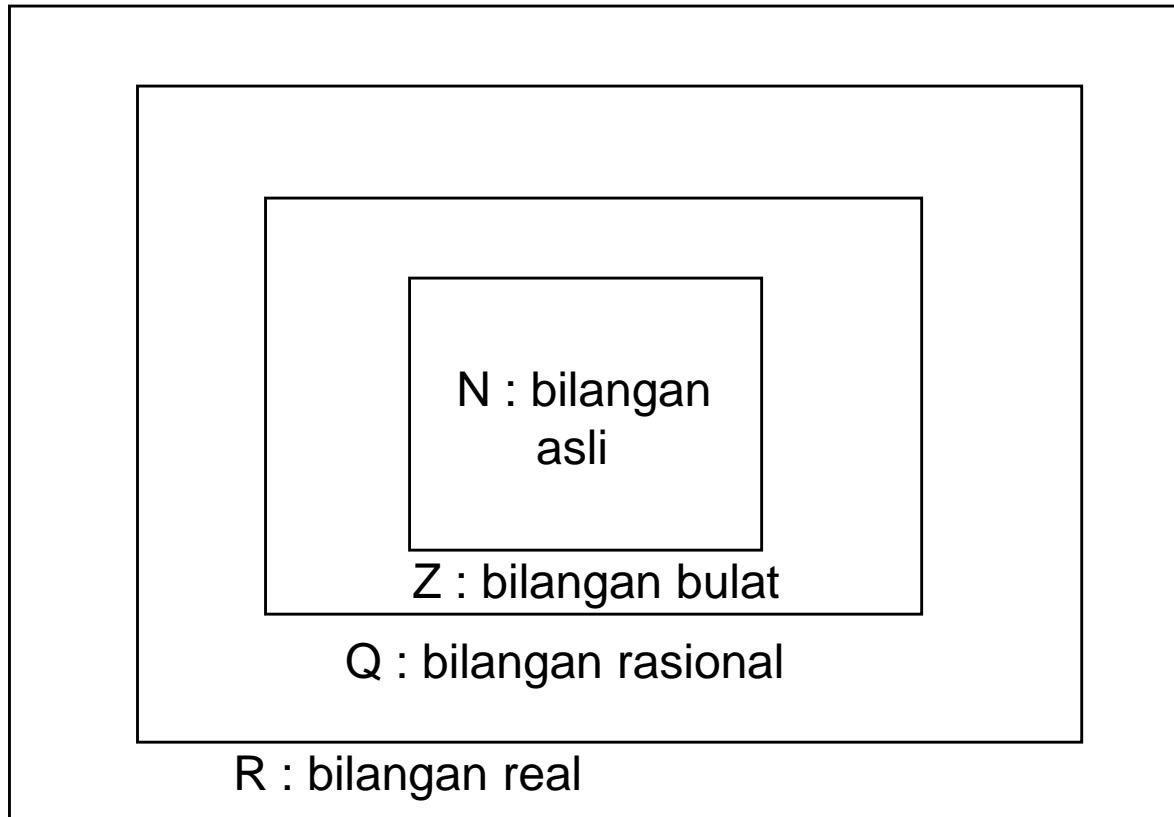


# Materi ke-1

## Sistem Bilangan Riil

# Sistem bilangan



N :  
1,2,3,....

Z :  
..., -2, -1, 0, 1, 2, ...

Q :  
 $q = \frac{a}{b}, a, b \in Z, b \neq 0$

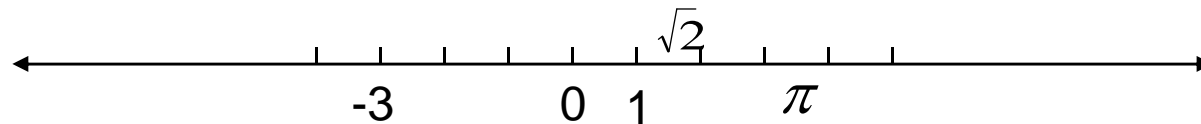
$R = Q \cup \text{Irasional}$

Contoh Bil Irasional

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi$

# Garis bilangan

Setiap bilangan real mempunyai posisi pada suatu garis yang disebut dengan garis bilangan(real)



