146

9.84 — Empiric problema ar putea fi soluţionată astfel: cu un zar se pot obţine 6 formaţii, cu două zaruri se obţin 21 de formaţii... cu cinci zaruri se obţin 252 de formaţii (vezi figurile nr. 9.145 şi 9.146, în care se numără toate „drumurile“ posibile între prima şi ultima coloană. Orice legătură între cifre „în sus“ este la fel cu altele dintre cele figurate deja).

Dacă pe lîngă un zar obişnuit se consideră un al doilea cu feţele numerotate de la 2 la 7 şi se aplică aceleaşi legături între zaruri, se obţine o structură identică cu prima — dar căreia i se poate aplica formula de calcul a combinărilor. Combinări de 7 elemente luate cîte două: $C_7^2=21$. Prin extindere la cele cinci zaruri se obține: $C_{10}^5=252$ (fig. 9.147).

Pentru un calcul matematic riguros va trebui să reamintim noțiunea de combinări cu repetiție. Prin definiție, combinări cu repetiție a **n** obiecte distincte luate cîte **p**, sînt grupele ce se pot forma cu aceste obiecte, în fiecare grupă fiind cîte **p** obiecte, fiecare obiect putînd fi repetat pînă la **p**

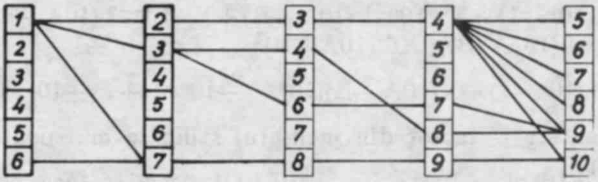


Fig. 9.147

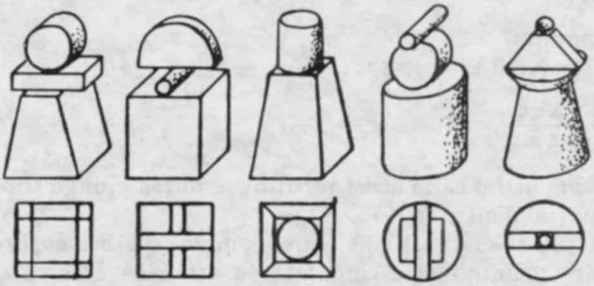


Fig. 9.148

ori, însă în așa fel încît două grupe să difere prin natura a cel puțin un obiect dintre cele care intervin. Dacă notăm numărul combinărilor cu repetiție a **n** obiecte luate cîte **p** cu γ_n^p, avem relația: $\gamma_n^p=C_{n+p-1}^p$. În cazul nostru $n=6$; $p=5$; deci: $\gamma_6^5=C_{10}^5$.

9.85 — Figura nr. 9.148.

9.86 — Un mod de a căuta și găsi soluția problemei este și acela „prin încercări“ !... În fond nu sînt de cercetat decît 504 cazuri. (Convenim ca pentru această rezolvare să acordăm punctajul minim !)

Pentru a pune în evidență cea mai ingenioasă rezolvare, vom analiza soluționarea problemei în mai multe variante.

Desigur, problema poate fi pusă într-o ecuație de gradul întîi, cu trei necunoscute: A; B și X;

$$(1)\quad \frac{A\cdot 10^n+X\cdot 10^{n-1}+X\cdot 10^{n-2}+\ldots+X\cdot 10+X}{X\cdot 10^n+X\cdot 10^{n-1}+\ldots+X\cdot 10^2+X\cdot 10+B}=\frac{A}{B};$$

rezolvabilă în numere naturale, cu condițiile:

a) $1\leqslant A\leqslant 9$; $\quad 1\leqslant B\leqslant 9$; $\quad 1\leqslant X\leqslant 9$ și

b) $A\neq B$; $\quad A\neq X$; $\quad B\neq X$

Prin egalarea produsului extremilor cu produsul mezilor, în proporţia (1), se obţine:

$$(2)\ A.\ B.\ 10^n+B.\ X.\ 10^{n-1}+B.\ X.\ 10^{n-2}+\ldots+B.\ X.\ 10+B.\ X= \\ =A.\ X.\ 10^n+A.\ X.\ 10^{n-1}+\ldots A.\ X.\ 10^2+A.\ X.\ 10+A.\ B,$$

care prin transformări succesive devine:

$$(3)\ A.\ B.(10^n-1)=X.\ 10^{n-1}(10A-B)+X.\ 10^{n-2}(10A-B)+ \\ +X.\ 10(10A-B)+X6\ (10A-B);$$

$$(4)\ A.\ B.(10^n-1)=X(10A-B)(10^{n-1}+10^{n-2}+\ldots+10+1).$$

Dar paranteza — factor din membrul stîng se mai poate scrie şi:

$10^n-1=9(10^{n-1}+10^{n-2}+\ldots+10+1)$; ceea ce face ca (4) să se

transforme în

$(5)\ 9A\cdot B=X(10A-B)$; sau:

$$(6)\ X=\frac{9\,A\cdot B}{10\,A-B}$$

Să observăm acum că la acest rezultat se putea ajunge şi pe alt drum. Se scrie ecuaţia pentru $n=1$.

$(2')\ (10A+X)B=(10X+B)A$, care conduce la aceleaşi relaţii (5) şi (6), după care prin inducţie completă se arată că acestea sînt valabile pentru orice n.

În continuare, organizăm rezolvarea ecuaţiei (6) într-un tabel (fig. 9.149) în care în fiecare rubrică definită de un anume A (pe verticală) şi un anume B (pe orizontală), obţinem valorile 9 A B — la numărător şi (10A—B) — la numitor.

Cîtul dintre cele două numere înscrise în fiecare căsuţă din tabel este chiar X. Cum X maxim = 9, se observă că zona din stînga-jos a tabelului nu va interesa deoarece aici $X\leqslant 10$. De asemenea, condiţia $X\neq B$, anulează interesul pentru marea majoritate a tabelului (dreapta şi în sus), rămînînd de analizat efectiv o mică zonă încadrată cu linie groasă roşie.

Şi aici, se constată că doar patru din cele opt fracţii au un rezultat întreg:

I. $A=1;\ B=4;\ X=6$
II. $A=1;\ B=5;\ X=9$
III. $A=2;\ B=5;\ X=6$
IV. $A=4;\ B=8;\ X=9$,

cea mai bună verificare fiind:

I. $\dfrac{166\ldots66}{666\ldots64}=\dfrac{1}{4}$; II. $\dfrac{199\ldots99}{999\ldots95}=\dfrac{1}{5}$;

III. $\dfrac{266\ldots66}{666\ldots65}=\dfrac{2}{5}$; IV. $\dfrac{499\ldots99}{999\ldots98}=\dfrac{4}{8}$.

Pentru o rezolvare mai eficientă ar fi trebuit să observăm de la început că B nu poate lua decît anumite valori impuse de condiţia ca produsele: B. A şi B. X să se termine cu aceeaşi cifră. Deci B nu poate fi: 1; 3; 7 şi 9, deoarece aceste cifre nu au în tabla înmulţirii două produse care să se termine cu aceeaşi cifră. De asemenea valorile: 2, 4; 5; 6 şi 8 — pentru B — impun anumite valori pentru A şi respectiv pentru X (vezi tabelul din figura nr. 9.150, cu 32 de cazuri pentru A şi B, faţă de 72 de cazuri din tabelul anterior).

Dar şi acest tabel poate fi încă mult redus dacă vom observa că X (din relaţia 6) nu poate lua valori mai mici decît B. Cum $X \neq B$, cea mai mare valoare $X<B$ ar putea fi $X=B-1$;

$$B-1 \geqslant \frac{9\cdot A\cdot B}{10\,A-B};\ \text{sau}\ B^2-B+10A-AB \leqslant 0;$$

Fig. 9.150

10A	10	20	30	40	50	60	70	80	90
9A	9	18	27	36	45	54	63	72	81
B \ A	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		18/19	27/29	36/39	45/49	54/59	63/69	72/79	81/89
2	18/8		54/28	72/38	90/48	108/58	126/68	144/78	162/88
3	27/7	54/17		108/37	135/47	162/57	189/67	216/77	243/87
4	36/6	72/16	108/26		180/46	216/56	252/66	288/76	324/86
5	45/5	90/15	135/25	180/35		270/56	315/65	360/75	405/85
6	54/4	108/14	162/24	216/34	270/44		378/64	432/74	486/84
7	63/3	126/13	189/23	252/33	315/43	378/53		504/73	567/83
8	72/2	144/12	216/22	288/32	360/42	432/52	504/62		648/82
9	81/1	162/11	243/21	324/31	405/41	486/51	567/61	648/71	

Fig. 9.149

Se observă însă că valoarea membrului stîng va fi oricum pozitivă (schema din figura nr. 9.151), ceea ce conduce la concluzia: $x > B$.

Să vedem în acest caz ce valori pot să aibă A şi B. Din aceeaşi relaţie (6):

$$B+1 \leqslant \frac{9 \cdot A \cdot B}{10\,A-B}; \quad (7)\ B^2+B-10A-A\cdot B \geqslant 0;$$

de unde $A \leqslant \frac{B^2+B}{10+B}$; în care dacă înlocuim $B_{max}=8$, obţinem $A \leqslant 4$.

Tot din (7) obţinem: $B^2+B(1-A)-10A \geqslant 0$, care prin înlocuirea lui A cu $A_{min}=1$ devine: $B_{min} \geqslant +\sqrt{10}$; sau $B \geqslant 4$.

Cu aceste noi rezultate, tabelul cu posibile soluţii se transformă (figura nr. 9.152), restrîngîndu-se la numai 11 cazuri $A \cdot B$ – din care 4 sînt soluţiile problemei.

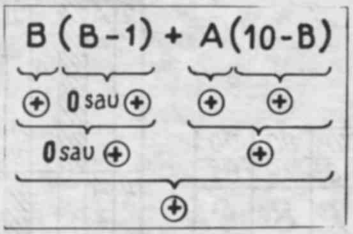


Fig. 9.151

B \ A	1	2	3	4
4	x = 6	x = 7	x = 8	
5	x = 7	x = 6	x = 7	x = 6
	x = 9	x = 8	x = 9	x = 8
6		x = 7	x = 8	x = 9
8				x = 9

Fig. 9.152

... Dar se poate şi mai simplu!

Să studiem fracţia din membrul drept al proporţiei. Valoarea minimă a acesteia poate fi:

$$\frac{199\ldots 99}{999\ldots 98} = 0{,}1\,(9); \text{ adică } \left(\frac{A}{B}\right)_{min} = \frac{1}{5}; \text{ căci :}$$

$$\frac{1}{6} = 0{,}1(6) < 0{,}1(9), \text{ iar } \frac{2}{9} = 0,(2) > \frac{1}{5} = 0{,}2.$$

Din relaţia (7'): $B^2+B(1-A)-10\,A \geqslant 0$ s-a determinat anterior că la $A=1$ îi corespunde $B \geqslant 4$. Dacă în aceeaşi relaţie se înlocuieşte pe rînd A cu 2; 3 şi 4 se obţin următoarele rezultate:

$A=2 \Rightarrow B \geqslant 5$; mai precis $B=5$; 6 sau 8
$A=3 \Rightarrow B \geqslant 6$; mai precis $B=6$ sau 8
$A=4 \Rightarrow B \geqslant 8$; mai precis $B=8$,

ceea ce conduce la concluzia că valoarea maximă a fracţiei $\frac{A}{B}$ este $\frac{1}{2}$

Din lista posibilelor fracţii $\left(\frac{A}{B}\right)$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{8}$; $\frac{2}{6}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{4}{8}$ (în total 8 cazuri) eliminăm fracţiile $\frac{2}{8}$ şi $\frac{3}{8}$ pentru care X =9 (căci X > B) nu corespunde condiţiei ca produsele BX şi BA să aibă aceeaşi terminaţie.

B \ A	1	2	3	4
4	x=6			
5	x=7	x=6		
	x=9	x=8		
6		x=7	x=8	
8				x=9

Fig. 9.153

Au mai rămas de analizat doar şase fracţii dintre care patru sînt soluţii ale problemei (vezi tabelul din figura nr. 9.153).

De fapt nici acum nu am dat peste cea mai simplă şi mai frumoasă soluţie, aceasta din urmă aparţinînd fiecărui cititor cîştigător al „Olimpiadei jocurilor raţionale“ !

RĂZBOI ÎN OPT

Jocul „război în 8" (cu varianta sa „război în 4") este un joc rațional pentru toate vîrstele. El solicită atenția și spiritul de observație, favorizează analiza combinatorie a variantelor și dezvoltă obișnuința de a duce lucrurile la bun sfîrșit. Un joc asemănător — dar mai simplu — care facilitează învățarea și practicarea jocului „război în 8" este „cîinii și vulpea", prezentat anterior. Jocul oferă amatorilor un larg cîmp de studiu și analiză — nu prea simplă — fiind perfect adaptat pentru compunere și rezolvare de probleme, precum și pentru desfășurare prin corespondență.

La joc iau parte două persoane, care urmăresc, fiecare, a scoate din luptă „armata" adversă. Jocul se poate încheia cu victoria unuia dintre jucători, sau nedecis — remiză. Practicarea jocului reclamă o tablă de joc de 8 ×8 pătrățele (tablă de șah) și cîte 8 piese (pioni) pentru fiecare jucător — piese care vor fi de culori diferite. Să numim cei doi jucători: A și B, iar piesele — respectiv culorile lor: alb și negru.

Inițial piesele se dispun pe tabla de joc așa cum se indică în figura nr. 10.1. Important este ca ambele armate să fie plasate pe același fel de pătrățele — negre sau albe (vezi figura nr. 10.2).

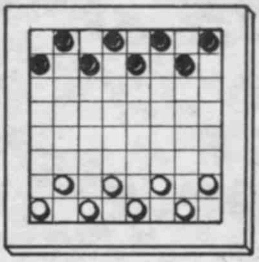


Fig. 10.1

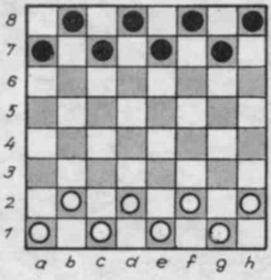


Fig. 10.2

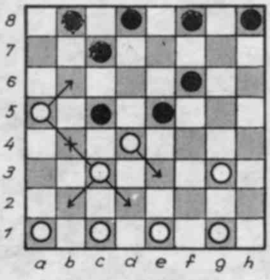


Fig. 10.3

În cursul jocului, prin mutări alternative „soldații" albi și negri urmăresc să încercuiască soldații adverși. Mutarea unei piese se face numai într-un pătrățel vecin pe diagonală și liber. Ea se poate efectua în orice direcție și sens, dar numai pe diagonală.

De exemplu, în poziţia din figura nr. 10.3, piesa albă de la **a5** poate fi mutată la **b4** sau la **b6**; piesa de la **c3** poate muta la **b2**; **b4**, ori **d2**; piesa de la **d4** poate fi mutată numai la **e3** ş.a.m.d.

Atunci cînd îi vine rîndul să efectueze mutarea, jucătorul va putea să facă acest lucru cu oricare dintre piesele proprii (şi numai dintre acestea), modificînd poziţia ei cu un singur pas. Regula de bază în desfăşurarea „luptei" spune că piesa, sau piesele, care după efectuarea unei mutări s-au blocat (sînt înconjurate de alte piese, fie proprii, fie adverse), şi nu mai pot fi momentan mutate, vor fi luate de pe tabla de joc fără a mai primi dreptul de a reintra în luptă. Aşadar, după stabilirea jucătorului care va efectua prima mutare, prin mutări alternative, cei doi jucători vor căuta să închidă — „să facă prizoniere" — cît mai multe piese adverse, pe care să le elimine din joc. O piesă poate fi blocată cu 1; 2 sau 4 alte piese, funcţie de poziţia acesteia pe tablă. De exemplu în diagrama nr. 10.4, piesa **c3** poate bloca de la **a1**, prin mutarea: **c3**—**b2** (—**a1**), sau piesa **f2** poate bloca piesa de la **h4** prin: **f2**—**g3** (—**h4**), (la blocarea piesei de la **h4** a contribuit desigur şi piesa de la **g5**). La fel, prin **c5**—**d6** (—**c7**) se blochează piesa de la **c7**.

După fiecare mutare oricare dintre jucători are dreptul să scoată de pe tabla de joc piesa sau piesele adverse blocate. În cazul că nici unul dintre jucători nu observă piesele blocate prin mutarea respectivă, ori „nu vrea să observe" piesele proprii blocate, jocul continuă fără a se reveni asupra mutărilor. Desigur că la următoarea mutare pot fi scoase de pe tablă şi acele piese care continuă să rămînă blocate de la una dintre mutările anterioare.

Cîştigă jocul, cel care reuşeşte să scoată din luptă mai mulţi soldaţi adverşi, deci cel care rămîne cu mai multe piese pe tablă.

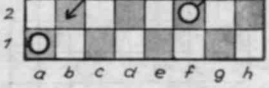


Fig. 10.4

Fig. 10.5

10.1

În poziţia finală ilustrată în figura nr. 10.5 albul mută şi reuşeşte să blocheze singura piesă neagră. Cum?

10.2

Care este numărul maxim de piese care pot fi închise (blocate) la o mutare?

Se observă că în chiar poziţia iniţială cîte patru piese ale fiecărui jucător sînt blocate. Piesele albe: **a1**; **c1**; **e1** şi **g1** şi piesele negre: **b8**; **d8**; **f8** şi **h8**, nu pot fi mutate; cu toate acestea ele nu vor fi cotate ca „închise" şi deci nu pot fi scoase de către adversar de pe tabla de joc.

10.3

În numai două mutări fiecare jucător îşi poate debloca toate piesele. Care sînt aceste prime două mutări?

Pentru ca jocul să cîştige în acurateţe, şi regula „prizonieratului" să se aplice cu stricteţe pe tot parcursul jocului, este recomandat ca jucătorii să convină la începutul jocului asupra unui număr minim de mutări (de exemplu: patru mutări ale fiecărui jucător), după care să intre în vigoare regula menţionată. După expirarea acestor mutări, orice piese blocată (chiar şi cele din poziţia iniţială), poate fi scoasă din joc.

Lipsa de combativitate a celor doi jucători, ca şi dezvoltarea simetrică a pieselor, sînt doi dintre „duşmanii" jocului. De asemenea este bine să cunoaştem şi să înlăturăm prin reguli adecvate o altă situaţie „non sens" care se poate ivi pe parcursul jocului. Este vorba de poziţiile „fără ieşire" ale pieselor, care nu permit adversarului să se dezvolte pe spaţiul de joc. Priviţi poziţia din figura nr. 10.6 şi veţi constata repede că nici una dintre armate nu poate străpunge zidul median advers, urmînd ca ambii jucătorii să efectueze mutări de aşteptare în „spatele frontului" pînă cînd adversarul va ceda (!). Evident o situaţie de „remiză din start", o situaţie „antijoc", ori mai bine catalogată ca „fără sens". La fel este poziţia din figura nr. 10.7, căci cu toate că negrul poate înainta la **g5**—**h4**, această mutare nu se va efectua deoarece albul blochează

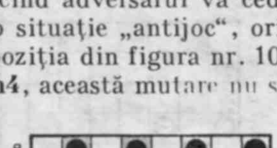


Fig. 10.6

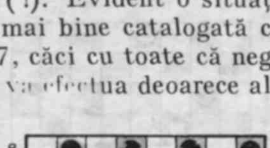


Fig. 10.7

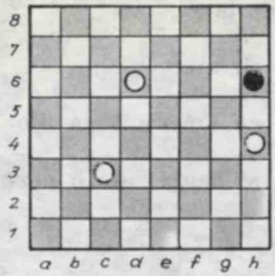


Fig. 10.8

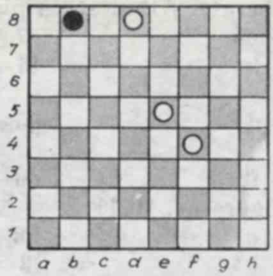


Fig. 10.9

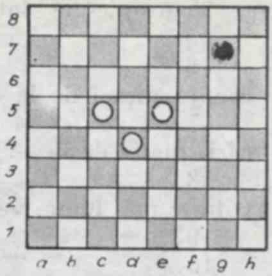


Fig. 10.10

imediat prin f4 g5 (h4). Ca atare, este bine să se evite deliberat de către amîndoi jucătorii, aceste poziţii; ori să se stabilească de la începutul jocului penalizarea cu ridicarea de pe tablă a unei piese la alegere, ori de cîte ori se constată o situaţie de limitare a jocului — de felul celor ilustrate. Evident va trebui făcută distincţia între situaţia prezentată şi aceea de blocare prin învăluire a adversarului — despre care vom vorbi mai tîrziu.

Deocamdată, pentru familiarizarea dumneavoastră cu regulile de bază ale jocului, vă propun cîteva probleme simple de rezolvare a finalurilor.

10.4 –10.6

În fiecare dintre poziţiile ilustrate în diagramele nr. 10.8–10.10 albul mută şi blochează singura piesă neagră! (13–14 mutări).

Scorul partidei este dat de numărul pieselor rămase pe tablă în final. În majoritatea situaţiilor finale pe tablă rămîn piese ale ambilor jucători. Într-adevăr 2 sau 3 piese nu pot bloca o piesă adversă decît în cazuri particulare, de asemenea 4 piese nu vor reuşi să închidă 2 piese decît la un joc greşit al jucătorului cu cele două piese ş.a.m.d. Despre aceste situaţii finale, în care deşi adversarul mai are piese pe tablă la un joc corect „nu se mai poate face nimic", vom vorbi la observaţiile asupra finalurilor. Pînă atunci facem precizarea că în general partidele la jocul „război în 8" sînt lungi, ceea ce face oportună şi necesară limitarea lor în număr de mutări (50 sau 100 de mutări) ori în timp de joc (de gîndire) total.

Pentru exemplificarea regulilor de joc (chiar fixarea lor) este util să urmărim împreună o partidă:

	ALB	NEGRU
1.	**b2–a3**	**a7–b6**
2.	**d2–e3**	**e7–f6**
3.	**f2–e3**	**f6–g5**
4.	**a3–b4**	**g7–f6**

Toate piesele sînt eliberate. Albul atacă piesa de la **e7** ..

5. **b4—c5** **e7—d6**

6. **c3—b4?** **f6—e5**, cu atac asupra piesei de la **c5**,

7. **c5—d4** **g5—f4**, cu amenințarea blocării piesei de la **h2**,

8. **g1—f2** **d6—c5**, și negrul are o dezvoltare mai bună, vezi figura nr. 10.11.

9. **h2—g3** **h8—g7**

10. **g3—h4** **f8—e7**

11. **h4—g5** (!) **f4—g3**

12. **e3—f4** **e7—f6**, se amenință blocarea piesei de la **g5**,

13. **f2—g1** (!) **g7—h6**

14. **f4—e3** **g3—h4**

Nu se poate efectua **e5—f4** deoarece albul cîștigă o piesă prin **d4—e5** (**—f4**).

15. **g5—f4** Negrul nu poate juca **f6** sau **h6—g5**, căci albul blochează la **f4—g3** (**—h4**).

15. ... **b8—c7?**

16. **g1—h2** (!) **b6—a5** ?

17. **e3—f2** **h4—g3**

18. **f4—g5** **e5—f4** ?!

Negrul acceptă blocarea piesei de la **g3** fiindcă va închide și el piesa de la **h4**.

19. **g5—h4** (**—g3**) **f6—g5** !

20. **d4—e5** !, cu amenințarea pieselor de la **d8** și **h6**,

20. ... **f4—g3** (**—h4**), vezi figura nr. 10.12.

21. **e5—f6** **h6—g7**

22. **f6—e7** (**—d8**) **g5—f6**

23. **e7—d6** **f6—e5**

24. **f2—e3** **g7—f6** !

25. **d6—e7** **c5—d4** !!, cu amenințarea pieselor de la **a1**; **c1** și **e1**,

26. **e7—d6?** **d4—c3** !

27. **a1—b2** **c3—d2** (**—c1**)

28. **e1—f2** **e5—d4**

29. **e3—f4** **d2—e3**

30. **b2—c3** **d4—e5**

31. **c3—d4** (**—e5**) **f6—e5**

32. **f4—g5** **e5—f6**

33. **d6—e5** **c7—d6**

34. **d4—c3**, (vezi figura nr. 10.13) și negrul nu are de ales prea multe, căci la:

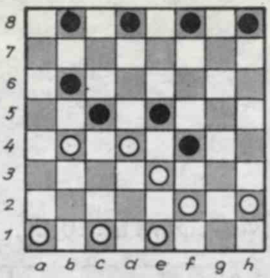


Fig. 10.11

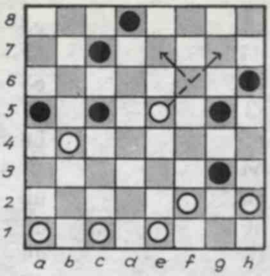


Fig. 10.12

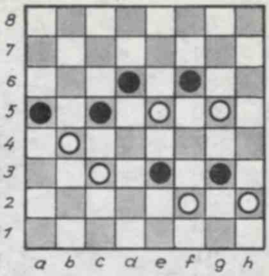


Fig. 10.13

NEGRU	ALB
... **a5–b6→**	**c3–d4 (–c5);**
sau ... **c5–b6 (–a5);**	
sau ... **c5–d4→**	**b4–c5 (–d4);**
sau ... **e3–d4→**	**f2→e3 (–d4);**
sau ... **e3–f4→**	**f2–e3 (–f4);**
sau ... **e3–d2→**	**e5–f4** cu blocarea la pasul

următor a piesei de la **g3**,

sau ... **g3–f4→**	**h2–g3 (–f4);**
sau ... **g3–h4→**	**h2–g3 (–h4).**

Aşadar, negrul va muta una dintre piesele de la **d6** sau **f6**.

34.	...	**f6–e7**
35.	**e5–f6**	**d6–e5**
36.	**e3–d4**	**e3–d2**
37.	**f6–g7**	**e7–f6**
38.	**g7–f8**	**g3–f4 ??**
39.	**h2–g3 !**	**f4–e3 ?**
40.	**g3–f4 (–e3)**	**f8–g7 ?**
41.	**g5–f6**	**e5–d6**
42.	**f8–e7**	**g7–h6**
43.	**e7–d8 !**	**d6–c7**
44.	**f6–g7 !**	**h6–g5**
45.	**f2–g3**	**c5–d6 !**
46.	**d8–e7**	**d2–e3 !**
47.	**g3–h4**	**g5–f6?**

Mai bine era **e3–f2** cu ameninţarea piesei de la **h4**.

48.	**h4–g5 !**	**f6–e5**
49.	**d4–c5 (d6)**	**a5–b6**
50.	**g7–f6**	**e5–d4 !**
51.	**b4–c3**	**c3–d2 ?**
Mai bine era:	**e3–f2.**	
52.	**f6–e5 !**	**d4–e3**

53.	f4 — g3	e3 — f4
54.	c5 — d4 !	f4 — e3 !
55.	e5 — f4 !	e3 — f2
56.	f4 — e3	c7 — d6
57.	d4 — e5	b6 — c5
58.	c3 — b4	c5 — d4
59.	b4 — c5	d6 — c7
60.	c5 — b6 !	c7 — d6 (vezi figura nr. 10.14)
61.	g5 — f6	d6 — c7
62.	e7 — d6	d2 — c1
63.	b6 — a5	c7 — d8
64.	f6 — e7	d8 — c7
65.	e7 — d8	d4 — c3 ?
66.	e5 — d4	c3 — b4 ?
67.	a5 — b6	c1 — b2
68.	d4 — c3	b4 — c5
69.	c3 — d4	c5 — b4
70.	d4 — c5	f2 — e3 !
71.	b6 — a7 !	c7 — b6 !
72.	d6 — c7 !	b2 — c1 ?
73.	g3 — f4	c1 — d2 ?
74.	c3 — d4	e3 — f2
75.	d8 — e7	f2 — g3
76.	e7 — f6	g3 — h4
77.	f6 — g5	h4 — g3
78.	g5 — h4	d2 — e3
79.	d4 — c3	e3 — d4
80.	f4 — e5	g3 — f4
81.	h4 — g5	f4 — g3
82.	c3 — d2	g3 — f4
83.	d2 — e3	f4 — g3
84.	e3 — f2	g3 — f4 ?
85.	f2 — g3	f4 — e3
86.	g5 — f4	e3 — f2
87.	f4 — e3	b4 — a3 !
88.	c5 — b4 !	a3 — b2
89.	l5 — d6	b6 — c5
90.	a7 — b6 (— c5)	d4 — e5
91.	b6 — c5	e5 — f6
92.	c5 — d4	b2 — c3
93.	c7 — d8	f6 — e7
94.	e3 — f4	e7 — f6
95.	d8 — e7	f6 — g7
96.	e7 — f6	g7 — f8

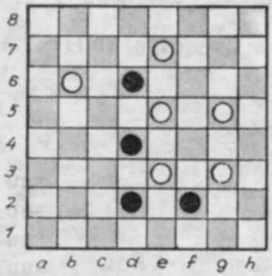


Fig. 10.14

97.	d6—e7	f8—g7
98.	e7—f8	f2—e3
99.	g3—f2	c3—b2
100.	b4—c3 !	e3—d2
101.	f2—e3	b2—a3
102.	c3—b4 ?	d2—e1
103.	d4—c3 !	a3—b2
104.	e3—f2 !	e1—d2
105.	f4—e3	g7—h6
106.	f8—g7	h6—g5
107.	e3—f4	d2—e3
108.	f2—g3	e3—d4
109.	g3—h4	d4—e5
110.	g7—h6 (—g5)	c5—d6

Pentru alb este din ce în ce mai simplu:

111.	h6—g7	d6—e7
112.	g7—f8	b2—c1
113.	c3—d2	e7—d6
114.	b4—c5	d6—e5
115.	c5—d4	c1—b2
116.	h4—g3	b2—c3
117.	g3—f2	c3—b4
118.	d2—c3	b4—c5
119.	d4—e3	c5—d4
120.	f8—e7	e5—d6
121.	f4—e5	d6—c7
122.	e7—d8	c7—d6
123.	f6—e7 ? (neatenţie)	d6—c7 (—d8)
124.	f2—e1	c7—d6
125.	e1—d2	d4—c5
126.	c3—b4	c5—d4
127.	d2—c3	d4—c5
128.	e3—d4	c5—b6
129.	d4—c5	d6—c7
130.	e5—d6	b6—a7
131.	c5—b6	a7—b8
132.	e7—d8 (—c7)	b8—c7
133.	c3—d4	c7—b8
134.	d8—c7	b8—a7
135.	c7—b8 (—a7)	

Şi albul cîştigă cu 5—0.

Cîteva observaţii privind tactica şi procedeele tehnice de joc vor întregi prezentarea de faţă.

Piesele vor fi manevrate pe cît posibil în largul tablei, acolo unde acestea au o mobilitate mai mare şi deci vor fi mai greu de încercuit.

10.7

Priviţi poziţia din diagrama nr. 10.15. Reuşeşte albul să obţină remiza?!

Forţele vor fi dirijate de la un front la altul, ori vor fi păstrate în rezervă gata de a interveni acolo unde este necesar. În general jocul necesită multă atenţie, — dar în mod deosebit vom fi atenţi la blocarea pieselor adverse, pentru a nu fi în avans încercuiţi. De exemplu, în partida prezentată, după mutarea a 16-a (vezi diagrama din figura nr. 10.16) albul nu putea juca direct: **h2—g3**, cu ameninţarea blocării piesei de la **h4**, deoarece ar fi căzut în cursă ... prin **h4—g5** (**—f4**). Sau după mutarea a 33-a (vezi figura nr. 10.17), albul nu putea juca **e5—f4** cu blocarea sigură a piesei de la **g3**, căci înainte de aceasta ar fi fost încercuită piesa **f4** prin **d6—e5** (**—f4**). Ş.a.m.d.

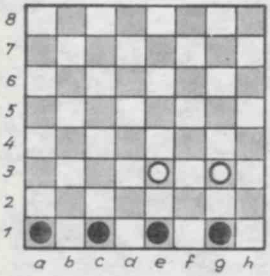


Fig. 10.15

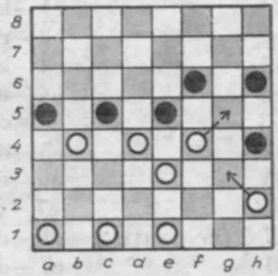


Fig. 10.16

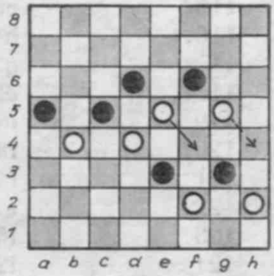


Fig. 10.17

10.8

Există poziţii pe tabla de joc, în care o piesă care nu se mişcă nu poate fi blocată de adversar. Care sînt acestea?

10.9

La fel, două piese imobile pot fi plasate astfel ca oricîte forţe adverse să nu le poată încercui. Cum?

Un studiu mai facil, şi foarte util în practica jocului, prezintă finalurile. Înţelegem prin final acea fază a jocului în care forţele s-au dezechilibrat sensibil şi poziţia la care s-a ajuns permite ca pe parcursul a cîteva mutări să se hotărească rezultatul jocului.

Vom începe analiza de la simplu la complex; adică vom analiza mai întîi cazurile cu mai puţine piese. La raportul de piese 2—1 este evident că cele două piese nu vor putea bloca piesa adversă. Fac excepţie cîteva cazuri cu totul particulare, de exemplu poziţia din figura nr. 10.18, în care, urmează să mute albul.

	ALB	NEGRU
1.	**c7—b6**	**a7—b8**
2.	**d6—c7**	**b8—a7**
3.	**c7—b8** (—**a7**) Albul cîştigă cu scorul de 2—0.	

Situaţia se prezintă la fel la raportul de 3—1; şi în acest caz, într-o poziţie şi la un joc corect la jucătorului în inferioritate, acesta nu poate pierde piesa respectivă. Pentru a nu fi forţată să ajungă în colţul **a1** sau **h8**, (singurele poziţii în care trei piese pot bloca o alta) aceasta nu va părăsi suprafaţa de mijloc (vezi pătrăţelele marcate în figura nr. 10.19). Este drept că şi în acest caz există poziţii particulare, care însă pot fi evitate. De exemplu: în poziţia din figura nr. 10.20, cu toate că urmează să mute negrul, acesta nu se poate salva.

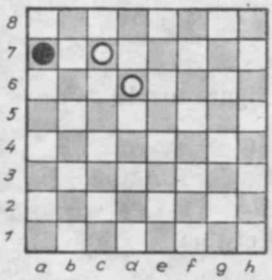


Fig. 10.18

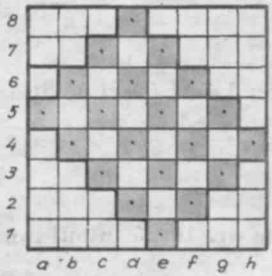


Fig. 10.19

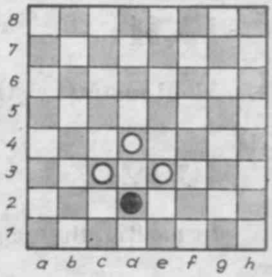


Fig. 10.20

La raportul de 4—1, cele 4 piese reuşesc să blocheze piesa izolată.

Orice raport mai mic ridică probleme serioase de blocare a pieselor în inferioritate. La un joc corect al jucătorului în inferioritate acest lucru nu este posibil, dar ... întreg jocul urmăreşte „fisura„ în atenţia adversarului!

10.10

În poziţia din figura nr. 10.21, albul mută şi blochează singura piesă neagră! (15 mutări).

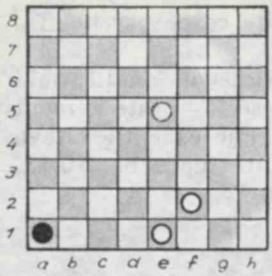


Fig. 10.21

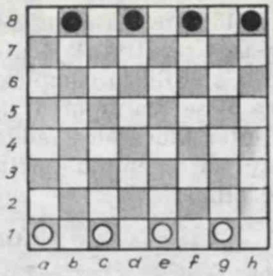


Fig. 10.22

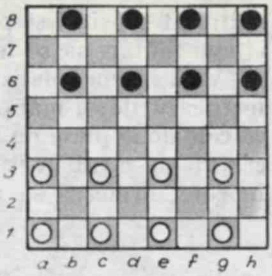


Fig. 10.23

O variantă a jocului — mai aridă şi care reclamă o tenacitate sporită a jucătorilor — este „războiul în 4". Totul se desfăşoară identic, cu excepţia numărului de piese iniţiale (vezi figura nr. 10.22).

În figura nr. 10.23 este ilustrată o variantă de dispunere iniţială a pieselor, care elimină piesele blocate din start.

Tot ca o variantă a jocului, vă sugerăm ... „antirăzboiul", adică jocul în care se „inversează" ideea de bază a jocului şi fiecare jucător va acţiona astfel ca adversarul să-i încercuiască cît mai multe piese.

În încheiere, probleme pentru „studiul individual":

10.11

Albul mută şi cîştigă cu 5—0! (vezi poziţia din figura nr. 10.24).

10.12

În poziţia din diagrama nr. 10.25, albul mută şi cîştigă.

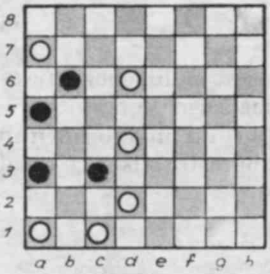


Fig. 10.24

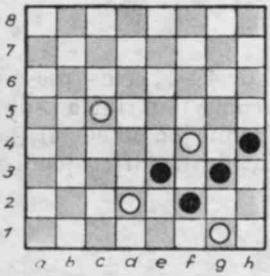


Fig. 10.25

SOLUŢIILE PROBLEMELOR

10.1	ALB	NEGRU
1.	**a5—b6** sau	
1.	**c5—b6**	**a7—b8**
2.	**b6—c7**	**b8—a7**
3.	**... —b6**	**a7—b8**
4.	**b6—a7 (—b8)**	

10.2 Prin mutarea unei piese se pot bloca în caz extrem (maximum) trei piese. Orice pătrăţel de pe tabla de joc poate avea maximum patru legături cu alte pătrăţele vecine. Prin mutarea piesei în acest pătrăţel analizat se închid legăturile a trei dintre pătrăţelele vecine, iar al patrulea rămîne liber! (vezi figura nr. 10.26).

10.3	ALB	NEGRU
1.	**b2—a3**	**c7—d6**
2.	**f2—e3**	**g7—h6**

(vezi figura nr. 10.27)

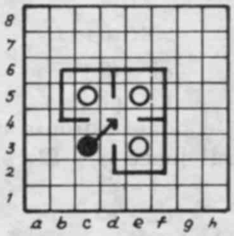


Fig. 10.26

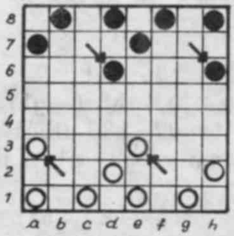


Fig. 10.27

10.4	ALB	NEGRU
1.	**h4—g5 !**	**h6—g7**
2.	**c3—d4**	**g7—f8**
3.	**d4—e5 !**	**f8—e7**
4.	**g5—f6**	**e7—d8**
5.	**d6—c7**	**d8—e7**
6.	**e5—d6**	**e7—f8**
7.	**d6—e7**	**f8—g7**
8.	**c7—d6 !**	**g7—h6**
9.	**f6—g5**	**h6—g7**
10.	**e7—f6**	**g7—f8**
11.	**d6—e7**	**f8—g7**

12.	**e7–f8**	**g7–h6**
13.	**f8–g7 (–h6)**	

10.5	ALB	NEGRU
1.	**d8–e7**	**b8–a7**
2.	**e7–b6 !**	**a7–b8**
3.	**e5–d6**	**b8–c7**
4.	**f4–g5**	**c7–d8**
5.	**b6–c7**	**d8–e7**
6.	**g5–f6**	**e7–f8**

7. ... 13 vezi rezolvarea problemei 10.4.

10.6	ALB	NEGRU
1.	**e5–f6**	**g7–h6**
2.	**f6–g5**	**h6–g7**
3.	**c5–d6**	**g7–f8**
4.	**d4–e5 !**	**f8–e7**
5.	**g5–f8**	**e7–d8**
6.	**d6–e7**	**d8–e7**

7. ... (14) vezi (6) ... (13) de la problema 10.4.

10.7 – Nu, albul nu reuşeşte să egaleze pe negru, dar va reduce simţitor scorul, pînă la 1–2 (mai bine decît 2–3).

	ALB	NEGRU
1.	**e3–d2 !**	**e1–f2 !**
2.	**g3–h2 (–g1)**	**f2–g3 !**

3. **d2–e3 !** albul nu se poate apropia de colţul **a1** cu piesa de la **h2** deoarece **g2–g1** şi negrul joacă **g3–f2**, ş.a.m.d.

3.	...	**e1–d2 !**
4.	**e3–b2 (–a1)**	**d2–e3**

şi negrul reuşeşte să închidă piesa de la **h2**

5.	**h2–g1**	**e3–f2**
6.	**g1–h2**	**f2–g1 (–h2)**

Scor final 2–1 pentru negru.

10.8 – **b2** şi **g7** (vezi figura nr. 10.28)

10.9 – Exceptînd cazul anterior, două piese care nu trebuie să mute, pot rezista atacurilor adverse atunci cînd ocupă două pătrate alăturate pe una dintre cele patru linii marcate în figura nr. 10.29

10.10	ALB	NEGRU
1.	**e1–d2 !**	**a1–b2**
2.	**d2–c3**	**b2–a3**
3.	**c3–b4**	**a3–b2**
4.	**e5–d4**	**b2–c1**
5.	**f2–e3 !**	**c1–d2**
6.	**b4–c3**	**d2–e1**

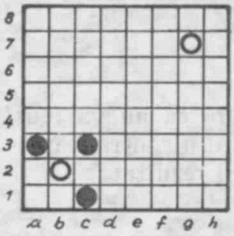


Fig. 10.28

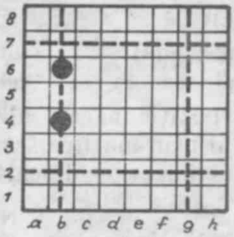


Fig. 10.29

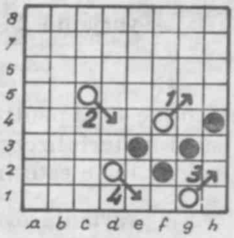


Fig. 10.30

7.	e3 – f2	e1 – d2
8.	d4 – e3	d2 – c1
9.	e3 – d2 !	c1 – b2
10.	f2 – e3 !	b2 – a3
11.	c3 – b4	a3 – b2
12.	d2 – c3	b2 – c1
13.	e3 – d2	c1 – b2
14.	d2 – c1	b2 – a3
15.	c1 – b2 (– a3)	

10.11	ALB	NEGRU
1.	a1 – b2 (c1) ! sau	
	c1 – b2 (– a1)	b6 – c7
2.	a7 – b6	c7 – d8
3.	d6 – c5	a5 – b4 (– a3; – c3), sau
		a3 – b4 (– a5; – c3), sau
		c3 – b4 (– a3; – a5),
4.	d4 – c3	d8 – c7
5.	b2 – a3	c7 – d6
6.	b6 – a5 (– b4) ... şi albul cîştigă cu 5 – 0.	

10.12 — La prima mutare, albul are posibilitatea de a închide oricare dintre cele patru piese negre; şi el va trebui să fructifice acest avans! Totuşi, nu este indiferent care dintre piesele negre va fi blocată mai întîi. Să numerotăm cele 4 variante aşa cum se indică în figura nr. 10.30 şi să le analizăm pe rînd

— **varianta 1.**	ALB	NEGRU
1.	f4 – g5 (– h4)	g3 – h2 (– g1)

Scor de egalitate, (3 – 3) şi poziţie în care albul nu are şanse evidente de cîştig.

— **varianta 2.**	ALB	NEGRU
1.	c5 – d4 (– e3)	g3 – h2 (– g1)

cu observaţiile de la varianta 1.

— varianta 3.	ALB	NEGRU
1.	**g1 — h2 (— g3)**	**e3 — d4**
2.	**h2 — g3**	**h4 — g5.**

Scor de 4 — 3 pentru alb și o poziție în care albul se pare că nu va reuși să-și materializeze avantajul prin mărirea scorului, ... din contră, raportul de forțe este încă neconcludent — deschis oricărui rezultat.

— varianta 4.	ALB	NEGRU
1.	**d2 — e1**	**e3 — d2 !**
2.	**f4 — g5 (— g4)**	**g3 — f2 (— e1)**

Scor de 3 — 2 pentru alb, și o poziție în care se poate considera că acesta este rezultatul final.

În toate variantele s-a luat în considerare cel mai bun răspuns al negrului. Așa de pildă, în variantele 1 — 3 negrul avea și alte mutări, dar mai slabe care ar fi condus la rezultate de 4 — 1; 4 — 2 sau 3 — 2 pentru alb. În varianta 4, aceea care va trebui să o joace albul, negrul poate juca: **g3 — f2**; **g3 — h2**; **e3 — f2**; **e3 — d4**; toate, variante în care scorul este favorabil albului cu 4 — 2; sau:

	ALB	NEGRU
1.	**d2 — e1 (— f2)**	**h4 — g5 !**
2.	orice mutare cu piesa **c5**	**e3 — d2 !**
3.	**e1 — f2**	**g3 — h2 (— g1)**

4. **f4 — g3**, cu care albul amenință piesa de la **h2** și stabilește scorul de 3 — 2 (vezi figura nr. 10.31).

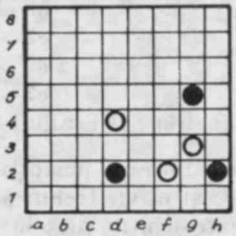


Fig. 10.31

RELIEF LOGIC

Orice gen de amuzamente logice, orice joc de divertisment, se bazează pe un fenomen, un fapt, un lucru concret din natură, din viaţa, munca, ori cunoştinţele omului. Problemele raţionale, logice pe care vi le propun în cele ce urmează — făcînd parte dintr-un gen oarecum nou — vizează sferele noţiunilor de geografie fizică, cartografie, geometrie în spaţiu şi indispensabila logică. Aşadar, dacă ar fi să reprezint grafic plasamentul unui asemenea joc — exerciţiu de gîndire — el ar fi în interiorul unui tetraedru ca şi cel ilustrat în figura nr. 11.1.

Aceste legături din care se inspiră jocurile noastre de acum, nu sînt noi; ba unele dintre ele sînt chiar dintre cele mai vechi preocupări ale omului raţional. Harta, de exemplu, noţiune cu care vom opera pe parcursul capitolului, îşi pierde originea cu milenii în urmă. Apoi, legătura aceasta între om şi spaţiu, om şi natură, care în ultimă instanţă este şi o legătură între om şi mediul înconjurător — reprezentat în principal de relief — a căpătat deja un caracter conştient, de obişnuit, intim, cotidian.

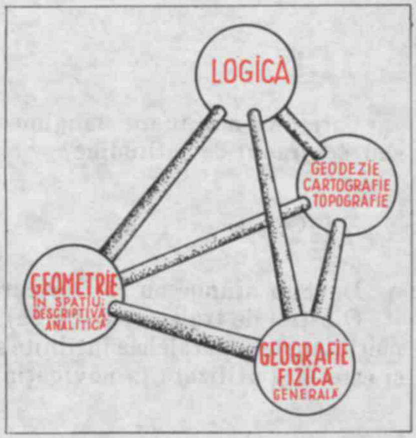


Fig. 11.1

Nici geografia, ca şi matematica, nu a fost şi nu este agreată de toţi cititorii, dar tocmai aici, tocmai în acest „punct slab" mi-am propus să acţionez, respectiv să vă captez atenţia şi interesul, prin dezvăluirea unor aspecte inedite, prin scoaterea la suprafaţă a unor probleme a căror rezolvare poate fi confundată cu o joacă.

Cît despre topografie, cartografie şi chiar geodezie, acestea nu mai sînt un secret al specialiştilor, căci astăzi oricine a făcut o drumeţie, cu harta şi busola în mînă, pe trasee turistice, orice şofer are la bordul maşinii sale o hartă şi foarte multe materiale din publicaţiile şi lucrările pe care le cercetăm fac apel la hărţi, schiţe, planuri topografice etc. Cine nu a văzut cum măsoară topografii terenul, fie şi numai pe stradă, ori pe terenul unde acum e ridicat un nou cartier de blocuri? Cine nu a auzit de aerofotogrametrie, ori nu ştie că nu numai Globul Pămîntesc, dar şi Luna, nu mai au locuri care să nu fie cartografiate din sateliţi şi nave spaţiale?

