

# **DIKTAT KULIAH FISIKA DASAR II TAHAP PERSIAPAN BERSAMA ITB**

*Materi Sesuai Dengan Silabus  
Mata Kuliah Fisika Dasar II ITB*

**Oleh:**  
**DR.Eng. Mikrajuddin Abdullah, M.Si.**

**Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Institut Teknologi Bandung  
2006**

## **Kata Pengantar**

Untuk melengkapi diktat kuliah Fisika Dasar I, kami kembali mengeluarkan diktat kuliah untuk Fisika Dasar II dengan harapan semoga bisa menjadi pelengkap yang berarti bagi referensi-referensi yang telah ada. Agar mahasiswa lebih memahami persamaan-persamaan yang dibahas, contoh soal dan penyelesaian sengaja diperbanyak jumlahnya.

Karena merupakan versi paling awal, kami menyadari masih akan ditemui beberapa kesesahan dalam isi maupun pengetikan (mudah-mudahan tidak terlalu banyak). Kami akan terus melakukan perbaikan, koreksi, dan pelengkapan materi sehingga diktat ini menjadi diktat yang cukup lengkap dalam membantu para mahasiswa baru menyelesaikan mata kuliah fisika dasar di tahun pertama ITB. Pada saat bersamaan kami sangat mengharapkan kritik, saran, komentar, atau ide-ide yang membangun dari pada pembaca guna perbaikan mutu diktat ini. Komentar tersebut dapat dikirim ke E-mail: [din@fi.itb.ac.id](mailto:din@fi.itb.ac.id).

Terima kasih dan wassalam

Mikrajuddin Abdullah

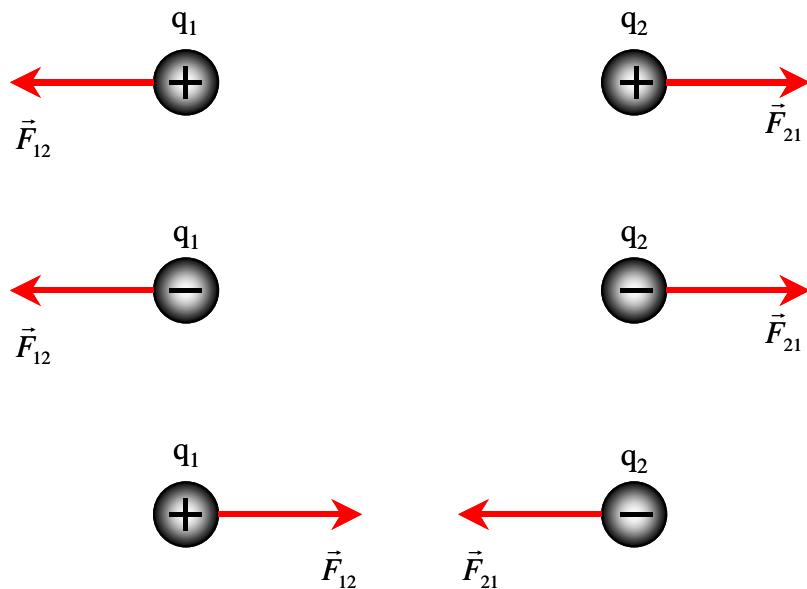
## **Daftar Isi**

Bab 1	Hukum Coulomb dan Hukum Gauss	1
Bab 2	Potensial Listrik dan Kapasitor	59
Bab 3	Listrik Arus Searah	112
Bab 4	Kemagnetan	158
Bab 5	Hukum Biot Savart	189
Bab 6	Hukum Ampere	225
Bab 7	GGL Induksi dan Induktansi	244
Bab 8	Arus Bolak-Balik	299
Bab 9	Besaran Gelombang	350
Bab 10	Gejala Gelombang dan Gelombang Bunyi	403
Bab 11	Interferensi Gelombang Elektromagnetik	450
Bab 12	Model Atom dan Molekul	514

## Bab 1

### Hukum Coulomb dan Hukum Gauss

Newton menemukan bahwa dua buah massa saling tarik-menarik dengan gaya yang berbanding lurus dengan perkalian dua massa dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak keduanya. Coulomb menemukan sifat serupa pada muatan listrik. Dua buah muatan listrik saling mengerjakan gaya yang besarnya berbanding lurus dengan perkalian dua muatan dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak keduanya.



Gambar 1.1 Muatan sejenis tolak-menolak dan muatan berbeda jenis tarik-menarik



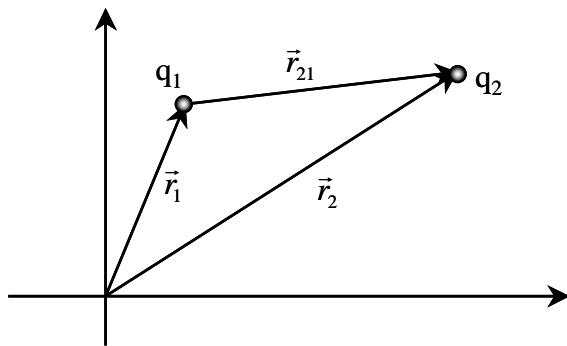
Gambar 1.2 Sisir menarik potongan-potongan kertas karena memiliki muatan listrik yang berbeda

Gaya yang dihasilkan bisa berupa gaya tarik-menarik atau tolak-menolak, tergantung pada jenis muatan yang melakukan gaya. Dari hasil pengamatan didapatkan bahwa

- Dua muatan sejenis, yaitu muatan yang sama-sama positif atau sama-sama negatif melakukan gaya tolak-menolak.
- Dua muatan yang tidak sejenis, yaitu positif dan negatif, saling melakukan gaya tarik-menarik.

### 1.1 Gaya Coulomb Antara Dua Muatan Titik

Untuk menentukan gaya Coulomb dua muatan titik, mari kita misalkan ada dua muatan  $q_1$  dan  $q_2$  yang berada pada posisi  $\vec{r}_1$  dan  $\vec{r}_2$ . Vektor posisi muatan  $q_2$  relatif terhadap  $q_1$  adalah



*Gambar 1.3 Posisi muatan  $q_1$  dan  $q_2$  dalam sistem koordinat*

$$\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad (1.1)$$

Jarak antara dua muatan tersebut adalah adalah

$$r_{21} = |\vec{r}_{21}| = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$$

Vektor satuan yang searah dengan vektor  $\vec{r}_{21}$  adalah

$$\hat{r}_{21} = \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \quad (1.2)$$

Besarnya gaya Coulomb pada muatan  $q_2$  oleh muatan  $q_1$  adalah

$$F_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2} \quad (1.3)$$

Arah gaya  $F_{21}$  searah dengan vektor satuan  $\hat{r}_{21}$  sehingga kita dapat mengungkapkan  $F_{21}$  dalam notasi vektor sebagai berikut

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2} \hat{r}_{21} \quad (1.4)$$

Dengan mensubstitusi  $\hat{r}_{21}$  dari persamaan (1.2) ke dalam persamaan (1.4) kita dapat juga menulis

$$\begin{aligned} \vec{F}_{21} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2} \frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Dengan menggunakan hukum aksi-reaksi Newton dengan segera kita dapatkan gaya Coulomb pada muatan q1 oleh muatan q2 adalah

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Contoh

Muatan q1 = 2 mC berada pada koordinat (0,3) m dan muatan q2 = 4 mC berada pada koordinat (4,6) m. Lihat Gambar 1.4. Berapa gaya yang dilakukan muatan q1 pada muatan q2?

Jawab

Diberikan

$$q_1 = 2 \text{ mC} = 2 \times 10^{-3} \text{ C}$$

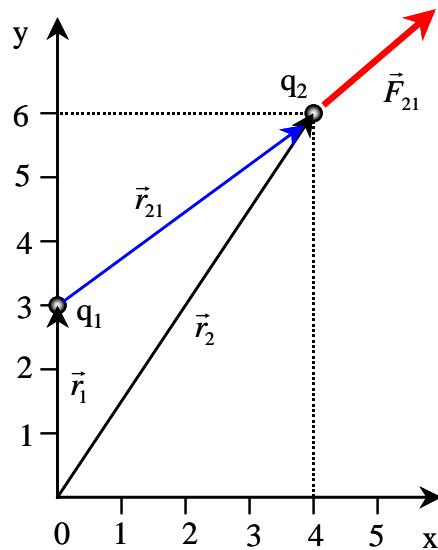
$$q_2 = 4 \text{ mC} = 4 \times 10^{-3} \text{ C}$$

$$\vec{r}_1 = 0\hat{i} + 3\hat{j} = 3\hat{j} \text{ m}$$

$$\vec{r}_2 = 4\hat{i} + 6\hat{j} \text{ m}$$

$$\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (4\hat{i} + 6\hat{j}) - 3\hat{j} = 4\hat{i} + 3\hat{j} \text{ m}$$

$$|\vec{r}_{21}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ m}$$



Gambar 1.4

Besarnya gaya antara dua muatan

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{21}|^2} = 9 \times 10^9 \frac{(2 \times 10^{-3})(4 \times 10^{-3})}{5^2} = 2880 \text{ N}$$

Untuk menyatakan dalam notasi vector

$$\hat{r}_{21} = \frac{\vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|} = \frac{4\hat{i} + 3\hat{j}}{5} = \frac{4}{5}\hat{i} + \frac{3}{5}\hat{j}$$

Dengan demikian

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{21}|^2} \hat{r}_{21} = 9 \times 10^9 \frac{(2 \times 10^{-3})(4 \times 10^{-3})}{5^2} \left( \frac{4}{5}\hat{i} + \frac{3}{5}\hat{j} \right) = 2304\hat{i} + 1728\hat{j} \text{ N}$$

Contoh

Tentukan besar gaya Coulomb pada electron atom hydrogen yang dilakukan oleh proton di inti. Anggaplah bahwa electron mengelilingi proton pada jarak  $r = 0,53 \text{ Å}$ . Besar muatan electron dan proton adalah  $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ .

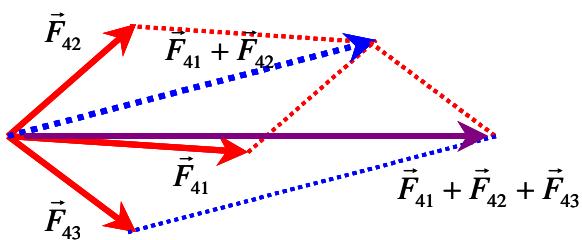
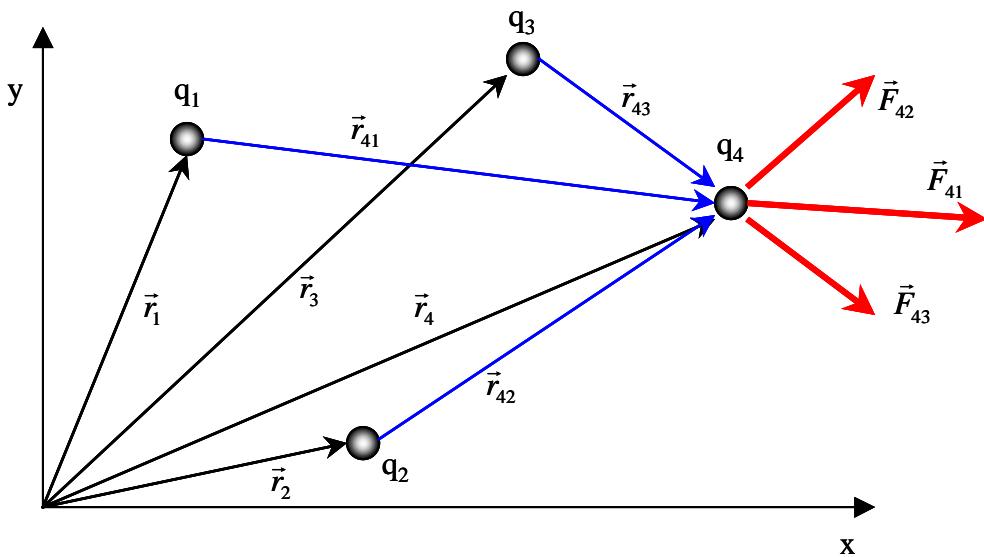
Jawab

Besarnya gaya yang dilakukan proton pada electron

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(1,6 \times 10^{-19})(1,6 \times 10^{-19})}{(5,3 \times 10^{-11})^2} = 8,2 \times 10^{-8} \text{ N}$$

## 1.2 Gaya Coulomb oleh sejumlah muatan

Jika terdapat sejumlah muatan maka gaya total pada suatu muatan merupakan jumlah vector gaya yang dilakukan oleh sejumlah muatan lainnya. Misalkan kita memiliki muatan q1, q2, q3, dan q4. Berapa gaya pada muatan q4?



Gambar 1.5 Posisi koordinat sejumlah muatan dan gaya total yang bekerja pada satu muatan

Lihat Gambar 1.5. Misalkan: koordinat posisi muatan q1 adalah  $\vec{r}_1$ , koordinat posisi muatan q2 adalah  $\vec{r}_2$ , koordinat posisi muatan q3 adalah  $\vec{r}_3$ , dan koordinat posisi muatan q4 adalah  $\vec{r}_4$ .

Gaya yang dilakukan muatan q1 pada muatan q4 adalah  $\vec{F}_{41} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_4}{|\vec{r}_{41}|^3} \vec{r}_{41}$

Gaya yang dilakukan muatan q2 pada muatan q4 adalah  $\vec{F}_{42} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_4}{|\vec{r}_{42}|^3} \vec{r}_{42}$

Gaya yang dilakukan muatan q3 pada muatan q4 adalah  $\vec{F}_{43} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3 q_4}{|\vec{r}_{43}|^3} \vec{r}_{43}$

Gaya total pada muatan q4 adalah

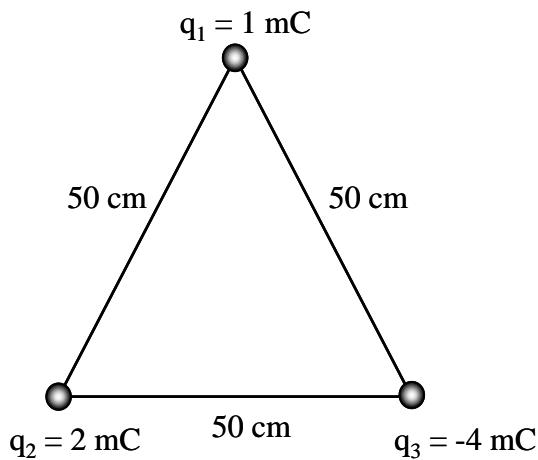
$$\vec{F}_4 = \vec{F}_{41} + \vec{F}_{42} + \vec{F}_{43}$$

Secara umum, gaya pada muatan q0 yang dilakukan sejumlah muatan q1, q2, q3, ..., qN adalah

$$\begin{aligned} \vec{F}_{a_o} &= \sum_{i=1}^N \vec{F}_{0i} \\ &= \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_i}{|\vec{r}_{0i}|^3} \vec{r}_{0i} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Contoh

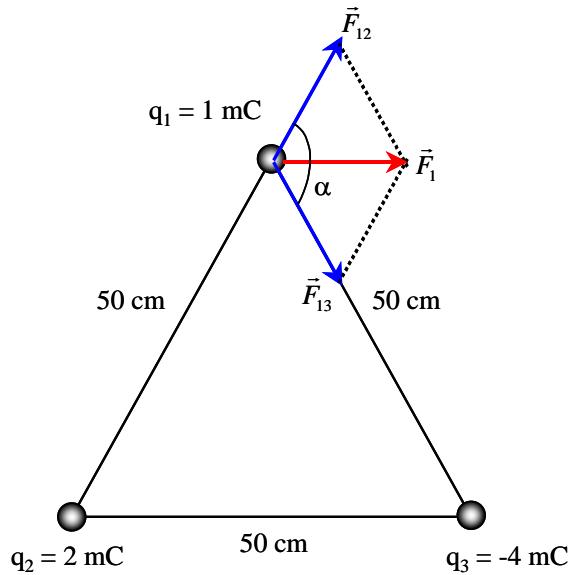
Tiga buah muatan berada pada titik sudut segitiga sama sisi seperti pada Gambar 1.6. Masing-masing muatan tersebut adalah  $q_1 = 1 \text{ mC}$ ,  $q_2 = 2 \text{ mC}$ , dan  $q_3 = -4 \text{ mC}$ . Berapa gaya total pada muatan q1 dan gaya total pada muatan q3?



Gambar 1.6

Jawab

Pertama kita tentukan gaya pada muatan q1. Perhatikan Gbr. 1.7.



Gambar 1.7 Gaya-gaya yang bekerja pada muatan q1

Jarak antara muatan q1 dan q2:  $|\vec{r}_{12}| = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$

Jarak antara muatan q1 dan q3:  $|\vec{r}_{13}| = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$

Besarnya gaya oleh q2 pada q1 (tolak) adalah

$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{21}|^2} = (9 \times 10^9) \frac{(10^{-3})(2 \times 10^{-3})}{(0,5)^2} = 7,2 \times 10^4 \text{ N}$$

Besarnya gaya oleh q3 pada q1 (tarik) adalah

$$F_{13} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{|\vec{r}_{31}|^2} = (9 \times 10^9) \frac{(10^{-3})(4 \times 10^{-3})}{(0,5)^2} = 14,4 \times 10^4 \text{ N}$$

Dengan aturan jajaran genjang, maka besarnya gaya total pada muatan q1 memenuhi

$$F_1^2 = F_{12}^2 + F_{13}^2 + 2F_{12}F_{13} \cos \alpha$$

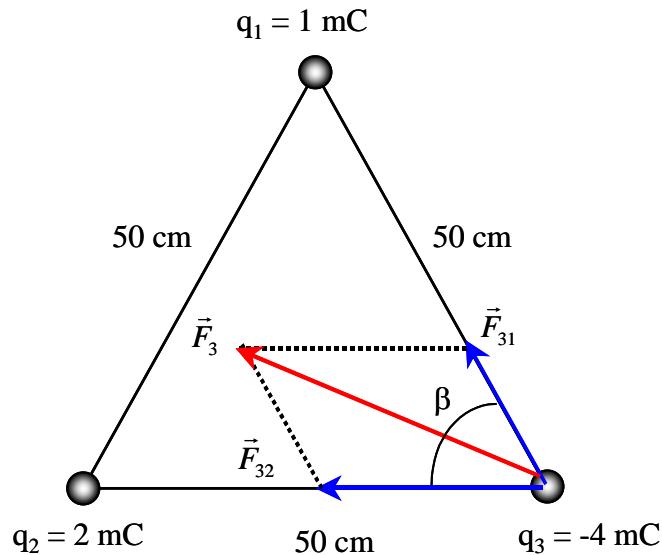
Pada gambar, jelas  $\alpha = 120^\circ$  sehingga  $\cos \alpha = -1/2$  dan

$$F_1^2 = (7,2 \times 10^4)^2 + (14,4 \times 10^4)^2 + 2(7,2 \times 10^4)(14,4 \times 10^4)(-1/2) = 1,6 \times 10^{10}$$

atau

$$F_1 = \sqrt{1,6 \times 10^{10}} = 1,3 \times 10^5 \text{ N}$$

Berikutnya kita tentukan gaya pada muatan q3. Perhatikan Gbr. 1.8:



Gambar 1.8 Gaya-gaya yang bekerja pada muatan q3

Jarak muatan q3 ke muatan q1:  $|\vec{r}_{31}| = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$

Jarak muatan q3 ke muatan q2:  $|\vec{r}_{32}| = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$

Besar gaya pada muatan q3 oleh muatan q1 (tarik)

$$F_{31} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_1 q_3}{|\vec{r}_{31}|^2} = (9 \times 10^9) \frac{(10^{-3})(4 \times 10^{-3})}{(0,5)^2} = 14,4 \times 10^4 \text{ N}$$

Besar gaya pada muatan q3 oleh muatan q2 (tarik)

$$F_{32} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_2 q_3}{|\vec{r}_{32}|^2} = (9 \times 10^9) \frac{(2 \times 10^{-3})(4 \times 10^{-3})}{(0,5)^2} = 28,8 \times 10^4 \text{ N}$$

Dengan aturan jajaran genjang, maka besar gaya total pada muatan q3 memenuhi

$$F_3^2 = F_{31}^2 + F_{32}^2 + 2F_{31}F_{32} \cos \beta$$

Pada gambar, jelas  $\beta = 60^\circ$  sehingga  $\cos \beta = 1/2$  dan

$$F_3^2 = (14,4 \times 10^4)^2 + (28,8 \times 10^4)^2 + 2(14,4 \times 10^4)(28,8 \times 10^4)(1/2) = 1,5 \times 10^{11}$$

atau

$$F_3 = \sqrt{1,5 \times 10^{11}} = 3,9 \times 10^5 \text{ N}$$

### 1.3 Medan Listrik

Mengapa muatan  $q_1$  dapat melakukan gaya pada muatan  $q_2$  meskipun ke dua muatan tersebut tidak bersentuhan? Mirip dengan pembahasan kita tentang gaya gravitasi yaitu karena adanya medan gaya. Gaya Coulomb muncul karena muatan  $q_1$  menghasilkan medan listrik pada posisi muatan  $q_2$ . Muatan  $q_2$  berinteraksi dengan medan yang dihasilkan muatan  $q_1$ , dan interaksi tersebut menghasilkan gaya pada muatan  $q_2$ .

Jika besarnya medan listrik yang dihasilkan muatan  $q_1$  pada posisi muatan  $q_2$  dinyatakan sebagai  $\vec{E}_{21}$  maka gaya yang dilakukan oleh muatan  $q_1$  pada muatan  $q_2$  memenuhi persamaan

$$\vec{F}_{21} = q_2 \vec{E}_{21} \quad (1.7)$$

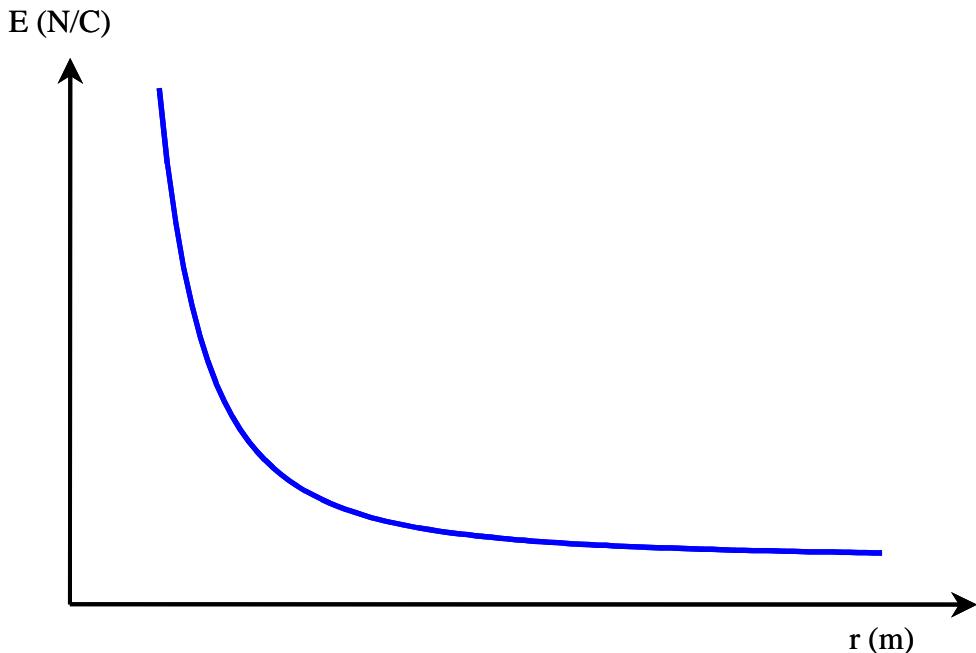
Dengan membandingkan persamaan (1.7) dengan ungkapan hukum Coulomb pada persamaan (1.5), maka kuat medan listrik yang dihasilkan muatan  $q_1$  pada posisi muatan  $q_2$  memenuhi

$$\vec{E}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{|\vec{r}_{21}|^3} \vec{r}_{21} \quad (1.8)$$

Dinyatakan dalam scalar, besarnya medan listrik yang dihasilkan muatan sembarang pada jarak  $r$  dari muatan tersebut adalah

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (1.9)$$

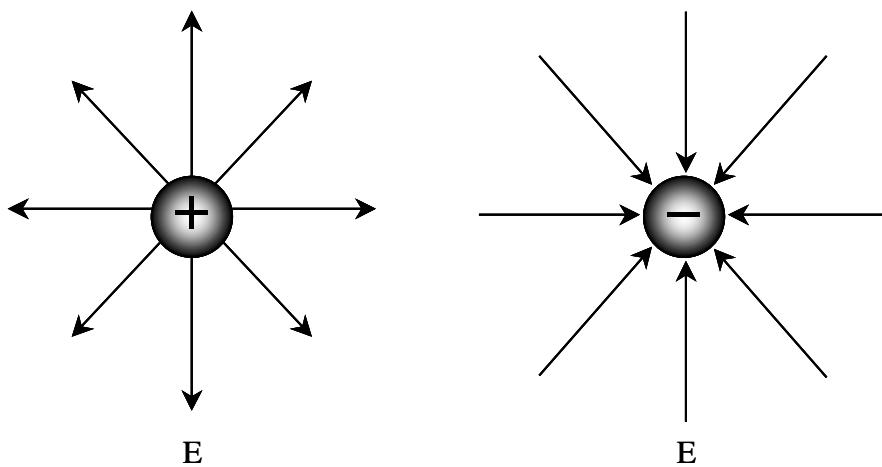
Tampak bahwa besarnya medan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak dari muatan. Jika dibuatkan kurva kuat medan terhadap jarak kita dapatkan Gambar 1.9



*Gambar 1.9 Kuat medan listrik yang dihasilkan muatan titik sebagai fungsi jarak.*

*Arah medan listrik didefinisikan sebagai berikut:*

- i) Keluar dari muatan jika muatan tersebut memiliki tanda positif.
- ii) Masuk ke muatan tersebut jika muatan memiliki tanda negatif.



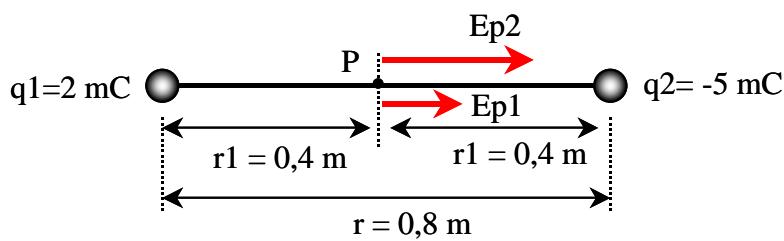
*Gambar 1.10 Arah medan listrik: (a) keluar dari muatan positif dan (b) masuk ke muatan negatif.*

Contoh

Ada dua buah muatan masing-masing  $q_1 = 2 \text{ mC}$  dan  $q_2 = -5 \text{ mC}$ . Ke dua muatan tersebut dipisahkan oleh jarak 80 cm. A) berapa kuat medan listrik dan arahnya pada titik tepat di antara dua muatan tersebut? (b) Di manakah posisi yang memiliki medan nol?

Jawab

Perhatikan Gbr. 1.11.



Gambar 1.11

a) Tampak bahwa  $r_1 = 0,4 \text{ m}$  dan  $r_2 = 0,4 \text{ m}$

Kuat medan listrik yang dihasilkan muatan  $q_1$

$$E_{p1} = k \frac{q_1}{r_1^2} = (9 \times 10^9) \frac{2 \times 10^{-3}}{(0,4)^2} = 1,1 \times 10^8 \text{ N/C (ke kanan)}$$

Kuat medan listrik yang dihasilkan muatan  $q_2$

$$E_{p2} = k \frac{q_2}{r_2^2} = (9 \times 10^9) \frac{5 \times 10^{-3}}{(0,4)^2} = 2,8 \times 10^8 \text{ N/C (ke kanan)}$$

Medan total pada titik  $P$  yang dihasilkan oleh dua muatan

$$E_p = E_{p1} + E_{p2} = 1,1 \times 10^8 + 2,8 \times 10^8 = 3,9 \times 10^8 \text{ N/C (ke kanan)}$$

b) Posisi dengan medan nol tidak mungkin berada di antara dua muatan karena masing-masing muatan menghasilkan medan yang arahnya ke kanan.

Posisi dengan medan nol juga tidak mungkin berada di sebelah kanan muatan  $q_2$  karena jarak ke muatan  $q_2$  lebih kecil daripada jarak ke muatan  $q_1$  sedangkan nilai muatan  $q_2$  lebih besar daripada nilai muatan  $q_1$ . Dengan demikian, di sebelah kanan muatan  $q_2$ , medan yang dihasilkan muatan  $q_2$  selalu lebih besar daripada medan yang dihasilkan muatan  $q_1$  sehingga ke dua medan tidak mungkin saling menghilangkan.

Posisi yang mungkin memiliki medan nol adalah di sebelah kiri muatan  $q_1$ . Misalkan posisi tersebut berada pada jarak  $x$  di sebelah kiri muatan  $q_1$ .

Jarak titik tersebut ke muatan q1: x

Jarak titik tersebut ke muatan q2:  $0,8 + x$

Muatan q1 menghasilkan medan ke arah kiri

Muatan q2 menghasilkan medan ke arah kanan

Ke dua medan saling menghilangkan jika besarnya sama, atau

$$k \frac{q_1}{x^2} = k \frac{q_2}{(0,8+x)^2}$$

$$(0,8+x)^2 = \frac{q_2}{q_1} x^2 = \frac{5}{2} x^2$$

$$2(0,8+x)^2 = 5x^2$$

$$2(0,64 + 1,6x + x^2) = 5x^2$$

$$1,28 + 3,2x + 2x^2 = 5x^2$$

atau

$$3x^2 - 3,2x - 1,28 = 0$$

Solusinya adalah

$$x = \frac{3,2 + \sqrt{(3,2)^2 - 4 \times 3 \times (-1,28)}}{2 \times 3} = \frac{3,2 + \sqrt{25,6}}{6} = \frac{3,2 + 5,1}{6} = 1,4 \text{ m}$$

Jadi medan listrik nol terjadi pada jarak 1,4 m di sebelah kiri muatan q1

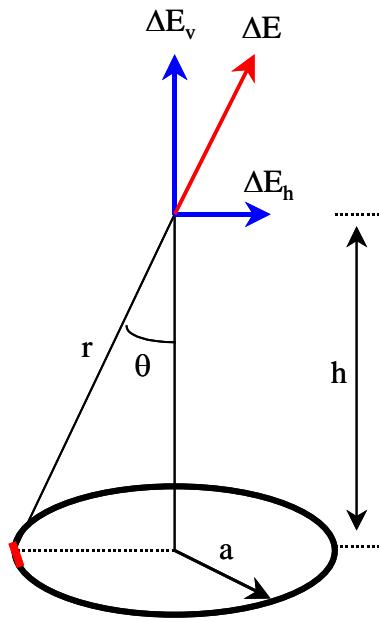
#### 1.4 Medan Listrik yang dihasilkan distribusi muatan

Di bagian terdahulu kita sudah membahas medan listrik yang dihasilkan oleh muatan titik. Medan total merupakan penjumlahan vector dari medan yang dihasilkan oleh masing-masing muatan titik. Sekarang kita meningkat ke kondisi yang sedikit lebih rumit, yaitu jika muatan yang menghasilkan medan bukan merupakan muatan titik, melainkan muatan yang terdistribusi pada benda yang memiliki ukuran besar. Sebagai contoh adalah muatan yang dihasilkan oleh batang, cincin, bola, dan sebagainya.

Hukum Coulomb tetap berlaku untuk distribusi muatan apa saja. Namun untuk distribusi muatan pada benda besar kita sering mengalami kesulitan menggunakan hukum Coulomb secara langsung kecuali untuk beberapa bentuk. Kita akan mencari medan listrik yang dihasilkan oleh benda yang bentuknya sederhana.

##### a) Medan listrik oleh muatan cincin

Kita memiliki cincin yang berjari-jari  $a$ . Cincin tersebut mengandung muatan  $q$  yang tersebar secara merata. Artinya, jumlah muatan per satuan panjang cincin adalah konstan. Kita akan mencari kuat medan listrik sepanjang sumbu cincin, yaitu pada posisi yang berjarak  $h$  dari pusat cincin. Bagaimana menghitungnya?



Gambar 1.12 Medan listrik di sumbu cincin

Keliling cincin adalah

$$S = 2\pi a \quad (1.10)$$

Kerapatan muatan cincin (muatan per panjang) adalah

$$\lambda = \frac{q}{S} = \frac{q}{2\pi a}$$

Kita bagi cincin atas bagian-bagian kecil sejumlah N buah. Panjang tiap bagian adalah

$$\Delta S = \frac{S}{N} \quad (1.11)$$

Jika N cukup besar maka  $\Delta S$  cukup kecil sehingga tiap bagian dapat dipandang sebagai muatan titik. Dengan demikian, hukum Coulomb untuk muatan titik dapat digunakan untuk menghitung medan yang dihasilkan  $\Delta S$ .

Muatan yang dikandung tiap elemen adalah

$$\Delta q = \lambda \Delta S \quad (1.12)$$

sehingga medan listrik pada titik pengamatan yang dihasilkan oleh elemen muatan ini adalah

$$\Delta E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\Delta q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda\Delta S}{r^2} \quad (1.13)$$

Dengan menggunakan dalil Phitagoras maka

$$r^2 = h^2 + a^2$$

sehingga

$$\Delta E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda\Delta S}{h^2 + a^2} \quad (1.14)$$

Perhatikan medan  $\Delta E$ . Arahnya membentuk sudut  $\theta$  dengan sumbu cincin. Medan tersebut dapat diuraikan atas komponen vertikal dan horizontal

$$\Delta E_v = \Delta E \cos \theta \quad (1.11)$$

$$\Delta E_h = \Delta E \sin \theta \quad (1.16)$$

Dari gambar tampak bahwa

$$\cos \theta = \frac{h}{r} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + a^2}}$$

$$\cos \theta = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + a^2}}$$

Dengan demikian

$$\Delta E_v = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda\Delta S}{h^2 + a^2} \frac{h}{\sqrt{h^2 + a^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda h \Delta S}{(h^2 + a^2)^{3/2}} \quad (1.17)$$

$$\Delta E_h = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda\Delta S}{h^2 + a^2} \frac{a}{\sqrt{h^2 + a^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda a \Delta S}{(h^2 + a^2)^{3/2}} \quad (1.18)$$

Apabila kita melihat elemen lain di cincin yang tepat berseberangan dengan elemen yang telah kita pilih sebelumnya maka kita dapatkan elemen tersebut menghasilkan komponen medan arah vertical yang sama baik besar maupun arah. Namun komponen medan arah horizontal memiliki besar sama tetapi arah berlawanan sehingga saling meniadakan.

Akibatnya, komponen horizontal medan yang dihasilkan elemen-elemen pada cincin saling meniadakan sehingga medan total yang dihasilkan cincin hanya memiliki arah vertical. Oleh karena itu, untuk menentukan medan total kita cukup menjumlahkan komponen vertical yang dihasilkan oleh masing-masing elemen. Jadi medan total yang dihasilkan adalah

$$E = \sum \Delta E_v = \sum \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda h \Delta S}{(h^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda h}{(h^2 + a^2)^{3/2}} \sum \Delta S \quad (1.19)$$

Ingat  $\sum \Delta S$  adalah jumlah panjang semua elemen cincin, dan ini tidak lain daripada keliling cincin. Dengan demikian

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda h}{(h^2 + a^2)^{3/2}} (2\pi a) \quad (1.20)$$

Tetapi,  $\lambda(2\pi a) = q$ , yaitu muatan total cincin. Jadi kita peroleh medan total pada sumbu cincin

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qh}{(h^2 + a^2)^{3/2}} \quad (1.21)$$

### b) Medan Listrik Oleh Muatan Batang

Kita akan bahas medan listrik yang dihasilkan oleh batang yang memiliki panjang L di posisi yang sejajar dengan sumbu batang. Titik pengamatan adalah pada jarak  $a$  dari ujung batang terdekat. Batang memiliki kerapatan muatan homogen. Jika muatan batang Q maka kerapatan muatan batang adalah

$$\lambda = \frac{Q}{L} \quad (1.22)$$

Untuk menerapkan hukum Coulomb kita bagi batang atas N buah elemen yang sama panjang. Panjang tiap elemen adalah

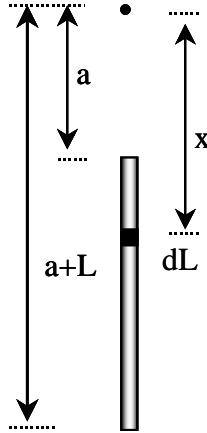
$$\Delta L = \frac{L}{N} \quad (1.23)$$

Jika N sangat besar maka  $\Delta L$  sangat kecil sehingga tiap elemen dapat dipandang sebagai titik.

Kita lihat elemen di batang yang jaraknya  $x$  dari titik pengamatan. Lihat Gbr. 1.14. Muatan

yang dikandung elemen tersebut adalah

$$\Delta Q = \lambda \Delta L \quad (1.24)$$



*Gambar 1.13 Medan listrik yang dihasilkan oleh batang*

Medan yang dihasilkan elemen tersebut pada titik pengamatan adalah

$$\Delta E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\Delta Q}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda \Delta L}{x^2} \quad (1.25)$$

Medan total di titik pengamatan adalah

$$E = \sum \Delta E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \lambda \left( \frac{\Delta L}{x_1^2} + \frac{\Delta L}{x_2^2} + \dots + \frac{\Delta L}{x_N^2} \right) \quad (1.26)$$

dengan

$$x_1 = a$$

$$x_N = a + L$$

Penjumlahan dalam tanda kurung memberikan hasil

$$\left( \frac{\Delta L}{x_1^2} + \frac{\Delta L}{x_2^2} + \dots + \frac{\Delta L}{x_N^2} \right) = \frac{L}{a(a+L)} \quad (1.27)$$

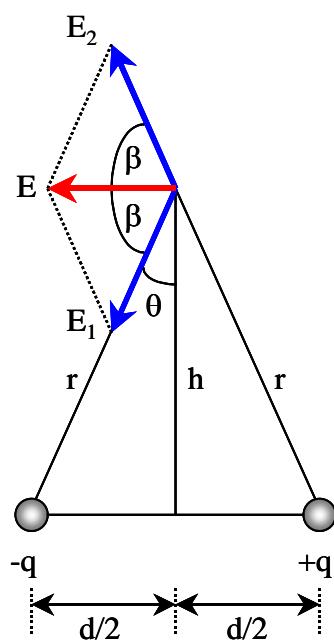
Dengan demikian, medan total yang dihasilkan semua muatan pada batang adalah

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \lambda \frac{L}{a(a+L)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda L}{a(a+L)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{a(a+L)} \quad (1.28)$$

### c) Medan Listrik Oleh Dipol

Dipol adalah muatan yang sama besar dan berbeda tanda tetapi dipisahkan pada jarak tertentu. Biasanya jarak tersebut cukup kecil. Dilihat dari jarak yang cukup jauh, dipol tampak netral karena kedua muatan sangat berdekatan. Tetapi dilihat dari jarak yang cukup dekat, yaitu pada orde yang sama dengan jarak pisah dua muatan, dipol tampak sebagai dua muatan terpisah.

Aplikasi dipol dapat dijumpai dalam berbagai hal. Bahan dielektrik yang dipakai secara luas pada pembuatan kapasitor atau memori adalah bahan yang mudah menghasilkan dipol begitu dikenai medan listrik dari luar. Makin mudah bahan tersebut menghasilkan dipole, maka konstanta dielektrik bahan tersebut makin besar.



Gambar 1.15 Menentukan medan listrik oleh dipol

Pemancar gelombang elektromagnetik seperti pemancar radio dan televisi umumnya menghasilkan osilasi dipole. Muatan positif dan negatif dipisahkan dan diosilasikan (saling mendekat dan menjauh). Berdasarkan teori elektromagnetik, muatan yang berosilasi memancarkan gelombang elektromagnetik dengan frekuensi sama dengan frekuensi osilasi muatan.

Kita akan menghitung kuat medan listrik yang dihasilkan oleh dipole. Untuk mudahnya, kita hanya menghitung kuat medan sepanjang garis yang tegak lurus sumbu dipol. Lihat Gbr. 11.15.

Besar medan yang dihasilkan muatan negatif

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{h^2 + (d/2)^2} \quad (\text{menuju ke arah muatan}) \quad (1.29)$$

Besar medan yang dihasilkan muatan positif

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{h^2 + (d/2)^2} \quad (\text{menjauhi muatan}) \quad (1.30)$$

Medan resultan yang dihasilkan (hanya memiliki komponen arah horizontal).

$$\begin{aligned} E &= E_1 \cos \beta + E_2 \cos \beta \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{h^2 + (d/2)^2} \cos \beta \end{aligned} \quad (1.31)$$

Tetapi  $\beta = 90^\circ - \theta$ , sehingga  $\cos \beta = \cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$

Berdasarkan Gambar 11.15

$$\sin \theta = \frac{d/2}{r} = \frac{d/2}{\sqrt{h^2 + (d/2)^2}} \quad (1.32)$$

Akhirnya, medan listrik yang dihasilkan dipol adalah

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{h^2 + (d/2)^2} \sin \theta \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{h^2 + (d/2)^2} \frac{d/2}{\sqrt{h^2 + (d/2)^2}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qd}{[h^2 + (d/2)^2]^{3/2}} \end{aligned} \quad (1.33)$$

Kita mendefinisikan momen dipol

$$p = qd \quad (1.34)$$

Dengan demikian, diperoleh

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{[h^2 + (d/2)^2]^{3/2}} \quad (1.35)$$

Kasus khusus yang akan kita peroleh adalah jika jarak titik pengamatan ( $h$ ) sangat besar dibandingkan dengan jarak antara dua muatan, atau  $d \ll h$ , maka kita dapat mengaproksimasi

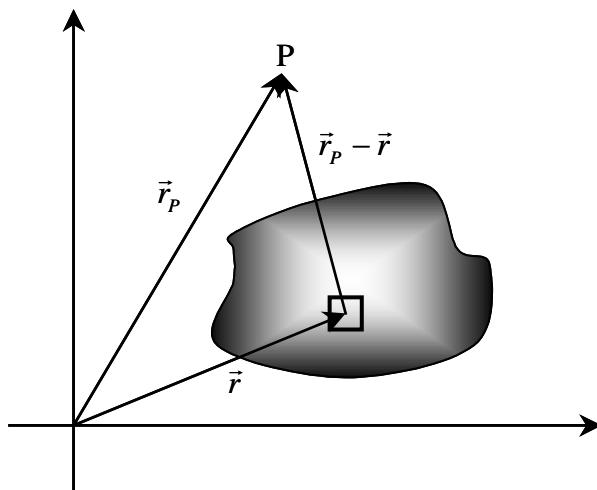
$$h^2 + (d/2)^2 \approx h^2$$

Dengan demikian,

$$E \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{[h^2]^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{h^3} \quad (1.36)$$

#### 1.4 Perhitungan Medan Dengan Metode Integral

Mari kita perluas cara perhitungan kuat medan listrik dengan menggunakan metode integral. Misalkan kita memiliki benda sembarang seperti pada Gambar 1.16.