Selang

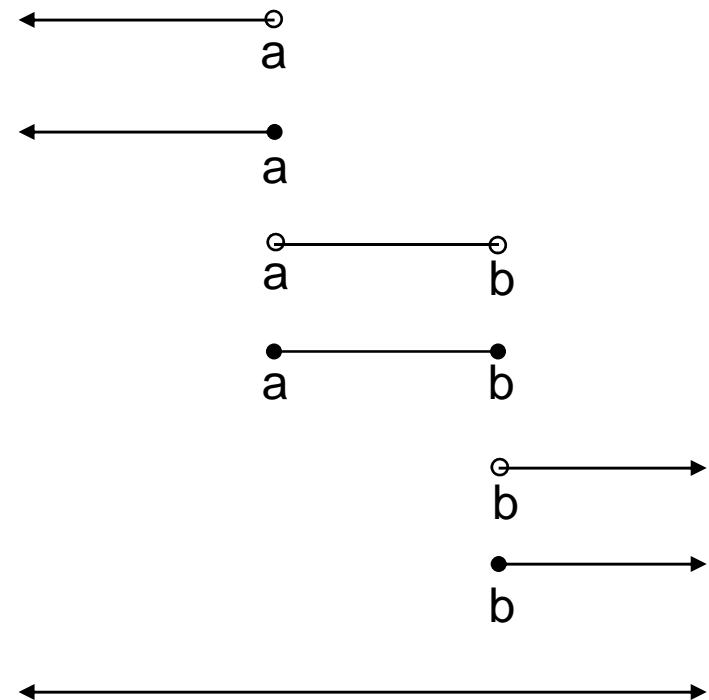
Himpunan bagian dari garis bilangan disebut selang

# Selang

Jenis-jenis selang

Himpunan	<b>selang</b>
$\{x x < a\}$	$(-\infty, a)$
$\{x x \leq a\}$	$(-\infty, a]$
$\{x a < x < b\}$	$(a, b)$
$\{x a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$
$\{x x > b\}$	$(b, \infty)$
$\{x x \geq b\}$	$[b, \infty)$
$\{x x \in \mathbb{R}\}$	$(-\infty, \infty)$

Grafik



# Sifat–sifat bilangan real

- Sifat-sifat urutan :

- ❑ Trikotomi

- Jika  $x$  dan  $y$  adalah suatu bilangan, maka pasti berlaku salah satu dari  $x < y$  atau  $x > y$  atau  $x = y$

- ❑ Ketransitifan

- Jika  $x < y$  dan  $y < z$  maka  $x < z$

- ❑ Perkalian

- Misalkan  $z$  bilangan positif dan  $x < y$  maka  $xz < yz$ ,  
sedangkan bila  $z$  bilangan negatif, maka  $xz > yz$

# Pertidaksamaan

- Pertidaksamaan satu variabel adalah suatu bentuk aljabar dengan satu variabel yang dihubungkan dengan relasi urutan.
- Bentuk umum pertidaksamaan :

$$\frac{A(x)}{B(x)} < \frac{D(x)}{E(x)}$$

- dengan  $A(x)$ ,  $B(x)$ ,  $D(x)$ ,  $E(x)$  adalah suku banyak (polinom) dan  $B(x) \neq 0$ ,  $E(x) \neq 0$

# Pertidaksamaan

- Menyelesaikan suatu pertidaksamaan adalah mencari semua himpunan bilangan real yang membuat pertidaksamaan berlaku. Himpunan bilangan real ini disebut juga Himpunan Penyelesaian (HP)
- Cara menentukan HP :
  1. Bentuk pertidaksamaan diubah menjadi :
$$\frac{P(x)}{Q(x)} < 0$$
 , dengan cara :

# Pertidaksamaan

- ☐ Ruas kiri atau ruas kanan dinolkan
  - ☐ Menyamakan penyebut dan menyederhanakan bentuk pembilangnya
2. Dicari titik-titik pemecah dari pembilang dan penyebut dengan cara  $P(x)$  dan  $Q(x)$  diuraikan menjadi faktor-faktor linier dan/ atau kuadrat
  3. Gambarkan titik-titik pemecah tersebut pada garis bilangan, kemudian tentukan tanda (+, -) pertidaksamaan di setiap selang bagian yang muncul



Contoh :

Tentukan Himpunan Penyelesaian

$$1 \quad 13 \geq 2x - 3 \geq 5$$

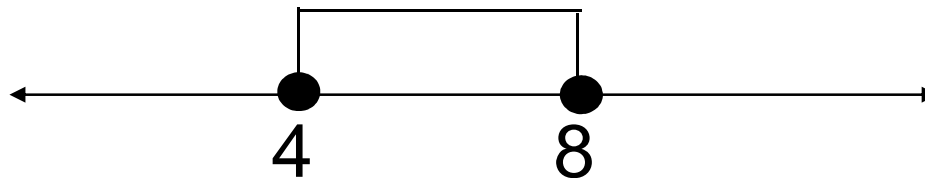
$$13 + 3 \geq 2x \geq 5 + 3$$

$$16 \geq 2x \geq 8$$

$$8 \geq x \geq 4$$

$$4 \leq x \leq 8$$

$$\text{Hp} = [4, 8]$$



Contoh :