Chiar aşa stînd lucrurile, vom reaminti, ori de cîte ori va fi necesar, noţiunile de bază care să ne ajute ca exerciţiile propuse să fie cît mai mult încercări a raţionamentului logic, a puterii de interpretare a desenului, a imaginaţiei şi vederii în spaţiu şi nu o rezolvare a unor probleme de strictă specialitate geografică, topografică etc.

În încercările mele de a găsi aspectele amuzante, uneori paradoxale, dar în primul rînd raţionale, din spaţiul „reliefului logic" voi pleca de la macro-forme spre micro-forme. Primul investigat va fi Globul Pămîntesc, acest corp cu extrem de complicata sa formă de „geoid". Vom conveni ca în mod simplist, să vorbim despre forma sa ca despre o sferă, brăzdată de meridiane şi paralele, cu cei doi poli (geografici-Nord şi Sud) şi egal depărtatul de aceştia Cercul Ecuatorial. Paralelele stabilesc latitudinea locului (nordică sau sudică), iar meridianele longitudinea sa (estică sau vestică). Pentru a putea răspunde la întrebările următoare nu trebuie să ştim nimic mai mult, şi totuşi...

11.1

Care este mai mare, lungimea arcului întins de gradul de longitudine sau de gradul de latitudine?

11.2

Unde ar ajunge un călător care ar merge mereu spre Nord-Est?

O astfel de traiectorie (curbă) pe suprafaţa pămîntului, care taie toate meridianele şi paralelele întîlnite sub acelaşi unghi, se numeşte loxodromă şi este larg utilizată în navigaţia maritimă. Şi dacă am ajuns aici...

11.3

Ce părere aveţi care este cel mai scurt drum între Capul Bunei Speranţe şi extremitatea sudică a Australiei (pe schiţa din figura nr. 11.2 rutele A; B şi C)?

Această linie de minimă lungime între două puncte de pe Globul Pămîntesc se numeşte ortodromă, iar răspunsul corect la întrebarea de mai sus se poate afla foarte simplu cu o bucățică de ață întinsă pe globul didactic care-l păstrează pe masă elevii, întru amintirea orelor de geografie! (Ortodroma este porțiunea din cercul mare al sferei care trece prin cele două puncte).

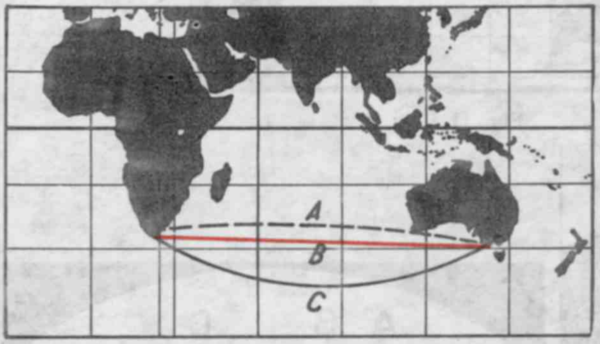


Fig. 11.2

Fig. 11.3

Reprezentarea pe hartă, deci în plan, a suprafeței terestre nu este o treabă ușoară și nici prin cele mai moderne și perfecționate metode ea nu se poate face fără a se introduce deformări. Este știut că orice parte dintr-o suprafață sferică nu poate fi desfășurată în plan fără cute și tăieturi. Una din primele metode de realizare a plani-globului, proiecția Mercator, se bazează pe o interesantă proprietate cunoscută încă de la Arhimede. O sferă înscrisă într-un cilindru drept are aceeași arie ca și aria laterală a cilindrului (figura nr. 11.3). Într-adevăr: suprafața sferei $4\pi R = 2\pi R \times 2R = 4\pi R$, suprafața laterală a cilindrului. De aici, posibilitatea de a face ca, printr-o proiecție, fiecărui punct de pe sferă să-i corespundă un punct pe laterala cilindrului. Tăind apoi cilindrul după o generatoare și desfășurîndu-l în plan obținem o hartă care păstrează mărimea ariilor diferitelor continente, mări, țări, și are paralelele și meridianele reprezentate prin linii drepte, într-o rețea rectangulară (figura nr. 11.4). În proiecția Mercator deformațiile datorate proiecției sînt cu atît mai mari cu cît ne depărtăm de ecuator.

Dar să coborîm acum din „nava spațială" pe suprafața Pămîntului!

11.4

Ne apropiem cu mașina de un defileu (figura nr. 11.5). În fața noastră se disting bine trei vîrfuri (A; B și C). Care dintre acestea este mai înalt?

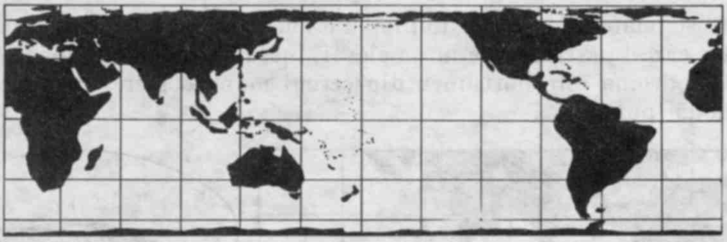


Fig. 11.4

Fig. 11.5

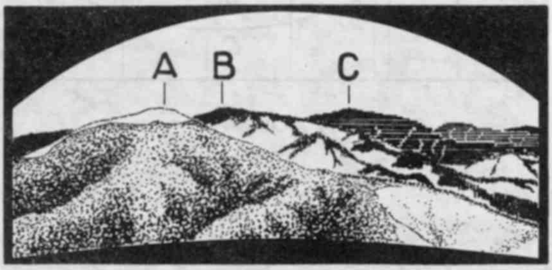


Fig. 11.6

11.5

Din planorul cu care pluteam deasupra depresiunii vedeam în zare şirul de munţi care „îmi dădea ocol". Distingeam clar vîrfurile A; B şi C, cunoşteam numele şi altitudinea, numai că aveam o mică ezitare: le vedeam pe toate trei la fel de înalte !? (figura nr. 11.6) Altimetrul sensibil, de la bordul planorului îmi indica exact altitudinea vîrfului C.

Care dintre aceste trei vîrfuri este totuşi mai înalt?

Vorbeam la început de o „logică" a reliefului, de o anumită ordine statuată prin cîteva principii şi reguli valabile pentru întreg relieful pămîntesc. Prima dintre acestea ar fi continuitatea suprafeţei terestre faptul că relieful este continuu; fără întreruperi; el se închide în orice direcţie pe Globul Pămîntesc. Desigur, aici am în vedere şi oglinda imensă a oceanelor şi mărilor, ori relieful submarin care leagă între ele suprafeţele de uscat. Spunem că relieful este „continuu" şi pentru că pe verticală el prezintă invariabila alternanţă de urcuş şi coborîş (oricît de mare ar fi urcuşul, după el urmează implacabil un coborîş, şi invers), iar pe orizontală, aceeaşi obligatorie consecutivitate a dealului cu valea, după care urmează un nou deal şi o nouă vale ş.a.m.d. Orice curbă de

Fig. 11.7

Fig. 11.8

nivel este o linie continuă închisă. Nu există curbe de nivel deschise (cu capetele libere) chiar dacă pe anumite porțiuni de teren (hartă) ele rămîn deschise, undeva, departe, după ce fac ocolul continentului ele se închid. Există și cazuri extreme: avenele, peșterile, crevasele, abrupturile stîncoase, rîpele etc. pentru care deși ar fi posibilă o reprezentare prin curbe de nivel (dificilă) se preferă semnele convenționale, care întrerup pe unele porțiuni curbele de nivel.

Dar poate e util să ne reamintim cîteva noțiuni legate de curbele de nivel — liniile care unesc punctele de aceeași altitudine. Distanța egală între două plane orizontale (mai precis: sfere concentrice) cu care se secționează (imaginar) relieful pentru a se obține două curbe de nivel vecine, adică diferențele egale de altitudine între punctele a două curbe de nivel consecutive, se numește echidistanță. De regulă aceasta este de: 2,5 m; 5 m; 10 m; 20 m; sau 50 m, în funcție de scara hărții și de natura reliefului din zonă. În figura nr. 11.7 se poate vedea modul de reprezentare prin curbe de nivel al unui deal cu formă aproape de con. Curba mai largă s-a obținut prin secționarea dealului la bază, iar cea mai mică, prin secționarea lui în apropierea vîrfului. Oare nu poate fi aceasta și reprezentarea unei doline, a unei adîncituri (găvan, pîlnie, ponor etc.)? Răspunsul este afirmativ! Pentru a se înlătura această posibilitate de interpretare diferită a unei hărți, la curbele de nivel se atașează, așa-zisele „indicatoare de pantă" (fig. 11.8) — mici liniuțe perpendiculare pe curbă, care indică partea în care terenul coboară. În felul acesta este clar că în figura nr. 11.8 a avem de-a face cu un mamelon (vîrful dealului, o mică ridicătură de teren), iar în figura nr. 11.8 b este reprezentată o dolină, în care apa se strînge.

Fără aceste indicatoare de pantă (și fără nici un alt indiciu) nu se pot interpreta sigur (în mod cert) porțiunile mici de hartă. De exemplu, forma de relief din figura nr. 11.9 poate fi o vale care coboară de la dreapta spre stînga, dar şi un bot de deal, care coboară de la stînga spre dreapta ...

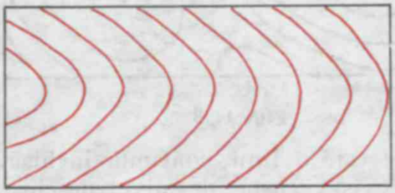


Fig. 11.9

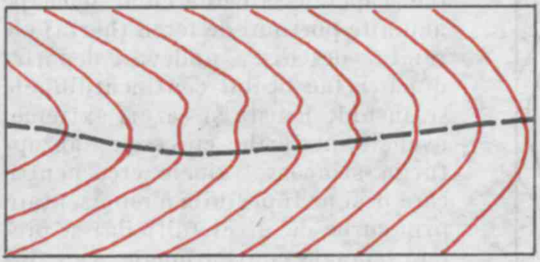


Fig. 11.10


Fig. 11.12 – 11.13

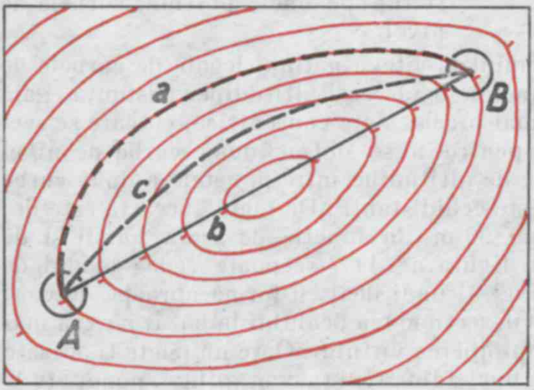


Fig. 11.11

11.6

Aceluiaşi relief din figura 11.9 i se pot da şi alte interpretări! Găsiţi-le dumneavoastră!

Obişnuit, pe hărţi, se notează cu linie întreruptă drumurile de căruţă (sau drumurile de mai mică importanţă) şi văile seci. În exerciţiul care urmează este vorba de un drum.

11.7

Priviţi fragmentul de hartă din figura nr. 11.10. Pe tot parcursul ei linia întreruptă urmăreşte o aceeaşi formă de relief. Este aceasta o vîlcea (o vale) sau o creastă (un bot de deal)?

11.8

Să presupunem că ne aflăm în punctul A marcat pe schiţa din figura nr. 11.11 şi trebuie să ajungem în punctul B.

Care este cel mai scurt drum între punctele A şi B? Vom merge pe curbă de nivel (a), vom merge pe creastă (b), ori vom alege un drum intermediar (c)?

Precizez că nu este vorba de durata minimă (pentru care ar trebui să cunoaştem şi diferitele viteze de înaintare) nici de efortul minim (care depinde şi de caracteristicile fiziologice), ci pur şi simplu de lungimea minimă efectiv parcursă. Totuşi, nu vă pripiţi să răspundeţi, problema este ceva mai complicată decît pare la prima vedere!

O altă „regulă de aur" a reliefului este aceea că suprafaţa sa este intersectată de verticala locului într-un singur punct. Înseamnă că în acelaşi loc, pe hartă (care este o proiecţie prin verticale a tuturor punctelor de pe suprafaţa reliefului), nu pot fi două sau mai multe altitudini diferite. Aceasta ne conduce la o altă concluzie foarte importantă: curbele de nivel nu se intersectează! Ele se pot apropia sau depărta unele faţă de altele oricît de mult, dar nu se întretaie niciodată. Cu cît curbele de nivel, de pe hartă, sînt mai apropiate, cu atît pantele în acea zonă a terenului sînt mai mari, şi în opoziţie, cu cît ele sînt mai depărtate cu atît este mai lin, mai domol. Ne reamintim şi de această dată dictonul latin: „Nula regula sine exceptione". („E nulă regula fără excepţie") şi de îndată găsim şi o excepţie: surplomba — porţiunea de teren (stîncos) ieşit mai în afară decît baza de susţinere a ei (figura nr. 11.12). În cazul surplombei curbele de nivel se întretaie (fig. 11.13), numai că atît geografii, cît şi alpiniştii folosesc pentru notarea surplombelor pe hărţi semne convenţionale.

Şi în sfîrşit, aceea care face cu adevărat ordine în tot relieful este apa! Bogata reţea hidrografică de suprafaţă subliniază, accentuează, delimitează, facilitează interpretarea şi „dă un sens" oricărei porţiuni din relief — „sensul de curgere a apei". Să nu uităm că apa este un factor principal în însăşi formarea reliefului şi deci nici nu este de mirare că prin intermediul ei pătrundem şi dezlegăm mai uşor orice enigmă a hărţii, a reliefului. Este în aceasta, implicit cuprinsă, şi zeloasa supunere a apei faţă de ordinea introdusă de gravitaţie.

Cîteva exemple urmează, dar pentru aceasta trebuie să ne reamintim semnele convenţionale din figura nr. 11.11.

Fig. 11.14

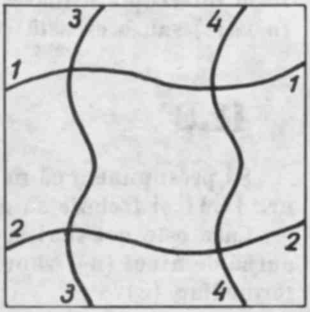


Fig. 11.15

11.9

Un mic fragment de hartă mărit de multe ori este redat în figura nr. 11.15. În mod intenţionat şi curbele de nivel şi pîraiele s-au figurat cu aceeaşi grosime de linie. Dumneavoastră trebuie să precizaţi care dintre liniile 1 ... 4 sînt curbe de nivel şi care pîraie?!

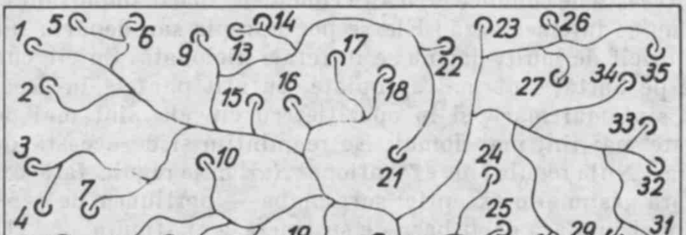


Fig. 11.16

11.10

Dacă se consideră că firele de vale (pîraiele) din schiţa nr. 11.16 au aceeaşi pantă (înclinaţie constantă-gradient hidraulic constant); puteţi spune care dintre izvoare este la altitudine mai mare?

Pe toate fragmentele de hartă prezentate sensul de curgere a apei din izvoarele figurate vă ajută să stabiliţi pantele terenului; să interpretaţi relieful.

11.11

În fiecare din schițele ilustrate în figura nr. 11.17a – c se vede cîte o singură vale.

Arătați care sînt aceste trei văi!

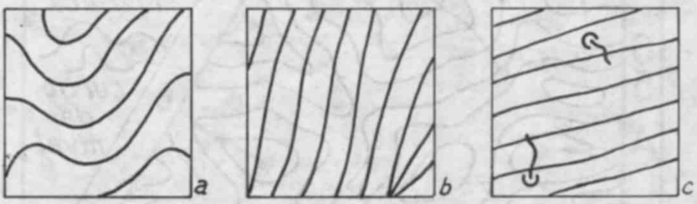


Fig. 11.17

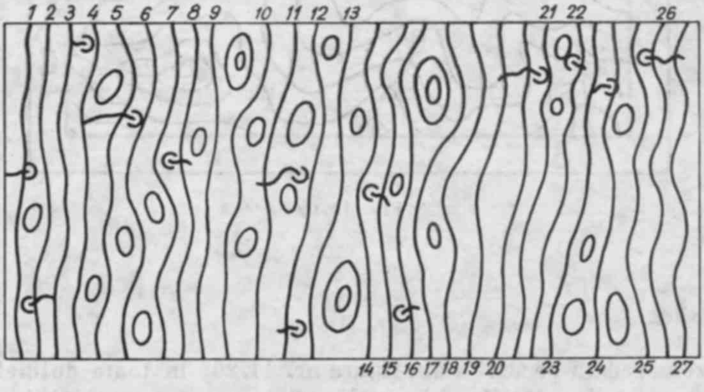


Fig. 11.18

11.12

Pe fragmentul de hartă din figura nr. 11.18 se observă și două insule (ostroave) în albie de rîu nepasabil. Indicați care sînt acestea! Care este cel mai înalt punct din zonă?

11.13

În fragmentul de hartă din figura nr. 11.19 se disting trei ponoare cu sorburi în care „se pierd“ în subteran trei fire de apă: A;B și C. Apele din cele trei pîrîiașe ies la suprafață prin trei izvoare (din cele 6). Admițînd că cele trei fire de apă nu au confluențe (întîlniri) subterane, precizați care sorb are legătură cu care izvor!?

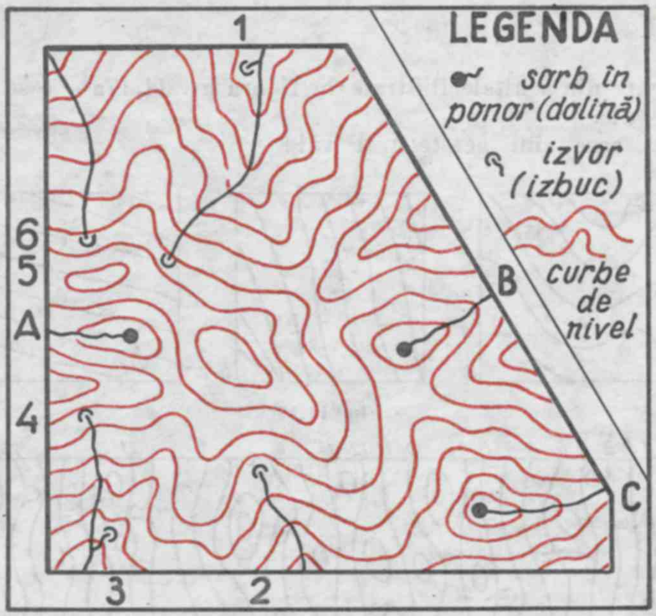


Fig. 11.19

11.14

În zona redată pe schiţa din figura nr. 11.20, în toate dolinele (găvanele, depresiunile, pîlniile ...) s-au format lacuri. Interpretaţi şi completaţi schiţa prin colorarea în albastru a suprafeţei lacurilor. Aţi găsit 3 asemenea lacuri?

Rămînem în continuare în spaţiul interior tetraedrului pe care l-am definit iniţial, dar să ne apropiem acum şi de vîrful său: geometrie în spaţiu. Probabil că la baza abstractizărilor pe care le-a operat matematica în disciplinele de geometrie spaţială ajungînd la multiplele suprafeţe riglate, de rotaţie, desfăşurabile sau nedesfăşurabile în plan, a avut ca modele şi formele de relief. Oare nu este cîmpia netedă întinsă, ori oglinda unui lac, asimilabilă cu **planul** (fig. 11.21); sau pentru cei care doresc să fie mai precişi, cu **calota sferică** (fig. 11.22)? Ei bine, analog vom privi valea cu versanţii săi ca pe un **diedru** (fig. 11.23), sau ca pe o suprafaţă **elicoidală cilindrică** (fig. 11.24), iar dealul, vîrful muntelui ca pe un **con** (fig. 11.25) o **calotă sferică** sau **o calotă elipsoidală** (fig. 11.26), alteori ca pe un **paraboloid de rotaţie** (fig. 11.27), ori ca pe o **piramidă** (fig. 11.28). Pentru un cunoscător al feluritelor suprafeţe pe care le

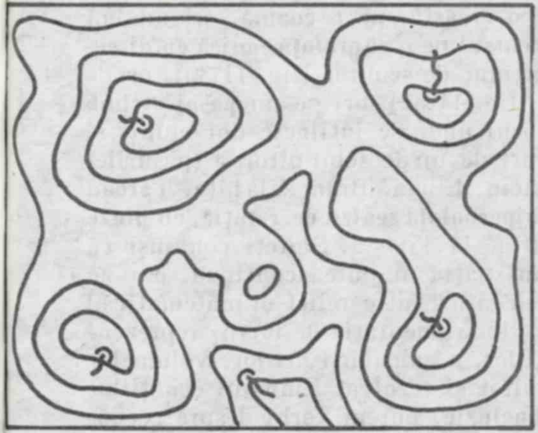


Fig. 11.20

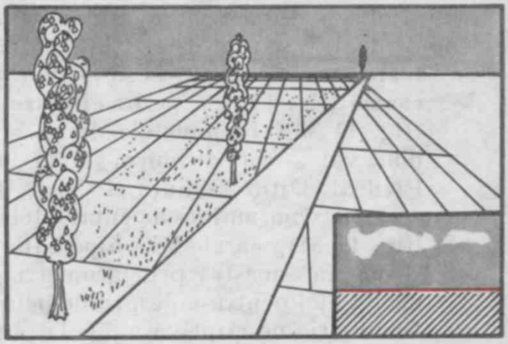


Fig. 11.21

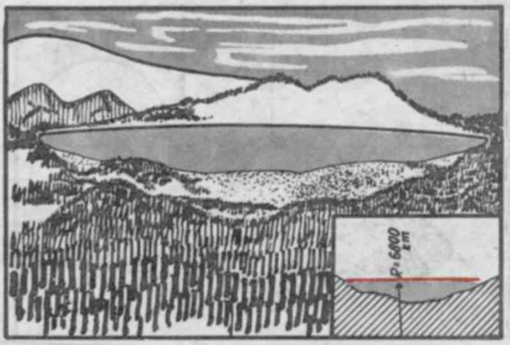


Fig. 11.22

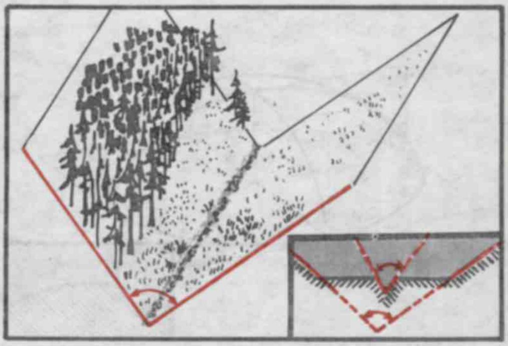


Fig. 11.23

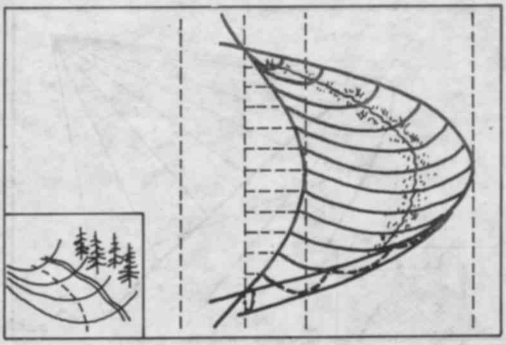


Fig. 11.24

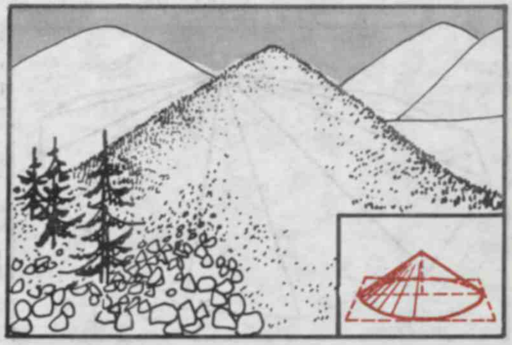


Fig. 11.25

studiază geometria, o drumeţie pe o creastă, pe o coamă, ori un bot de deal, este uşor asimilabilă cu parcursul pe o **suprafaţă conică cu directoare parabolică** (fig. 11.29), pe o porţiune de **semitor** (fig. 11.30), ori de **conoid** (fig. 11.31), pe un **cilindroid** (fig. 11.32), ori pe un **pasaj strîmb** (fig. 11.33). În punctele de şa — locul unde se întîlnesc doi munţi şi două văi — care de obicei sînt şi locuri de un deosebit pitoresc (pasurile: Predeal, Oituz, Tihuţa, Prislop, Bucin, Liban, Bran, Vlăhiţa, Tarcău etc) ne vom aminti de suprafeţele **hiperboloid scalen de rotaţie, cu pînze** (fig. 11.34), **paraboloid hiperbolic** (fig. 11.35) ş.a. Sînteţi convinşi că „excursia" noastră prin geometria în spaţiu ar putea continua, dar ne oprim aici pentru a desprinde prime legături între relief şi matematică! Geometria descriptivă a pus la punct instrumentaţia de lucru, reprezentarea oricărei suprafeţe, a intersecţiilor, a calculării ariilor, volumelor etc. iar geometria analitică a dezvoltat şi rezolvat limbajul ecuaţiilor pentru toate aceste probleme. În concluzie, putem vorbi despre „ecuaţia unui deal", a unei creste şi de ce nu, de extrem de complicata

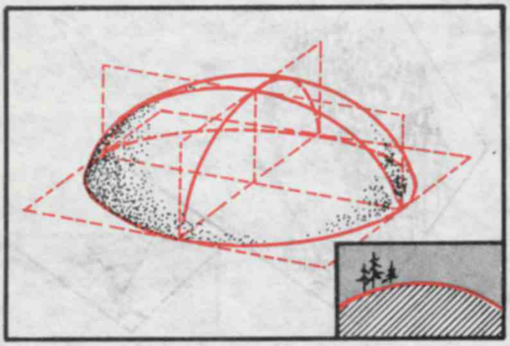


Fig. 11.26

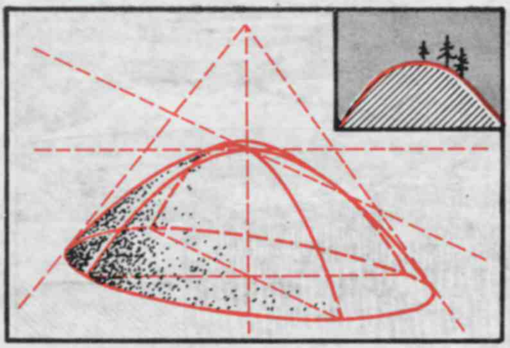


Fig. 11.27

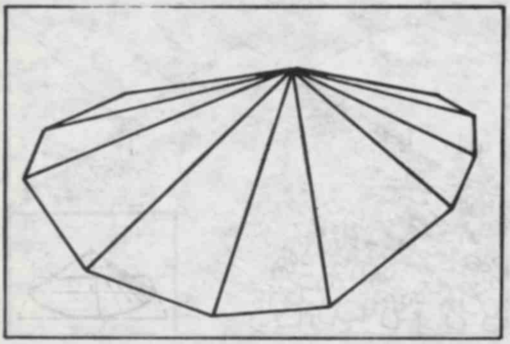


Fig. 11.28

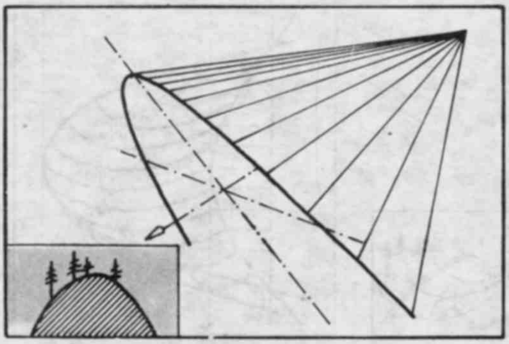


Fig. 11.29

ecuaţie a unei porţiuni de teren. Geometria descriptivă ne-a pus la dispoziţie mai multe metode de construcţie a imaginii perspective. Relieful este strîns legat de reprezentarea perspectivă, căci şi atunci cînd privim

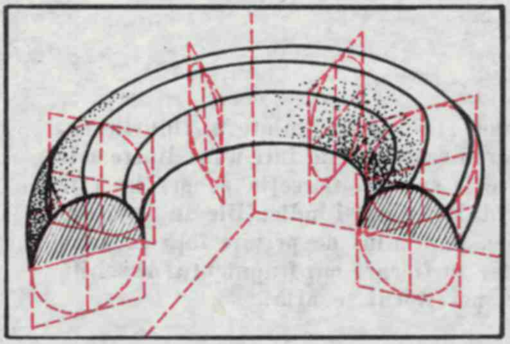


Fig. 11.30

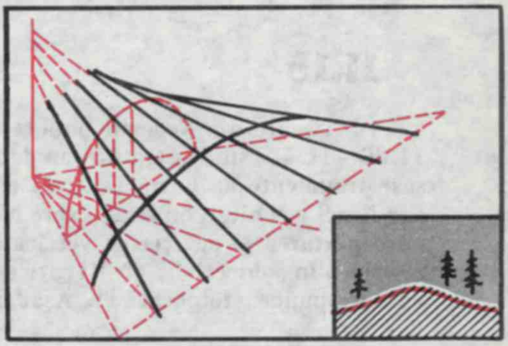


Fig. 11.31

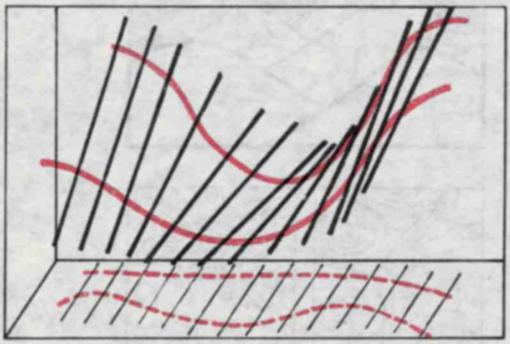


Fig. 11.32

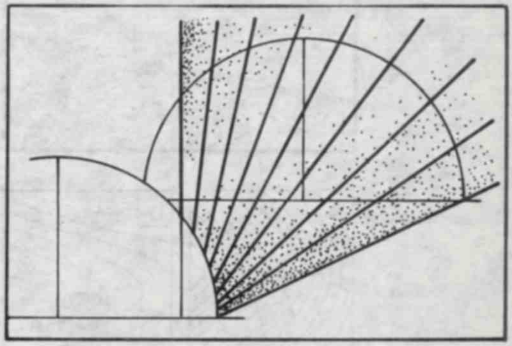


Fig. 11.33

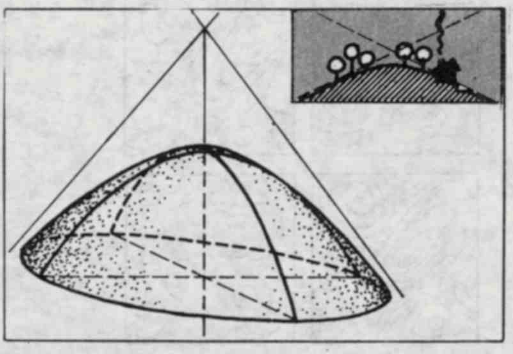


Fig. 11.34

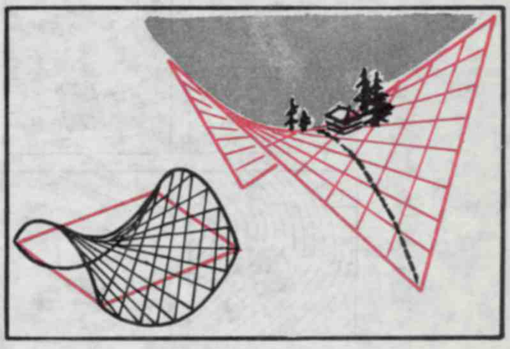


Fig. 11.35

o reprezentare convenţională a reliefului pe hartă, imaginaţia noastră analizează şi compune imaginea perspectivă a lui. Din acest punct de vedere, lucrul cu harta contribuie esenţial la formarea şi dezvoltarea simţului de „vedere în spaţiu“ (vizualizare structurală).

11.15

În fiecare din vederile panoramice (I—VI) prezentate în figurile nr. 11.36—11.41 este ilustrată zona de teren reprezentată într-unul dintre cele şase fragmente de hartă (a ... f) care le succed. Direcţia de privire este axa N—S a schiţei, cu sensul spre Nord. Folosind şi indicaţiile în legătură cu depărtarea şi poziţia pe verticală a punctului de privire faţă de zona cuprinsă în „obiectiv“, găsiţi care este, în fiecare caz fragmentul de schiţă ce corespunde „fotografiei“. Aşadar, privitorul se află:

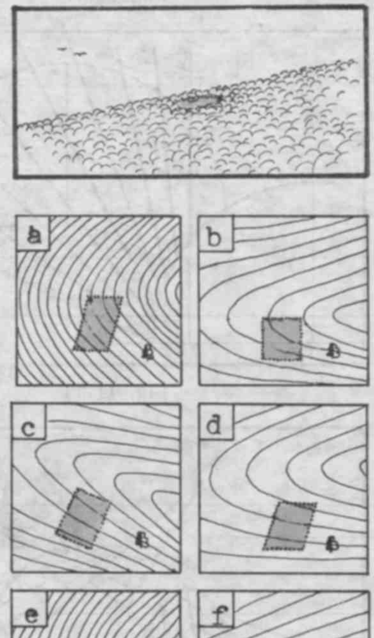


Fig. 11.36

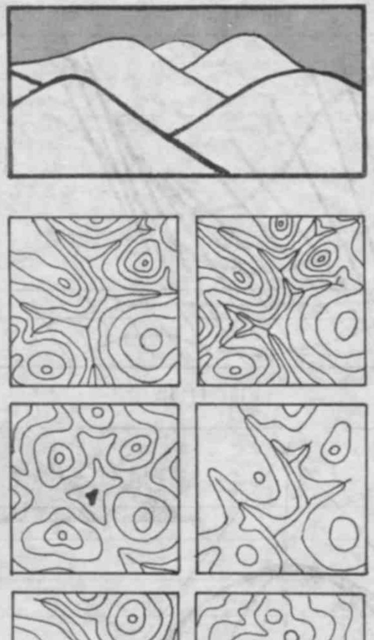


Fig. 11.37

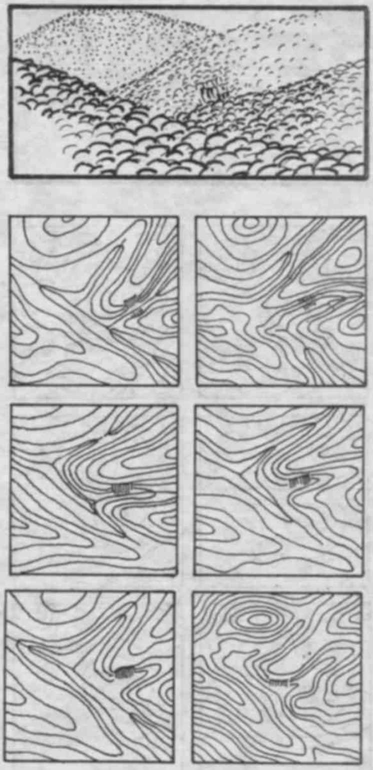


Fig. 11.38

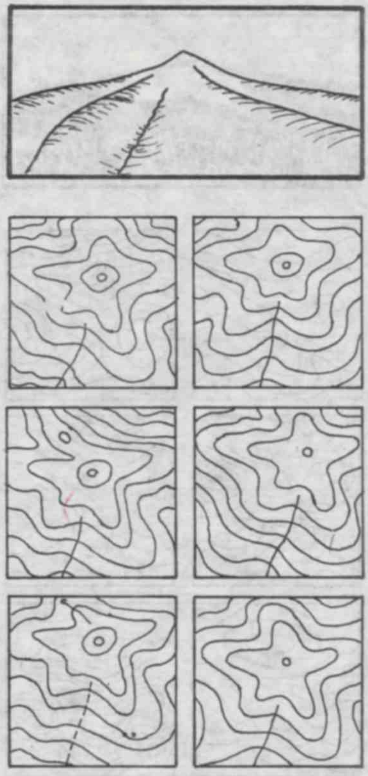


Fig. 11.39

I — la nivelul lizierei de sus al poienii,

II — la nivelul cotelor din prim plan,

III — cu puţin peste altitudinea crestei prelungi din primplan,

IV — în teren la o cotă puţin sub cel mai înalt punct,

V şi VI — în depărtare.

Cu mai mulţi ani în urmă eram bine angrenat în problemele uneia dintre cele mai frumoase şi utile discipline sportive — orientarea turistică. Într-un concurs de orientare sportivă primeşti la plecare pe traseu o hartă cu cîteva posturi de control marcate prin cerculeţe — repere din teren — pe care trebuie să le atingi în cel mai scurt timp. Orientarea în teren se face cu ajutorul busolei şi presupune rezolvarea a multe probleme de genul acesteia care urmează:

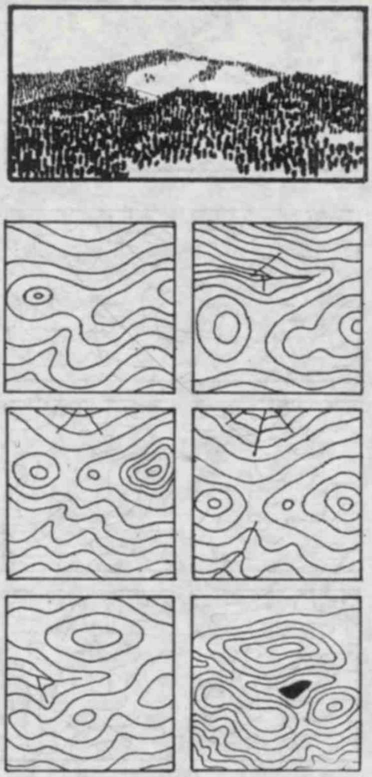


Fig. 11.40

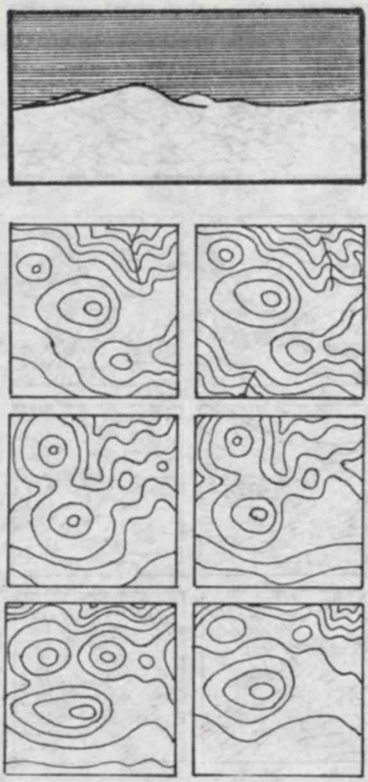


Fig. 11.41

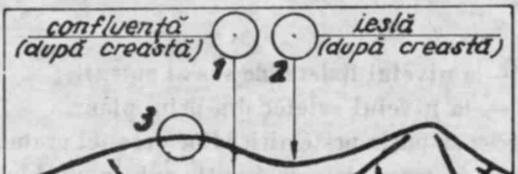


Fig. 11.42

11.16

Într-o perspectivă dintr-o direcție oarecare (figura 11.42), a zonei redată pe harta din fig. 11.43, sînt marcate șapte posturi de control: 1 — confluență de văi; 2 — ieslă (hrănitoare pentru căprioare); 3 — cotă (vîrf) 4 — cot de drum; 5 — în șa; 6 — izvor; 7 — bornă silvică.

Indicaţi poziţia acestor posturi de control prin încercuirea reperului respectiv de pe hartă!

Cea mai importantă caracteristică a unei reprezentări plane a reliefului este scara — acel raport care defineşte ordinul de mărime („micime") al reprezentării, în comparaţie cu dimensiunile reale din teren. Noţiunea de scară a desenului apare, cu aceeaşi semnificaţie şi în desenul tehnic, perspectiva artistică etc. De exemplu, scara numerică de 1 : 50.000 exprimă faptul că o unitate de lungime (1 cm) de pe hartă corespunde la 50.000 de aceleaşi unităţi de lungime în teren (50000 cm=500 m).

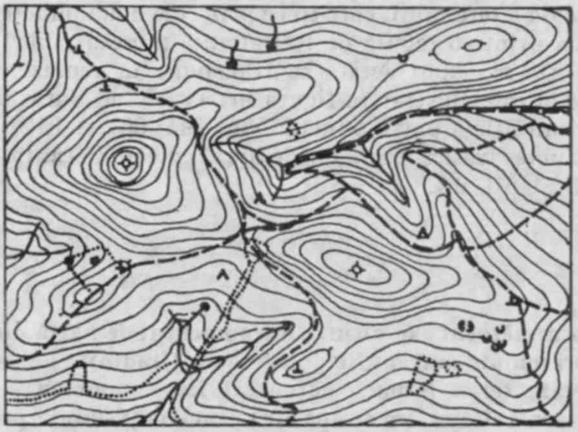


Fig. 11.43

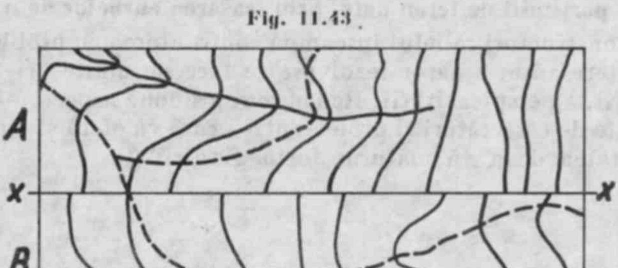


Fig. 11.44

11.17

În figura nr. 11.44, pe schiţa A este reprezentată o porţiune dintr-o zonă oarecare. Schiţa A are scara 1:16.000 şi echidistanţa curbelor de nivel de 2,5 m. La sud de aliniamentul x—x, aceeaşi zonă se continuă printr-o reprezentare (B) la o altă scară.

Care este scara schiţei B?

Pentru a putea rezolva problema va trebui să observăm că cele două schiţe au un punct comun şi că echidistanţa schiţei B nu este aceeaşi cu echidistanţa schiţei A.

Poziţia şi forma, traseul, curbelor de nivel pe o schiţă poate fi determinat cu ajutorul punctelor de altitudine cunoscută. Aşa cum am admis că relieful este continuu, să mai admitem acum că, între două puncte de altitudine cunoscută (fig. 11.45) el este şi uniform crescător sau descrescător adică îşi menţine aceeaşi pantă — înclinaţie. În acest fel, într-o secţiune verticală a terenului, care trece prin cele două puncte (fig. 11.46), vom determina printr-o regulă de trei simplă punctul aparţinînd curbei de altitudine 520 m. Apoi acesta se transpune în reprezentarea plană. Acelaşi procedeu este ilustrat în figura nr. 11.47, de data aceasta avînd cunoscute altitudinile a patru puncte: 586; 594; 601 şi 612, determinăm grafic, prin puncte, traseul curbelor de nivel cu echidistanţa de 5 m (590; 595; 600; 605 şi 610 m).

11.18

Vă propun următorul exerciţiu. În fragmentul de hartă din figura nr. 11.48 sînt reprezentate mai multe puncte cu altitudinile lor — prin repere caracteristice din teren (stînă, bornă silvică, mamelon, copac izolat, un mic lac natural, cîteva fire de apă etc). Încercaţi să interpretaţi formele de relief ale porţiunii de teren date, prin trasarea curbelor de nivel!

Pentru constructori relieful înseamnă confruntarea cu probleme dintre cele mai interesante, a căror rezolvare se face de multe ori cu aportul ingeniozităţii, a perspicacităţii. Redau mai jos două aspecte — probleme deja rezolvate de cercetători şi proiectanţi — care vă oferă şi dumneavoastră posibilitatea de a vă măsura „forţa gîndirii".

11.19

Marile tuneluri de cale ferată, dar mai ales de şosea, sînt de ordinul zecilor de kilometri. La asemenea distanţe apreciabile (pentru subteran) se pun probleme serioase de exploatare (întreţinere, aerisire ş.a.); ca şi mai serioasele probleme de proiectare şi execuţie, în care am inclus pe lîngă trasare, tehnologie de foraj secţiune,... chiar şi costul foarte ridicat al fiecărui metru de tunel.

În principal, schematic, putem presupune trei modalităţi de a stabili traseul pe verticală de străbatere a munţilor (în secţiune în figura nr. nr. 11.49)

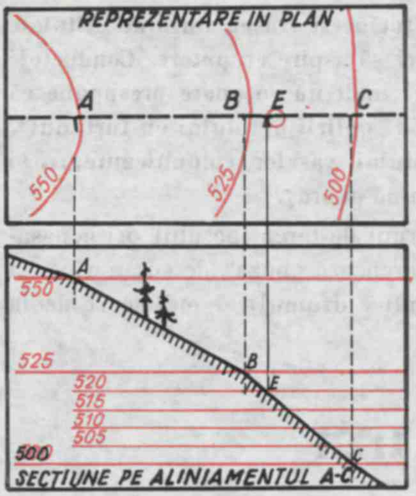


Fig. 11.46

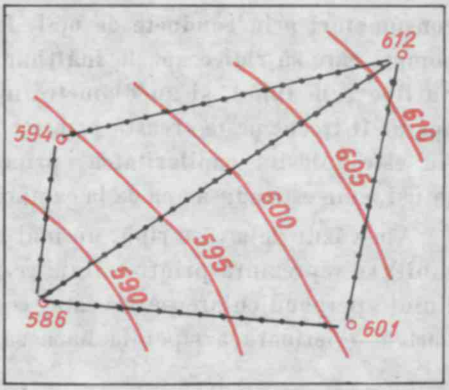


Fig. 11.47

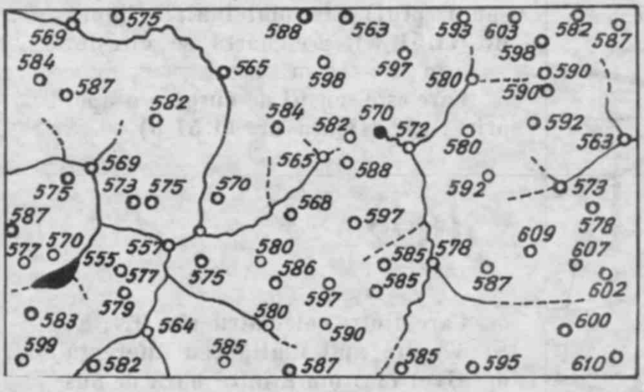


Fig. 11.48

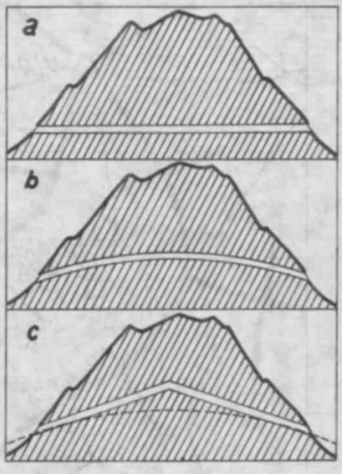


Fig. 11.49

a) în linie dreaptă între punctele de intrare și ieșire;

b) după curbura Globului Pămîntesc (admitem că gurile de intrare și ieșire se găsesc la aceeași altitudine);

c) după tangentele la această curbură în punctele de intrare și ieșire.

Ce credeți, care dintre acestea este întotdeauna traseul ales, și de ce?

11.20

Un oraș este alimentat cu apă dintr-un pîrîu de munte de „peste creastă" (fig. 11.50). Apa este adusă de la captare pînă la rezervoare și apoi la

consumatori prin conducte de oţel. Pe tot acest traseu nu sînt instalate pompe, care să ridice apa la înălţime ori să aspire cu putere. Conductele nu trec prin tunel, şi au diametre mari încît nu se poate presupune că apa ar fi trecut peste creastă prin metoda „golirii butoiului cu furtunul". Nu este folosită capilaritatea principiului vaselor comunicante, ... şi totuşi, cum este adusă apa de la captare pînă în oraş?

Am văzut deja că o rîpă, un mal abrupt de teren (pasabil ori nepasasabil) se reprezintă printr-o linie ce marchează „buza" de sus a rîpei şi liniuţe perpendiculare pe aceasta, ce indică drumul cel mai scurt de la partea superioară a rîpei la baza sa.