Gambar 1.16 Kuat medan listrik yang dihasilkan benda kontinu sembarang

Kita ingin mencari kuat medan listrik pada titik sembarang  $P$ . Kita lihat suatu elemen kecil benda yang mengandung muatan  $dq$ . Misalkan vektor posisi elemen tersebut adalah  $\vec{r}$  dan

vektor posisi titik pengamatan adalah  $\vec{r}_P$ . Posisi relatif titik pengamatan terhadap elemen muatan adalah  $\vec{r}_P - \vec{r}$  dan jarak titik pengamatan ke elemen muatan adalah  $|\vec{r}_P - \vec{r}|$ . Jika besar muatan pada titik pengamatan adalah  $Q_P$  maka gaya yang dialami muatan tersebut akibat elemen muatan  $dq$  adalah

$$d\vec{F}_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_P dq}{|\vec{r}_P - \vec{r}|^3} (\vec{r}_P - \vec{r})$$

Medan listrik di titik P yang dihasilkan oleh elemen muatan  $dq$  adalah

$$\begin{aligned} d\vec{E}_P &= \frac{d\vec{F}_P}{Q_P} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{|\vec{r}_P - \vec{r}|^3} (\vec{r}_P - \vec{r}) \end{aligned} \quad (1.37)$$

Kuat medan total di titik P yang dialibatkan oleh seluruh muatan pada benda menjadi

$$\begin{aligned} \vec{E}_P &= \int d\vec{E}_P \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{|\vec{r}_P - \vec{r}|^3} (\vec{r}_P - \vec{r}) \end{aligned} \quad (1.38)$$

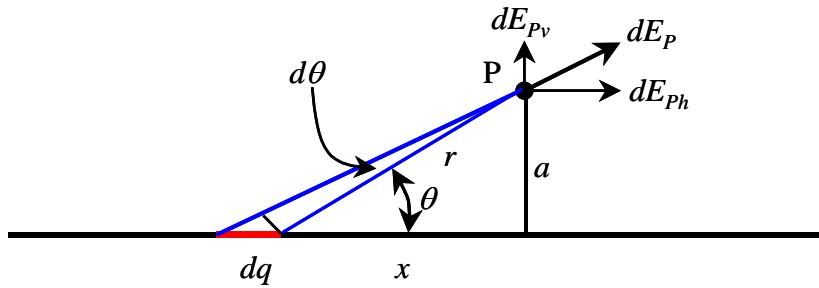
Persamaan (1.38) merupakan bentuk umum dari persamaan untuk mencari kuat medan listrik yang dihasilkan oleh muatan yang terdistribusi kontinu. Berdasarkan jenis distribusi muatan, kita menemui tiga macam yaitu distribusi muatan, yaitu satu dimensi, distribusi muatan dua dimensi, dan ditribusi muatan tiga dimensi.

- i) Untuk distribusi muatan satu dimensi, misalnya muatan pada kawat maka  $dq = \lambda dx$  dengan  $\lambda$  adalah rapat muatan per satuan panjang dan  $dx$  adalah elemen panjang kawat.
- ii) Untuk distribusi muatan dua dimensi, misalnya muatan pada pelat maka  $dq = \sigma dS$  dengan  $\sigma$  adalah rapat muatan per satuan luas permukaan dan  $dS$  adalah elemen luas permukaan.
- iii) Untuk distribusi muatan tiga dimensi maka  $dq = \rho dV$  dengan  $\rho$  adalah rapat muatan per satuan volum dan  $dV$  adalah elemen volum benda.

Untuk lebih memahami aplikasi metode integral ini mari kita tinjau beberapa contoh berikut ini.

### a) Muatan Pada Kawat Lurus Tak Berhingga

Kita akan mencari kuat medan listrik pada posisi yang berjarak  $a$  dari kawat lurus tak berhingga. Lihat skema pada Gbr. 1.1



Gambar 1.17 Menentukan kuat medan magnet yang dihasilkan oleh elemen kawat lurus panjang

Sebelum melakukan integral, kita harus menyederhanakan dulu ruas kanan persamaan (1.38). Tinjau elemen kawat sepanjang  $dx$  yang memuat muatan sebesar  $dq = \lambda dx$ . Medan listrik yang dihasilkan elemen ini di titik pengamatan adalah

$$d\vec{E}_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{|\vec{r}_P - \vec{r}|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r})$$

Apabila kita hitung besarnya saja maka besar medan listrik tersebut adalah

$$dE_P = |d\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{|\vec{r}_P - \vec{r}|^3} |\vec{r}_2 - \vec{r}|$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{|\vec{r}_P - \vec{r}|^2}$$

Berdasarkan Gambar 1.17, jarak antara titik pengamatan dan elemen muatan adalah

$|\vec{r}_P - \vec{r}| = r$ . Dengan demikian

$$dE_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{r^2} \quad (1.39)$$

Tampak dari Gbr 1.17 bahwa

$$\frac{a}{r} = \sin \theta$$

atau

$$\frac{1}{r^2} = \frac{1}{a^2} \sin^2 \theta \quad (1.40)$$

$$x = L_o - \frac{a}{\tan \theta} = L_o - a \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \quad (1.41)$$

Selanjutnya kita mencari diferensial  $dx$  sebagai berikut. Dengan melakukan diferensial ruas kiri dan kanan persamaan (1.41) diperoleh

$$\begin{aligned} dx &= -a \left[ \frac{d(\cos \theta)}{\sin \theta} - \cos \theta \frac{d(\sin \theta)}{\sin^2 \theta} \right] \\ &= -a \left[ \frac{-\sin \theta d\theta}{\sin \theta} - \cos \theta \frac{\cos \theta d\theta}{\sin^2 \theta} \right] = a \left[ 1 + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \right] d\theta = a \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} d\theta \\ &= a \frac{d\theta}{\sin^2 \theta} \end{aligned} \quad (1.42)$$

Substitusi  $r$  dan  $dx$  dari persamaan (1.40) dan (1.42) ke dalam persamaan (1.39) diperoleh

$$\begin{aligned} dE_p &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \lambda \left( \frac{a d\theta}{\sin^2 \theta} \right) \left( \frac{\sin^2 \theta}{a^2} \right) \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} d\theta \end{aligned} \quad (1.43)$$

Medan  $dE_p$  dapat diuraikan atas dua komponen, yaitu yang sejajar dengan kawat  $dE_{ph}$  dan yang tegak lurus kawat  $dE_{pv}$ . Besar komponen-komponen tersebut adalah

$$dE_{Ph} = dE_P \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \cos \theta d\theta$$

dan

$$dE_{Pv} = dE_P \sin \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \sin \theta d\theta$$

Setiap elemen  $dx$  akan memiliki elemen pasangan yang berseberangan dari lokasi titik pengamatan yang memiliki komponen medan arah horisontal yang sama besar tetapi berlawanan arah. Kedua komponen tersebut saling meniadakan. Akibatnya, hanya komponen arah vertikal yang memberi kontribusi pada medan listrik total. Dengan demikian, kuat medan magnet total di titik P adalah integral dari komponen medan arah vertikal.

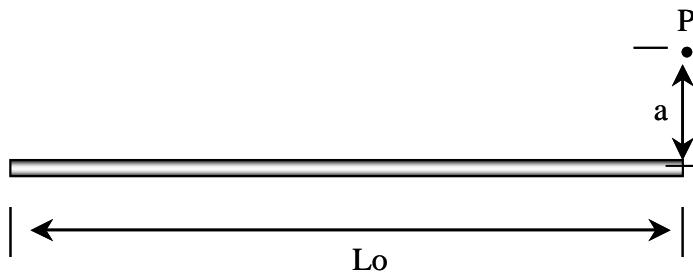
Selanjutnya kita menentukan batas-batas integral. Karena kawat panjang tak berhingga, maka batas bawah adalah  $\theta = 0^\circ$  dan batas atas adalah  $\theta = 180^\circ$ . Dengan demikian, medan listrik total yang dihasilkan kawat adalah

$$\begin{aligned} E_P &= \int_{0^\circ}^{180^\circ} dE_{Pv} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \int_{0^\circ}^{180^\circ} \sin \theta d\theta \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} [-\cos \theta]_{0^\circ}^{180^\circ} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} [ -(-1) + (1) ] \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \end{aligned} \tag{1.44}$$

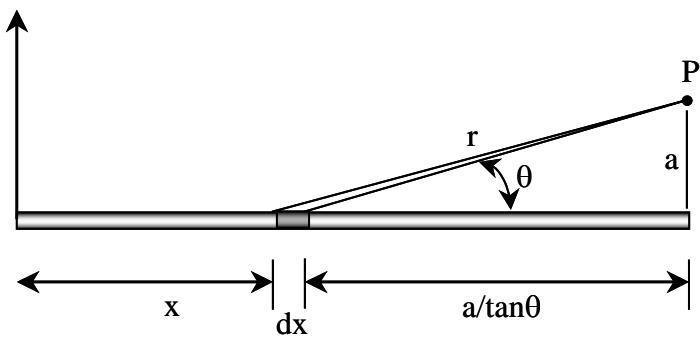
### b) Medan listrik oleh kawat lurus berhingga

Sekarang kita akan membahas kasus yang sedikit rumit, yaitu menentukan medan listrik yang dihasilkan oleh muatan listrik pada kawat lurus yang panjangnya berhingga. Misalkan kita memiliki kawat yang panjangnya  $Lo$ . Kita akan menentukan kuat medan listrik pada titik yang berjarak  $a$  dari kawat dan sejajar dengan salah satu ujung kawat. Lihat Gambar 1.18

Untuk menentukan kuat medan listrik di titik pengamatan, kita tentukan variabel-variabel seperti pada Gbr. 1.19



Gambar 1.18 Skema perhitungan medan listrik oleh muatan pada kawat lurus berhingga



Gambar 1.19 Variabel-variabel perhitungan

Serupa dengan pembahasan untuk kawat yang panjangnya tak berhingga, besar medan listrik yang dihasilkan elemen kawat  $dx$  adalah

$$dE_{Ph} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \cos\theta d\theta$$

dan

$$dE_{Pv} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \sin\theta d\theta$$

Perlu diperhatikan bahwa untuk kasus ini, komponen medan arah horizontal tidak saling menghilangkan. Komponen horizontal dan vertical sama-sama memberi kontribusi pada medan total.

Sekarang kita tentukan batas-batas integral. Ketika elemen  $dx$  berada di ujung kiri kawat, maka sudut yang dibentuk adalah  $\theta_m$  yang memenuhi  $\tan\theta_m = a/L_o$ . Dan ketika elemen  $dx$  berada di ujung kanan kawat maka sudut yang dibentuk adalah  $90^\circ$ . Jadi, batas integral adalah dari  $\theta_m$  sampai  $90^\circ$ . Maka kita dapatkan medan magnet di titik P adalah

$$\begin{aligned}
E_{Ph} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \int_{\theta_m}^{90^\circ} \cos \theta d\theta \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} [\sin \theta]_{\theta_m}^{90^\circ} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} [\sin 90^\circ - \sin \theta_m] \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} [1 - \sin \theta_m]
\end{aligned} \tag{1.45}$$

$$\begin{aligned}
E_{Pv} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \int_{\theta_m}^{90^\circ} \sin \theta d\theta \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} [-\cos \theta]_{\theta_m}^{90^\circ} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} [-\cos 90^\circ + \cos \theta_m] \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} [-0 + \cos \theta_m] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \cos \theta_m
\end{aligned} \tag{1.46}$$

Karena  $\tan \theta_m = a / L_o$  maka

$$\sin \theta_m = \frac{a}{\sqrt{a^2 + L_o^2}}$$

dan

$$\cos \theta_m = \frac{L_o}{\sqrt{a^2 + L_o^2}}$$

Dengan demikian

$$E_{Ph} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left[ 1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + L_o^2}} \right] \tag{1.47}$$

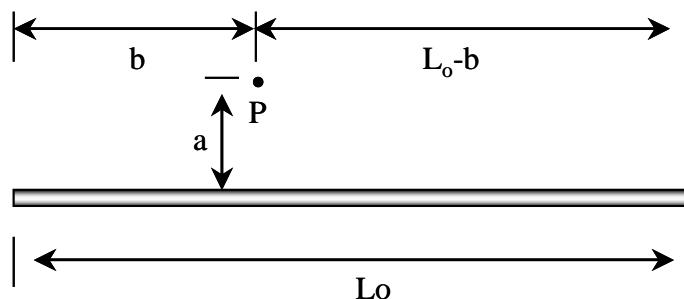
$$E_{Pv} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \frac{L_o}{\sqrt{a^2 + L_o^2}} \tag{1.48}$$

Jika panjang kawat di satu sisi sangat besar, atau  $L_o \rightarrow \infty$  maka  $a^2 + L_o^2 \approx L_o^2$ . Dengan demikian

$$E_{Ph} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left[ 1 - \frac{a}{\sqrt{L_o^2}} \right] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left[ 1 - \frac{a}{L_o} \right] \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} [1 - 0] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a}$$

$$E_{Pv} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \frac{L_o}{\sqrt{L_o^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \frac{L_o}{L_o} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a}$$

Selanjutnya kita bahas kasus yang lebih umum lagi di mana titik pengamatan berada di antara dua ujung kawat. Misalkan titik tersebut berjarak  $a$  dari kawat dan berjarak  $b$  dari salah satu ujung kawat. Kasus ini sebenarnya tidak terlalu sulit. Kita dapat memandang bahwa medan tersebut dihasilkan oleh dua potong kawat yang panjangnya  $b$  dan panjangnya  $L_o - b$  di mana titik pengamatan berada di ujung masing-masing potongan kawat tersebut. Kuat medan arah tegak lurus yang dihasilkan dua kawat saling menguatkan sedangkan kuat medan arah horizontal saling melemahkan.



Gambar 1.20 Kuat medan listrik pada posisi sembarang di sekitar kawat lurus berhingga

Komponen-komponen medan yang dihasilkan kawat sepanjang  $b$  adalah

$$E_{Ph1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left[ 1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right]$$

$$E_{Pv1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Komponen-komponen medan yang dihasilkan kawat sepanjang  $L_o - b$  adalah

$$E_{Ph2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left[ 1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}} \right]$$

$$E_{Pv2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \frac{L_o - b}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}}$$

Komponen medan vertical total menjadi (saling menguatkan)

$$\begin{aligned} E_{Pv} &= E_{Pv1} + E_{Pv2} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \frac{L_o - b}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}} \end{aligned} \quad (1.49)$$

Komponen medan horisontal total menjadi (saling melemahkan)

$$\begin{aligned} E_{Ph} &= E_{Ph1} - E_{Ph2} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left[ 1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}} \right] - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left[ 1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right] \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left[ \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{a}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}} \right] \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}} \right] \end{aligned} \quad (1.50)$$

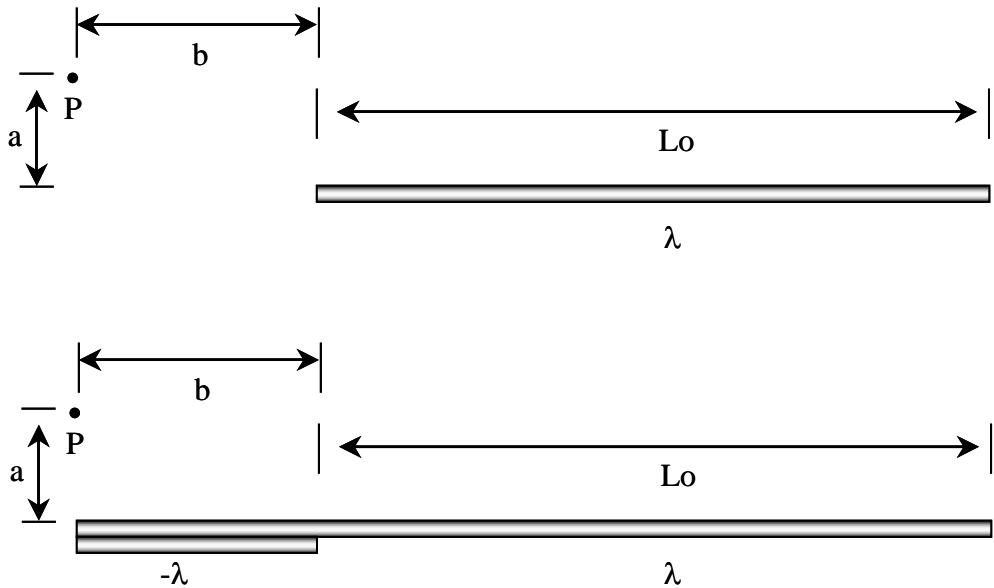
Selanjutnya kita mencari kuat medan listrik pada titik yang berada di luar areal kawat, misalnya pada jarak  $b$  di sebelah kiri kawat. Lihat Gambar 1.21.

Bagaimana memecahkan masalah ini? Kita pakai trik sederhana. Masalah ini dapat dipandang sebagai dua potong kawat berimpit. Satu potong kawat panjangnya  $L_o + b$  dan memiliki rapat muatan  $\lambda$  dan potong kawat lain panjangnya  $b$  dan memiliki rapat muatan  $-\lambda$ . Ujung kiri dua potongan kawat diimpitkan.

Kuat medan listrik yang dihasilkan potongan kawat panjang adalah

$$E_{Ph1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left[ 1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} \right]$$

$$E_{Pv1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \frac{L_o + b}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}}$$



Gambar 1.21 Menentukan kuat medan listrik pada posisi sembarang di luar kawat lurus berhingga. Kita dapat memandang system terdiri dari dua kawat dengan panjang  $L_o+b$  yang memiliki kerapatan muatan  $\lambda$  dan kawat sepanjang  $b$  dengan kerapatan muatan  $-\lambda$  yang diimpitkan di sisi kirinya.

Kuat medan listrik yang dihasilkan potongan kawat pendek adalah

$$E_{Ph2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left[ 1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right]$$

$$E_{Pv2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Medan listrik arah vertical maupun horizontal total merupakan selisih komponen medan listrik yang dihasilkan masing-masing kawat karena tanda muatan berlawanan. Jadi

Komponen medan arah horizontal adalah

$$E_{Ph} = E_{Ph1} - E_{Ph2}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left[ 1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} \right] - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left[ 1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right] \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left[ \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{a}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} \right] \\
&= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} \right]
\end{aligned} \tag{1.51}$$

Komponen medan arah vertikal adalah

$$\begin{aligned}
E_{Pv} &= E_{Pv1} - E_{Pv2} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \frac{L_o + b}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left( \frac{L_o + b}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} - \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)
\end{aligned} \tag{1.52}$$

Untuk kasus ketika  $a \rightarrow 0$  maka

$$E_{Ph} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{\sqrt{0^2 + b^2}} - \frac{1}{\sqrt{0^2 + (L_o + b)^2}} \right] = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{b} - \frac{1}{L_o + b} \right] \tag{1.53}$$

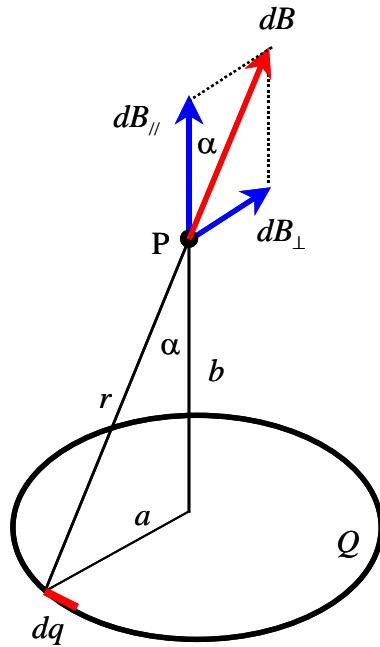
$$E_{Pv} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left( \frac{L_o + b}{\sqrt{0^2 + (L_o + b)^2}} - \frac{b}{\sqrt{0^2 + b^2}} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left( \frac{L_o + b}{L_o + b} - \frac{b}{b} \right) = 0 \tag{1.54}$$

### c) Medan Listrik oleh Cincin

Cincin adalah bentuk geometri lain yang memungkinkan kita menentukan medan listrik dengan cukup mudah menggunakan hukum Coulomb. Lebih khusus lagi jika kita ingin menghitung kuat medan listrik sepanjang sumbu cincin. Lihat Gbr. 1.22

Misalkan sebuah cincin dengan jari-jari  $a$  mengandung muatan  $Q$ . Kita ingin menentukan kuat medan listrik sepanjang sumbu cincin pada jarak  $b$  dari pusat cincin. Berdasarkan Gbr 1.22 besarnya medan listrik di titik P yang dihasilkan oleh elemen cincing sepanjang  $dL$  adalah

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2}$$



Gambar 1.22 Medan listrik di sumbu cincin yang dihasilkan oleh elemen pada cincin

Tampak juga dari gambar 1.22,  $dE$  dapat diuraikan atas dua komponen yang saling tegak lurus, yaitu komponen tegak lurus dan sejajar sumbu. Besarnya nilai komponen-komponen tersebut adalah

$$dE_{\perp} = dE \sin \alpha \quad (1.55a)$$

$$dE_{\parallel} = dE \cos \alpha \quad (1.55b)$$

Tiap elemen kawat memiliki pasangan di seberangnya (lokasi diametrik) di mana komponen tegak lurus sumbu memiliki besar sama tetapi arah tepat berlawanan. Dengan demikian ke dua komponen tersebut saling meniadakan. Oleh karena itu, untuk menentukan kuat medan total kita cukup melakukan integral pada komponen yang sejajar sumbu saja. Besar medan total menjadi

$$\begin{aligned} E &= \int dE_{\parallel} = \int dE \cos \alpha \\ &= \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \cos \alpha \end{aligned} \quad (1.56)$$

Semua parameter dalam integral konstan kecuali  $dq$ . Dengan demikian kita peroleh

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \cos \alpha \int dq = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \cos \alpha Q \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \cos \alpha
 \end{aligned} \tag{1.57}$$

Dari Gbr. 1.22 tampak bahwa  $a/r = \sin \alpha$ . Akhirnya kita dapatkan

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{a^2} \sin^2 \alpha \cos \alpha \tag{1.58}$$

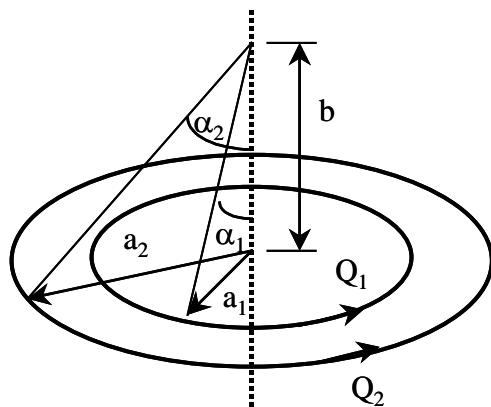
Untuk kasus khusus **titik di pusat lingkaran**, kita dapatkan  $\alpha = 90^\circ$  sehingga  $E = 0$ .

Contoh

Kita memiliki dua cincin konsentris dengan jari-jari  $a_1$  dan  $a_2$ . Masing-masing cincin memiliki muatan  $Q_1$  dan  $Q_2$ . Berapa kuat medan listrik pada lokasi:

- a) berjarak  $b$  dari pusat cincin sepanjang sumbu cincin
- b) pada pusat cincin

Jawab



Gambar 1.23

- a) Kuat medan listrik yang dihasilkan cincin bermuatan  $Q_1$  adalah

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{a_1^2} \sin^2 \alpha_1 \cos \alpha_1$$

Kuat medan magnet yang dihasilkan oleh cincin bermuatan Q2

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{a_2^2} \sin^2 \alpha_2 \cos \alpha_2$$

Kuat medan magnet total

$$E = E_1 + E_2$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{a_1^2} \sin^2 \alpha_1 \cos \alpha_1 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{a_2^2} \sin^2 \alpha_2 \cos \alpha_2$$

b) Di pusat cincin terpenuhi  $\alpha_1 = \alpha_2 = 90^\circ$  sehingga  $E = 0$ .

#### d) Kuat medan listrik di sumbu cincin tidak penuh

Sekarang kita anggap cincin bukan lingkaran penuh, tetapi hanya berupa busur dengan sudut keliling  $\theta$ . Kita ingin mencari berapa kuat medan di sepanjang sumbu cincin yang berjarak  $b$  dari pusat cincin. Pada kasus ini pun kita memiliki dua komponen medan, yaitu yang searah sumbu dan yang tegak lurus sumbu. Medan tersebut diperoleh dengan mengintegralkan komponen medan yang diberikan oleh persamaan (1.55a) dan (1.55b). Kuat medan total searah sumbu adalah

$$\begin{aligned} E_{||} &= \int_0^\theta dE \cos \alpha \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\theta \frac{dq}{r^2} \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\cos \alpha}{r^2} \int_0^\theta dq \end{aligned} \quad (1.59)$$

Integral di ruas kanan persamaan (1.59) adalah muatan total pada busur cincin. Jadi  $\int_0^\theta dq = Q$ .

Dengan demikian

$$E_{||} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q \cos \alpha}{r^2}$$

Dengan menggunakan hubungan  $a/r = \sin \alpha$  maka

$$E_{\parallel} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{a^2} \sin^2 \alpha \cos \alpha \quad (1.60)$$

Untuk menentukan kuat medan yang tegak lurus sumbu, ada dua kasus yang harus diperhatikan. Kasus pertama adalah jika panjang busur kurang dari setengah lingkaran. Dalam kasus ini, tiap elemen busur tidak memiliki pasangan diametris yang menghasilkan komponen medan horisontal yang saling meniadakan. Semua elemen menguatkan medan total. Kuat medan total menjadi

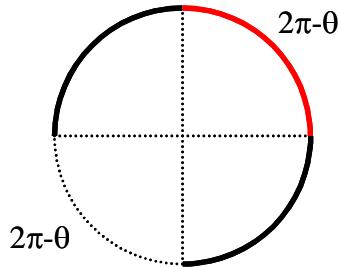
$$\begin{aligned} E_{\perp} &= \int_0^{\theta} dE \sin \alpha \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\theta} \frac{dq}{r^2} \sin \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sin \alpha}{r^2} \int_0^{\theta} dq \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q \sin \alpha}{r^2} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{a^2} \sin^3 \alpha \end{aligned} \quad (1.61)$$

Jika panjang busur lebih dari setengah lingkaran, maka mulai ada pasangan diametris yang menghasilkan medan arah horisontal yang saling meniadakan. Lihat Gambar 1.24

Panjang busur membentuk sudut  $\theta$ . Tampak dari Gambar 1.24, dari busur yang ada, sebagian elemen mempunyai pasangan diametris yang menghasilkan komponen medan arah horisontal yasama besar tetapi berlawanan arah. Hanya bagian busur lingkaran sepanjang  $2\pi - \theta$  yang tidak memiliki pasangan diametri sehingga memberi kontribusi pada medan magnet total arah horisontal. Dengan demikian, medan magnetik total arah horisontal adalah

$$\begin{aligned} dE_{\perp} &= \int dE \sin \alpha \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi-\theta} \frac{dq}{r^2} \sin \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sin \alpha}{r^2} \int_0^{2\pi-\theta} dq \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sin \alpha}{r^2} \times \frac{2\pi - \theta}{\theta} Q \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{a^2} \left( \frac{2\pi}{\theta} - 1 \right) \sin^3 \alpha \quad (1.62)$$



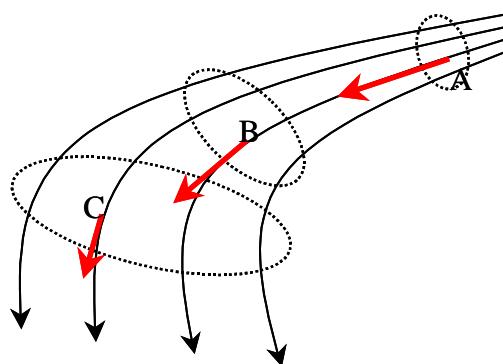
Gambar 1.24 Kuat medan listrik oleh busur cincin yang melebihi setengah lingkaran

Tanpak dari persamaan (1.62), jika terbentuk lingkaran penuh maka  $\theta = 2\pi$  dan medan total arah horisontal nol.

### 1.5 Garis Gaya Listrik

Untuk menvisualisasikan medan listrik sehingga kita memiliki gambaran tentang besar maupun arahnya, maka didefinisikan garis gaya listrik. Garis gaya listrik adalah garis khayal yang keluar dari muatan positif dan masuk ke muatan negatif. Setelah menggambarkan garis gaya listrik maka kita dapat mendefinisikan medan listrik sebagai berikut

- i) Besarnya medan listrik sebanding dengan kerapatan garis gaya per satuan luas permukaan yang ditembus garis gaya
- ii) Arah medan listrik di suatu titik sama sejajar dengan garis singgung garis gaya pada titik tersebut.



Gambar 1.25 Garis gaya listrik

Kuat medan listrik di titik A lebih besar daripada kuat medan listrik di titik B dan kuat medan listrik di titik B lebih besar daripada kuat medan listrik di titik C.

Karena kuat medan listrik sebanding dengan kerapatan garis gaya maka dapat pula kita katakan bahwa kuat medan listrik berbanding lurus dengan jumlah garis gaya.

Dan karena kuat medan listrik berbanding lurus juga dengan besar muatan maka dapat kita simpulkan bahwa

**Jumlah garis gaya berbanding lurus dengan muatan.**

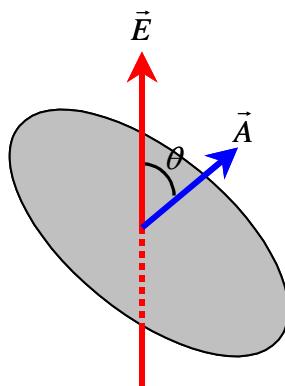
Makin besar muatan yang dimiliki dua partikel maka makin banyak garis gaya yang keluar atau masuk ke partikel tersebut.

## 1.6 Hukum Gauss

Hukum Gauss merupakan metode yang sangat efektif untuk mencari kuat medan listrik di sekitar muatan kantin pada benda yang memiliki simetri. Kita akan menerapkan hukum Gauss pada beberapa kasus.

### a) Fluks Listrik

Sebelum menerapkan hukum Gauss, mari kita bahas dulu fluks listrik. Fluks listrik didefinisikan sebagai perkalian scalar antara vector kuat medan listrik dengan vector luar permukaan yang ditembus oleh medan tersebut.

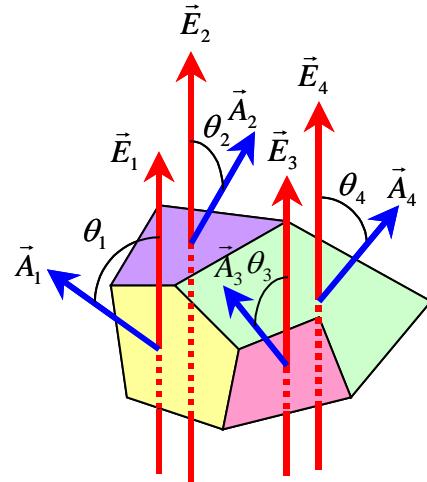


Gambar 1.26 Definisi fluks listrik

Pada Gambar 1.26 medan listrik  $\vec{E}$  menembus permukaan dengan vector luas permukaan  $\vec{A}$ . Fluks listrik yang melewati permukaan memenuhi

$$\phi = \vec{E} \bullet \vec{A} = EA \cos \theta \quad (1.63)$$

Jika permukaan yang ditembus medan terdiri dari sejumlah segmen, maka fluks total sama dengan jumlah fluks pasa masing-masing segmen. Contohnya, untuk Gbr 1.27, fluks total dapat ditulis sebagai



Gambar 1.27 Medan listrik menembus sejumlah segmen permukaan

$$\begin{aligned}
 \phi &= \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 \\
 &= \vec{E}_1 \bullet \vec{A}_1 + \vec{E}_2 \bullet \vec{A}_2 + \vec{E}_3 \bullet \vec{A}_3 + \vec{E}_4 \bullet \vec{A}_4 \\
 &= E_1 A_1 \cos \theta_1 + E_2 A_2 \cos \theta_2 + E_3 A_3 \cos \theta_3 + E_4 A_4 \cos \theta_4
 \end{aligned} \tag{1.64}$$

Jika jumlah segmen permukaan ada  $n$  buah, maka fluks total yang melewati seluruh permukaan dapat dituliskan sebagai

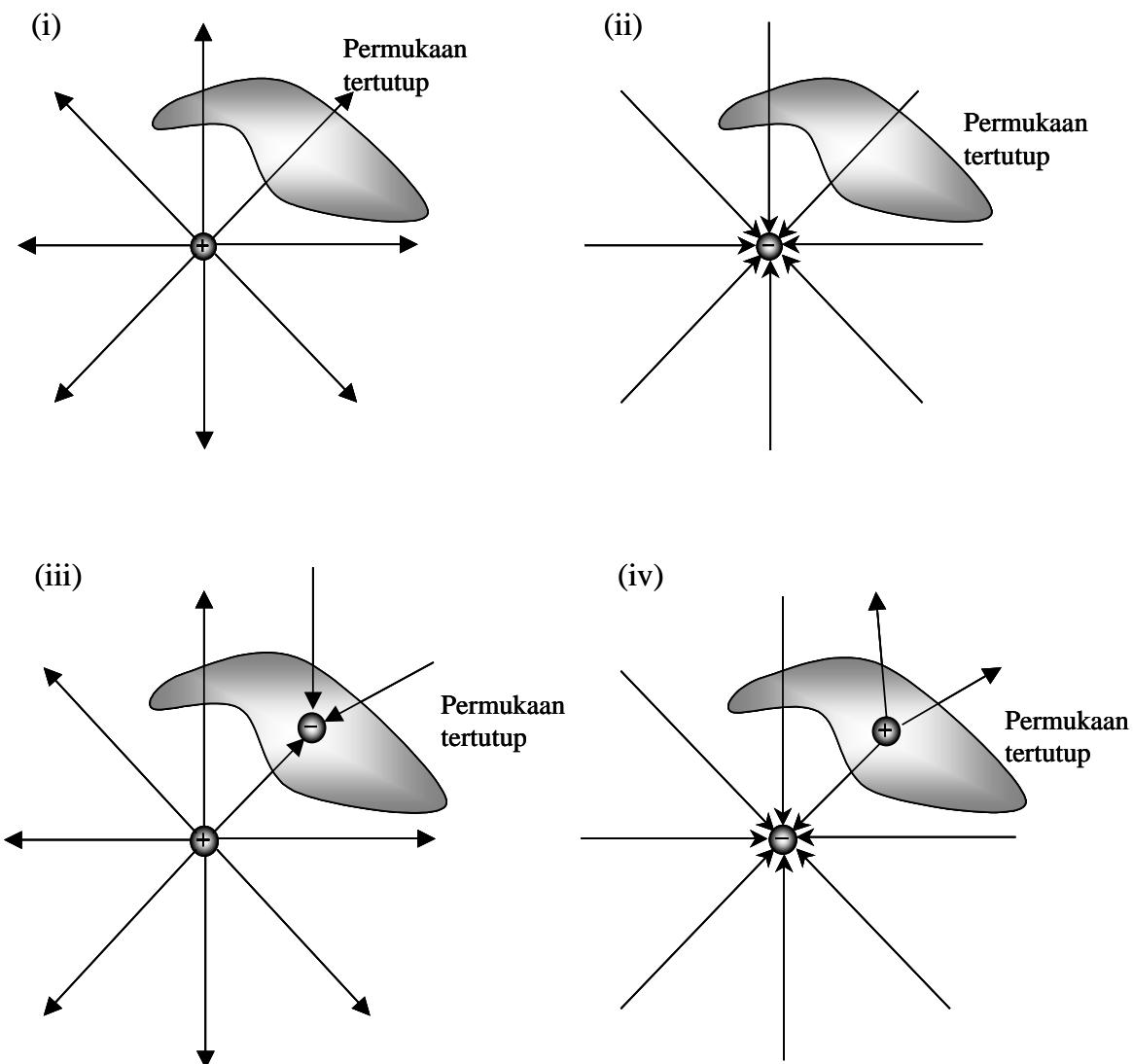
$$\begin{aligned}
 \phi &= \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \bullet \vec{A}_i \\
 &= \sum_{i=1}^n E_i A_i \cos \theta_i
 \end{aligned} \tag{1.65}$$

Dalam kasus umum di mana permukaan yang dikenai medan listrik adalah permukaan sembarang dan kuat serta arah medan listrik juga sembarang maka fluks yang melewati permukaan ditentukan dengan integral sebagai berikut

$$\phi = \int E \cos \theta dA \tag{1.66}$$

### b) Fluks Pada Permukaan Tertutup

Fluks ada karena adanya garis gaya. Garis gaya keluar dari muatan positif. Ujung dari garis gaya adalah lokasi pada jarak tak berhingga dari muatan positif atau muatan negatif. Ketika bertemu muatan negatif, maka garis yang dihasilkan muatan positif berakhir di muatan negatif.



Gambar 1.28 (i) muatan positif berada di luar permukaan tertutup, (ii) muatan negatif berada di luar permukaan tertutup, (iii) muatan positif di luar permukaan tertutup dan muatan negatif di dalam permukaan tertutup, (iv) muatan negatif di luar permukaan tertutup dan muatan positif di dalam permukaan tertutup.

- Misalkan di sekitar sebuah muatan positif terdapat permukaan tertutup. Muatan tersebut berada di luar permukaan tertutup. Garis gaya yang dihasilkan oleh muatan tersebut yang masuk pada sisi depan pasti keluar di sisi belakang permukaan. Karena tidak ada

muatan negatif di dalam permukaan yang berperan sebagai titik akhir dari garis gaya maka garis gaya hanya berakhir di jarak tak berhingga. Pada sisi depan permukaan, sudut yang dibentuk garis gaya dengan vector luas lebih besar daripada  $90^\circ$  sehingga fluks berharga negatif. Pada sisi belakang permukaan, sudut yang dibentuk garis gaya dengan vector luas lebih kecil daripada  $90^\circ$  sehingga fluks berharga positif. Kedua fluks tersebut sama besar sehingga fluks total pada permukaan tertutup nol.

ii) Jika di luar pemukaan ada muatan negatif maka garis gaya akan masuk menuju permukaan tersebut. garis gaya yang masuk di sisi belakang permukaan akan keluar di sisi depan permukaan. Kedua fluks tersebut juga sama besar sehingga fluks total pada permukaan teetutup nol.

iii) Jika di luar permukaan ada muatan positif dan di dalam permukaan ada muatan negatif, maka ada sebagian garis gaya yang masuk di sisi depan permukaan tidak keluar di sisi belakang permukaan karena garis gaya tersebut berakhir di muatan negatif dalam permukaan. Akibatnya, fluks yang masuk permukaan tidak sama dengan fluks yang keluar permukaan. Justru, fluks yang masuk permukaan lebih besar daripada fluks yang keluar permukaan. Dengan demikian, fluks total untuk permukaan tertutup tersebut tidak nol.

iv) Jika di luar permukaan ada muatan negatif dan di dalam permukaan ada muatan positif, maka ada tambahan garis gaya yang keluar pada permukaan namun tidak berasal dari garis gaya yang masuk di sisi lain. Garis gaya tersebut dihasilkan oleh muatan positif dalam permukaan. Akibatnya, fluks yang keluar permukaan tidak sama dengan fluks yang masuk permukaan. Justru, fluks yang keluar permukaan lebih besar daripada fluks yang masuk permukaan. Dengan demikian, fluks total untuk permukaan teetutup tersebut tidak nol.

Gauss merumuskan hokum yang menghubungkan fluks total pada permukaan tertutup dengan jumlah muatan yang dikandung oleh permukaan tersebut. Hukum tersebut dirumuskan sebagai berikut

$$\sum_{\text{permukaan-tertutup}} \vec{E}_i \bullet \vec{A}_i = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

atau

$$\sum_{\text{permukaan-tertutup}} E_i A_i \cos \theta_i = \frac{\sum q}{\epsilon_o} \quad (1.67)$$

di mana  $E_i$  adalah kuat medan pada segmen permukaan ke- $i$ ,  $A_i$  adalah luas segmen permukaan ke- $i$ ,  $\theta_i$  : adalah sudut yang dimesbut oleh vector medan dan vector luas pada segmen permukaan ke- $i$ .  $\sum_{permukaan-tertutup} q$  adalah jumlah muatan yang dilingkupi permukaan tertutup. Untuk permukaan yang sembarang, hukum Gauss dapat diungkapkan dalam bentuk integral, yaitu

$$\oint E \cos \theta dA = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$$

atau

$$\oint \vec{E} \bullet d\vec{A} = \frac{\sum q}{\epsilon_0} \quad (1.68)$$

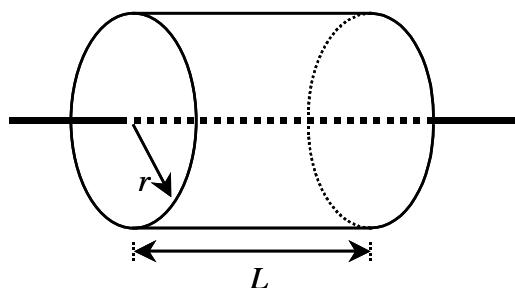
Simbol  $\oint$  menyatakan bahwa integral dilakukan pada permukaan tertutup. Berikut ini kita akan mempelajari beberapa aplikasi hukum Gauss untuk menentukan kuat medan listrik yang dihasilkan oleh benda dengan simetri tertentu.