Tentukan Himpunan Penyelesaian

$$2 \quad -2 < 6 - 4x \leq 8$$

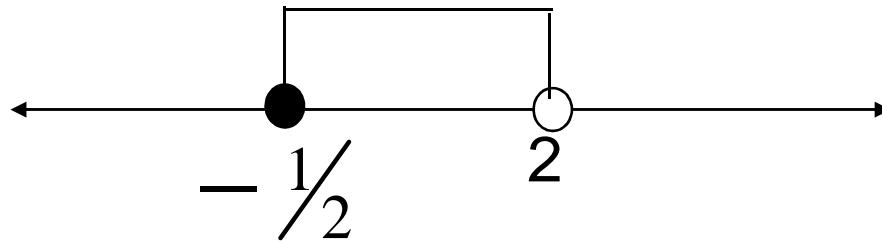
$$-8 < -4x \leq 2$$

$$8 > 4x \geq -2$$

$$-2 \leq 4x < 8$$

$$-\frac{1}{2} \leq x < 2$$

$$\text{Hp} = \left[ -\frac{1}{2}, 2 \right)$$



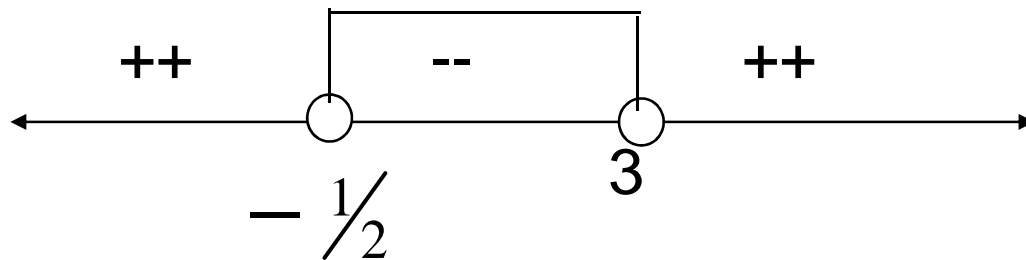
Contoh :

Tentukan Himpunan Penyelesaian

$$3 \quad 2x^2 - 5x - 3 < 0$$

$$(2x+1)(x-3) < 0$$

Titik Pemecah (TP) :  $x = -\frac{1}{2}$  dan  $x = 3$



$$\text{Hp} = \left(-\frac{1}{2}, 3\right)$$

Contoh :

Tentukan Himpunan Penyelesaian

$$4 \quad 2x - 4 \leq 6 - 7x \leq 3x + 6$$

$$2x - 4 \leq 6 - 7x \quad \text{dan} \quad 6 - 7x \leq 3x + 6$$

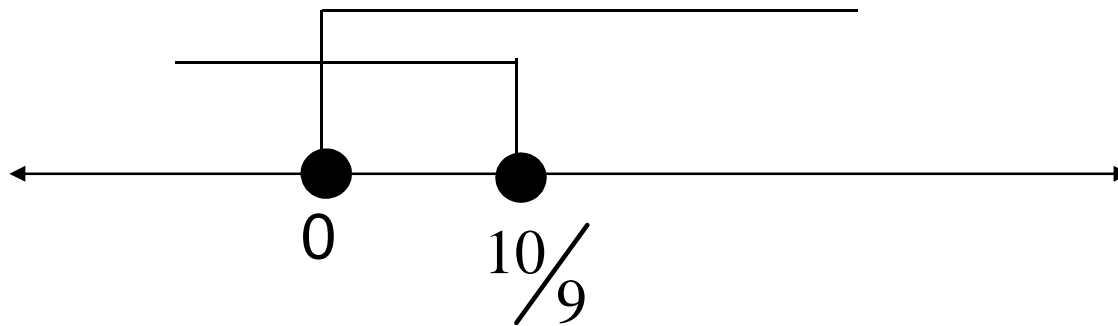
$$2x + 7x \leq 6 + 4 \quad \text{dan} \quad -7x - 3x \leq -6 + 6$$