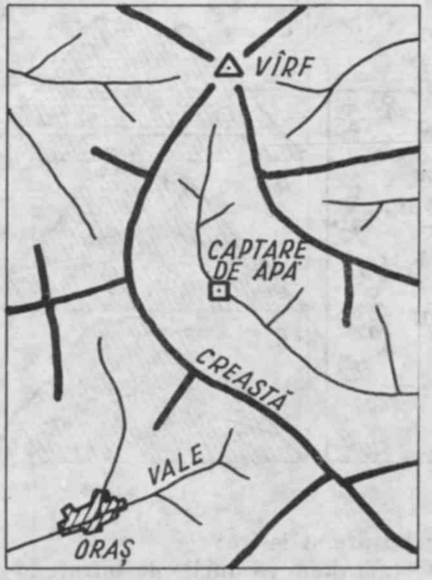


Fig. 11.50

11.21

Care dintre malurile rîpei (stîngul sau dreptul) este mai înalt? (figura nr. 11.51 a). Pe hartă se citeşte: –25 m şi –15 m.

Care este sensul de curgere a apei prin rîpă? (figura nr. 11.51 b)

11.22

Care dintre cele patru rîpe (N; E; S; V) este mai înaltă (cu diferenţă de nivel mai mare între baza de sus şi bază)? (fig. 11.52 a)

În care dintre cele patru formaţiuni de teren apa de ploaie se strînge fără posibilităţi de scurgere? (fig. 11.52 b)

Ce înălţime are rîpa în dreptul lacului, ştiind că echidistanţa este de 5 m? (fig. 11.52 c)

La fel, o reprezentare schematică a rîpei poate fi făcută cu ajutorul unor mici şi prelungite triunghiuri ce au baza pe marginea de sus a ei şi vîrful la baza abruptului.

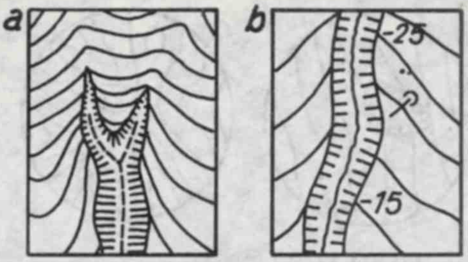


Fig. 11.51

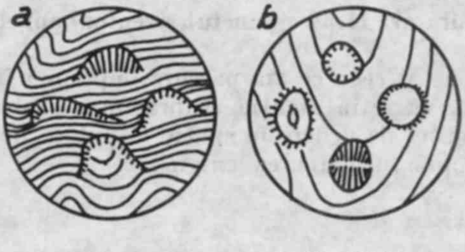


Fig. 11.52

Fig. 11.53

11.23

Care dintre mameloanele reprezentate în figura nr. 11.53 a este de altitudine mai mare?

Care este punctul de maximă altitudine de pe drumurile din schiţa nr. 11.53 b?

Care dintre drumurile 1 ... 6 din schiţa nr. 11.53 c este la altitudine mai mare?

11.24

Ne aflăm în punctul din centrul zonei schiţate în figura nr. 11.54 a. Sîntem pe o ridicătură sau într-o adîncitură a terenului?

Care porţiune din marginea avenului din figura nr. 11.54 b este mai ridicată?

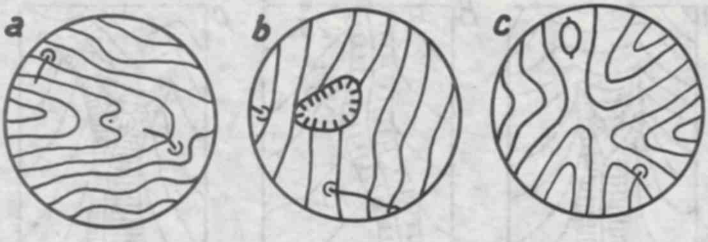


Fig. 11.54

Marcaţi pe schiţa din figura nr. 11.54 c punctul, eventual punctele, de şa !

Şi acum, ca un corolar, a tot ceea ce am parcurs împreună în acest capitol, în care am dorit să vă reţin atenţia asupra unor probleme de logică şi flexibilitate în gîndire, de vedere în spaţiu şi putere de interpretare a reliefului, vă propun următoarea enigmă.

11.25

Stabiliţi sensul de curgere a apei, în fiecare dintre rîpele din fragmentul de hartă ilustrat în figura nr. 11.55 ! Rîpele nu traversează creste. În total, sînt posibile $2^7=128$ răspunsuri; dumneavoastră găsiţi-l pe cel corect !

SOLUŢIILE PROBLEMELOR

11.1. Gradul de longitudine se calculează după paralele, iar gradul de latitudine pe meridiane. În timp ce meridianele rămîn constante, de mărimea unui cerc mare al sferei, paralelele se micşorează treptat de la Ecuator — unde ating mărimea cercului mare al sferei, pînă spre poli unde devin zero. În concluzie, gradul de latitudine întinde un arc mai lung decît gradul de longitudine (fig. 11.56).

Dacă se ia în considerare forma (din nou aproximată) de elipsoid, adică de sferă puţin turtită la poli, şi dilatată la Ecuator, atunci paralelele din apropierea Ecuatorului, pînă spre 5° latitudine au o lungime mai mare decît aceea a meridianului. În acest caz gradele de longitudine, la latitudini mici întind arce mai lungi decît cele de latitudine, după care se revine la raportul obişnuit, invers.

11.2. A merge mereu spre Nord-Est înseamnă a merge în aşa fel încît traiectoria să formeze acelaşi unghi de 45° cu meridianele şi paralelele intersectate. La fiecare pas al călătorului se măreşte longitudinea estică

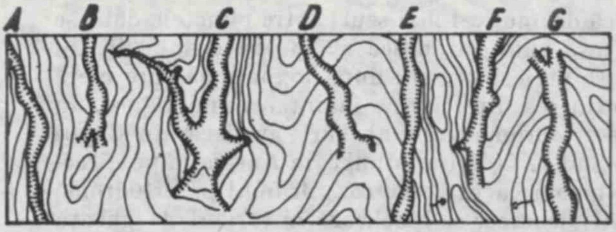


Fig. 11.55

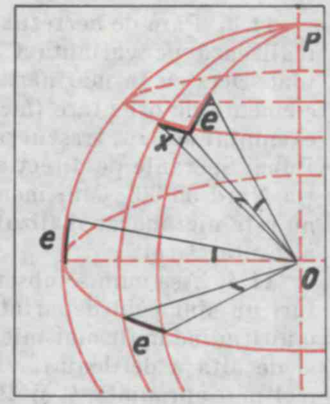


Fig. 11.56

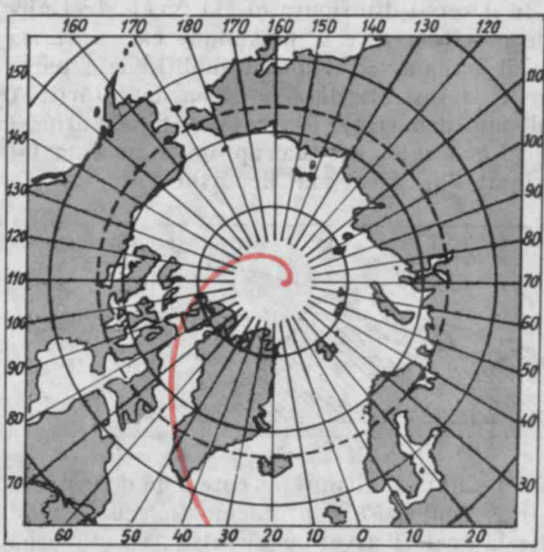


Fig. 11.57

şi latitudinea nordică a locului. Longitudinea este „inepuizabilă", căci oricît de departe spre est s-ar afla un punct, întotdeauna se va afla un punct şi mai departe spre est. Nu acelaşi lucru se poate spune despre latitudine care în cele din urmă se va „epuiza" prin ajungerea călătorului la Polul Nord — unde latitudinea este maximă şi egală cu 90°. Ajuns odată la Polul Nord călătorul nu se va mai putea deplasa spre Nord-Est deoarece acolo această noţiune devine lipsită de sens.

Pe o hartă realizată în proiecţie Mercator, în care paralelele şi meridianele constituie două familii de drepte paralele şi perpendiculare una pe alta, loxodroma va fi o dreaptă înclinată la 45°. Dacă vom analiza traiectoria loxodromei pe o hartă obţinută prin proiecţia Emisferei Nordice din Polul Sud pe un plan tangent în Polul Nord (fig. 11.57), observăm că ea devine o spirală. Cu toate că lungimea spiralei este finită, numărul de spire este infinit de mare, ele îndesîndu-se cu cît ne apropiem de Polul Nord.

11.3. Pare de necrezut că drumul cel mai scurt între punctele date se realizează pe varianta C (aşa cum va indica şi „proba cu aţa" !). Cu toate acestea în marinărie se preferă traseul după loxodromă care oferă elemente de orientare (menţinerea direcţiei de înaintare) mai sigure. În exemplul nostru, traseul pe ortodromă (cel mai scurt) ar pleca din Capul Bunei Speranţe pe direcţia Sud 42°30′ şi ar ajunge în Australia pe direcţia Nord 53°30′. Mai menţionăm că în acest caz, drumul pe ortodromă nu este nici măcar realizabil, deoarece se blochează în ţărmul de gheaţă al Antarcticei.

11.4. Aşa cum se observă în desenul din figura nr. 11.5 cele trei vîrfuri nu sînt egal depărtate de privitor, care se presupune că se află la o altitudine mult mai mică decît aceea a vîrfurilor. Probabil, de-o parte şi de alta a defileului, vîrfurile se înşiruie după ordinea depărtării: A (cel mai apropiat), C şi B cel(mai depărtat), aşa cum se poate urmări în figura nr. 11.58. Vîrful A cel mai mic, dar mai apropiat, pare la fel de înalt cu vîrful B cel mai înalt dar şi cel mai depărtat.

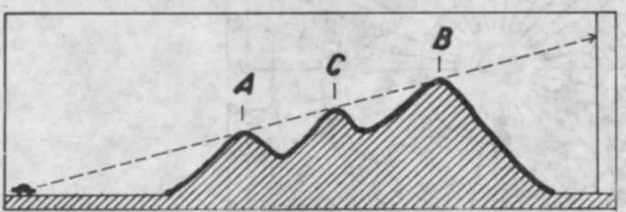


Fig. 11.58

11.5. Acelaşi aspect al iluziei asupra înălţimii pe care o dă depărtarea obiectului faţă de privitor, îl „speculează" şi problema în cauză. Deşi de această dată privitorul este la acelaşi nivel cu vîrful A, fiind vorba de distanţe mari, intervine hotărîtor faptul că suprafaţa pămîntului este curbă. După cum se observă şi din schema nr. 11.59, cel mai înalt vîrf este şi de această dată cel mai depărtat: vîrful C.

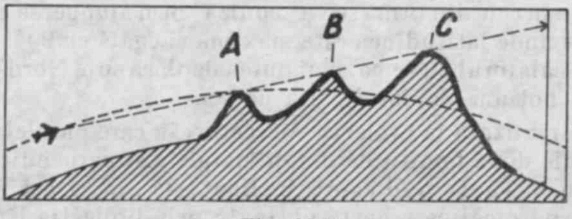


Fig. 11.59

11.6. Ne putem imagina că de exemplu, de la curba nr. 5 din stînga terenul coboară spre stînga formînd o vale, între curba nr. 5 şi curba nr. 6 se află o creastă relativ orizontală, iar spre dreapta de curba nr. 6 terenul coboară din nou pe un bot de deal (fig. 11.60). Același desen al curbelor de nivel lasă loc la numeroase alte interpretări, ca de exemplu aceea din figura nr. 11.61.

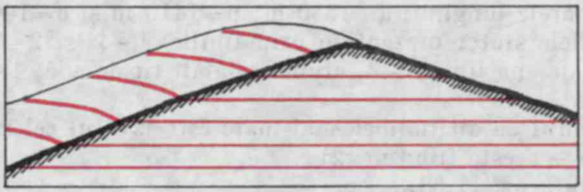


Fig. 11.60

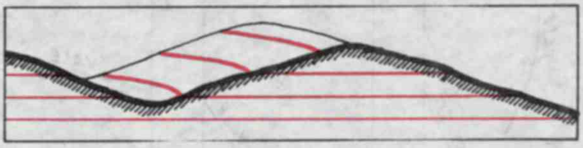


Fig. 11.61

11.7. În fragmentul de hartă se distinge o formă de relief dominantă care poate fi o vale sau un bot de deal. În primul caz, liniile a și c de pe figura nr. 11.62 marchează văi, iar b un mic pinten care se dezvoltă pe o anumită porțiune între cele două fire de vîlcea și care le separă din origine pînă cînd permite confluența lor. În cel de-al doilea caz, aceleași linii schematice au următoarele semnificații: a și c sînt creste între care, pe o lungime limitată s-a dezvoltat un vîlcel (b). Cel de-al doilea caz este foarte puțin probabil căci acesta ar presupune de fapt dezvoltarea vîlcelului (b) pe muchia formei de relief dominante care este o creastă! Așadar rămîne mult mai plauzibilă ipoteza în care linia întreruptă (c) este pe un vîlcel.

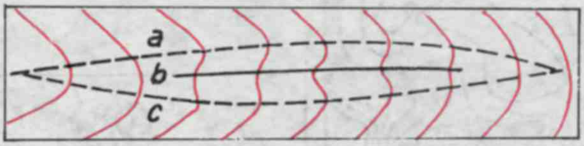


Fig. 11.62

11.8. Problema este oarecum asemănătoare cu aceea a ortodromei, numai că în acest caz datele sînt mult mai puțin precizate. Nu cunoaștem nici scara hărții, nici echidistanța ori fără aceste date singurul răspuns „corect" este: ... „depinde", ... depinde de scara și de echidistanța hărții.

Pentru exemplificare să presupunem că scara hărții date este de 1:10.000, iar echidistanța de 0,5 m. În acest caz ruta a are lungimea de cca 620 m, ruta b este lungă de cca 650 m, iar ruta c este cea mai lungă, de cca 745 m.

Acelaşi fragment de hartă avînd scara de 1:20 000 şi echidistanţa de 50 m, conduce la următoarele lungimi: a=1330 m; b=1320 m; c=1490 m.

Iar dacă se consideră scara de 1:20 000 şi echidistanţa de 100 m, se obţin următoarele lungimi: a=1530 m; b=1410 m şi c=1400 m.

11.9. Pîraiele sînt reprezentate prin liniile 1–1 şi 2–2 (dacă s-ar considera fir de apă linia 3–3, atunci celălalt fir de apă, 4–4, ar curge pe bot de deal, şi invers).

11.10. Izvorul cu altitudinea mai mare este izvorul cel mai depărtat pe firul apei – acesta fiind nr. 21.

11.11. Figura nr. 11.63. a–c.

Fig. 11.63

11.12. Ostroavele se găsesc în albiile formate de liniile nr. 9–10 şi 17–18.(Cel mai înalt punct se găseşte între curbele de nivel nr. 13 şi 14, în partea de centru jos a imaginii.

11.13. Pîrîiaşul A iese în izvorul nr. 3, B în 2 şi C în 1. Soluţia este unică şi ea este determinată de ordinea altitudinii celor trei sorburi şi a celor trei izvoare, admiţînd că între sorb şi izvor trebuie să fie o

Fig. 11.64

Fig. 11.65

minimă diferență de nivel care să asigure curgerea apei ! Izvoarele 4 ; 5 și 6 sînt la altitudini prea mari pentru a intra în discuție.

11.14 Figura nr. 11.64. Terenul reprezentat pe fragmentul de hartă este o insulă pe care s-au format două lacuri.

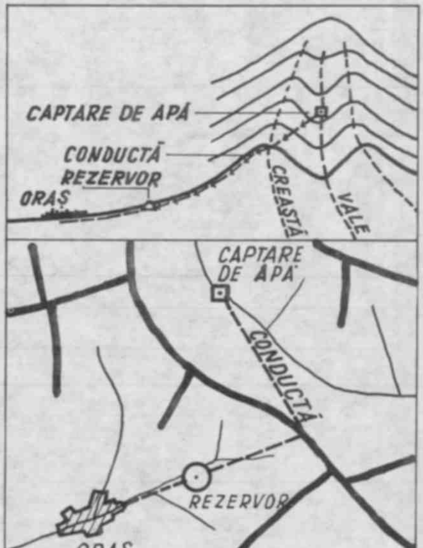
11.15. I = e ; II = d; III = d; IV = c; V = b și VI = f.

11.16. Figura nr. 11.65

11.17. Prin analizarea mărimii intervalelor între curbele de nivel în partea de sus a axei x—x și a celor de mai jos de axă se constată că echidistanța schiței B este de 10 m. Apoi, pe baza distanței de la punctul de intersecție a drumului cu axa x—x (punctul comun pe cele două schițe) și a patra curbă de nivel spre dreapta se calculează scara hărții B ca fiind: 1:40 000.

Fig. 11.66

Fig. 11.67



11.18. Figura nr. 11.66

11.19. Tunelele se realizează după trasee de tipul *c* — singurul caz în care apa de infiltrații (și alte fluide) pot fi eliminate prin scurgere gravitațională.

11.20. Figura nr. 11.67 (Urmăriți acest traseu descris pe schemă și pe figura inițială). Conducta coboară continuu de la captare pînă la rezervor, și de acolo în oraș. Există un punct pe creastă de altitudine mai mică decît captarea.

11.21. a = Malul stîng; b = De la Nord spre Sud; c = Malul stîng

11.22. a = Rîpă din vest; b = Avenul sau pîlnia din Nord; c = 30 m.

11.23. a = Mamelonul din centrul imaginii; b = Extremitatea de Sud-Est a drumului; c = Drumul nr. 1.

11.24. a = Mic pinten de teren (ridicătură); b = Marginea de Vest a avenului; c = Figura nr. 11.68.

Fig. 11.68

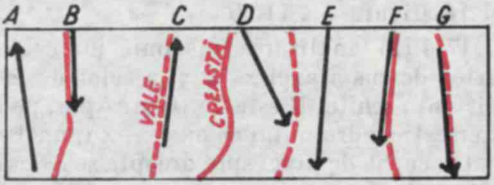


Fig. 11.69

11.25. Apa curge de la Nord la Sud în rîpele: B; D; E; F şi G; iar de la Sud la Nord în rîpele: A şi C (figura nr. 11.69). Evident, ne referim la scurgerea apei sezoniere, sau meteorice, întrucît nu sînt figurate fire permanente de apă. Rîpele B, parţial D şi F sînt pe creste; fapt care poate părea la prima vedere paradoxal. Totuşi există numeroase locuri unde poate fi observat acest fenomen, dezvoltat în special datorită unor făgaşe săpate de-a lungul anilor de căruţe şi adîncite de apa de ploaie.

CAPITOLUL 12

CINCI CIFRE

1. PREZENTAREA ŞI MODUL DE ORGANIZARE AL JOCULUI

Este unul dintre cele mai captivante jocuri raţionale, născocit mai aproape de timpul nostru în epoca în care omul a început să se amuze programînd calculatoarele electronice pentru jocuri.

Jocul se mai cunoaşte şi sub denumirea de „cinci din zece", iar penetraţia lui în cele mai diverse cercuri se datorează deopotrivă simplităţii tehnicii de joc cît şi frumuseţii sale. Cu toate că este un joc cu informaţie completă — deci se cunosc şi se pot studia toţi parametrii care influenţează rezultatul final — teoria lui nu este elaborată în întregime, căci pentru aceasta ar fi nevoie de o laborioasă şi complicată analiză. În acest sens cîteva temerare încercări vom parcurge împreună, în capitolul de faţă.

Cinci cifre este un joc de doi, dintre care unul este jucătorul propriuzis, iar cel de-al doilea ajutorul său. Recuzita necesară este la îndemîna oricui; o foaie de hîrtie (de preferat cu pătrăţele) şi creion. În plus, aşa cum se va vedea, jocul se poate desfăşură în orice loc, deci chiar şi în tren, pe tribună în pauza meciului etc.

Datorită faptului că se încheie într-un număr mic de mutări, cu schimb de informaţii redus, dar mai ales pentru timpul relativ mare de gîndire necesar la fiecare pas, jocul se recomandă pentru competiţii prin corespondenţă. De asemenea prezintă o bună bază pentru alcătuirea de probleme.

Americanii, şi apoi şi alţii au scos pe piaţă jucăriilor jocuri cu aceeaşi idee dar cu parametrii de joc mai simpli. Recent, am primit din Polonia un joc foarte asemănător, care se joacă cu nişte „cuie" de masă plastică în şase culori, pe o tablă cu multe rînduri de orificii.

Este de fapt o variantă a jocului „cinci din zece", care admite dublele, triplele şi cuatrele, dar la raportul de joc „patru din şase". O altă variantă simplificată, şi anume aceea de „patru din opt" — fără duble, a fost parţial analizată într-un capitol al lucrării „Fejtörö játékok, játékos fejtörök" (Bătaie de cap în joacă — joacă cu bătaie de cap") apărută în limba maghiară la editura „Dacia" în 1975 sub semnătura lui Berger György.

Ideea jocului este aceea de a „ghici" un număr din cinci cifre, pe care l-a ales ajutorul jucătorului; numai că în acest caz „ghicitul" este o operaţie raţională, care se efectuează cu logică, multe raţionamente şi multă analiză, a unui număr foarte mare de variante.

La alegerea numărului — a „cifrului jocului“ — ajutorul trebuie să ţină cont de faptul că nu este admisă repetarea cifrelor în cadrul aceluiaşi cifru şi de asemenea să excludă plasarea cifrei zero la începutul numărului cifru.

12.1

Pentru a ne forma o impresie despre numărul variantelor de joc este util să vedem cîte posibilităţi de a alege numărul de cinci cifre sînt la îndemîna ajutorului. Între 10.000 şi 99.999 (inclusiv) sînt 90.000 de numere dar dintre acestea trebuie excluse cele care au cifre repetate. În acest fel cel mai mic număr care se poate juca este 10.234 iar cel mai mare 98.765 ... Cititorul care nu are „răbdarea să le numere (!) va găsi răspunsul corect la secţiunea „soluţiile problemelor“.

După ce ajutorul a scris numărul ales de el — cifrul jocului — avînd grijă ca jucătorul să nu-l cunoscă, sau să-l vadă, în tot timpul jocului, jucătorul pune prima „întrebare“. Aceasta constă tot dintr-un număr de cinci cifre, ales după bunul său plac, dar avînd în vedere aceleaşi restricţii ca şi la alcătuirea cifrului. Ajutorul scrie numărul întrebare sub cifre şi constată cîte cifre din întrebare se află în aceeaşi poziţie şi în cifru şi apoi cîte cifre din întrebare se regăsesc şi în cifru, dar fără a fi pe locurile bune.

De exemplu: cifrul ales de ajutor este: **57902**, iar prima întrebare pusă de jucător este **14305** (fig. 12.1). În acest caz cifra zero din întrebare se găseşte exact la locul ei din cifru (este „centrată“), iar cifra **5** din(întrebare se găseşte în cifru, dar în altă poziţie („mutată“). Celelalte cifre din întrebare nu corespund cu cifrele din cifrul jocului.

Prin răspunsul — informaţie — pe care-l transmite ajutorul se enunţă numărul total al cifrelor centrate şi apoi numărul total al cifrelor mutate. În exemplul nostru, de mai sus ajutorul va anunţa; „1 centrat şi 1 mutat“, sau prescurtat; „**1c+1m**“. Nu se va indica locul cifrelor centrate şi mutate, nu se va preciza despre care cifre este vorba şi nu se va da nici o altă informaţie în plus! Informaţiile se înregistrează în dreptul fiecărei întrebări, atît de către jucător, cît şi de către ajutor.

5	7	9	0	2	c	m
1	4	3	0	5	1	1

Fig. 12.1

12.2

Numărul variantelor de joc crește rapid; căci la fiecare cifru ales de ajutor se poate atașa pe rînd fiecare dintre întrebările posibile ale jucătorului. Există și cazuri în care jocul se încheie la acest prim pas — cazurile în care jucătorul a ghicit (într-adevăr) cifrul jocului. Care este numărul total al acestor cazuri și care este posibilitatea ca jocul să se încheie odată cu prima întrebare?

Pe baza informaţiilor primite la fiecare întrebare și mai cu seamă pe baza informaţiilor suplimentare care se obţin prin corelarea primelor, jucătorul va afla, în cele din urmă, cifrul jocului.

Scorul jocului este dat de numărul de întrebări de care s-a folosit jucătorul pentru a determina cifrul.

12.3

În exemplul nostru puteţi găsi o întrebare la care ajutorul să dea informaţia: **4c+1m**?

12.4

Tot în legătură cu informaţia care se transmite la prima întrebare; ce părere aveţi, care dintre următoarele informaţii este cea mai avantajoasă pentru jucător: a) **1c+1m**; b) **4m**; c) **0c+0m**; d) **2c**?

Jocul se poate juca într-un singur sens, cînd ajutorul, în afara constatării și comunicării rezultatelor, este inactiv, dar desigur, se poate juca în ambele sensuri, cînd fiecare dintre cei doi este în același timp și jucător și ajutor. În acest caz foaia de joc se organizează așa cum se indică în tabelul nr. 12.2.

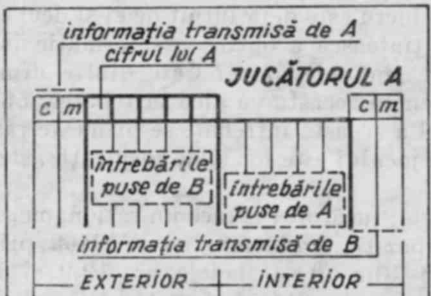


Fig. 12.2

Să urmărim împreună un joc în întregime.

Jucătorul A are cifrul **57902** (tabelul nr. 12.3.), iar jucătorul B şi-a ales cifrul **18965** (tabelul nr. 12.4). A începe jocul cu întrebarea **23456**, la care B dă informaţia; **2 m** (tabelul nr. 12.5 şi 12.6). Apoi B pune întrebarea **14305**, iar A răspunde: **1c+1m** (tabelele nr. 12.7 şi 12.8).

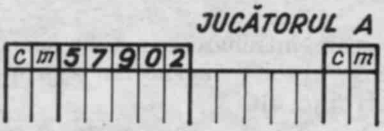


Fig. 12.3

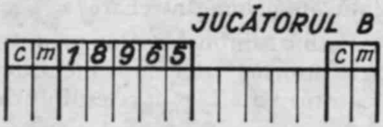


Fig. 12.4

Fig. 12.5

Fig. 12.6

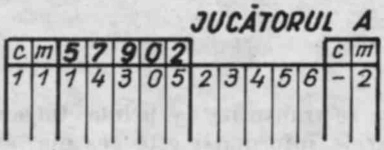


Fig. 12.7

Fig. 12.8

În acest moment al jocului, A cunoaşte că cifrul lui B cuprinde două dintre cifrele; **2**; **3**; **4**; **5** şi **6** (dar nu în locurile în care au fost ele plasate în întrebare) şi trei cifre dintre **0**; **1**; **7**; **8** şi **9**. Dacă jucătorul A ar pune o întrebare cu aceste cinci cifre din urmă (**10789**, sau **91087**, ...), ar obţine precis un rezultat superior primului;. şi anume: **3m**; **1c+2m**; **2c+1m**, ori chiar **3c**. Acest lucru este deja intuit de el şi deci cu următoarea întrebare ar trebui să ţintească a obţine o informaţie în plus. (Care dintre primele cinci cifre sînt adevărate? Care dintre următoarele cinci cifre sînt cele bune?) Pentru aceasta va juca întrebarea: **56789**... deschisă şi ea oricărui rezultat! La această întrebare se primeşte răspunsul: 4m ! (Sigur că în prima fază a jocului este loc şi de inspiraţie, şansă, strategie psihologică etc !)

De cealaltă parte, jucătorul B face un raţionament similar, şi în plus, menţine cifra 1 pe poziţie. La întrebarea sa: **13468**, primeşte un răspuns în aparenţă slab; **0c+0m=0** ! (tabelele nr. 12.9 şi 12.10). În realitate această informaţie este deosebit de bogată ! El cunoaşte de pe acum cele cinci cifre care compun cifrul jucătorului A (**0**; **2**; **5**; **7** şi **9**). În plus core-

JUCĂTORUL A

c	m	5	7	9	0	2						c	m
1	1	1	4	3	0	5	2	3	4	5	6	-	2
-	-	1	3	4	6	8	5	6	7	8	9	-	4

Fig. 12.9

JUCĂTORUL B

c	m	1	8	9	6	5						c	m
-	2	2	3	4	5	6	1	4	3	0	5	1	1
-	4	5	6	7	8	9	1	3	4	6	8	-	-

Fig. 12.10

lînd noua informaţie cu prima, mai ştie că, fie cifra zero, fie cifra 5, în prima întrebare este centrată. Aşadar B îşi alcătuieşte forma probabilă a cifrului advers. Cele două variante sînt ilustrate în schema nr. 12.11 a şi b, unde cu **X** s-a notat o cifră oarecare, iar în subsolul cifrului s-au reprezentat ariile de posibilă existenţă a cifrelor cunoscute. În pasul următor B poate stabili în care dintre cele două cazuri se află. Jucînd o întrebare de forma **XXXX 5**, unde **X** vor fi cifre dintre cele care ştie că nu sînt în cifrul lui A (1; 3; 4; 6 şi 7) şi deci nu pot influenţa răspunsul. Informaţia pe care o va primi nu poate fi decît: 1c sau 1m; după cum se află în cazul **a**, sau cazul **b**. Dar aceasta este încă prea puţin, şi de aceea B va întreba **XX0X5**, căci dacă se găsea în cazul **a** va mai primi o informaţie în plus şi despre poziţia cifrei zero.

Aici fac menţiunea că, la nici unul dintre jucători nu am urmărit să prezint jocul optim — după schema cu minimum de paşi — pentru motivul că nici un jucător nu avea, pînă acum, o asemenea schemă de joc optimal, iar pe de altă parte este încă timpuriu pentru aşa ceva. În fond, urmărim să ne familiarizăm cu tipul de raţionamente logice simple, care trebuie aplicate intens în acest joc.

B joacă: **13045**, iar informaţia este... una dintre cele la care ne aşteptam: **2m**.

a

X	X	X	X	5
	0	0		
2	2	2	2	
7	7	7	7	
9	9	9	9	

b

X	X	X	0	X
2	2	2		2
5	5	5		
7	7	7		7
9	9	9		9

Fig. 12.11

JUCĂTORUL A

c	m	5	7	9	0	2						c	m
1	1	1	4	3	0	5	2	3	4	5	6	-	2
-	-	1	3	4	6	8	5	6	7	8	9	-	4
-	2	1	3	0	4	5	7	2	0	9	3	-	1

Fig. 12.12

A joacă: **72093**, la care primeşte informaţia: **1m** (tabelele nr. 12.12 şi 12.13).

Jucătorul A îşi organizează analiza într-o schemă de forma aceleia prezentate în figura nr. 12.14. La cele trei întrebări de pînă acum sînt notate informaţiile primite (pe coloanele **c** şi **m**) şi în plus totalul **c**+**m** (pe coloana **T**). Apoi sînt însemnate prin puncte cifrele utilizate în fiecare întrebare.

JUCĂTORUL B

c	m	1	8	9	6	5						c	m
–	2	2	3	4	5	6	1	4	3	0	5	1	1
–	4	5	6	7	8	9	1	3	4	6	8	–	–
–	1	7	2	0	9	3	1	3	0	4	5	–	2

Fig. 12.13

c	m	T	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
–	2	2			●	●	●	●	●			
–	4	4						●	●	●	●	●
–	1	1	●		●	●				●		●

Fig. 12.14

c	m	T	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
–	2	2			●	●	●	●	●			
–	4	4						●	●	●	●	●
–	1	1	●		●	●				●		●
			■	●	■	■	■	●	●	○	●	○

Fig. 12.15

a

cu 7				
1	1	1	1	1
■	5	5	■	5
6	■	6	6	■
■	7	■	7	7
8	8	8	■	8

b

fără 7				
1	1	1	1	1
■	5	5	■	5
6	■	6	6	■
8	8	8	■	8
9	9	9	■	■

Fig. 12.16

Din a doua și a treia informație rezultă că una dintre cifrele **7** și **9** este bună și alta este falsă. Amîndouă nu pot fi bune căci la întrebarea de ordinul 3 s-a primit informația cu totalul 1, deci numai una dintre cele cinci cifre utilizate acolo este bună. Amîndouă nu pot fi false, deoarece din informația de ordinul 2 rezultă că numai una dintre cifrele **5**; **6**; **7**; **8** și **9** este falsă. Ori dacă această cifră falsă trebuie aleasă dintre **7** și **9**, înseamnă că cifrele **5**; **6** și **8** sînt adevărate. Le notăm pe ultimul rînd, la coloanele respective, cu bulină — semn că sînt cifre adevărate (tabelul nr. 12.15). Comparăm acest rezultat cu rîndul 1 al tabelului și constatăm că, în cazul de față, ne putem lipsi de cifrele **2**; **3** și **4**, pe care le notăm, sub același tabel, cu pătrățel negru. Din informația de ordinul 3 se deduce că nici cifra **0** nu există în cifrul căutat. A cincea cifră va fi **1**.

Același jucător A își întocmește acum „bilanțul" sub forma a două cifruri probabile, în figura nr. 12.16. După aceste scheme se pot alcătui posibilități de existență. În cazul în care ea se află în mijloc, cifra **5** poate fi pe poziția a doua și a cincea. Toate soluțiile posibile în aceste condiții sînt: **89615**; **98615** și **95618**. Totuși numărul total al soluțiilor în cele două variante (**a** și **b**) este încă mare (22 și 21 de soluții), ceea ce ar conduce la o analiză foarte complicată a respectivelor grupaje de soluții.

Jucătorul A urmărește în principal să distingă în care dintre cele două cazuri se găsește și în plus să mai obțină alte informații privind poziția cifrelor cunoscute. Pentru aceasta în următoarea lui întrebare va figura fie 7, fie 9, în orice caz pe una dintre pozițiile de posibilă existență a acestora, și în plus cifrele 5 și 6 a căror poziționare se poate lămuri mai repede. A întreabă prin: **67502**, la care B va răspunde: **2m**.

Să revenim la jucătorul B. Prin informația de ordinul 3, acesta a aflat că se găsește în cazul **b**. Acum, pentru a obține noi date despre poziția cifrelor va juca: **25709**, cu răspunsul: **1c+4m**. (tabelele 12.17 și 12.18).

JUCĂTORUL A

c	m	5	7	9	0	2						c	m
1	1	1	4	3	0	5	2	3	4	5	6	-	2
-	-	1	3	4	6	8	5	6	7	8	9	-	4
-	2	1	3	0	4	5	7	2	0	9	3	-	1
1	4	2	5	7	0	9	6	7	5	0	2	-	2

Fig. 12.17

JUCĂTORUL B

c	m	1	8	9	6	5						c	m
-	2	2	3	4	5	6	1	4	3	0	5	1	1
-	4	5	6	7	8	9	1	3	4	6	8	-	-
-	1	7	2	0	9	3	1	3	0	4	5	-	2
-	2	6	7	5	0	2	2	5	7	0	9	1	4

Fig. 12.18

JUCĂTORUL A

c	m	5	7	9	0	2						c	m
1	1	1	4	3	0	5	2	3	4	5	6	-	2
-	-	1	3	4	6	8	5	6	7	8	9	-	4
-	2	1	3	0	4	5	7	2	0	9	3	-	1
1	4	2	5	7	0	9	6	7	5	0	2	-	2
2	-	4	7	3	0	8	7	5	6	0	2	-	2
3	2	9	7	5	0	2	9	8	1	6	5	3	2

Fig. 12.19

JUCĂTORUL B

c	m	1	8	9	6	5						c	m
-	2	2	3	4	5	6	1	4	3	0	5	1	1
-	4	5	6	7	8	9	1	3	4	6	8	-	-
-	1	7	2	0	9	3	1	3	0	4	5	-	2
-	2	6	7	5	0	2	2	5	7	0	9	1	4
-	2	7	5	6	0	2	4	7	3	0	8	2	-
3	2	9	8	1	6	5	9	7	5	0	2	3	2

Fig. 12.20

JUCĂTORUL A

c	m	5	7	9	0	2						c	m
1	1	1	4	3	0	5	2	3	4	5	6	-	2
-	-	1	3	4	6	8	5	6	7	8	9	-	4
-	2	1	3	0	4	5	7	2	0	9	3	-	1
1	4	2	5	7	0	9	6	7	5	0	2	-	2
2	-	4	7	3	0	8	7	5	6	0	2	-	2
3	2	9	7	5	0	2	9	8	1	6	5	3	2
5	-	5	7	9	0	2	9	1	8	6	5	2	3
							1	8	9	6	5	5	-
						1	0						

Fig. 12.21

JUCĂTORUL B

c	m	1	8	9	6	5						c	m
-	2	2	3	4	5	6	1	4	3	0	5	1	1
-	4	5	6	7	8	9	1	3	4	6	8	-	-
-	1	7	2	0	9	3	1	3	0	4	5	-	2
-	2	6	7	5	0	2	2	5	7	0	9	1	4
-	2	7	5	6	0	2	4	7	3	0	8	2	-
3	2	9	8	1	6	5	9	7	5	0	2	3	2
2	3	9	1	8	6	5	5	7	9	0	2	5	-
5	-	1	8	9	6	5							
						0	1						

Fig. 12.22

Pe parcursul a doi paşi, întrebările şi informaţiile respective se pot urmări în figurile nr. 12.19 şi 12.20. Dacă aţi urmărit acest lucru şi pe schemele nr. 12.11 şi 12.16 b (prin reactualizarea lor după fiecare informaţie primită), acum vă daţi seama că în timp ce jucătorul B cunoaşte precis cifrul ales de A, jucătorul A are de cercetat încă trei soluţii posibile: **91865**; **89165 şi 18965**.

Aşadar, A joacă **91865**, la care primeşte răspunsul: **2c+3m**, iar B cîştigă jocul prin: **57902=5c**! (Tabelele nr. 12.24 şi 12.22).

Scorul partidei va fi de 1—0, sau 2—0 pentru B, în funcţie de numărul pe care îl va alege A pentru următoarea întrebare.

Întrucît în cele ce urmează, ne vom ocupa de rezolvări generale ale diferitelor cazuri şi situaţii care se pot ivi în cursul jocului, vom opera cu întrebări şi răspunsuri exprimate prin litere. Cele zece litere utilizate sînt: **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, **F**, **G**, **H**, **I** şi **J**; fiecare dintre ele putînd fi apoi înlocuită cu oricare dintre cele zece cifre, în funcţie de cazul concret de rezolvat. Aşa de exemplu în analizele noastre, prima întrebare va fi: **ABCDE**. Acesta corespunde practic la orice număr ce doreşte. Astfel dacă dorim ca prima întrebare să fie 21784, vom avea în vedere pentru tot restul rezolvării că: **A**=2; **B**=1; **C**=7; **D**=8 şi **E**=4.

Adoptăm, de asemenea, un mod schematic de reprezentare a întrebărilor şi informaţiilor, după cum se prezintă în figura nr. 12.23.

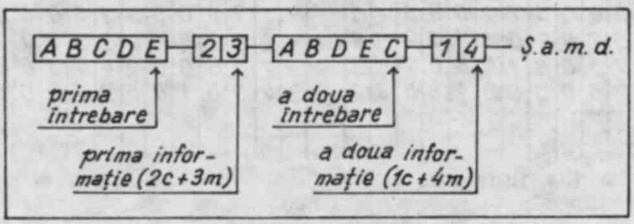


Fig. 12.23

12.5

La fiecare întrebare există mai multe informaţii posibile de primit. De exemplu, la prima întrebare ABCDE avem 20 de posibile informaţii. Care sînt acestea?

Continuînd exemplul, dacă la prima întrebare luăm în considerare răspunsul **2c+3m**, atunci la cea de a doua întrebare formulată — **ABDEC** — ne putem aştepta la patru informaţii diferite, după cum se vede în schema din figura nr. 12.24.

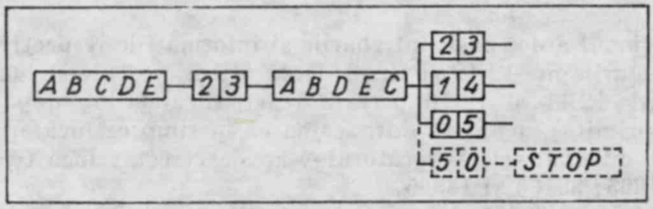
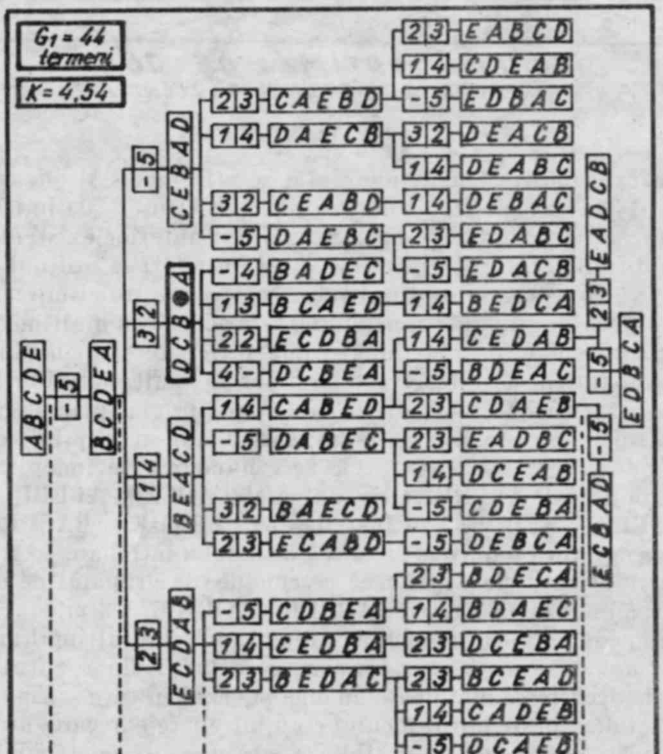


Fig. 12.24

Convenim ca pe viitor să nu mai reprezentăm în scheme informaţia **5c**. Atunci, cînd întrebarea folosită corespunde la toate informaţiile pînă la ea se va înţelege că jocul se poate încheia şi odată cu această întrebare.

În acest fel atît un joc anume, cît şi o rezolvare completă a unui anumit caz (mai restrîns sau mai general) se poate pune sub forma unei scheme, aşa cum se indică în figurile nr. 12.25 — 12.27. Despre caracteristicile schemelor vom discuta peste cîteva pagini, dar pînă atunci să observăm că ele pot avea diferite forme de „exprimare“ (şi sînt întotdeauna ordonate după numărul paşilor pe care se extinde analiza.

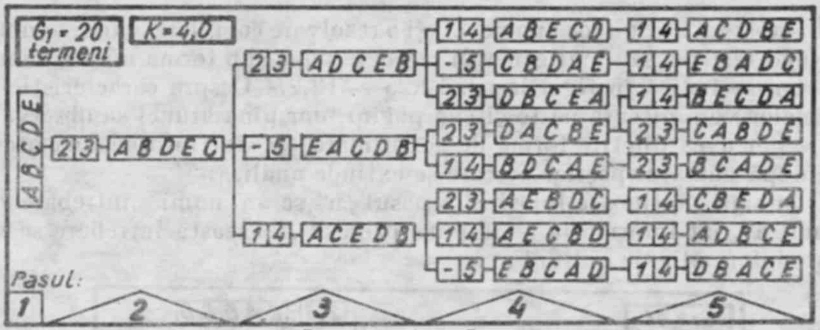
O anumită întrebare folosită la pasul „n“ se va numi „întrebare de ordinul n“, iar informaţia — răspuns primită la această întrebare se va numi „informaţie de ordinul n“.



SCHEMĂ OPTIMĂ DE JOC
PENTRU CAZUL ÎN CARE INFORMAŢIA NR. 1 ESTE „5 MUTATE"

Fig. 12.25

Numim „grupaj de soluţii“, sau „grupaj de numere posibile“ mulţimea numerelor care corespund tuturor informaţiilor pînă în acel moment al jocului; cu alte cuvinte, mulţimea numerelor care mai pot fi soluţii ale



SCHEMĂ OPTIMĂ DE JOC
PENTRU INFORMAŢIA DE ORDINUL 1: „2 CENTRATE +3M"

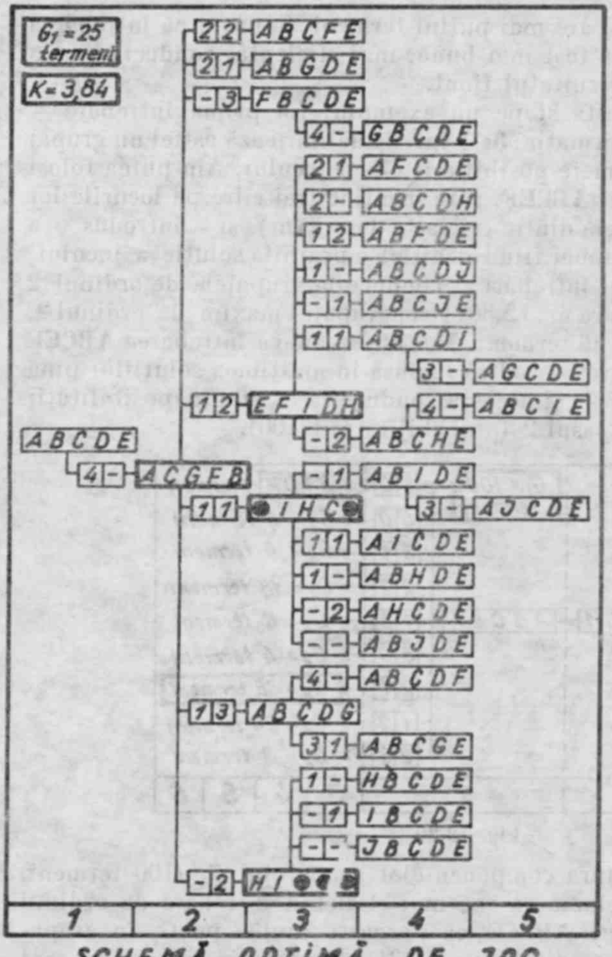
Fig. 12.26

jocului; în care mulţime, cu singuranţă, se află inclus şi cifrul jocului.

Grupajul de soluţii este determinat — definit, delimitat — de ultima informaţie primită, pe baza grupajului anterior existent. Pentru a distinge diferitele grupaje între ele, ne vom referi la ordinul grupajului — care va fi acelaşi cu ordinul informaţiei care îl delimitează. Dacă la inceputul jocului grupajul de ordinul 0 este acelaşi cu mulţimea tuturor numerelor care pot fi jucate, după prima întrebare şi prima informaţie primită, grupajul de ordinul 1 este restrîns la mulţimea soluţiilor care corespund respectivei informaţii. De exemplu: la prima întrebare, **ABCDE**, s-a primit răspunsul: **3c+2m**, caz în care grupajul de ordinul 1 va conţine doar zece termeni — cele zece numere care îndeplinesc condiţia **3c+2m** (faţă de **ABCDE**), adică numerele: **ABCED**; **ABEDC**; **ABDCE**; **AECDB**; **ADCBE**; **ACBDE**; **EBCDA**; **DBCAE**; **CBADE** şi **BACDE**. În continuarea exemplului, admitem că la cea de a doua întrebare — **ABECF** — s-a primit informaţia **3c+1m**; ceea ce conduce la grupajul de ordinul 2 format din numai două numere: **ABEDC** şi **ABDCE**, ş.a.m.d.

Este limpede că jocul se închide abia atunci cînd ultimul grupaj, de ordinul *n*, are doar un singur termen, care va fi chiar cifrul jocului. (Evident, la aceasta se mai poate adăuga şi cazul în care şansa este mult favorabilă şi dăm peste cifrul jocului cu o întrebare oarecare, atunci cînd încă mai există multe soluţii posibile!) Iată de ce se poate spune că întreaga strategie cîştigătoare a jocului constă în delimitarea cu fiecare întrebare şi informaţie a unor grupaje de soluţii tot mai mici.