### Kawat Lurus Panjang

Sebuah kawat lurus panjang memiliki kerapatan muatan  $\lambda$ . Kita akan menentukan kuat medan listrik pada jarak sembarang dari kawat. Langkah yang harus kita lakukan adalah

#### i) Buat permukaan Gauss

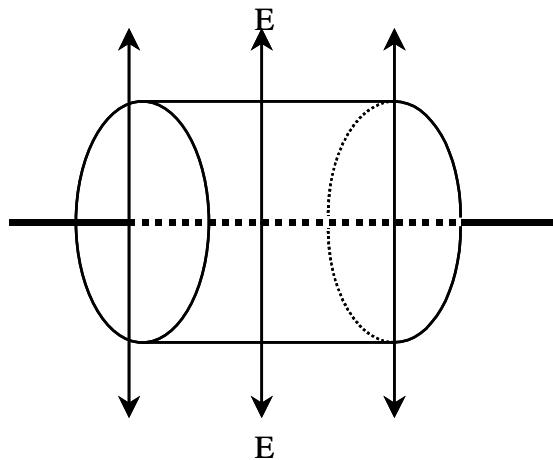
Jika kita ingin menentukan kuat medan pada jarak  $r$  dari kawat maka permukaan Gauss yang kita gunakan berupa silinder dengan jari-jari  $r$  seperti pada Gbr. 1.29. Panjang silinder bisa bebas. Kita anggap panjangnya  $L$ .



Gambar 1.29 Permukaan Gauss untuk menentukan kuat medan listrik di sekitar kawat lurus panjang

Jadi, permukaan Gauss yang kita miliki berupa permukaan silinder yang terdiri atas selubung, alas, dan tutup. Alas dan tutup masing-masing berbentuk lingkaran.

ii) Langkah berikutnya adalah menentukan  $\sum E_i A_i \cos \theta_i$ . Karena sifat simetri dari kawat maka kita dapat menduga bahwa arah medan listrik pasti menembus selubung silinder tegak lurus. Berarti pula arah medan listrik menyenggung alas atau tutup silinder seperti diilustrasikan pada Gbr. 1.30



Gambar 1.30 Arah medan listrik pada permukaan Gauss

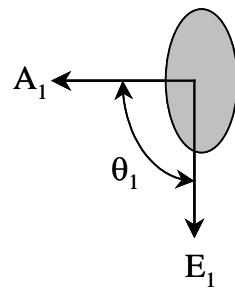
Penjumlahan  $\sum E_i A_i \cos \theta_i$  dapat dinyatakan sebagai penjumlahan tiga bagian, yaitu

$$\sum E_i A_i \cos \theta_i = \{E_1 A_1 \cos \theta_1\}_{\text{alas}} + \{E_2 A_2 \cos \theta_2\}_{\text{tutup}} + \{E_3 A_3 \cos \theta_3\}_{\text{selubung}} \quad (1.69)$$

Mari kita hitung suku-suku dalam persamaan (1.69) satu per satu

*Alas:*

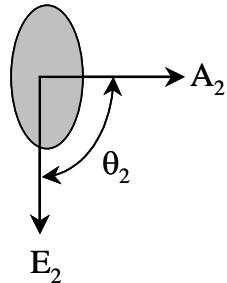
Arah medan listrik menyenggung alas. Karena arah vector luas permukaan tegak lurus bidang permukaan itu sendiri, maka arah medan listrik pada alas tegak lurus arah vector luas alas. Dengan demikian,  $\theta_1 = 90^\circ$  dan  $E_1 A_1 \cos \theta_1 = E_1 A_1 \cos 90^\circ = E_1 A_1 \times 0 = 0$



Gambar 1.31 Arah medan listrik di alas silinder

Tutup:

Arah medan listrik menyinggung tutup. Karena arah luas permukaan tegak lurus bidang permukaan itu sendiri, maka arah medan listrik pada tutup tegak lurus arah vector luas tutup. Dengan demikian,  $\theta_2 = 90^\circ$  dan  $E_2 A_2 \cos \theta_2 = E_2 A_2 \cos 90^\circ = E_2 A_2 \times 0 = 0$

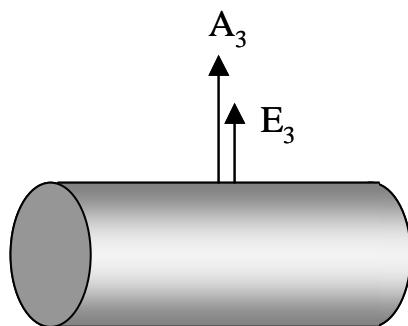


Gambar 1.32 Arah medan listrik di tutup silinder

Selubung

Arah medan listrik tegak lurus selubung. Berarti  $\theta_3 = 0$ . Dengan demikian

$$E_3 A_3 \cos \theta_3 = E_3 A_3 \cos 0^\circ = E_3 A_3 \times 1 = E_3 A_3$$



Gambar 1.33 Arah medan listrik di selubung silinder

Luas selubung adalah

$$A_3 = (\text{keliling selubung}) \times (\text{panjang selubung}) \\ = 2\pi r \times L$$

Dengan demikian

$$\sum E_i A_i \cos \theta_i = 0 + 0 + E_3 \times 2\pi r L = 2\pi r L E_3 \quad (1.70)$$

Sekarang kita menentukan muatan total yang dilingkupi permukaan Gauss. Muatan tersebut hanya ada berada pada bagian kawat sepanjang L. Dengan demikian

$$\sum q = \lambda L \quad (1.71)$$

Dengan menggunakan hukum Gauss, maka

$$2\pi r L E_3 = \frac{\lambda L}{\epsilon_o}$$

$$E_3 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_o r} \quad (1.72)$$

yang merupakan kuat medan listrik pada jarak r dari kawat.

### Muatan Titik

Misalkan kita memeliki muatan titik Q dan kita ingin menentukan kuat medan listrik pada jarak r dari muatan tersebut. Langkah pertama adalah memilih permukaan Gauss sehingga besar medan listrik pada tiap titik di permukaan tersebut sama dan sudut yang dibentuk medan dan vector permukaan selalu sama. Untuk kasus muatan titik, hanya permukaan bola yang berpusat di muatan yang memenuhi sifat tersebut. Jadi kita pilih permukaan Gauss berupa permukaan bola dengan jari-jari r dan berpusat di muatan.

Karena hanya ada satu permukaan maka

$$\sum E_i A_i \cos \theta_i = EA \cos \theta$$

Arah medan di permukaan bola adalah radial. Arah vector permukaan juga radial. Jadi medan dan vector pemukaan memiliki arah yang sama sehingga  $\theta = 0$  atau  $\cos \theta = 1$ . Dengan demikian

$$\sum E_i A_i \cos \theta_i = EA = E \times (\text{luas permukaan bola}) = E \times (4\pi r^2).$$

Jumlah total muatan yang dilingkupi permukaan Gaus adalah muatan titik itu sendiri. Jadi  $\sum q = Q$ . Substitusi ke dalam hukum Gauss diperoleh

$$E \times (4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

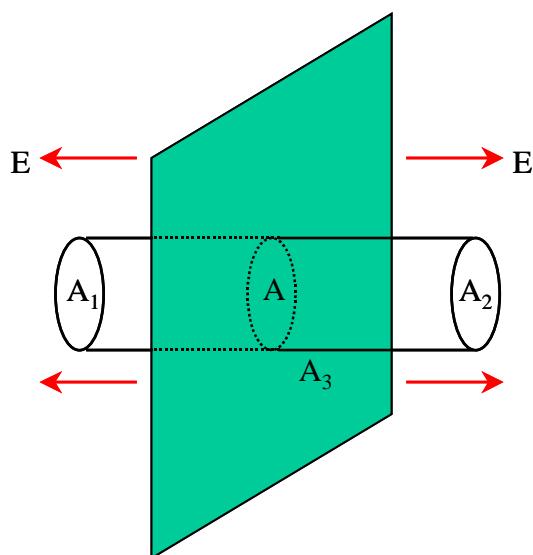
atau

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

Hasil ini persis sama dengan apa yang diperoleh dengan menggunakan hukum Coulomb.

### Pelat Tak Berhingga

Berikutnya kita akan menentukan kuat medan listrik yang dihasilkan pelat tak berhingga yang mengandung kerapatan muatan konstan. Muatan per satuan luas yang dimiliki pelat kita anggap  $\sigma$ . Kita buat permukaan Gauss yang berbentuk silinder seperti pada Gbr. 1.34. Pelat memotong silinder tepat di tengah-tengahnya sehingga jarak alas dan tutup silinder ke pelat sama. Misalkan luas alas atau tutup silinder adalah  $A$ .



Gambar 1.34 Permukaan Gauss di sekitar pelat tak berhingga

Dengan demikian, permukaan Gauss terdiri dari tiga bagian: alas silinder, tutup silinder, dan selubung silinder. Maka kita dapat menulis

$$\sum E_i A_i \cos \theta_i = \{E_1 A_1 \cos \theta_1\}_{\text{alas}} + \{E_2 A_2 \cos \theta_2\}_{\text{tutup}} + \{E_3 A_3 \cos \theta_3\}_{\text{selubung}} \quad (1.73)$$

Karena sifat simetri yang dimiliki pelat tak berhingga maka arah medan listrik yang dihasilkan akan tegak lurus pelat. Akibatnya, medan listrik menembus tutup dan alas silinder secara tegak lurus dan hanya menyinggung selubung silinder.

Kita lihat satu per satu:

*Alas silinder:*

$$E_1 = E$$

$$A_1 = A$$

$\theta_1 = 0$  karena medan listrik menembus alas silinder secara tegak lurus (vector medan dan vector luas alas sejajar). Dengan demikian,

$$E_1 A_1 \cos \theta_1 = EA \cos 0^\circ = EA$$

*Tutup silinder:*

$$E_2 = E$$

$$A_2 = A$$

$\theta_2 = 0$  karena medan listrik menembus tutup silinder secara tegak lurus (vector medan dan vector luas tutup sejajar). Dengan demikian,

$$E_2 A_2 \cos \theta_2 = EA \cos 0^\circ = EA$$

*Selubung silinder:*

$$E_3 = E$$

$\theta_3 = 90^\circ$  karena medan listrik menyinggung selubung silinder (vector medan dan vector luas selubung silinder saling tegak lurus). Dengan demikian,

$$E_3 A_3 \cos \theta_3 = E_3 A_3 \cos 90^\circ = 0$$

Akhirnya kita peroleh

$$\sum E_i A_i \cos \theta_i = EA + EA + 0 = 2EA \quad (1.74)$$

Selanjutnya kita hitung jumlah muatan yang dikandung permukaan Gauss. Muatan tersebut hanya berlokasi pada bagian pelat yang beriris dengan silinder, yaitu bagian pelat seluas A. Jumlah muatan adalah

$$\sum q = \sigma A \quad (1.75)$$

Akhirnya dengan menggunakan hukum Gauss

$$\sum E_i A_i \cos \theta_i = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

diperoleh

$$2EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_o}$$

atau

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_o} \quad (1.76)$$

Tampak bahwa kuat medan listrik yang dihasilkan pelat selalu sama berapa pun jaraknya dari pelat. Ini adalah akibat ukuran pelat yang tak berhingga. Jika ukuran pelat berhingga maka makin jauh dari pelat, medan listrik maskin lemah.

### **Medan Listrik oleh Dua Pelat Sejajar**

Selanjutnya kita akan tentukan kuat medan listrik yang dihasilkan oleh dua pelat sejajar yang sangat luas (dapat dianggap tak berhingga). Susunan pelat semacam ini dijumpai pada kapasitor. Dengan demikian, pemahaman kita tentang medan yang dihasilkan pelat sejajar akan menolong kita memahami kerja kapasitor.

Prinsip yang kita gunakan adalah prinsip superposisi medan listrik. Medan total di suatu titik merupakan penjumlahan kuat medan yang dihasilkan oleh masing-masing pelat. Misalkan kita memiliki pelat yang memiliki kerapatan muatan  $\sigma_1$  dan  $\sigma_2$ . Masing-masing pelat menghasilkan medan listrik yang konstan ke segala arah yang besarnya

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}$$

Kuat medan listrik di mana-mana memenuhi

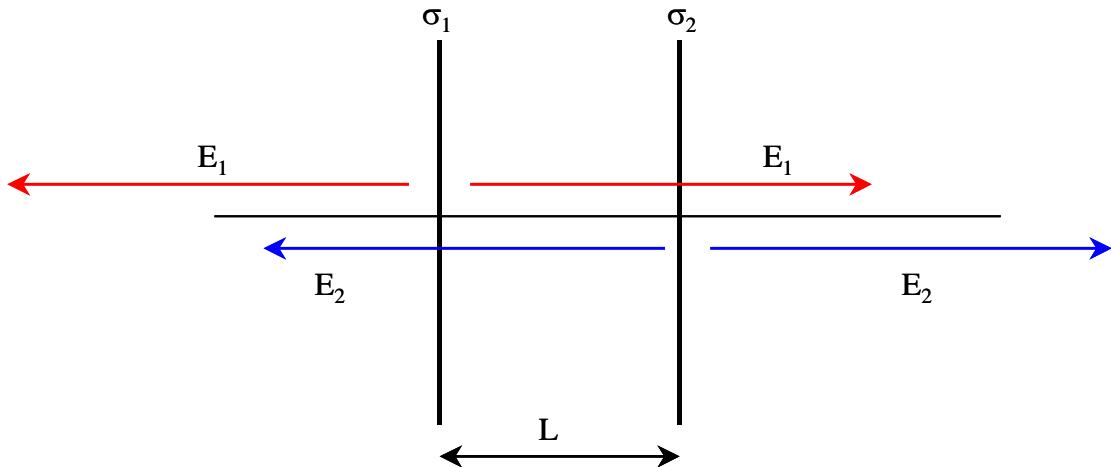
$$E = E_1 + E_2 \quad (1.77)$$

Pada penjumlahan tersebut kalian harus memperhatikan arah.

Contoh

Suatu pelat tak berhingga yang ditempatkan pada pusat koordinat memiliki kerapatan muatan  $\sigma_1 = A \text{ C/m}^2$ . Pelat lain yang sejajar dengan pelat pertama diletakkan pada koordinat  $x = L$  memiliki kerapatan muatan  $\sigma_2 = 2A \text{ C.m}^2$ . Lihat Gbr. 1.35. Tentukan kuat medan listrik total di mana-mana.

Jawab



Gambar 1.35 Menentukan kuat medan di sekitar dua pelat sejajar

Di sebelah kiri pelat pertama

Pelat kiri menghasilkan medan  $E_1 = \sigma_1 / 2\epsilon_0$  ke arah kiri

Pelat kanan menghasilkan medan  $E_2 = \sigma_2 / 2\epsilon_0$  juga ke arah kiri

Dengan demikian medan total di sebelah kiri pelat pertama adalah

$$E = E_1 + E_2 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} = \frac{A}{2\epsilon_0} + \frac{2A}{2\epsilon_0} = \frac{3A}{2\epsilon_0} \text{ ke arah kiri}$$

### *Di antara dua pelat*

Pelat kiri menghasilkan medan  $E_1 = \sigma_1 / 2\epsilon_o = A / 2\epsilon_o$  ke arah kanan

Pelat kanan menghasilkan medan  $E_2 = \sigma_2 / 2\epsilon_o = 2A / \epsilon_o$  ke arah kiri

Karena medan yang dihasilkan pelat kanan lebih kuat, maka medan total antara dua pelat adalah

$$E = E_2 + E_1 = \frac{2A}{2\epsilon_o} - \frac{A}{2\epsilon_o} = \frac{A}{2\epsilon_o} \text{ ke arah kiri}$$

### *Di sebelah kanan pelat kanan*

Pelat kiri menghasilkan medan  $E_1 = \sigma_1 / 2\epsilon_o = A / 2\epsilon_o$  ke arah kanan

Pelat kanan menghasilkan medan  $E_2 = \sigma_2 / 2\epsilon_o = 2A / \epsilon_o$  juga ke arah kanan

Dengan demikian medan total di sebelah kiri pelat pertama adalah

$$E = E_1 + E_2 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_o} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_o} = \frac{A}{2\epsilon_o} + \frac{2A}{2\epsilon_o} = \frac{3A}{2\epsilon_o} \text{ ke arah kanan}$$

Kasus menarik diamati jika kedua pelat memiliki kerapatan muatan yang sama namun berbeda tanda.

Di sebelah kiri pelat kiri medan yang dihasilkan dua pelat sama besar tetapi berlawanan arah, sehingga medan total nol.

Di sebelah kanan pelat kanan, medan yang dihasilkan dua pelat sama besar tetapi berlawanan arah juga sehingga medan total nol.

Di antara dua pelat, medan yang dihasilkan masing-masing pelat sama besar dan searah sehingga medan total yang dihasilkan menjadi dua kali medan yang dihasilkan salah satu pelat, yaitu

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_o} \tag{1.78}$$

### **Bola isolator homogen**

Selanjutnya mari kita hitung medan listrik yang dihasilkan oleh bola isolator yang mengandung muatan yang tersebur secara homogen. Misalkan muatan total bola adalah Q dan jari-jari bola R.

Volume bola adalah

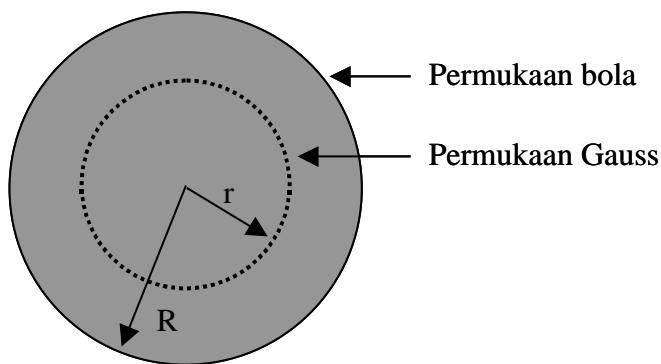
$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad (1.79)$$

Kerapatan muatan bola adalah

$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad (1.80)$$

Kebergantungan kuat medan listrik terhadap jarak dari pusat bola berbeda untuk lokasi di dalam dan di luar bola.

Pertama, mari kita hitung medan listrik di dalam bola. Kita buat permukaan Gauss di dalam bola. Jari-jari permukaan Gauss dari pusat bola adalah  $r$  yang memenuhi  $r < R$ .



Gambar 1.36 Permukaan Gauss di dalam bola

Permukaan Gauss di sini hanya satu, yaitu permukaan bola dengan jari-jari  $r$ . Dengan demikian,

$$\sum E_i A_i \cos \theta_i = EA \cos \theta \quad (1.81)$$

Kita mudah menduga bahwa arah medan listrik tegak lurus permukaan Gauss atau sejajar dengan vector luas. Dengan demikian,  $\theta = 0$  dan  $\cos \theta = 1$ . Luas permukaan Gauss sama dengan luas permukaan bola dengan jari-jari  $r$ , yaitu

$$A = 4\pi r^2 \quad (1.82)$$

Jadi kita peroleh

$$\sum E_i A_i \cos \theta_i = E(4\pi r^2) \times 1 = 4\pi r^2 E$$

Selanjutnya kita hitung jumlah muatan yang dilingkupi permukaan Gauss. Muatan tersebut adalah yang hanya berada dalam bola berjari-jari  $r$ . Muatan yang berada di luar bola Gauss, yaitu antara  $r$  sampai  $R$  tidak memberi kontribusi pada medan listrik pada jarak  $r$ . Volume bola Gauss adalah

$$V' = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad (1.83)$$

Dengan demikian, muatan yang dilingkupi bola Gauss adalah

$$\sum q = \rho V' = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \times \frac{4}{3}\pi r^3 = Q \frac{r^3}{R^3} \quad (1.84)$$

Dengan hukum Gauss maka

$$4\pi r^2 E = \frac{1}{\epsilon_0} Q \frac{r^3}{R^3}$$

atau

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^3} r \quad (1.85)$$

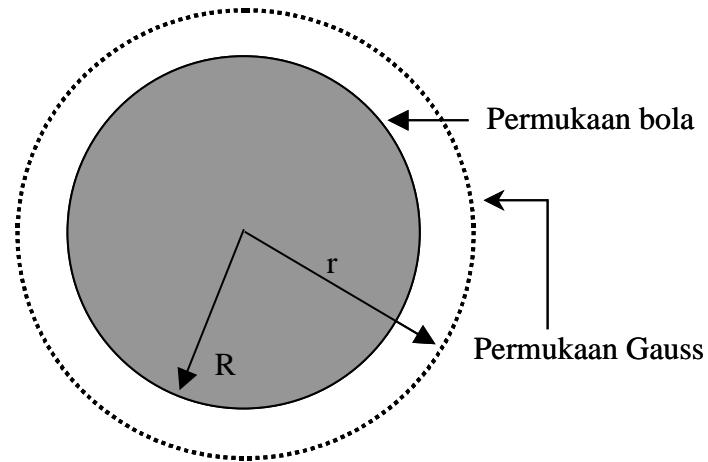
Selanjutnya mari kita hitung kuat medan listrik di luar bola. Kita buat permukaan Gauss dengan jari-jari  $r > R$  seperti pada Gbr. 1.37.

Permukaan Gauss adalah permukaan bola dengan luas

$$A = 4\pi r^2$$

Juga arah medan menembus permukaan secara tegak lurus (sejajar vector luas) sehingga  $\theta = 0^\circ$ , dan

$$\sum E_i A_i \cos \theta_i = EA \cos 0^\circ = E(4\pi r^2) \times 1 = 4\pi r^2 E$$



Gambar 1.37 Permukaan Gauss di luar bola

Jumlah muatan yang dilingkupi permukaan Gauss adalah seluruh muatan bola, karena seluruh bagian bola ada di dalam permukaan Gauss. Dengan demikian,

$$\sum q = Q$$

Dengan hukum Gauss maka

$$4\pi r^2 E = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

atau

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad (1.86)$$

### Bola Konduktor

Konduktor adalah bahan yang sangat mudah mengantarkan arus listrik. Penyebabnya adalah karena konduktor mengandung muatan listrik yang mudah bergerak. Jika dalam konduktor muncul medan listrik maka electron-elektron dalam konduktor akan mengalir dan timbulah arus listrik. Betapa pun kecilnya medan listrik dalam konduktor, maka electron akan mengalir dan menghasilkan arus.

Dengan sifat ini maka, **dalam keadaan seimbang** di mana tidak ada arus yang mengalir dalam konduktor maka **medan listrik dalam konduktor selalu nol**. Sebab, jika medan listrik tidak nol maka akan muncul arus, yang bertentangan dengan kondisi seimbang.

Jika pada konduktor diberi muatan listrik, maka muatan tersebut akan totak-menolak karena saling melakukan gaya. Karena muatan mudah sekali bergerak dalam konduktor maka tolak-menolak tersebut menyebabkan muatan bergerak saling menjauhi sampai tidak bisa bergerak lebih jauh lagi. Ini hanya dapat terjadi jika muatan-muatan tersebut menempati permukaan konduktor. Jadi, **muatan yang dimiliki konduktor selalu menempati permukaan konduktor.**

**Dalam keadaan seimbang, medan listrik yang dihasilkan konduktor selalu tegak lurus permukaan konduktor.** Sebab, jika tidak tegak lurus permukaan konduktor maka medan listrik tersebut akan memiliki komponen yang menyinggung permukaan dan yang tegak lurus permukaan. Komponen medan yang menyinggung permukaan akan menghasilkan gaya pada muatan sehingga bergerak sepanjang permukaan. Akibatnya muncul arus permukaan. Dan ini bertentangan dengan kondisi seimbang.

Dengan sifat-sifat ini maka kita dapat dengan mudah menghitung medan listrik yang dihasilkan oleh bola konduktor yang diberi muatan  $Q$ . Misalkan jari-jari bola adalah  $R$ . Di dalam bola, yaitu pada  $r < R$ , medan listrik nol karena daerah tersebut merupakan konduktor. Kita hanya perlu menerapkan hukum Gauss saat menghitung medan di luar bola. Dan perhitungannya sama dengan saat menghitung medan listrik yang dihasilkan bola isolator. Kita akanapatkan, medan listrik di luar bola adalah

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad (1.87)$$

### Soal dan Pembahasan

1) Dua partikel asap yang bermuatan sama saling melakukan gaya tolak sebesar  $4,2 \times 10^{-2}$  N. Berapa besar gaya jika kedua partikel tersebut berpindah sehingga jaraknya menjadi seperdelapan jarak semula?

Jawab

Jika muatan yang melakukan gaya tetap, maka terpenuhi

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

Dari soal diberikan

$$r_2 = r_1/8$$

$$F_1 = 4,2 \times 10^{-2}$$

Maka

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{1/r_1^2}{1/r_2^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{(r_1/8)^2}{r_1^2} = \frac{1}{64}$$

Atau

$$F_2 = 64F_1 = 64 \times (4,2 \times 10^{-2}) = 2,7 \text{ N}$$

2) Dua bola bermuatan terpisah sejauh 20,0 cm. Kedua bola dipindahkan sehingga gaya yang bekerja pada masing-masing bola menjadi tiga kali gaya semula. Berapa jarak pisah kedua bola sekarang?

Jawab

Diberikan

$$r_1 = 20,0 \text{ cm}$$

$$F_2 = 3F_1$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

$$\frac{F_1}{3F_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

$$r_2^2 = \frac{r_1^2}{3} = \frac{20^2}{3} = 133,2$$

atau

$$r_2 = \sqrt{133,2} = 11,5 \text{ cm}$$

3) Dua muatan titik terpisah sejauh 10,0 cm. Salah satu memiliki muatan  $-25 \mu\text{C}$  dan yang lainnya memiliki muatan  $+50 \mu\text{C}$ . (a) Tentukan arah dan besar medan listrik pada lokasi antara dua muatan pada jarak 2,0 cm dari muatan negatif? (b) Jika electron ditempatkan di titik P, berapakah percepatan electron saat di titik P (besar dan arahnya)?

Jawab

Diberikan

$$q_1 = -25 \mu\text{C} = -25 \times 10^{-6} \text{ C} = -2,5 \times 10^{-5} \text{ C}$$

$$q_2 = +50 \mu\text{C} = +50 \times 10^{-6} \text{ C} = +5,0 \times 10^{-5} \text{ C}$$

$$r_1 = 2,0 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$$

$$r_2 = 8,0 \text{ cm} = 0,08 \text{ m}$$

(a) Muatan negatif (di sebelah kiri) menghasilkan medan listrik ke kiri. Muatan positif (di sebelah kanan) menghasilkan medan listrik ke kiri juga. Medan total memiliki arah ke kiri.

Kuat medan di titik P yang dihasilkan muatan q1

$$E_{P1} = k \frac{q_1}{r_1^2} = (9 \times 10^9) \frac{(2,5 \times 10^{-5})}{(0,02)^2} = 5,6 \times 10^8 \text{ N/C}$$

Kuat medan di titik P yang dihasilkan muatan q2

$$E_{P2} = k \frac{q_2}{r_2^2} = (9 \times 10^9) \frac{(5,0 \times 10^{-5})}{(0,08)^2} = 7,0 \times 10^7 \text{ N/C}$$

Karena medan yang dihasilkan dua muatan memiliki arah yang sama, maka kuat medan total di titik P adalah

$$E_P = E_{P1} + E_{P2} = 5,6 \times 10^8 + 7,0 \times 10^7 = 6,3 \times 10^8 \text{ N/C}$$

(b) Jika electron ditempatkan di titik P maka, gaya yang bekerja pada electron adalah  $F = eE_P$

Percepatan electron adalah

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE_P}{m} = \frac{(1,6 \times 10^{-19})(6,3 \times 10^8)}{(9,1 \times 10^{-31})} = 1,1 \times 10^{20} \text{ m/s}^2$$

Karena muatan electron negatif maka arah gaya yang bekerja pada electron berlawanan dengan arah medan. Jadi electron mengalami gaya yang berarah ke kanan. Yang berarti electron memeliki percepatan arah ke kanan.

Berapa gaya tolak antara dua proton dalam inti yang terpisah sejauh  $5 \times 10^{-15}$  meter?

Jawab

$$r = 5 \times 10^{-15} \text{ m}$$

Muatan proton:  $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

Gaya tolak antar dua proton

$$F = k \frac{e^2}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(1,6 \times 10^{-19})^2}{(5 \times 10^{-15})^2} = 9,2 \text{ N}$$

4) Berapa muatan total semua electron dalam 1,0 kg molekul H<sub>2</sub>O?

Jawab

Jumlah electron atom H: 1 elektron

Jumlah electron atom O: 8 elektron

Jumlah electron molekul H<sub>2</sub>O:  $2 \times 1 + 8 = 10$  elektron

Jumlah muatan electron dalam satu molekul H<sub>2</sub>O:  $10 \times (1,6 \times 10^{-19}) = 1,6 \times 10^{-18} \text{ C}$

Massa atom H: 1 smu

Massa atom O: 16 smu

Massa molekul H<sub>2</sub>O:  $2 \times 1 + 16 = 18$  smu

Dengan demikian, massa 1 mol molekul H<sub>2</sub>O adalah  $18 \text{ g} = 0,018 \text{ kg}$

Jumlah mol molekul H<sub>2</sub>O dalam 1,0 kg adalah  $1,0 / 0,018 = 55,6$  mol.

Satu mol mengandung  $6,02 \times 10^{23}$  partikel (bilangan Avogadro). Maka jumlah molekul H<sub>2</sub>O di dalam 1,0 kg adalah  $55,6 \times (6,02 \times 10^{23}) = 3,3 \times 10^{25}$  molekul.

Jumlah muatan electron dalam 1,0 kg H<sub>2</sub>O menjadi:  $(3,3 \times 10^{25}) \times (1,6 \times 10^{-18}) = 5,3 \times 10^7$  C

5) Anggaphlah yang menarik bulan sehingga tetap pada orbitnya saat mengelilingi bumi adalah gaya Coulomb. Misalkan muatan yang sama besar tetapi berbeda jenis masing-masing ditempatkan di bumi dan di bulan. Berapa besar muatan tersebut untuk mempertahankan bulan tetap pada orbitnya sekarang? Gunakan data massa bumi  $5,97 \times 10^{24}$  kg, massa bulan  $7,35 \times 10^{22}$  kg, jari-jari orbit bulan  $3,84 \times 10^8$  m.

Jawab

Soal ini menanyakan berapa muatan listrik agar gaya Coulomb antara bulan dan bumi samam dengan gaya gravitasi yang ada sekarang. Jadi

$$k \frac{Q^2}{r^2} = G \frac{Mm}{r^2}$$

atau

$$Q = \sqrt{\frac{GMm}{k}} = \sqrt{\frac{(6,67 \times 10^{-11})(5,97 \times 10^{24})(7,35 \times 10^{22})}{9 \times 10^9}} = 5,7 \times 10^{13} \text{ C.}$$

6) Dua muatan positif ditempatkan pada jarak tertentu. Muatan total ke duanya adalah QT. Berapa muatan yang dimiliki masing-masing agar (a) gaya antara ke duanya paling besar, dan (b) gaya antara keduanya paling kecil?

Jawab

a) Misalkan muatan salah satu q<sub>1</sub> dan yang lainnya q<sub>2</sub> = QT - q<sub>1</sub>.

Gaya antara dua muatan

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{q_1 (Q_T - q_1)}{r^2} = \frac{Q_T q_1 - q_1^2}{r^2}$$

a) Gaya memiliki nilai maksimum jika pembilang memiliki nilai paling besar. Pembilang memiliki bentuk persamaan kuadratik,  $y = Ax^2 + Bx + C$  dengan x = q<sub>1</sub>, A = -1, B = QT dan C = 0. Untuk A < 0, persamaan kuadratik ini memiliki nilai maksimum pada x = -B/2A. Untuk gaya listrik di atas, maka gaya maksimum terjadi jika  $q_1 = -Q_T / (-2) = Q_T / 2$ . Dengan demikian, muatan ke dua  $q_2 = Q_T - q_1 = Q_T / 2$ .

b) Gaya minimum antara dua muatan terjadi jika  $q_1 \rightarrow Q_T$  dan  $q_2 \rightarrow 0$  atau sebaliknya. Besarnya gaya tersebut adalah  $F \rightarrow 0$ .

7) Muatan  $+5,7 \mu\text{C}$  dan  $-3,5 \mu\text{C}$  terpisah sejauh 25 cm. Di manakah muatan ke tiga harus ditempatkan agar mengalami gaya total nol oleh ke dua muatan tersebut?

Jawab

Misalkan muatan  $+5,7 \mu\text{C}$  berada di sebelah kiri dan muatan  $-3,5 \mu\text{C}$  berada di debelah kanan. Muatan ke tiga mengalami gaya nol pada titik yang mengandung medan total nol.

Lokasi titik tersebut tidak mungkin ada di antara dua muatan, karena muatan  $+5,7 \mu\text{C}$  menghasilkan medan listrik arah ke kanan dan muatan  $-3,5 \mu\text{C}$  juga menghasilkan medan listrik ke arah kanan (saling menguatkan).

Lokasi titik tersebut tidak mungkin berada di sebelah kiri muatan  $+5,7 \mu\text{C}$  karena akan lebih dekat ke muatan  $+5,7 \mu\text{C}$  sehingga besar medan yang dihasilkan selalu mengungguli besar medan yang dihasilkan muatan  $-3,5 \mu\text{C}$  sehingga tidak mungkin saling menghilangkan.

Lokasi yang mungkin adalah di sebelah kanan muatan  $-3,5 \mu\text{C}$ . Misalkan jarak dari muatan  $-3,5 \mu\text{C}$  adalah  $x$  maka jarak dari muatan  $+5,7 \mu\text{C}$  adalah  $x + 25 \text{ cm} = x + 0,25 \text{ m}$ .

Medan total nol jika terpenuhi

$$k \frac{|q_1|}{(x + 0,25)^2} = k \frac{|q_2|}{x^2}$$

$$\frac{(x + 0,25)}{x} = \sqrt{\frac{|q_1|}{|q_2|}} = \sqrt{\frac{5,7}{3,5}} = \sqrt{1,6} = 1,3$$

atau

$$x + 0,25 = 1,3 x$$

$$0,3 x = 0,25$$

atau

$$x = 0,25/0,3 = 0,83 \text{ m} = 83 \text{ cm}$$

8) Sebuah proton dilepaskan pada ruang yang memiliki medan listrik sehingga mengalami gaya  $3,2 \times 10^{-14} \text{ N}$  ke utara. Berapa besar dan arah medan listrik dalam ruang tersebut?

Jawab

Besar medan listrik memenuhi

$$E = \frac{F}{e} = \frac{3,2 \times 10^{-14}}{1,6 \times 10^{-19}} = 2 \times 10^5 \text{ N/C}$$

Arah medan listrik samam dengan arah gaya yang diamali proton (karena proton bermuatan positif). Jadi arah medan listrik adalah ke utara.

9) Sebuah electron yang dilepaskan dalam ruang yang memiliki medan listrik mengalami

percepatan 125 m/s. Berapa kuat medan listrik tersebut?

Jawab

Gaya yang diamali electron

$$F = eE$$

Percepatan electron memenuhi

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}$$

atau

$$E = \frac{ma}{e} = \frac{(9,1 \times 10^{-31}) \times 125}{1,6 \times 10^{-19}} = 7 \times 10^{-10} \text{ N/C}$$

10) Sebuah proton berada dalam ruang vakum yang memiliki medan listrik E. Proton tersebut tidak bergerak naik atau turun. Berapa kuat medan listrik yang bekerja pada proton?

Jawab

Besar gaya listrik sama dengan besar gaya gravitasi

$$eE = mg$$

atau

$$E = \frac{mg}{e} = \frac{(1,67 \times 10^{-27}) \times 10}{1,6 \times 10^{-19}} = 10^{-7} \text{ N/C}$$

Sebuah titik air yang memiliki jari-jari 0,018 mm mengambang di udara. Jika bumi menghasilkan medan listrik yang besarnya 150 N/C, berapa kelebihan elektron yang dimiliki oleh titik air tersebut?

Jawab

Jari-jari titik air:  $r = 0,018 \text{ mm} = 1,8 \times 10^{-3} \text{ cm}$ .

Volum titik air

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3,14 \times (1,8 \times 10^{-3})^3 = 2,44 \times 10^{-8} \text{ cm}^3$$

Massa titik air

$$m = \rho V = (1 \text{ g/cm}^3) \times (2,44 \times 10^{-8} \text{ cm}^3) = 2,44 \times 10^{-8} \text{ g} = 2,44 \times 10^{-11} \text{ kg.}$$

Terjadi keseimbangan gaya listrik dan gaya gravitasi. Maka

$$qE = mg$$

atau

$$q = \frac{mg}{E} = \frac{(2,44 \times 10^{-11}) \times 10}{150} = 1,6 \times 10^{-12} \text{ C}$$

Jumlah kelebihan electron pada titik air

$$= \frac{q}{e} = \frac{1,6 \times 10^{-19}}{1,6 \times 10^{-19}} = 10^7 \text{ elektron}$$

### Soal-Soal

- 1) Pada model atom hydrogen, electron menngitari inti pada orbitnya dengan laju  $1,1 \times 10^6$  m/s. Tentukan jari-jari orbit electron (petunjuk: gaya sentripetal sama dengan gaya Coulomb)
- 2) Berapa besar gaya yang dilakukan muatan  $+15 \mu\text{C}$  pada muatan lain  $+3 \text{ mC}$  yang terpisah sejauh 40 cm?
- 3) Berapa besar dan arah gaya pada electron yang berada dalam ruang yang memiliki medan listrik  $3500 \text{ N/C}$  dan berarah ke selatan?
- 4) Berapa besar dan arah medan listrik pada jarak 30,0 cm tepat di atas muatan titik yang besarnya  $33,0 \times 10^{-6} \text{ C}$ ?
- 5) Seseorang menggesekkan kakinya pada keset woll sehingga mengakumulasi muatan  $-60 \mu\text{C}$ . Berapa electron yang ditarik kaki orang tersebut? Berapa pertambahan massa orang tersebut? Muatan electron adalah  $-1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$  dan massanya  $9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ .
- 6) Empat muatan masing-masing  $6,0 \text{ mC}$  ditempatkan pada sudut bujur sangkar dengan sisi 1,0 m. Tentukan besar dan arah gaya yang dialami tiap partikel.
- 7) Dua bola isolator kecil memiliki muatan total  $80,0 \mu\text{C}$ . Ketika dipisahkan sejauh 1,06 m gaya antara bola tersebut adalah 12,0 N dan bersifat tolak menolak. Berapa muatan masing-masing bola? Berapa muatan masing-masing bola jika gaya antara kedua bola bersifat tarik-menarik?
- 8) Gaya 8,4 N bekerja pada muatan  $-8,8 \mu\text{C}$  ke arah bawah. Berapa besar dan arah medan listrik pada muatan tersebut.
- 9) Hitung muatan listrik di pusat bujur sangkar yang memiliki sisi 60 cm jika salah satu sudut bujur sangkar ditempati muatan  $+ 45 \mu\text{C}$  dan ke tiga sudut lainnya ditempati muatan masing-masing  $-31 \mu\text{C}$ .
- 10) Berapa kuat medan listrik dalam ruang yang ditempari proton yang sedang mengalami percepatan satu juta kali percepatan gravitasi bumi?

- 11) Kamu diberikan dua muatan  $q_1$  dan  $q_2$  yang tidak diketahui nilainya. Pada titik yang jaraknya dari muatan  $q_1$  sama dengan sepertiga jarak dua muatan ternyata kuat medan listrik nol. Berapa perbandingan besar dua muatan tersebut serta tanda muatannya?
- 12) Berapa jarak ke dua electron agar gaya antara keduanya sama dengan gaya gravitasi bumi yang bekerja pada electron yang berada di permukaan bumi?

## Bab 2

### Potensial Listrik dan Kapasitor

Jika kita tempatkan sebuah muatan dalam ruang yang mengandung medan listrik maka muatan yang mula-mula diam akan bergerak. Ini berarti muatan mengalami pertambahan energi kinetik yang semula nol menjadi tidak nol. Pertambahan energi kinetik ini hanya mungkin disebabkan oleh dua faktor, yaitu:

- i) Ada kerja luar yang bekerja pada muatan, atau
- ii) Ada energi lain yang mengalami pengurangan

Jika tidak ada gaya luar yang kita berikan pada muatan, maka pastilah penambahan energi kinetik dibarengi oleh pengurangan energi bentuk lain sehingga energi total konstan (hukum kekekalan energi). Energi bentuk lain yang paling mungkin dimiliki partikel tersebut adalah energi potensial. Dengan demikian, partikel bermuatan listrik yang berada dalam ruang yang mengandung medan listrik memiliki energi potensial listrik.

#### 2.1 Definisi Energi Potensial

Energi potensial listrik didefinisikan secara formal sebagai berikut. Jika muatan listrik  $q$  berada dalam ruang yang mengandung medan listrik  $\vec{E}$ , maka energi potensial yang dimiliki muatan tersebut adalah

$$U(\vec{r}) = U(\vec{r}_o) - \int_{\vec{r}_o}^{\vec{r}} q \vec{E} \bullet d\vec{r} \quad (2.1)$$

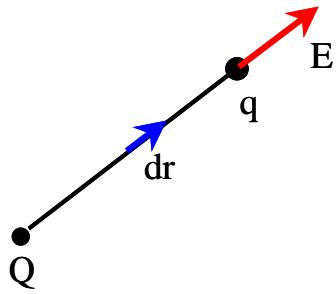
dengan  $U(\vec{r}_o)$  adalah energi potensial listrik pada posisi acuan  $\vec{r}_o$ . Posisi  $\vec{r}_o$  bisa bermacam-macam, misalnya tak berhingga, pusat koordinat, di permukaan benda, dan sebagainya, bergantung pada di mana nilai energi potensial sudah diketahui.