$$9x \leq 10 \quad \text{dan} \quad -10x \leq 0$$

$$x \leq \frac{10}{9} \quad \text{dan} \quad 10x \geq 0$$

$$x \leq \frac{10}{9} \quad \text{dan} \quad x \geq 0$$

$$H_p = \left( -\infty, \frac{10}{9} \right] \cap [0, \infty)$$



Dari gambar tersebut dapat disimpulkan :

$$H_p = \left[ 0, \frac{10}{9} \right]$$

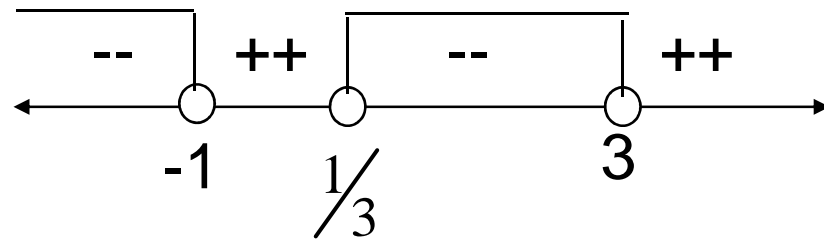
Contoh :

Tentukan Himpunan Penyelesaian

$$\begin{aligned} 5. \quad & \frac{1}{x+1} < \frac{2}{3x-1} \\ & \frac{1}{x+1} - \frac{2}{3x-1} < 0 \\ & \frac{(3x-1) - (2x+2)}{(x+1)(3x-1)} < 0 \end{aligned}$$

$$\frac{x-3}{(x+1)(3x-1)} < 0$$

$$\text{TP : } -1, \quad \frac{1}{3}, \quad 3$$



$$\text{Hp} = (-\infty, -1) \cup \left(\frac{1}{3}, 3\right)$$

Contoh :

Tentukan Himpunan Penyelesaian

$$6. \frac{x+1}{2-x} \leq \frac{x}{3+x}$$

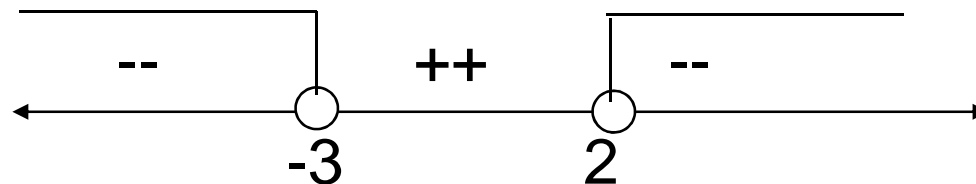
$$\frac{x+1}{2-x} - \frac{x}{3+x} \leq 0$$

$$\frac{(x+1)(3+x) - x(2-x)}{(2-x)(3+x)} \leq 0$$

$$\frac{2x^2 + 2x + 3}{(2-x)(x+3)} \leq 0$$

Untuk pembilang  $2x^2 + 2x + 3$  mempunyai nilai Diskriminan ( $D$ )  $< 0$ , sehingga nilainya selalu positif, Jadi TP : 2,-3

Pembilang tidak menghasilkan titik pemecah.



$$Hp = (\infty, -3) \cup (2, \infty)$$



# Pertidaksamaan nilai mutlak

- Nilai mutlak  $x$  ( $|x|$ ) didefinisikan sebagai jarak  $x$  dari titik pusat pada garis bilangan, sehingga jarak selalu bernilai positif.
- Definisi nilai mutlak :

$$|x| = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

# Pertidaksamaan nilai mutlak

- Sifat-sifat nilai mutlak:

1  $|x| = \sqrt{x^2}$

2  $|x| \leq a, a \geq 0 \iff -a \leq x \leq a$

3  $|x| \geq a, a \geq 0 \iff x \geq a \text{ Atau } x \leq -a$

4  $|x| \leq |y| \iff x^2 \leq y^2$

5  $\frac{|x|}{|y|} = \frac{|x|}{|y|}$

6. Ketaksamaan segitiga

$$|x + y| \leq |x| + |y| \quad |x - y| \geq ||x| - |y||$$

# Contoh : Menentukan Himpunan Penyelesaian

Contoh :

1.  $|2x - 5| < 3$

Kita bisa menggunakan sifat ke-2.