Întrebarea de ordinul **n** se pune cu scopul de a divide grupajul de ordinul **n—1** în cît mai mici grupaje de ordinul **n**; căci eficienţa întrebării este cu atît mai mare cu cît reduce numărul termenilor grupajului de ordin superior. Această concluzie este ilustrată în schemele din figurile nr. 12.28 şi 12.29. În primul caz întrebarea de ordinul **n**, notată cu I_n, a acţionat asupra grupajului de ordinul **n—1**, notat cu G_{n-1}, divizîndu-l



SCHEMĂ OPTIMĂ DE JOC
PENTRU INFORMAŢIA DE ORDINUL 1: „4 CENTRATE"

Fig. 12.27

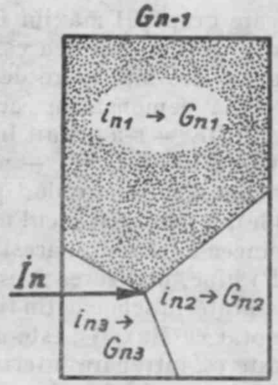


Fig. 12.28

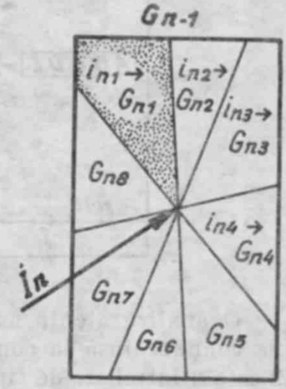


Fig. 12.29

în funcţie de informaţiile posibile; $i_{n1}, \ldots i_{n3}$ în grupajele $G_{n1}, \ldots G_{n3}$, dintre care grupajul G_{n1} rămîne un grupaj relativ mare. În cel de al doilea caz altă întrebare I_n a divizat pe G_{n-1} în grupajele; $G_{n1} \ldots G_{n8}$, cel mai mare dintre acestea fiind mai mic decît grupajul maxim din primul caz. Dacă admitem acum că cifrul jocului se află în fiecare caz chiar în aceste cele mai mari grupaje (probabilitatea maximă, căci această probabilitate este direct proporţională cu numărul elementelor grupajului), se poate constata că se va ajunge mai repede la soluţie în cel de al doilea caz în care grupajul maxim G_{n1} are mai puţini termeni. Spunem că întrebarea din cel de-al doilea caz a fost mai bună, mai eficientă, conducînd la o apropiere mai mare de rezultatul final.

Să demonstrăm aceasta şi pe un exemplu. La prima întrebare — **ABCDE** — s-a primit informaţia: **3c+1m**. Se delimitează astfel un grupaj G_1 de 100 termeni — numere posibil a fi cifrul jocului. Am putea folosi acum o întrebare de tipul **ABCEF**, care menţine trei cifre pe locurile lor (**3c**), a schimbat locul uneia dintre celelalte două (**1m**), şi a introdus o a cincea cifră nouă; acest număr fiind dealtfel o posibilă soluţie a jocului. Ei bine, utilizarea acestei întrebări ar conduce la grupajele de ordinul 2 arătate în schema din figura nr. 12.30. Deci grupajul maxim de ordinul 2, notat cu **Max.** G_2, este de 36 termeni. Mai observăm că întrebarea **ABCEF** este o „întrebare interioară" — adică inclusă în mulţimea soluţiilor pînă în momentul 1 al jocului — şi aceasta conduce la existenţa posibilităţii ca jocul să se încheie la pasul 2 (probabilitate: 1/100).

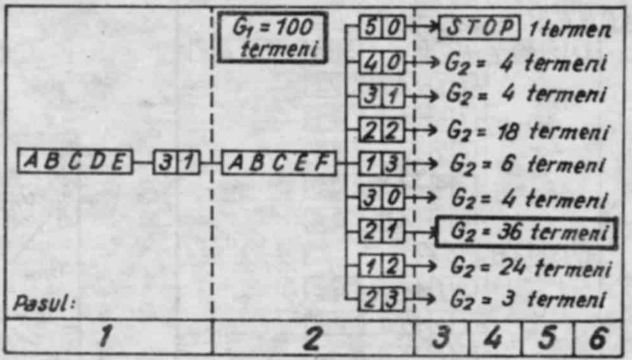


Fig. 12.30

O analiză atentă asupra componentelor grupajului G_1 (100 termeni) ne conduce însă la concluzia că cea mai eficientă întrebare de ordinul 2 este o întrebare de tipul: **ABFCG**, căci aceasta divide pe G_1 în grupajele G_2 ilustrate în schema din figura 12.31, grupaje dintre care cel mai mare (**Max**G_2) are doar 24 termeni. Întrebarea **ABFCG** este o „întrebare exterioară" mulţimii de soluţii cuprinse în G_1 şi deşi nu oferă şansa ca jocul să se încheie la pasul 2, asigură încheierea divizării lui **Max**G_2 la pasul 5; în timp ce întrebarea analizată anterior asigură acelaşi lucru abia la pasul 6.

Pentru a face o distincţie între întrebările interioare şi cele exterioare, acestea din urmă se marchează pe scheme în mod suplimentar.

Reţinem că suma termenilor grupajelor de ordin superior separate prin intermediul întrebării este egală cu numărul termenilor grupajului divizat. În concluzie, va fi preferată întrebarea care oferă o gamă mai largă de posibile informaţii — deci separă grupajul în cît mai multe grupaje

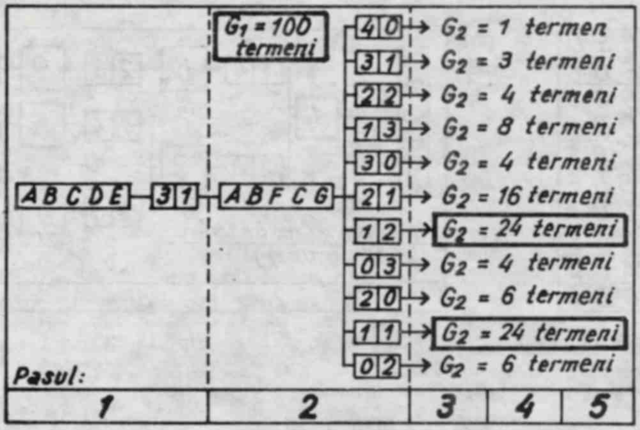


Fig. 12.31

de ordin inferior şi asigură o repartizare cît mai uniformă a termenilor în grupajele rezultate. În felul acesta ne apropiem cu paşi siguri şi rapizi de cifrul jocului!

12.6

Cîţi termeni poate conţine la maximum grupajul care poate fi rezolvat printr-o singură întrebare?

12.7

Care este numărul maxim de termeni dintr-un grupaj ce poate fi rezolvat cu maximum două întrebări? Alegerea termenilor grupajului este la libera dumneavoastră vrere, astfel încît cifrul — oricare ar fi el în grupajul ales — să fie numit prin cel mult a doua întrebare.

Numim schemă de joc — pentru un anumit grupaj de soluţii — o reprezentare grafică convenţională care exprimă în mod sintetic întreaga strategie de joc pînă la găsirea cifrului în funcţie de diferitele posibilităţi de alegere a întrebării şi respectiv gama informaţiilor posibile la fiecare pas. Rezolvarea oricărui grupaj de soluţii se poate efectua pe baza a mai multor scheme. Dintre acestea va trebui să găsim schema optimă de joc — aceea care asigură victoria într-un număr minim de paşi de joc.

Să presupunem că la întrebarea **ABCDE** s-a obţinut informaţia **3c+2m**, caz în care grupajul soluţiilor este prezentat în tabelul nr. 12.32. Pe baza unei analize a modurilor de secţionare a acestui grupaj se poate alcătui schema de joc ilustrată în figura nr. 12.33, unde în locul întrebărilor — toate interioare grupajului — apar numerele de ordine ale respectivelor soluţii din tabelul anterior.

Acelaşi grupaj se poate rezolva printr-o schemă ce cuprinde şi întrebări exterioare (fig. nr. 12.34). Cu ● s-a notat orice cifră despre care

1	A B C E D
2	A B E D C
3	A B D C E
4	A E C D B
5	A D C B E
6	A C B D E
7	E B C D A
8	D B C A E
9	C B A D E
10	B A C D E

Fig. 12.32

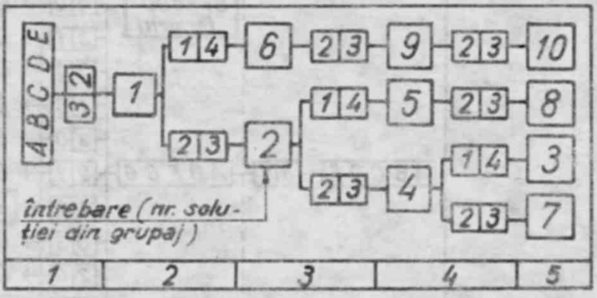


Fig. 12.33

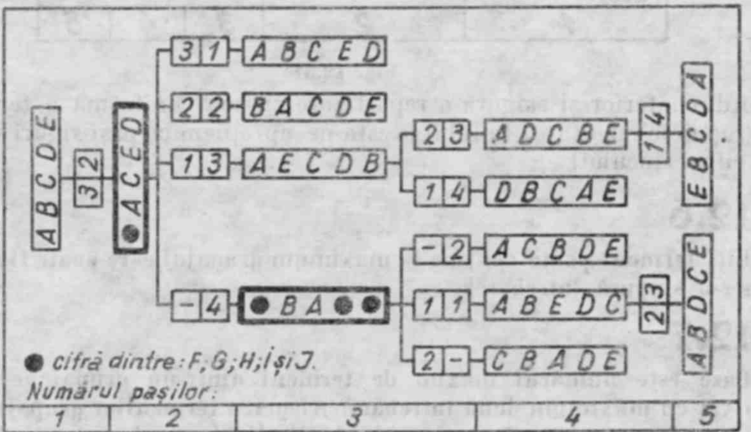


Fig. 12.34

ştim că nu este cuprinsă în cifru. (După prima informaţie **3c+2m**, este limpede că cifrul este alcătuit din cifrele **ABCDE**).

Amîndouă schemele prezentate se desfăşoară pe acelaşi număr de paşi: 5. Pentru comparaţia a două sau mai multe scheme definim aici coeficientul mediu de paşi, care, pe lîngă numărul maxim de paşi, caracterizează o anume schemă.

$$P_{med} = \frac{\sum_{i=1}^{n} S_i \, p_i}{S}; \quad \text{unde:}$$

S_i = numărul de soluţii (nu şi întrebările exterioare!) care se găsesc în schemă la pasul i

p_i = numărul pasului ($i=1;\ 2\ldots,\ n$)

S = numărul total de soluţii din schemă

De exemplu, pentru schema din figura nr. 12.33;

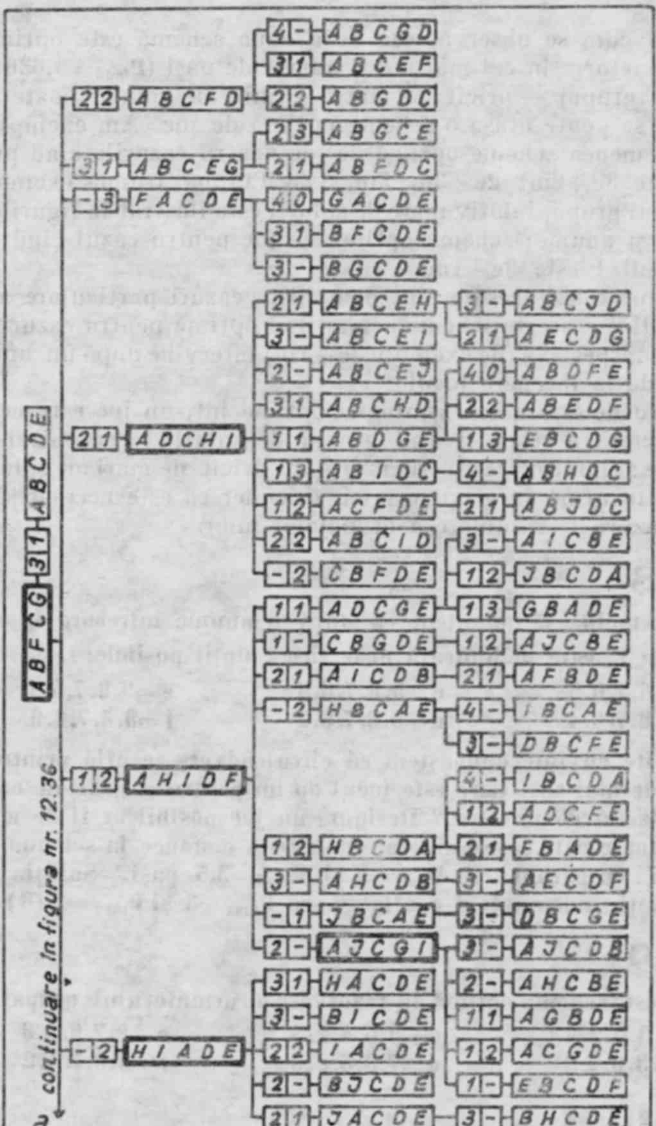


Fig. 12.35

$$P_{med}=\frac{1.1+1.2\ +2.3+3.4+4.5}{11}=\frac{41}{11}=3{,}726$$

iar pentru schema din figura nr. 12.34

$$P_{med}=\frac{1.1+3.3+5.4+2.5}{11}=\frac{40}{11}=3{,}636.$$

După cum se observă, cea de a doua schemă este optimă, căci ea asigură victoria în cel mai redus număr de paşi (P_{med}=3,636).

Orice grupaj — oricît de mare — finit, de soluţii poate fi analizat şi deci i se poate ataşa o schemă optimă de joc. Am exemplificat pînă acum asemenea scheme optime de joc pentru cazurile cînd prima informaţie este **3c+2m**; **2c+3m**; **5m** şi **4c**. Cel mai frumos exemplu de analiză a unui grupaj relativ mare de soluţii este ilustrat în figurile nr. 12.35 şi 12.36 şi anume; schemă optimă de joc pentru cazul cînd informaţia de ordinul 1 este **3c+1m**.

Desigur toate acestea sînt doar nişte cazuri particulare ale jocului, niciuna dintre aceste scheme nemaifiind optimă pentru cazurile cînd informaţia respectivă (de exemplu **3c+1m**) intervine după un anume număr de paşi de la începera jocului.

Pentru determinarea strategiei optime într-un joc este necesară analiza concretă a respectivului grupaj de soluţii — delimitat cu fiecare întrebare şi informaţie. Întrucît grupaje oricît de mari de soluţii se divid în cele din urmă în grupaje mici, consider că este necesar să analizăm cîteva cazuri de rezolvare a grupajelor mici.

12.8

De exemplu, să admitem că după o anume întrebare I_n s-a obţinut informaţia i_n care delimitează doar şase soluţii posibile;

a =9.8.7.6.5	**c =9.8.7.6.3**	**e =9.8.7.6.1**
b =9.8.7.6.4	**d =9.8.7.6.2**	**f =9.8.7.6.0**

Cu alte cuvinte cunoaştem că cifrul advers se află printre cele şase numere de mai sus. Care este jocul optim pentru a găsi în cel mai mic număr de întrebări cifrul? Desigur, un joc posibil ar fi de a întreba pe rînd cu toate cele şase numere, dar acesta conduce la schema din figura nr. 12.37, cu parametrii: P_{max}=6 şi P_{med}=3,5 paşi. Soluţia optimă — care sînteţi îndemnaţi a o afla — are P_{max}=3 şi P_{med}=2,(6) paşi.

12.9

Care este schema optimă de rezolvare a următorului grupaj de soluţii

a =1.3.0.2.8	**c =8.0.4.2.3**	**e =2.7.0.6.8**
b =9.3.0.7.8	**d =7.3.5.2.6**	**f =3.8.7.4.2**

12.10

Găsiţi singuri schema optimă de joc pentru cazul cînd informaţia de ordinul 1 este 1c+4m ! Cum aţi continua dumneavoastră jocul dacă la prima întrebare pusă (de exemplu: 27509) aţi primit răspunsul 1c+ +4m? În acest caz schema optimă de joc se încheie în maximum 6 paşi (P_{med}=4,58).

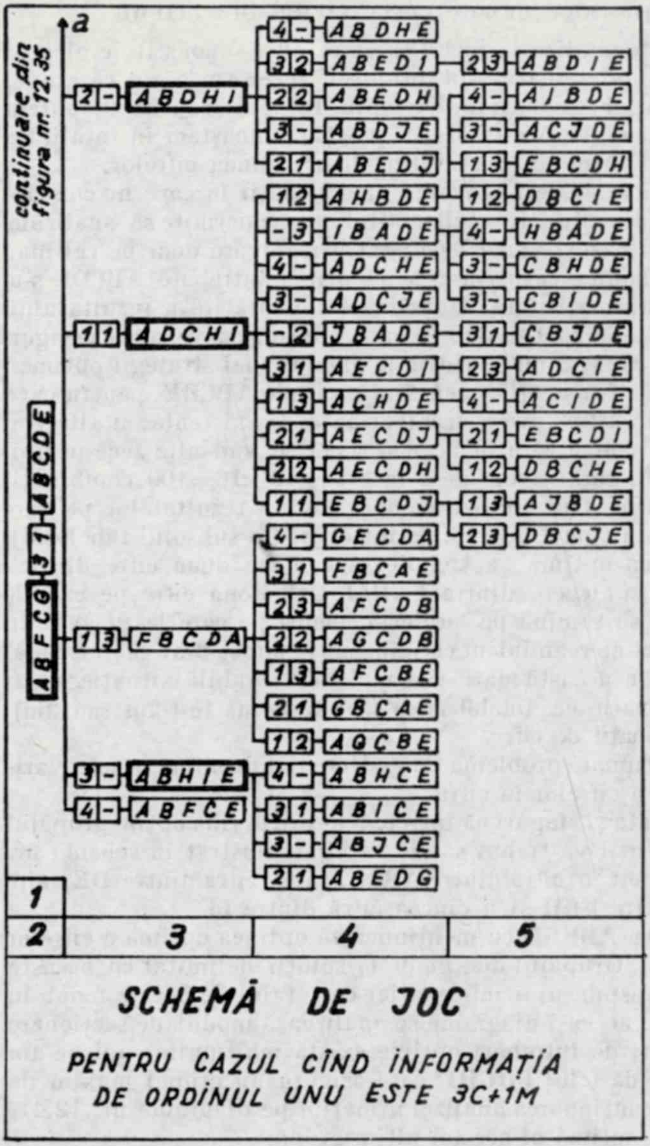


Fig. 12.36

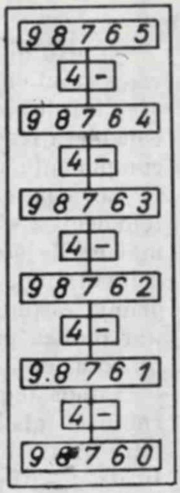


Fig. 12.37

4. DETERMINAREA CELOR CINCI CIFRE DIN CIFRU

O altă direcţie de analiză în jocul cu cinci cifre o constituie alegera celor cinci cifre care interesează, din totalul de zece. Am văzut că atunci cînd totalul informaţiei este de 5 (de exemplu: **1c+4m**), sau de 0, putem considera rezolvarea mult avansată căci practic cunoaştem în totalitate componenţa cifrului, urmînd să stabilim doar ordinea cifrelor.

Ceva mai complicată este rezolvarea unei situaţii în care nu cunoaştem decît 2—3 cifre din cifru. Întrucît spaţiul nu ne permite să analizăm mai multe asemenea cazuri vom alege pentru rezolvare doar pe cel mai defavorabil caz; şi anume cazul în care la prima întrebare **ABCDE** s-a primit răspunsul informaţie **2m**. O primă îmbunătăţire a rezultatului s-ar realiza prin întrebarea **FGHIJ**, la care informaţia va avea desigur un total de 3— dar aceasta nu se ridică la nivelul unei strategii optime.

Cunoaştem că în cifru se află două dintre cifrele **ABCDE**, pentru care conform tabelului nr. 12.38 avem zece variante de existenţă, şi alte trei cifre dintre **FGHIJ** pentru care în acelaşi tabel se văd alte zece posibilităţi de grupare. În total avem de-a face cu: $10 \times 10 = 100$ combinaţii posibile de cinci cifre. Din analiza comparativă a rezultatelor pe care le-am obţine cu patru tipuri diferite de întrebări (în subsolul tabelului), rezultă că întrebarea optimă va trebuie să conţină două cifre dintre **ABCDE** şi trei cifre la alegere dintre **FGHIJ**. Cele două cifre pe care le repetăm nu trebuie să rămînă pe aceleaşi locuri pe care le-au avut în prima întrebare, căci ne reamintim că informaţia a fost **2m**. Se întreabă: **DEFGH**. Ei, bine de această dată cea mai defavorabilă situaţie va fi în cazul unei informaţii cu totalul de 3 (**3c**; **2c+1m**; **1c+2m** sau **3m**); în total 42 de combinaţii de cifre.

Analizăm în continuare problema fără a ţine cont de numeroasele variante de poziţionare a cifrelor în cifru.

Veţi putea constata şi singuri că întrebarea care divide optim grupajul maxim de 42 de soluţii va trebui să fie de tipul ilustrat în schema nr. 12.39. Adică, la alegere o cifră dintre **ABC**, o altă cifră dintre **DE**, alte două cifre alese dintre **FGH** şi a cincea cifră dintre **IJ**.

Alegem întrebarea **ADFGI**, cu menţiunea că ordinea optimă a cifrelor nu este studiată încă. Grupajul maxim de 17 soluţii delimitat cu această întrebare, în cazul răspunsului informaţiei cu totalul de 3 este redat în schema nr. 12.40. Pe aceeaşi diagramă se analizează modul de secţionare al grupajului. Tipuri de întrebări optime există mai multe; noi ne-am oprit la o întrebare de felul **CDGHI**, care asigură un grupaj maxim de numai 7 soluţii. În continuarea analizei urmărim pe diagrama nr. 12.41. modul de secţionare optimă al acestei ultim grupaj.

Rezultatele complete ale analizei de pînă acum se pot rezuma în schema nr. 12.42. a şi b din care desprindem concluzia că în cel mai defavorabil caz sînt necesare maximum 7 întrebări pentru a determina în mod cert cele 5 cifre care compun cifrul adversarului (**P_{med}=5,23** întrebări).

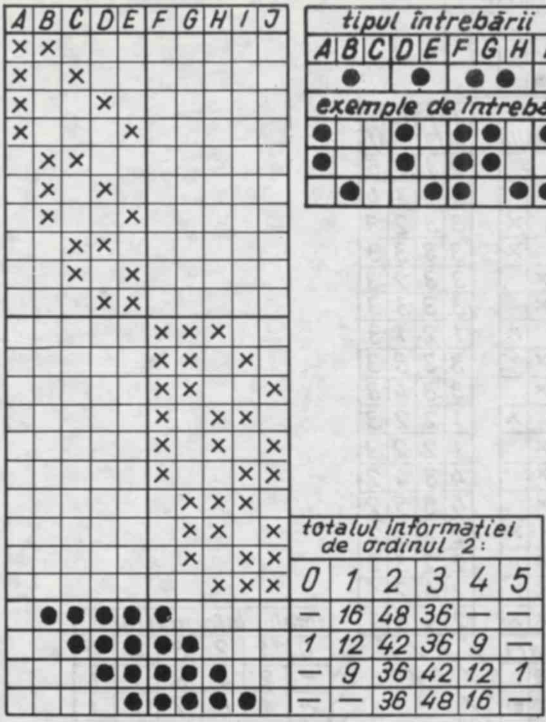


Fig. 12.38

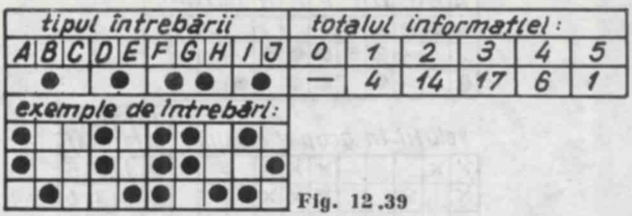


Fig. 12.39

5. CONCLUZII PRIVIND STRATEGIA ŞI TACTICA GENERALĂ DE JOC

Am analizat pînă acum mai multe procedee tehnice de joc care vizează cîteva aspecte de tactică, relativ independente unele faţă de altele;

a) determinarea rapidă a celor cinci cifre din cifrul advers.

b) rezolvarea optimă completă a unor cazuri particulare — cînd informaţia de ordinul unu are un total mare (**5m**; **3c**+**2m**; ...),

c) rezolvarea optimă a grupajelor mici de soluţii.

În cazul unei rezolvări concrete a unei situaţii de joc este necesar să stăpînim şi să îmbinăm aceste procedee într-o tactică unitară. De exemplu, schema optimă de determinare a celor cinci cifre din cifrul advers (fig. 12.42) nu se va aplica singură — fără a se lua în considerare şi ordinea (locul) celor cinci cifre, despre care vom primi indicii cu fiecare nouă informaţie. În acest fel este foarte probabil ca jocul optim să cuprindă un număr mai mic de paşi.

Ca strategie generală de joc distingem două variante principale.

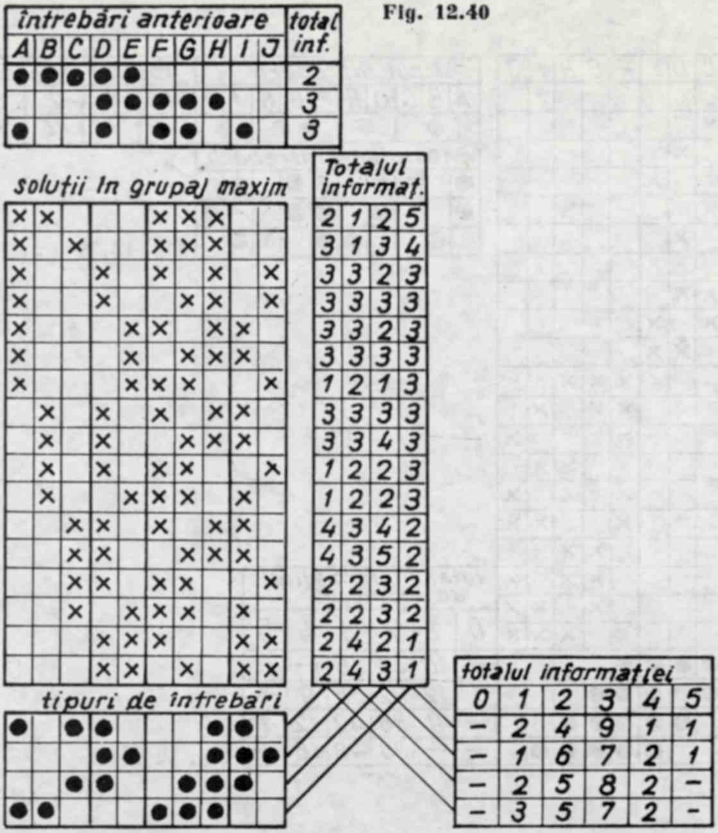


Fig. 12.40

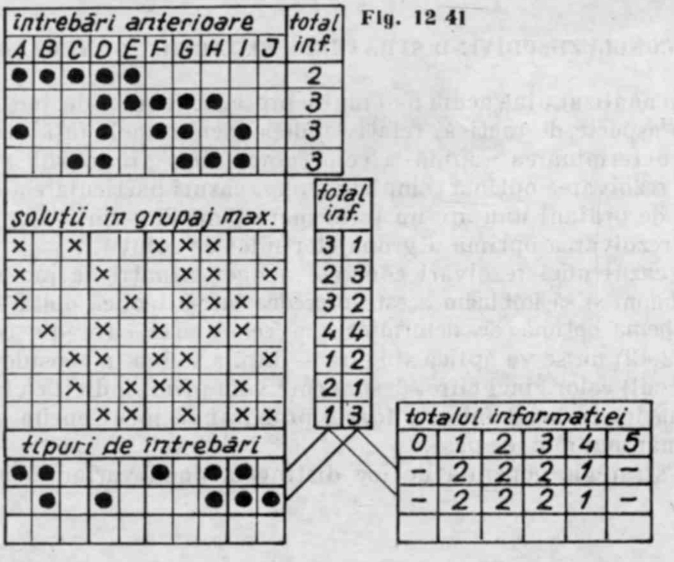


Fig. 12 41

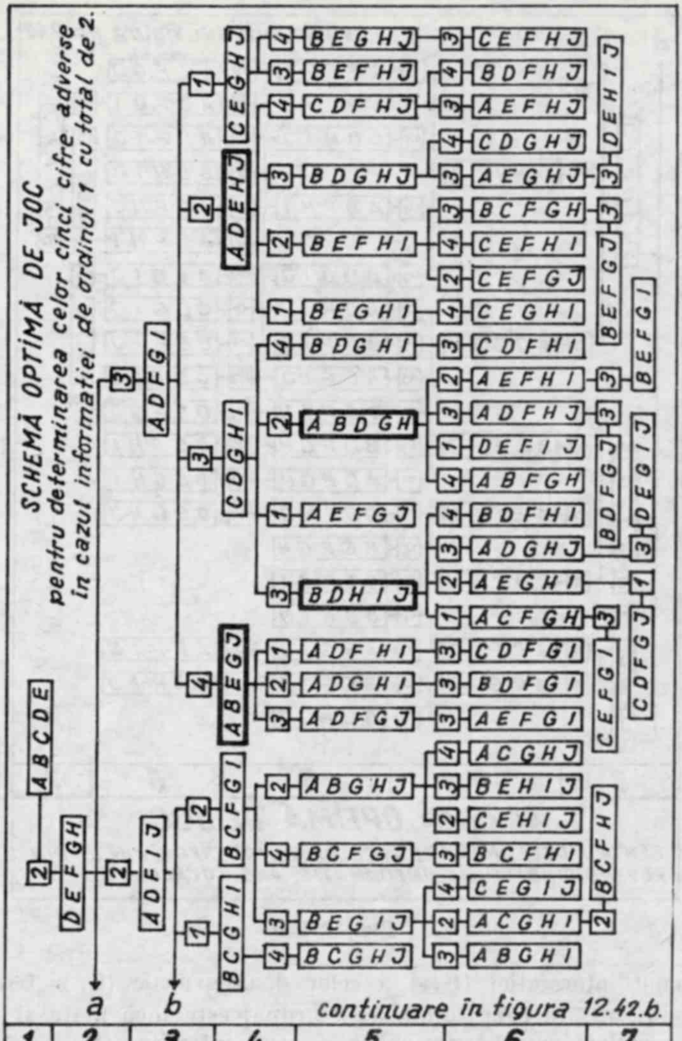


Fig. 12.42 a

În prima variantă; să o numim strategia de joc în paralel, urmărim ca prin două, trei întrebări bine plasate să obținem un grupaj de studiu cît mai redus. La o primă întrebare (I_1) se va obține prima informație (i_1) și respectiv grupajul de soluții posibile aferent (G_1). La a doua întrebare (I_2) vom obține o altă informație (i_2) și un alt grupaj de soluții (G_2). În mod logic grupajul de soluții care ne interesează în continuare

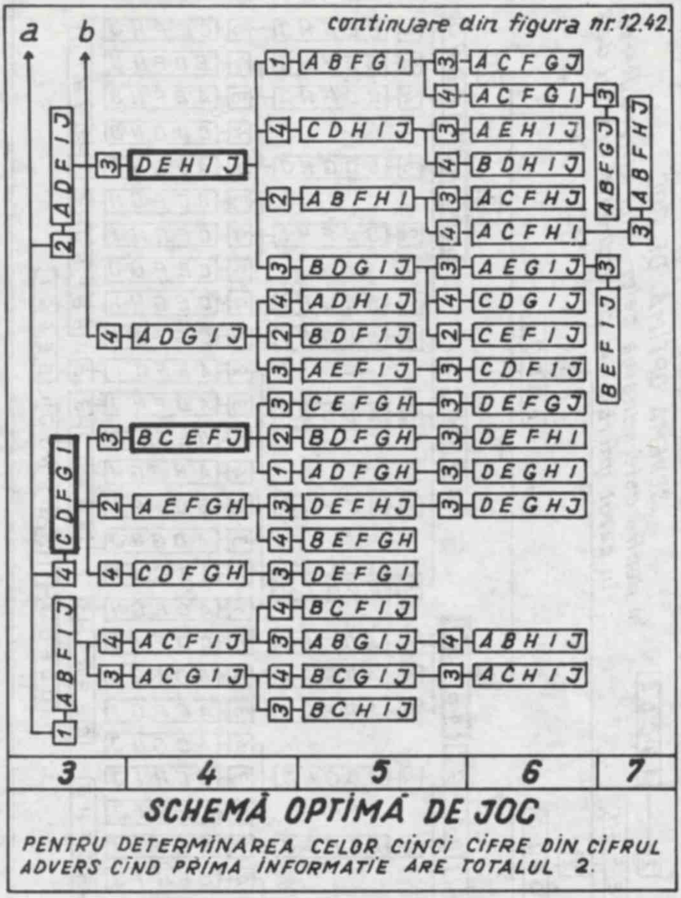


Fig. 12.42b

este grupajul intersecției ($G_{1,2}$) a celor două grupaje (G_1 și G_2) — vezi figura nr. 12.43. În cazul cînd acest grupaj este încă mare și prezintă o analiză completă greoaie vom aplica o nouă întrebare (I_3) care conduce la informația (i_3) și grupajul de soluții respectiv (G_3). De această dată (fig. 12.44), grupajul care interesează este intersecția comună grupajelor G_1; G_2 și G_3 — probabil un grupaj mai mic, ce poate fi analizat mai ușor. De remarcat că în strategia în paralel întrebarea de ordin superior nu are legătură directă cu grupajul anterior, ceea ce se urmărește fiind delimitarea unui nou grupaj cît mai diferit de cel (sau cele) anterior (anterioare).

Deși nutresc convingerea că această strategie în paralel este mai

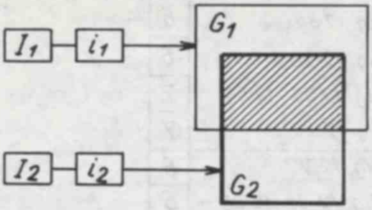


Fig. 12.43

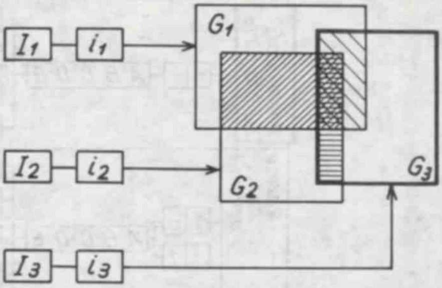


Fig. 12.44

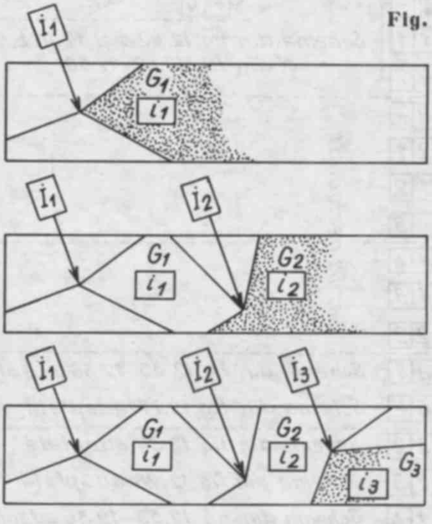


Fig. 12.45

eficace, că oferă o instrumentaţie de penetraţie rapidă spre soluţie, întrucît analiza ei este mai greoaie, adîncirea am lăsat-o pe seama cititorilor — jucători mai pasionaţi.

Tot ceea ce am prezentat în paginile anterioare sînt părţi componente ale strategiei în serie (fig. 12.45), în care se urmăreşte îndreptarea optimă a fiecărei întrebări asupra grupajului anterior, în aşa fel încît acesta să fie secţionat în subgrupaje cît mai mici.

O primă schemă tactică generală de joc încadrată în strategia în serie este prezentată în diagrama din fig. nr. 12.46. Ea este rezolvată doar pentru cîteva cazuri particulare şi poate fi completată şi îmbunătăţită. În funcţie de totalul informaţiei primită la prima întrebare: **FGHIJ**, se intră în joc pe schema unui caz rezolvat sau nu încă. Cititorii sînt îndemnaţi să-şi completeze această schemă tactică cu propriile analize şi concluzii.

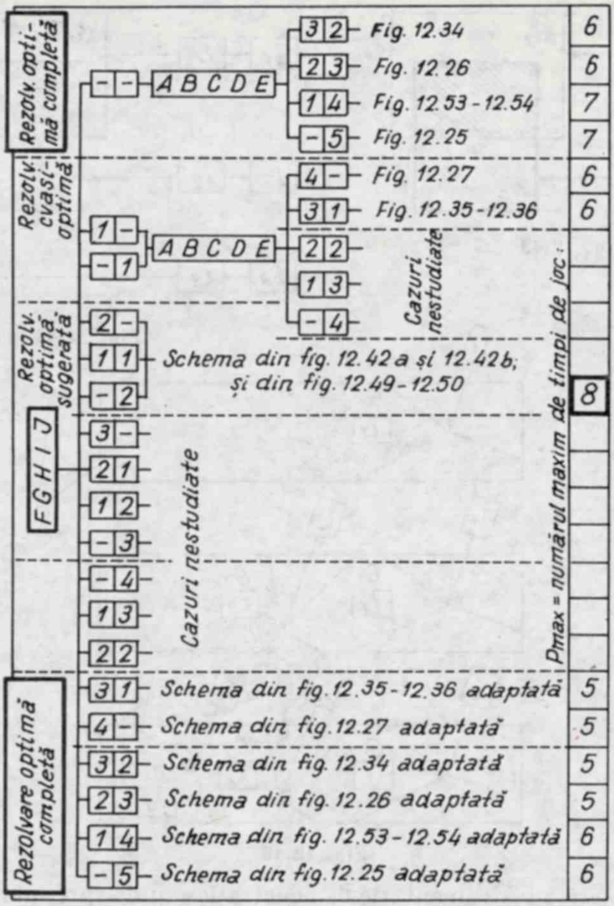


Fig. 12.46

În cele ce urmează sintetizez cîteva principii de tactică cristalizate în analizele anterioare și care trebuie să stea la baza analizelor viitoare.

a) Orice analiză trebuie condusă pentru întreaga mulțime de soluții posibile la acel moment al jocului și nicidecum adîncită pe un anume subgrupaj ales arbitrar — care s-ar dovedi în cele din urmă necuprinzător a adevăratei soluții. S-ar irosi în acest fel o serie de timpi (pași) de joc.

b) În permanență se urmărește obținerea maximului de informații cu minimum de întrebări. Fiecare întrebare trebuie astfel gîndită încît să asigure informația cea mai cuprinzătoare și mai complexă posibil a se obține la pasul respectiv.

c) În general, se includ în întrebare cît mai multe cifre cunoscute, sau cele mai probabile, din cifrul advers.

d) Este indicat ca întrebarea următoare să corespundă cît mai mult cu elementele furnizate în informaţia care o precede. Nu întotdeauna identificarea totală a întrebării cu informaţia precedentă este o tactică optimă, dar oricum acest procedeu este cît se poate de sigur şi nu departe de optim. De exemplu, dacă la întrebarea **FGHIJ** s-a obţinut informaţia **2c+1 m** se poate utiliza cu succes întrebarea următoare de forma **FGAHB**, care menţine două cifre centrate (**F** şi **G**), una mutată (**H**) şi introduce alte două cifre (**A** şi **B**).

e) În faza finală a jocului este absolut necesar ca orice întrebare formulată (deci o posibilă soluţie a jocului) să corespundă tuturor informaţiilor de pînă atunci. Dacă întrebarea preconizată ar contrazice o singură informaţie anterioară trebuie renunţat la ea, căci înseamnă că există alte întrebări care ar oferi un plus de informaţii.

f) De multe ori în cursul jocului, în special la începători, se instalează senzaţia că ceva este greşit, că adversarul a strecurat o informaţie eronată, că jocul nu are soluţie ... Lăsînd la o parte cazurile obiective, cînd această constatare vizează o anume greşeală de comunicare între jucători, datorată neatenţiei, în toate cazurile subiective se trage concluzia că undeva pe parcursul analizei s-au scăpat din vedere o serie de soluţii, prin delimitarea unui grupaj incomplet. Trebuie revăzută analiza şi depistată fisura (excluziunea).

6. NUMĂRUL MAXIM DE TIMPI DE JOC

Orice joc poate dura practic nelimitat (primul grupaj de soluţii are 27,216 elemente); dar el se poate încheia şi într-un număr mic de timpi de joc — nu atît în funcţie de norocul jucătorului cît în funcţie de priceperea lui de a mînui principiile şi tehnicile de joc. Ne propunem acum să determinăm minimum de paşi (întrebări) în care se poate rezolva cea mai defavorabilă situaţie de joc.

Să observăm de la început că acest calcul este aproximativ întrucît nu dispunem de o schemă optimă completă de joc; o serie de cazuri, cum sînt de exemplu: **2c**; **2c+1 m**; .., fiind nerezolvate încă. De asemenea să mai observăm că numărul minim de paşi nu va putea fi mai mic decît 7 = număr de paşi necesar a determina în cel mai defavorabil caz cele cinci cifre ale cifrului advers (schema nr. 12.42). Dar, oare şapte întrebări sînt şi suficiente?

Pe schema din figura nr. 12.46 se observă că toate cazurile studiate se încadrează în acest număr de 7 paşi. Pe schema nr. 12.42 se poate determina numărul mediu de informaţii diferite care se obţin la o anume întrebare. Analiza pînă la pasul nr. 7 este redată în schema nr. 12.47. În realitate numărul mediu de informaţii diferite care se obţin la fiecare pas în schema generală nr. 12.46 este mai mic decît 5,57, căci unele sub-scheme se încheie în mai puţin de 7 paşi. Influenţa maximă a acestora se poate lua în calcul mult acoperitor prin diminuarea fiecărei valori din tabelul nr. 12,47 cu cîte o unitate. Dacă se consideră în medie 4,57 formaţii diferite la fiecare întrebare, înseamnă că în şapte paşi se poate rezolva complet un grupaj minim de $(4{,}57)^7 \cong 48348$ soluţii — mai mare decît grupajul iniţial de 27 216 soluţii.

ordinul întrebării	1	2	3	4	5	6	7	Total	În medie
număr de informaţii diferite	20	5	4,25	4	2,75	2	1	39	39:7=5,57
număr de inf. dif. diminuat								32	32:7=4,57

Fig. 12.47

Din aceeaşi schemă nr. 12.42 să analizăm un singur caz, şi anume unul dintre cele care oferă cele mai puţine informaţii despre locul cifrelor (figura nr. 12.48), pentru a ne da seama dacă este posibil ca soluţia să fie determinată în cei şapte paşi.

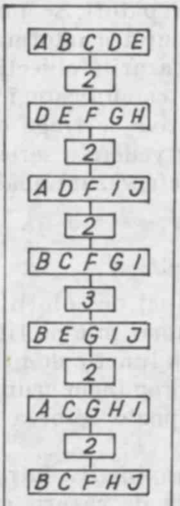


Fig. 12.48

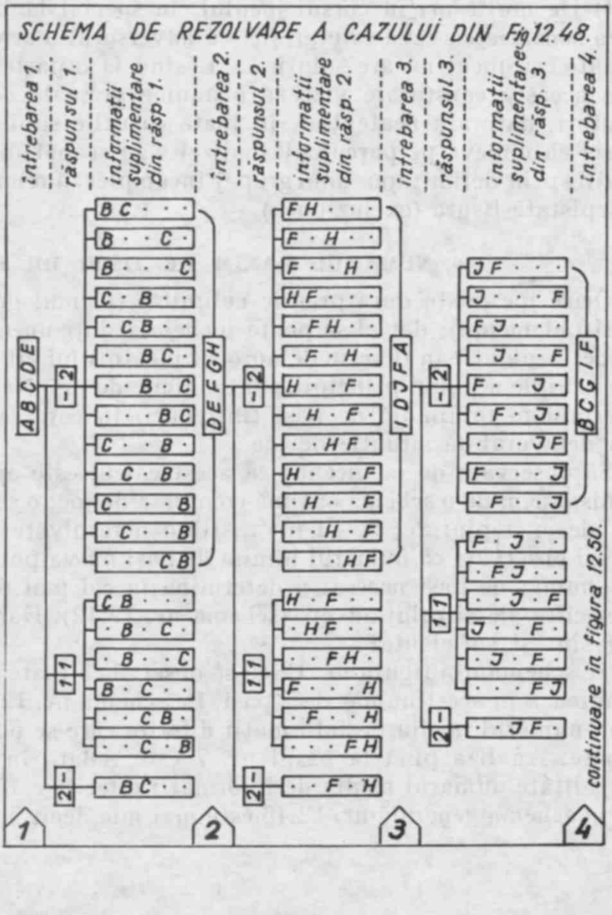


Fig. 12.49

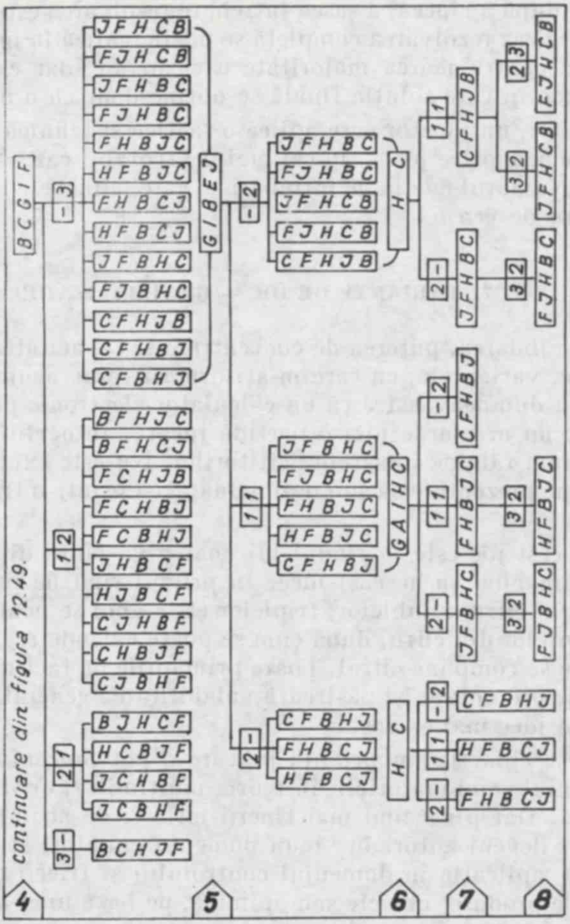


Fig. 12.50

Chiar și în cadrul acestui caz care prezintă în fond cca 1500 de variante vom reține din nou doar variantele (mai numeroase) rezultate din informațiile cele mai puțin semnificative (2 m).

În figurile nr. 12.49 și 12.50 se poate urmări această rezolvare, cu mențiunea că mereu cea mai probabilă întrebare a fost aleasă în funcție de întrebarea și informația anterioară (principiul de tactică expus anterior).

Toate informațiile suplimentare detaliate după fiecare informație țin cont de faptul că înainte de ultima întrebare se cunosc în mod cert cele cinci cifre care compun cifrul advers: B; C; F; H și I. Analizînd retrospectiv fiecare informație și informațiile suplimentare derivate din ea, observăm că după a cincea, a şasea întrebare rezolvarea este aproape completă. În orice caz rezolvarea completă se poate realiza în maximum şapte timpi de joc pentru marea majoritate a cazurilor, dar există şi cîteva cazuri extreme în care soluţia finală se obţine doar cu a opta întrebare.

În concluzie, un jucător care aplică o tactică şi tehnică de joc optimă trebuie să încheie orice joc — în cel mai defavorabil caz — cu maximum 8 întrebări ! Numărul mediu de întrebări cu care se încheie un joc oarecare în medie este de cca 5 ! !

7. VARIANTE DE JOC — GENERALIZARE

Cu toată răbdarea, puterea de concentrare şi capacitatea de a analiza posibilităţile, variantele, cu care m-aţi urmărit pînă acum, cred că este clar şi pentru dumneavoastră că un calculator electronic programat pentru acest joc nu ar pierde nici o partidă jucată. Întocmirea completă a acestui program rămîne în sarcina cititorilor. Nu este exclus ca şi unele scheme optime prezentate să sufere îmbunătăţiri printr-o tratare sistematică pe calculator.

Oricum acest joc este la rîndul lui doar o variantă din multe altele care se pot imagina cu aceeaşi idee. În primul rînd ne putem gîndi la introducerea în cifru a dublelor, triplelor etc.; apoi se poate extinde numărul elementelor din cifru, după cum se poate extinde registrul elementelor din care se compune cifrul. Toate principiile de tactică şi artificiile tehnice de joc prezentate îşi păstrează valabilitatea generală pentru orice joc cu aceeaşi idee mai extins.

Mă gîndesc chiar la importanţa pe care o pot prezenta analizele de aici în domeniul combinatoricii, în teoria mulţimilor, ori în informatică şi cibernetică. Dar pînă cînd mai tinerii cititori de acum, captivaţi de acest joc, vor deveni autori în vreun domeniu enunţat, să ne gîndim şi concret la o aplicaţie în domeniul controlului şi trierii unor loturi foarte mari de produse, obiecte sau animale, pe baza unei anume combinaţii de caracteristici dintr-o listă de parametri mai bogată. Şi cîte nu mai aşteaptă să fie inventate !