#### Contoh Kasus

Kita akan menghitung energi potensial sebuah partikel yang bermuatan  $q$  yang berada pada jarak  $r$  dari muatan lain sebesar  $Q$ . Kedua muatan sama-sama berupa titik.

Kuat medan listrik di sekitar muatan  $Q$  dapat dihitung dengan mudah menggunakan hukum Coulomb. Kita dapatkan

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{r^2} \quad (2.2)$$



Gambar 2.1. Menentukan energi potensial muatan  $q$  di sekitar muatan  $Q$

Dengan demikian, energi potensial yang dimiliki muatan  $q$  adalah

$$U(r) = U(r_o) - \int_{r_o}^r q \vec{E} \bullet d\vec{r}$$

Karena  $\vec{E}_Q$  dan  $d\vec{r}$  sejajar (membentuk sudut  $0^\circ$ ) maka  $\vec{E} \bullet d\vec{r} = Edr \cos 0^\circ = Edr$ . Jadi

$$U(r) = U(r_o) - \int_{r_o}^r q E dr$$

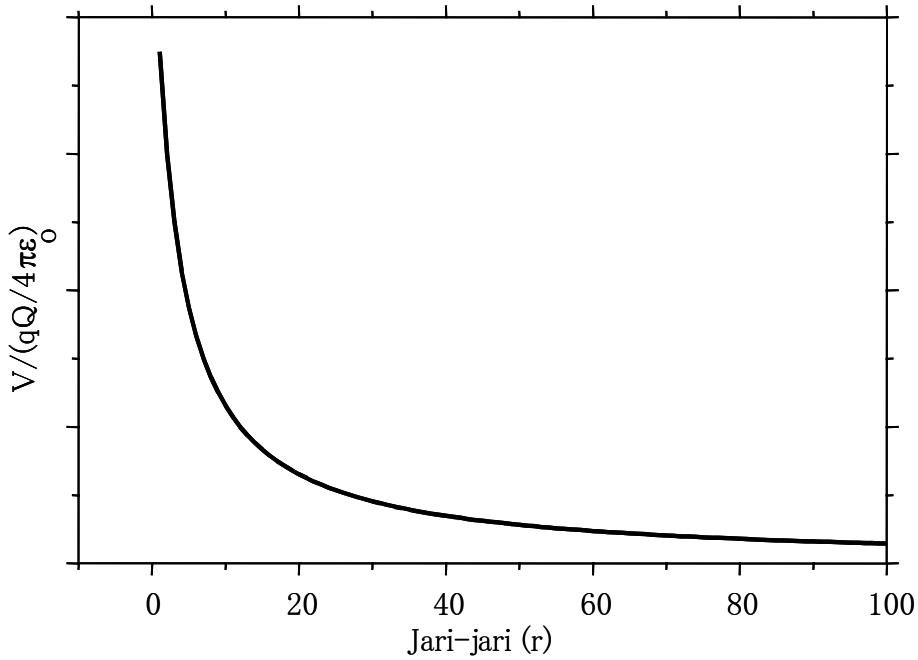
$$U(r) = U(r_o) - \int_{r_o}^r q \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \right) dr = U(r_o) - \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_o}^r \frac{dr}{r^2}$$

$$U(r) = U(r_o) - \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left[ -\frac{1}{r} \right]_{r_o}^r = U(r_o) - \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{r_o} - \frac{1}{r} \right] \quad (2.3)$$

Seringkali titik acuan diambil pada jarak tak berhingga,  $r_o = \infty$ , dan potensial di titik acuan ini diambil sama dengan nol,  $U(\infty) = 0$ . Jika kita lakukan hal tersebut maka diperoleh

$$\begin{aligned} U(r) &= 0 - \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{\infty} - \frac{1}{r} \right] \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Apabila kita gambarkan energi potensial sebagai fungsi jarak dari muatan  $Q$  maka kita peroleh Gambar 2.2



Gambar 2.2 Energi potensial muatan  $q$  sebagai fungsi jarak dari muatan  $Q$

Pada jarak  $r$  yang mendekati nol, energi potensial sangat besar. Energi potensial mengecil berbanding terbalik dengan jarak jika jarak antar dua muatan makin besar.

Contoh

Sebuah bola konduktor dengan jari-jari  $R$  memiliki muatan  $Q$ . Jika sebuah muatan  $q$  berada pada permukaan bola, energi potensialnya adalah  $U_0$ . Kita akan menentukan energi potensial muatan  $q$  pada sembarang jarak dari pusat bola.

Kuat medan listrik di luar bola dapat dihitung dengan mudah menggunakan hukum Gauss. Kita akan peroleh

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

Energi potensial yang dimiliki muatan  $q$  pada jarak  $r$  dari pusat bola adalah

$$U(r) = U(r_o) - \int_{r_o}^r qE dr$$

$$U(r) = U(r_o) - \int_{r_o}^r q \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \right) dr = U(r_o) - \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_o}^r \frac{dr}{r^2}$$

$$U(r) = U(r_o) - \frac{qQ}{4\pi\epsilon_o} \left[ -\frac{1}{r} \right]_{r_o}^r = U(r_o) - \frac{qQ}{4\pi\epsilon_o} \left[ \frac{1}{r_o} - \frac{1}{r} \right]$$

Karena pada  $r_o = R$  energi potensial memenuhi  $U(R) = U_o$  maka

$$U(r) = U_o - \frac{qQ}{4\pi\epsilon_o} \left[ \frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right] \quad (2.5)$$

## 2.2 Potensial Listrik

Sehari-hari kita lebih sering medengar potensial listrik atau tegangan listrik daripada energi potensial listrik. Contohnya, kita menyebut tegangan listrik PLN 220 Volt, tegangan batarei 1,5 Volt, tegangan aki 12 Volt, dan seterusnya. Lalu apa tegangan atau potensial listrik?

Potensial listrik didefinisikan sebagai energi potensial per satuan muatan listrik. Dengan menggunakan definisi energi potensial sebelumnya, maka definisi potensial listrik menjadi

$$\begin{aligned} V(\vec{r}) &= \frac{U(\vec{r})}{q} \\ &= \frac{U(\vec{r}_o)}{q} - \frac{\int_{\vec{r}_o}^{\vec{r}} q \vec{E} \bullet d\vec{r}}{q} \\ &= V(\vec{r}_o) - \int_{\vec{r}_o}^{\vec{r}} \vec{E} \bullet d\vec{r} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Berikutnya kita akan membahas potensial listrik yang dihasilkan oleh sejumlah system, seperti satu partikel, banyak partikel, pelat sejajar dan benda dengan distribusi muatan tertentu.

## 2.3 Potensial listrik oleh sebuah partikel

Sudah kita hitung di Bab 1 sebelumnya bahwa kuat medan listrik pada jarak  $r$  dari partikel bermuatan  $Q$  memenuhi

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{r^2}$$

Potensial listrik pada jarak  $r$  dari partikel tersebut kita hitung sebagai berikut

$$V(\vec{r}) = V(\vec{r}_o) - \int_{\vec{r}_o}^{\vec{r}} \vec{E} \bullet d\vec{r}$$

Medan listrik  $\vec{E}$  dan  $d\vec{r}$  sejajar, sehingga  $\vec{E} \bullet d\vec{r} = E dr \cos 0^\circ = E dr$ . Dengan demikian,

$$\begin{aligned} V(r) &= V(r_o) - \int_{r_o}^r \vec{E} \bullet d\vec{r} = V(r_o) - \int_{r_o}^r E dr \\ &= V(r_o) - \int_{r_o}^r \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{r^2} dr = V(r_o) - \frac{Q}{4\pi\epsilon_o} \int_{r_o}^r \frac{dr}{r^2} \\ &= V(r_o) - \frac{Q}{4\pi\epsilon_o} \left[ -\frac{1}{r} \right]_{r_o}^r \\ &= V(r_o) - \frac{Q}{4\pi\epsilon_o} \left( \frac{1}{r_o} - \frac{1}{r} \right) \end{aligned}$$

Dengan menetapkan bahwa pada jarak tak berhingga besar potensial sama dengan nol maka,

$$\begin{aligned} V(r) &= V(\infty) - \frac{Q}{4\pi\epsilon_o} \left( \frac{1}{\infty} - \frac{1}{r} \right) = 0 - \frac{Q}{4\pi\epsilon_o} \left( 0 - \frac{1}{r} \right) \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{r} \end{aligned} \tag{2.7}$$

## 2.4 Potensial listrik yang dihasilkan banyak partikel

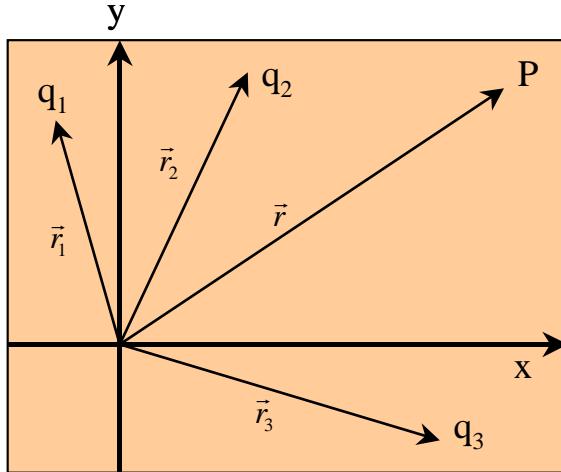
Cara menentukan potensial listrik yang dihasilkan banyak partikel cukup mudah, yaitu hanya dengan melakukan penjumlahan aljabar (penjumlahan biasa) potensial listrik yang dihasilkan masing-masing partikel. Penjumlahan ini sangat berbeda dengan penjumlahan medan listrik yang dihasilkan oleh sejumlah muatan. Untuk medan listrik kita harus melakukan penjumlahan secara vector (memperhatikan besar dan arah).

Lihat skema pada Gambar 2.3. Sejumlah partikel berada pada posisi  $\vec{r}_1$ ,  $\vec{r}_2$ , dan  $\vec{r}_3$ . Muatan masing-masing partikel adalah  $q_1$ ,  $q_2$ , dan  $q_3$ . Kita ingin menentukan potensial pada titik pengamatan P yang berada pada posisi  $\vec{r}$ . Yang pertama yang harus dilakukan adalah mencari jarak masing-masing muatan ke titik P. Kita dapatkan

- i) Jarak muatan  $q_1$  ke titik P:  $R_1 = |\vec{r} - \vec{r}_1|$

ii) Jarak muatan q2 ke titik P:  $R_2 = |\vec{r} - \vec{r}_2|$

iii) Jarak muatan q3 ke titik P:  $R_3 = |\vec{r} - \vec{r}_3|$



Gambar 2.3 Menentukan potensial listrik yang dihasilkan oleh sejumlah titik muatan.

Kemudian kita tentukan potensial pada titik pengamatan yang dihasilkan oleh masing-masing muatan.

$$\text{i) Potensial yang dihasilkan muatan } q_1: V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{R_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{|\vec{r} - \vec{r}_1|}$$

$$\text{ii) Potensial yang dihasilkan muatan } q_2: V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{R_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{|\vec{r} - \vec{r}_2|}$$

$$\text{iii) Potensial yang dihasilkan muatan } q_3: V_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3}{R_3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3}{|\vec{r} - \vec{r}_3|}$$

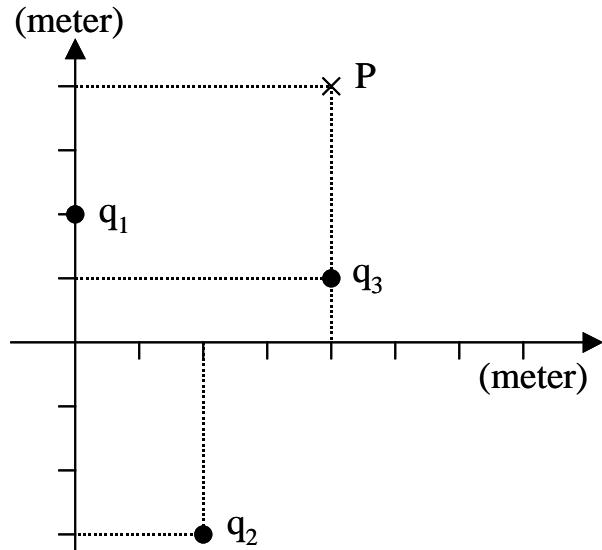
Akhirnya, potensial total di titik pengamatan adalah

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 + V_3 \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{|\vec{r} - \vec{r}_1|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{|\vec{r} - \vec{r}_2|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3}{|\vec{r} - \vec{r}_3|} \end{aligned}$$

Agar lebih paham dengan potensial yang dihasilkan sejumlah titik, mari kita lihat contoh berikut ini.

Contoh

Tiga partikel berada pada posisi seperti pada Gambar 2.4. Muatan masing-masing partikel adalah  $q_1 = 2 \mu\text{C}$ ,  $q_2 = 4 \mu\text{C}$ , dan  $q_3 = -5 \mu\text{C}$ . Kita ingin menentukan potensial listrik di titik P.



Gambar 2.4

Yang pertama yang dilakukan adalah mencari koordinat posisi masing-masing muatan serta posisi P. Tampak dari gambar

$$\vec{r}_1 = 0\hat{i} + 2\hat{j} = 2\hat{j} \text{ m}$$

$$\vec{r}_2 = 2\hat{i} - 3\hat{j} \text{ m}$$

$$\vec{r}_3 = 4\hat{i} + \hat{j} \text{ m}$$

$$\vec{r} = 4\hat{i} + 4\hat{j} \text{ m}$$

Kemudian kita cari jarak muatan ke titik pengamatan. Didapat

$$R_1 = |\vec{r} - \vec{r}_1| = |(4\hat{i} + 4\hat{j}) - (2\hat{j})| = |4\hat{i} + 2\hat{j}| = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} \text{ m}$$

$$R_2 = |\vec{r} - \vec{r}_2| = |(4\hat{i} + 4\hat{j}) - (2\hat{i} - 3\hat{j})| = |2\hat{i} + 7\hat{j}| = \sqrt{2^2 + 7^2} = \sqrt{53} \text{ m}$$

$$R_3 = |\vec{r} - \vec{r}_3| = |(4\hat{i} + 4\hat{j}) - (4\hat{i} + \hat{j})| = |3\hat{j}| = 3 \text{ m}$$

Lalu kita cari potensial di titik P yang dihasilkan masing-masing muatan. Kita peroleh

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{R_1} = (9 \times 10^9) \frac{(2 \times 10^{-6})}{\sqrt{20}} = 4025 \text{ Volt}$$

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{R_2} = (9 \times 10^9) \frac{(4 \times 10^{-6})}{\sqrt{53}} = 4945 \text{ Volt}$$

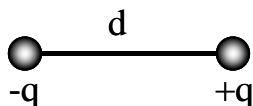
$$V_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3}{R_3} = (9 \times 10^9) \frac{(-5 \times 10^{-6})}{3} = -15000 \text{ Volt}$$

Akhirnya, potensial total di titik P adalah

$$V = V1 + V2 + V3 = 4025 + 4945 - 15000 = -6030 \text{ Volt}$$

## 2.5 Potensial Momen Dipol

Kita mendefinisikan dipole secara sederhana sebagai dua muatan yang besarnya sama tetapi berbeda tanda dan dipisahkan oleh jarak tertentu (tidak berimpit). Dipol dapat dilukiskan sebagai berikut



Gambar 2.5 Skema dipol listrik

Apabila dilihat dari jauh, dua muatan dipol tampak sangat berdekatan (hampir berimpit) sehingga muatan total dipol yang terukur nol. Namun, jika diamati dari dekat, dipol tampak sebagai dua muatan yang terpisah.

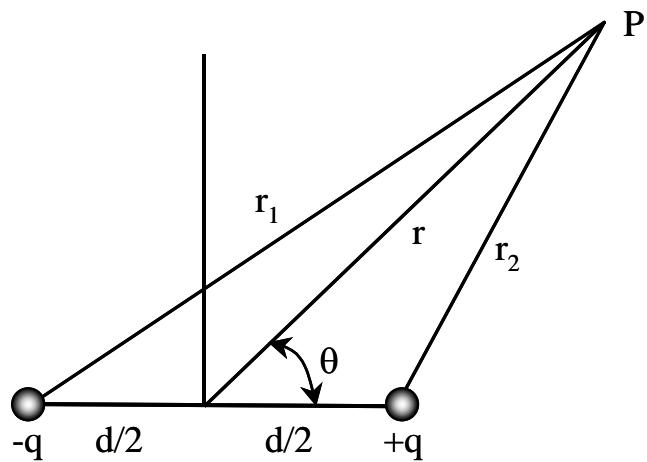
Kita ingin menentukan potensial di sekitar suatu dipol. Untuk mudahnya, lihat skema pada Gbr. 2.6.

Kita akan hitung potensial pada jarak  $r$  dari pusat dipol (titik tengah antara dua muatan) yang membentuk sudut  $\theta$  dengan sumbu dipol (sumbu vertical).

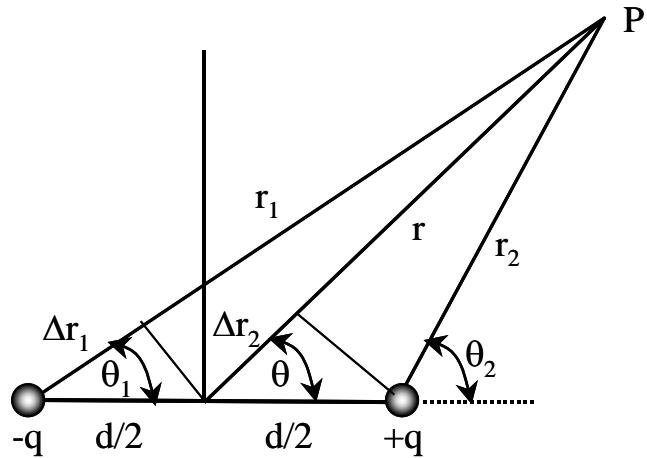
Tampak:

- i) Jarak titik pengamatan ke muatan  $-q$  adalah  $r_1$
- ii) Jarak titik pengamatan ke muatan  $+q$  adalah  $r_2$

Kita cari hubungan antara  $r_1$ ,  $r_2$ , dan  $r$ . Lihat gambar berikut ini



Gambar 2.6 Menentukan potensial di titik  $P$  yang dihasilkan oleh dipol listrik



Gambar 2.7 Hubungan antara  $r_1$ ,  $r_2$ , dan  $r$  pada sebuah dipol

Tampak bahwa

$$r_1 = r + \Delta r_1$$

$$r_2 = r - \Delta r_2$$

$$\Delta r_1 = \frac{d}{2} \cos \theta_1$$

$$\Delta r_2 = \frac{d}{2} \cos \theta_2$$

Jika jarak titik pengamatan sangat besar dibandingkan dengan  $d$  maka dapat didekati  $\theta_1 \approx \theta_2 \approx \theta$  sehingga

$$\Delta r_1 = \frac{d}{2} \cos \theta$$

$$\Delta r_2 = \frac{d}{2} \cos \theta$$

Potensial di titik P yang dihasilkan oleh muatan  $-q$  adalah

$$V_1 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_1}$$

Potensial di titik P yang dihasilkan oleh muatan  $+q$  adalah

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_2}$$

Potensial total di titik P akibat muatan  $-q$  dan  $+q$  menjadi

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 \\ &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_1} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_2} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{r_1}{r_1 r_2} - \frac{r_2}{r_1 r_2} \right) \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{[r + \Delta r_1] - [r - \Delta r_2]}{r_1 r_2} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{\Delta r_1 + \Delta r_2}{r_1 r_2} \right) \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{\frac{d}{2} \cos \theta + \frac{d}{2} \cos \theta}{r_1 r_2} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{d \cos \theta}{r_1 r_2} \right) \end{aligned}$$

Untuk jarak  $r$  yang sangat besar dibandingkan dengan  $d$ , kita dapat mengaproksimasi  $r_1 \times r_2 \approx r \times r = r^2$ . Dengan demikian,

$$V \cong \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{d \cos \theta}{r^2} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(qd) \cos \theta}{r^2}$$

Kita telah mendefinisikan momen dipol di Bab 1 sebagai  $\mu = qd$ . Dengan demikian, diperoleh bentuk potensial yang dihasilkan dipole

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mu}{r^2} \cos \theta \quad (2.8)$$

Momen dipol sebenarnya sebuah besaran vector dengan titik pangkal berada pada muatan negatif dan kepala berada pada muatan positif. Sudut  $\theta$  adalah sudut antara momen dipol dan vector posisi pengamatan. Tabel 2.1 adalah conothj momen dipol sejumlah molekul.

**Tabel 2.1 Momen dipol beberapa molekul**

Molekul	Momen dipol (C m)
Air $[H_2^{(+)}O^{(-)}]$	$6,1 \times 10^{-30}$
HCl $[H^{(+)}O^{(-)}]$	$3,4 \times 10^{-30}$
NH <sub>3</sub> $[N^{(-)}H_3^{(+)})]$	$5,0 \times 10^{-30}$
Grup CO $[C^{(+)}O^{(-)}]$	$8,0 \times 10^{-30}$
Grup NH $[N^{(-)}H^{(+)})]$	$3,0 \times 10^{-30}$

Contoh

Jarak antara karbon (+) dan oksigen (-) dalam grup CO adalah  $1,2 \times 10^{-10}$  m. Hitunglah (a) muatan q pada atom karbon dan atom oksigen, (b) potensial pada jarak  $9,0 \times 10^{-10}$  m dari dipol pada arah sejajar sumbu dengan oksigen merupakan atom terdekat titik pengamatan.

Jawab

a) Berdasarkan Tabel 1, momen dipol grup CO adalah  $\mu = 8,0 \times 10^{-30}$  C m

Dari soal diberikan  $d = 1,2 \times 10^{-10}$  m

Dengan demikian, muatan atom C adalah

$$q = + \frac{\mu}{d} = + \frac{8,0 \times 10^{-30}}{1,2 \times 10^{-12}} = + 6,7 \times 10^{-12} \text{ C}$$

Muatan atom O sama besar dengan muatan atom C, tetapi berlawanan tanda. Jadi muatan atom O adalah  $-6,7 \times 10^{-12}$  C

b) Jarak dipol ke titik pengamatan:  $r = 9,0 \times 10^{-10}$  m

Karena atom O (bermuatan negatif) berada pada jarak terdekat titik pengamatan, maka arah momen dipol menjauhi titik pengamatan. Akibatnya, sudut antara momen dipol dengan titik pengamatan adalah  $\theta = 180^\circ$ . Potensial yang dihasilkan dipol adalah

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mu}{r^2} \cos \theta = (9 \times 10^9) \frac{(8 \times 10^{-30})}{(9 \times 10^{-10})^2} \cos 180^\circ = -0,09 \text{ V}$$

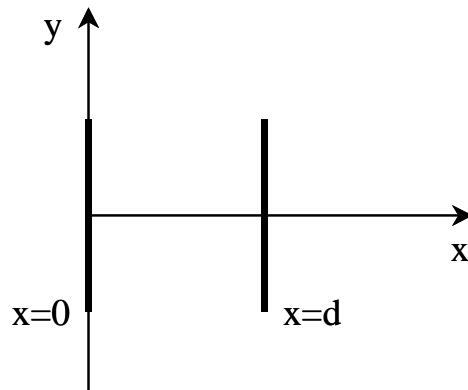
## 2.6 Potensial Listrik Pelat Sejajar

Kapasitor pelat sejajar memiliki pelat yang terpisah sejauh  $d$ . Rapat muatan pada pelat adalah  $\sigma$ . Kita akan menghitung beda potensial antara dua pelat.

Kita sudah belajar bahwa kuat medan listrik antara dua pelat adalah

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Kita tempatkan dua pelat pada sumbu kordinat sedemikian rupa sehingga pelat kiri berada pada posisi dengan  $x = 0$  dan pelat kanan berada pada posisi dengan  $x = d$ , seperti diilustrasikan dalam Gambar 2.8



Gambar 2.8 Posisi pelat sejajar dalam koordinat

Beda potensial antara dua pelat adalah

$$\Delta V = V - V_o = - \int_{x=0}^d E dx = - \int_{x=0}^d \frac{\sigma}{\epsilon_0} dx = - \frac{\sigma}{\epsilon_0} \int_{x=0}^d dx = - \frac{\sigma}{\epsilon_0} [x]_0^d = - \frac{\sigma d}{\epsilon_0} \quad (2.9)$$

## 2.7 Potensial Listrik Akibat Kehadiran Bahan Dielektrik

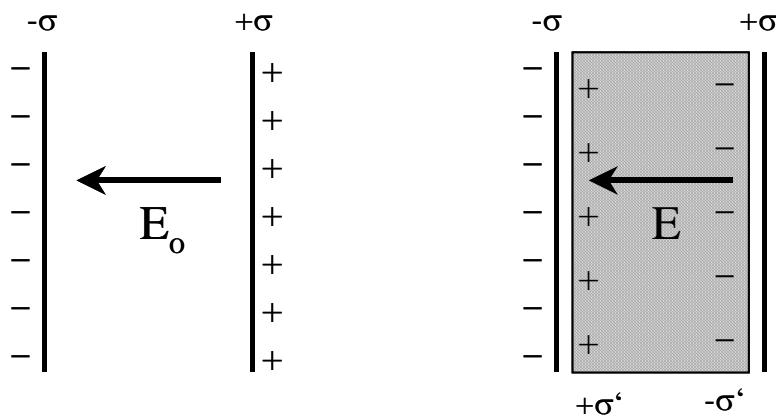
Kehadiran bahan dielektrik menyebabkan kuat medan yang dihasilkan muatan berubah. Akibatnya, potensial listrik di sekitar suatu muatan juga berubah. Untuk menentukan potensial listrik akibat kehadiran bahan dielektrik, kita dapat menggunakan rumus potensial tanpa bahan dielektrik dengan mengganti  $\epsilon_0$  dengan  $\kappa\epsilon_0$ , dengan  $\kappa$  adalah konstanta dielektrik bahan. Sebagai contoh, jika antara dua pelat sejajar dipasang bahan dielektrik, maka beda potensial antara dua pelat menjadi

$$\Delta V = -\frac{\sigma d}{\kappa \epsilon_0} \quad (2.10)$$

Potensial lirtsik di sekitar muatan titik yang ditempatkan dalam medium dengan konstanta dielektrik  $\kappa$  adalah

$$V = \frac{1}{4\pi\kappa\epsilon_0} \frac{Q}{r} \quad (2.11)$$

Pembenaran dari asumsi di atas sebagai berikut. Lihat Gambar 2.9.



Gambar 2.9 Menentukan efek bahan dielektrik pada potensial

Misalkan dua pelat sejajar mengandung rapat muatan  $\sigma$ . Jika tidak ada bahan dielektrik antara dua pelat maka kuat medan listrik antara dua pelat adalah

$$E_o = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Sekarang antara dua pelat kita sisipkan sebuah bahan dielektrik. Akibat adalanya medan listrik  $E$  maka terjadi polarisasi pada bahan sehingga secara efektif pada permukaan bahan yang berdekatan dengan electrode terbentuk muatan positif dan muatan negatif. Permukaan yang berdekatan dengan elektroda positif akan memiliki muatan negatif dan permukaan yang berdekatan dengan pelat negatif memiliki muatan positif. Misalkan rapat muatan pada permukaan bahan adalah  $\sigma'$ . Dengan demikian, rapat muatan efektif di dekat pelat menjadi  $\sigma - \sigma'$ . Dengan menggunakan hukum Gauss maka kuat medan antara dua pelat menjadi

$$E = \frac{\sigma - \sigma'}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{\sigma'}{\epsilon_0} = E_o - \frac{\sigma'}{\epsilon_0} \quad (2.12)$$

Berdasarkan pengamatan, rapat muatan yang dihasilkan di permukaan bahan dielektrik berbanding lurus dengan kuat medan dalam bahan dielektrik. Karena itu kita dapat menulis

$$\sigma' = \chi \epsilon_0 E \quad (2.13)$$

Dengan  $\chi$  adalah konstanta bahan yang dikenal dengan suszeptibilitas listrik bahan. Substitusi persamaan (2.13) ke dalam persamaan (2.12) diperoleh

$$E = E_o - \frac{\chi \epsilon_0 E}{\epsilon_0} = E_o - \chi E$$

atau

$$(1 + \chi)E = E_o$$

atau

$$E = \frac{E_o}{1 + \chi} = \frac{E_o}{\kappa} \quad (2.14)$$

dengan  $\kappa$  adalah konstanta yang dikenal dengan konstanta dielektrik. Tampak bahwa kuat medan listrik dalam bahan dielektrik sama dengan kuat medan listrik tanpa bahan dielektrik dibagi dengan konstanta dielektrik bahan. Mengesilnya kuat medan menyebabkan potensial listrik akibat pemasangan bahan dielektrik juga mengesil dengan faktor yang sama.

## 2.8 Teorema Usaha Energi

Dalam ruang dengan kuat medan listrik  $\vec{E}$ , sebuah muatan mengalami gaya listrik

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Kerja yang dilakukan gaya listrik untuk memindahkan muatan dari posisi  $\vec{r}_1$  ke posisi  $\vec{r}_2$  adalah

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \bullet d\vec{r} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} (q\vec{E}) \bullet d\vec{r} = q \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} \bullet d\vec{r} \quad (2.15)$$

Berdasarkan teorema usaha energi, kerja yang dilakukan gaya luar sama dengan perubahan

energi kinetik. Jadi,  $W$  dalam persamaan (2.15) dapat diganti dengan

$$W = K_2 - K_1 \quad (2.16)$$

Berdasarkan definisi potensial listrik, integral yang berada di ruas kanan persamaan (2.15) dapat diganti dengan

$$\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} \bullet d\vec{r} = - \left( \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} \bullet d\vec{r} \right) = -(V_2 - V_1)$$

Dengan demikian, persamaan (2.15) dapat ditulis menjadi

$$K_2 - K_1 = q \{-(V_2 - V_1)\} = qV_1 - qV_2$$

Tetapi,  $qV$  adalah energi potensial listrik,  $U$ . Selanjutnya kita dapat menulis

$$K_2 - K_1 = U_1 - U_2$$

atau

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \quad (2.17)$$

Hubungan (2.17) merupakan ungkapan hukum kekekalan energi mekanik bagi partikel yang bergerak dalam ruang yang mengandung medan listrik.

Contoh

Sebuah elektron lepas dari katoda menuju anoda dengan laju awal nol. Beda potensial antara anoda dan katoda adalah 100 kV. Berapa laju electron saat mencapai anoda? Muatan electron adalah  $-1,6 \times 10^{-19}$  C dan massanya  $9,1 \times 10^{-31}$  kg.

Jawab

Diberikan

$$V_1 = 0 \text{ sehingga } U_1 = qV_1 = (1,6 \times 10^{-19}) \times 0 = 0 \text{ J}$$

$$V_2 = 100 \text{ kV} = 10^5 \text{ V} \text{ sehingga } U_2 = qV_2 = (-1,6 \times 10^{-19}) \times 10^5 = -1,6 \times 10^{-14} \text{ J}$$

$$K_1 = 0$$

$$K_2 = (1/2)mv^2 = (1/2) \times 9,1 \times 10^{-31} \times v^2 = 4,55 \times 10^{-31} \times v^2$$

Dengan menggunakan hukum kekekalan energi mekanik maka

$$K_2 = K_1 + U_1 - U_2$$

$$4,55 \times 10^{-31} \times v^2 = 0 + 0 - (-1,6 \times 10^{-14})$$

atau

$$v^2 = \frac{1,6 \times 10^{-14}}{4,55 \times 10^{-31}} = 3,3 \times 10^{16}$$

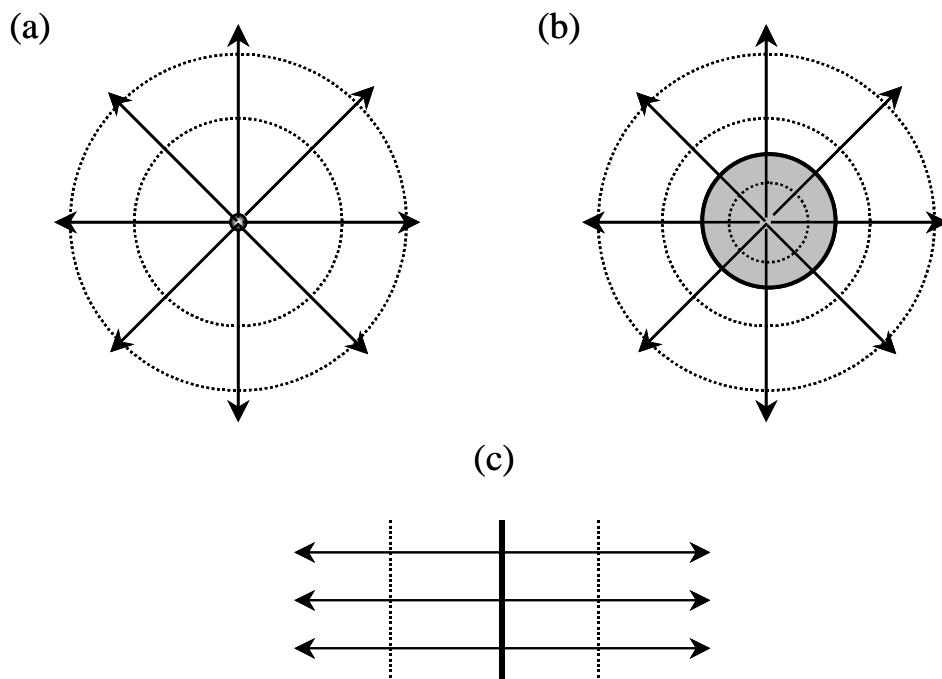
atau

$$v = 1,8 \times 10^8 \text{ m/s}$$

## 2.9 Bidang Equipotensial

Jika kita tempatkan sebuah muatan listrik dalam ruang, maka titik-titik di sekitar muatan memiliki potensial listrik tertentu. Besarnya potensial listrik bergantung pada jarak titik pengamatan ke muatan. Jika muatan yang kita tempatkan berbentuk titik maka potensial pada jarak  $r$  dari muatan memenuhi

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$



Gambar 2.10 Bidang ekipotensial yang dihasilkan oleh (a) muatan titik, (b) muatan bola, dan (c) pelat sejajar

Tampak bahwa titik-titik yang berjarak sama dari muatan memiliki potensial yang sama.

Titik-titik yang berjarak sama dari muatan berada pada permukaan bola dengan pusat muatan. Permukaan atau bidang yang memiliki potensial listrik yang sama dinamakan bidang ekipotensial.

Beberapa bentuk bidang ekipotensial dari benda yang bentuknya khusus sebagai berikut:

- i) Untuk muatan titik, bidang ekipotensial berupa kulit bola
- ii) Untuk muatan bola yang tersebar homogen, bidang ekipotensial juga berupa kulit bola
- iii) Untuk muatan yang tersebar homogen pada kawat atau silinder, bidang ekipotensial berupa kulit silinder
- iv) Untuk muatan yang tersebar pada pelat, bidang ekipotensial berupa bidang datar sejajar pelat

Ada satu yang menarik dari bidang ekipotensial yaitu selalu tegak lurus garis gaya listrik.

## 2.10 Satuan Elektronvolt

Salah satu satuan energi yang sering dipakai ketika membahas atom dan molekul adalah electron volt yang disingkat eV. Satu electron volt adalah energi yang dimiliki electron ketika berada pada potensial satu volt. Jadi

$$\begin{aligned}1 \text{ eV} &= \text{muatan electron} \times \text{satu volt} \\&= (1,6 \times 10^{-19}) \times 1 \text{ V} \\&= 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}\end{aligned}$$

Contoh 50.5

Energi yang diperlukan untuk melepaskan electron dari atom hydrogen disebut energi ionisasi atom hydrogen. Besar energi tersebut adalah 13,6 eV. Berapa besar energi tersebut dalam satuan SI (Joule)?

Jawab

$$13,6 \text{ eV} = 13,6 \times (1,6 \times 10^{-19}) = 2,18 \times 10^{-19} \text{ J}$$

## 2.11. Kapasitor

Apakah kamu pernah memencet tombol keyboard komputer? Jika kamu pencet tombol A maka di monitor komputer muncul huruf A. Mengapa hal itu terjadi? Jawabannya adalah karena tombol keyboard berfungsi sebagai kapasitor. Pemencetan tombol keyboard mengubah nilai kapasitansi tombol tersebut. Mikroprosesor dalam komputer mendeteksi perubahan nilai tersebut sehingga mengetahui tombol mana yang sedang dipencet. Akhirnya, huruf yang bersesuaian dengan tombol tersebut ditampilkan di layar.



Gambar 2.11 Contoh kapasitor

Pada bagian ini kita akan membahas prinsip kerja kapasitor dan berbagai macam kapasitor.

## 2.12 Kapasitansi Kapasitor

Apa sebenarnya kapasitor itu? Kapasitor adalah piranti elektronik yang dapat menyimpan muatan listrik. Kemampuan kapasitor menyimpan muatan listrik diungkapkan oleh besaran yang namanya kapasitansi. Makin besar kapasitansi sebuah kapasitor, maka makin besar pula muatan yang dapat disimpan kapasitor tersebut.

Jika sebuah kapasitor dapat menyimpan muatan  $Q$  ketika dihubungkan dengan beda potensial  $V$ , maka kapasitansi kapasitor tersebut diudefinisikan sebagai

$$C = \frac{Q}{V} \quad (2.18)$$

dengan  $Q$  : muatan yang disimpan kapasitor,  $V$  : beda potensial antara dua ujung kapasitor, dan  $C$  : kapasitansi kapasitor. Tampak bahwa satuan kapasitansi kapasitor adalah  $C/V$ . Satuan ini memiliki nama khusus, yaitu Farad yang disingkat F. Jadi

$$1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$$

Berbagai tipe kapasitor yang ada beserta jangkauan kapasitansi dan tegangan kerjanya tampak pada Tabel 2.2

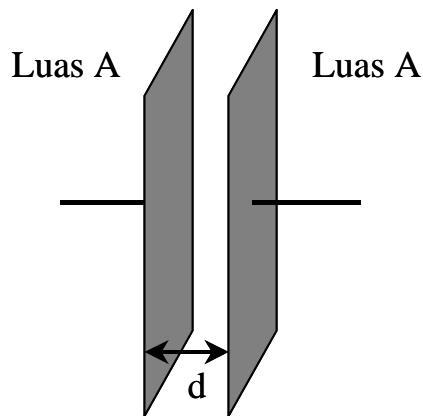
Tabel 2.2 Berbagai tipe kapasitor

Tipe	Jangkauan kapasitansi	Tegangan maksimum	Komentar
mika	1 pF – 10 nF	100 – 600 V	Sangat berguna digunakan pada daerah frekuensi radio
keramik	10 pF – 1 $\mu$ F	50 – 30 000 V	Kecil dan murah
polistiren	10 pF – 2,7 $\mu$ F	100 – 600 V	Kualitas tinggi, digunakan pada filter yang teliti
polikarbonat	100 pF – 30 $\mu$ F	50 – 800 V	Kualitas tinggi, ukuran kecil
tantalum	100 nF – 500 $\mu$ F	6 – 100 V	Kapasitansi tinggi
Elektrolit (aluminium)	100 nF – 2 F	3 – 600 V	Filer catu daya untuk meratakan tegangan

Selanjutnya kita akan bahas sejumlah kapasitor yang sederhana yang dapat ditentukan kapasitansi secara mudah.

### 2.13 Kapasitor Pelat Sejajar

Bentuk kapasitor yang paling sederhana adalah kapasitor pelat sejajar. Kapasitor ini terdiri dari dua pelat konduktor yang sejajar dan dipisahkan oleh sebuah lapisan isolator.



Gambar 2.12 Skema kapasitor pelat sejajar

Luas masing-masing pelat adalah A

Jarak antar pelat adalah  $d$

Kerapatan muatan listrik yang diberikan pada masing-masing pelat adalah  $+\sigma$  dan  $-\sigma$ . Maka muatan yang dikandung masing-masing pelat adalah

$$+Q = +\sigma A \quad (2.19)$$

dan

$$-Q = -\sigma A \quad (2.20)$$

Dalam keadaan demikian, kita katakana kapasitor menyimpan muatan  $Q$ . Jadi kapasitor menyimpan muatan  $Q$  jika salah satu pelat memiliki muatan  $-Q$  dan pelat lainnya memiliki muatan  $+Q$ .