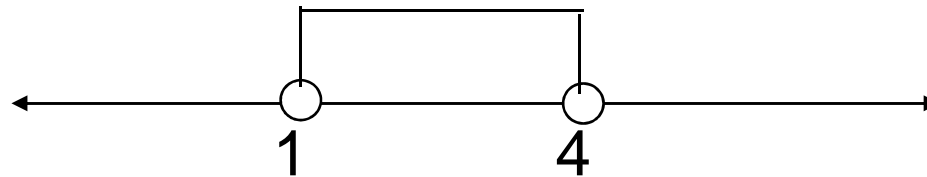
$$\Leftrightarrow -3 < 2x - 5 < 3$$

$$\Leftrightarrow 5 - 3 < 2x < 3 + 5$$

$$\Leftrightarrow 2 < 2x < 8$$

$$\Leftrightarrow 1 < x < 4$$

$$\text{Hp} = (1, 4)$$



## Contoh : Menentukan Himpunan Penyelesaian

$$2. \quad |2x - 5| < 3$$

Kita bisa juga menggunakan sifat ke-4, karena ruas kiri maupun kanan keduanya positif.

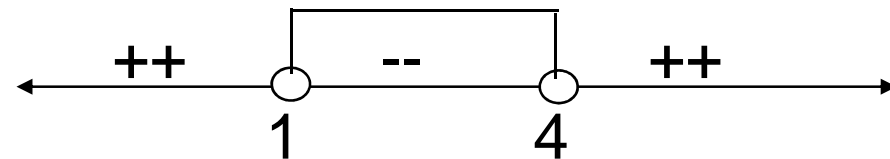
$$\Leftrightarrow (2x - 5)^2 < 9$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 20x + 25 < 9$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 20x + 16 < 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 10x + 8 < 0$$

$$\Leftrightarrow (2x - 2)(x - 4) < 0$$



$$Hp = (1, 4)$$

TP : 1, 4

## Contoh : Menentukan Himpunan Penyelesaian menggunakan definisi

$$3. \quad |2x + 3| \geq |4x + 5|$$

Kita bisa menggunakan sifat 4

$$\Leftrightarrow (2x + 3)^2 \geq (4x + 5)^2$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 12x + 9 \geq 16x^2 + 40x + 25$$

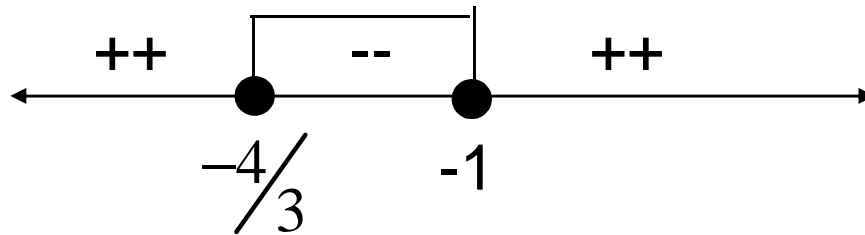
$$\Leftrightarrow -12x^2 - 28x - 16 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 7x + 4 \leq 0$$

$$\text{TP : } -\frac{4}{3}, -1$$

# Contoh : Menentukan Himpunan Penyelesaian

Jika digambar pada garis bilangan :



$$Hp = \left[ -\frac{4}{3}, -1 \right]$$

## Contoh : Menentukan Himpunan Penyelesaian

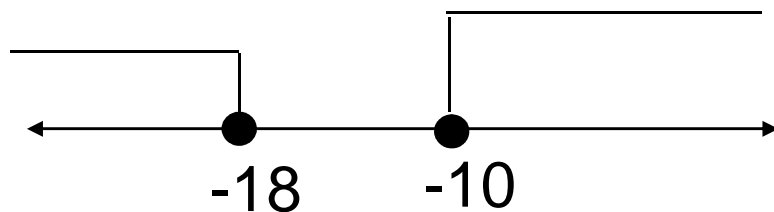
$$4. \quad \left| \frac{x}{2} + 7 \right| \geq 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{2} + 7 \geq 2 \quad \text{atau} \quad \frac{x}{2} + 7 \leq -2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{2} \geq -5 \quad \text{atau} \quad \frac{x}{2} \leq -9$$

$$\Leftrightarrow x \geq -10 \quad \text{atau} \quad x \leq -18$$

$$\text{Hp} = [-10, \infty) \cup (-\infty, -18]$$



# Soal Latihan

Cari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan

1.  $x^2 - 5x + 6 > 0$

6.  $|x + 1| < 4$

2.  $4x - 7 < 3x - 5$

7.  $|3x + 4| < 8$

3.  $-6 < 2x + 3 < -1$

8.  $|4x + 2| \geq 10$

4.  $2x^2 + 7x - 15 \geq 0$

9.  $|2 - 4x| \geq 10$

5.  $(x + 2)(2x - 1)(3x + 7) \geq 0$

10.  $|2x - 3| > 3$