SOLUŢIILE PROBLEMELOR

12.1 — $A_{10}^{5}-A_{9}^{4}=27\ 216$

12.2 — Numărul total al cazurilor cînd jocul se poate încheia la prima întrebare este de 27 216, iar probabilitatea cu care apare un asemenea caz este de $1:27\ 216 \cong 0{,}000\ 037$.

12.3 — 4c+1m este o informaţie imposibilă, căci dacă cele cinci cifre (4+1=5 (fac parte din cifru, iar patru dintre ele sînt pe locurile lor (4c), a cincea va fi şi ea obligatoriu la locul ei.

12.4 — Cea mai avantajoasă informaţie este 0c+0m care fixează deodată cele cinci cifre care intră în competenţa cifrului advers (restul de cinci cifre).

12.5 — 5c; 3c+2m; 2c+3m; 1c+4m; 5m; 4c; 3c+1m; 2c+2m; 1c+3m; 4m; 3c; 2c+1m; 1c+2m; 3m; 2c; 1c+1m; 2m; 1c; 1m; 0.

12.6 — Un singur termen. Dacă grupajul ar conţine doi (sau mai mulţi) termeni, cu o singură întrebare nu se poate obţine informaţia finală de 5c decît maximum pentru unul dintre aceştia, pentru restul urmînd a se formula alte întrebări.

12.7 — 20 de termeni! Un grupaj de forma (şi numai acesta); FGHIJ — BFGHI — BCFGH — BCFDFG — BCDEF — BCDEA — AFGHI — ACFGH — ACDFG — ACDEF — ACDEB — ABFGH — ABDFG — ABDEF — ABDEC — ABCFG — ABCEF — ABCED — ABCDF — ABCDE, atacat cu întrebarea ABCDE conduce la 20 de informaţii diferite; 5c; 4c; 3c+2m, ... (în ordine inversă a elementelor grupajului). Aşadar, într-unul din cazuri soluţia este chiar prima întrebare, iar în celelalte 19 cazuri cu cea de a doua întrebare se poate cădea peste oricare din elementele grupajului.

12.8 — Figura nr. 12.51.

12.9 — Figura nr. 12.52.

12.10 — Figura nr. 12.53.

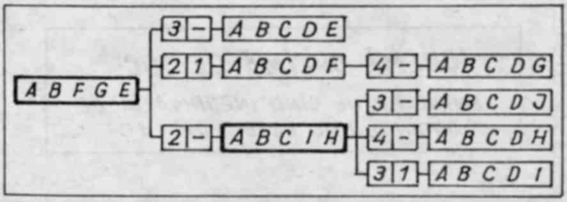


Fig. 12.51

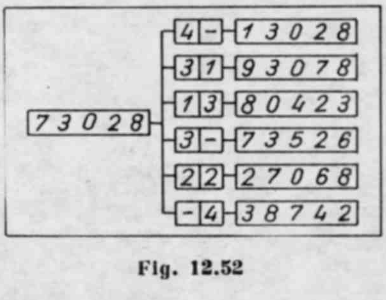


Fig. 12.52

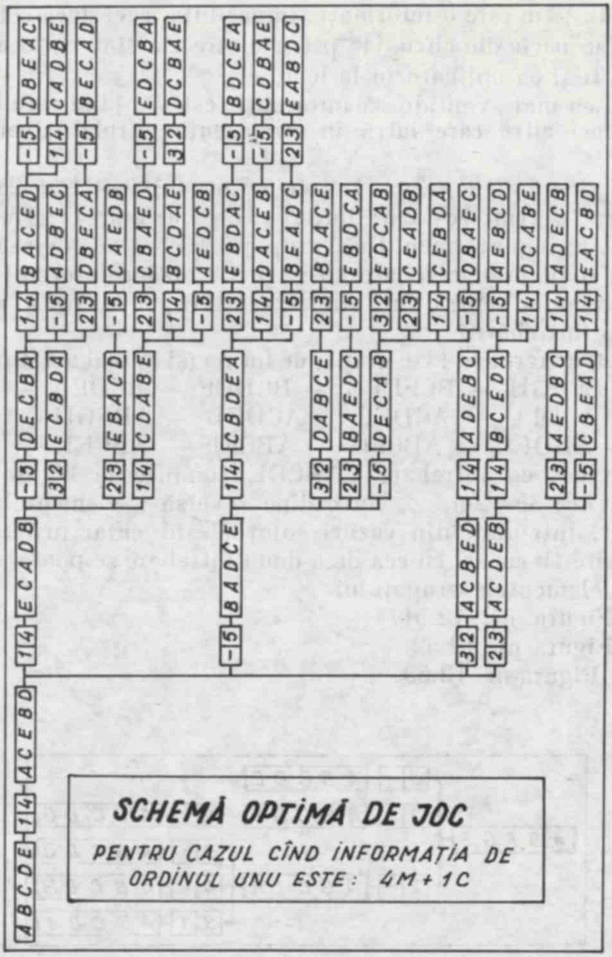

SCHEMĂ OPTIMĂ DE JOC
PENTRU CAZUL CÎND INFORMAȚIA DE ORDINUL UNU ESTE : 4M + 1C
ABCDE 14 ACEBD
14 ECADB
-5 DECBA
14 BACED
-5 DBEAC
14 CADBE
32 ECBDA
-5 ADBEC
23 DBECA
-5 BECAD
23 EBACD
-5 CAEDB
14 CDABE
23 CBAED
-5 EDCBA
14 BCDAE
32 DCBAE
-5 AEDCB
-5 BADCE
14 CBDEA
23 EBDAC
-5 BDCEA
14 DACEB
-5 CDBAE
-5 BEADC
23 EABDC
32 DABCE
23 BDACE
23 BAEDC
-5 EBDCA
-5 DECAB
32 EDCAB
23 CEADB
14 CEBDA
-5 DBAEC
32 ACBED
14 ADEBC
23 ACDEB
14 BCEDA
-5 AEBCD
14 DCABE
23 AEDBC
14 ADECB
-5 CBEAD
14 EACBD

Fig. 12.53

CAPITOLUL 13

SEGMENTE

Pe o foaie de hîrtie marcaţi la întîmplare cîteva zeci de puncte (figura nr. 13.1). Fiecare dintre cei doi jucători are pregătit cîte un creion colorat. Punctele se unesc, două cîte două, prin segmente de dreaptă, indiferent de mărimea şi orientarea segmentelor. Acelaşi punct nu poate fi capătul a două sau mai multe segmente, iar segmentele nu se vor întretăia. În figura nr. 13.2 sînt ilustrate două cazuri de trasare incorectă a segmentelor, în legătură cu punctele coliniare. Segmentele trasate cu linie întreruptă nu sînt corecte şi ca atare nu pot fi jucate ! Alternativ, la fiecare mutare, jucătorii trasează cîte un segment (figura nr. 13.3). Unele puncte

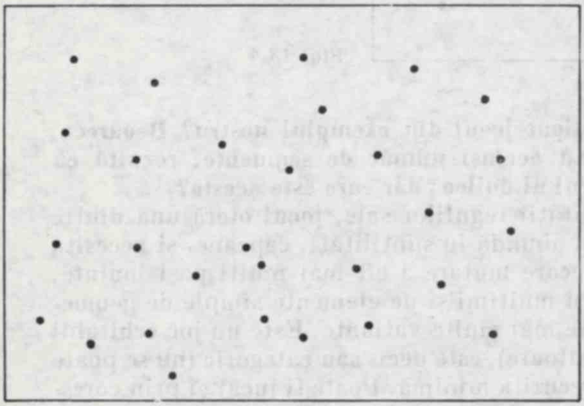


Fig. 13.1

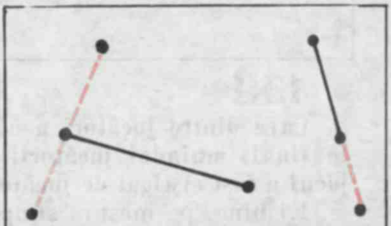


Fig. 13.2

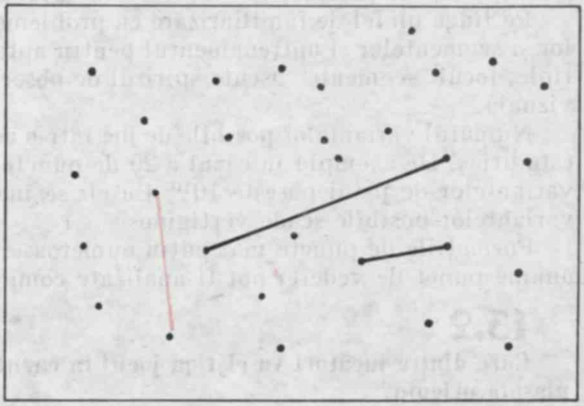
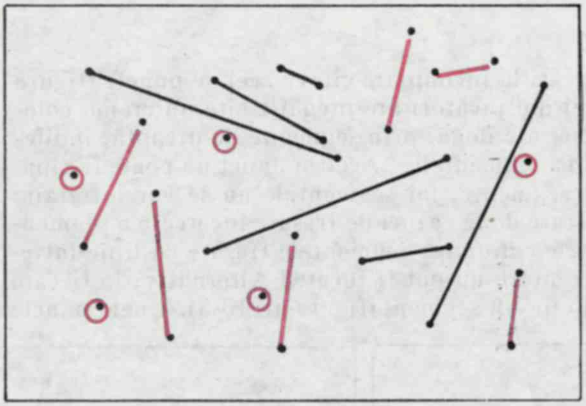


Fig. 13.3

vor rămîne izolate de segmentele deja trasate, fără a mai putea fi utilizate. Jucătorul care reuşeşte să traseze ultimul segment posibil cîştigă jocul (figura nr. 13.4). Nu-i aşa că este un joc simplu?



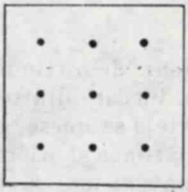


Fig. 13.5

Fig. 13.4

13.1

Care dintre jucători a cîştigat jocul din exemplul nostru? Deoarece, în final, amîndoi jucătorii au acelaşi număr de segmente, rezultă că jocul a fost cîştigat de jucătorul al doilea; dar care este acesta?

Ei bine, pe măsura simplităţii regulilor sale, jocul oferă una dintre cele mai complexe analize. El abundă în subtilităţi, capcane, şi necesită investigarea minuţioasă la fiecare mutare a cît mai mulţi paşi înainte. Bazat pe noţiuni şi operaţii cu mulţimi şi pe elemente simple de geometrie, jocul „segmente" cunoaşte mai multe variante. Este un joc echitabil (nu are o strategie sigur cîştigătoare), este decis sau categoric (nu se poate încheia remiză) şi necesită o recuzită minimă. Poate fi jucat şi prin corespondenţă, şi se pretează la alcătuire de probleme.

Pe lîngă un fel de familiarizare cu problemele de geometrie a punctelor şi segmentelor şi antrenamentul pentru aprecierea combinaţiilor multiple, jocul „segmente" ascute spiritul de observaţie şi dezvoltă memoria vizuală.

Numărul variantelor posibile de joc într-o configuraţie de puncte dată este uriaş. De exemplu în cazul a 20 de puncte (numai) numărul total al variantelor de joc depăşeşte 10^{10}. Cu cît se înaintează cu jocul numărul variantelor posibile scade vertiginos.

Formaţiile de puncte mai puţin numeroase, ori particulare, dintr-un anume punct de vedere, pot fi analizate complet.

13.2

Care dintre jucători va cîştiga jocul în cazul unei formaţii de 4 puncte plasate oricum?

13.3.

Arătaţi că o formaţie de puncte în reţea de 3 × 3, ortogonală, echidistantă (figura nr. 13.5) comportă a strategie cîştigătoare pentru cel de-al doilea jucător!

Pentru analiza jocului, vom nota numărul total de puncte din formaţia dată cu T. Numim „puncte utilizate" punctele care la un moment dat al jocului (t) sînt unite în segmente, şi notăm acest număr cu U. Întotdeauna $U_t=2k$ (în figura nr. 13.6 — punctele mari negre). Punctele care la momentul t al jocului au rămas neutilizate $(T-U_t)$ se împart în două categorii: a) punctele care, datorită segmentelor trasate deja, nu se mai pot utiliza (punctele izolate) pe care le vom numi „puncte blocate", şi le notăm cu B (în figura nr. 13.6 — punctele mari albe) şi b) „punctele libere", notate cu L, şi care pot fi unite în continuare în segmente, în funcţie de preferinţele jucătorilor (în figura nr. 13.6 — punctele mici negre).

La începutul jocului $T=L$; iar în orice moment al jocului: $T=U+$ $+B+L$. La sfîrşitul jocului este adevărată relaţia $T=U+B$, căci $L=0$. Toate punctele, iniţial libere, se transformă pe parcursul jocului în puncte utilizate şi puncte blocate.

În final, numărul punctelor utilizate indică jucătorul cîştigător, căci la $U_f=M4$ cei doi jucători au trasat acelaşi număr de segmente şi deci a cîştigat cel de-al doilea jucător, care a trasat ultimul segment. Dacă $U_f=M4+2$ a cîştigat primul jucător, acesta avînd un segment în plus. Cum nu cunoaştem înainte de joc numărul punctelor pe care le vom utiliza şi nici numărul punctelor care vor rămîne blocate, şi cum numărul punctelor utilizate este mai mare decît al celor blocate, analiza va viza termenul B, urmînd să stabilească, pentru fiecare jucător, valoarea lui B cîştigător.

În general, cu un segment se poate bloca maximum un punct (figura nr. 13.7). Cu ultimul segment este posibilă blocarea a două puncte (fi-

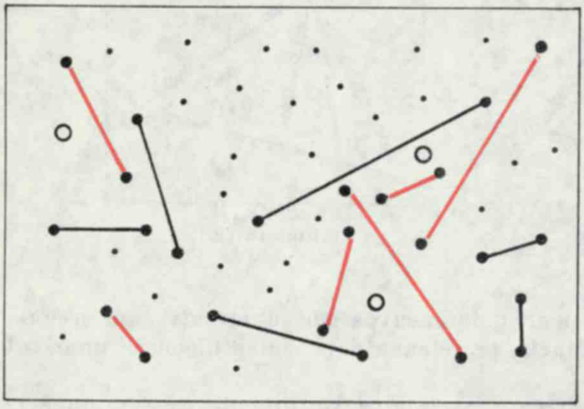


Fig. 13.6

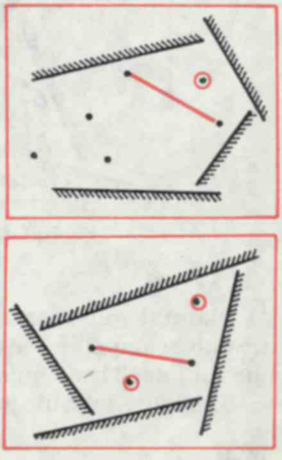


Fig. 13.7-8

gura nr. 13.8). Aşadar, numărul maxim de puncte blocate poate atinge în final numărul segmentelor plus unu. Mai precis, B_{max}. este dat de formulele:

$$B_{max} = \left[\frac{T}{3}\right] + 1, \text{ dacă } T = M4, \text{ sau } T = M4 + 3 \text{ şi}$$

$$B_{max} = \left[\frac{T}{3}\right], \text{ dacă } T = M4 + 1, \text{ sau } T = M4 + 2,$$

unde funcţia [x] este partea întreagă a lui x sau [x] este egală cu cel mai mare număr întreg care nu depăşeşte pe x, iar M4 este multiplu de 4. T se împarte la 3 deoarece la fiecare trei puncte unul poate fi blocat.

Să exemplificăm, pentru reţeaua de puncte din figura nr. 13.9 (T= 100=M4)

$$B_{max} = \left[\frac{100}{3}\right] + 1 = 34$$

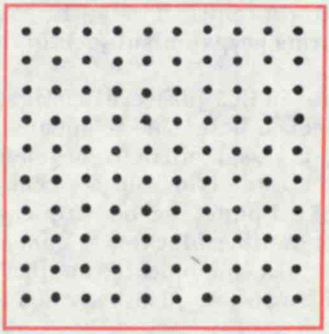


Fig. 13.9

T	Valorile lui Bf câştigă primul	al doilea
M4	m4+2	m4
M4+1	m4+3	m4+1
M4+2	m4	m4+2
M4+3	m4+1	m4+3

Fig. 13.10

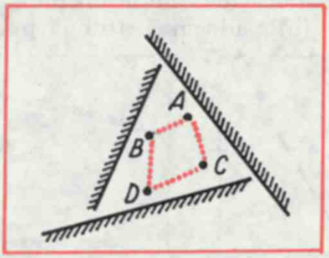


Fig. 13.11

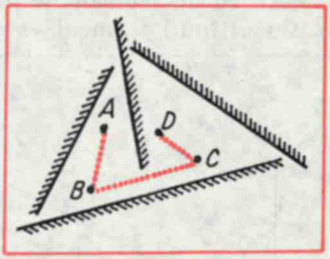


Fig. 13.12

13.4

Rămîne un exerciţiu pentru dumneavoastră să arătaţi cum trebuie trasate segmentele, astfel încît, pe reţeaua dată, să se blocheze numărul maxim de 34 de puncte!

Desigur, într-un joc oarecare este mai puţin probabil să se ajungă la

B_{max} puncte blocate. La momentul t al jocului, se apreciază că pînă la sfîrşitul jocului se poate ajunge la numărul de puncte blocate:

$$B_{max} = B_t + \frac{L}{3} + 1, \text{ cînd } T = M4, \text{ sau } T = M4+3, \text{ şi } B_{max} = B_t + \frac{L}{3},$$

cînd T = M4, sau T = M4+2.

În funcţie de valoarea finală a lui B, la un T dat, se ştie că jocul este cîştigat de unul sau de altul dintre jucători. În tabelul din figura nr. 13.10, sînt prezentate aceste rezultate.

Numărul T fiind cunoscut de către ambii jucători de la începutul jocului, fiecare dintre ei va urmări să se realizeze un asemenea număr final de puncte blocate (B_f) care să-i asigure victoria. Am văzut că B poate avea valori între zero şi cca o treime din totalul punctelor — un interval destul de larg. În general, un anume punct de pe cîmpul de joc poate, sau nu, să fie blocat, după dorinţa jucătorului care urmează la mutare. Acesta va decide asupra procedeului de joc, la pasul respectiv, în funcţie de corecţia care trebuie să o aducă valorii lui B_f (la timpul respectiv).

Un caz particular îl prezintă „grupajul nedecis", de patru puncte izolate de restul cîmpului de joc, şi care permite rezolvarea în două variante cu B = 0, sau cu B = 2, după cum se folosesc toate cele patru puncte, sau numai două. Exemple de grupaje nedecise sînt redate în figurile nr. 13.11 – 13.13. În fiecare exemplu, dacă vom trasa prima dată segmentul AB se mai poate trasa şi segmentul CD (B = 0). În cazul în care vom juca segmentul BC, celelalte două puncte rămîn blocate (B = 2).

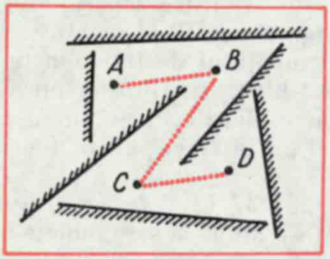


Fig. 13.13

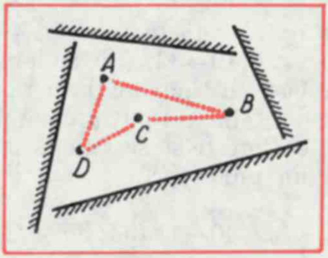


Fig. 13.14

Nu orice grupaj izolat de patru puncte este un grupaj nedecis. De exemplu, grupajul din figura nr. 13.14, este un grupaj decis, căci oricum s-ar juca el, se vor utiliza toate cele patru puncte.

Un grupaj nedecis este întotdeauna favorabil jucătorului care atacă grupajul, jucător pe care îl vom numi: „jucătorul din poziţia întîia faţă de grupaj". (A nu se confunda cu jucătorul care începe jocul!). Spunem aceasta, pentru că jucătorul care atacă grupajul nedecis poate decide dacă grupajul se va juca cu B = 0, sau cu B = 2, după cum unul sau altul dintre cazuri este în avantajul său.

Mai mult chiar, orice număr impar de grupaje nedecise prezintă o strategie cîştigătoare, pentru jucătorul din poziţia întîia şi respectiv este defavorabil jucătorului din poziţia a doua. Şi invers, orice număr par de grupaje nedecise este cîştigător pentru jucătorul din poziţia a doua şi dezavantajos pentru jucătorul din poziţia întîia.

Să analizăm jocul din figura nr. 13.15. T=81; T=M4+1. Strategia primului jucător este ca în final să se ajungă la un număr de puncte blocate B=m4+3, adică: 3; 7; 11; 15; 19; 23 ori maximum 27 de puncte blocate. În acelaşi timp, al doilea jucător va urmări ca numărul final al punctelor blocate să fie: B=m4+1, adică 1; 5; 9; 13; 17; 21 ori 25 de puncte blocate. Diferenţa între ceea ce doreşte primul jucător şi ceea ce doreşte cel de al doilea jucător este de numai două puncte blocate!

În continuare vom nota fiecare mutare prin două numere — numerele punctelor care se unesc la respectiva mutare.

JUCĂTORUL A JUCĂTORUL B

1. 34—47, (Urmăreşte să delimiteze cîmpul de joc în zone separate, mai mici, care să poată fi analizate mai uşor)
1. ... 4—22, (A separat un prim grupaj nedecis de patru puncte!)
2. 3—20 (11), (Cu blocarea punctului 11)
2. ... 26—39
3. 25—27 17—18
4. 8—9 7—16
5. 14—30 15—24 (Şi a separat din nou un grupaj de patru puncte, nedecis.) (Figura nr. 13.16)
6. 19—32, (Cu izolarea grupajului de trei puncte: 1; 2 şi 10, dintre care în final unul va rămîne blocat!). Pînă în prezent jucătorul A ştie că sînt cel puţin două puncte blocate. Acest lucru îl ştie şi B, şi cum el doreşte să se ajungă la cel puţin cinci puncte blocate, mai blochează un punct prin:
6. ... 28—37 (21)
7. 40—41 (33; 36 şi 46), (S-a ajuns la şase puncte blocate!)
7. ... 50—63
8. 49—67 66—79
9. 48—65 64—72 (54)
10. 38—55 (Dacă juca 55—78 ar fi blocat unul din punctele: 76; 77 şi 73. În felul în care a jucat a separat încă un grupaj nedecis de patru puncte!)
10. ... 74—71
11. 61—70 (68) 42—51 (figura nr. 13.17)

Jucătorul A are acum suficiente elemente pentru a analiza complet situaţia. Există pînă în prezent şapte puncte cert blocate (11; 21; 33; 36; 46; 54 şi 68). De asemenea, din grupajele de cîte trei puncte izolate: a) —1; 2 şi 10, b) —80; 81 şi 75, vor mai proveni două puncte blo-

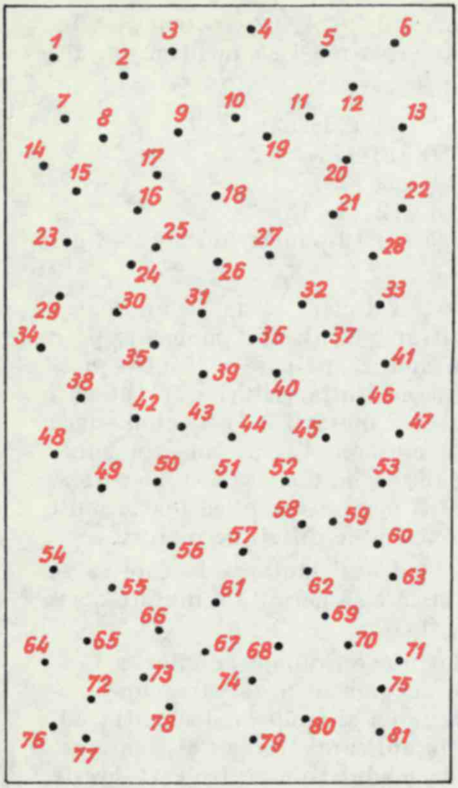


Fig. 13.15

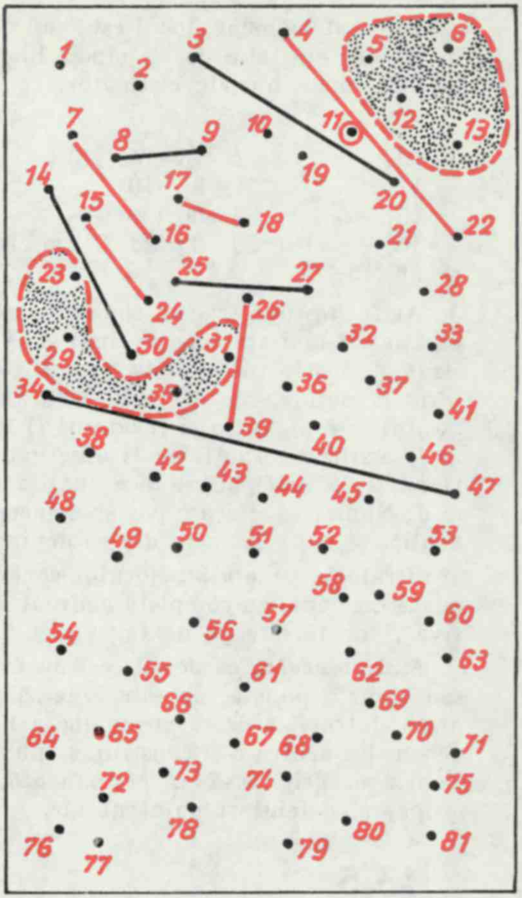


Fig. 13.16

cate. Mai există patru grupaje nedecise de cîte patru puncte a) –5; 6; 12 şi 13, b) –23; 29; 31 şi 35, c) 56; 57; 62 şi 69 şi d) –73; 76; 77 şi 78. A mai rămas de clarificat zona punctelor cuprinse între segmentele: 34–47; 42–51 şi 50–63. Cele patru grupaje nedecise sînt favorabile jucătorului din poziţia a doua. În concluzie, jucătorul A trebuie să-şi asigure la această mutare poziţia a doua faţă de cele patru grupaje nedecise. (Grupajele de cîte trei puncte fiind în număr par nu influenţează poziţia jucătorilor faţă de grupajele nedecise).

12. 45–58 (Cu blocarea a încă două puncte, cîte unul în fiecare din cele două grupaje de cîte trei puncte, izolate acum).

În acest moment, jocul este sub controlul lui A, care a reuşit, pînă în prezent, un total de 11 puncte blocate şi va reuşi să menţină un total de puncte blocate cîştigător.

12.	...	57–69 (56; 62)
13.	77–73 (74; 78)	80–81 (75)
14.	1–2 (10)	44–52 (43)
15.	53–60 (59)	6–12 (5; 13)

16. 29–35 (23; 31) şi cîştigă (cu 19 puncte blocate – figura nr. 13.18).

Ar fi greşit să tragem concluzia că este suficient să analizăm doar o poziţie cît mai aproape de final şi să intrăm, în ultimul moment, pe o strategie cîştigătoare. Este adevărat că analiza pe care a făcut-o jucătorul A înaintea mutării a 12-a l-a dus pe acesta la victorie; dar aceeaşi posibilitate a avut-o şi jucătorul B înaintea mutării a 11-a, cînd, dacă ar fi analizat situaţia ar fi observat că mutarea 42–51 nu este bună. Dar... şi A ar fi putut face analiza înaintea mutării sale a 11-a! ş.a.m.d. Numai că, fiecare pas spre începutul jocului complică foarte mult analiza şi la un moment dat ea devine extrem de dificil de realizat.

Strategia generală a jocului constă în a găsi mutarea la care să se poată face analiza completă a situaţiei şi care să permită o mutare decisivă – de intrare pe un făgaş sigur cîştigător.

Mai observăm că odată ce s-au izolat unele grupaje de cîte 2; 3; 4, sau chiar 5 puncte, nu este bine să ne ocupăm de rezolvarea lor imediată, întrucît aceasta presupune a lăsa teren şi timp la dispoziţia adversarului pentru a-şi construi şi pune în aplicare strategii cîştigătoare. Vom avea grijă însă, în permanenţă, de modul cum se izolează aceste grupaje, de felul şi numărul lor.

13.5

Să se demonstreze că pentru orice reţea dezvoltată pe două direcţii, cu puncte echidistante de tipul 2n · k există o strategie cîştigătoare a primului jucător (figura nr. 13.19a, b şi c).

(Nu vă avîntaţi în calcule care nu se ştie unde vor sfîrşi; pentru a demonstra ipoteza de mai sus sînt necesare doar cîteva simple observaţii de natură tactică.)

S-ar părea că toate structurile de 2n · k puncte, dezvoltate echidistant pe două direcţii, pentru care există deci o teorie completă, sînt pierdute pentru jocul nostru. În realitate, vom readuce foarte uşor, în sfera interesului, orice configuraţie de acest fel, prin plasarea pe ea a uneia sau mai multor „pete“ (zone interzise). Pentru o asemenea structură cu „defecte“, de felul celor ilustrate în figura nr. 13.20 a şi b, este imposibil

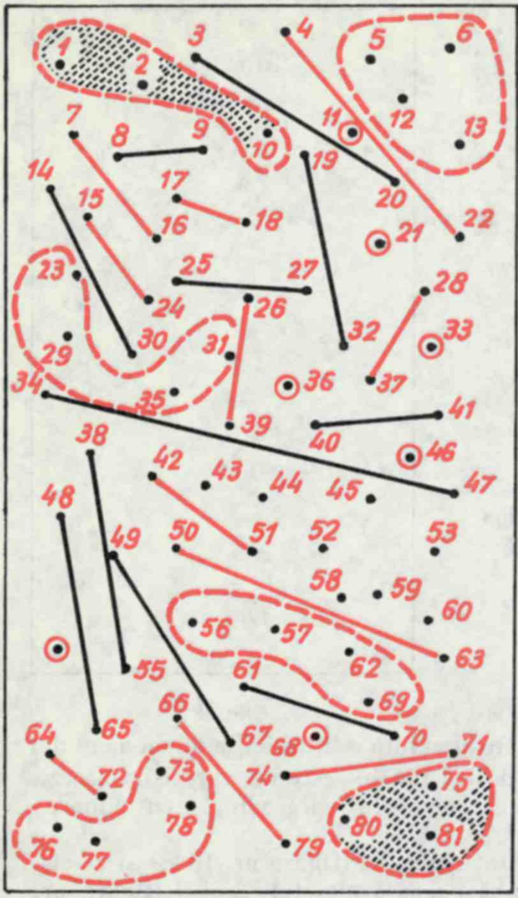


Fig. 13.17

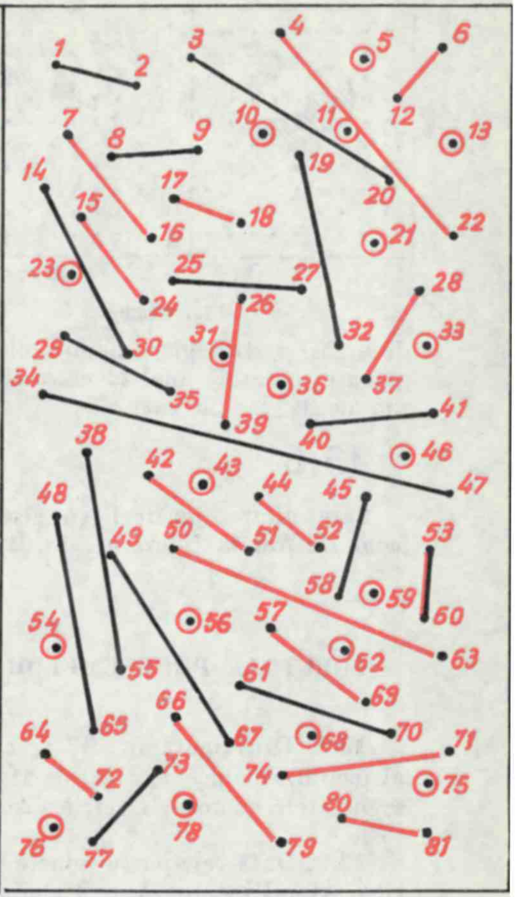
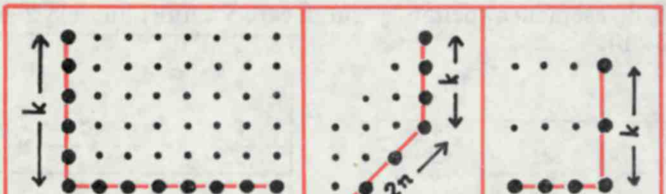
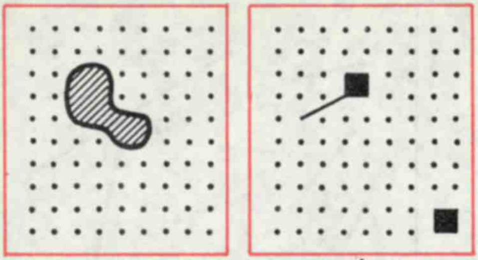


Fig. 13.18



a b c

Fig. 13.19



a b

Fig. 13.20

de a găsi o strategie generală, cîştigătoare; ca atare analiza se va efectua de la caz la caz.

13.6

Care dintre jucători va cîştiga jocul ilustrat în figura nr. 13.21?

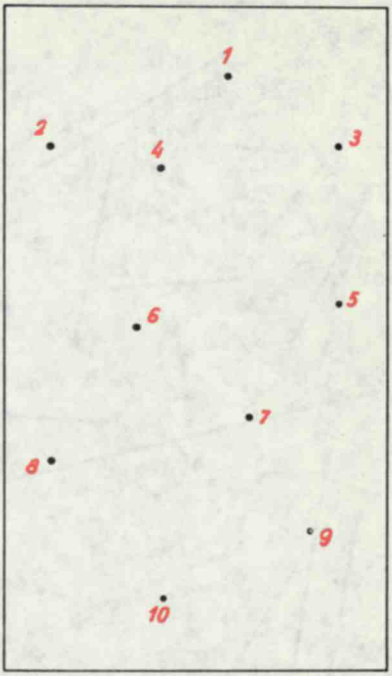


Fig. 13.21

SOLUŢIILE PROBLEMELOR

13.1. Din figura nr. 13.3, care prezintă o situaţie, la un moment dat al jocului, deducem că cel de-al doilea jucător este cel care îşi trasează segmentele cu roşu. Deci, a cîştigat jucătorul care a jucat cu culoarea roşie.

13.2. Dacă cele patru puncte sînt coliniare (figura nr. 13.22 a) va cîştiga primul jucător, care trebuie să unească punctele 2 şi 3 (figura nr. 13.22 b).

În cazul cînd trei din cele patru puncte sînt coliniare (figura nr. 13.23 a) cîştigă, de asemenea, primul jucător care va uni punctele 2 şi 3 (figura nr. 13.23. b).

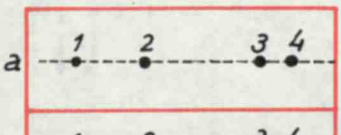


Fig. 13.22

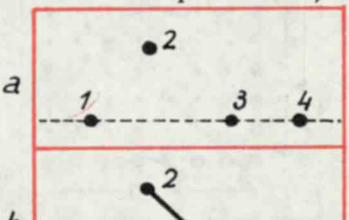


Fig. 13.23

Analizînd apoi poziţia celor patru puncte oarecare distingem două cazuri (figura nr. 13.24 a şi b). Fie primele trei puncte 1; 2 şi 3, iar triunghiul format de ele 123. Prelungind fiecare latură a triunghiului în ambele sensuri, întreg planul se împarte în şapte zone. Dacă punctul 4 se află în suprafaţa albă (a) cîştigă primul jucător — prin trasarea uneia din diagonalele patrulaterului, format de cele patru puncte; iar dacă punctul 4 se află pe suprafaţa colorată (b) cîştigă cel de-al doilea jucător — oricum şi-ar trasa primul segment.

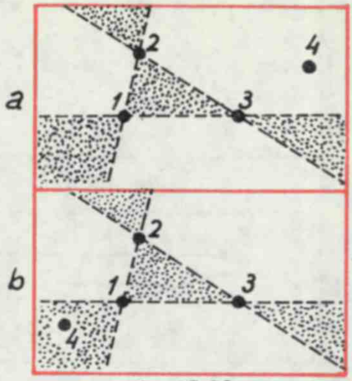


Fig. 13.24

Rezultatul se poate sintetiza astfel: Patru puncte într-o poziţie neparticulară formează un patrulater. După cum patrulaterul este convex, sau concav, va cîştiga primul, respectiv al doilea jucător.

13.3. În figura nr. 13.25 sînt ilustrate toate modurile caracteristice de joc ale primului jucător (segmentele cu linie neagră). În fiecare dintre

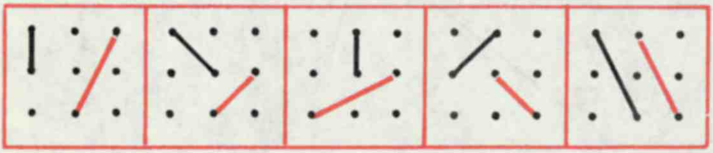


Fig. 13.25

acestea al doilea jucător va răspunde cu segmentul trasat cu linie colorată. Se indică doar unul dintre răspunsurile bune ale celui de-al doilea jucător, în toate cazurile el avînd mai multe răspunsuri corecte. În fiecare caz cîştigă al doilea jucător.

13.4. Există mai multe soluţii. Un exemplu în figura nr. 13.26.

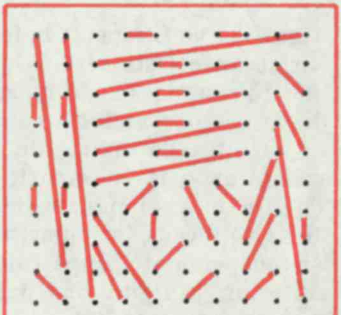


Fig. 13.26

13.5. Să analizăm pentru început jocul cu două formaţii identice de puncte, independente. (figura nr. 13.27). Cele două formaţii pot avea aceeaşi formă sau forme simetrice, şi de asemenea, observaţia este valabilă şi pentru cazul general în care punctele sînt plasate oricum. La un astfel de joc va cîştiga întotdeauna al doilea jucător, jucînd simplu într-o strategie de perechi. Orice segment va trasa primul jucător (pe una din

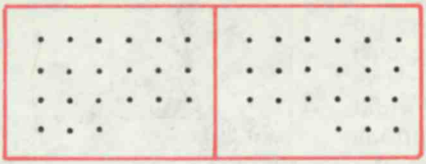


Fig. 13.27

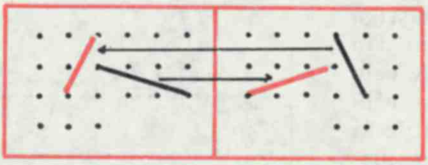


Fig. 13.28

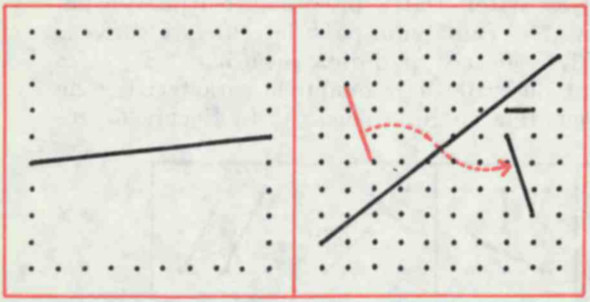


Fig. 13.29

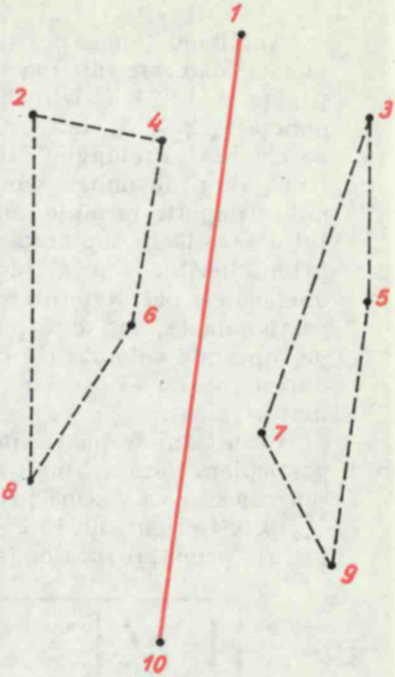


Fig. 13.30

figuri) el va fi repetat la fel, de către al doilea jucător, pe figura pereche. În acest fel este cert că după ultimul segment posibil trasat de primul jucător va mai exista un segment posibil pereche, pe cealaltă figură, care îi va asigura victoria celui de-al doilea jucător (vezi figura nr. 13.28).

O rețea de puncte de forma $2n \cdot k$ are un număr par de puncte și ca atare poate fi împărțită printr-un segment în două părți identice, de cîte $n \cdot k - 1$ puncte fiecare. Pentru a-și asigura victoria primul jucător va proceda la împărțirea formației inițiale în două formații identice și independente, după care va juca conform strategiei de perechi expusă anterior. În figura nr. 13.29 sînt ilustrate două moduri diferite de a trasa primul segment într-o formație de 10×10 puncte.

Mai observăm că strategia de perechi poate fi aplicată cu succes de al doilea jucător în orice joc cu 2 m figuri identice.

13.6. Primul jucător are de ales din 45 de segmente posibile (1—2; 1—3; ... 9—10). Singurul segment care îi asigură acestuia victoria este: 1—10 (fig. 13.30.). În toate celelalte cazuri cel de-al doilea jucător are unul sau mai multe răspunsuri prin care intră pe făgaș cîștigător.

CAPITOLUL 14

RALIU AUTO

Raliurile de automobile, cursele de diferite formule, pe circuite consacrate sau diferite piste şi trasee, au inspirat o variată gamă de jocuri şi jucării. Acestea nu sînt accesibile oricui, şi apoi parcă nu permit o desfăşurare liberă a aptitudinilor jucătorului, fiind tributare, într-un fel sau altul, realizării lor din punct de vedere tehnic. S-a inventat chiar şi jocul curselor de automobil cuplat la televizor. Cel mai simplu, dintre toate jocurile cu această idee, rămîne însă jocul prin reprezentarea schematică pe hîrtie.

Jocul „raliu-auto", pe care vi-l prezint, este un joc dinamic, antrenant, atractiv, reproducînd sugestiv goana bărbătească a bolizilor pe banda de asfalt, cu multe dintre trăirile, momentele critice, şi chiar tragediile acestui sport. El dezvoltă aptitudinea pentru calculul rapid al traiectoriei optime, capacitatea de decizie rapidă, spiritul competitiv şi de fair-play, dar mai presus de orice, lasă un cîmp larg de valorificare a iniţiativei. Însăşi elasticitatea regulamentului de joc presupune un substanţial aport al potenţialului inventiv propriu jucătorului. Nu sînt de neglijat nici aspectele de ordin matematic pe care le prezintă: operare cu vectori, mărimi de segmente, analiza combinatorie în stabilirea variantelor de traseu şi în optimizarea traiectoriei etc. Toate acestea ne conduc la concluzia că avem de-a face cu un joc cu multe valenţe raţionale.

Jocul se desfăşoară în doi, sau mai mulţi participanţi. El necesită: hîrtie cu pătrăţele (preferabil de format A3) şi cîte un creion colorat (pastă, carioca etc.) diferit pentru fiecare jucător.

Să vedem cum s-au schematizat principalele elemente ale cursei. În primul rînd pista, circuitul, sau traseul de concurs, se va „proiecta" — desena — pe foaia de hîrtie după bunul plac al jucătorilor, sau al unui arbitru. Pista se reprezintă prin marginile sale; două linii continui şerpuinde care urmăresc un anumit traseu, cu distanţa medie între ele de 3—4 pătrăţele. Nu se recomandă ca lăţimea ei să coboare sub două pătrăţele. În figura nr. 14.1 este prezentat un exemplu de traseu în circuit. De fapt, de pe suprafaţa de joc a traseului ne vor interesa doar nodurile reţelei de pătrăţele, acestea fiind singurele puncte în care s-ar putea afla la un moment dat maşinile de cursă. De aceea este bine să se precizeze, înainte de începerea jocului, care dintre nodurile din zona de margine a

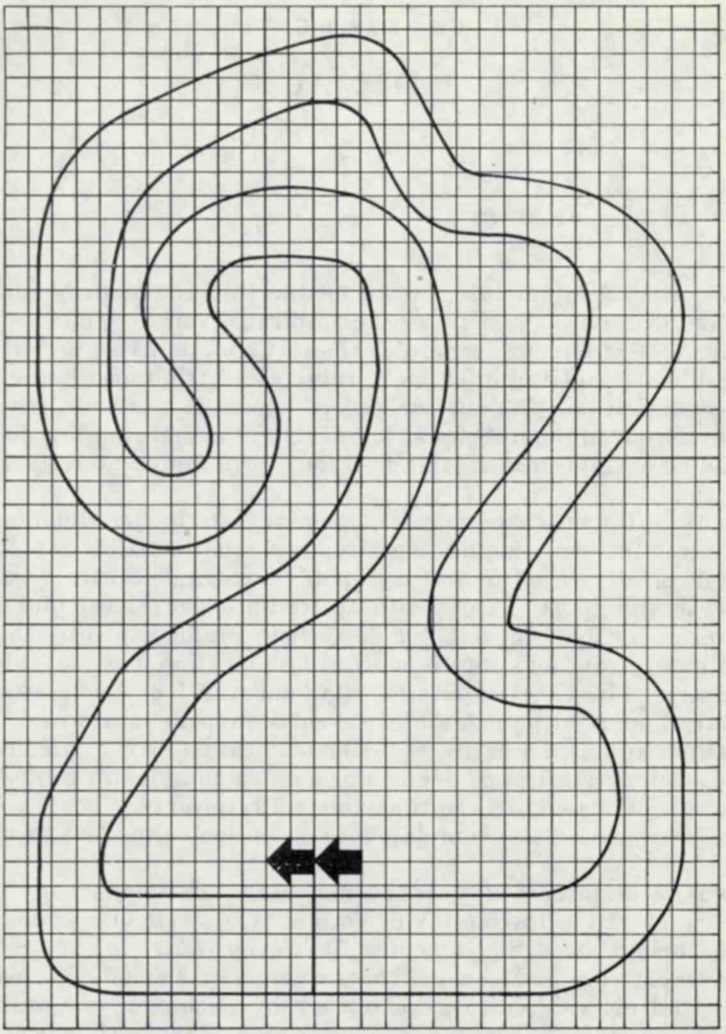


Fig. 14.1

pistei se consideră pe pistă şi care în afara acesteia. Clarificarea situaţiei acestor puncte, care ar putea da naştere la interpretări diferite, se face prin marcarea nodurilor respective cu cîte un punct. În figura nr. 14.2, nodul A este pe pistă, în timp ce nodul B se consideră în exterior.

Pe acest traseu, maşina fiecărui concurent va fi reprezentată punctiform, în poziţiile succesive ale ei, de la începutul cursei pînă la „sosire". Punctul „maşină" se va afla mereu în vîrful săgeţilor (vectorilor) care reprezintă direcţia sensul şi mărimea vitezei în acel moment. Şirul acestor vectori, cap la cap, materializează pe hîrtie traiectoria maşinii.

Se adoptă arbitrar viteza zero, reprezentată printr-un punct, şi şase trepte de viteză, reprezentate convenţional prin numărul respectiv de

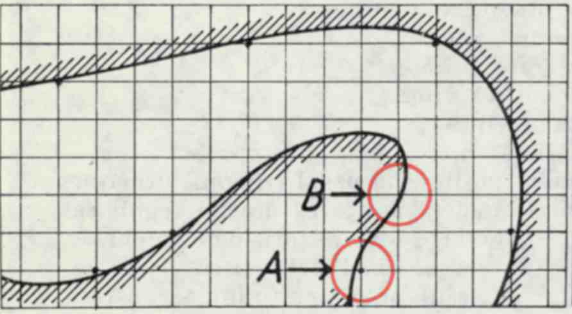


Fig. 14.2

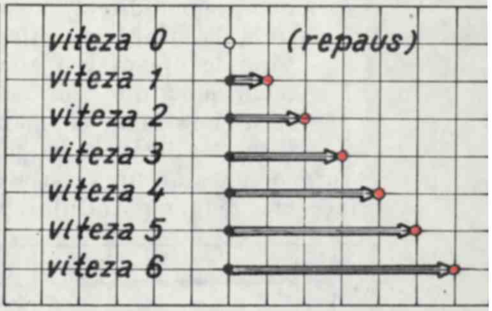


Fig. 14.3

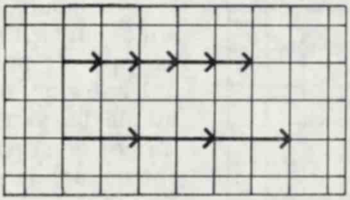


Fig. 14.4

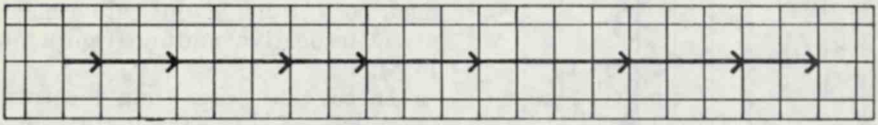


Fig. 14.5

segmente unitare — drumul parcurs în unitate de timp cu o anumită viteză (figura nr. 14.3). Trecerea maşinii dintr-o viteză în alta se face numai gradat, prin consecutivitate, atît în sens crescător, cît şi descrescător. În acest fel, pe o traiectorie dreaptă, maşina care are o mişcare (rectilinie) uniformă se va reprezenta ca în figura nr. 14.4, iar maşina cu o mişcare accelerată neuniform, ca în figura nr. 14.5. În concluzie, la fiecare mutare, jucătorul are dreptul de a decide asupra menţinerii vitezei maşinii, accelerării cu o treaptă, sau frînării cu o treaptă.