Kita sudah bahas dalam Bab 1 bahwa kuat medan listrik antar dua pelat sejajar yang dipisahkan oleh udara atau vakum adalah

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

dengan  $\epsilon_0$  adalah permitivitas vakum. Dengan demikian, beda potensial antara dua pelat kapasitor adalah

$$V = E d = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d = \frac{(\sigma A) d}{\epsilon_0 A} = \frac{Q d}{\epsilon_0 A} \quad (2.21)$$

Dengan menggunakan persamaan (2.19) dan (2.21) kita dapatkan kapasitansi kapasitor pelat sejajar adalah

$$C = \frac{Q}{V} = \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad (2.22)$$

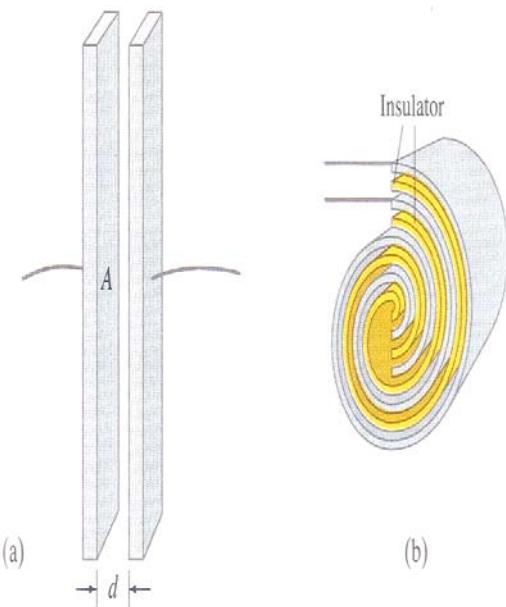
## 2.14 Memperbesar Kapasitansi Kapasitor

Berdasarkan persamaan (2.22), ada sejumlah cara untuk memperbesar kapasitansi sebuah kapasitor. Beberapa di antaranya sebagai berikut

### ***Memperbesar luas pelat.***

Agar ukuran kapasitor tidak terlalu besar, maka ke dua pelat dibatasi dengan lapisan tipis isolator seperti kertas, kemudian keduanya digulung secara bersama. Akhirnya kita

mendapatkan bodi kapasitor berbentuk silinder yang mengandung pelat yang cukup luas,



*Gambar 2.13 kapasitor pelat sejajar biasanya digulung untuk memperbesar luas pelat*

#### **Memperkecil jarak antar pelat**

Kapasitansi kapasitor dapat diperbesar dengan memperkecil jarak antar pelat. Tetapi pendekatan ini memiliki batas. Jika jarak antar dua pelat sangat kecil maka kuat medan listrik antar dua pelat menjadi sangat besar (ingat hubungan  $E = V/d$ ). Medan yang sangat besar dapat mengionisasi atom/molekul antar dua pelat sehingga bahan pembatas yang semula isolator dapat berubah menjadi konduktor. Ini berakibat mengalirnya muatan dari satu pelat ke pelat lain melalui lapisan pembatas tersebut. Dalam keadaan demikian kita katakan kapasitor bocor.

#### **Menggunakan bahan dielektrik**

Pendekatan yang lebih umum dipakai dalam meningkatkan kapasitansi kapasitor adalah menggunakan bahan dielektrik dengan konstanta dielektrik tinggi sebagai lapisan pemisah dua pelat. Dengan penggunaan bahan dielektrik ini maka kapasitansi kapasitor menjadi

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad (2.23)$$

dengan  $\kappa$  adalah konstanta dielektrik bahan.

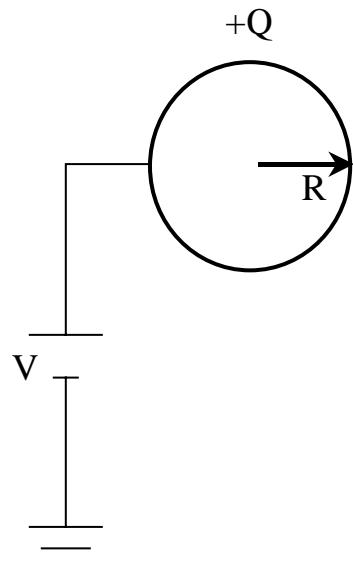
Sekarang telah ditemukan sejumlah bahan dengan konstanta dielektrik tinggi. Beberapa di antaranya tampak pada Tabel 2.3

Tabel 2.3 Konstanta dielektrik seumlah bahan

Bahan	Konstanta dielektrik
Vakum	1,0000
Udara (1 atm)	1,0006
Parafin	2,2
Karet keras	2,8
Plastik vinyl	2,8 – 4,5
Kertas	3 - 7
Kuarsa	4,3
Glas	4 - 7
Porselin	6 - 8
Mika	7
Etil Alkohol (etanol)	24
Air	80

## 2.15 Kapasitor Satu Bola Konduktor

Sebuah bola konduktor dapat juga berfungsi sebagai sebuah kapasitor. Lihat Gambar 2.14 berikut ini.



Gambar 2.14 Bola konduktor yang diberi potensial

Bola kobduktor yang berjari-jari  $R$  memiliki potensial  $V$  relatif terhadap tanah.

Telah dibahas di Bab 1 bahwa potensial di permukaan bola konduktor yang memiliki muatan

$Q$  adalah

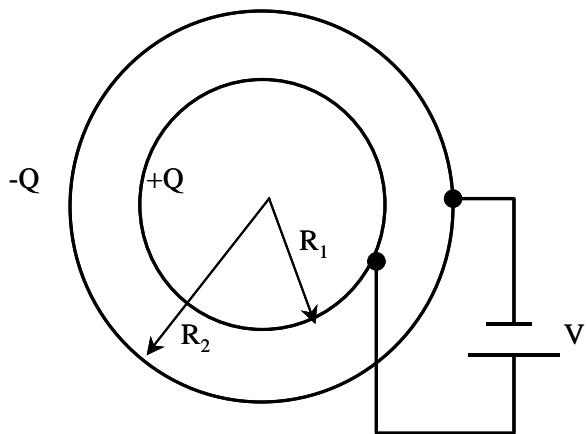
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$$

Berdasarkan definisi persamaan (2.22), kapasitansi bola konduktor menjadi

$$\begin{aligned} C &= \frac{Q}{V} \\ &= 4\pi\epsilon_0 R \end{aligned} \tag{2.24}$$

### 2.16 Kapasitansi Dua Bola Konduktor Konsentris

Sekarang kita perhatikan dua bola konduktor konsentris yang memiliki jari-jari  $R_1$  dan  $R_2$ , seperti diperlihatkan dalam Gbr 2.15



Gambar 2.15 Dua bola konsentris dipasang pada suatu beda potensial

Kedua bola dihubungkan dengan beda potensial  $V$ . Misalkan muatan masing-masing bola adalah  $+Q$  dan  $-Q$ . Kuat medan listrik antara dua bola hanya ditentukan oleh muatan bola  $R_1$ , yaitu

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

Dengan demikian, beda potensial antara dua bola memenuhi

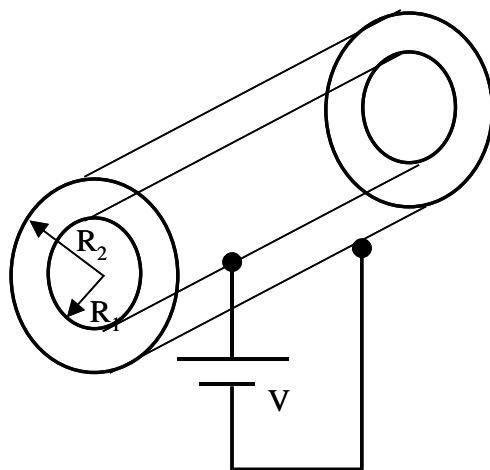
$$V = \int_{R_1}^{R_2} E dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[ -\frac{1}{r} \right]_{R_1}^{R_2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \tag{2.25}$$

Berdasarkan definisi kapasitansi, maka kapasitansi bola konsentris adalah

$$C = \frac{Q}{V} \\ = \frac{4\pi\epsilon_0}{(1/R_1 - 1/R_2)} \quad (2.26)$$

### 2.17 Kapasitor Dua Silinder Konsentris

Terakhir kita tinjau kapasitor yang berupa dua silinder konsentris yang sangat panjang. Skema kapasitor tampak pada Gbr 2.16



Gambar 2.16 Dua silinder konsentris dipasang pada suatu beda potensial

Silinder dalam memiliki jari-jari  $R_1$  dan silinder luar memiliki jari-jari  $R_2$ . Kuat medan listrik antar dua silinder hanya ditentukan oleh muatan silinder dalam, yaitu

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r} \quad (2.27)$$

dengan  $\lambda$  adalah rapat muatan per satuan panjang silinder. Beda potensial antara dua silinder adalah

$$V = \int_{R_1}^{R_2} E dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} [\ln r]_{R_1}^{R_2} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left( \frac{R_2}{R_1} \right) \quad (2.28)$$

Rapat muatan silinder memenuhi

$$\lambda = \frac{Q}{L} \quad (2.29)$$

dengan Q adalah muatan silinder dan L adalah panjang silinder. Jadi kita dapat menulis

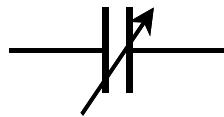
$$V = \frac{Q/L}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \quad (2.30)$$

Dengan menggunakan definisi kapasitansi diperoleh kapasitansi kapasitor silinder konsentris adalah

$$\begin{aligned} C &= \frac{Q}{V} \\ &= \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(R_2 / R_1)} \end{aligned} \quad (2.31)$$

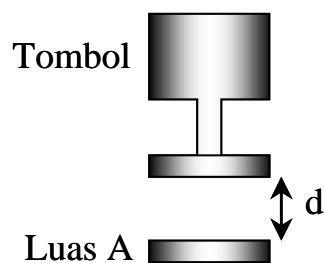
## 2.18 Kapasitor Variabel

Kapasitor variable atau varco (variable capacitor) adalah kapasitor yang dapat diubah-ubah kapasitansinya. Simbol kapasitor variable tampak pada Gambar 2.17.



Gambar 2.17 Simbol kapasitor variabel

Contoh kapasitor variable adalah keyboard komputer. Skema tombol keyboard komputer sebagai berikut.



Gambar 2.18 Skema tombol keyboard komputer

Ketika tombol tidak ditekan, jarak antar dua pelat adalah  $d_0$  sehingga kapasitansi kapasitor

adalah

$$C_o = \epsilon_o \frac{A}{d_o} \quad (2.32)$$

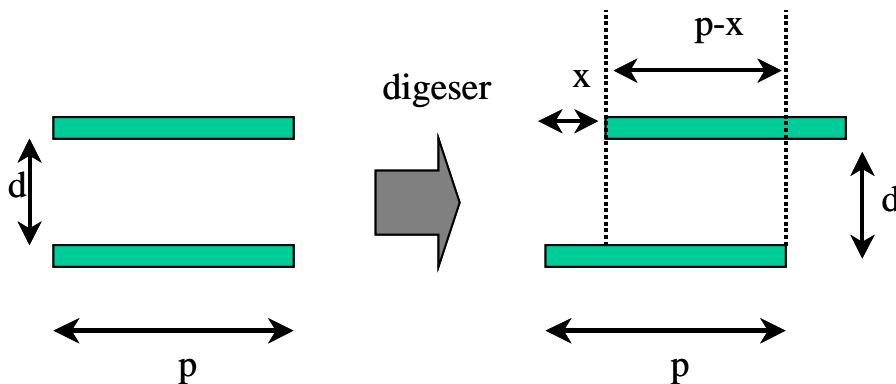
Tetapi, ketika tombol ditekan, jarak antar dua pelat menjadi lebih kecil  $d = d_o - \Delta d$ , dengan  $\Delta d$  adalah pergeseran pelat. Dengan demikian kapasitansi kapasitor menjadi

$$C = \epsilon_o \frac{A}{d} = \epsilon_o \frac{A}{d_o - \Delta d} \quad (2.33)$$

Maka perubahan nilai kapasitansi akibat pemencetan tombol adalah

$$\begin{aligned} \Delta C &= C - C_o \\ &= \epsilon_o \frac{A}{d_o - \Delta d} - \epsilon_o \frac{A}{d_o} = \epsilon_o \frac{A}{d_o - \Delta d} \frac{d_o}{d_o} - \epsilon_o \frac{A}{d_o} \frac{d_o - \Delta d}{d_o - \Delta d} \\ &= \epsilon_o \frac{Ad_o - A(d_o - \Delta d)}{d_o(d_o - \Delta d)} \\ &= -\epsilon_o \frac{A\Delta d}{d_o(d_o - \Delta d)} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Bentuk lain dari kapasitor variable adalah kapasitor geser. Posisi relatif pelat digeser sehingga penampang pelat yang berimpitan berubah.



Gambar 2.19 Kapasitor variable dengan cara penggeseran dua pelat

Misalkan panjang pelat adalah  $p$  dan lebarnya  $l$ . Luas pelat adalah  $A_o = pl$ . Kapasitansi kapasitor sebelum menggeser pelat adalah

$$C_o = \kappa\epsilon_o \frac{A_o}{d} = \kappa\epsilon_o \frac{pl}{d} \quad (2.35)$$

dengan  $\kappa$  adalah konstanta dielektrik antar dua pelat. Misalkan satu pelat digeser sejauh  $x$  maka panjang bagian pelat yang berimpit menjadi  $p-x$  sehingga luas pelat yang berimpit menjadi

$$A = (p-x)l \quad (2.36)$$

Kapasitansi kapasitor menjadi

$$C = \kappa\epsilon_o \frac{A}{d} = \kappa\epsilon_o \frac{(p-x)l}{d} = \kappa\epsilon_o \frac{pl}{d} - \kappa\epsilon_o \frac{lx}{d} \quad (2.37)$$

Perubahan kapasitansi akibat penggeseran adalah

$$\begin{aligned} \Delta C &= C - C_o \\ &= \left( \kappa\epsilon_o \frac{pl}{d} - \kappa\epsilon_o \frac{lx}{d} \right) - \kappa\epsilon_o \frac{pl}{d} \\ &= -\kappa\epsilon_o \frac{l}{d} x \end{aligned} \quad (2.38)$$

Tampak bahwa perubahan kapasitansi berbanding lurus dengan pergeseran dua pelat.

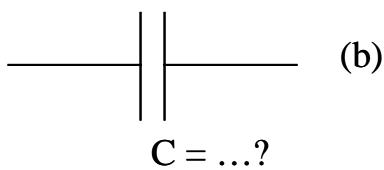
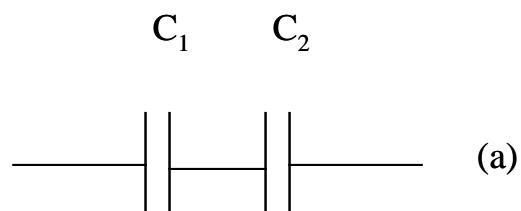
## 2.19 Rangkaian Kapasitor

Kapasitansi kapasitor yang dijual di pasaran tidak selalu sama dengan apa yang kita inginkan. Bagaimana cara mendapatkan kapasitansi yang diinginkan sementara di pasar tidak ada? Caranya adalah dengan merangkai sejumlah kapasitor. Rangkaian sejumlah kapasitor menghasilkan kapasitansi total yang berbeda dengan kapasitansi kapasitor-kapasitor awal.

Secara umum rangkaian kapasitor dapat dikelompokkan atas dua bagian besar, yaitu rangkaian seri dan parallel. Rangkaian-rangkaian kapasitor yang lain dapat dipandang sebagai kombinasi rangkaian seri dan parallel.

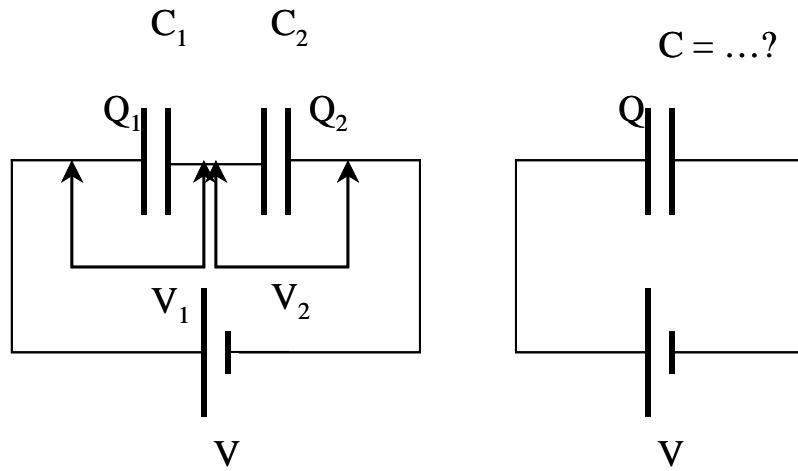
### a) Rangkaian Seri

Misalkan dua kapasitor C1 dan C2 dirangkaian secara seri seperti pada Gbr 2.20 berikut.



*Gambar 2.20 (a) Rangkaian seri kapasitor  $C_1$  dan  $C_2$  dan (b) adalah kapasitor pengganti (ekivalen)*

Berapakah kapasitansi pengganti dua kapasitor di atas? Untuk mengetahuinya, mari kita hubungkan rangkaian kapasitor dengan sumber tegangan  $V$  seperti ditunjukkan pada Gambar 2.21.



*Gambar 2.21 (a) Dua kapasitor seri dihubungkan ke sumber tegangan dan (b) kapasitor pengganti dihubungkan ke sumber tegangan yang sama besarnya*

Pada rangkaian yang disusun secara seri, muatan yang dikandung masing-masing kapasitor

sama besarnya. Jadi

$$Q_1 = Q_2 = Q \quad (2.39)$$

Jumlah tegangan pada dua kapasitor sama dengan tegangan total. Jadi

$$V = V_1 + V_2 \quad (2.40)$$

Tetapi, hubungan antara tegangan, kapasitansi, dan muatan memenuhi

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q}{C_1} \quad (2.41a)$$

$$V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q}{C_2} \quad (2.42b)$$

Untuk kapasitor pengganti dipenuhi

$$V = \frac{Q}{C} \quad (2.43)$$

Substitusi persaman (2.41a), (2.41b) dan (2.43) ke dalam persamaan (2.40) diperoleh

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

Akhirnya diperoleh

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (2.44)$$

Jika terdapat N kapasitor yang disusun secara seri seri maka kapasitansi total, C, memenuhi

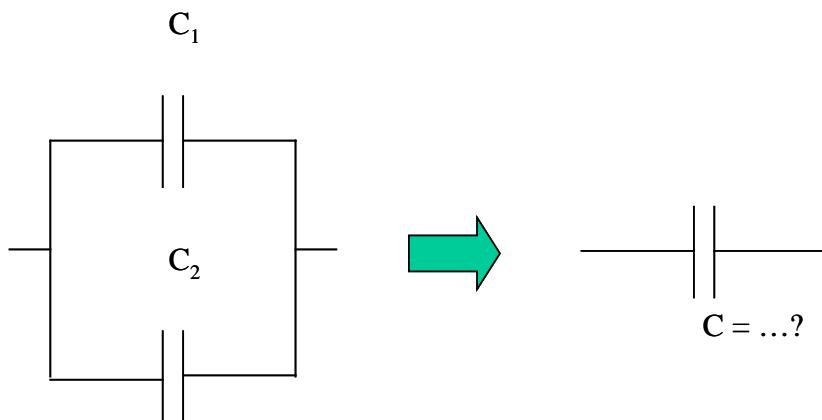
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_N} \quad (2.45a)$$

Penjumlahan di atas dapat disingkat menjadi

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i} \quad (2.45b)$$

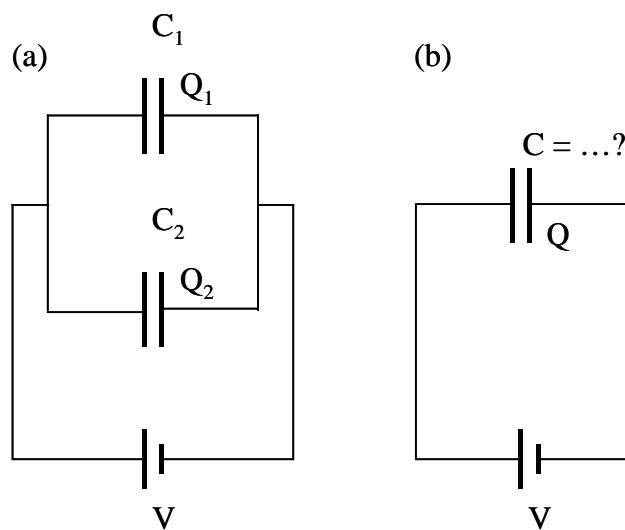
### b) Susunan Paralel

Susunan lain yang dapat diterapkan pada kapasitor adalah susunan parallel. Gambar 2.22 adalah susunan parallel dua kapasitor C1 dan C2



Gambar 2.22 Susunan parallel dua kapasitor

Kita ingin mencari kapasitor pengganti dua kapasitor parallel di atas. Untuk itu mari kita hubungkan dengan sebuah sumber tegangan seperti pada Gambar 2.23



Gambar 2.23 (a) Dua kapasitor paralel dihubungkan ke sumber tegangan dan (b) kapasitor pengganti dihubungkan ke sumber tegangan yang sama besarnya

Tegangan antara dua ujung kapasitor C<sub>1</sub> dan C<sub>2</sub> sama besarnya, yaitu V. Muatan total yang dikandung dua kapasitor sama dengan jumlah muatan masing-masing kapasitor, atau

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (2.46)$$

Tetapi

$$Q_1 = C_1 V \quad (2.47a)$$

$$Q_2 = C_2 V \quad (2.47b)$$

$$Q = CV \quad (2.47c)$$

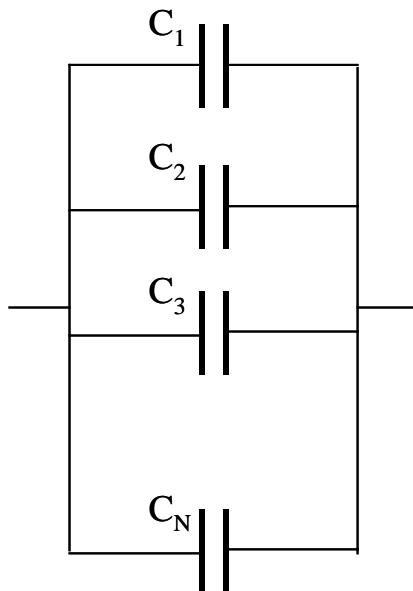
Substitusi persamaan (2.47a) – (2.47c) ke dalam persamaan (2.46) diperoleh

$$CV = C_1 V + C_2 V$$

atau

$$C = C_1 + C_2 \quad (2.48)$$

Jika terdapat N buah kapasitor yang disusun secara parallel, seperti pada Gambar 2.24, maka kapasitas total memenuhi



Gambar 2.24 Sununan parallel N buah kapasitor

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_N \quad (2.49a)$$

Penjumlahan di atas dapat disingkat menjadi

$$C = \sum_{i=1}^N C_i \quad (2.49b)$$

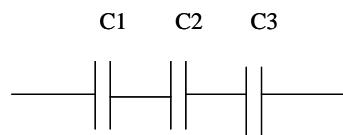
Contoh

- 1) Tiga buah kapasitor dengan kapasitansi sama, masing-masing 1 mF. Tulislah semua susunan yang mungkin bagi tiga kapasitor tersebut dan hitung kapasitansi pengganti masing-masing susunan tersebut.

Jawab

Diberikan  $C_1 = C_2 = C_3 = 1 \text{ mF}$ .

Susunan-susunan yang mungkin sebagai berikut:



Gambar 2.25

- a) Ke tiga kapasitor disusun secara seri, sehingga kapasitor pengganti,  $C$ , memenuhi

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 3$$

atau

$$C = 1/3 \text{ mF}$$

- b) Kapasitor  $C_2$  dan  $C_3$  diparalel kemudian diseri dengan  $C_1$ .

Susunan parallel  $C_2$  dan  $C_3$  menghasilkan kapasitansi total

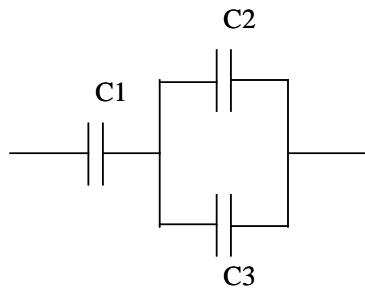
$$C' = C_2 + C_3 = 1 + 1 = 2 \text{ mF}$$

Susunan seri  $C_1$  dan  $C'$  menghasilkan kapasitansi total  $C$  yang memenuhi

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C'} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

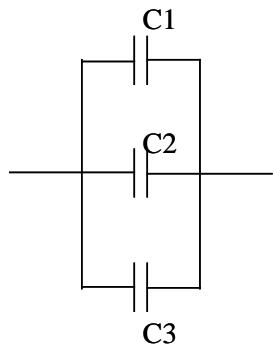
atau

$$C = 2/3 \text{ mF}$$



Gambar 2.26

c) Ke tiga kapasitor disusun secara parallel, sehingga kapasitansi total memenuhi



Gambar 2.27

$$C = C_1 + C_2 + C_3 = 1 + 1 + 1 = 3 \text{ mF}$$

d) Dua kapasitor disusun seri kemudian disusun parel dengan kapasitor ke tiga

Kapasitansi total C1 dan C2 yang disusun seri memenuhi

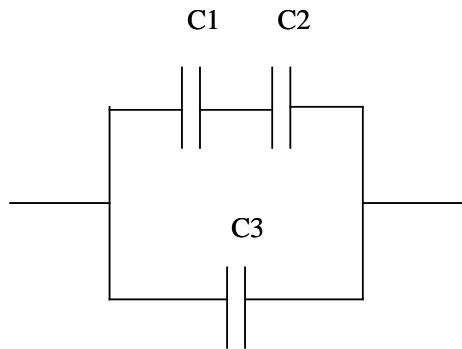
$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 2$$

atau

$$C' = 1/2 \text{ mF}$$

C' dan C3 disusun secara parallel sehingga menghasilkan kapasitansi total

$$C = C' + C_3 = 1/2 + 1 = 3/2 \text{ mF}$$

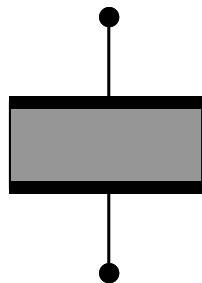


Gambar 2.28

Contoh

Bahan dengan konstanta dielektrik  $\kappa = 50$  ditempatkan di antara dua pelat logam sejajar yang terpisah sejauh 0,1 mm. Luas masing-masing pelat adalah 5 cm<sup>2</sup>. Tentukan kapasitansi kapasitor yang dihasilkan. Dan berapa kapasitansi jika bahan dielektrik dikeluarkan dari posisi antara dua pelat?

Jawab



Gambar 2.29 Kapasitor yang mengandung bahan dielektrik

Diberikan

$$A = 5 \text{ cm}^2 = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$d = 0,1 \text{ mm} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\kappa = 50$$

Kapasitansi yang dihasilkan

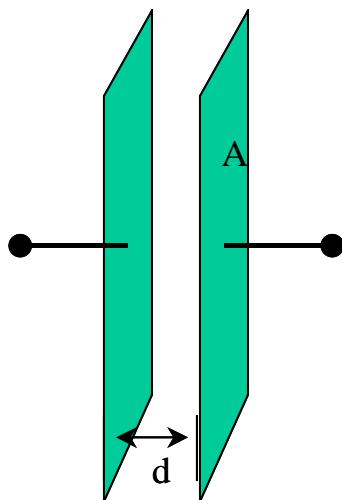
$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} = 50 \times (5,67 \times 10^{-12}) \frac{5 \times 10^{-4}}{1 \times 10^{-3}} = 1,42 \times 10^{-9} \text{ F} = 1,42 \text{ nF}$$

Jika bahan dielektrik dikeluarkan maka kapasitansi kapasitor menjadi

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = (5,67 \times 10^{-12}) \frac{5 \times 10^{-4}}{1 \times 10^{-4}} = 2,84 \times 10^{-11} = 28,4 \text{ pF}$$

## 2.20 Energi Yang Tersimpan Dalam Kapasitor

Kapasitor yang bermuatan dapat memberikan arus listrik pada komponen-komponen lain dalam rangkaian. Pemberian arus listrik bermakna pemberian energi, serupa dengan baterei dan aki yang dapat memberikan arus listrik dalam rangkaian. Dengan demikian, kapasitor yang bermuatan menyimpan sejumlah energi. Pada bagian berikut ini kita akan menghitung energi yang disimpan sebuah kapasitor. Untuk mudahnya, kita mengambil contoh kapasitor pelat sejajar.



Gambar 2.30 Kapasitor pelat sejajar beserta ukuran-ukurannya

Misalkan suatu saat kapasitor mengandung muatan  $q$  (belum penuh)

Beda potensial antar dua pelat kapasitor adalah  $v$ .

Maka terpenuhi hubungan:

$$v = \frac{q}{C} \quad (2.50)$$

Jika muatan listrik sebesar  $dq$  ditambahkan lagi pada kapasitor maka kerja yang diberikan pada kapasitor adalah

$$dW = vdq = \frac{1}{C} q dq \quad (2.51)$$

Dengan demikian, kerja total yang diberikan pada kapasitor untuk mengisi muatan kapasitor dari keadaan kosong ( $q = 0$ ) sampai bermuatan  $q = Q$  adalah

$$W = \int_0^Q dW = \int_0^Q \frac{1}{C} q dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad (2.52)$$

Kerja total yang diperlukan untuk mengisi kapasitor dengan muatan  $Q$  sama akan berubah menjadi energi yang tersimpan dalam kapasitor. Jadi, kapasitor yang memiliki muatan  $Q$  menyimpan energi sebesar

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad (2.53a)$$

Karena  $Q = CV$  maka dapat pula ditulis

$$U = \frac{1}{2} \frac{(CV)^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 \quad (2.53b)$$

Untuk kapasitor pelat sejajar, berlaku hubungan

$$V = Ed$$

dan

$$C = \kappa\epsilon_o \frac{A}{d}$$

Dengan demikian,

$$U = \frac{1}{2} \left( \kappa\epsilon_o \frac{A}{d} \right) (Ed)^2 = \frac{1}{2} \kappa\epsilon_o E^2 (Ad) = \frac{1}{2} \kappa\epsilon_o E^2 Vol$$

dengan  $Vol$  adalah volum ruang antar dua pelat (volum kapasitor).

Selanjutnya kita definisikan rapat energi yang tersimpan dalam kapasitor (= energi per satuan volum), yaitu

$$\begin{aligned} u &= \frac{U}{Vol} \\ &= \frac{1}{2} \kappa\epsilon_o E^2 \end{aligned} \quad (2.54)$$

Contoh

Dua buah kapasitor identik yang mula-mula belum bermuatan akan dihubungkan dengan baterei 10 V. Bila hanya salah satu kapasitor yang dihubungkan dengan baterei 10 V, energi yang tersimpan dalam kapasitor adalah  $U$ . Berapa energi yang akan tersimpan jika dua kapasitor tersebut dihubungkan secara seri dengan batarei.

Jawab

Jika hanya satu kapasitor yang digunakan maka energi yang disimpan dalam kapasitor adalah

$$U = \frac{1}{2}CV^2$$

Jika dua kapasitor disusun secara seri maka kapasitansi total memenuhi

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{2}{C}$$

atau

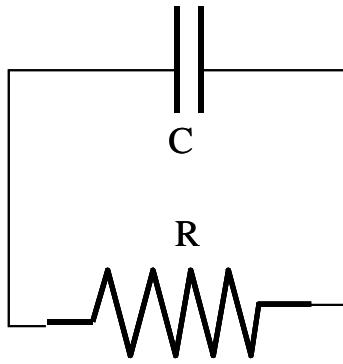
$$C_T = \frac{C}{2}$$

Energi yang tersimpan dalam kapasitor seri menjadi

$$U' = \frac{1}{2}C_T V^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{C}{2}\right)V^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}CV^2\right) = \frac{1}{4}CV^2$$

## 2.21 Pengosongan Kapasitor

Misalkan sebuah kapasitor yang berisi muatan dihubungkan secara seri dengan sebuah hambatan  $R$ . Maka muatan pada kapasitor akan mengalir melalui hambatan  $R$  sehingga lama-kelamaan muatan kapasitor makin kecil dan akhirnya habis. Peristiwa ini disebut pengosongan kapasitor (discharge). Bagaimana kebergantungan muatan kapasitor terhadap waktu selama proses pengosongan? Mari kita bahas di bagian ini



Gambar 2.31 Sebuah kapasitor dihubung seri dengan sebuah tahanan

Kita anggap suatu saat, arus yang mengalir adalah  $I$ . Setelah selang waktu  $\Delta t$  terjadi perubahan muatan kapasitor sebesar

$$\Delta q = -I \Delta t \quad (2.55)$$

Tanda minus menunjukkan bahwa muatan kapasitor berkurang (akibat pengosongan). Dengan menggunakan hukum Ohm  $I = V / R$  dan hubungan antara muatan dan tegangan kapasitor  $V = q / C$  maka dapat kita tulis

$$\Delta q = -\left(\frac{q}{RC}\right)\Delta t \quad (2.56)$$

Jika  $\Delta t$  diambil menuju nol ( $\Delta t \rightarrow 0$ ) maka kita dapat mengganti  $\Delta q \rightarrow dq$  dan  $\Delta t \rightarrow dt$ . Dengan demikian, persamaan (2.56) menjadi

$$dq = -\left(\frac{q}{RC}\right)dt \quad (2.57)$$

Misalkan pada saat  $t = 0$  muatan kapasitor adalah  $Q_0$  dan saat  $t$  sembarang muatan kapasitor adalah  $Q$ . Kita integralkan waktu dari 0 sampai  $t$  dan integralkan muatan dari  $Q_0$  sampai  $Q$ .

$$\int_{Q_0}^Q \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt$$

$$\ln q]_{Q_0}^Q = -\frac{1}{RC} t]_0^t$$

$$\ln \frac{Q}{Q_0} = -\frac{1}{RC} t$$

atau

$$\frac{Q}{Q_o} = \exp\left[-\frac{t}{RC}\right]$$

atau

$$Q = Q_o \exp\left[-\frac{t}{RC}\right] \quad (2.58)$$

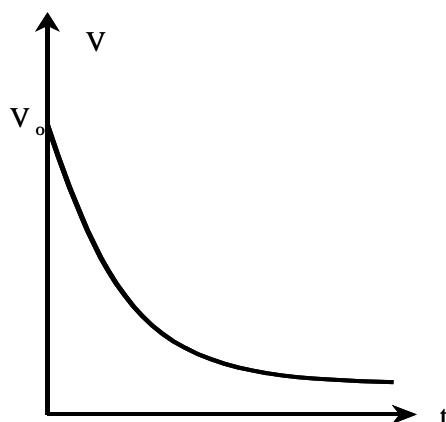
Dengan menggunakan hubungan  $Q = VC$  maka tegangan antara dua ujung kapasitor berubah menurut hubungan

$$VC = V_o C \exp\left[-\frac{t}{RC}\right]$$

atau

$$V = V_o \exp\left[-\frac{t}{RC}\right] \quad (2.59)$$

Gambar 2.32 adalah grafik pengosongan kapasitor, yaitu kebergantungan tegangan kapasitor terhadap waktu.

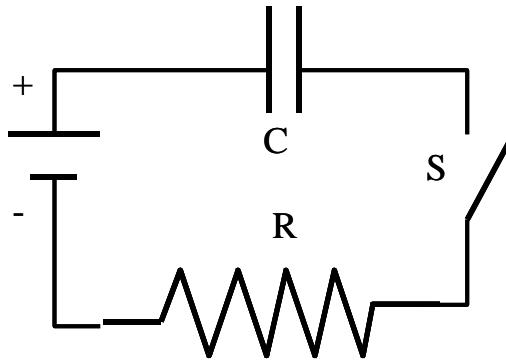


Gambar 2.32 Grafik pengosongan kapasitor

## 2.22 Pengisian Kapasitor

Sebaliknya kita akan mengkaji proses pengisian kapasitor. Kapasitor, tahanan, dan sumber tegangan dirangkaikan seperti pada Gbr. 2.33. Mula-mula kapasitor kosong dan saklar dalam keadaan tegangan. Tegangan antara dua kaki kapasitor nol. Pada saat  $t = 0$  saklar ditutup sehingga arus listrik mengalir dan kapasitor mulai terisi. Dengan demikian tegangan antara

dua ujung kapasitor makin meningkat. Bagaimana kebergantungan tegangan tersebut terhadap waktu? Mari kita analisis.



Gambar 2.33 Skema rangkaian pengisian kapasitor

Misalkan tegangan baterei yang dipasang adalah \$V\_o\$. Ketika saklar ditutup maka rangkaian pada Gbr. 2.33 menjadi rangkaian tertutup sehingga hubungan antara tegangan baterei, tegangan kapasitor dan tegangan pada hambatan adalah

$$V_o = V_{res} + V_{kap} \quad (2.60)$$

Tetapi

$$V_{res} = IR$$

$$V_{kap} = \frac{q}{C}$$

sehingga

$$V_o = IR + \frac{q}{C} \quad (2.61)$$

Lakukan diferensial terhadap waktu ruas kiri dan ruas kanan persamaan (2.61)

$$\frac{dV_o}{dt} = \frac{dI}{dt}R + \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} \quad (2.62)$$

Mengingat \$V\_o\$ konstan maka \$\frac{dV\_o}{dt} = 0\$ dan berdasarkan definisi, \$\frac{dq}{dt} = I\$. Dengan demikian, persamaan (2.62) dapat dituliskan

$$0 = \frac{dI}{dt} R + \frac{1}{C} I$$

atau

$$\frac{dI}{I} = -\frac{1}{RC} dt \quad (2.63)$$

Pada saat  $t = 0$  arus yang mengalir memiliki nilai maksimum,  $I_0$ . Kita lakukan integral di ruas kanan dari  $t = 0$  sampai  $t$  sembarang dan di ruas kiri dari  $I_0$  sampai  $I$  sembarang. Maka

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt$$

$$\ln I \Big|_{I_0}^I = -\frac{1}{RC} t$$

$$\ln \left( \frac{I}{I_0} \right) = -\frac{1}{RC} t$$

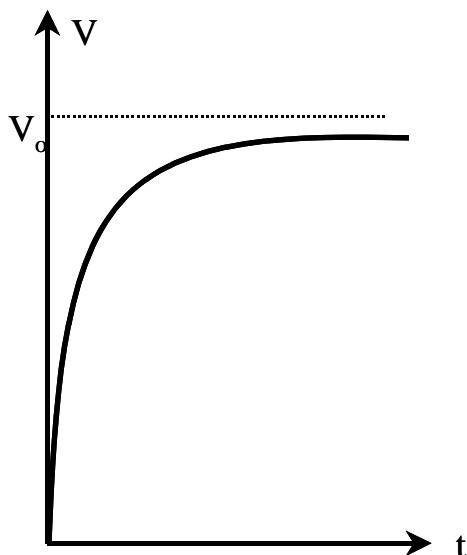
atau

$$I = I_0 e^{-t/RC} \quad (2.64)$$

Berdasarkan persamaan (2.60), tegangan antara dua ujung kapasitor memenuhi

$$\begin{aligned} V_{kap} &= V_o - V_{res} \\ &= V_o - IR \\ &= V_o - (I_0 e^{-t/RC})R = V_o - (I_0 R)e^{-t/RC} = V_o - V_o e^{-t/RC} \\ &= V_o (1 - e^{-t/RC}) \end{aligned} \quad (2.65)$$

Gambar 2.34 adalah grafik pengisian kapasitor, yaitu kebergantungan tegangan kapasitor terhadap waktu.



Gambar 2.34 Grafik pengisian kapasitor

### Soal dan Penyelesian

1) Dapatkan dua garis ekipotensial berpotongan?

Jawab

Tidak dapat. Jika dua garis ekipotensial berpotongan maka garis singgung ke dua garis tersebut di titik potong ada dua nilai. Karena medan listrik selalu tegak lurus garis singgung bidang ekipotensial, maka pada titik potong, medan listrik memiliki dua arah, masing-masing tegak lurus dengan kemiringan bidang ekipotensial. Karena ada dua arah yang berbeda maka titik potong dua garis memiliki dua nilai medan listrik. Dan ini tidak mungkin.

2) Jika dua titik berada pada potensial yang sama apakah ini berarti bahwa

- tidak ada kerja yang diperlukan untuk membawa muatan dari satu titik ke titik yang lain.
- Tidak ada gaya yang dikerjakan pada muatan saat dipindahkan?

Jawab

a) Ya. Jika dua titik memiliki potensial yang sama maka tidak ada kerja yang dilakukan untuk membawa muatan dari satu titik ke titik yang lain. Ini akibat sifat dari medan listrik yang konsepatif.

b) Tidak. Gaya mungkin saja dikerjakan. Bisa saja pada sebagian lintasan dilakukan gaya yang searah perpindahan dan pada sebagian lintasan yang lain dilakukan gaya yang berlawanan dengan arah perpindahan. Karena gaya tersebut tidak bergerak serentak maka gaya-gaya tersebut tidak saling menghilangkan.

3) Apakah ada titik antara dua muatan positif sehingga kuat medan listrik pada titik tersebut

nol? Di manakah letak titik tersebut?

Jawab

Ada. Karena dua muatan positif maka pada daerah antara dua muatan tersebut, ke dua muatan menghasilkan medan dalam arah berlawanan.

Misalkan jarak antara dua muatan R. Jarak muatan q1 ke titik di mana medan nol adalah r1, dan jarak muatan q2 ke titik di mana medan nol adalah r2 = R - r1. Titik tersebut memiliki medan nol jika

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_2^2}$$

$$\frac{q_1}{r_1^2} = \frac{q_2}{r_2^2}$$

$$\frac{\sqrt{q_1}}{r_1} = \frac{\sqrt{q_2}}{r_2}$$

$$r_2 \sqrt{q_1} = r_1 \sqrt{q_2}$$

$$(R - r_1) \sqrt{q_1} = r_1 \sqrt{q_2}$$

$$R \sqrt{q_1} = r_1 (\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2})$$

atau

$$r_1 = \frac{\sqrt{q_1}}{\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}} R$$

dan

$$r_2 = R - r_1 = \frac{\sqrt{q_2}}{\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}} R$$

4) Misalkan sebuah elektron dipercepat dalam beda potensial Vo. Akan menjadi berapa kalikan laju akhir elektron jika potensial pemercepat dijadikan tiga kali?

Jawab

Laju akhir elektron memenuhi

$$\frac{1}{2} mv^2 = eV$$

Dengan demikian

$$v^2 \propto V$$

atau

$$v \propto \sqrt{V}$$

Misalkan laju awal elektron  $v_0$  dan laju akhirnya  $v$ , maka

$$\frac{v}{v_0} = \frac{\sqrt{V}}{\sqrt{V_0}} = \sqrt{\frac{V}{V_0}} = \sqrt{3}$$

Jadi laju akhir elektron naik menjadi  $\sqrt{3}$  kali laju semula.

5) Jika potensial di suatu titik nol, apakah medan listrik juga nol?

Jawab

Tidak. Potensial adalah negatif gradien medan listrik. Meskipun di suatu titik, potensial listrik nol, bukan berarti gradien potensial nol.

Sebagai contoh adalah potensial pada titik tengah antara dua muatan yang sama besar tetapi berlawanan tanda adalah nol. Tetapi medan listrik pada titik tersebut adalah terbesar.

6) Berapa energi yang diperlukan untuk memindahkan proton dari titik dengan potensial  $+100\text{ V}$  ke titik dengan potensial  $-50\text{ V}$ . Nyatakan jawabannya dalam joule dan elektronvolt

Jawab

Muatan proton:  $q = +1,6 \times 10^{-19}\text{ C}$

Energi potensial proton mula-mula:  $U_1 = q V_1 = (+1,6 \times 10^{-19}) \times 100 = +1,6 \times 10^{-17}\text{ J}$ .

Energi potensial proton akhir:  $U_2 = q V_2 = (+1,6 \times 10^{-19}) \times (-50) = -8,0 \times 10^{-18}\text{ J}$

Misalkan laju proton di titik awal dan titik akhir nol (proton dipindahkan secara perlahan-lahan). Maka  $K_1 = 0$ ;  $K_2 = 0$ .

Dengan prinsip usaha energi, kerja yang dilakukan sama dengan perubahan energi mekanik proton, atau

$$W = EM_2 - EM_1$$

$$= (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

$$= (U_2 + 0) - (U_1 + 0)$$

$$= U_2 - U_1 = (-8,0 \times 10^{-18}) - (1,6 \times 10^{-17}) = -2,4 \times 10^{-17}\text{ J}$$

Karena  $1\text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19}\text{ J}$ , maka kerja yang dilakukan dalam satuan eV adalah  $-2,4 \times 10^{-17}/1,6 \times 10^{-19} = 150\text{ eV}$

- 7) Berapa peningkatan energi kinetik yang akan dialami electron ketika electron melewati beda potensial 21.000 V pada tabung TV (nyatakan dalam joule dan elektronvolt)

Jawab

Jika tidak ada kerja luar yang bekerja maka energi mekanik kekal, atau

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

Atau peningkatan energi kinetik electron

$$\Delta K = K_2 - K_1 = U_1 - U_2$$

$$= e V_1 - e V_2 = - e (V_2 - V_1) = - e \Delta V$$

$$= - (-1,6 \times 10^{-19}) \times 21.000 = 3,36 \times 10^{-15} \text{ J}$$

Bila dinyatakan dalam satuan eV maka pertambahan energi kinetik electron adalah  $3,36 \times 10^{-15} / 1,6 \times 10^{-19} = 21.000 \text{ eV} = 21 \text{ keV}$

- 8) Sebuah bola dibuat dari logam penghantar, di dalamnya berongga. Jari-jari dalam dan jari-jari luar bola tersebut masing-masing 9,8 cm dan 10 cm. Bola tersebut diberi potensial sebesar 1200 Volt. Hitunglah potensial di titik-titik:

a. yang berjarak  $r = 12 \text{ cm}$  dari pusat bola

b. yang berjarak  $r = 3 \text{ cm}$  dari pusat bola

Jawab

a) Misalkan muatan bola  $Q$ . Potensial listrik di luar bola memenuhi rumus

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

Potensial di permukaan bola memenuhi

$$V(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$$

Dengan demikian

$$\frac{V}{V(R)} = \frac{(1/4\pi\epsilon_0)Q/r}{(1/4\pi\epsilon_0)Q/R} = \frac{R}{r}$$

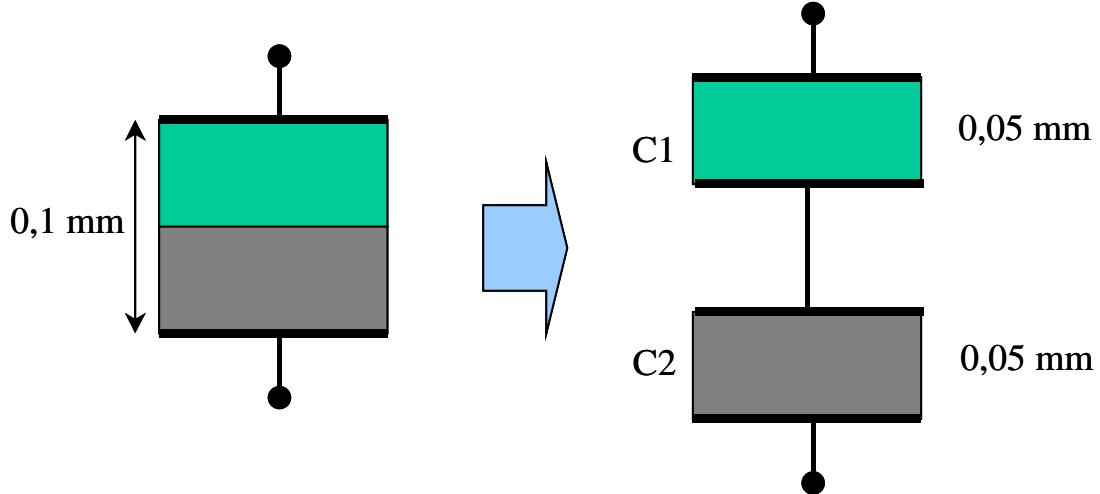
atau

$$V = \frac{R}{r} V(R) = \frac{10}{12} \times 1200 = 1000 \text{ V}$$

- b) Karena tidak terdapat muatan listrik dalam rongga bola, maka dengan menggunakan hukum Gauss, kuat medan listrik dalam rongga bola nol. Karena kuat medan listrik dalam rongga bola nol maka potensial listrik dalam rongga bola persis sama dengan potensial listrik kulit bola (kuat medan listrik nol berarti potensial bernilai konstan). Dengan demikian, potensial listrik dalam rongga bola 1200 V.

9) Dua pelat sejajar dengan luas penampang masing-masing  $0,05 \text{ m}^2$  dipisahkan sejauh  $0,1 \text{ mm}$ . Di antara dua pelat diselipkan dua bahan dielektrik dengan ketebalan sama masing-masing dengan konstanta dielektrik  $\kappa_1 = 100$  dan  $\kappa_2 = 150$ . Tentukan kapasitansi yang dihasilkan.

Jawab



Gambar 2.35

Susunan di sebelah kiri dapat dipandang sebagai dua buah kapasitor yang disusun secara seri seperti pada gambar di sebelah kanan

Pertama kali kita hitung  $C_1$  dan  $C_2$  kemudian menghitung kapasitansi total. Berdasarkan gambar 51.25 kita dapatkan

$$C_1 = \kappa_1 \epsilon_0 \frac{A}{d} = 100 \times (5,67 \times 10^{-12}) \frac{0,05}{5 \times 10^{-5}} = 5,67 \times 10^{-7} = 567 \text{ nF}$$

$$C_2 = \kappa_2 \epsilon_0 \frac{A}{d} = 150 \times (5,67 \times 10^{-12}) \frac{0,05}{5 \times 10^{-5}} = 8,51 \times 10^{-7} = 851 \text{ nF}$$

Karena  $C_1$  dan  $C_2$  disusun secara seri maka kapasitansi total memenuhi

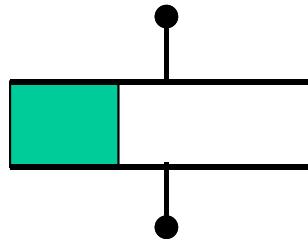
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{567} + \frac{1}{851} = 0,002939$$

atau

$$C = 1/0,002939 = 340 \text{ nF}$$

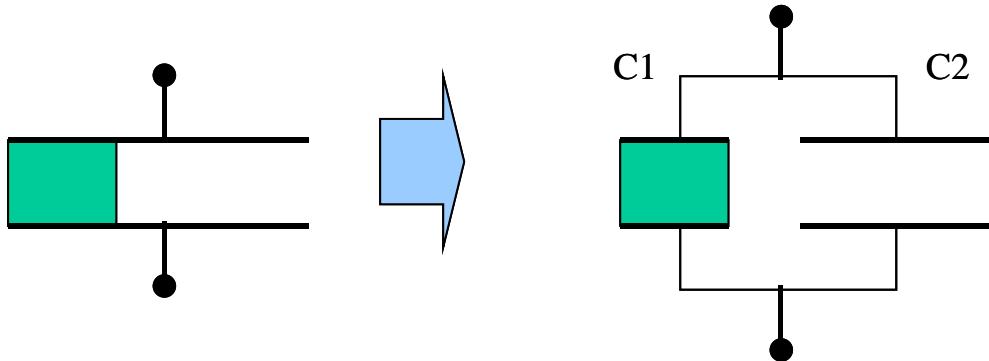
10) Hitunglah kapasitansi kapasitor dengan susunan berikut ini. Diketahui lebar pelat adalah 3

cm dan panjangnya 20 cm. Jarak antar pelat adalah 0,01 mm. Sepertiga bagian lebar pelat diisi dengan bahan dielektrik dengan konstanta dielektrik  $\kappa = 200$  dan sisanya berisi udara. Berapa konstanta dielektrik kapasitor?



Gbr. 2.36

Jawab



Gambar 2.37

Susunan di bagian kiri dapat dipandang sebagai susunan parallel dua buah kapasitor seperti pada gambar di sebelah kanan

Informasi yang diberikan

$$d = 0,01 \text{ mm} = 1 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$p_1 = p_2 = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

$$\ell_1 = 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$$

$$\ell_1 = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$$

$$\kappa_1 = 200$$

$$\kappa_2 = 1 \text{ (karena udara)}$$

Pertama kita hitung C1 dan C2

$$C_1 = \kappa_1 \epsilon_0 \frac{A}{d} = \kappa_1 \epsilon_0 \frac{p_1 \times \ell_1}{d} = 200 \times (5,67 \times 10^{-12}) \frac{0,2 \times 0,01}{1 \times 10^{-5}} = 2,268 \times 10^{-7} = 226,8 \text{ nF}$$

$$C_2 = \kappa_2 \epsilon_o \frac{A}{d} = \kappa_2 \epsilon_o \frac{p_2 \times \ell_2}{d} = 1 \times (5,67 \times 10^{-12}) \frac{0,2 \times 0,02}{1 \times 10^{-5}} = 2,268 \times 10^{-9} = 2,268 \text{ nF}$$

Karena ke dua kapasitor disusun secara parallel maka kapasitansi total adalah

$$C = C_1 + C_2 = 226,8 \text{ nF} + 2,268 \text{ nF} = 229 \text{ nF}$$

11) Sebanyak  $n$  buah kapasitor disusun secara parallel. Kapasitor pertama memiliki kapasitansi  $C_o$ , kapasitor kedua memiliki kapasitansi  $C_o/2$ , kapasitor ketiga memiliki kapasitansi  $C_o/4$ , kapasitor keempat memiliki kapasitansi  $C_o/8$ , dan seterusnya. Berapa kapasitansi total? Berapa kapasitansi total jika  $n \rightarrow \infty$  ?

Jawab

Karena disusun secara parallel maka kapasitansi total memenuhi

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

$$= C_o + \frac{C_o}{2} + \frac{C_o}{4} + \frac{C_o}{8} + \dots + \frac{C_o}{2^{n-1}} = C_o \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \right)$$

Bagian dalam tanda kurung merupakan deret geometri dengan

Suku awal:  $a = 1$

Pengali:  $r = 1/2$

Indeks suku terakhir:  $N = n-1$

Jumlah suku-suku deret geometri tersebut memenuhi rumus

$$S = a \frac{1 - r^{N+1}}{1 - r} = a \frac{1 - r^n}{1 - r} = 1 \times \frac{1 - (1/2)^n}{1 - (1/2)} = 2 \left( 1 - \frac{1}{2^n} \right)$$

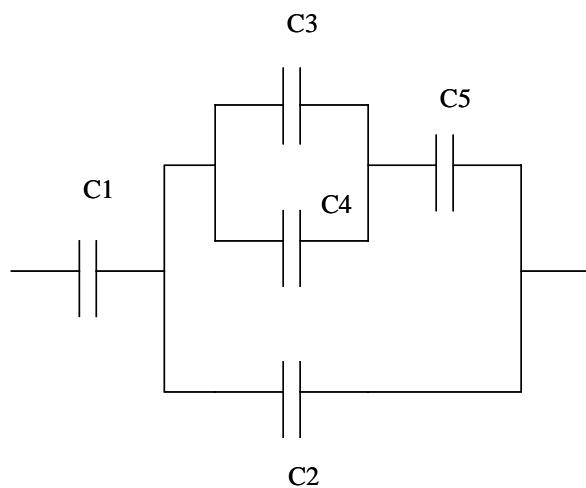
Jadi

$$C = C_o S = C_o \times 2 \left( 1 - \frac{1}{2^n} \right) = 2C_o \left( 1 - \frac{1}{2^n} \right)$$

Jika  $n \rightarrow \infty$  maka

$$C = 2C_o \left( 1 - \frac{1}{2^\infty} \right) = 2C_o (1 - 0) = 2C_o$$

12) Tentukan kapasitansi total dari rangkaian kapasitor pada Gbr. 2.38



Gambar 2.38

Nilai kapasitansi masing-masing kapasitor adalah  $C_1 = 1 \text{ nF}$ ,  $C_2 = 2 \text{ nF}$ ,  $C_3 = 4 \text{ nF}$ ,  $C_4 = 4 \text{ nF}$ , dan  $C_5 = 8 \text{ nF}$ .

Jawab

$C_3$  dan  $C_4$  disusun secara parallel sehingga kapasitansi total memenuhi

$$C_3' = C_3 + C_4 = 4 + 4 = 8 \text{ nF}$$

$C_3'$  dan  $C_5$  disusun secara seri sehingga kapasitansi total memenuhi

$$\frac{1}{C_5'} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_5} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$$

atau

$$C_5' = 4 \text{ nF}$$

$C_5'$  dan  $C_2$  disusun secara parallel sehingga kapasitansi total adalah

$$C_2' = C_2 + C_5' = 2 + 4 = 6 \text{ nF}$$

$C_2'$  dan  $C_1$  disusun secara seri sehingga kapasitansi total memenuhi

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_2'} + \frac{1}{C_1} = \frac{1}{6} + \frac{1}{1} = \frac{1}{6} + \frac{6}{6} = \frac{7}{6}$$

atau

$$C = 6/7 \text{ nF}$$

- 13) Jika dimensi plat kapasitor dijadikan setengah dan jarak antar pelat juga dijadikan setengah juga, berapa nilai kapasitansi baru dibandingkan dengan kapasitansi lama?

Jawab

Kapasitansi mula-mula adalah

$$C_o = \kappa\epsilon_o \frac{A_o}{d_o} = \kappa\epsilon_o \frac{p_o \ell_o}{d_o}$$

Jika  $p_o \rightarrow p = p_o/2$ ,  $\ell_o \rightarrow \ell = \ell_o/2$ , dan  $d_o \rightarrow d = d_o/2$ , maka kapasitansi baru adalah

$$C = \kappa\epsilon_o \frac{p\ell}{d} = \kappa\epsilon_o \frac{(p_o/2)(\ell_o/2)}{(d_o/2)} = \frac{1}{2} \kappa\epsilon_o \frac{p_o \ell_o}{d_o} = \frac{1}{2} C_o$$

- 14) Sebuah kapasitor diisi dengan baterei 6 V melalui sebuah hambatan  $100 \text{ k}\Omega$ . (a) Berapa arus mula-mula? (b) Setelah berlangsung beberapa lama, arus yang mengalir adalah  $30 \mu\text{A}$ , berapa beda potensial antara dua ujung hambatan dan antara dua ujung kapasitor?

Jawab

- a) Arus mula-mula yang mengalir adalah

$$I_o = \frac{V}{R} = \frac{6}{100000} = 6 \times 10^{-5} \text{ A} = 60 \mu\text{A}$$

- b) Ketika arus telah menjadi  $30 \mu\text{A}$  maka

Beda potensial antara dua ujung hambatan adalah

$$V_{res} = IR = (30 \times 10^{-6}) \times 10^5 = 3 \text{ V}$$

Beda potensial antara dua ujung kapasitor

$$V_{kap} = V_o - V_{res} = 6 - 3 = 3 \text{ V}$$

## Soal Latihan

- 1) Medan listrik sebesar  $640 \text{ V/m}$  ingin dibangkitkan antara dua pelat sejajar yang terpisah sejauh  $11,0 \text{ mm}$ . Berapa besar beda potensial yang harus diterapkan antara dua pelat?
- 2) Dua pelat sejajar dihubungkan dengan sumber tegangan  $100 \text{ V}$  dan dipisahkan oleh udara. Berapa jarak terkecil dua pelat agar udara tidak melampaui medan breakdown sebesar  $3 \times 10^6 \text{ V/m}$ ?
- 3) Berapa laju electron yang memiliki energi a)  $750 \text{ eV}$  dan b)  $4,5 \text{ keV}$ ?
- 4) Sebuah partikel alfa (yaitu inti atom helium dengan  $Q = 2e$  dan  $m = 6,64 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ) dipancarkan pada proses peluruhan radioaktif dengan energi kinetik  $5,53 \text{ MeV}$ . Berapa laju partikel tersebut?
- 5) Kerja yang dilakukan gaya luar untuk memindahkan partikel bermuatan  $-7,50 \mu\text{C}$  dari titik A ke titik B adalah  $2,5 \times 10^{-3} \text{ J}$ . Jika mula-mula muatan tersebut dalam keadaan diam dan akhirnya memiliki energi kinetik  $4,82 \times 10^{-4} \text{ J}$  ketika mencapai B, berapa beda potensial antara A dan B?
- 6) Berapa potensial listrik pada tempat yang berjarak  $25,0 \text{ cm}$  dari muatan titik  $6,00 \mu\text{C}$ ?
- 7) Gambarkan garis ekipotensial di sekitar dua titik muatan berlawanan tanda yang didekatkan. Besar muatan positif dua kali muatan negatif.
- 8) Tiga muatan positif ditempatkan pada totok-titik sudut segi tiga sama sisi. Besar muatan tersebut semuanya sama yaitu  $10 \mu\text{C}$ . Panjang sisi segitiga adalah  $10 \text{ cm}$ . (a) Tentukan kuat medan listrik dan potensial listrik di pusat segitiga. (b) Tentukan juga usaha yang diperlukan untuk membawa muatan  $-2\mu\text{C}$  dari posisi tak berhingga ke titik di tengah-tengah segitiga.
- 9) Muatan titik masing-masing  $q$  disebar secara merata sepanjang lengkungan yang berupa keliling lingkaran dengan jari-jari  $a \text{ cm}$ . Jumlah muatan yang disebar adalah  $N$ . (a) Berapakah potensial listrik pada titik di sumbu lingkaran yang lokasinya berjarak  $b$  dari pusat lingkaran? (b) Berapa potensial tersebut jika  $N$  menuju tak berhingga.
- 10) Sebuah elektron yang mula-mula diam dipercepat antara dua elektroda yang dipasang pada beda potensial  $V$ . Jika jarak antara dua elektroda diubah tetapi tetap mempertahankan beda potensialnya, apakah laju elektron ketika sampai anoda berubah? Jelaskan.
- 11) Sebuah elektron yang mula-mula diam dipercepat antara dua elektroda yang dipasang pada beda potensial  $V$ . (a) Tentukan laju elektron sebagai fungsi jarak dari katoda (elektroda tempat elektron mulai bergerak). (b) berapa panjang minimum gelombang sinar-X yang dihasilkan elektron ketika menumbuk anoda?
- 12) Hitunglah kapasitansi pasangan pelat yang ukurannya  $0,1 \text{ m}$  kali  $0,1 \text{ m}$  dan dipisahkan sejauh  $5 \text{ mm}$  oleh lapisan udara.
- 13) Dua pelat masing-masing menyimpan muatan  $+2500 \mu\text{C}$  dan  $-2500 \mu\text{C}$  jika diberi beda potensial  $900 \text{ V}$ . Berapakah kapasitansi dua pelat tersebut?
- 14) Beda potensial antara dua kawat sejajar di udara adalah  $120 \text{ V}$ . Kedua kawat menyimpan muatan yang sama besar tetapi berlawanan tanda sebesar  $96 \text{ pC}$ . Berapakah kapasitansi

dua kawat tersebut?

- 15) Kapasitor dengan kapasitansi  $7500 \text{ pF}$  mengandung muatan  $16,5 \times 10^{-8} \text{ C}$ . Berapa beda tegangan antara dua ujung kapasitor?
- 16) Berapa jumlah muatan yang mengalir dari baterei  $12 \text{ V}$  jika dihubungkan dengan kapasitor dengan kapasitansi  $9,0 \mu\text{F}$ ?
- 17) Temanmu ingin membuat kapsitor dengan kapasitansi  $0,2 \text{ F}$ . Berapa luas masing-masing pelat jika kedua pelat tersebut jika terpisah sejauh  $2,2 \text{ mm}$  oleh udara?
- 18) Berapa kapasitansi kapasitor yang mengandung pelat lingkaran jang berjari-jari  $5,0 \text{ cm}$  dan dipisahkan sejauh  $3,2 \text{ mm}$  oleh mika? Konstanta dielektrik mika adalah  $7$ .
- 19) Jika kapasitor pelat sejajar memiliki muatan  $4,2 \mu\text{C}$  dan medan listrik sebesar  $2,0 \text{ kV/m}$  harus dihasilkan jika jarak antara dua pelat adalah  $4,0 \text{ mm}$  dan mediaum antara dua pelat adalah udara, berapakah luas masing-masing pelat?
- 20) Berapa kuat medan listrik antara dua pelat kapasitor  $0,80 \mu\text{F}$  yang ruang antara dua pelat adalah udara setebal  $2,0 \text{ mm}$  dan masing-masing pelat mengandung muatan  $72 \mu\text{C}$ ?
- 21) Kuat medan listrik antara dua pelat kapasitor yang dipisahkan oleh bahan dielektrik dengan  $\kappa = 3,75$  adalah  $9,21 \times 10^4 \text{ V/m}$ . Ke dua pelat terpisah sejauh  $1,95 \text{ mm}$  dan masing-masing mengandung muatan  $0,775 \mu\text{C}$ . Tentukan kapasitansi kapasitor ini dan luas masing-masing pelat
- 22) Kapasitor sebesar  $7,7 \mu\text{F}$  dihubungkan dengan tegangan  $125 \text{ V}$  hingga muatan terisi penuh. Sumber tegangan kemudian dihilangkan dan kapasitor tersebut dihubungkan dengan kapasitor lain yang masih kosong dan diamati tegangan pada kapasitor pertama turun menjadi  $15 \text{ V}$ . berapakah kapasitansi kapasitor kedua?
- 23) Kapasitor  $2,50 \mu\text{F}$  diberi muatan dengan tegangan  $1000 \text{ V}$  dan kapasitor  $6,80 \mu\text{F}$  diberi muatan dengan tegangan  $650 \text{ V}$ . Ke dua kapasitor kemudian masing-masing diputus hubungannya dengan baterei dan kutub positif masing-masing kapasitor dihubungkan dan kutub negatif masing-masing juga dihubungkan.
- 24) Tegangan  $550 \text{ V}$  dikenakan pada kapasitor  $7200 \text{ pF}$ . Berapa jumlah energi yang tersimpan?
- 25) Bagaimana perubahan energi yang tersimpan dalam kapasitor jika
  - (a) beda potensial dijadikan dua kali
  - (b) muatan pada masing-masing pelat dijadikan dua kali
  - (c) jarak antar dua pelat dijadikan dua kali namun kapasitor tetap dihubungkan dengan baterei
- 26) Sebuah kapasitor pelat sejajar menyimpan muatan  $Q$ . Jika jarak antar dua pelat dijadikan setengah dan di antara dua pelat dimasukkan bahan dielektrik dengan konstanta  $\kappa$  sebagai pengganti udara, berapa kali energi yang tersimpan dalam kapasitor berubah? Bagaimana perbandingan medan listrik dalam kapasitor sebelum dan sesudah dimasukkan bahan dielektrik?

27) Kapasitor  $2,7 \mu\text{F}$  dihubungkan dengan baterei  $45,0 \text{ V}$ . Kapasitor kemudian dilepaskan dari baterei dan kemudian dihubungkan dengan kapasitor  $4,0 \mu\text{F}$  yang tidak bermuatan. Tentukan energi total yang tersimpan (a) sebelum kapasitor dihubungkan (b) setelah kapasitor dihubungkan.

## Bab 3

### Listrik Arus Searah

Pada bab ini kita akan mempelajari arus searah dan rangkaian arus searah. Arus bolak-balik dan rangkaian arus bolak-balik akan dipelajari di bab 8 setelah kita mempelajari induksi elektromagnetik. Ini karena ada hubungan kuat antara arus bolak-balik dengan induksi elektromagnetik.

#### 3.1 Arus Listrik

Arus listrik adalah aliran muatan listrik. Jika dalam selang waktu  $\Delta t$  jumlah muatan listrik yang mengalir adalah  $\Delta Q$ , maka besarnya arus listrik didefinisikan sebagai

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (3.1)$$

Satuan muatan listrik adalah Coulomb dan disingkat C dan Satuan arus listrik adalah Ampere, yang disingkat A.

Muatan listrik dapat mengalir dari satu tempat ke tempat lain karena adanya beda potensial. Tempat yang memiliki potensial tinggi melepaskan muatan ke tempat yang memiliki potensial rendah. Besarnya arus yang mengalir berbanding lurus dengan beda potensial antara dua tempat, atau  $I \propto V$ . Kesebandingan di atas selanjutnya dapat dituliskan

$$I = \frac{1}{R}V \quad (3.2)$$

dengan V : beda potensial antara dua titik, dan R : tahanan listrik antara dua titik dengan satuan Ohm dan disingkat  $\Omega$ . Persamaan (3.2) dinamakan hukum Ohm. Simbol untuk tahanan listrik tampak pada Gbr 3.1



Gambar 3.1 Simbol tahanan listrik

Contoh

Lihat Gbr 3.2. Titik A memiliki potential lebih tinggi dari titik B dengan perbedaan potensial 2 V. Jika hambatan listrik antara titik A dan B adalah  $100 \Omega$ , (a) berapa arus yang mengalir melalui

hambatan dan ke mana arahnya? (b) berapa besar muatan yang mengalir selama 5 s?



Gambar 3.2

Jawab

(a) Arus yang mengalir

$$I = V/R = 2/100 = 0,02 \text{ A}$$

Karena titik A memiliki potensial lebih tinggi dari titik B maka arus mengalir dari titik A ke titik B.

(b)  $\Delta t = 5 \text{ s}$

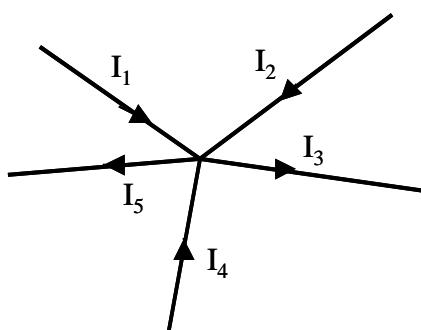
$$\Delta Q = I \Delta t = 0,02 \times 5 = 0,1 \text{ C}$$

### 3.2 Arus pada percabangan

Jika pada suatu percabangan dalam rangkaian listrik, pada sebagian cabang arus mengalir masuk dan pada sebagian cabang yang lain arus mengalir keluar maka terpenuhi aturan

Jumlah arus masuk = jumlah arus keluar

Ungkapan ini dikenal dengan hukum kekekalan muatan listrik, dan dikenal pula dengan hukum Kirchoff I.

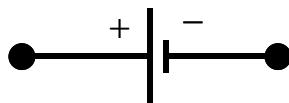


Gambar 3.3 Arus yang masuk dan keluar dari percabangan

$$I_1 + I_2 + I_4 = I_3 + I_5 \quad (3.3)$$

### 3.3 Sumber potensial listrik

Perbedaan potential listrik pada titik yang berbeda dalam suatu rangkaian terjadi jika dalam rangkaian dipasang sumber potential listrik yang dikenal juga dengan ggl (gaya gerak listrik). Contoh ggl adalah baterei, aki, dynamo, sel surya, dan lain-lain. GGL memiliki dua terminal atau kutub yang memiliki potensial yang berbeda. Jika kutub-kutub ggl dihubungkan ke rangkaian, maka arus listrik mengalir keluar dari kutub yang memiliki potensial lebih besar, menuju rangkaian, dan mengalir masuk ke kutub yang memiliki potential lebih rendah. Kutub ggl yang potensialnya lebih tinggi sering disebut **kutub positif** dan kutub yang potensialnya lebih rendah disebut **kutub negatif**. Simbol untuk ggl tampak dalam Gbr. 3.4.

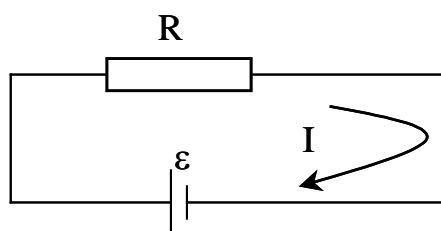


Gambar 3.4 Simbol ggl

Pada symbol ggl, bagian yang bergaris lebih panjang adalah kutub positif, sedangkan yang bergaris lebih pendek adalah kutub negatif.

Sebagai contoh, perhatikan rangkaian pada Gbr. 3.5. Jika beda potensial antara dua kutub ggl adalah  $\varepsilon$  maka besar arus yang mengalir memenuhi

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \quad (3.4)$$



Gambar 3.5 Rangkaian yang mengandung ggl dan tahanan

### 3.4 Tahanan listrik

Semua material memiliki tahanan listrik. Besi, kayu, batu, karet, air, udara, dan lain-lain memiliki tahanan listrik. Namun, tahanan listrik yang dimiliki batu, kayu kering, karet, dan lain-lain sangat besar sehingga begitu diberi beda potensial antar dua ujungnya, hampir tidak ada

arus yang mengalir. Benda yang tidak dapat dialiri arus listrik dinamakan **isolator**. Sebaliknya, logam memiliki tahanan yang sangat kecil. Dengan meneri beda potensial yang kecil saja antar dua ujungnya, arus yang mengalir cukup besar. Material yang mudah dialiri arus listrik dinamakan **konduktor**.

Tahanan listrik yang dimiliki bahan memiliki sifat-sifat

- i) Makin besar jika bahan makin panjang
- ii) Makin kecil jika ukuran penampang bahan makin besar.

Hubungan antara tahanan listrik yang dimiliki bahan dengan ukuran bahan memenuhi

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (3.5)$$

dengan R : tahanan yang dimiliki bahan, L : panjang bahan, A : luas penampang bahan, dan  $\rho$  : disebut tahanan jenis bahan. Tahanan jenis beberapa bahan tampak pada Tabel 3.1

Tabel 3.1 Tahanan jenis beberapa bahan pada suhu 20 °C.

Jenis bahan	Tahanan jenis, $\rho$ ( $\Omega \text{ m}$ )	Koefisien suhu, $\alpha$ ( $^{\circ}\text{C}$ ) $^{-1}$
Perak	$1,59 \times 10^{-8}$	0,0061
Tembaga	$1,68 \times 10^{-8}$	0,0068
Emas	$2,44 \times 10^{-8}$	0,0034
Aluminum	$2,65 \times 10^{-8}$	0,00429
Tungsten	$5,6 \times 10^{-8}$	0,0045
Besi	$9,71 \times 10^{-8}$	0,00651
Platina	$10,6 \times 10^{-8}$	0,003927
Air raksa	$98 \times 10^{-8}$	0,0009
Nikrom	$100 \times 10^{-8}$	0,0004
Gelas	$10^9 - 10^{12}$	
Karet keras	$10^{13} - 10^{15}$	

Contoh

Misalkan kamu ingin menghubungkan tape stereo dengan speaker yang lokasinya cukup jauh.

Jika masing-masing kawat panjangnya 20 meter dan kawat tersebut terbuat dari tembaga, berapakah diameter kawat agar hambatannya  $0,1 \Omega$ ?

Jika besar arus yang mengalir ke masing-masing speaker 2A, berapakah penurunan tegangan listrik sepanjang kawat?

Jawab

Dari tabel 26.1

$$\rho = 1,68 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$$

(a) Diberikan

$$L = 20 \text{ m}$$

$$R = 0,1 \Omega$$

Dari persamaan (26.5), kita dapat menulis

$$A = \frac{\rho L}{R} = \frac{1,68 \times 10^{-8} \cdot 20}{0,1} = 3,4 \times 10^{-6} \text{ m}^2.$$

Jika  $d$  adalah diameter kawat maka  $A = \pi d^2 / 4$  sehingga

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 3,4 \times 10^{-6}}{3,14}} = 2,1 \times 10^{-3} \text{ m} = 2,1 \text{ mm}$$

(b) Berdasarkan hukum Ohm, penurunan tegangan listrik sepanjang kawat adalah

$$V = I R = 2 \times 0,1 = 0,1 \text{ V}$$

### 3.5 Kebergantungan Tahanan Pada Suhu

Tahanan suatu material berubah dengan terjadinya perubahan suhu. Umumnya, makin tinggi suhu maka makin besar tahanan benda. Secara matematik, kebergantungan tahanan pada suhu diberikan oleh persamaan (3.6)

$$R = R_o [1 + \alpha(T - T_o)] \quad (3.6)$$

dengan  $T$  : suhu,  $T_o$  : suhu acuan,  $R$  : nilai hambatan pada suhu  $T$ ,  $R_o$  : nilai hambatan pada suhu acuan  $T_o$ , dan  $\alpha$  : koefisien suhu dari tahanan ( $^{\circ}\text{C}$ )<sup>-1</sup>. Tabel 3.1 memperlihatkan nilai koefisien suhu untuk tahanan beberapa jenis material

Contoh

Sepotong kawat platina digunakan untuk menentukan tahanan suatu larutan. Misalkan pada suhu  $20 \text{ }^{\circ}\text{C}$  tahanan kawat tersebut  $164,2 \Omega$ . Kawat tersebut kemudian dicelupkan ke dalam larutan dan tahannya meningkat menjadi  $187,4 \Omega$ . Berapa suhu larutan tersebut?

Jawab

Diberikan

$$T_o = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$R_o = 164,2 \Omega$$

$$R = 187,4 \Omega$$

Berdasarkan tabel 26.1  $\alpha = 0,003927 (\text{oC})^{-1}$

Berdasarkan persamaan 26.6 kita dapat menulis

$$\frac{R}{R_o} = 1 + \alpha(T - T_o)$$

$$\frac{187,4}{164,2} = 1 + 0,003927(T - 20)$$

$$1,14 = 1 + 0,003927(T - 20)$$

$$0,003927(T - 20) = 0,14$$

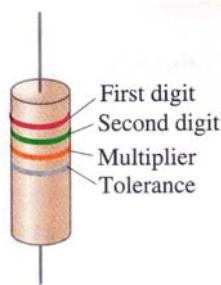
$$T - 20 = 0,14/0,003927 = 35,7$$

$$\text{atau } T = 35,7 + 20 = 55,7 \text{ oC.}$$

### 3.6 Tahanan Komersial

Di pasar kita mejumpai tahanan listrik pada berbagai nilai hambatan. Tahanan-tahanan tersebut digunakan dalam perancangan rangkaian elektronika. Nilai hambatan bervariasi mulai dari di bawah  $1 \Omega$  hingga di atas  $10^7 \Omega$  ( $10 \text{ M}\Omega$ ).

Nilai yang dimiliki tahanan tersebut tidak tertera pada komponen. Nilai tahanan dinyatakan dalam kode-kode warna yang melingkar pada komponen. Jumlah kode umumnya 3 buah. Tetapi untuk tahanan yang lebih teliti, jumlah kode warna ada empat buah.



Gambar 3.6 Kode warna pada tahanan

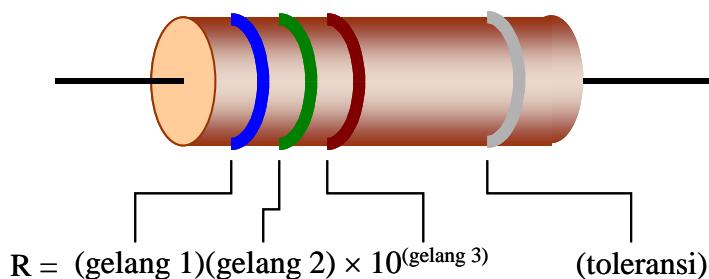
Nilai tahanan ditentukan oleh tiga kode warna pertama. Kode warna keempat disebut toleransi yang menentukan ketelitian nilai tahanan. Angka yang berkaitan dengan kode-kode warna

tampak pada Tabel 3.2

Tabel 3.2 Angka yang berkaitan dengan kode-kode warna tahanan.

Warna	Nilai	Toleransi (%)
Hitam	0	
Coklat	1	
Merah	2	
Oranye	3	
Kuning	4	
Hijau	5	
Biru	6	
Ungu	7	
Abu-abu	8	
Putih	9	
Emas	-1	5%
Perak	-2	10%
Tidak berwarna		20%

Cara membaca nilai hambatan suatu tahanan



Gambar 3.7 Menentukan nilai hambatan berdasarkan kode warna

$$\text{Hambatan} = (\text{nilai gelang pertama})(\text{nilai gelang kedua}) \times 10^{(\text{nilai gelang ketiga})} \quad (3.7)$$

Contoh

Sebuah hambatan memiliki tiga gelang. Gelang pertama berwarna orange, gelang kedua hijau, dan gelang ketiga merah. Berapa nilai hambatannya? Berapakah toleransinya?

Jawab

Diberikan

Gelang pertama: orange = 3

Gelang kedua: hijau = 5

Gelang ketiga: merah = 2

Nilai hambatannya

$$R = 35 \times 10^2 \Omega = 3500 \Omega = 3,5 \text{ k}\Omega.$$

Karena hambatan tidak memiliki gelang keempat, atau gelang keempat tidak berwarna, maka toleransi hambatan tersebut adalah 20%.

Contoh

Sebuah hambatan memiliki empat gelang. Gelang pertama berwarna coklat, gelang kedua kuning, gelang ketiga hitam, dan gelang keempat berwarna emas . Berapa nilai hambatannya? Berapakah toleransinya?

Jawab

Diberikan

Gelang pertama : cokelat = 1

Gelang kedua : kuning = 4

Gelang ketiga : hitam = 0

Gelang keempat : emas = 5%

Nilai hambatan

$$R = 14 \times 10^0 \Omega = 14 \Omega$$

Karena gelang keempat emas maka toleransinya 5%.

### 3.7 Potensiometer

Potensiometer adalah tahanan listrik yang nilai hambatannya dapat diubah-ubah. Pengubahan hambatan dilakukan dengan memutar atau menggeser knob. Contoh potensiometer diperlihatkan pada Gbr 3.8, sedangkan symbol potensiometer tampak pada Gbr 3.9



Gambar 3.8 Contoh potensiometer

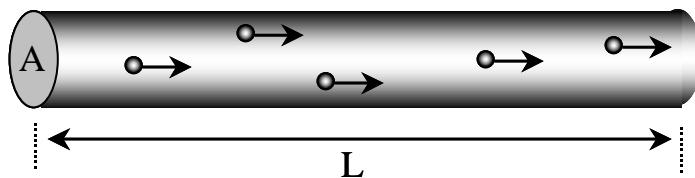


Gambar 3.9 Simbol potensiometer

Tidak semua nilai hambatan dapat dijumpai pada tahanan yang dijual di pasar. Untuk mendapatkan nilai hambatan yang tidak tersebut, kita dapat menggunakan potensiometer. Potensiometer tersebut dapat digunakan sendiri dengan menggeser knob sehingga diperoleh nilai hambatan yang diinginkan. Dapat pula diseri atau diparalel dengan hambatan lain dan mengatur knob sehingga diperoleh hambatan total sesuai dengan yang diinginkan.

### 3.8 Konduktivitas Listrik

Gambar 3.10 adalah ilustrasi sebuah kabel konduktor. Dalam kabel terdapat elektron-elektron yang bergerak bebas. Jika tidak ada beda potensial antara dua ujung kabel maka peluang elektron bergerak ke kiri dan ke kanan sama sehingga arus total yang mengalir dalam kabel nol. Jika diberikan beda potensial antara dua ujung kabel maka muncul medan listrik dalam kabel. Medan listrik menarik elektron-elektron bergerak dalam arah yang berlawanan dengan arah medan. Akibatnya elektron memiliki percepatan dalam arah yang berlawanan dengan arah medan



Gambar 3.10 Ilustrasi kabel konduktor yang dialiri arus listrik

Percepatan menyebabkan kecepatan elektron dalam arah berlawanan dengan medan bertambah. Tetapi karena dalam konduktor terdapat atom-atom yang posisi rata-ratanya tetap tetapi selalu bergetar maka terjadi tumbukan antara elektron yang sedang dipercepat dengan atom-atom tersebut. Tumbukan tersebut melahirkan gaya gesekan pada elektron yang berlawanan dengan arah gerak. Pada akhirnya elektron bergerak dengan kecepatan terminal tertentu. Hal ini serupa dengan gerakan bola yang jatuh dalam zat cair. Akibat gaya gravitasi, bola memiliki percepatan sehingga kecepatannya bertambah. Tatapi pada akhirnya bola bergerak dengan kecepatan terminal akibat adanya gaya gesekan fluida yang mengimbangi gaya gravitasi.

Dari hasil pengukuran didapatkan bahwa kecepatan terminal elektron dalam konduktor berbanding lurus dengan kuat medan di dalam bahan, atau

$$v = \mu E \quad (3.8)$$

dengan  $\mu$  adalah sebuah konstanta yang dikenal dengan mobilitas elektron.