Pe lîngă decizia asupra variaţiei mărimii vitezei, jucătorul va stabili, la fiecare mutare, şi direcţia de mers; de asemenea în trei variante: menţinerea direcţiei, viraj la stînga şi viraj la dreapta. Virajele, sau corecţiile de direcţie, se fac de fiecare dată cu cîte un segment în stînga ori în dreapta. De exemplu, în figura nr. 14.6, jucătorul a cărui maşină are direcţia, sensul şi mărimea vitezei date, continuă mişcarea (cursa) prin alegerea uneia dintre următoarele posibilităţi de manevră:

1 — menţinerea direcţiei şi a vitezei,
2 — viraj la stînga, cu menţinerea vitezei,
3 — viraj la dreapta cu menţinerea vitezei,
4 — menţinerea direcţiei cu micşorarea vitezei,
5 — viraj la stînga, cu micşorarea vitezei,
6 — viraj la dreapta cu micşorarea vitezei,
7 — menţinerea direcţiei, cu mărirea vitezei,
8 — viraj la stînga, cu mărirea vitezei,
9 — viraj la dreapta, cu mărirea vitezei.

În general, stabilirea variantelor posibile la pasul (timpul) următor se face cu „regula pătratului mic“. Pentru aplicarea acestei reguli se prelungeşte traiectoria deja parcursă, în sensul, pe direcţia şi cu viteza de la pasul anterior, fixîndu-se astfel „punctul de bază“. În figura nr. 14.7 se poate vedea cum se determină punctul de bază pentru cîteva exemple de mutări efectuate la timpul anterior. Apoi, în jurul punctului de bază se ia pătratul cu latura de două pătrăţele, respectiv cele opt noduri de pe laturile acestui pătrat. Aceste opt noduri, împreună cu punctul de bază, reprezintă toate cele nouă posibilităţi de mişcare a maşinii la respectiva mutare (figura nr. 14.8).

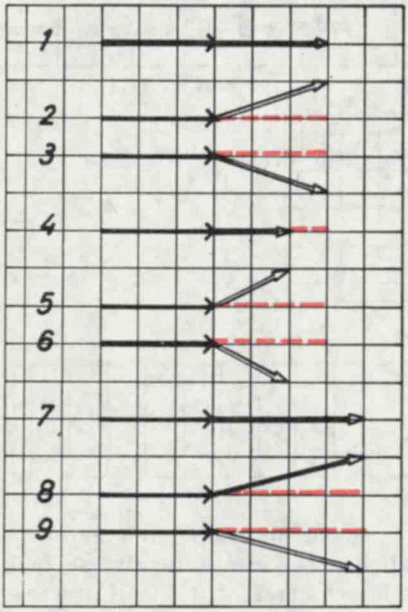


Fig. 14.6

În cel mai scurt timp jucătorul va trebui să-şi aleagă unul dintre cele nouă puncte din pătrat; cu alte cuvinte, să hotărască asupra direcţiei şi mărimii vitezei pentru mutarea respectivă, după care va trasa o săgeată (în culoarea sa de joc) cu originea în punctul unde se afla maşina şi cu vîrful în punctul ales. De exemplu: în figura 14.8 a, jucătorul a hotărît să vireze la stînga cu aceeaşi viteză; în cazul b se virează la dreapta odată cu mărirea vitezei; în cazul c se virează la stînga şi nu se accelerează; iar în cazul d nu se menţine direcţia şi nici viteza de la pasul anterior.

14.1

Care sînt cele 9 posibilităţi de manevrare ale unei maşini aflate în repaus?

Se constată că aceeaşi viteză poate avea diferite înclinaţii faţă de liniile reţelei de pătrăţele. Astfel, mărimea vitezei este dată de numărul pătrăţelelor pe care se întinde cea mai mare proiecţie a ei, pe una dintre cele două direcţii ale reţelei. De exemplu: mai multe variante ale vitezei a cincea sînt ilustrate în figura nr. 14.9. Aşadar, nu este esenţială lungimea segmentului ci numărul pătratelor peste care se merge — acest număr stabilind de fapt treapta vitezei.

Numărul total al posibilităţilor de trasare a vectorilor viteză (v), în funcţie de orientarea lor pe o anumită direcţie şi cu un anumit sens, dintr-un punct dat, se obţine cu formula:

$$N = 8\,v,\ \text{unde:}$$

N = numărul poziţiilor, iar v = mărimea vitezei. Deci cu cît viteza este mai mare cu atît are mai multe posibilităţi de orientare în jurul unui punct. Dacă se trasează dintr-un punct, toate poziţiile posibile ale unei anumite viteze, vîrfurile vectorilor viteză vor ocupa toate nodurile de pe laturile unui pătrat, de mărime: 2 v. Aceasta este „regula pătratului mijlociu", şi o ilustrare a ei, pentru cazul vitezei a treia, este dată în figura nr. 14.10.

Pentru a distinge între ele diferitele poziţii ale unei viteze, adoptăm notaţia convenţională prin raportul: mărimea vitezei / numărul de pătrăţele cu care este deviată ea faţă de reţea. De exemplu: în figura nr. 14.11 sînt reprezentate vitezele: 5/0; 5/1;... 5/5. În continuare, vom numi

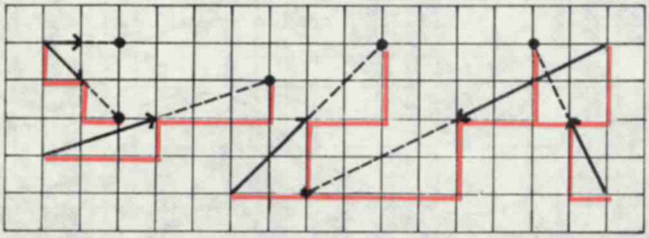


Fig. 14.7

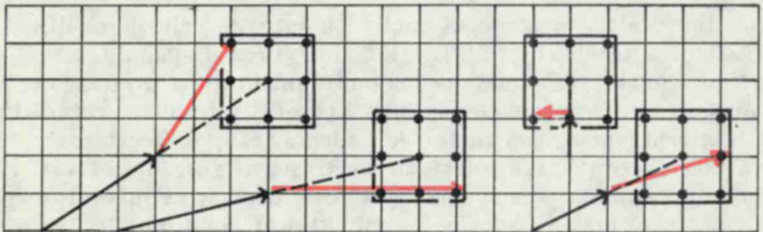


Fig. 14.8

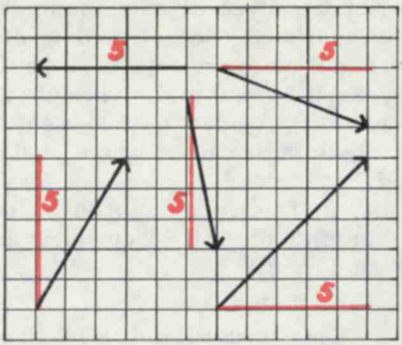


Fig. 14.9

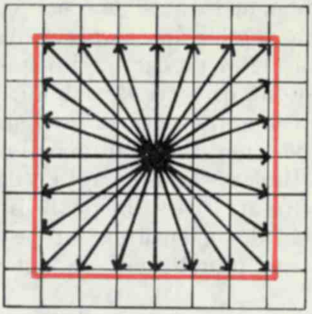


Fig. 14.10

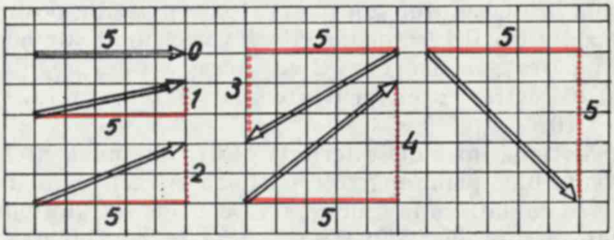


Fig. 14.11

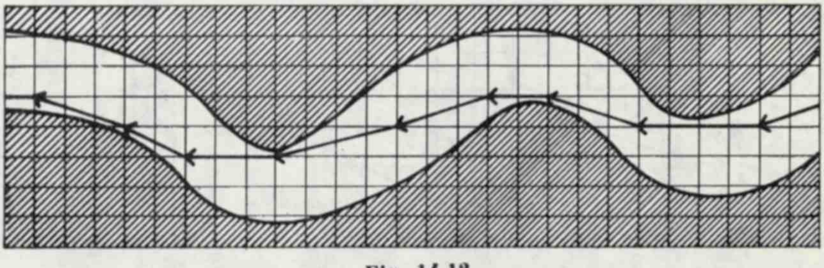


Fig. 14.12

„viteză diagonală" viteza egal înclinată față de cele două direcții ale rețelei. Deci, vitezele: 1/1; 2/2;.... 6/6 sînt viteze diagonale.

În figura nr. 14.12 se poate vedea un fragment dintr-un traseu și traiectoria mașinii unuia dintre concurenți. Vectorul viteză (traiectoria) nu va putea intersecta marginea pistei de concurs, căci în acest caz se consideră că mașina respectivă a ieșit de pe traseu (figura nr. 14.13). Pentru a preîntîmpina un asemenea „accident" este necesar ca jucătorul să intuiască traiectoria mașinii sale pe parcursul a cîtiva timpi în avans, și să acționeze din timp schimbînd în consecință direcția și viteza. Există și cazuri cînd mașina nu mai poate fi condusă pe pistă (în cadrul regulilor de joc), și din cauza unei traiectorii anterioare incorecte, ori din cauza unei viteze prea mari, ieşirea de pe traseu este iminentă. În cazul în care pista de concurs este mărginită pe acel sector de abrupt, zid, apă (lac, rîu), ori de alt obstacol stabilit iniţial pe foaia de joc, respectivul concurent se va considera abandonat, în imposibilitate de a continua cursa.

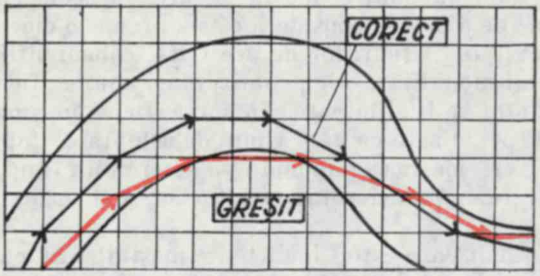


Fig. 14.13

Dacă însă ieşirea de pe pistă se face într-o zonă mai puţin accidentată, concurentul va conduce maşina în exterior pînă la oprirea ei, după care se va reîntoarce pe traseu şi va continua cursa. Oricum, o asemenea manevră se soldează cu o pierdere însemnată de paşi faţă de adversari, şi nu este recomandată din punct de vedere tactic în nici un caz. Pentru a fi reglementară continuarea cursei, reluarea traseului trebuie să se facă dintr-un punct de pe traiectoria anterioară ieşirii de pe pistă a maşinii. Un asemenea caz este ilustrat în figura nr. 14.14. Din cauza vitezei excesive,

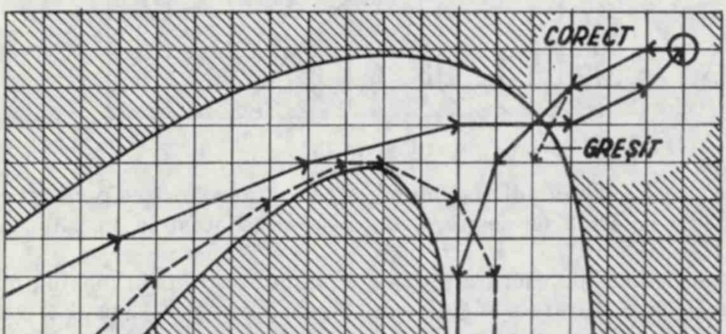


Fig. 14.14

maşina nu s-a putut înscrie în curbă regulamentar, şi, cu toate că s-a frînat, a ieşit de pe traseu cu viteza a treia. A continuat în afara traseului cu viteza a doua, apoi, întîia, după care timpul următor de joc s-a considerat staţionare. După aceasta, a pornit din nou cu viteza întîi, şi a intrat pe pistă într-un punct cu puţin înainte de ieşirea de pe pistă, continuînd jocul. (Din staţionare se poate pleca în orice direcţie).

Evident, traiectoriile maşinilor se pot intersecta, iar două sau mai multe maşini pot ocupa acelaşi punct de pe pistă, dar la timpi de joc diferiţi. De asemenea este perfect regulamentar a parcurge exact aceeaşi traiectorie a unui concurent din faţă.

Cînd două, sau mai multe maşini se află în acelaşi timp de joc în acelaşi punct de pe pistă, se consideră că s-a produs o ciocnire — un accident. Pentru evitarea situaţiilor de acest fel, concurenţii vor stabili la începutul jocului modalitatea de penalizare, şi anume: fie că maşina care a tamponat pe alta va fi eliminată din cursă, fie că maşina care a produs accidentul va fi penalizată cu 2—4 timpi de aşteptare, după care va pleca cu viteza întîi, iar maşina tamponată va aştepta un timp şi va pleca tot cu viteza întîi, fie că maşina tamponată nu va fi în nici un fel penalizată etc.

Startul se organizează astfel încît toate maşinile din cursă să plece de pe aceeaşi linie; primul pas fiind obligatoriu a se efectua perpendicular pe linia de plecare, cu viteza întîi (figura nr. 14.15). Locurile de pe linia de plecare, precum şi ordinea de mutare, se vor stabili prin tragere la sorţi.

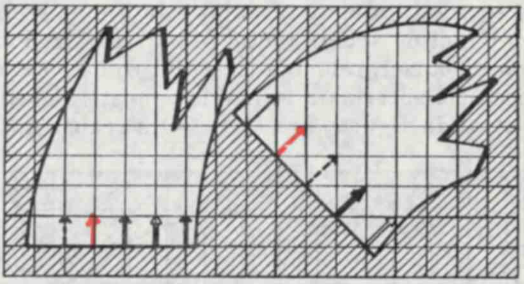


Fig. 14.15

Plecarea şi sosirea pot fi comune, ori separate. Sosirea poate fi cu oprirea maşinii pe linia de sosire, sau cu trecerea acesteia în viteză (figura nr. 14.16).

În ordinea de joc, fiecare jucător îşi conduce propria maşină prin trasarea la fiecare mutare a săgeţii care fixează direcţia, sensul şi viteza de înaintare a acesteia. Clasamentul se stabileşte în funcţie de ordinea de sosire din cursă a maşinilor; mai precis, în funcţie de numărul mutărilor pe care fiecare jucător le-a făcut pentru acoperirea întregului traseu.

După cîteva exersări a jocului se ajunge să se stăpînească bine tehnica de joc, în paralel cu cîştigarea unei experienţe de ordin tactic.

14.2

În figura nr. 14.17 sînt ilustrate posibilităţile de înseriere a maşinii

în curbă cu diferite viteze. Ce părere aveţi, se poate conduce maşina în interiorul cercului numai cu viteza a treia?

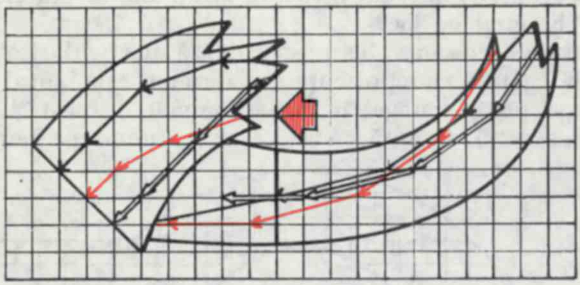


Fig. 14.16

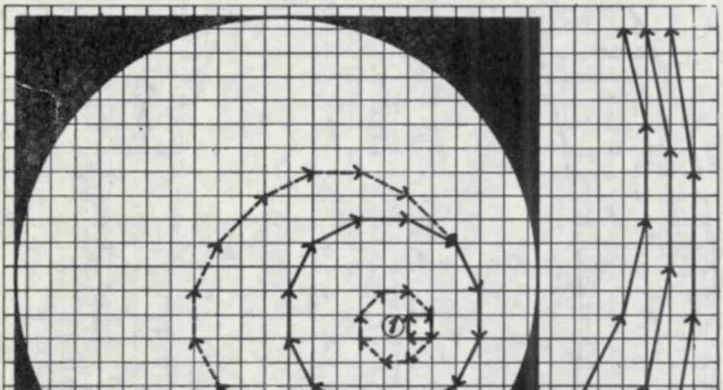


Fig. 14.17

14.3

Priviţi traseul din figura nr. 14.18. Alegeţi-vă un loc pe linia de start şi încercaţi să acoperiţi întregul traseu în minimum de mutări ! Aţi reuşit s-o faceţi în 35 timpi de joc?

O observaţie interesantă, care speculează particularităţile convenţiilor făcute în legătură cu reprezentarea vitezelor, este faptul că dintr-un anumit punct se poate ajunge, în acelaşi număr de paşi, la mai multe puncte de pe aceeaşi dreaptă. Altfel spus, drumul pe perpendiculara

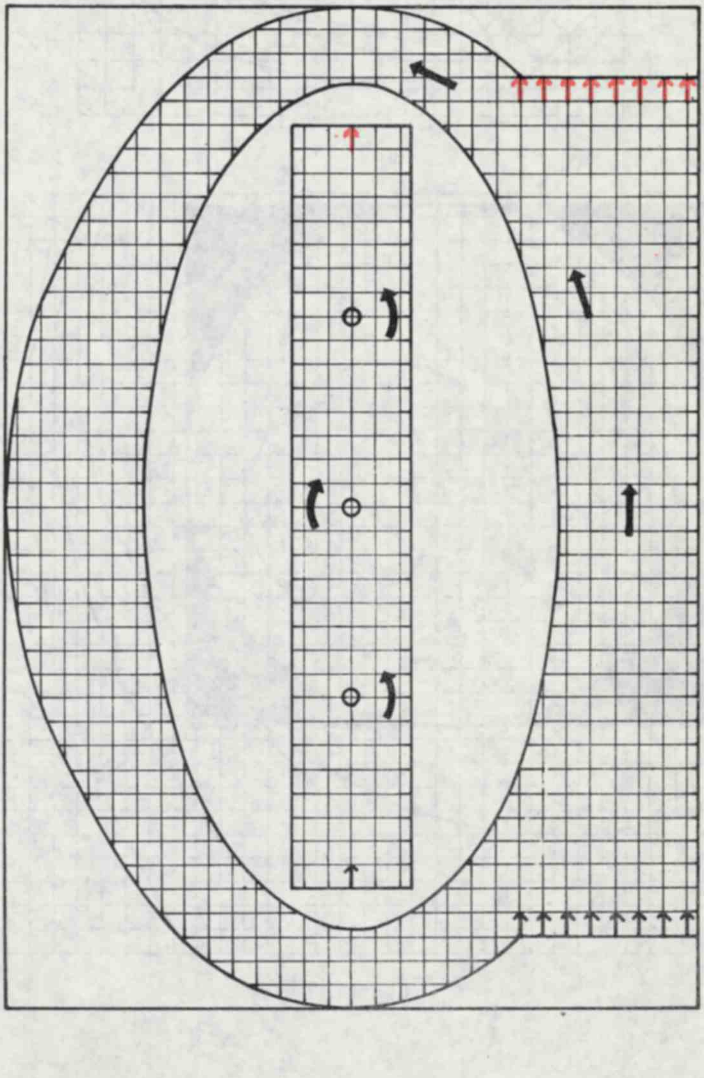


Fig. 14.18

dintr-un punct la o dreaptă poate fi parcurs în acelaşi număr de mutări ca şi drumul pe oblica la 45° faţă de dreapta respectivă (figura nr. 14.19)! De aici, deducem „regula pătratului mare", şi anume: toate cele mai depărtate puncte în care se poate ajunge dintr-un anumit punct, cu plecare din repaus, într-un număr „n" de mutări, sînt nodurile de pe laturile unui pătrat cu centrul în punctul de plecare (fig. nr. 14.20).

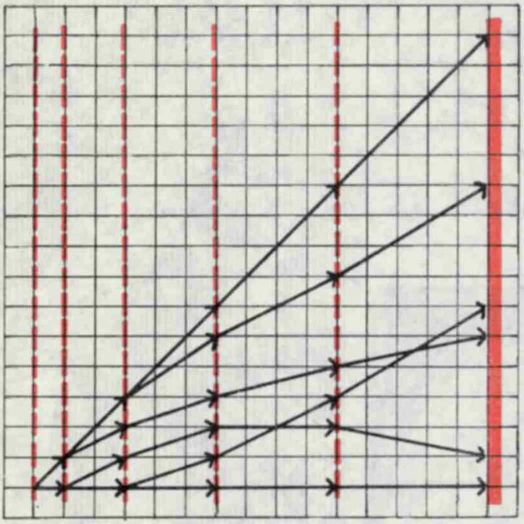


Fig. 14.19

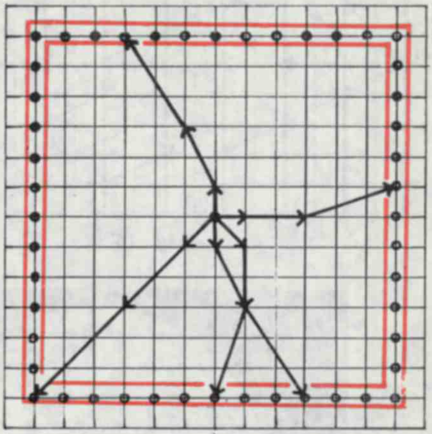


Fig. 14.20

Acest lucru are explicaţia în faptul că viteze egale, dar de înclinaţii diferite, sînt reprezentate prin vectori a căror lungime este diferită. În tabelul din figura nr. 14.21 se poate vedea că dacă la înclinaţia 0 viteza 4 are lungimea vectorului de 4, aceeaşi viteză, diagonală, atinge lungimea vectorului de 5,657; cu cca. 42% mai mare decît prima.

reprezentare de joc	viteza/direcţia	mărimea segmentului
	4/0	4,000
	4/1	$\sqrt{17}$ = 4,123
	4/2	$\sqrt{20}$ = 4,472
	4/3	$\sqrt{25}$ = 5,000
	4/4	$\sqrt{32}$ = 5,657

Fig. 14.21

Prima concluzie este că cea mai rapidă acoperire a traseului se realizează prin folosirea ori de cîte ori este posibil (pe direcţie de înaintare) a vitezei diagonale şi a vitezelor cu înclinaţie mare.

Între două puncte (aflate pe aceeaşi linie din reţeaua de pătrăţele) se pot găsi mai multe trasee (de diferite forme) care asigură acoperirea distanţei în acelaşi număr de paşi (figura nr. 14.22). Această concluzie

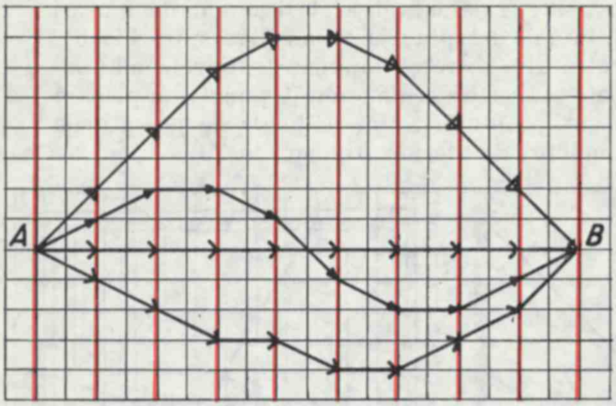


Fig. 14.22

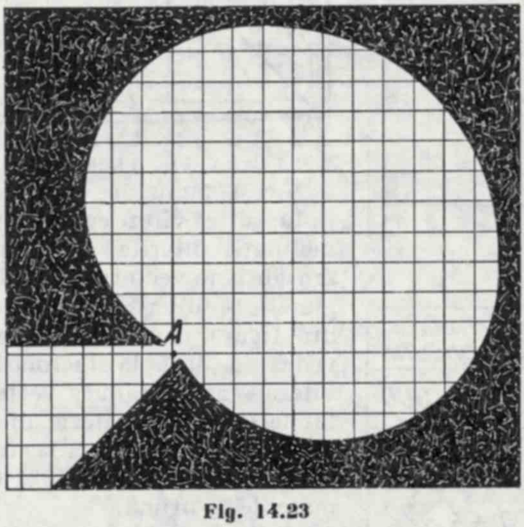


Fig. 14.23

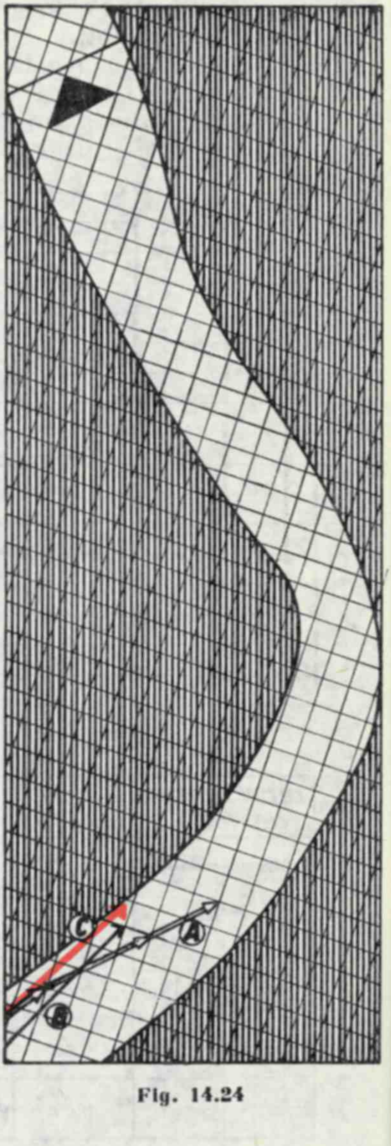


Fig. 14.24

se poate extinde şi la cazul a două, sau mai multe, aliniamente paralele, între care există felurite variante de traiectorii egale în timpi de joc.

14.4

Priviţi figura nr. 14.23. Maşina pe care o conduceţi a intrat, din colţul de stînga jos, în punctul A cu viteza a cincea. Puteţi opri maşina în spaţiul închis din faţă?

14.5

Trei jucători: A, B și C au ajuns foarte aproape de linia de sosire; avînd între ei doar mici diferențe (figura nr. 14.24). Cunoscînd că urmează la mutare în ordinea literelor și că sosirea se face în viteză, se cere să stabiliți care dintre ei va termina învingător cursa !? Vă reamintesc că doi concurenți care trec linia de sosire în același număr de mutări se consideră egali, indiferent de lungimea cu care au depășit sosirea.

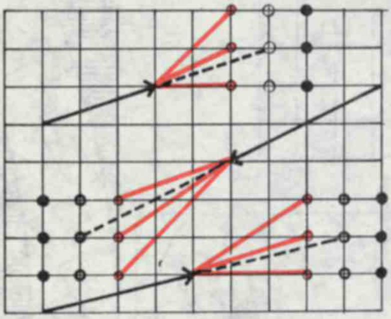


Fig. 14.25

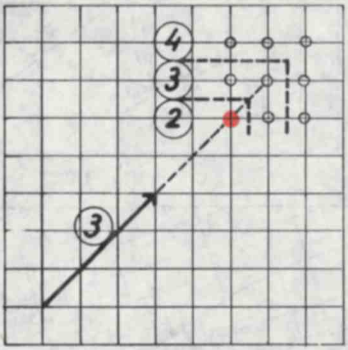


Fig. 14.26

Un real dezavantaj al vitezei diagonale (!) care conduce uneori la traiectorii obligate, ba chiar la ieșirea de pe pista de concurs, este faptul că frînarea se face într-un punct obligat. În timp ce frînarea de la viteze cu înclinație mică se poate face în trei puncte (figura nr. 14.25), în cazul vitezei diagonale micșorarea vitezei se poate realiza numai păstrînd direcția (pe diagonală). Așa cum se vede și în figura nr. 14.26, la o viteză diagonală, regula pătratului mic dă: 5(!) puncte de viteză mai mare, 3 puncte de aceeași viteză și numai un punct de viteză mai mică, în aceeași timpi de joc.

Acei dintre dumneavoastră care ați analizat situația din problema nr. 14.4, ați putut constata că se poate într-adevăr opri mașina, în spațiul închis, la oricare dintre vitezele: 5/0; 5/1; 5/2; 5/3; și 5/4; dar se va depăși conturul dat, ieșind cu viteza a doua, în cazul cînd se frînează de la viteza diagonală 5/5.

Chiar și la vitezele vecine celor diagonale, deci la vitezele: 6/5; 5/4; ... 2/1, frînarea nu prezintă decît două posibilități (figura nr. 14.27).

În concluzie, cu cît viteza este mai înclinată, față de caroiajul de joc, cu atît frînarea se face mai dificil, respectiv, în variante obligatorii.

14.6

În situația din figura nr. 14.28, va reuși vreunul dintre concurenții A, B și C să se detașeze în cîștigător? Răspunsul este: da ! Dumneavoastră stabiliți care este acest jucător, și care este jocul său corect.

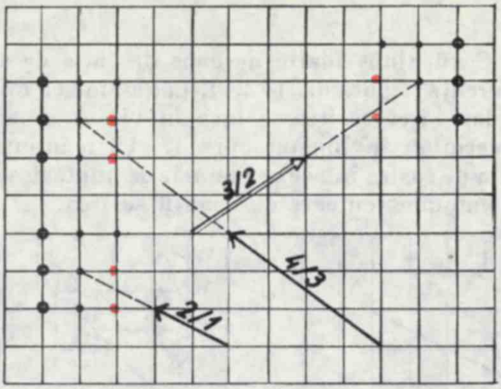
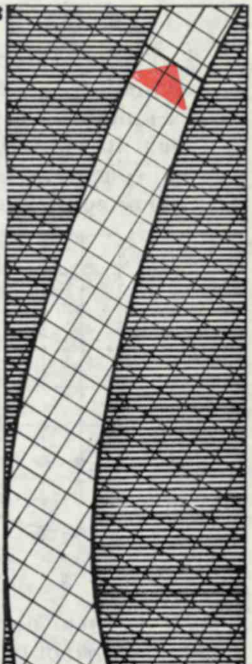


Fig. 14.27

Fig. 14.29

Fig. 14.28



Pentru diversificarea situaţiilor pe care le au concurenţii de rezolvat pe traseu, precum şi pentru adăugarea unui plus de dificultate analizelor, traseul de concurs poate fi complicat prin precizarea pantelor. În acest fel, pe sectoarele de pistă în coborîre se poate conveni ca accelerarea să se facă din două în două trepte, iar pe sectoarele de pistă în urcuş să fie permisă frînarea din două în două trepte (figura nr. 14.29). De asemenea, se pot introduce felurite obstacole, ca de exemplu: barieră care se lasă după mutare „n" şi se ridică înaintea mutării „m", pete de ulei pe pistă, trecere pietoni (cu obligativitatea ca maşinile să nu depăşească viteza întîia) zonă de drum alunecos, drum în lucru etc. Problema vectorilor tangenţi la marginea pistei se poate soluţiona fie prin avertismente, iar la un număr de 2–3 avertismente jucătorul respectiv să fie eliminat din concurs, fie prin obligativitatea ca, la mutarea imediat următoare, jucătorul, care a trasat o săgeată tangentă (confundată) cu marginea pistei, să frîneze cu un număr de segmente corespunzător.

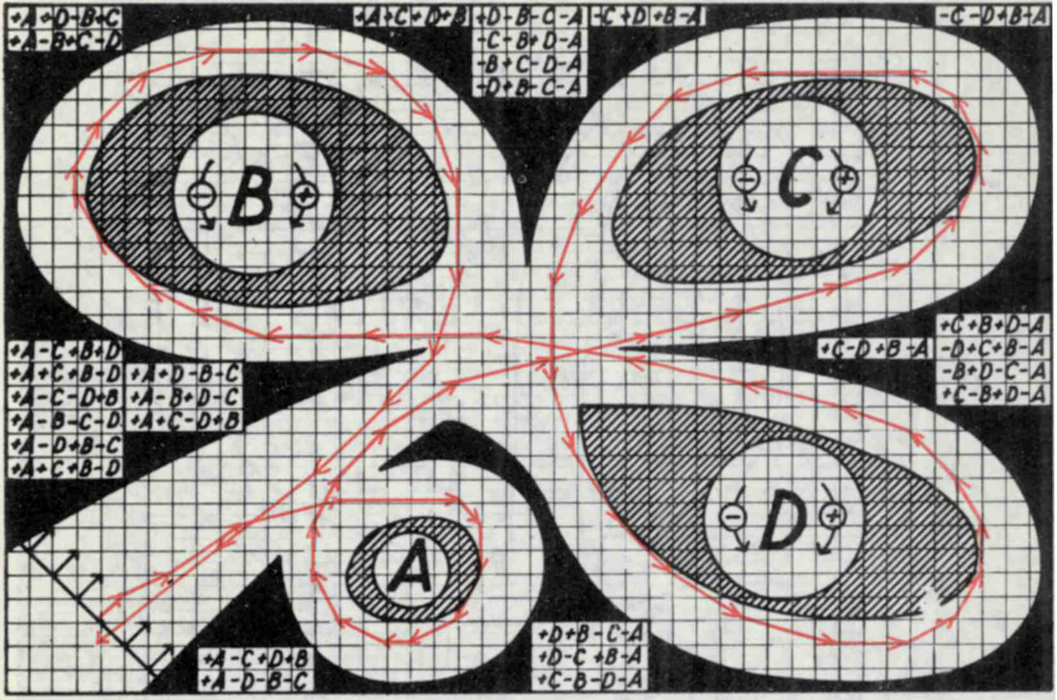
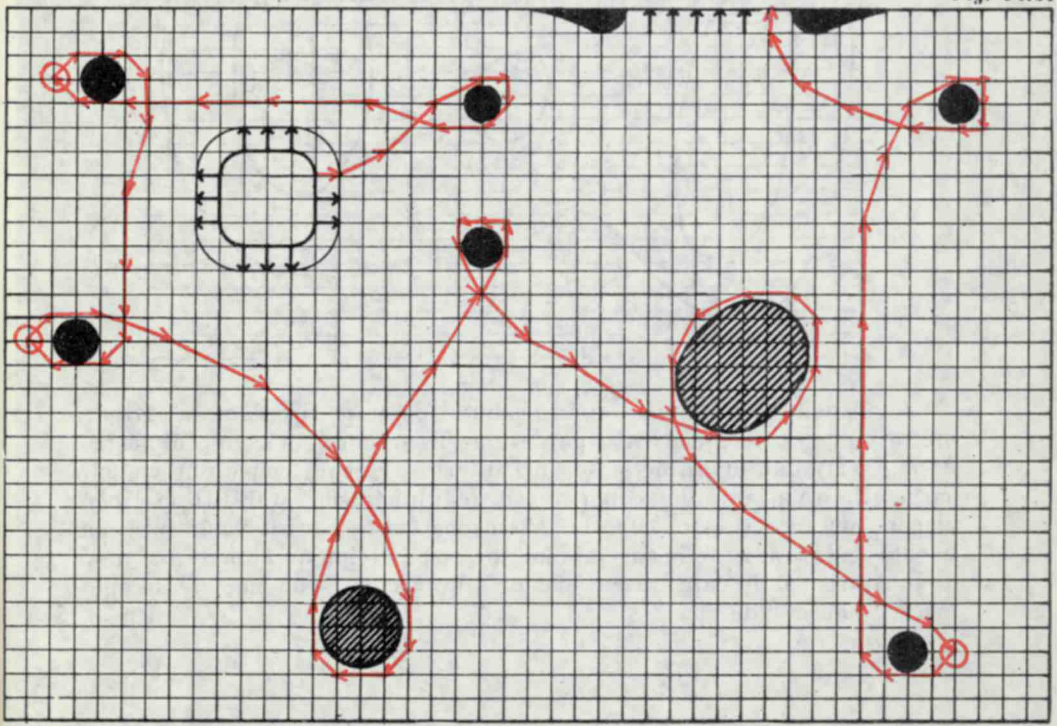


Fig. 14.30

Fig. 14.31



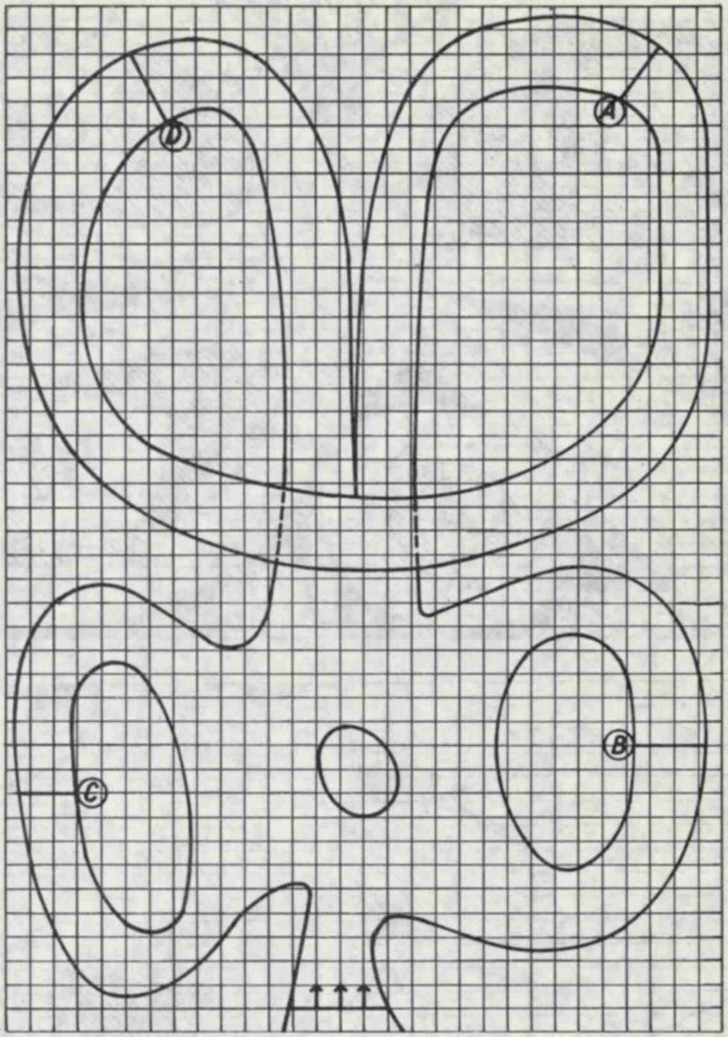


Fig. 14.32

Jocul poate fi organizat și în sistemul de start tip „Motala" (figura nr. 14.30), în care concurenții parcurg aceleași bucle (în exemplul nostru: A, B, C, D), dar în ordine și sensuri diferite. Fiecare concurent va parcurge cîte o variantă de acoperire a întregului traseu, stabilită la liberă alegere, ori prin tragere la sorți. Asemenea trasee permit variațiuni mai bogate și sînt indicate în special cînd la joc participă un număr mai mare de jucători; caz în care traseul clasic — în circuit — dă naștere la aglomerații, busculade etc.

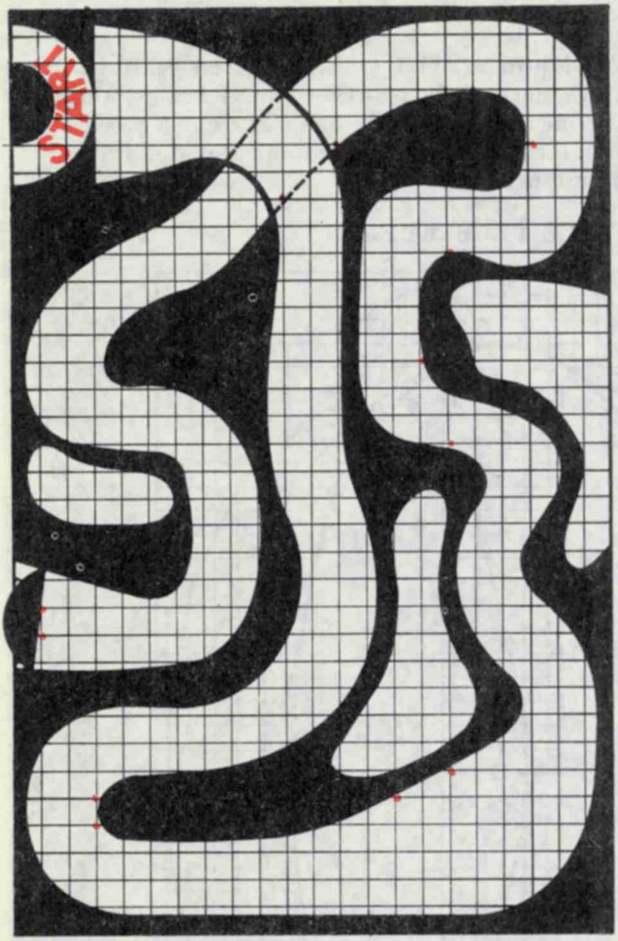


Fig. 14.33

Un traseu cu aceleaşi avantaje, dar şi mai simplu de alcătuit, se poate realiza prin plasarea pe foaia de joc a unor „balize" repere — pe care fiecare jucător trebuie să le ocolească complet, într-o ordine liber aleasă (figura nr. 14.31). Plecarea (punctiformă, sau dintr-un cerc) şi sosirea vor fi comune pentru toţi concurenţii. De această dată, intervine o problemă în plus, aceea a găsirii de unul singur a traseului cu lungimea minimă. În locul balizelor se pot utiliza punctele sau „porţile" de trecere obligatorie. În fine, avînd regulile de tehnică a jocului, organizarea lui rămîne, în mare măsură, o chestiune la latitudinea jucătorilor.

Acelaşi traseu poate fi folosit la mai multe jocuri, dacă se va acoperi, de fiecare dată, cu hîrtie de calc.

14.7

Circuitul din figura 14.32 se parcurge cu trecerea obligatorie prin cele patru puncte de control într-o ordine liber aleasă. Plecarea şi sosirea (în viteză) se fac pe linia din partea de jos-mijloc a desenului.

Pe acest circuit s-a „coborît" pînă la 62 de timpi de joc!

14.8

Pentru „piloţii" care doresc să mai facă un antrenament cronometrat oferim pista din figura nr. 14.33. Recordul pistei este de 43 timpi de joc!

14.9

Am început cu traseul din figura nr. 14.1 şi sfîrşim tot cu el. Acum, după ce aţi parcurs cele cîteva noţiuni de tehnică şi tactică a jocului, ar trebui să aveţi curiozitatea de a vedea cît de bună este cursa pe care o faceţi pe acest traseu. Vă informez că recordul circuitului din figura nr. 14.1 este de numai 51 de mutări .

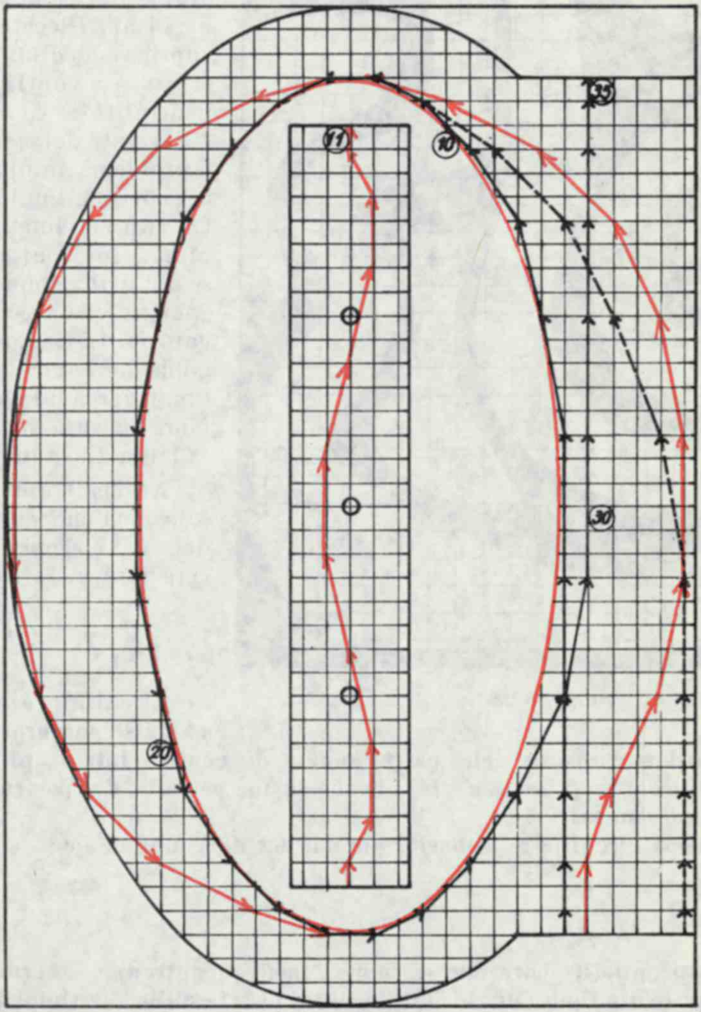


Fig. 14.34

14.1. Maşina aflată în repaus poate pleca cu viteza întii în orice direcţie (8 posibilităţi), după cum, poate să-şi păstreze în continuare, în repaus, punctul pe care se află (a noua posibilitate).

14.2. Da, o maşină care merge cît se poate de aproape de circumferinţa dată poate să se menţină permanent la viteza a treia, fără a folosi însă viteza diagonală!

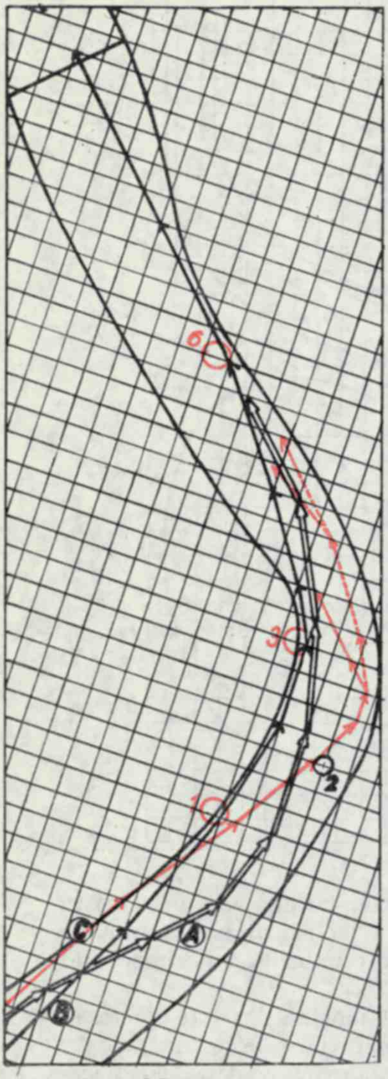


Fig. 14.35

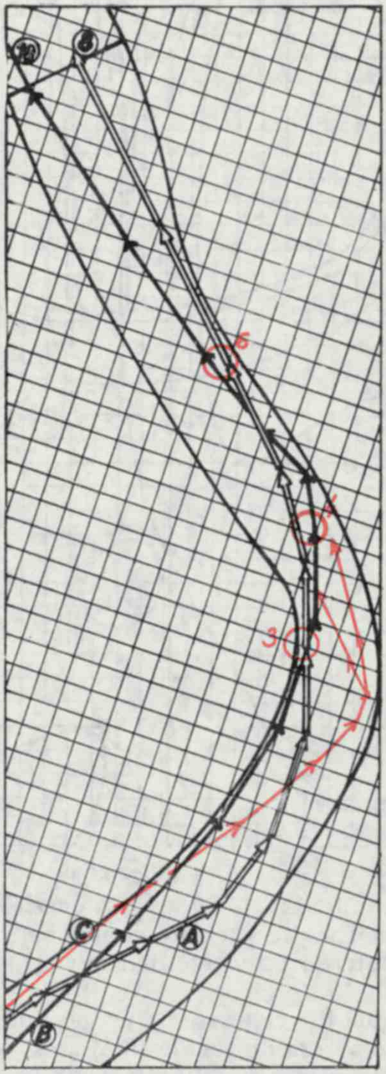


Fig. 14.36

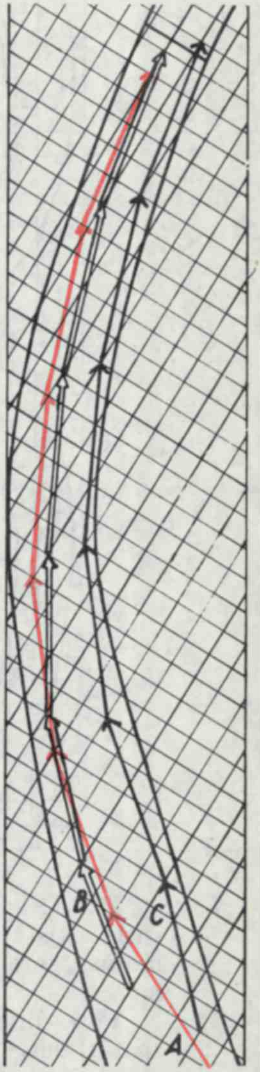


Fig. 14.37

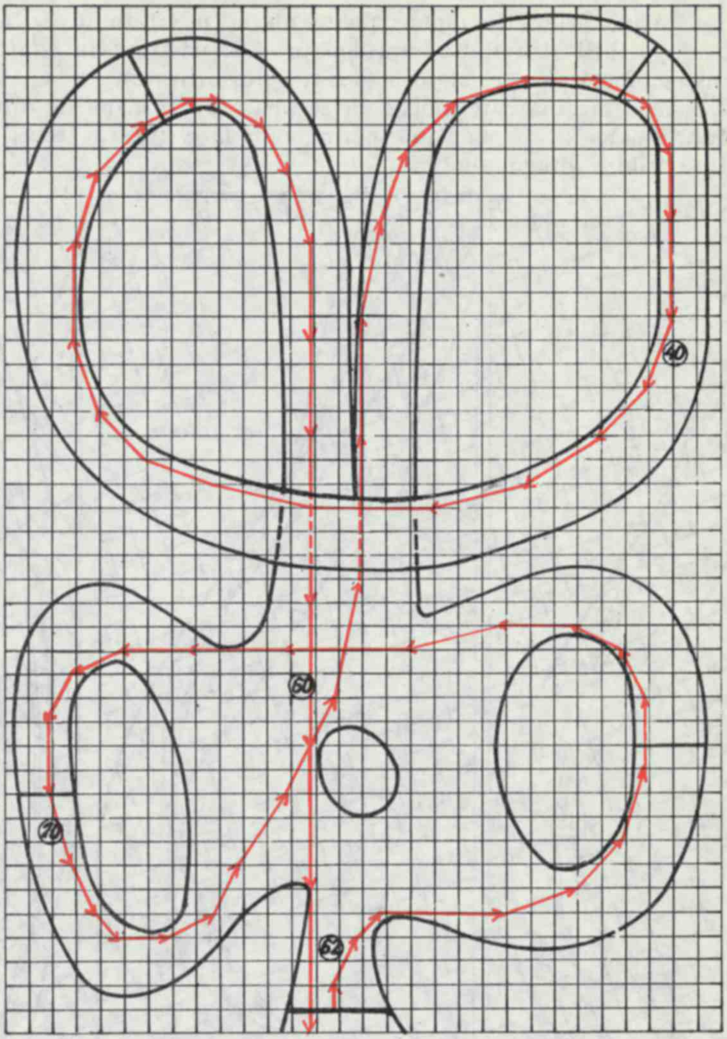


Fig. 14.38

14.3. Figura nr. 14.34. Cu această ocazie constatăm că la orice pistă curbă există mai multe variante de parcurs cu același număr minim de mutări; spre interior cu viteze mai mici și spre exterior cu viteze mai mari.

14.4. În cinci din cele șase cazuri posibile, mașina poate fi oprită în spațiul dat. La viteza diagonală (5/5) acest lucru nu este posibil.

14.5. Problema este mai dificilă decît pare la prima vedere; căci nece-

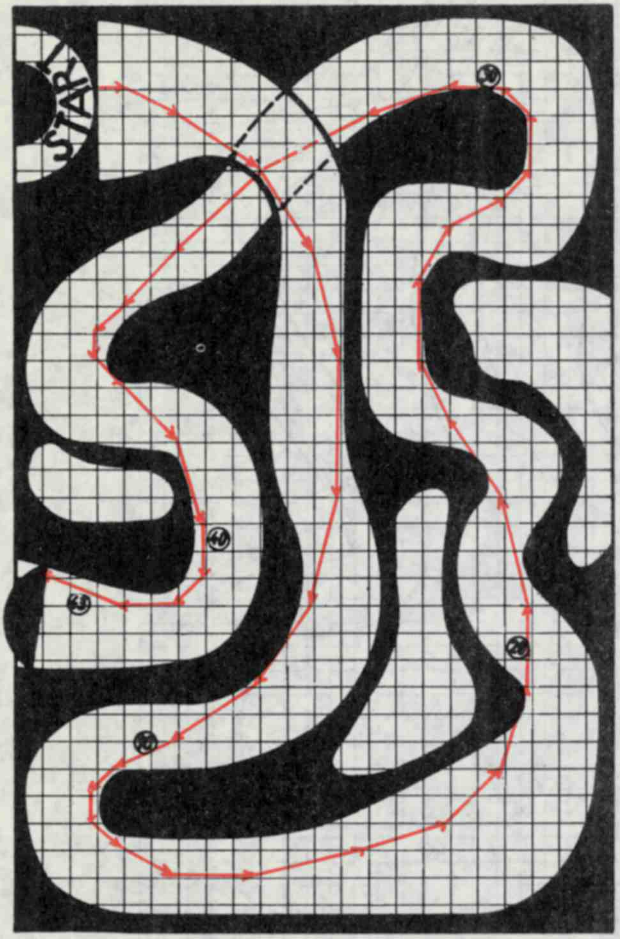


Fig. 14.39

sită o analiză atentă a tuturor variantelor posibile de joc.

Dacă luăm în considerare cele mai bune variante de traseu pentru A şi pentru B se vede că aceştia pot termina cursa la egalitate, în mai multe feluri. De la timpul dat, fiecare din ei va mai face cîte opt mutări (figura nr. 14.35.). Şi totuşi, conducîndu-şi maşina pe varianta optimă din punct de vedere tehnic şi tactic (!), unul dintre aceştia poate termina cursa cu un avans minim de două mutări faţă de următorul clasat; bineînţeles, luîndu-se şi de această dată în considerare cele mai bune mutări ale celorlalţi doi jucători.

Concurentul C este oarecum scos din cursă, prin faptul că are o variantă impusă de frînare, dezavantajoasă. B, care mută înaintea lui C, va ocupa primul punctul 1 (fig. 14.35.); ceea ce îl conduce pe C la frînare în extremis: 4/3; 3/2; 2/1; 1/1; În plus, printr-o manevră incomodă A ar putea ocupa înaintea lui C şi punctul 2, caz în care C nu ar mai avea încotro şi ar părăsi pista de joc.

Dar jucătorul A a înţeles că singurul său adversar este B. Totul este să se găsească cele cîteva mişcări abile prin care să poată scăpa şi de acesta. Pentru început A va ocupa punctul 3 obligîndu-l pe B să joace 4/1 (figura nr. 14.36.) Apoi A ar putea trece din 3/1 în 4/1 cu ocuparea punctului 4, obligîndu-l astfel pe B să iasă de pe pistă. Aceasta micşorează însă intervalul final între B şi C la doar un timp de joc. A preferă mutările 3/1; 3/2, deoarece prin aceasta construieşte o periculoasă capcană pentru B, fără a se depărta de scopul final! După firescul

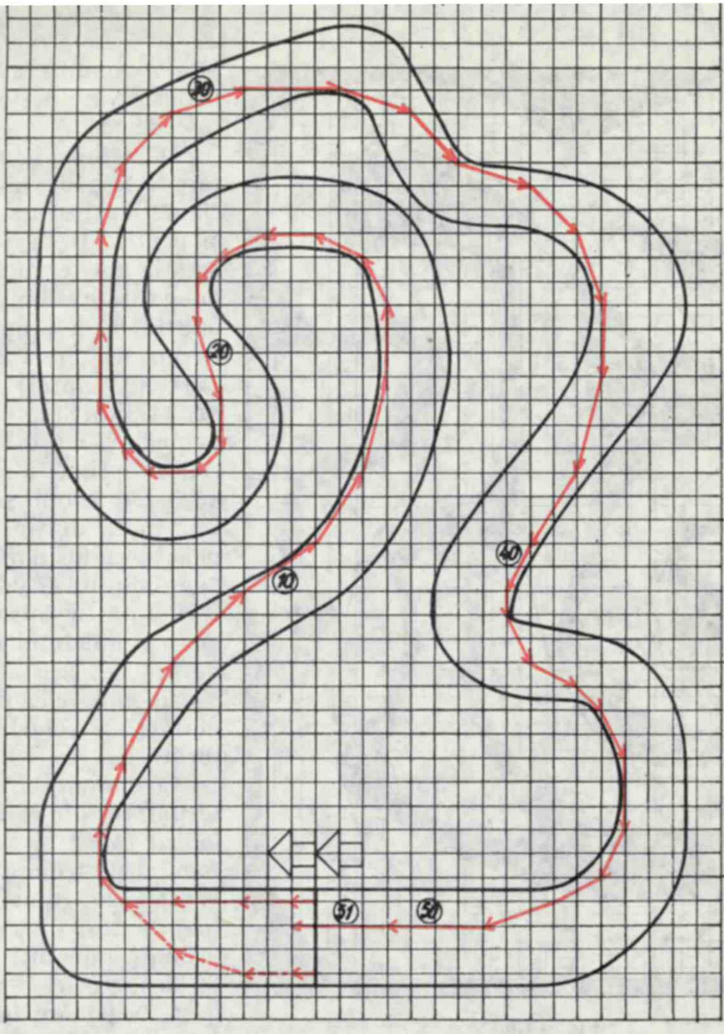


Fig. 14.40

3/1, B nu poate juca 3/2 căci la următoarea mutare A l-ar putea obliga să iasă de pe pistă, şi în consecinţă joacă 2/1.

Astfel A termină jocul în opt mutări, iar B şi C în cîte zece paşi fiecare.

14.6. Figura nr. 14.37. Cheia succesului lui C este continuarea imediată cu viteza 5/4, în loc de 5/5! Acest lucru creează posibilitatea ca la a treia mutare să se ajungă la viteza a şasea. (Am dorit să vă atrag încă o dată atenţia asupra dezavantajului vitezei diagonale!).

14.7. Figura nr. 14.38.

14.8. Figura nr. 14.39

14.9. Figura nr. 14.40

CAPITOLUL 15

JOCURI DE CABANĂ

Am grupat sub acest titlu cîteva amuzamente de matematică, de fizică, de logică, dar şi de fiziologie, de gramatică şi altele, toate avînd ca numitor comun necesarul de perspicacitate şi ingeniozitate, uneori şi abilitate, pe care trebuie să-l confirme rezolvitorul lor. Cele mai multe dintre ele sînt adevărate jocuri de societate, care stimulează buna dispoziţie colectivă, mascînd bine infuzia de noţiuni, cunoştinţe, fenomene cu care ne familiarizează. Utilitatea lor trebuie apreciată prin comparaţie cu alte categorii ale „jocurilor de cabană" — cum sînt glumele, jocurile cu caracter pseudocultural, situaţiile comice etc. — şi mai ales prin comparaţie cu orice joc de hazard, dintre cele care mai consumă încă prea multe „om — ore" în asemenea ocazii.

Deoarece aceste şarade, probe şi probleme solicită subiectul începînd cu interpretarea textului, a condiţiilor şi a situaţiei şi mergînd pînă la a utiliza disponibilităţile şi operativitatea lui intelectuală, mi se pare că ele sînt mai aproape decît oricare din jocurile prezentate pînă acum de forma de test de inteligenţă. Am folosit aici noţiunea de inteligenţă în sensul de „inteligenţă generală" şi în accepţiunea definiţiei (definiţiilor) ei actuale. Schematizînd, ea poate fi redusă la triunghiul: înţelegere, rezolvare, creativitate, ori toate aceste aspecte ale gîndirii sînt indispensabile în abordarea celor ce urmează.

Circulaţia orală a acestui gen de jocuri înregistrează debite şi fluxuri mult mai bogate decît s-ar crede după cele cîteva jocuri care au mai ieşit de sub tipar ici-colo. Multe se pierd în timp, după cum multe se transformă, primind alte „haine", sau chiar alte sensuri. Fantezia infinită a spiritului uman a adăugat în decursul secolelor nesfîrşite şiraguri de asemenea „mărgele". (La crearea acestora participă întreg poporul.) Cîte din ele le cunoaştem astăzi?

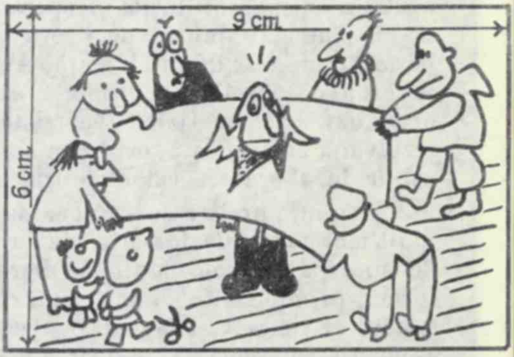
Munca de culegere şi prelucrare a lor, asemănată oarecum cu aceea de expunere în formă scrisă a unei glume, sau a unei anecdote, nu este dintre scriiturile uşoare. „Poanta" — soluţia — trebuie mascată, dar în acelaşi timp dialogul cu cititorul trebuie să-i lămurească acestuia toate datele şi condiţiile problemei. Înţelegeţi de ce consider că e oportun să mă gîndesc de pe acum la unele completări, precizări, noi aspecte, pe care doar dumneavoastră cititorii le veţi descoperi.

Şi acum, un sfat pentru plecarea în lungul şi frumosul drum al rezolvărilor: cu foarte puţine excepţii, necesitatea existenţei vreunui şiretlic, atît de puternic simţită la primul contact cu problema, este totuşi o iluzie. În ciuda aparenţelor glumeţe, rezolvarea acestor probleme reclamă o tratare serioasă, profundă, cu „radarul" gîndirii divergente permanent în funcţiune. De calcularea unei integrale nu se apucă decît cel ce cunoaşte calculul diferenţial şi integral ..., la „jocuri de cabană" ar trebui să ne pricepem cu toţii !

15.1

Să presupunem că afară viscoleşte ... şi după ce ne-am revizuit schiurile, coborîm în sala de mese. Să mai presupunem că partenerii de bridge nu au venit încă ... Ei bine, în aceste condiţii, vă invit să dezlegaţi „nodul" următoarei situaţii. Vă promit că am să întind un ziar pe pardoseală şi apoi ne vom aşeza pe el amîndoi, deodată, ca pentru „periniţă" ... numai că totul va fi astfel încît dumneavoastră nu veţi reuşi să mă atingeţi !

Cum de această dată nu mai este vorba de nici o presupunere, ci de o provocare ce ascunde o certitudine, aflaţi şi dumneavoastră ce urmează să fac; cum voi proceda !?



15.2

Enigma ce urmează se intitulează: „omul care trece printr-o carte de vizită" ! Nu este vorba de nici un truc — totul se rezumă la un pic de ingeniozitate ... şi pentru a vă convinge singur luaţi o carte de vizită (bucată de hîrtie cartonată de dimensiunea 6×9 cm) şi o foarfecă. Tăiaţi cartea de vizită în forma unui mare inel prin care să puteţi trece pur şi simplu.

Nu se admite tăierea cărţii de vizită în mai multe bucăţi separate, după cum nu se admite să lipiţi eventualele capete rezultate din tăiere. Hîrtia nu se tratează cu nici o soluţie, în nici un fel. Tăietura este uşor de executat; totul este să o trasaţi bine!

15.3

Cu un singur băţ de chibrit (fără să-l rupi, îndoi etc.) fă un triunghi!

15.4

În sala de mese a cabanei la care aţi ajuns, vă puteţi amuza tovarăşii de drumeţie cu următoarea problemă-joc. Desenaţi cu cretă, pe pardoseala sălii un cerc cu diametrul aproximativ de 30 cm. Anunţaţi apoi că veţi goli o sticlă de un litru plină cu apă în cercul trasat, fără ca apa să se reverse în exterior, peste linia cercului.

Greu de crezut pînă cînd nu se vede!

Celor care s-ar încumeta să rezolve problema le veţi atrage atenţia că în cerc nu se poate plasa nici un vas, burete, ... ori alt obiect care să reţină apa!

... Dar pînă una, alta, dumneavoastră ştiţi cum trebuie procedat?

15.5

Pregătiţi din timp o sticlă obişnuită de un litru şi cîteva fire de paie de 30—35 cm. Alegeţi apoi momentul potrivit, cînd în jurul mesei e mai multă lume, aşezaţi la loc cu vedere sticla în care aţi introdus un fir de pai ... şi vă înscrieţi la cuvînt zicînd: „ghici ghicitoarea mea, cum se poate ridica sticla cu paiul?"

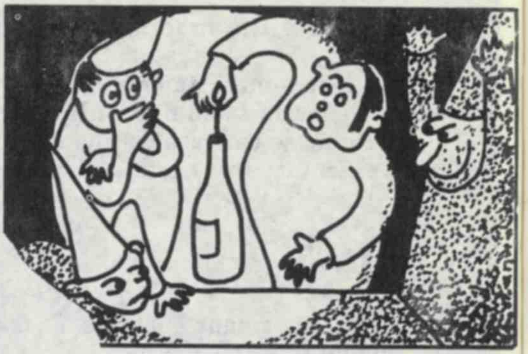
Nu am întîlnit încă „rezolvitori de probleme" care dacă au la cine să pună întrebări lămuritoare, să nu le pună! Aşadar, mai spuneţi înainte de a fi întrebat că:

— sticla nu poate fi atinsă cu nimic altceva decît cu firul de pai,

— ba chiar şi cu firul de pai, nu este permisă atingerea exteriorului sticlei,

— nu este permisă utilizarea nici unui alt obiect.

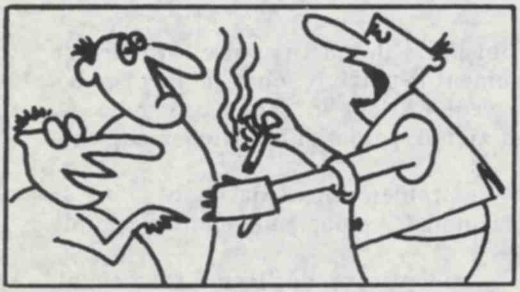
Atenţie, nu uitaţi să rezolvaţi în prealabil şi dumneavoastră problema!



15.6

Fumătorii (şi soţiile lor) cunosc foarte bine o serie întreagă de „avantaje" pe care le oferă ţigara, şi nu în ultimul rînd „binefacerile" scrumului încins căzut pe înbrăcăminte, piele, în bidonul cu prenadez etc. Cine nu a văzut cum se găureşte cu ţigara o foaie de hîrtie?! Ei bine, sutele de grade din vîrful aprins al ţigării nu vor reuşi să străpungă o bancnotă! Cine nu crede este poftit să scoată din portofel o bancnotă nouă-nouţă (e necesar ca bancnota să fie nouă!), şi să o aştearnă în palma întinsă bine. Apoi cu ţigara aprinsă să încerce să treacă prin mijlocul bancnotei. Precizez că palma trebuie să fie tot timpul bine întinsă, iar bancnota lipită de aceasta.

Fiţi fără grijă, nimeni nu va reuşi, în condiţiile date, să ardă cu ţigara bancnota!



15.7

Am cunoscut odată un tip care nu se putea plictisi. Atunci cînd intuia, de la oarecare depărtare, pericolul plictiselii se apuca repede să facă ceva. Într-o asemenea ocazie a luat o sticlă goală, a introdus în ea o monedă de cinci bani şi a astupat-o apoi bine cu dop de plută. Acum radia din nou de fericire, căci avea ce face; se tot gîndea cum să scoată moneda din sticlă fără să spargă sticla şi fără să scoată ori să găurească dopul !?

Dumneavoastră ştiţi cum trebuie procedat pentru a scoate moneda din sticlă, respectînd condiţiile jocului?

15.8

Cum se procedează pentru a găuri o monedă cu un ac? (Moneda nu va fi din aluminiu şi nici dintre cele de circulaţie !)

15.9

Aşezaţi jos, pe pardoseala unei încăperi golită de orice mobilă sau obiect (să presupunem !), un băţ de chibrit în aşa fel încît să nu pot păşi peste el ! Vă avertizez că lungimea pasului meu obişnuit este de 81 cm, iar la nevoie îl pot mări prin fandare. Nu este permis să rupeţi băţul de chibrit, ori să mă obstrucţionaţi într-un anume fel, împiedicîndu-mă să fac „pasul cel mare“.

Dacă nu ar fi posibil, chestiunea nu era interesantă, aşadar, gîndiţi-vă cum trebuie pus chibritul !

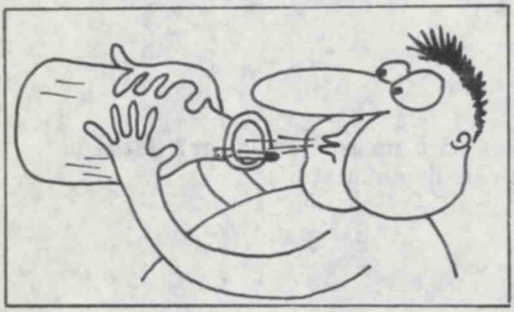
15.10

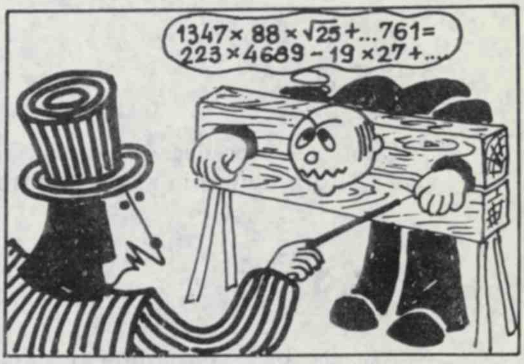
Unde trebuie să aşezăm pe jos un ou obişnuit pentru a nu putea fi strivit cu o roată?

15.11

La simpla expirație presiunea aerului care iese din plămînii omului depășește o atmosferă. Dar omul este capabil de a imprima suflării și presiuni mai mari. Este suficient să amintim de umflarea unui balon sau a unei saltele pneumatice.

Ce părere aveți, se poate deplasa prin forța suflării un chibrit? La urma urmei este o chestiune de bun simț fizic să se răspundă prin „da„ ! Și totuși, dacă vă încumetați să încercați, vă rog să luați o sticlă goală de un litru și ținînd-o orizontal să plasați pe gîtul ei înspre interior, un băț de chibrit. Fără a modifica înclinarea sticlei, încercați apoi să introduceți chibritul în sticlă prin forța propriei suflări !





15.12

Doriți să vă descoperiți calități de scamator? Nimic mai simplu! Căutați un voluntar, dintre cei care au impresia că se pricep la calcule aritmetice. Dacă l-ați găsit, și el este convins că sînteți un mare scamator, ceea ce v-ați dorit s-a împlinit ! Dacă totuși subiectul are unele îndoieli .. va trebui să-l invitați să ia în fiecare mînă cîte un număr oarecare de chibrituri — într-o mînă un număr fără soț, iar în cealaltă un număr cu soț. Dumneavoastră veți ghici în care din mîini are numărul impar de chibrituri, și în care pe cel par. Pentru aceasta rugați-l să înmulțească numărul de chibrituri din mîna dreaptă cu un număr oarecare impar ! să mai facă aceeași înmulțire pentru mîna stîngă cu un număr oarecare par și să adune produsele. Acum, pentru că tot nu aveți cum să refaceți calculele, va putea să vă spună liniștit doar că ultimul număr obținut este par sau impar. Chiar și atît vă este suficient pentru a putea spune cu precizie în care din mîini are numărul par de chibrituri, și în care pe cel impar.

Cum veți spune aceasta?

15.13

Recuzita necesară: o masă, trei pahare, o bancnotă nouă de 100 lei şi de la unu la cîţiva doritori să rezolve problema. (La început paharele sînt goale)

Descrierea experimentului : Se aşează pe masă, în şir, cele trei pahare — puţin distanţate. „Se ridică paharul" din mijloc şi se acoperă celelalte două pahare extreme cu bancnota de 100 lei. Se aşază apoi peste bancnotă cel de-al treilea pahar — în mijloc, între cele două pahare de pe masă. Spre uimirea proprie şi apoi a asistenţei paharul rămîne susţinut de bancnotă !

Încercaţi pînă reuşiţi ! Chiar dacă se îndoaie bancnota de 100 lei îşi păstrează valoarea !

15.14

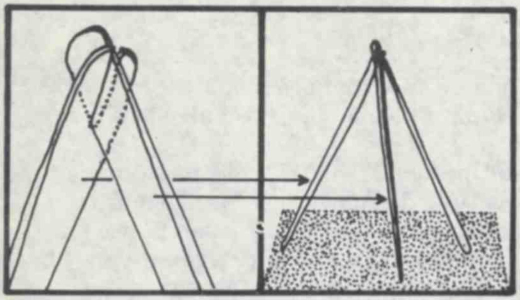
Aşezaţi pe masă, în formă de trepied, trei chibrituri; Toate cu fosforul la vîrful trepiedului, apoi cu încă un singur chibrit faceţi în aşa fel încît să ridicaţi deodată de pe masă cele trei chibrituri în trepied ! (Nu se admite utilizarea a nici un fel de lipici, adeziv, liant etc.).

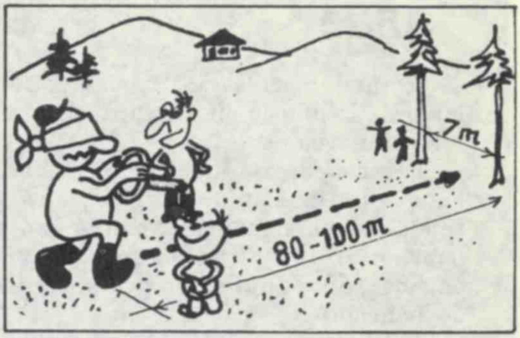
15.15

La capătul mai lat al unei scobitori faceţi o mică crestătură, în care introduceţi vîrful ascuţit al altei scobitori. Apoi V-ul format cu cele două scobitori se sprijină la vîrf cu a treia scobitoare, formîndu-se astfel un trepied. Cu încă o singură scobitoare, fără a mai atinge cu mîna trepiedul, ridicaţi deodată de pe masă ansamblul celor trei scobitori ! (Nu se va folosi nici un alt fel de material.)

15.16

Merită să încercaţi şi dumneavoastră ! Alegeţi un teren plan, degajat, fără gropi sau bolovani (o poiană, un teren de fotbal etc.), la marginea căruia să aveţi posibilitatea de a marca două buturi de poartă —





largă de cca 7 m. Vă depărtaţi apoi la cca 80—100 m perpendicular pe poartă şi în locul acela vă pregătiţi pentru încercarea cea mare. Fixaţi cu privirea direcţia porţii, după care vă legaţi bine la ochi cu un material netransparent. Încercaţi apoi să ajungeţi la poartă, dar mai ales să intraţi prin spaţiul delimitat de cele două buturi. Fără doar şi poate, pentru un văzător, este o oarecare încercare şi aceea de a merge o sută de metri legat la ochi, dar devine cu adevărat imposibil să menţină strict direcţia aleasă.

E bine ca la experiment să vă asiste şi alţii, care însă nu trebuie să vă deranjeze în nici un fel, ci doar să vegheze să nu se întîmple vreun accident, şi mai apoi să fie martori că nu aţi reuşit să treceţi prin poartă!

Fenomenul are şi el o explicaţie! ... pe care dacă aţi cunoaşte-o înainte probabil că aţi reuşi. Totul devine şi mai dificil iarna, pe un teren acoperit cu zăpadă.

15.17

Mă prind cu oricare că voi reuşi să beau mai repede cinci ulcele cu sirop, decît îi va trebui lui să bea cinci păhărele cu apă (sîc!).

Şi dacă tot vreţi să încercaţi, hai să ne-aşezăm la masă, faţă-n faţă cu cele cinci ulcele şi ţoiuri, iar la un semn să începem a le goli. Martori să fie toţi din jur că nici unul din noi nu se va atinge de paharele celuilalt şi nici nu va răsturna licoarea în alt loc decît pe gît!

Ei, ce spuneţi, ţineţi prinsoarea?

15.18

Năzdrăvanul chibrit a inspirat nenumărate şarade şi probleme, multe dintre ele sînt atît de dificile încît unii cititori — rezolvitori — cedează înainte de limită, ori chiar fără luptă, căutînd prea devreme soluţia la capitolul de răspunsuri. Încercarea pe care v-o prezint în cele ce urmează este una dintre acelea care se lasă greu trecute, chiar dacă este vorba de o simplă săritură peste un chibrit! Privind desenul cred că v-aţi şi dat seama cum se desfăşoară proba; se cere să faceţi un salt (nu rostogolire) peste un chibrit ţinîndu-vă tot timpul cu ambele mîini de vîrful încălţărilor şi trăgînd în sus de acestea!

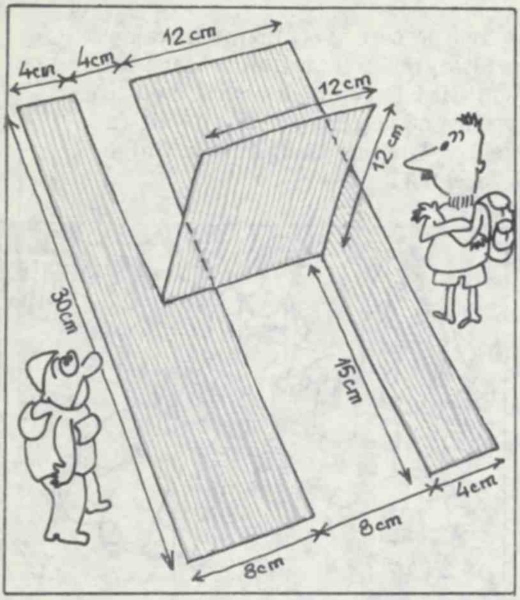
Primele încercări nu vă vor reuşi căci există în corpul omului, în sistemul muscular, anumite corelaţii fiziologice care nu pot fi învinse. În momentul elanului fie că ne desprindem mîinile de vîrful pantofilor, fie că elanul necesar saltului nu poate fi dirijat şi nu ne desprindem de la sol. Mai încercaţi! Desigur va trebui să vă folosiţi şi capul (!) dar vă atrag atenţia că nu este admis nici un tertip care v-ar scuti de săritură! Aşadar, dacă v-aţi gîndit să vă descălţaţi şi să săriţi apoi cu pantofii strîns ţinuţi în mînă, să ştiţi că această săritură nu poate fi omologată.

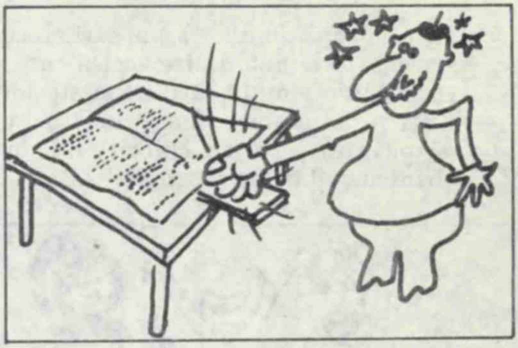
Terenul trebuie să fie plan, mîinile să nu se desprindă de pe vîrful pantofilor (picioarelor), şi fără ajutorul vreunui obiect sau persoane ... dumneavoastră singur să reuşiţi săritura record!

15.19

Priviţi şi vă minunaţi! Ceea ce vedeţi în desenul de mai jos este o simplă coală de hîrtie, desigur tăiată, dar în nici un fel lipită ori adăugită!

După ce veţi dezlega „ghicitoarea de hîrtie", aşezaţi-o pe masă în aceeaşi poziţie şi prezentaţi-o la „salonul invenţiilor" care se organizează seara la cabană.





15.20

Mai rar colectivitate, grup de excursionişti, comeseni etc., care să nu aibă cel puţin (!) un „isteţ". După ce l-aţi depistat (şi nu-i greu deloc!), puteţi să-i propuneţi următoarea „încercare".

Veţi aşeza pe o masă, golită de orice obiect, inclusiv de faţa de masă, un liniar (40—50 cm) astfel încît el să depăşească cu ceva (5—6 cm) marginea mesei. Peste liniar se aşterne, bine întinsă, o foaie de ziar. Şi acum invitaţi-l să arunce jos ziarul de pe masă, prin lovirea oricît de tare a capătului liber al liniarului ...

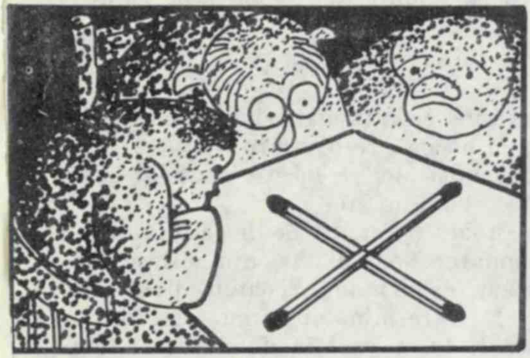
Va cădea liniarul, se va rupe ziarul, va durea lovitura ... şi cîte nu se mai pot întîmpla, în afară de ceea ce aţi dorit dumneavoastră să se întîmple! Dacă aţi înţeles fenomenul, înseamnă că puteţi găsi şi rezolvarea problemei!

15.21

Aşezaţi pe masă patru chibrituri „în cruce", aşa cum se indică în figură. Şi acum atenţie, schimbînd poziţia unui singur băţ de chibrit, dintre cele patru de pe masă, să se alcătuiască din chibrituri un pătrat! (Nu este vorba de numărul 4!).

Pentru a rezolva această problemă nu de prea multe cunoştinţe matematice aveţi nevoie, ci de niscaiva spirit de observaţie şi o scînteie de perspicacitate!

(Chibritul nu se va rupe, despica, îndoi etc.! Nu se va utiliza nici un alt obiect!)



15.22

Să presupunem că sînteţi de acord să vă urcaţi într-un pom pe care îl alegeţi dumneavoastră, iar eu voi alege o bîtă. Din acest moment ne socotim vrăjmaşi! Eu nu am voie să mă urc în pom, dar pot lovi de maximum trei ori cu bîta! Ce credeţi! veţi fi în stare să vă menţineţi în pom în timp ce voi lovi eu de trei ori cu bîta?

De vă consideraţi cumva atît de tare, să ştiţi că vă păcăliţi!

15.23

Cum se poate face o cruciuliţă cu ajutorul a două chibrituri, care nu este admis să le suprapunem?

15.24

Ideile lui Mitică nu sînt întotdeauna diabolice, numai că de data aceasta prea eram istoviţi şi prea ne era sete pentru a ne entuziasma de ceea ce ne-a fost dat să vedem şi să auzim ... El scoase bidonul cu apă, îl destupă, şi-l puse pe o buturugă, spunînd:

— Va bea apă acela care va ghici cum trebuie procedat fără să atingă bidonul cu mîna, fără să-l încline sau să-l răstoarne, fără să se folosească de pai sau de alt obiect care „să tragă“ apa, fără să găurească bidonul, fără să scoată apa din bidon cu degetarul ...

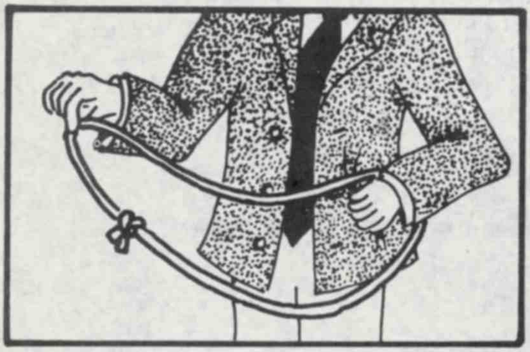
Mitică ne-a mai sugerat să ne punem în situaţia „unei găini într-un deşert, care are alături o sticlă cu apă“.

Pînă la urmă „găinile“ au reuşit să-şi potolească setea; ştiţi cum?

15.25

Am convingerea că o problemă este cu atît mai izbutită cu cît, la prima vedere, ea pare că nu oferă nici o şansă rezolvitorului. Va trebui să recunoaşteţi că ceea ce vă voi îndemna aici să faceţi, poate fi uşor „contrazis“ de însăşi logica simplistă a bunului simţ.

Faceţi o buclă dintr-o bucată de sfoară (şiret, fir de lînă etc.) cu lungimea de cca 2 m, cu capetele înnodate. Treceţi una din mîini prin buclă şi apoi prindeţi cu aceeaşi mînă strîns de haină. Scoateţi apoi bucla de sfoară din cealaltă „buclă“ formată între mînă şi haină. Este de la sine înţeles că nu se va desface nodul, nu se va tăia sfoara ..., şi nici mîna nu o veţi desprinde de haină cît timp durează operaţia. Problema detaşării buclei nu este nicidecum o glumă, o speculaţie de formulare, ori de cine ştie ce procedeu tehnic; ea este pur şi simplu o problemă de matematică ! Într-adevăr acest gen de probleme, care vizează poziţia corpurilor, unele faţă de altele, în mişcare, şi transformare, este studiat şi de topologie — capitol de matematică modernă. Nu toată lumea care va asista la încercare este pasionată de matematică, dar cu toţii se vor prinde în joc !



15.26

— „Jocuri cu pahare“ s-au compus mai multe. Acesta este un joc de două sau mai multe persoane însetate, care aflîndu-se pe terasă la o masă, tocmai au fost servite cu cîte un pahar cu răcoritoare. Întrecerea urma să stabilească cine reuşeşte să bea mai repede conţinutul paharului. Operaţia se considera încheiată în momentul în care paharul golit de ultimul strop era pus pe masă !

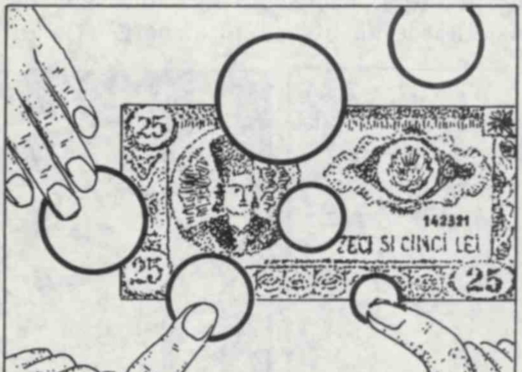
Fără să schimbe între ei paharele, fără să se atingă de paharul altuia, la un semn s-au pus cu toţii „pe treabă".

Ştiţi cine a cîştigat? Problema nu este simplă pe cît pare ! Dumneavoastră cum aţi fi procedat?

15.27

Chiar şi o simplă iluzie optică poate fi uneori un obstacol în rezolvarea unei probleme. Pentru a vă convinge întindeţi pe masă o bancnotă (de orice valoare) şi puneţi pe lîngă ea cîte o monedă din fiecare tip (5; 3 şi 1 leu; 25; 15 şi 5 bani). Faţa văzută a bancnotei trebuie să fie aceea care are înscrisă pe ea seria şi numărul bancnotei. În partea din dreapta jos a bancnotei se află numărul ei — la orice bancnotă — format din 6 cifre şi imprimat cu cerneală roşie. Niciuna dintre monede nu trebuie să fie în apropierea, sau în dreptul acestui număr. Şi acum, fără a mai mişca monedele alegeţi pe aceea dintre ele care cuprinde exact cu diametrul ei întinderea numărului bancnotei. Vă daţi seama că moneda de 5 lei va acoperi în plus lungimea pe care este tipărit numărul, iar moneda de 5 bani nu va reuşi să-l cuprindă; dumneavoastră trebuie să alegeţi „din ochi" pe aceea care este exact de dimensiunea numărului !

Este indicat ca la experiment să participe concomitent mai multe persoane, căci în acest fel puterea iluziei (colective) va ieşi mai bine în relief.



15.28

Poate că unii dintre cititori au și văzut realizată această dificilă încercare, căci demonstrația ei a fost inclusă în unele programe de circ. Dacă nu, aveți șansa de a găsi aici o problemă interesantă a cărei rezolvare vă va solicita puțină abilitate, control al mișcărilor și ingeniozitate în a vă „întrebuința".

Se așază pe masă o sticlă cu un conținut lichid (... după preferință), se astupă sticla cu un dop de plută, iar peste gîtul sticlei se răstoarnă un pahar cu gura în jos. Cine mai poate gusta acum din lichidul din sticlă fără să atingă nici un obiect cu mîna și fără să pună jos (pe masă, ori în altă parte) paharul și dopul? Cel care va încerca, trebuie să lase la sfîrșit totul așa cum a fost, mai puțin lichidul din sticlă.

Nu aveți nevoie de nici un obiect în plus și de nici un ajutor. Nu se utilizează deloc mîinile!

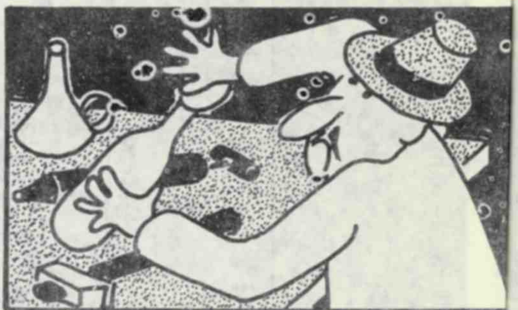
15.29

Așezați pe o masă cu blat lucios o monedă de un leu; mai spre centrul mesei. Puneți apoi palma întinsă pe monedă, astfel încît moneda să fie acoperită complet de podul palmei, și printr-o singură mișcare rapidă ridicați mîna de pe masă închizînd în același timp pumnul. Ați reușit să rețineți în pumn moneda?

Simplă, și totuși ... pentru ca moneda să nu se-ncăpățîneze să rămînă impasibilă pe masă, și să vă urmeze, trebuie să știți să o „convingeți".

15.30

Cum trebuie procedat pentru a introduce un ou nefiert întreg, într-o sticlă obișnuită de un litru; fără a sparge sticla sau oul? (Să fim



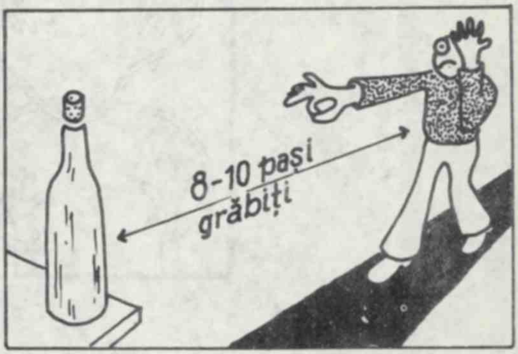
bine înţeleşi, se introduce oul cu totul în sticlă, şi nu doar conţinutul lui.)

15.31

Într-un măr, de cel de toate zilele, erau două mere. A doua zi uimire mare: în măr nu sînt mere, pe jos, sub pom, nu sînt mere!!

Dumneavoastră vă imaginaţi ce s-a întîmplat cu merele?

Problema nici nu ar fi prea grea...; numai că; de mere nu s-a atins nici o fiinţă, nici un animal, nici o pasăre, nici un vierme, ..., pomul nu este în vîrf de deal, iar dacă merele ar fi căzut, ele nu aveau cum să dispară. Se înţelege că pe sub măr nu a circulat nici o căruţă, că gravitaţia nu şi-a schimbat sensul, că merele nu s-au pulverizat prin cine ştie ce procedeu ş.a.m.d.



15.31

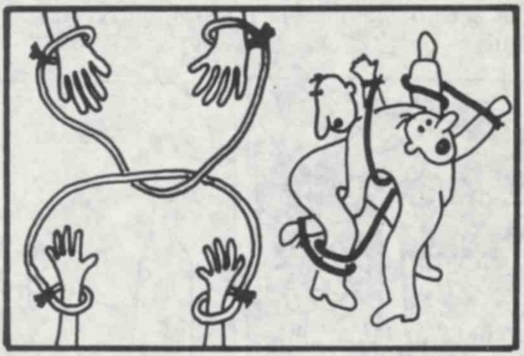
Pe un colţ de masă se aşază o sticlă, iar pe sticlă se pune simplu, fără a astupa sticla, un dop de plută. Participanţii la joc se grupează în şir, la o distanţă de 8—10 paşi de sticlă. Apoi fiecare îşi astupă unul dintre ochi cu palma, iar cu cealaltă mînă întinsă spre dop, parcurge cu paşi grăbiţi distanţa pînă la sticlă, încercînd să doboare din mişcare dopul.

A reuşit vreunul?

15.33

Într-un grup de tineri, cu puţin voluntarism, rezolvarea acestei probleme se poate transforma într-o foarte reuşită „figură" generatoare de bună dispoziţie colectivă. Problema este cu atît mai frumoasă cu cît, în ciuda formei de prezentare, esenţa ei este pur matematică. Dar, să trecem la fapte!

Doi tineri îşi leagă fiecare mîinile cu cîte un şnur (şiret, fir de sfoară etc.) lung de 1 –1,5 m, aşa cum se indică în figură. Fiecare din cei doi şi-a format o „buclă închisă" între mînă — trunchi — mînă — sfoară — şi din nou mînă, iar cele două bucle sînt trecute una prin cealaltă. Se cere ca cei doi să se separe unul de altul, eliberînd cele două bucle din îmbinarea lor! Nu este admis a se desface nici un nod, mîna nu va fi scoasă din bucla ce o cuprinde la încheietură, nu se taie nici o sfoară, şi aşa mai departe.



15.34

Aşezaţi pe o masă cu blatul lucios o foaie obişnuită de hîrtie. Peste foaia de hîrtie se pune, în poziţie verticală, în echilibru, un creion cu vîrful în sus, fără a fi sprijinit sau ţinut cu ceva.

Scoateţi apoi foaia de hîrtie de sub creion fără ca acesta să se mişte — fără să se răstoarne! În timpul „execuţiei" creionul nu va fi ţinut în nici un fel.

15.35

Se ia un pahar obişnuit şi se umple „ochi" cu apă, după care se lasă nemişcat pe masă. În jurul mesei sînt participanţii la joc. Ei vor trebui să spună, pe rînd, care este numărul de monede de cîte 5 bani (sau de altă valoare aleasă înainte de joc), care pot fi introduse acum, în paharul plin cu apă, fără ca din acesta să se reverse nici o picătură.

Cîştigătorul va fi acela care s-a apropiat cel mai mult de numărul adevărat de monede. Dumneavoastră v-aţi ales numărul?

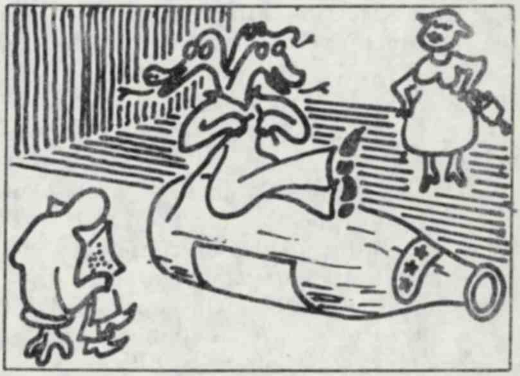
15.36

Multe din poveştile cu Făt Frumos şi Zmeul cel Rău ne spun cum aceştia în săbii s-au tăiat, la trîntă s-au luat..., dar nu suflă nici o vorbă despre cum s-au probat ei în tainiţa castelului, unde închisă îşi chema scăparea Ileana Cosînzeana. Bag seama că nimeni de ele n-a aflat...

Căci după ce s-au dovedit a fi deopotrivă de tari în forţa braţelor, Zmeul l-a poftit pe Făt Frumos în castel şi s-au cercat în fel şi chip în iuţeala şi vrednicia minţii. Şi zis-a Zmeul către Făt Frumos:

— Îţi dau aici o lingură şi o furculiţă, pe care să le pui să stea în echilibru pe un ac a cărui singur vîrful va atinge buza unei sticle. Altceva nu ţi-e de trebuinţă şi nici cu gînduri strîmbe să nu umbli ! Sticla o pui în picioare pe masă, pe gura ei aşezi numai vîrful acului, iar pe ac pui lingura şi furculiţa, care de nimic altceva n-au voie să se atingă.

După trei zile şi trei nopţi de probări Făt Frumos reuşi să treacă cu bine această încercare; şi nu fără ajutorul lui Isteţilă. Ştiţi cum?