Perhatikan elemen kecil kawat sepanjang  $dx$ . Misalkan luas penampang kawat adalah  $A$ . Misalkan pula keparatan elektron (jumlah elektron per satuan volum) adalah  $n$ . Volum elemen kawat adalah  $dV = Adx$ . Jumlah elektron dalam elemen volum adalah

$$dN = ndV = nAdx \quad (3.9)$$

Karena satu elektron memiliki muatan  $e$  maka jumlah muatan elektron dalam elemen volum adalah

$$dQ = edN = neAdx \quad (3.10)$$

Arus yang mengalir dalam kawat adalah

$$\begin{aligned} I &= \frac{dQ}{dt} = \frac{neAdx}{dt} = neA \frac{dx}{dt} = neAv \\ &= neA\mu E \end{aligned} \quad (3.11)$$

Kerapatan arus dalam kawat (arus per satuan luas penampang) adalah

$$\begin{aligned} J &= \frac{I}{A} = ne\mu E \\ &= \sigma E \end{aligned} \quad (3.12)$$

dengan

$$\sigma = ne\mu \quad (3.13)$$

yang dikenal dengan konduktivitas listrik. Konduktivitas listrik mengukur kemampuan bahan mengantarkan listrik. Makin besar konduktivitas maka makin mudah bahan tersebut mengantarkan listrik. Konduktor memiliki konduktivitas tinggi sedangkan isolator memiliki konduktivitas rendah. Satuan konduktivitas listrik adalah Siemens per meter (S/m).

### 3.9 Hubungan Konduktivitas dan Resistivitas

Kita sudah bahas bahwa makin mudah suatu bahan mengantarkan listrik maka makin besar konduktivitasnya dan makin kecil resistivitasnya. Sebaliknya, makin sulit bahan mengantarkan listrik maka makin kecil konduktivitasnya dan makin besar resistivitasnya. Jadi, ada hubungan langsung antara konduktivitas dan resistivitas. Bagaimana hubungan tersebut? Mari kita cari.

Dari persamaan (3.11) dapat kita tulis

$$I = neA\mu \frac{EL}{L} \quad (3.14)$$

dengan  $L$  adalah panjang kawat. Dengan anggapan bahwa kuat medan listrik dalam kawat konstan maka  $EL$  adalah beda potensial antara dua ujung kawat. Jadi kita dapat menulis

$$I = neA\mu \frac{V}{L} \quad (3.15)$$

Dengan menggunakan hukum Ohm,  $I = V / R$  maka kita simpulkan

$$R = \frac{1}{ne\mu} \frac{L}{A} \quad (3.16)$$

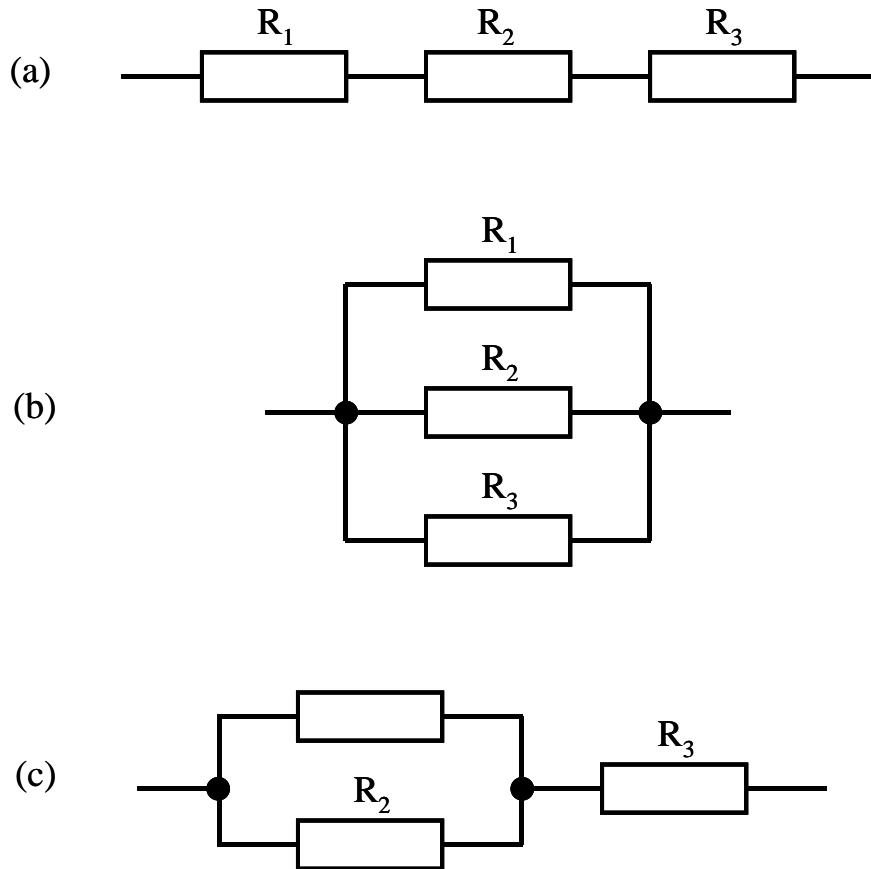
Dengan membandingkan persamaan (3.5) dan (3.16) kita peroleh

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{ne\mu} \\ &= \frac{1}{\sigma} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Kita simpulkan bahwa konduktivitas adalah kebalikan dari resistivitas.

### 3.10 Rangkaian tahanan listrik

Dalam rangkaian listrik umumnya kita menggunakan sejumlah tahanan. Tahanan tersebut kadang terpasang secara seri, seperti pada Gbr 3.11(a), pareler (Gbr 3.11(b)) atau campuran seri dan parallel seperti Gbr 3.11(c). Pertanyaannya, apabila sejumlah tahanan dipasang semacam itu, berapakah hambatan total yang dihasilkannya?



Gambar 3.11 (a) Tahanan tersusun secara seri, (b) tahanan sersusun secara parallel, dan (c) campuran susunan seri dan parallel.

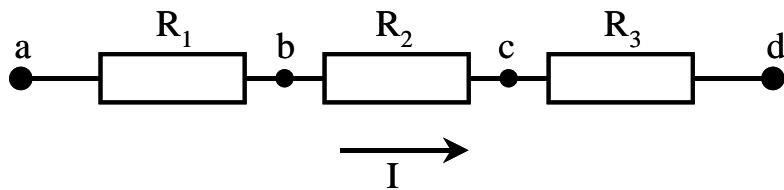
#### a) Hambatan seri

Mari kita tinjau hambatan yang disusun secara seri.

Hambaran  $R_1$ ,  $R_2$ , dan  $R_3$  disusun secara seri (lihat Gbr 3.12). Terminal-terminal ujung hambatan tersebut diberi beda potensial  $V_{ad}$  sehingga mengalir arus  $I$ .

Jika hambatan total adalah  $R$  maka terpenuhi

$$V_{ad} = I R \quad (3.18)$$



*Gambar 3.12 Menentukan hambatan pengganti untuk sejumlah hambatan yang disusun secara seri.*

Jika beda potensial antar ujung masing-masing hambatan adalah  $V_{ab}$ ,  $V_{bc}$ , dan  $V_{cd}$  maka terpenuhi

$$V_{ad} = V_{ab} + V_{bc} + V_{cd} \quad (3.19)$$

Karena arus yang mengalir pada semua hambatan sama maka

$$V_{ab} = I R_1 \quad (3.20a)$$

$$V_{bc} = I R_2 \quad (3.20b)$$

$$V_{cd} = I R_3 \quad (3.20c)$$

Substitusi persamaan (3.18) dan (3.20) ke dalam persamaan (3.19) maka

$$I R = I R_1 + I R_2 + I R_3$$

Buang  $I$  pada kedua ruas diperoleh

$$R = R_1 + R_2 + R_3 \quad (3.21)$$

### b) Hambatan Paralel

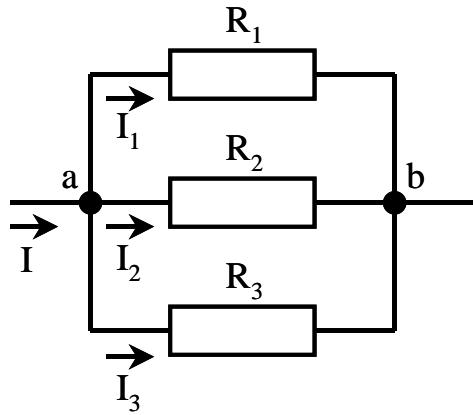
Berikutnya kita bahas hambatan-hambatan yang disusun secara parallel (lihat Gbr 3.13).

Arus total yang mengalir adalah  $I$ . Ketika memasuki tahanan-tahanan, arus tersebut terbagi atas tiga jalur sehingga, berdasarkan hukum Kirchoff I terpenuhi

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad (3.22)$$

Beda potensial antar ujung-ujung tahanan semuanya sama, yaitu  $V_{ab}$ . Jika hambatan total adalah  $R$  maka

$$I = \frac{V_{ab}}{R} \quad (3.23)$$



Gambar 3.13 Menentukan hambatan pengganti untuk sejumlah hambatan yang disusun secara parallel.

Karena beda potensial antar ujung hambatan R1, R2, dan R3 juga V<sub>ab</sub> maka

$$I_1 = \frac{V_{ab}}{R_1} \quad (3.24a)$$

$$I_2 = \frac{V_{ab}}{R_2} \quad (3.24b)$$

$$I_3 = \frac{V_{ab}}{R_3} \quad (3.24c)$$

Substitusi persamaan (3.23) dan (3.24) ke dalam persamaan (3.22) diperoleh

$$\frac{V_{ab}}{R} = \frac{V_{ab}}{R_1} + \frac{V_{ab}}{R_2} + \frac{V_{ab}}{R_3}$$

Hilangkan V<sub>ab</sub> pada kedua ruas maka kita peroleh hambatan total yang memenuhi

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (3.25)$$

Contoh

- (a) Tentukan hambatan pengganti dari empat hambatan yang disusun secara parallel,  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 4 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 8 \text{ k}\Omega$ , dan  $R_4 = 5 \text{ k}\Omega$ .
- (b) Jika benda tengan yang dipasang antar ujung-ujung hambatan adalah 50 V, tentukan arus yang mengalir pada masing-masing hambatan.

Jawab

- (a) Hambatan pengganti memenuhi

$$\begin{aligned}\frac{1}{R} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \\ &= \frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{5} = \frac{40}{40} + \frac{10}{40} + \frac{5}{40} + \frac{8}{40} = \frac{63}{40}\end{aligned}$$

atau

$$R = 40/63 = 0,635 \text{ k}\Omega = 635 \Omega$$

- (b) Arus yang mengalir pada masing-masing hambatan

$$\text{Hambatan } R_1: I_1 = V/R_1 = 50/1000 = 0,05 \text{ A}$$

$$\text{Hambatan } R_2: I_2 = V/R_2 = 50/5000 = 0,0125 \text{ A}$$

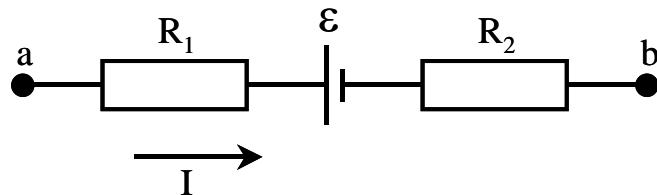
$$\text{Hambatan } R_3: I_3 = V/R_3 = 50/8000 = 0,00625 \text{ A}$$

$$\text{Hambatan } R_4: I_4 = V/R_4 = 50/5000 = 0,01 \text{ A}$$

### 3.11 Rangkaian yang mengandung tahanan dan sumber tegangan

Dalam rangkaian listrik, kadang kita jumpai sejumlah hambatan dan sejumlah sumber tegangan.

Bagaimana menentukan arus yang mengalir



Gambar 3.14 Contoh rangkaian yang mengandung tahanan dan sumber tegangan

Rumus yang menghubungkan besar arus yang mengalir dan besarnya hambatan serta tegangan adalah

$$V_{ab} = \sum I R - \sum \varepsilon \quad (3.26)$$

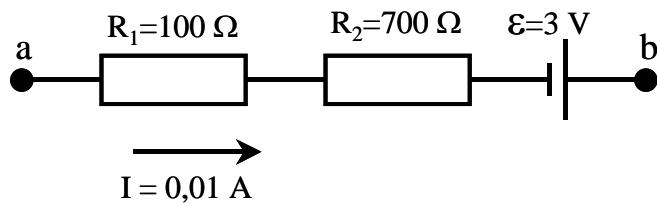
di mana  $V_{ab}$  adalah beda potensial antara ujung-ujung rangkaian,  $\sum I R$  adalah jumlah perkalian arus dan tahanan sepanjang rangkaian antara titik a dan b, dan  $\sum \varepsilon$  adalah jumlah tegangan yang dipasang sepanjang rangkaian antara titik a dan b.

Rumus (3.26) diterapkan dengan perjanjian

- i)  $I$  diberi harga positif jika mengalir dari a ke b
- ii)  $\varepsilon$  diberi harga positif jika kutub negatif sumber tegangan menghadap titik a dan kutub positif menghadap titik b.

Contoh

Perhatikan rangkaian pada Gbr 3.15. Berapakan tegangan listrik antara titik a dan b?



Gambar 3.15

Jawab

Arus  $I$  yang mengalir pada  $R_1$  dan  $R_2$  sama besar dan dalam rangkaian hanya terdapat satu sumber tegangan. Maka persamaan (3.26) dapat ditulis

$$V_{ab} = I R_1 + I R_2 - \varepsilon$$

Berdasarkan perjanjian:

$I$  mengalir dari a ke b sehingga diberi harga positif:  $I = 0,01 \text{ A}$

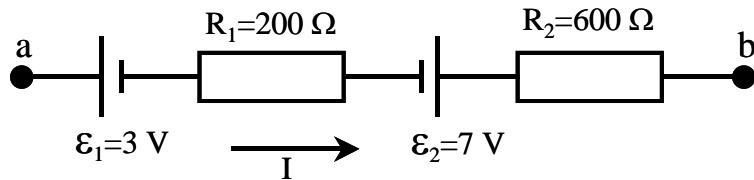
Kutub negatif  $\varepsilon$  menghadap titik a sehingga nilai  $\varepsilon$  diberi harga positif:  $\varepsilon = + 3 \text{ V}$ .

Jadi

$$V_{ab} = 0,01 \times 100 + 0,01 \times 700 - 3 = 1 + 7 - 3 = 5 \text{ V.}$$

Contoh

Berdasarkan gambar 3.16, jika  $V_{ab} = 5$  V, tentukan besar arus yang mengalir.



Gambar 3.16

$$V_{ab} = \sum IR - \sum \varepsilon$$

$$V_{ab} = (I R_1 + I R_2) - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$$

Berdasarkan perjanjian:

Kutub positif  $\varepsilon_1$  menghadap titik a sehingga diberi harga negatif:  $\varepsilon_1 = -3$  V

Kutub negatif  $\varepsilon_2$  menghadap titik a sehingga diberi nilai positif:  $\varepsilon_2 = +7$  V

Jadi

$$5 = I \times 200 + I \times 600 - (-3 + 7)$$

$$5 = 800 I - 4$$

$$800 I = 9$$

atau

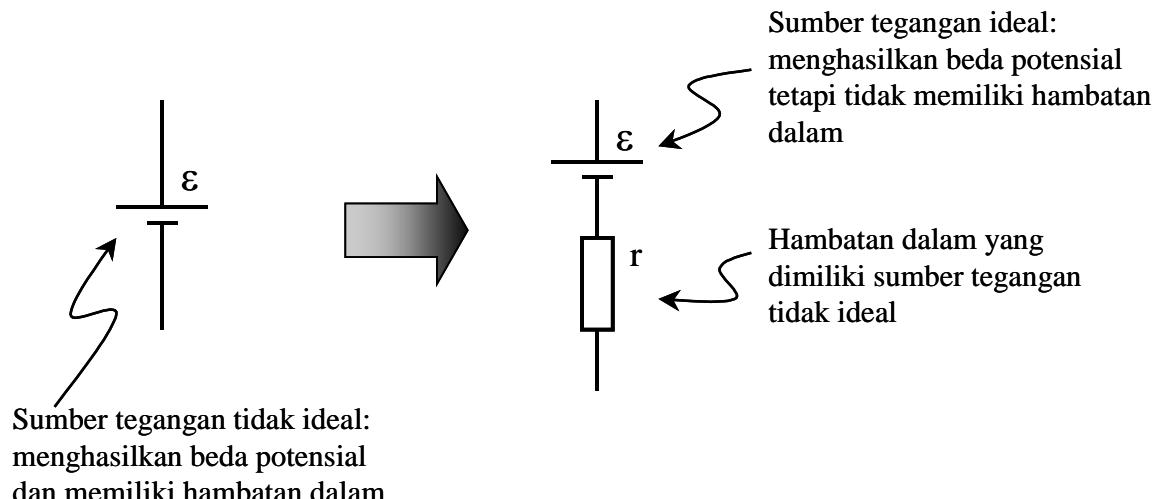
$$I = 9/800 = 0,01125 \text{ A.}$$

### 3.12 Hambatan dalam sumber tegangan

Sumber tegangan seperti baterei dan aki sebenarnya juga memiliki hambatan. Ketika dipasang pada rangkaian maka hambatan di dalam rangkaian bukan hanya hambatan tahanan-tahanan yang dipasang, tetapi juga hambatan yang dimiliki sumber tegangan. Hambatan yang dimiliki sumber tegangan disebut **hambatan internal**.

Sumber tegangan yang ideal adalah sumber tegangan yang hambatan dalamnya nol. Tetapi tidak ada sumber tegangan yang ideal. Sumber tegangan yang baik adalah sumber tegangan yang memiliki hambatan dalam sangat kecil.

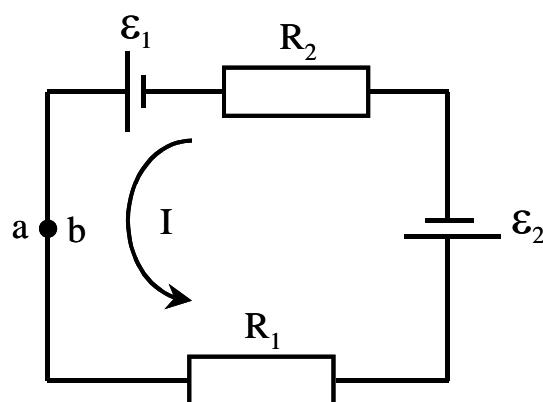
Untuk menentukan arus yang mengalir dalam rangkaian ketika dipasang sumber tegangan, maka sumber tegangan tersebut dapat digantikan dengan sebuah sumber tegangan ideal yang diseri dengan sebuah tahanan  $r$ . Tahanan  $r$  inilah yang disebut tahanan internal sumber tegangan.



*Gambar 3.17 Sebuah sumber tegangan sembarang dapat digantikan oleh sumber tegangan ideal yang diseri dengan sebuah hambatan dalam.*

### 3.13 Loop

Apa yang terjadi jika titik a dan b pada Gbr 3.14 dihubungkan? Kita akan mendapatkan  $V_{ab} = 0$  dan rangkaian menjadi tertutup. Rangkaian yang tertutup tersebut disebut loop. Contoh loop adalah Gbr 3.18.



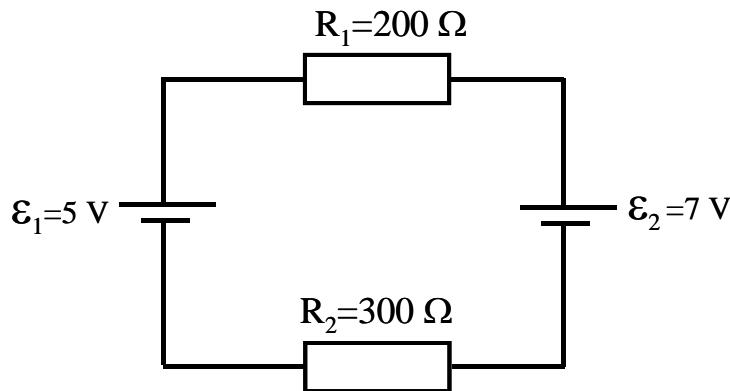
*Gambar 3.18 Contoh loop sederhana*

Karena  $V_{ab} = 0$  maka persamaan (3.26) menjadi

$$\sum IR - \sum \varepsilon = 0 \quad (3.27)$$

Contoh

Tentukan arus yang mengalir pada rangkaian Gbr. 3.19 jika sumber tegangan dianggap tidak memiliki hambatan dalam. Tentukan pula arus yang mengalir jika sumber tegangan memiliki hambatan dalam  $50\ \Omega$ .



Gambar 3.19

Jawab

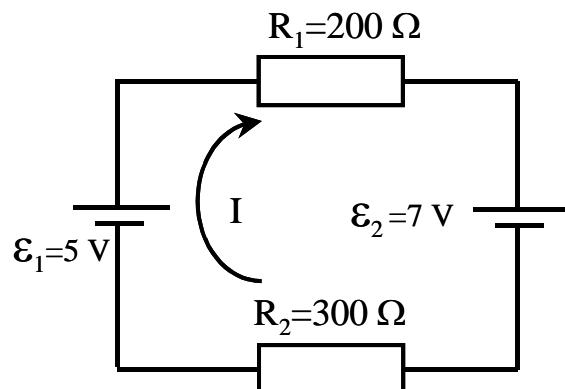
Kita bisa menganggap arah arus sembarang dalam loop.

Jika setelah dilakukan perhitungan diperoleh arus bernilai positif maka arah arus yang dipilih benar.

Jika setelah dilakukan perhitungan diperoleh arus bernilai negatif maka arah arus yang dipilih berlawanan dengan arah sebenarnya, tetapi bersarnya arus benar (tinggal membalik arah saja tanpa melakukan perhitungan ulang).

**Untuk sumber tegangan yang tidak memiliki hambatan dalam.**

Misalkan kita pilih arah arus seperti pada Gbr 3.20



Gambar 3.20 (a) Jika sumber tegangan tidak memiliki hambatan dalam

$$\sum I R - \sum \varepsilon = 0$$

$$I R_1 + I R_2 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = 0$$

Arus masuk ke  $\varepsilon_1$  dari kutub negatif, maka  $\varepsilon_1$  diberi harga positif:  $\varepsilon_1 = + 5 \text{ V}$

Arus masuk ke  $\varepsilon_1$  dari kutub positif, maka  $\varepsilon_2$  diberi harga negatif:  $\varepsilon_2 = - 5 \text{ V}$

Jadi

$$I \times 200 + I \times 300 - (5 - 7) = 0$$

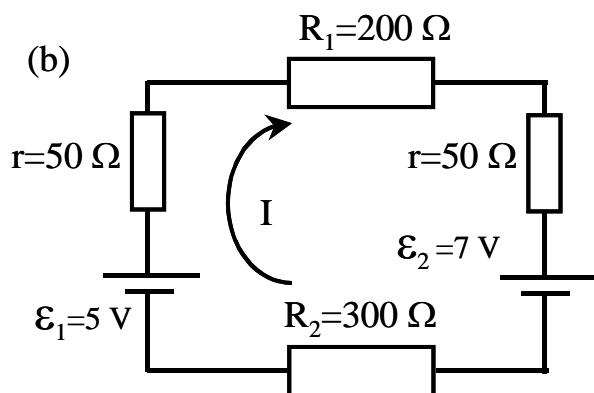
$$500 I + 2 = 0$$

atau

$$I = -2/500 = - 0,04 \text{ A}$$

Karena diperoleh arus berharga negatif, maka arah arus dalam rangkaian berlawanan dengan anak panah yang digambar. Jadi arus mengalir berlawanan dengan arah jarum jam dan besarnya 0,04 A.

Untuk sumber tegangan yang memiliki hambatan dalam.



Gambar 3.20(b) Jika sumber tegangan memiliki hambatan dalam

$$\sum I R - \sum \varepsilon = 0$$

$$I R_1 + I R_2 + I r + I r - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = 0$$

$$I \times 200 + I \times 300 + I \times 50 + I \times 50 - (5 - 7) = 0$$

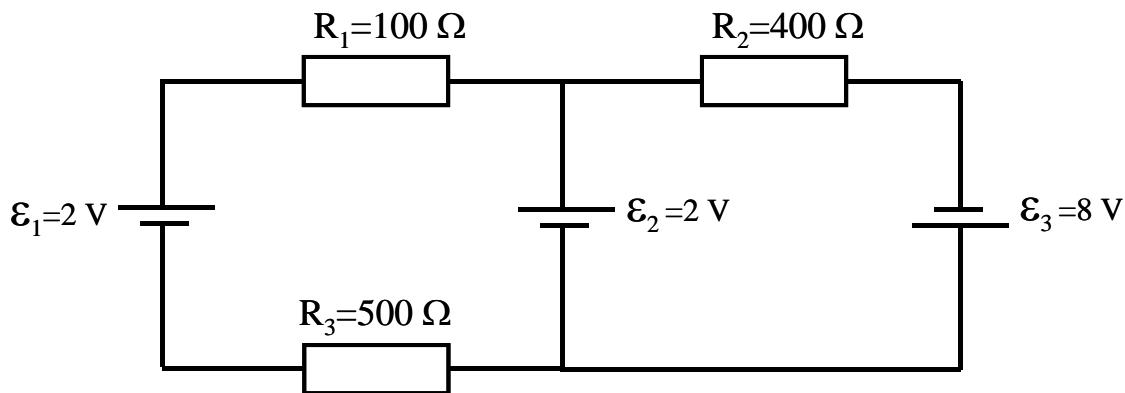
$$600 I + 2 = 0$$

atau

$$I = -2/600 = -0,003 \text{ A}$$

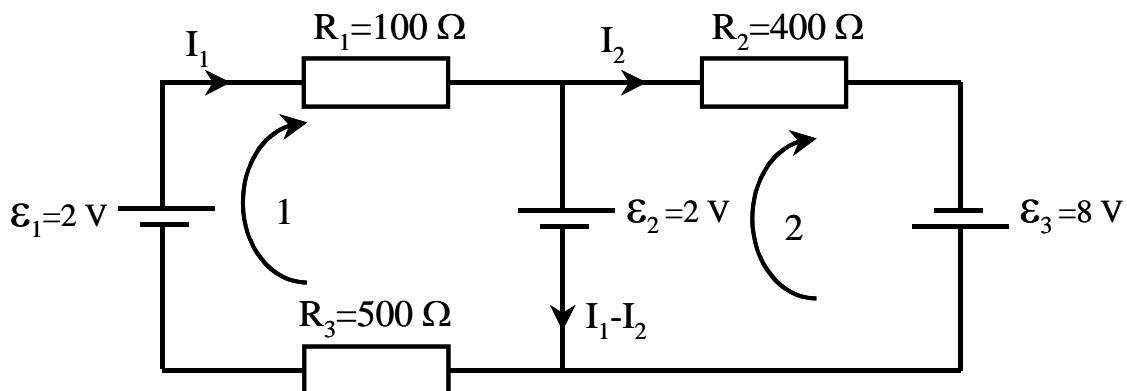
### 3.14 Rangkaian dua loop

Jumlah loop dalam rangkaian tidak hanya satu, tetapi bisa banyak sekali. Sekarang kita bahas rangkaian yang terdiri dari dua loop. Prinsip yang digunakan sama dengan saat memecahkan persoalan satu loop. Hanya di sini akan muncul dua persamaan, karena ada dua arus yang harus dicari, yaitu arus yang mengalir pada masing-masing loop. Contohnya, kita tinjau rangkaian pada Gbr. 3.21.



Gambar 3.21 Contoh rangkaian dua loop

Arus yang mengalir pada tiap loop bisa dipilih sembarang. Jika nanti diperoleh nilai positif maka arah yang dipilih sudah benar. Tetapi jika diperoleh nilai negatif, maka arah arus sebenarnya berlawanan dengan arah yang dipilih, tetapi besarnya sama. Misalkan kita pilih arah arus seperti pada Gbr. 3.22



*Gambar 3.22 Arah arus yang dipilih untuk loop pada Gbr 3.21*

Untuk loop 1 berlaku

$$\sum IR - \sum \varepsilon = 0$$

$$I1 R1 + I1 R3 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = 0$$

Berdasarkan perjanjian untuk tanda sumber tegangan, maka berdasarkan gambar,

$$\varepsilon_1 = + 2V$$

$$\varepsilon_2 = - 4 V$$

$$I1 \times 100 + I1 \times 500 - (2 - 4) = 0$$

$$600 I1 + 2 = 0$$

$$I1 = -2/600 = 0,003 A$$

Untuk loop 2 berlaku

$$\sum IR - \sum \varepsilon = 0$$

$$I2 R2 - (\varepsilon_2 + \varepsilon_3) = 0$$

Berdasarkan perjanjian untuk tanda sumber tegangan, maka berdasarkan gambar,

$$\varepsilon_2 = + 4V$$

$$\varepsilon_3 = + 8 V$$

Maka

$$400 I2 - (4 + 8) = 0$$

$$400 I2 - 12 = 0$$

$$I2 = 12/400 = 0,03 A$$

Berdasarkan haris di atas, arus yang mengalir pada loop kiri adalah 0,003 A dengan arah berlawanan dengan yang dilukiskan pada Gbr 3.22. Arus yang mengalir pada loop 2 adalah 0,03 A sesuai dengan arah yang dilukiskan pada Gbr. 3.22.

### 3.15 Daya Listrik

Jika arus listrik mengalir pada sebuah hambatan maka hambatan tersebut akan menjadi panas. Ini menunjukkan bahwa pada hambatan tersebut terjadi proses perubahan energi dari energi listrik menjadi energi panas. Pertanyaannya, berapakah energi listrik yang diubah menjadi panas per detik? Atau berapakah daya listrik yang diubah menjadi panas per detik pada suatu hambatan?

Mari kita tinjau arus yang mengalir melewati sebuah hambatan selama selang waktu  $\Delta t$ . Jumlah muatan yang mengalir selama waktu ini adalah

$$\Delta q = I\Delta t$$

Arus mengalir dari satu ujung hambatan ke ujung lain yang memiliki beda potensial  $V$ . Dengan demikian, ketika muatan bergerak dari satu ujung hambatan ke ujung lainnya, muatan tersebut mendapat tambahan energi sebesar  $\Delta U = \Delta qV$

Tambahan energi ini seharusnya menyebabkan energi kinetik muatan saat mencapai ujung kedua dari hambatan makin besar. Atau saat mencapai ujung kedua hambatan, kecepatan muatan makin besar sehingga arus di ujung kedua muatan juga makin besar. Tetapi, dalam rangkaian besar arus di ujung awal maupun ujung akhir hambatan sama. Ini berarti tambahan energi yang didapat muatan dibuang dalam bentuk panas sehingga energi kinetik muatan tidak berubah. Jadi, jumlah energi yang diubah menjadi panas adalah

$$\begin{aligned}\Delta Q &= \Delta qV \\ &= I\Delta tV\end{aligned}$$

Dengan demikian, daya yang dibuang pada hambatan adalah

$$\begin{aligned}P &= \frac{\Delta Q}{\Delta t} \\ &= IV\end{aligned}\tag{3.28}$$

Dengan menggunakan hukum Ohm  $V = IR$  maka kita juga dapat menulis

$$P = I^2 R\tag{3.29}$$

Contoh

Suatu loop mengandung sebuah baterei dengan tegangan 1,5 V dan sebuah tahanan dengan

hambatan  $2\text{ k}\Omega$ . Anggaplah baterei memiliki hambatan dalam nol. (a) Berapakah arus yang mengalir dalam loop? (b) berapa daya listrik yang hilang pada tahanan? (c) Berapa daya listrik yang hilang pada baterei?

Jawab

Diberikan

$$\varepsilon = 1,5 \text{ V}$$

$$R = 2 \text{ k}\Omega = 2\,000 \text{ }\Omega$$

(a) Arus yang mengalir dalam loop

$$I = \varepsilon/R = 1,5/2000 = 0,00075 \text{ A}$$

(b) daya listrik yang hilang pada tahanan

$$P = I^2 R = (0,00075)^2 \times 2000 = 0,0011 \text{ W}$$

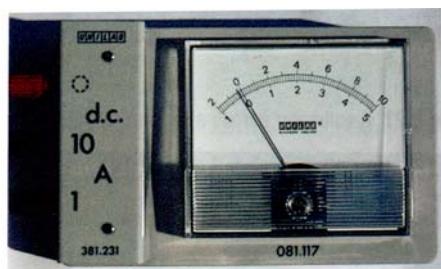
(c) Daya listrik yang hilang pada baterei

$$P = \varepsilon I = 1,5 \times 0,00075 = 0,0011 \text{ W}$$

Kalian perhatikan bahwa daya yang hilang pada batereri sama dengan daya listrik yang diubah menjadi energi panas pada tahanan.

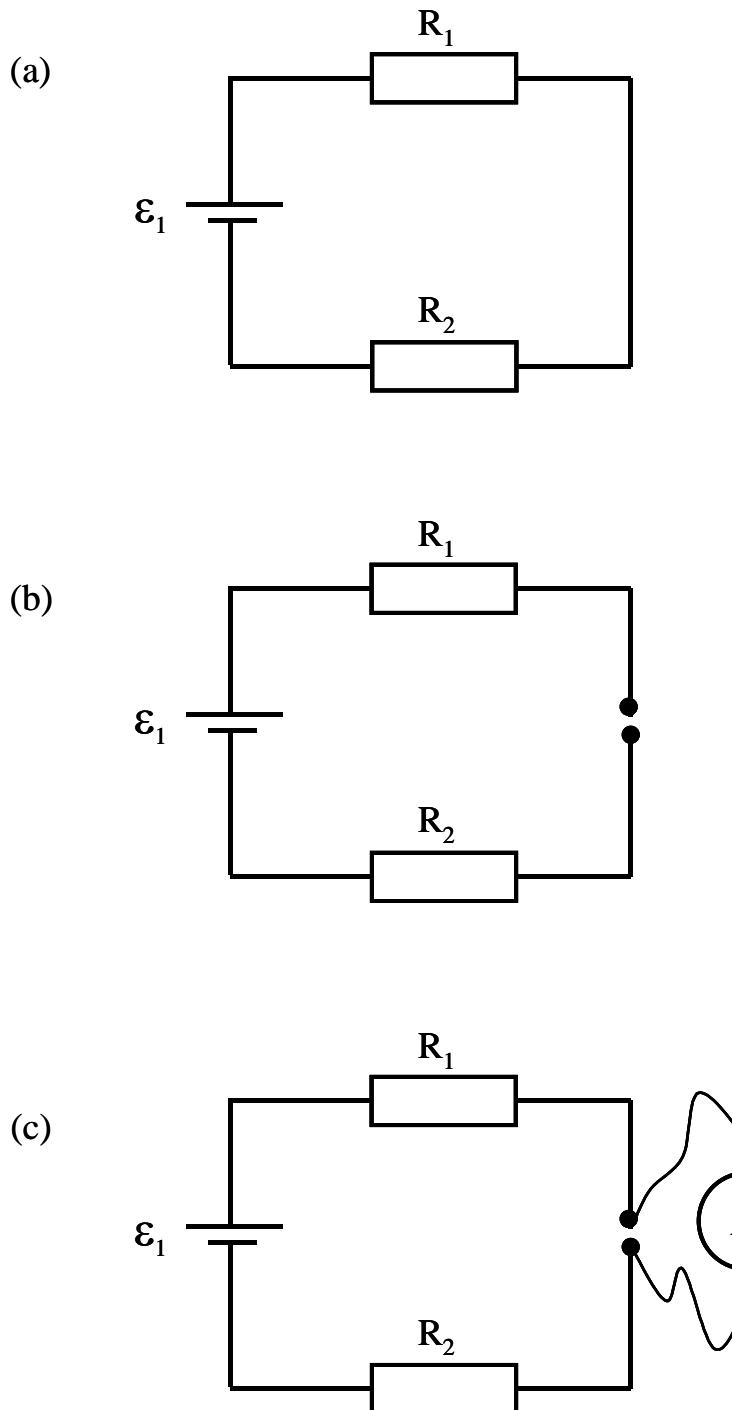
### **3.16 Pengukuran Arus Listrik**

Berapa besar arus listrik yang mengalir dalam suatu rangkaian dapat diukur dengan alat yang namanya galvanometer atau amperemeter.



*Gambar 3.23 Contoh amperemeter*

Untuk mengukur arus yang mengalir pada rangkaian, pertama-tama rangkaian harus diputus. Dua ujung kabel yang diputus dihubungkan ke dua terminal amperemeter sehingga arus mengalir ke dalam amperemeter.



*Gambar 3.24 Tahap pengukuran arus dengan amperemeter. (a) rangkapan yang akan diukur arusnya. (b) rangkaian diputus dan (c) ujung rangkaian yang diputus dihubungkan ke terminal amperemeter.*

Besarnya arus yang mengalir akan ditunjukkan oleh layar peraga amperemeter. Layar peraga tersebut dapat berupa jarum (untuk amperemeter analog) atau angka-angka (untuk amperemeter

digital).

### ***Yang perlu diperhatikan***

Beberapa hal yang harus diperhatikan saat mengukur arus dengan amperemeter di antaranya

a) Amperemeter miliki tahanan, walaupun sangat kecil. Ketika amperemeter dipasang untuk mengukur arus maka tahanan total rangkaian menjadi lebih besar sehingga arus yang mengalir sedikit berkurang. Jadi arus yang ditunjukkan oleh amperemeter sedikit lebih kecil daripada arus yang mengalir sebelum amperemeter dipasang.

Namun:

- i) Jika hambatan total dalam rangkaian cukup besar maka tahanan yang dimiliki amperemeter dapat dibaikkan sehingga arus yang dibaca oleh amperemeter hampir sama dengan arus yang mengalir sebelum amperemeter dipasang.
  - ii) Jika hambatan total dalam rangkaian sangat kecil, maka pemasangan amperemeter dapat mengubah arus yang mengalir cukup signifikan. Arus yang dibaca amperemeter jauh lebih kecil daripada arus yang mengalir sebelum amperemeter dipasang.
- b) Ada batas maksimum arus yang dapat diukur oleh amperemeter. Jika arus yang diukur melebihi batas maksimum tersebut, maka amperemeter dapat rusak dan terbakar. Untuk itu, sebelum melakukan pengukuran, kalian perkiraan dulu besarnya arus yang mengalir dalam rangkaian. Jika kalian yakin bahwa arus yang mengalir masih berada di bawah batas maksimum yang bisa diukur amperemet, kalian dapat mengukur.

### ***Mengukur arus yang melebihi batas maksimum kemampuan amperemeter***

Bagaimana mengukur arus yang nilainya melebihi kemampuan pengukuran amperemeter? Kita dapat memasang hambatan “shunt” yang dipasang secara parallel dengan salah satu hambatan dalam rangkaian. Peranan hambatan ini adalah untuk membagi arus sehingga sebagian mengalir di hambatan shunt dan sebagian mengalir di hambatan dalam rangkaian amperemeter. Nilai hambatan shunt harus cukup kecil sehingga arus yang mengalir pada amperemeter lebih kecil dari arus maksium yang dapat diukur amperemeter.

Tampak dari Gbr 3.25 (b)

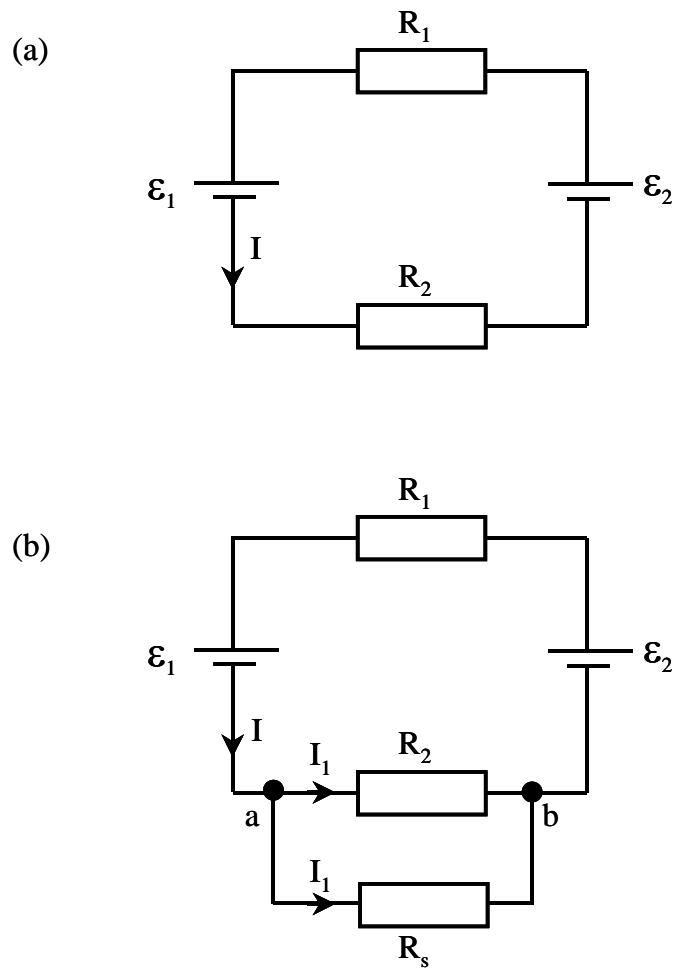
$$I = I_1 + I_2$$

$$I_1 = V_{ab}/R_2$$

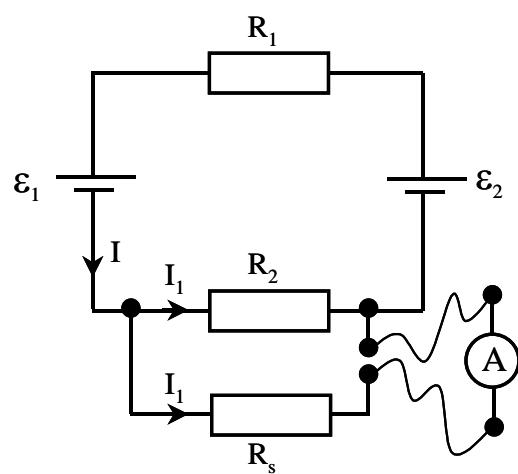
$$I_2 = V_{ab}/R_s, \text{ atau } V_{ab} = I_2 R_s$$

Jadi

$$I_1 = I_2 R_s / R_2$$



Gambar 3.25 (a) Rangkaian mula-mula dan (b) rangkaian setelah dipasangkan hambatan shunt.