15.37

Zis-a apoi Făt Frumos către Zmeu:

— Zmeu nătîng, pe mine m-o învăţat măicuţa, de cînd eram mic, să vîr aţa în ac stînd călare pe o sticlă. Ia să văd de poţi şi tu !? Pui sticla culcată pe jos, o încaleci ca pe o şea, iar picioarele le întinzi în faţă unul peste altul, sprijinite doar într-un călcîi. Apoi, stînd aşa, să treci aţa prin urechea acului.

Că nicidecum uşor nu-i, puteţi afla şi dumneavoastră !

15.38

Avem vreun voluntar pentru următorul examen? Chiar vreţi să încercaţi? Ei bine, luaţi o bucată de sfoară de mai mulţi metri, îndoiţi-o în două şi treceţi cu ea printr-o butonieră de la haină, ori cămaşă, aşa cum se indică în detaliul din figură. Prindeţi apoi capetele libere ale sforii într-un loc sigur, de unde să nu poată scăpa pînă nu veţi rezolva problema!

Şi acum ţineţi-vă bine; vi se cere să vă scoateţi haina din bucla de sfoară, fără să tăiaţi sfoara şi fără alte sforării! Credem că alternativa cu tăiatul hainei aţi eliminat-o singur.

Şi totuşi iese!

15.39

Aşezaţi o bancnotă în colţul camerei, jos pe pardoseală. La 2—3 paşi de aceasta faceţi 8—10 rotiri în jurul unui creion pe care-l ţineţi fix cu mîna la un capăt şi cu celălalt capăt pe pardoseală. Rotaţiile se vor efectua într-un ritm alert. După aceasta vă îndreptaţi spre colţul camerei şi cu o mişcare hotărîtă ridicaţi bancnota de jos ... dacă puteţi!

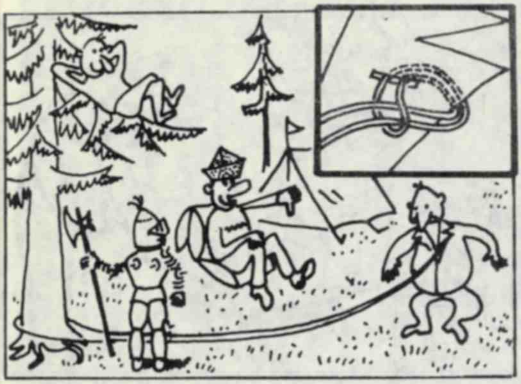
15.40

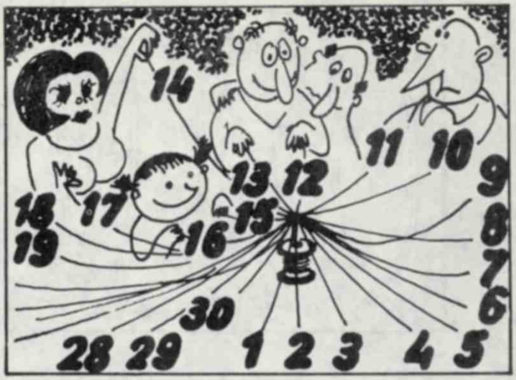
Variantă la jocul — probă anterior. Se practică afară, în aer liber (sau pe gheaţă, cu crosa). Se fixează un reper jos, la nivelul terenului (de exemplu: o cutie de conserve, o grămăjoară de conuri de brad etc.) Concurentul, care are în mînă o bîtă, face cîteva rotiri rapide, pe loc, cu mîinile şi bîta întinse orizontal. El trebuie să fie la mică distanţă de reperul ales astfel încît la terminarea rotirilor printr-o simplă mişcare să lovească cu putere cu bîta în reper.

15.41

Orice concurs distractiv care se organizează sîmbăta seară va trebui să cuprindă şi o probă, două, de îndemînare. În acest sens, vă ofer şi eu o sugestie. Mai întîi o întrebare nepunctată, dar eliminatorie: care dintre turişti are în rucsac ac de cusut şi aţă? Acei care fac dovada că posedă această minimă instrumentaţie necesară, se pot înscrie la concurs.

Proba de concurs: cine reuşeşte să introducă mai multe fire de aţă prin urechea acului !? Se precizează că este vorba de un ac de cusut cît se poate de obişnuit, ba chiar dintre cele de dimensiune mai mică, iar





ața, de asemenea, din mosorelul cu ață albă și neagră din trusa dumneavoastră de excursie.

La concursul anterior juriul a omologat rezultatul cîștigătorului care a reușit să treacă în același timp prin urechea celui mai mic ac un mănunchi de 15 fire de ață. Încercați și dumneavoastră!

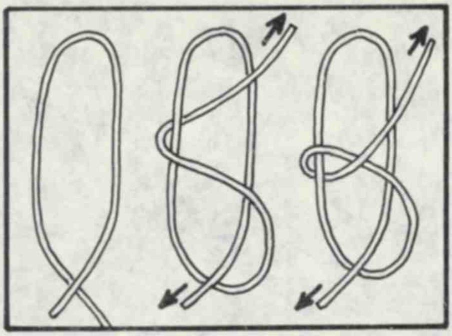
15.41

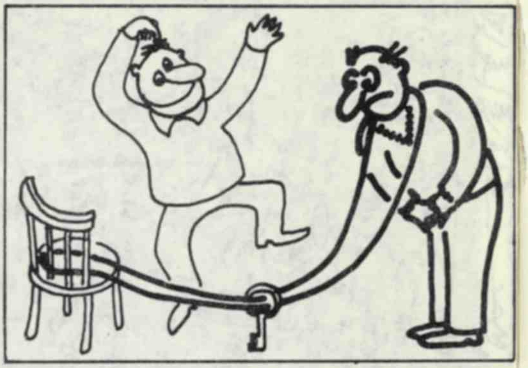
O altă probă de concurs; concurenții se așază la masă cu o foaie de hîrtie și un creion în față. Apoi, la un semn încep să descrie rotocoale (cercuri) în sensul acelor de ceasornic cu piciorul drept și în același timp scriu cîteva cuvinte după dictare! Cîștigă cel care a scris textul corect și mai frumos.

15.43

Învățați această mică scamatorie cu care veți putea convinge amicii că puteți face să „dispară“ un nod.

Este preferabil să se lucreze cu un șnur mai gros (cordelină). Așezați pe masă șnurul în formă de buclă, așa cum se indică în figură. Faceți apoi mai repejor nodul din desenul următor. Arătați în detaliu asistenței nodul făcut. Desfaceți apoi nodul și așezați din nou șnurul în formă de buclă. De data aceasta veți face repede „nodul“ din ultimul desen. Atenție la strîngerea nodului, pentru ca el să nu se desfacă din prima mișcare! Țineți șnurul de capete și arătați din nou de la distanță că pe șnur se află un nod. Nu aveți decît să întindeți bine șnurul, trăgînd de capete, și nodul... „dispare!“





15.44

Am văzut pînă acum multe „noduri“ de sfoară care au putut fi dezlegate, dar cine ar mai crede că și ceea ce vă voi relata aici este posibil?

Pentru aceasta este nevoie oricum de un voluntar din grup — de preferință dintre cei mai greu de convins. Se ia o bucată de șnur (cordelină) de cîțiva metri și se trece printre barele spătarului unui scaun, așa cum se vede în figură. După aceea se înnoadă capetele formîndu-se o buclă. Se trece bucla printr-un inel (o cheie, o toartă de ceașcă etc.), iar capătul trecut al buclei se așază peste capul voluntarului, pe umerii lui.

Să vedem, cine va reuși să scoată obiectul prins în bucla de sfoară fără să scoată bucla de pe gîtul voluntarului. Așadar, bucla nu va fi nici ridicată peste cap, nici trecută în jos pe sub picioare. De asemenea, este clar că bucla nu poate ieși din prinsoarea ei în spătarul scaunului. Nici măcar cheia nu poate fi plimbată în jurul voluntarului.

Singurul lucru permis este să se treacă sfoara în oricîte bucle dorim, peste capul voluntarului, așezîndu-le pe gîtul acestuia — lîngă bucla inițială. Succes!

...Dacă nu ați rezolvat încă problema și voluntarul s-a plictisit, serviciile lui pot fi preluate de un alt spătar de scaun. Succes în continuare!

15.45

Am pregătit o surpriză plăcută și pentru cei de vîrsta primelor clase. Organizatorul „spectacolului“ va avea la îndemînă două căciuli și nouă cocoloașe din hîrtie albă.

După ce micii curioși s-au adunat, se pun în mijlocul mesei cele două căciuli, care în povestea noastră sînt două stîni. E bine ca la început să se arate copiilor că, „stînile“ sînt goale.

Îndată apar şi oile care se întorc de la păscut. Sînt cinci ei (cinci cocoloaşe de hîrtie), care se apropie şi intră în stîni una în stînga, alta în dreapta, ... pînă cînd nu mai rămîne nici una.

În urma oilor pe poteca ce duce la stîni vin şi doi ciobani (alte două cocoloaşe de hîrtie), care intră şi ei unul în stîna din dreapta şi altul din stînga. Ciobanii încep să mulgă oile şi oile mulse ies din stînă: una din dreapta, alta din stînga..., pînă cînd se adună în afara stînilor cele cinci oi. În timp ce oile mai pasc pe afară se înserează şi ele se retrag din nou spre stîni, în cele din urmă, intrînd cîte una în stînga, şi alta în dreapta... În urma oilor vin şi doi cîini ciobăneşti, care pînă acum au stat tolăniţi la soare în iarba mare şi grasă a poienii, atenţi la apropierea oricărui duşman. Intră şi ei în stîni; unul în dreapta altul în stînga.

Dar cine nu ştie că oile se mulg şi seara înainte de culcare !? Şi astfel, încep să iasă din nou din stîni oile mulse; una din dreapta, alta din stînga ... Cînd se adună cele cinci oi în afara stînilor, îndată şi intră în adăpostul de noapte al stînilor; una în stînga, alta în dreapta ...

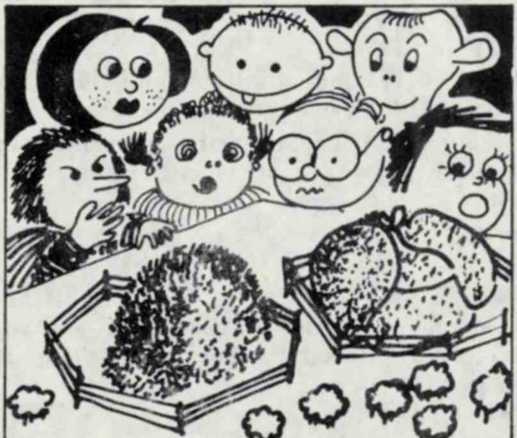
De acum ciobanii au terminat de trebăluit prin stîni şi fiecare cioban iese cu cîinele său (un cioban şi un cîine din stînga, şi un cioban cu cîinele din dreapta). Ei se duc să-şi aştearnă de stat peste noapte în colibele din marginea poienii; acolo unde aprind focuri în calea lupilor.

Povestitorul va adăuga naraţiunii oricîte elemente şi amănunte va considera necesar, iar pe parcurs, este indicat să mai pună copiilor şi întrebări simple în legătură cu subiectul.

Am ajuns şi la sfîrşitul povestirii, cînd se întreabă copiii, unde sînt acum oile?

Este lesne de presupus că răspunsul lor în cor va fi că oile dorm în stîni. Şi totuşi, spre surprinderea lor se ia căciula din dreapta şi se vede că în această stînă nu este nici o oaie !?

Nu-i aşa că povestirea noastră e de efect?

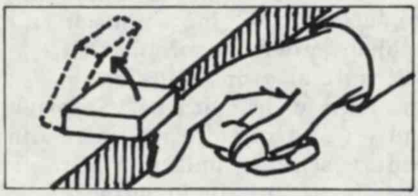


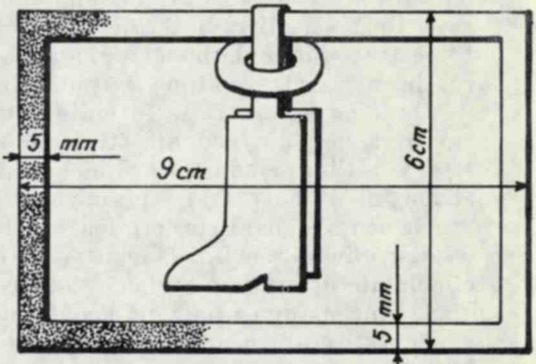
15.46

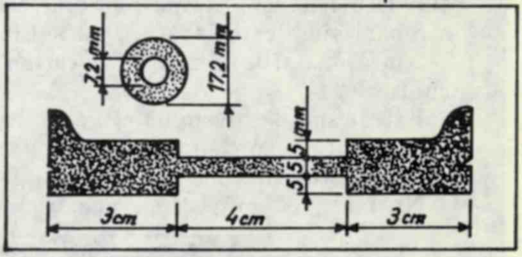
Cereţi asistenţei o cutie de chibrituri goală. Aşezaţi cutia pe marginea mesei, cu lungimea perpendiculară pe marginea acesteia şi puţin în exteriorul mesei.

Oferiţi apoi oricui şansa de a ridica cutia în poziţia verticală, prin acţionarea ei de jos în sus cu un singur deget. Cutia se va răsturna mereu în cealaltă parte.

Nimeni nu va reuşi aceasta, căci dumneavoastră aţi avut grijă să „tracaţi“ cutia într-un mod „invizibil“ şi într-un timp foarte scurt. Cum?







15.47

Dintr-un petec de hîrtie cartonată (de dosar, de carte de vizită etc.), se poate confecţiona uşor un joc — enigmă — interesant. Se decupează cele trei piese: rama, cizmele şi inelul, cu dimensiunile date, fiecare dintr-o bucată întreagă, nelipită.

Găsiţi un mod de a prinde „cizmele“ de ramă, prin intermediul inelului, aşa cum se indică în figură! Evident, nu poate fi vorba de îndoirea cizmelor, de tăierea vreunei piese ...

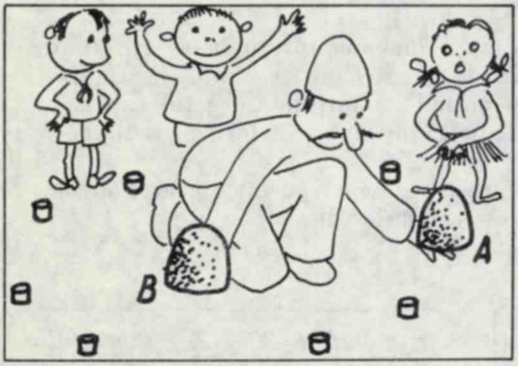
După ce aţi rezolvat problema, ea poate fi prezentată în această formă finală, altei persoane pentru ca aceasta să încerce să separe cele trei piese una de alta!

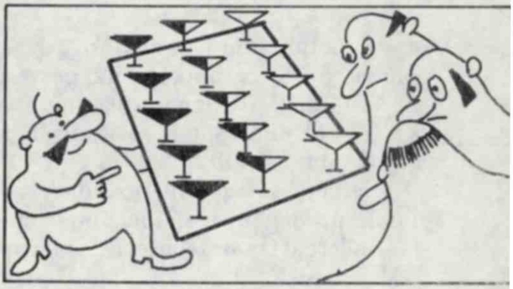
15.48

Un joc de cabană foarte apreciat de copii se realizează cu ajutorul a 6—8 dopuri (conuri de brad, castane etc.) şi două căciuli. Se aşază cîteva dopuri pe pardoseală, în cerc larg de 2 m. Apoi, „scamatorul" ia cîte o căciulă în fiecare mînă și anunță că va face toate dopurile să se adune în centrul cercului, fără să se atingă de ele!

Cînd interesul și atenția copiilor se animă, începe „transferul" dopurilor. Scamatorul așază o căciulă (A) peste unul din dopurile de pe cerc și pe cealaltă căciulă (B) în centrul cercului. Cînd ridică — deodată — cele două căciuli se va vedea că dopul de pe cerc s-a mutat în centrul cercului! Se repetă operația pentru fiecare dop de pe cerc, pînă cînd toate sînt transferate în centrul cercului!

V-ați dat seama ce truc s-a folosit?





15.49

Se poate așeza un ou pe marginea unui pahar? (oul va fi crud, întreg și se înțelege că nu vom folosi nimic altceva, și nici nu vom susține în nici un fel oul).

15.50

Cabanierul — amfitrionul Revelionului — a ținut să ne facă o bucurie și nouă — celor trei abonați de mai mulți ani la schi și drumeție în acel loc. Ne cunoaștea pasiunea pentru felurite probleme de amuzament logic și matematic, așa încît, cu puțin înainte de preschimbarea anului s-a prezentat în fața noastră cu o tavă pe care avea 15 pahare pentru șampanie: 5 pline, 5 pe jumătate și 5 goale. „Spumos", cum era în acea seară, ne-a invitat să ne grăbim să împărțim în mod egal toate paharele și conținutul lor, cu condiția de a nu face nici o turnare dintr-un pahar într-altul!

Noi am reușit ...

15.51

Mai mulţi amici care se aflau într-o cameră (să presupunem — goală) se frămîntau pentru a răspunde la aceeaşi întrebare: cum se procedează pentru a ridica un om care şade pe un scaun, folosindu-se doar de cinci degete? !

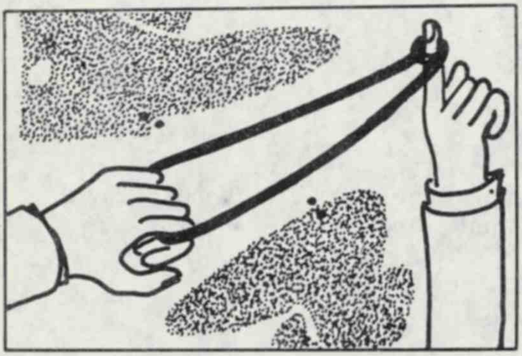
Dacă doriţi să le sugeraţi vreo rezolvare, trebuie să renunţaţi la ideea că s-ar putea ajuta de vreo pîrghie, un sistem de scripeţi etc. !

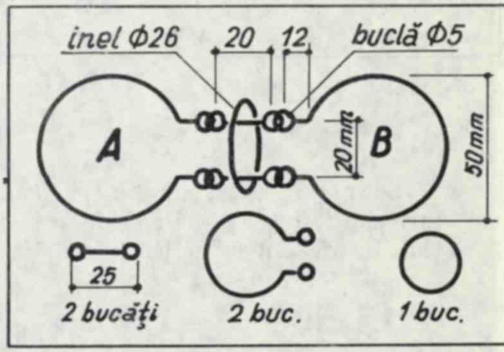
15.52

Capetele unui şnur lung de 1 m se înnoadă formîndu-se din el o buclă. Se trece apoi bucla peste un deget aşa cum se arată în figura nr. 15.38. Pentru a putea lucra cu amîndouă mîinile „degetul captiv" va fi al altei persoane, ori pur şi simplu un obiect fix de formă şi dimensiuni convenabile.

Se cere să se elibereze degetul fără a mai opera decît aşezarea altor bucle pe deget şi nicidecum scoaterea vreunuia din ele.

Încercaţi s-o scoateţi... la capăt!





15.53

Există numeroase jocuri-enigmă confecţionate din sîrme, cuie, inele etc., la care se cere să se găsească cîte o anume poziţie limită ce permite detaşarea unor piese de altele. Unele necesită execuţii îngrijite, deosebit de precise şi complicate, altele — cum este cel pe care-l prezint aici — pot fi confecţionate de către oricine cu un efort minim.

...La unele dintre ele rezolvarea pare evidentă şi totuşi e foarte greu de găsit, altele — ca și acesta, din cîteva bucățele de sîrmă îndoită după modelul din figura nr. 15.39 — par de nedezlegat! Privind figura, sînt convins că prima impresie pe care v-ați făcut-o a fost aceea că iar vi se va cere imposibilul; să scoateți inelul central din dispozitiv fără a deforma nici una dintre piese. Ei bine, dacă la aceasta v-ați gîndit... nu-mi rămîne decît să vă urez spor la treabă!

Pentru formarea inelelor puteți folosi cu succes un gît de sticlă, iar capetele se fasonează cu ajutorul unui clește. După asamblarea articulațiilor se strîng toate micile bucle pentru a nu mai permite desfacerea lor.

15.54

— Avea nepoțelul un laibăr (o vestă fără mîneci și cu nasturi în față), care tare îi mai plăcea; numai că adesea îl îmbrăca pe dos. Se necăjea bunicuța și de fiecare dată îi arăta cum să îmbrace vesta. Odată, cînd băiatul luase iarăși laibărul pe dos, bunica nu la mai pus să-l dea jos și s-a apucat dînsa „să se joace" întorcînd pe fața cea bună laibărul! Nu a scos laibărul de pe nici una din mîinile băiatului, nici peste cap, ori pe sub picioare nu l-a trecut și totuși a reușit!

Astăzi „băiețașul" este un priceput inginer, iar bunica... dacă ar mai trăi, ar avea strănepoței cu care să se joace. A venit și ziua în care nepoțelul de altă dată a trebuit să întoarcă un alt laibăr îmbrăcat pe dos de unul din copii săi. Oare cum a făcut bunica treaba aceasta?

Ca și în această „ghicitoare topologică", în toată cartea care se închide aici am pus mai mult decît niște ani din viața mea, și am făcut-o cu drag, pentru toți nepoțeii care au fost și vor fi.

15.1. — Ziarul se aşterne pe pardoseală peste pragul încăperii. Cei doi vor fi: unul în încăpere, iar celălalt afară. Se închide uşa şi apoi se aşază amîndoi pe ziar fără a se putea atinge unul pe altul.

15.2. — Cartea de vizită se taie cu grijă aşa cum se indică în figura nr. 15.41. Apoi se desface în formă de buclă, prin care se poate trece uşor.

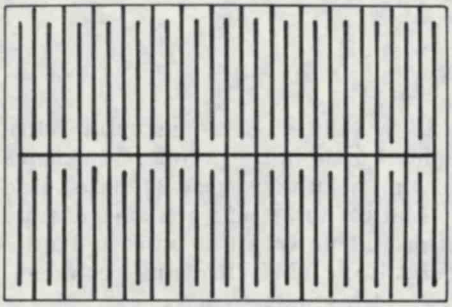


Fig. 15.41

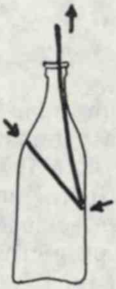


Fig. 15.42

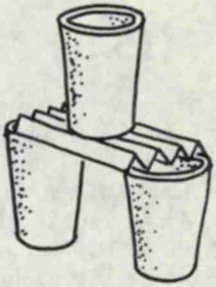


Fig. 15.43

15.3. — Se aşază chibritul la colţul mesei, sau la colţul camerei!

15.4. — Unul dintre participanţi va sta în vîrful piciorului în cerc şi va bea apa din sticlă!

15.5. — Vezi figura 15.42. Se îndoaie fără să se rupă paiul şi se introduce în sticlă. Apoi se ridică sticla, trăgînd de capătul de afară al paiului. Celălalt capăt al paiului se propteşte în peretele sticlei formînd astfel, împreună cu ruptura paiului legătura între sticlă şi pai.

15.6. — Apropierea capătului unei ţigări de palmă, fie şi peste o bancnotă, nu poate fi suportată din cauza temperaturii mari. Bancnota nu poate fi străpunsă decît dacă se menţine ţigara la suprafaţa ei un timp îndelungat, ceea ce în condiţiile problemei nu este posibil.

15.7. — S-a precizat că este interzis să se scoată dopul, dar nu s-a spus că el nu poate fi introdus în sticlă!

Într-o altă variantă a problemei se introduce o monedă mai grea, din metal dur, într-o sticlă de lapte care se astupă cu dop şi se ceruieşte. De această dată este interzis a se umbla la dop, şi totuşi se scoate moneda din sticlă fără a se sparge sticla şi fără a se utiliza nimic altceva!

Această experienţă este distractivă, în sensul că se va roti sticla şi odată cu ea moneda de pe fundul sticlei pînă cînd moneda va reuşi să taie în peretele sticlei un orificiu prin care să fie scoasă. Sticla trebuie rotită în aceeaşi poziţie timp de cîteva ore bune!

15.8. — Se străpunge cu acul un dop de plută, astfel încît vîrful acului să iasă exact la nivelul dopului. Se taie apoi acul la dimensiunea dopului, și se așază cu vîrful deasupra monedei. Acum, dacă se lovește puternic dopul, cu un ciocan mai greu, operația trebuie să reușească. Fără dop, oricît de puternică ar fi lovirea și oricît de bun ar fi oțelul acului, acesta ar flamba (s-ar îndoi) fără să străpungă moneda.

15.9. — Se pune bățul de chibrit la pervazul dintre perete și pardoseală.

15.10. — Plasat în colțul unei încăperi, oul nu poate fi atins de o roată — oricum s-ar manevra ea!

15.11. — Important este că nu e posibil să introducem prin suflare chibritul în sticlă! Explicația fenomenului pătrunde în chestiuni de pură specialitate (presiuni, recipiente deschise, curgerea fluidelor etc.).

15.12. — Totul se desfășoară după schema de mai jos, în care sînt tratate cele două cazuri posibile:

Cazul 1:

— mîna dreaptă = număr par = produs par

— mîna stîngă = număr impar = produs par și rezultă sumă pară.

Cazul 2:

— mîna dreaptă = număr impar = produs impar

— mîna stîngă = număr par = produs par și rezultă sumă impară.

În concluzie, dacă suma este un număr impar, înseamnă că subiectul are în mîna dreaptă un număr impar de chibrituri, iar dacă suma este pară, în aceeași mînă va fi un număr par de chibrituri.

15.13. — Se îndoaie bancnota așa cum se indică în figura nr. 15.43, după care se așază cu capetele pe cele două pahare. Acum ea este într-atît de rezistentă la încovoiere încît poate susține un pahar.

15.14. — Cu ajutorul celui de-al patrulea chibrit se aprind chibriturile care formează trepiedul, avînd grijă să se stingă flacăra la puțin timp după ce ea izbucnește din cele trei capete cu fosfor. Prin ardere capetele cu fosfor se lipesc unele de altele în așa măsură încît nu mai este nici o problemă să ridicăm deodată cele trei chibrituri de pe masă.

15.15. — Se introduce scobitoarea (nr. 4) între cele două scobitori prinse în V și scobitoarea liberă, mișcînd puțin spre exterior V-ul astfel încît scobitoarea liberă să alunece în jos, în unghiul V-ului (fig. nr. 15.44), după care se ridică ansamblul.

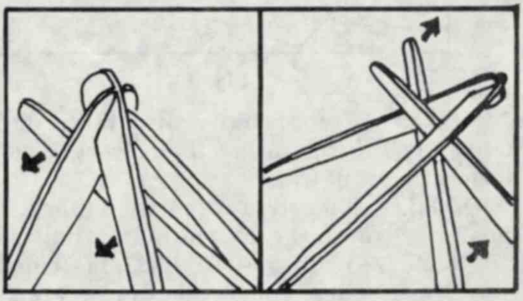


Fig. 15.44

15.16. — Fiecare om are unul din picioare mai puternic decît celălalt. În momentul în care singure picioarele trebuie să hotărască direcţia de mers, omul parcurge o traiectorie curbilinie spre stînga, sau spre dreapta, după cum este mai puternic dreptul sau stîngul. Cercul complet are un diametru de numai 3—4 km, iar fenomenul este cunoscut mai ales din cazurile de rătăciri pe platouri, în ceaţă, sau pe întuneric.

Majoritatea oamenilor au piciorul drept mai puternic, ceea ce a făcut ca pistele de alergări să fie cu curba spre stînga.

15.17. — Se admite că un pahar mare se bea mai repede decît toate paharele mici. Ei bine, după ce s-a golit un pahar mare, el se răstoarnă pe masă cu gura în jos, peste unul dintre paharele mici pline încă! În acest fel adversarul nu va putea ajunge să golească paharul său mic, căci nu are voie să se atingă de paharul mare!

15.18. — Săritura este relativ uşor de executat, respectînd toate condiţiile jocului... dar cu spatele!

15.19. — O coală obişnuită de hîrtie se taie aşa cum se arată în figura nr. 15.45. Apoi partea A se răsuceşte în jurul axei B (se răstoarnă).

15.20. — Ziarul nu se desprinde de pe suprafaţa mesei datorită adeziunii mari. Aerul nu reuşeşte să intre între ziar şi blatul mesei, iar presiunea atmosferică acţionează pe întreaga suprafaţă a ziarului. În cazul în care mişcarea este lentă — deci se apasă încet pe capătul liniarului — totul este realizabil!

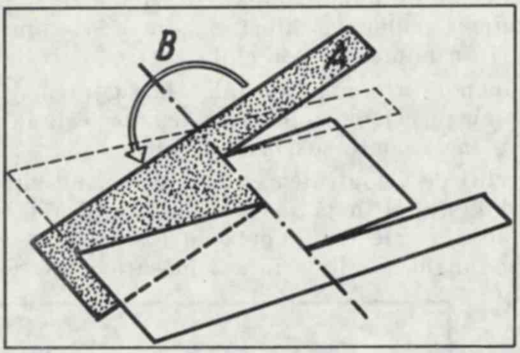


Fig. 15.45

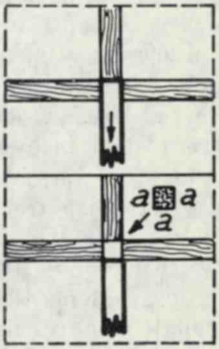


Fig. 15.46

15.21. — Trebuia observat detaliul de îmbinare al celor patru beţe de chibrituri. În figura nr. 15.46 se vede cum mişcînd un singur chibrit se formează un pătrat!

15.22. — Nu este o încercare de forţă ci de răbdare. Oricum, nu va fi posibil să rămîneţi în pom pînă „cînd voi lovi eu de trei ori cu bîta“!

15.23. — ... În multe feluri! În primul rînd, dacă este permisă ruperea chibriturilor, vom forma din fiecare cîte un V, iar cu cele două V-uri o cruce, sau putem aprinde chibriturile şi după ce acestea se transformă în lemn carbonizat vom desena cu ele o cruce ! (Unul mai religios, a luat chibriturile între degete și și-a făcut cu ele o cruce !)...

Așezăm chibriturile pe masă în unghi drept. Apoi plasăm o oglindă așa cum se indică în figura nr. 15.47. și iată, oricine va vedea o cruce !

15.24. — Se pun pietricele în bidonul cu apă pînă cînd nivelul apei crește într-atît încît se poate sorbi apa. Se repetă operația...

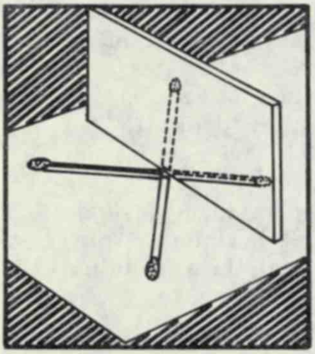


Fig. 15.47

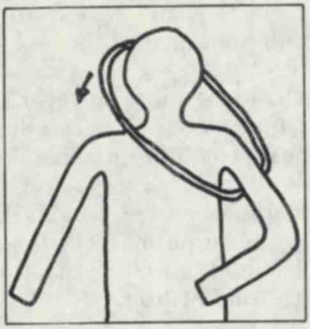


Fig. 15.48

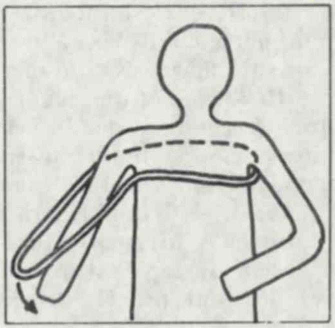


Fig. 15.49

15.25. — Se introduce bucla prin mîneca hainei și se trage pînă la umăr, după care se trece peste cap (fig. nr. 15.48). Se continuă introducînd bucla pe cealaltă mînecă și trecînd-o pe sub cea de a doua palmă (fig. 15.49). Apoi bucla poate fi scoasă și lăsată să cadă la picioare, eliberată complet.

Dacă este permisă scoaterea hainei, cu menținerea celorlalte condiții, problema se rezolvă mai simplu.

15.26. — Important este ca paharul să fie pus pe masă, și nu pe fața de masă ! (Masa trebuia să aibă față pe ea.)

O variantă a jocului se poate organiza cu cărți de joc. Fiecare participant primește cîte o carte de joc și se depărtează la o distanță fixată față de masă. Apoi, la un semnal se grăbesc cu toții să așeze cartea de joc pe masă.

15.27. — Puțini sînt cei care „văd“ că numărul poate fi acoperit complet cu moneda de 15 bani.

15.28. — Se apucă paharul între bărbie și piept, și în această poziție se scoate dopul numai cu gura. Se reține dopul în gură și se apucă cu gura sticla, se înclină și se înghite din lichidul din sticlă. Se așază din nou sticla în poziție verticală, se pune dopul și se lasă paharul peste gîtul sticlei.

15.29. — Moneda va fi acoperită cu palma astfel încît ea să se fixeze pe „muntele“ de la baza degetelor arătător și mijlociu. Se apasă bine cu palma și se execută ridicarea palmei concomitent cu închiderea ei dinamic.

15.30. — Se ia un ou crud dar care nu trebuie să fie prea proaspăt! (Pielița dintre coajă și conținutul oului se fortifică în timp.) Se așază oul astfel ales într-un pahar cu oțet timp de 24 de ore. Oțetul (un acid) acționează asupra cojii oului (carbonat de calciu) înmuind-o. Se ia apoi un pic de vată îmbibată în spirt, se aprinde și se introduce în sticlă. Cînd se stinge flacăra, se pune cu grijă oul pe gura sticlei. În scurt timp el va fi tras întreg în sticlă de depresiunea formată prin ieșirea aerului cald.

15.31. — Peste noapte un măr a căzut jos — sub pom. În felul acesta „în măr nu sînt mere", iar „sub pom nu sînt mere"! (În măr este un măr, iar sub măr este un măr!)

15.32. — Cu un singur ochi omul nu-și formează imaginea stereoscopică a ceea ce vede. În acest fel se va lovi mereu deasupra dopului. Cunoscînd acest lucru, ar trebui să ochim cu circa 8—10 cm mai jos de dop, reușind astfel să doborîm dopul.

15.33. — Priviți figura nr. 15.50. Se trece bucla B prin inelul format de bucla A în jurul mîinii, și peste palma mîinii — de la interior spre exterior. În momentul cînd bucla B a ieșit în partea cealaltă a inelului cei doi sînt practic eliberați din legătură.

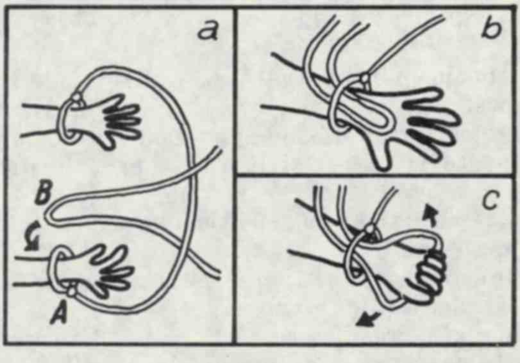


Fig. 15.50

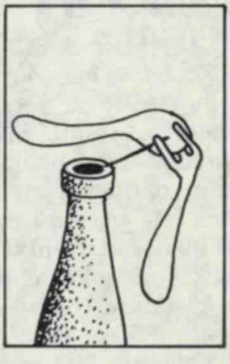


Fig. 15.51

15.34. — Se așază foaia de hîrtie astfel ca o parte a ei (cca 8—10 cm) să depășească în exterior marginea mesei, iar creionul se plasează peste cealaltă extremitate a colii. Apoi, cu două-trei degete puțin umezite se lovește dinamic (de sus în jos) partea din afara mesei a hîrtiei. În acest fel este asigurată aderența dintre mînă și hîrtie, coala este smucită brusc de sub creion, iar acesta continuă să-și păstreze poziția verticală pe masă. Ce mare este inerția unui simplu creion!...

O variantă a acestei probleme se realizează cu ajutorul unui băț de chibrit introdus vertical într-o crăpătură a scîndurilor unei mese dulgherești, pe capătul căruia se așază o hîrtiuță (de mărimea unui bilet de autobuz), iar peste acesta, în echilibru, o monedă de 25 de bani. Se cere, de asemenea, să se extragă bucăţica de hîrtie fără să fie atinsă ori să cadă moneda.

15.35. — E bine ca paharul să fie cît mai larg la gură, iar monedele să se introducă cu grijă, pe cant, din imediata apropiere a suprafeţei apei. Dacă aţi făcut experimentul v-aţi convins că numărul monedelor este relativ foarte mare, şi în orice caz depăşeşte pronosticurile. De aceasta se face vinovată tensiunea superficială a apei care păstrează lichidul în pahar şi după ce acesta s-a umplut „cu vîrf".

O variantă, chiar mai interesantă, a jocului se realizează schimbînd monedele cu ace cu gămălie.

15.36. — Se îmbină dinţii furculiţei pe vîrful lingurii, după care acest ansamblu se aşază „în pîrghie", cu ajutorul acului pe buza sticlei (fig. 15.51).

15.37. — Este necesar ca punctul de sprijin al picioarelor să nu fie tocmai în prelungirea segmentului pe care se sprijină sticla. În felul acesta se formează un foarte ascuţit triunghi de sprijin, pe suprafaţa căruia va trebui să cadă centrul de greutate al ansamblului.

15.38. — Se trece pur şi simplu prin bucla lărgită, în sensul în care prin ea trec şi cele două fire-capete.

În locul butonierei de la haină se poate utiliza un inel, o toartă de ceaşcă etc.

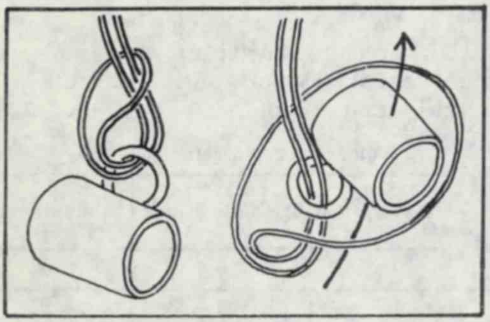


Fig. 15.52

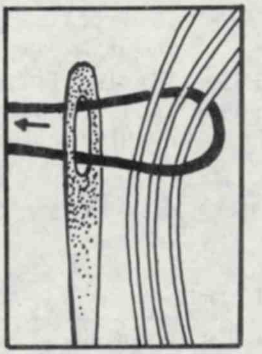


Fig. 15.53

15.39. — Experimentul este edificator.

15.40. — Idem.

15.41. — Se introduce, pentru început, prin urechea acului o buclă (aţa îndoită) apoi se trec prin buclă cît mai multe fire, care se „extrag" cu ajutorul ei prin urechea acului (fig. 15.53). Repetînd operaţia cu una din buclele formate în sens invers, şi chiar de mai multe ori sînt convins că veţi putea depăşi 15 fire de aţă trecute prin urechea acului.

15.42. — Din cauză că scrisul presupune (la majoritatea literelor) mişcarea vîrfului creionului — respectiv a mîinii — în rotocoale în sens invers acelor de ceasornic, ceea ce este în discordanţă cu mişcarea impusă piciorului... e destul de greu de stabilit un cîştigător!

15.43. — „Nodul" nu e nod!

15.44. — Se prinde cordelina pe spaţiul dintre cheie şi voluntar, cu două mîini, aşa cum se indică în figura nr. 15.54. Se trece apoi bucla A — bucla B se menţine ţinută cu mîna dreaptă — peste capul voluntarului. Se prinde apoi cu mîna stîngă cordelina în punctul C indicat pe figura nr. 15.55 şi se trece o nouă buclă peste capul (sau mîna) voluntarului. Imediat după aceea se dă drumul cordelinei şi din mîna dreaptă. Acum cheia părăseşte de la sine cordelina.

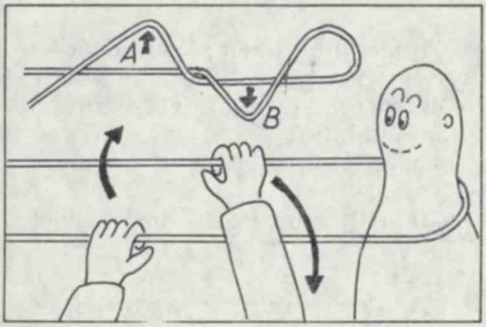


Fig. 15.54

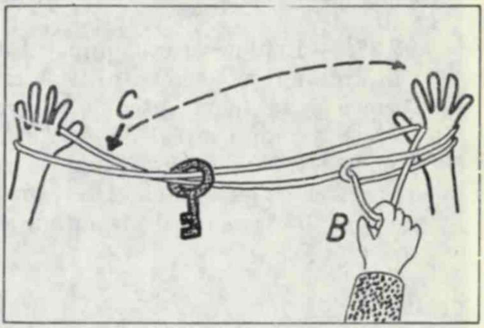


Fig. 15.55

15.45. — Explicaţia situaţiei oarecum neaşteptate din final este pur aritmetică. Dacă urmăriţi atent textul, respectiv operaţiile care se derulează, în tabelul următor, totul devine clar;

	Numărul cocoloaşelor de hîrtie		
	Exterior	Stîna din stînga	Stîna din dreapta
Iniţial; stînile sîn goale	9	0	0
Cele 5 oi intră în stîni	4	3	2
Intră şi ciobanii	2	4	3
Ies oile mulse la păscut	7	2	0
Oile intră din nou în stîni	2	5	2
Intră în stîni şi cîinii	0	6	3
Ies oile din stîni	5	4	0
Intră oile în stîni	0	7	2
Ies ciobanii şi cîinii	4	5	0

15.46. — Un simplu fir de păr prins între capac și partea de jos a cutiei, și care iese cca 2 cm în exteriorul cutiei exact acolo unde aceasta se sprijină în timpul rotației pe masă... încurcă totul.

15.47. — Se îndoaie rama după cum se vede în figura nr. 15.56; după care se introduce inelul pînă în poziția finală. Apoi se desdoaie rama care prinde în acest fel inelul pe cizme. Atenție, operația de îndoire a ramei trebuie făcută cu multă finețe pentru a nu se lăsa urme vizibile pe rama de carton!

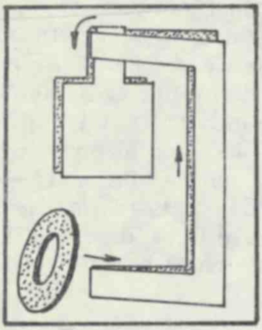


Fig. 15.56

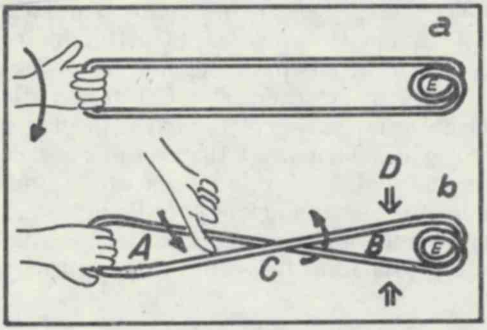


Fig. 15.57

15.48. — La început, într-una din mîini scamatorul va palma (va ține nevăzut de asistență) un dop. Se arată spectatorilor că în căciuli nu este nimic, după care se așază căciula (B) în care se află de fapt dopul, în centru, iar căciula (A) goală peste unul din dopurile din jur. Se eliberează dopul din mînă în centrul cercului și se palmează dopul de pe contur în cea de a doua căciulă. Apoi, operația se repetă schimbînd locul unde se așază căciulile astfel ca mereu căciula care se pune peste cîte un dop de pe cerc să fie goală.

15.49. — Oul din problema noastră va păți ceva asemănător cu acela din anecdota cu „oul lui Columb"!

15.50. — În esență problema este a împărți 7,5 pahare (!) la trei,.. ceea ce nu constituie o dificultate. Doi invitați vor lua cîte două pahare pline și unul pe jumătate, iar al treilea un pahar plin și trei pe jumătate.

15.51. — Persoana care urmează să fie ridicată — va trebui să stea șezînd pe scaun cu mîinile ținîndu-se de genunchi. Cei cinci acționează deodată cu cîte un deget (arătător) în următoarele puncte: 1 sub bărbie; 2 și 3 — la subsuoară; 4 și 5 — sub articulația genunchiului.

15.52. — Urmăriți operațiile în figura nr. 15.57. Din poziția inițială (a) se răsucește mîna stîngă astfel încît se formează A și B (b). Cu degetul arătător de la mîna dreaptă se intră în bucla A de sus în jos în apropierea intersecţiei C, după care se iese de jos în sus în bucla B. Se prinde astfel strîns în mîna dreaptă intersecţia C. Cu mîna stîngă (fără a elibera cordelina) se prind şi amîndouă firele buclei B între C şi reperul captiv E — adică în zona marcată în figură cu D. Menţinînd fixă acum mîna stîngă, se roteşte mîna dreaptă spre E astfel încît să poată fi introduse peste E cele două bucle încrucişate pe care le ţine respectiva mînă. Se eliberează din mîna stîngă prinderea D şi se trage cu aceeaşi mînă bucla iniţială, menţinută strîns de la început. Cordelina se derulează în jurul reperului E eliberîndu-l complet!

15.53. — Să observăm notaţiile şi poziţia din figura nr. 15.58. a. Se răsuceşte bucla B spre dreapta astfel încît segmentul de legătură C să se încrucişeze de sus peste segmentul D. În această poziţie (b) se prinde cu două degete de intersecţia CD şi se ridică de pe masă. Buclele A şi B s-au apropiat suficient pentru a le putea prinde cu cealaltă mînă de extremităţile inferioare. Eliberăm prinsoarea CD şi trecem inelul printre (!) segmentele C şi D pînă cînd acesta ajunge la partea inferioară — acolo unde sînt ţinute buclele A şi B împreună. Din această poziţie răsucim spre stînga bucla B astfel încît segmentele C şi D să devină din nou paralele, şi scoatem fără nici o altă dificultate inelul complet eliberat.

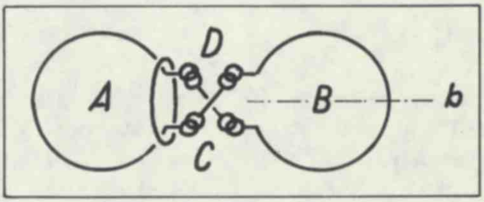


Fig. 15.58

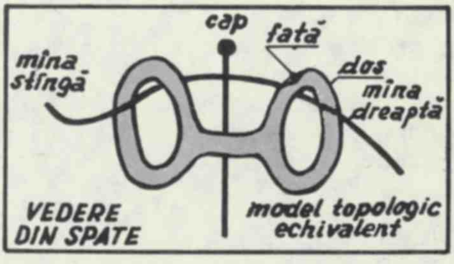


Fig. 15.59

15.54. — Modelul, topologic echivalent, pe care se va analiza soluţia este prezentat în figura nr. 15.59.

Este necesar să apelăm la o manevră suplimentară: se prind una-într-alta mîinile la spate! Apoi se procedează după cum se indică în figura nr. 15.60.

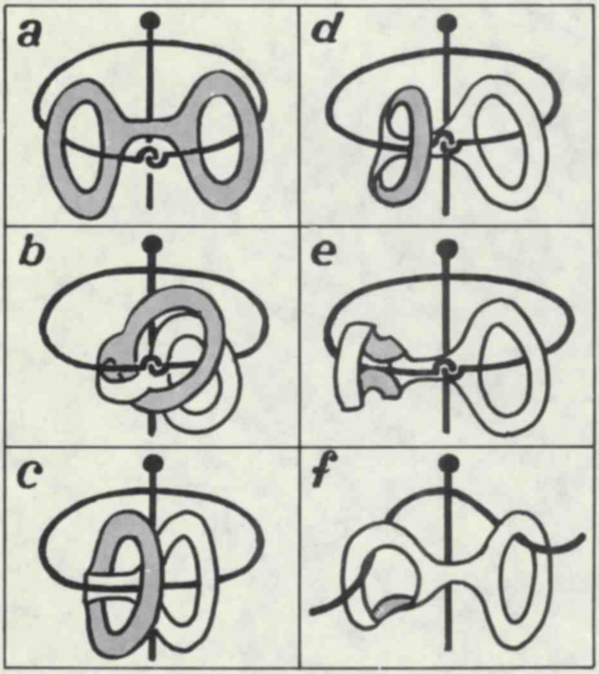


Fig. 15.60

Redactor: MONICA CREMENE
Tehnoredactor: L. HLAVATHY

Anul apariției: 1984. Bun de tipar: 11.II.1984.
Comanda nr.: 2348. Coli de tipar: 24.25.
Hîrtie tipar înalt A 50 g/mp. Format: 16/61×90.

Tiparul executat sub comanda nr. 128/1983.
la Intreprinderea poligrafică Sibiu.
Șos. Alba Iulia nr. 40
Republica Socialistă România

EDITURA
DACIA