Gambar 3.26 Teknik pengukuran arus yang melebihi kemampuan ukur amperemeter

Dan arus total menjadi

$$I = I_2 R_s / R_2 + I_2 = (1 + R_s / R_2) I_2$$

Jadi, dengan mengukur  $I_2$  maka nilai arus yang mengalir pada rangkaian semula dapat ditentukan. Pemasangan amperemeter pada saat pengukuran menjadi seperti pada Gbr. 3.26

### Mengukur beda potensial dua titik

Beda potensial antara dua titik dalam rangkaian dapat diukur dengan alat yang namanya voltmeter. Pengukuran beda potensial tidak perlu memutus rangkaian yang ada. Cukup menyentuhkan dua terminal voltmeter dengan dua titik yang akan diukur beda potensialnya.

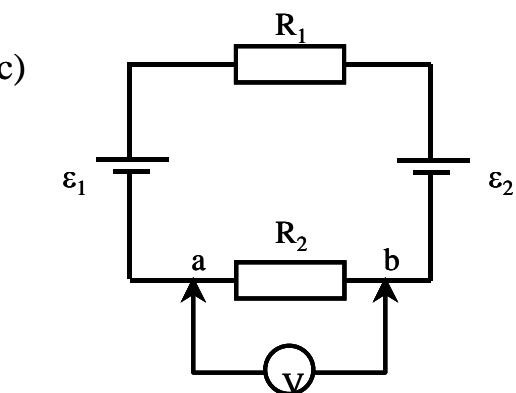
(a)



(b)



(c)

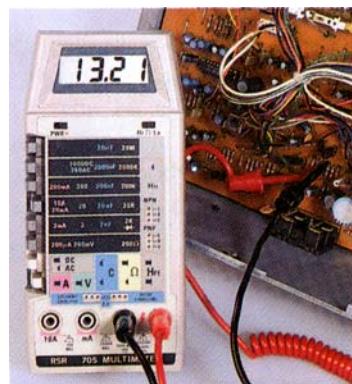


Gambar 3.27 (a) contoh voltmeter, (b) voltmeter sedang digunakan untuk mengukur beda potensial dua titik dalam rangkaian, (c) skema pemasangan voltmeter saat mengukur beda potensial antara dua titik.

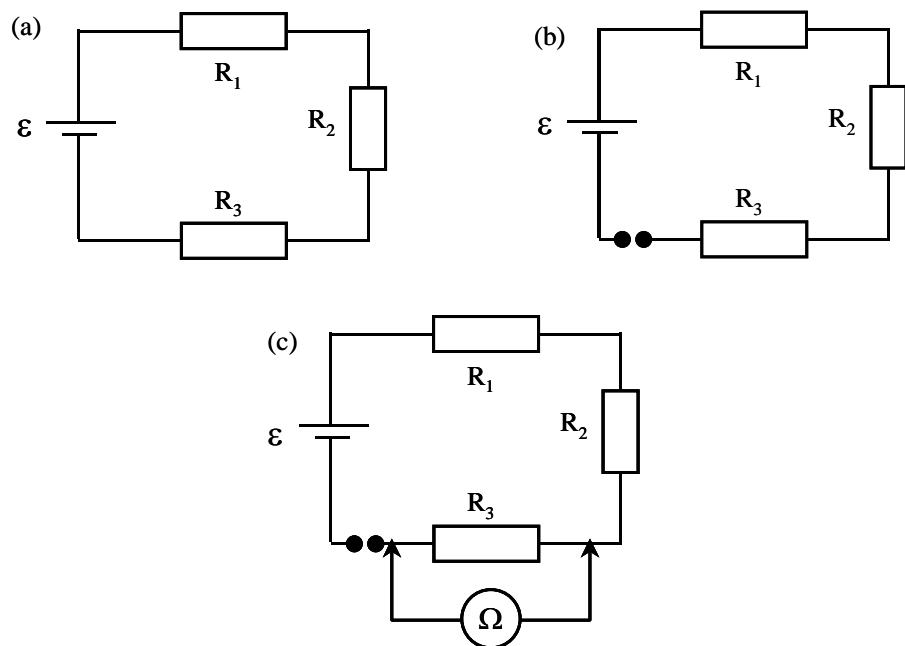
Beda potensial langsung terbaca pada layar voltmeter. Layar tersebut dapat berupa jarum (untuk voltmeter analog) atau angka-angka (voltmeter digital).

### Mengukur Hambatan Listrik

Hambatan listrik suatu resistor atau antar dua titik dalam rangkaian dapat diukur secara langsung dengan alat yang namanya Ohmmeter. Pengukuran dilakukan dengan menyentuhkan dua terminal Ohmmeter dengan dua ujung tahanan atau dua titik dalam rangkaian yang akan diukur tahanannya.



Gambar 3.28 Mengukur hambatan listrik dalam rangkaian dengan multimeter digital



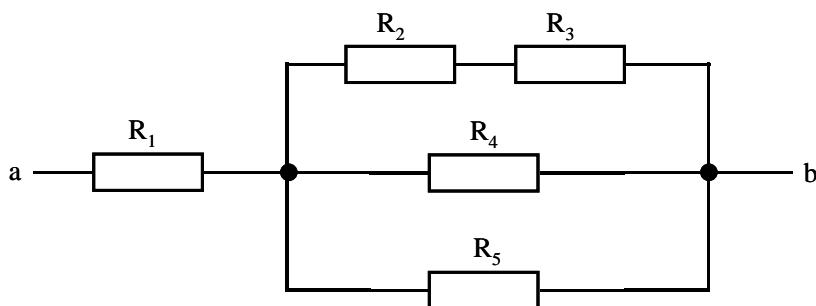
Gambar 3.29 Tahapan pengukuran nilai hambatan suatu komponen dalam rangkaian dengan  
140

*Ohmmeter.* (a) rangkaian asal di mana nilai  $R_3$  akan diukur, (b) salah satu kaki  $R_3$  diputus hubungannya dengan rangkaian, (c) hambatan  $R_3$  diukur dengan Ohmmeter.

Tetapi harus diingat, saat mengukur hambatan, komponen atau dua titik dalam rangkaian yang akan diukur hambatannya harus diisolasi dari rangkaian lainnya. Jika akan mengukur nilai sebuah tahanan dalam rangkaian maka salah satu kaki tahanan tersebut harus dipotong dari rangkaian. Hal yang sama dilakukan ketika mengukur hambatan antar dua titik dalam rangkaian. Salah satu titik diputus dari rangkaian induk baru dilakukan pengukuran.

### Soal dan pembahasan

1) Tentukan hambatan pengganti untuk susunan hambatan pada Gbr 3.30. Nilai hambatan dalam rangkaian adalah  $R_1 = 500 \Omega$ ,  $R_2 = 200 \Omega$ ,  $R_3 = 300 \Omega$ ,  $R_4 = 400 \Omega$ , dan  $R_5 = 200 \Omega$ .



Gambarn 3.30

Jawab

$R_2$  dan  $R_3$  tersusun secara seri sehingga dapat digantikan oleh hambatan  $R_A$  yang memenuhi

$$R_A = R_2 + R_3 = 200 + 300 = 500 \Omega.$$

$R_A$ ,  $R_4$ , dan  $R_5$  tersusun secara paralel, sehingga dapat digantikan oleh hambatan  $R_B$  yang memenuhi

$$\frac{1}{R_B} = \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{500} + \frac{1}{400} + \frac{1}{200} = \frac{4}{2000} + \frac{5}{2000} + \frac{10}{2000} = \frac{19}{2000}$$

atau

$$R_B = 2000/19 = 105 \Omega.$$

$R_1$  dan  $R_B$  tersusun secara seri sehingga dapat digantikan oleh  $R_T$  yang memenuhi

$$RT = R1 + RB = 500 + 105 = 605 \Omega.$$

RT merupakan hambatan pengganti susunan hambatan pada Gbr. 26.31.

2) Kembali ke soal nomor 1. Jika tegangan antara a dan b adalah 6 V, berapakah arus yang mengalir pada masing-masing tahanan?

Jawab

Hambatan total antara a dan b adalah  $RT = 605 \Omega$ . Maka arus total yang mengalir dari a ke b adalah

$$I = V/RT = 6/605 = 0,01 A$$

Arus total ini melewati  $R_1$ . Jadi arus yang mengalir pada  $R_1$  adalah 0,01 A.

Misalkan tegangan antar dua titik percabangan adalah  $V_{cb}$ . Maka

$$V_{cb} = I RB = 0,01 \times 105 = 1,05 V$$

Arus yang mengalir pada  $R_2$  maupun  $R_3$  adalah

$$I_{23} = V_{cb}/R_A = 1,05/500 = 0,0021 A$$

Arus yang mengalir pada  $R_4$  adalah

$$I_4 = V_{cb}/R_4 = 1,05/400 = 0,0026 A$$

Arus yang mengalir pada  $R_5$  adalah

$$I_5 = V_{cb}/R_5 = 1,05/200 = 0,0053 A$$

3) Sebuah kawat diregangkan sehingga panjangnya bertambah 20% dari panjang semula. Berapa perubahan hambatan kawat tersebut?

Jawab

Misalkan

Panjang kawat mula-mula  $L_0$

Luas penampang kawat mula-mula:  $A_0$

Panjang kawat setelah diregangkan: L  
Luas kawat setelah diregangkan: A  
Hambatan kawat mula-mula

$$R_o = \rho L_o / A_o$$

Hambatan kawat setelah diregangkan

$$R = \rho L / A$$

Berdasarkan soal:  $L = (1 + 20\%) L_o = 1,2 L_o$

Volume kawat sebelum dan sesudah direngangkan tidak berubah, sehingga

$$V_o = V$$

$$A_o L_o = A L$$

Atau

$$A = A_o L_o / L = A_o L_o / (1,2 L_o) = A_o / 1,2$$

Dengan demikian

$$R = \rho (1,2 L_o) / (A_o / 1,2) = (1,2)^2 (\rho L_o / A_o) = 1,44 R_o$$

Atau tahanan kawat bertambah 44%.

4) Sebuah kios pengisian aki mengisi aki dengan mengalirkan arus 0,4 A selama 7 jam. Berapakah muatan yang dimasukkan ke dalam aki?

Jawab

Diberikan

$$I = 0,4 \text{ A}$$

$$\Delta t = 7 \text{ jam} = 7 \times 3600 \text{ s} = 25200 \text{ s}$$

Muatan yang dimasukkan ke dalam aki adalah

$$\Delta Q = I \Delta t = 0,4 \times 25200 = 10080 \text{ C.}$$

5) Arus sebesar 0,5 A mengalir pada kawat. Berapa jumlah elektron per detik yang mengalir dalam kawat tersebut? Besar muatan elektron adalah  $1,6 \times 10^{-19}$  C.

Jawab

Diberikan

$$I = 0,5 \text{ A}$$

$$\Delta t = 1 \text{ s}$$

Muatan yang mengalir selama satu detik

$$\Delta Q = I \Delta t = 0,5 \times 1 = 0,5 \text{ C.}$$

Arus yang mengalir pada kawat disebabkan aliran elektron sepanjang kawat tersebut. Dengan demikian, jumlah elektron yang mengalir per detik adalah

$$N = \Delta Q / 1,6 \times 10^{-19} = 0,5 / 1,6 \times 10^{-19} = 3,125 \times 10^{18} \text{ elektron.}$$

6) Sebuah peralatan listrik menarik arus 5,5 A ketika dihubungkan ke tagangan 110 V. (a) Jika tegangan turun 10 persen, berapakah arus yang mengalir sekarang? (b) Jika hambatan berkurang 10 persen, berapa arus yang ditarik alat tersebut saat dihubungkan ke tegangan 110 V?

Jawab

Hambatan mula-mula yang dimiliki alat

$$R = 110 / 5,5 = 20 \Omega$$

a) Jika tegangan turun 10 persen, maka tegangan menjadi

$$V' = 110 - 10\% \times 110 = 110 - 0,1 \times 110 = 110 - 11 = 99 \text{ V}$$

Besar arus yang mengalir

$$I' = V' / R = 99 / 20 = 4,95 \text{ A}$$

b) Jika hambatan dikurangi 10 persen, maka hambatan baru menjadi

$$R' = R - 10\% \times R = 20 - 0,1 \times 20 = 20 - 2 = 18 \Omega.$$

Arus yang mengalir

$$I = V / R' = 110 / 18 = 6,1 \text{ A}$$

7) Baterei 12 V mendorong arus 0,5 A pada sebuah tahanan tersebut? (a) Berapakah besar tahanan tersebut? (b) Berapa Joule kehilangan energi baterei selama satu menit.

Jawab

Diberikan

$$V = 12 \text{ V}$$

$$I = 0,5 \text{ A}$$

(a) Hambatan

$$R = V/I = 12/0,5 = 24 \Omega.$$

(b) Daya baterei yang hilang

$$P = V I = 12 \times 0,5 = 6 \text{ W}$$

Energi yang hilang selama  $\Delta t = 1$  menit = 60 s adalah

$$E = P \Delta t = 6 \times 60 = 360 \text{ J.}$$

8) Sebuah kawat tembaga memiliki hambatan  $10 \Omega$ . Di manakah kawat tersebut harus dipotong agar hambatan salah satu potongan tujuh kali hambatan potongan yang lain? Hitung pula hambatan tiap potongan tersebut.

Jawab

Misalkan panjang mula-mula kawat  $L$ .

Luas penampang kawat  $A$ .

Panjang potongan pertama:  $L_1$ .

Panjang potongan kedua:  $L - L_1$

Hambatan potongan pertama

$$R_1 = \rho L_1/A$$

Hambatan potongan kedua

$$R_2 = \rho (L - L_1)/A$$

Tetapi

$$R_1 = 7 R_2$$

Sehingga

$$\rho L_1/A = 7 \rho (L - L_1)/A$$

atau

$$L_1 = 7(L - L_1)$$

$$L_1 = 7L - 7L_1$$

$$8L_1 = 7L$$

atau

$$L_1 = 7L/8$$

Hambatan total kawat

$$R = \rho L / A = 10 \Omega$$

Hambatan potongan pertama

$$R_1 = \rho L_1 / A = \rho (7L/8) / A = (7/8) \rho L / A = (7/8) R = (7/8) \times 10 = 8,75 \Omega.$$

Hambatan potongan kedua

$$R_2 = R - R_1 = 10 - 8,75 = 1,25 \Omega.$$

9) Berapakah suhu kawat tembaga harus dinaikkan (jika mula-mula suhunya 20 oC) agar hambatannya bertambah 20%

Jawab

Diberikan

$$T_0 = 20 \text{ oC}$$

$$R = R_0 + 20\% R_0 = 1,2 R_0$$

$$\text{Berdasarkan tabel 26.1 } \alpha = 0,0068 \text{ (oC)}^{-1}$$

Dengan menggunakan persamaan (26.6)

$$R = R_0 [1 + \alpha (T - T_0)]$$

$$R/R_0 = 1 + \alpha (T - T_0)$$

$$1,2 = 1 + 0,0068 (T - T_0)$$

$$0,0068 (T - T_0) = 1,2 - 1 = 0,2$$

atau

$$(T - T_0) = 0,2/0,0068 = 29,4 \text{ oC}$$

Jadi besarnya kenaikan suhu adalah 29,4 oC.

- 10) Kawat yang panjangnya 10 m terbuat dari 5 m tembaga dan 5 m aluminium yang memiliki diameter yang sama (1,0 mm). Beda potensial sebesar 80 V diberikan pada ujung-ujung gabungan kawat tersebut. (a) berapakah hambatan total kawat, (b) berapakah arus yang mengalir pada kawat? (c) berapakah beda potensial sepanjang kawat aluminium saja dan berapakah beda potensial sepanjang kawat tembaga saja?

Jawab

Diberikan

Panjang kawat aluminium:  $LA = 5 \text{ m}$

Panjang kawat tembaga:  $LT = 5 \text{ m}$

Diameter kawat:  $d = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$ .

Luas penampang kawat:  $A = \pi d^2/4 = 3,14 \times (10^{-3})^2/4 = 7,85 \times 10^{-7} \text{ m}^2$ .

Berdasarkan Tabel 26.1

Tahanan jenis aluminium:  $\rho_A = 2,65 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$

Tahanan jenis tembaga:  $\rho_T = 1,68 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$

Hambatan kawat aluminium

$RA = \rho_A LA/A = 2,65 \times 10^{-8} \times 5/7,85 \times 10^{-7} = 0,17 \Omega$ .

Hambatan kawat tembaga

$RT = \rho_T LT/A = 1,68 \times 10^{-8} \times 5/7,85 \times 10^{-7} = 0,11 \Omega$ .

Karena kawat aluminium dan tembaga disusun seri, maka hambatan keduanya juga tersusun seri.

Hambatan total kawat menjadi

$R = RA + RT = 0,17 + 0,11 = 0,28 \Omega$ .

(b) Arus yang mengalir pada kawat

$I = V/R = 80/0,28 = 286 \text{ A}$ .

(c) Beda potensial sepanjang kawat aluminium

$VA = I RA = 286 \times 0,17 = 48,6 \text{ V}$

Beda potensial sepanjang kawat tembaga

$VT = I RT = 286 \times 0,11 = 31,4 \text{ V}$

- 11) Berapakah tegangan maksimum yang dapat diberikan pada tahanan  $2,7 \text{ k}\Omega$  dan memiliki daya  $0,25 \text{ W}$ ?

Jawab

Agar hambatan tersebut tidak terbakar, maka daya yang dihasilkan tidak boleh melebihi 0,25 W.

Jadi

$$P_{\text{maks}} = 0,25 \text{ W}$$

$$R = 2,7 \text{ k}\Omega = 2700 \Omega$$

$$P_{\text{maks}} = (V_{\text{maks}})^2/R$$

Atau

$$(V_{\text{maks}})^2 = P_{\text{maks}} \times R = 0,25 \times 2700 = 675 \text{ V}^2$$

atau

$$V_{\text{maks}} = (675)^{1/2} = 26 \text{ V}$$

- 12) Berapa banyak bola lampu 100 W yang dapat dipasang secara parallel di rumah yang memiliki tegangan 220 V dan sekering 2,5 A?

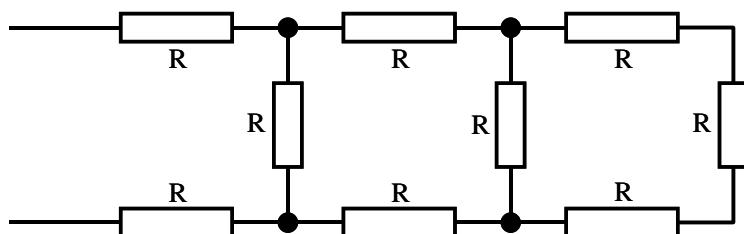
Jawab

Arus maksimum yang diijinkan adalah  $I_m = 2,5 \text{ A}$

Arus yang mengalir pada masing-masing bolam lampu:  $I = P/V = 100/220 = 0,45 \text{ A}$ .

Jumlah bolam lampu yang dapat dipasang adalah  $I_m/I = 2,5/0,45 = 5$  buah.

- 13) Tentukan hambatan pengganti dari “tangga hambatan” pada Gbr.3.31. Hambatan tiap tahanan sama, yaitu  $200 \Omega$ .



Gambar 3.31

Jawab

Kita hitung hambatan tahap demi tahap

Tiga hambatan paling kanan tersusun secara seri, sehingga hambatan penggantinya adalah

$$RA = R + R + R = 3R$$

RA dengan hambatan keempat dari kanan (posisi menghadap atas bawah) tersusun secara parallel, sehingga hambatan penggantinya, RB memenuhi

$$1/RB = 1/RA + 1/R = 1/3R + 1/R = 1/3R + 3/3R = 4/3R$$

atau

$$RB = 3R/4$$

Hambatan RB dengan hambatan kelima dan keenam dari kanan (melintang di atas dan di bawah) tersusun secara seri sehingga dapat digantikan oleh hambatan RC yang memenuhi

$$RC = RB + R + R = 3R/4 + R + R = 3R/4 + 4R/4 + 4R/4 = 11R/4$$

Hambatan RC dengan hambatan ketujuh dari kanan (posisi menghadap atas bawah) tersusun secara parallel, sehingga dapat digantikan oleh hambatan RD yang memenuhi

$$1/RD = 1/RC + 1/R = 1/(11R/4) + 1/R = 4/11R + 11/11R = 15/11R$$

atau

$$RD = 11R/15$$

Hambatan RD dengan dua hambatan paling kiri tersusun secara seri, sehingga dapat digantikan oleh hambatan RT yang memenuhi

$$RT = RD + R + R = 11R/15 + R + R = 11R/15 + 15R/15 + 15R/15 = 41R/15$$

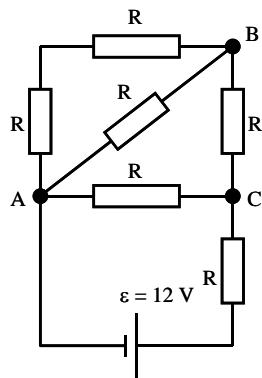
Hambatan RT merupakan hambatan pengganti semua tahanan yang dipasang dalam rangkaian. Jadi, besarnya hambatan pengganti adalah

$$RT = 41 \times 200/15 = 547 \Omega$$

- 14) (a) Pada Gbr. 3.32, tentukan hambatan pengganti rangkaian hambatan jika nilai tiap hambatan adalah  $R = 2,8 \text{ k}\Omega$ . Anggap hambatan dalam baterei nol. (b) tentukan arus yang mengalir pada masing-masing hambatan. (c) tentukan beda potensial antara titik A dan B?

Jawab

Gambar 3.33 memperlihatkan tahapan-tahapan perhitungan tahanan pengganti.



*Gambar 3.32*

Pada Gbr. 3.33(a) hambatan atas dan kiri tersusun secara seri sehingga dapat digantikan oleh hambatan  $R_1$

$$R_1 = R + R = 2R$$

Pada Gbr. 3.33(b), hambatan  $R_1$  dan hambatan  $R$  berposisi diagonal tersusun secara paralel, sehingga dapat digantikan oleh hambatan  $R_2$  yang memenuhi

$$1/R_2 = 1/R_1 + 1/R = 1/2R + 1/R = 1/2R + 2/2R = 3/2R$$

atau

$$R_2 = 2R/3$$

Pada Gbr. 3.33(c), hambatan  $R_2$  dan hambatan di sisi kanan tersusun secara seri, sehingga dapat digantikan oleh hambatan  $R_3$  yang memenuhi

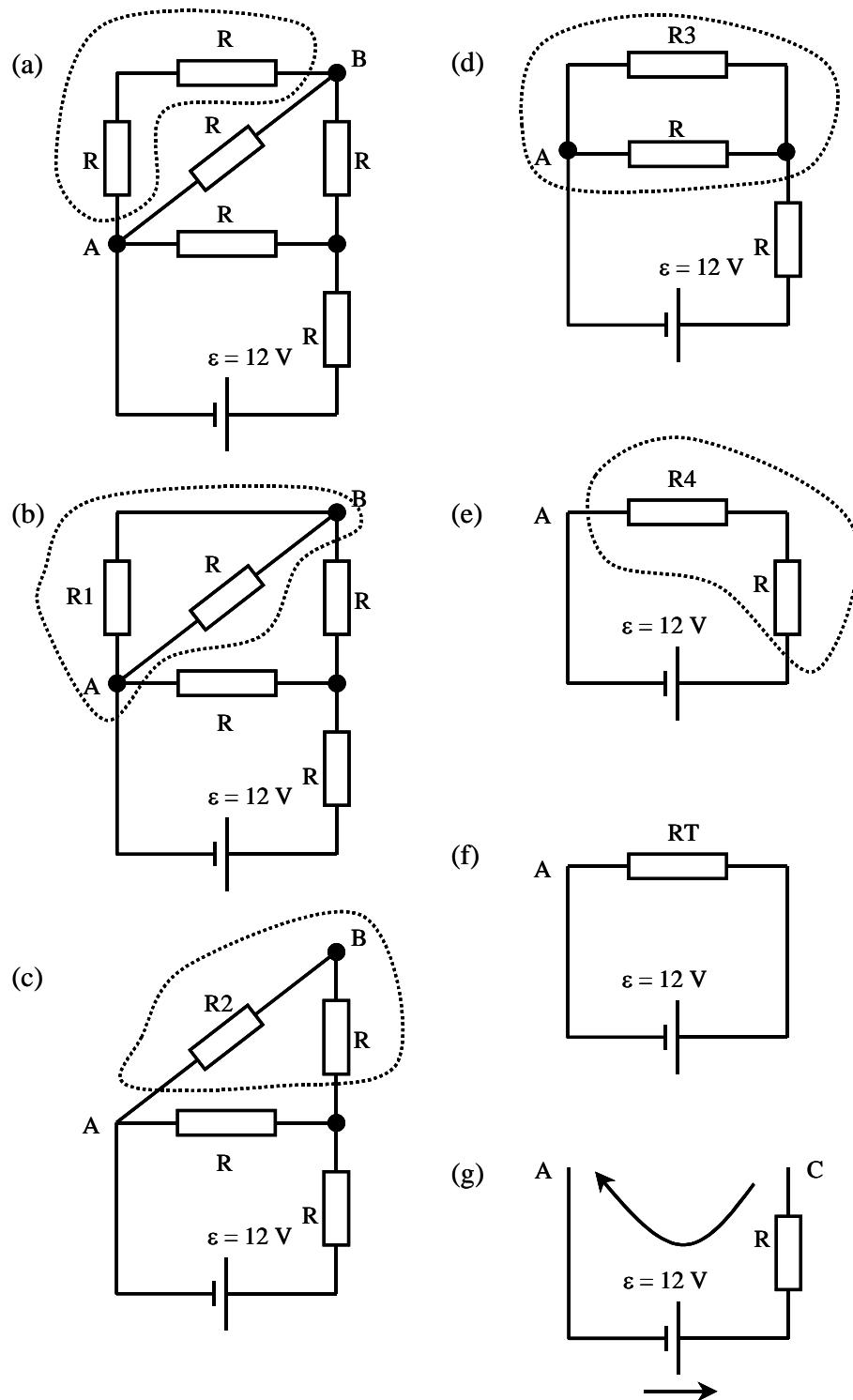
$$R_3 = R_2 + R = 2R/3 + R = 5R/3$$

Pada Gbr. 3.33(d), hambatan  $R_3$  dan hambatan  $R$  yang melintang di tengah tersusun secara paralel, sehingga dapat digantikan oleh hambatan  $R_4$  yang memenuhi

$$1/R_4 = 1/R_3 + 1/R = 1/(5R/3) + 1/R = 3/5R + 5/5R = 8/5R$$

atau

$$R4 = 5R/8$$



Gambar 3.33

Pada Gbr. 3.33(e), hambatan  $R_4$  dan hambatan paling bawah di sisi kanan tersusun secara seri,

sehingga dapat digantikan oleh hambatan RT yang memenuhi

$$RT = R_4 + R = 5R/8 + R = 5R/8 + 8R/8 = 13R/8$$

Hambatan RT merupakan hambatan total rangkaian.

Jadi, hambatan total rangkaian adalah

$$RT = 13R/8 = 13 \times 2,8/8 = 4,55 \text{ k}\Omega.$$

(b) Arus yang mengalir pada baterei sama dengan arus yang mengalir pada hambatan paling bawah di sisi kanan merupakan arus total yang mengalir dalam rangkaian, yaitu

$$I_T = V/RT = 12/4\ 550 = 0,003 \text{ A}$$

Karena hanya ada satu baterei yang dipasang, arah arus ini, jelas keluar dari kutub positif baterai dan masuk pada kutub negatif baterai. Yaitu dari kiri ke kanan pada lintasan paling bawah yang ditempati baterei.

Sekarang kita tentukan beda potensial antara titik C dan A. Lihat arah arus seperti pada Gbr. 3.33(f)

$$V_{CA} = \sum I R - \sum \varepsilon = I_T R - \varepsilon$$

Berdasarkan perjanjian

Arah lintasan yang dibuat berlawanan dengan arah arus. Jadi  $I_T = -0,003 \text{ A}$ .

Lintasan yang dipilih masuk ke  $\varepsilon$  dari kutub positif, maka  $\varepsilon$  diberi harga negatif:  $\varepsilon = -12 \text{ V}$

Jadi

$$V_{CA} = -0,003 \times 2\ 800 - (-12) = 3,6 \text{ V}$$

Arus yang mengalir pada hambatan melintang antara titik C dan A adalah

$$I_{CA} = V_{CA}/R = 3,6/2\ 800 = 0,0013 \text{ A}$$

Arus yang mengalir pada semua hambatan di sebelah atas A dan C adalah

$$I' = I_T - I_{CA} = 0,003 - 0,0013 = 0,0017 \text{ A}$$

Arus  $I'$  sama dengan arus yang mengalir pada hambatan di sisi kanan atas. Arah arus adalah dari bawah ke atas.

Beda potensial antara titik B dan A, sama dengan perkalian arus  $I'$  dengan hambatan  $R_2$  pada Gbr 3.33 (c). Jadi

$$V_{ba} = I' R_2 = I' \times (2R/3) = 0,0017 \times (2 \times 2800/3) = 3,17 \text{ V}$$

Dengan demikian, arus yang mengalir pada R yang berposisi diagonal adalah

$$I'' = V_{ba}/R = 3,17/2800 = 0,00113 \text{ A}$$

Arus yang mengalir pada hambatan paling atas dan kiri atas adalah

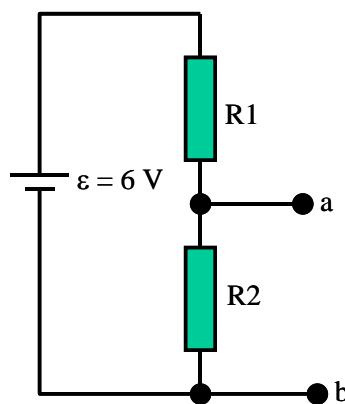
$$I''' = V_{ba}/2R = 3,17/(2 \times 2800) = 0,00057 \text{ A}$$

(c) Tegangan antara titik A dan B sama dengan negatif tegangan antara titik B dan A. Kita sudah hitung,  $V_{ba} = 3,17 \text{ V}$ . Maka  $V_{ab} = -3,17 \text{ V}$ .

15) Misalkan kamu memiliki sumber tegangan 6 V. Tetapi kamu memiliki alat elektronik yang membutuhkan tegangan 4 V. Bagaimana cara mendapatkan tegangan 4 V dari sumber tegangan 6 V?

Jawab

Kita menggunakan dua buah tahanan, yang dikenal sebagai pembagi tegangan. Rangkaiannya tampak pada Gbr. 3.34



Gbr. 3.34 Rangkaian pembagi tegangan

Arus yang mengalir pada tahanan R1 dan R2 adalah

$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2}$$

Tegangan antara titik a dan b adalah

$$V_{ab} = IR_2 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} \times R_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times \varepsilon$$

Agar diperoleh tegangan 4 V dari sumber tegangan 6 V maka

$$4 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times 6$$

atau

$$(R_1 + R_2)/R_2 = 6/4$$

$$R_1 + R_2 = 6 R_2/4$$

$$R_1 = 6R_2/4 - R_2 = R_2/2$$

Jadi, kita perlu memasang dua buah hambatan dengan hambatan R1 setengah kali hambatan R2. Contohnya, R1 = 10 Ω dan R2 = 20 Ω.

- 16) Dua tahanan, ketika dihubungkan secara seri ke tegangan 110 V menghasilkan daya seperempat dari yang dihasilkan ketika kedua tahanan tersebut dihubungkan secara paralel. Jika hambatan satu tahanan 2,2 kΩ, berapakah hambatan tahanan yang lainnya?

Jawab

Misalkan hambatan tahanan yang lain R maka

Ketika dihubungkan seri, hambatan total adalah  $R_s = R + 2200 \Omega$ .

Daya yang dihasilkan

$$P_s = V^2/R_s$$

Ketika dihitung secara paralel maka hambatan total  $R_p$  memenuhi

$$1/R_p = 1/R + 1/2200 = (2200 + R)/2200 R$$

atau

$$R_p = 2200 R / (2200 + R)$$

Daya yang dihasilkan

$$P_p = V^2/R_p$$

$$\text{Tetapi } P_s = 1/4 P_p$$

Atau

$$V^2/R_s = (1/4) V^2/R_p$$

$$1/R_s = 1/4R_p$$

$$R_s = 4 R_p$$

$$R + 2200 = 4 \times 2200 R/(R + 2200)$$

$$(R + 2200)^2 = 8800 R$$

$$R^2 + 4400R + 4\ 840\ 000 = 8800 R$$

$$R^2 - 4400 R + 4\ 840\ 000 = 0$$

$$(R - 2200)^2 = 0$$

atau

$$R = 2200 \Omega = 2,2 \text{ k}\Omega.$$

Jadi tahanan lain memiliki hambatan 2,2 k $\Omega$  juga.

17) Lampu 75 W, 220 V dihubungkan secara paralel dengan lampu 40 W, 220 V. Berapakah hambatan total lampu?

Jawab

$$\text{Hambatan lampu pertama } R_1 = V^2/P_1 = 220^2/75 = 645 \Omega.$$

$$\text{Hambatan lampu kedua } R_2 = V^2/P_2 = 220^2/40 = 1\ 210 \Omega.$$

Hambatan total lampu, R memenuhi

$$1/R = 1/645 + 1/1\ 210 = 0,00155 + 0,000826 = 0,002376$$

atau

$$R = 1/0,002376 = 421 \Omega$$

## Soal Latihan

- 1) Berapakah arus dalam ampere jika 1000 ion Na<sup>+</sup> mengalir melalui membran sel selama 6,5  $\mu$ s? Muatan satu ion Na<sup>+</sup> sama dengan muatan elektron, hanya tandanya positif.
- 2) Berapakah hambatan sebuah toaster jika diberikan tegangan 110 V muncul arus 2,8 A?
- 3) Baterei 9 V dihubungkan ke lampu yang memiliki hambatan 1,6  $\Omega$ . Berapa elektron yang meninggalkan baterei selama satu menit?
- 4) Sebuah hair dryer menarik arus 9 A ketika disambukan ke tegangan 110 V. (a) Berapakah hambatan hair dryer? (b) Berapa muatan yang mengalir selama 15 menit?
- 5) Berapakah diamater kawat tungsten yang panjangnya 1 meter jika hambatannya 0,22  $\Omega$ ?
- 6) Dapatkan kawat tembaga yang diamaternya 2,5 mm memiliki hambatan yang sama dengan kawat tungsten yang panjangnya sama dengan panjang kawat tembaga tersebut?
- 7) Sebuah kawat aluminium, ketika dihubungkan ke tegangan 10,0 V tepat menghasilkan arus 0,4212 A. Pada saat itu suhu kawat tepat 20 oC. Kemudian kawat tersebut ditempatkan pada lingkungan yang suhunya tidak diketahui. Dengan memberikan tegangan yang sama, arus yang mengalir pada kawat menjadi 0,3618 A. Berapakah suhu lingkungan kawat tersebut?
- 8) Tentukan, pada suhu berapakah tahanan jenis tembaga menjadi sama dengan tahanan jenis tungsten pada suhu 20 oC?
- 9) Sebuah bolam lampu mengandung filamen yang memiliki hambatan 12  $\Omega$  kerika dalam kondisi dingin dan 140 oC pada keadaan panas. Perkirakan suhu filamen dalam bola lampu ketika saklar di “ON” kan (lampu menyala) jika koefisien suhu hambatannya adalah  $\alpha = 0,0060 (oC)^{-1}$
- 10) Berapakah daya maksimum yang dikonsumsi oleh sebuah walkman jika arus maksimum yang ditarik oleh alat tersebut dari sumber tegangan 9 V adalah 350 mA?
- 11) (a) Berapakah hambatan dan arus yang mengalir pada bolam lampu 60 W jika dihubungkan ke sumber tegangan 120 V? (b) Ulangi pertanyaan di atas untuk bolam lampu 440 W.
- 12) Sebuah pembangkit listrik memberikan daya 520 kW ke sebuah pabrik melalui kabel yang tahanan totalnya 3  $\Omega$ . Berapa daya listrik yang terbuang jika tegangan yang diberikan 50.000 V? Dan berapa daya yang terbuang jika tegangan 20.000 V?
- 13) Delapan lampu sejenis dihubungkan secara seri pada tegangan listrik 220 V. (a) berapa beda tegangan yang dialami tiap lampu? (b) Jika arus yang mengalir 0,8 A, berapakah hambatan yang dimiliki masing-masing lampu dan daya yang dihasilkan oleh masing-masing lampu tersebut?
- 14) Delapan lampu serupa dihubungkan secara paralel pada tegangan 110 V. Jika arus yang mengalir pada tiap lampu adalah 240 mA, berapakah hambatan tiap lampu dan daya yang dihasilkan masing-masing lampu?
- 15) Empat buah lampu yang memiliki hambatan masing-masing 140  $\Omega$  dihubungkan secara seri. (b) berapakah hambatan total ke empat lampu tersebut? (b) berapakah hambatan total jika lampu disusun secara paralel?

- 16) Tiga buah lampu yang memiliki hambatan masing-masing  $40\ \Omega$  dan tiga buah lampu yang memiliki hambatan masing-masing  $80\ \Omega$  dihubungkan secara seri. (a) Berapakah hambatan total enam lampu tersebut? (b) Berapakah hambatan total jika enam lampu tersebut disusun secara paralel?
- 17) Dari satu buah hambatan  $40\ \Omega$  dan satu buah hambatan  $80\ \Omega$ , hambatan yang nilai berapakah yang mungkin diperoleh dari kombinasi kedua hambatan tersebut?
- 18) Misalkan kamu memiliki tiga buah hambatan, masing-masing  $500\ \Omega$ ,  $900\ \Omega$ , dan  $1,4\ k\Omega$ . Berapakah hambatan terbesar yang dapat kamu peroleh dengan mengkombinasikan tiga hambatan tersebut? Berapakah hambatan terkecil yang dapat kamu peroleh?
- 19) Tiga buah tahanan  $240\ \Omega$  dapat dikombinasikan dalam empat cara yang berbeda. Hitunglah hambatan pada tiap-tiap kombinasi tersebut.
- 20) Tahanan  $2,1\ k\Omega$  dan  $2,8\ k\Omega$  dihubungkan secara paralel. Kombinasi tersebut kemudian dihubungkan secara seri dengan tahanan  $1,8\ k\Omega$ . Jika daya maksimum yang sanggup ditahan masing-masing tahanan  $0,25\ W$ , berapakah tegangan maksimum yang bisa dipasang pada rangkaian tersebut?
- 21) Dua buah lampu yang memiliki daya yang sama dihubungkan ke tegangan  $220\ V$ . Manakah yang lebih terang jika jika kedua lampu tersebut dipasang secara seri dibandingkan apabila kedua lampu tersebut dipasang secara paralel?

## Bab 4

# Kemagnetan

Setelah cukup banyak membahas kelistrikan pada beberapa Bab terdahulu, pada bagian ini kita akan belajar fenomena lain yang sangat penting, yaitu kemagnetan. Fenomena ini sering kita amati dalam kehidupan sehari-hari. Contoh fenomena kemagnetan adalah pergerakan jarum kompas menuju arah utara selatan (lebih tepatnya mendekati arah utara selatan), tarikan atau tolakan dua batang magnet, terjadinya aurora di dekat kutub bumi, dan sebagainya. Dan ternyata para ahli fisika telah menemukan hubungan yang sangat erat antara fenomena kelistrikan dan kemagnetan. Kelistrikan dapat dihasilkan oleh proses pada magnet, dan sebaliknya kemagnetan dapat dihasilkan oleh proses pada listrik. Oleh karena itu kelistrikan dan kemagnetan dapat dipandang sebagai satu fenomena saja yang sekarang dinamai electromagnet (elektro dan magnet).

### 4.1 Gaya Antar Kutub Magnet Permanen

Salah satu gejala kemagnetan yang dapat kalian amati dengan mudah adalah tertariknya paku atau potongan besi oleh batang magnet. Batang magnet seperti ini dikelompokan sebagai magnet permanen. Disebut magnet permanen karena sifat kemagnetan tetap ada kecuali dikenai gangguan luar yang cukup besar seperti pemanasan pada suhu yang cukup tinggi atau pemukulan yang cukup keras.

Setiap magnet memiliki dua kutub yang berlawanan. Salah satu kutub dinamai kutub utara dan kutub lainnya dinamai kutub selatan. Dinamakan kutub utara karena kutub tersebut akan mengarah ke kutub utara geografi bumi. Sebaliknya, kutub selatan cenderung mengarah ke kutub selatan geografi bumi.

Dua kutub magnet yang didekati akan saling melakukan gaya. Sifat gaya antar kutub magnet sebagai berikut

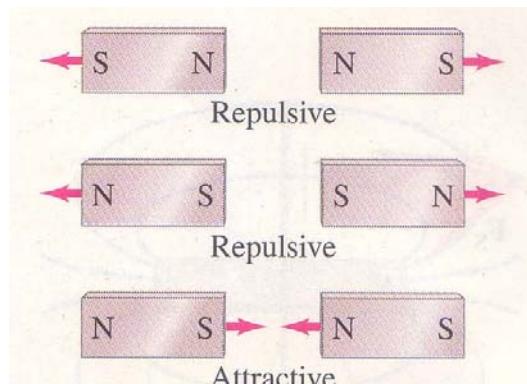
- i) Kutub sejenis melakukan gaya tolak-menolak
- ii) Kutub tak sejenis melakukan gaya tarik-menarik
- iii) Besarnya gaya tarik atau gaya tolak antar dua kutub berbanding lurus dengan kekuatan masing-masing kutub dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak antar dua kutub.

Secara matematika, besar gaya antar kutub magnet dapat ditulis

$$F = k \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (4.1)$$

dengan  $F$  = gaya antar kutub,  $m_1$  = kekuatan kutub pertama (Ampere meter),  $m_2$  = kekuatan kutub kedua,  $r$  = jarak antara ke dua kutub, dan  $k$  = konstanta yang besarnya  $10^{-7}$  Weber/(Ampere

meter)



Gambar 4.1 Kutub magnet sejenis tolak-menolak dan kutub tak sejenis tarik-menarik.

Contoh

Dua magnet batang mempunyai kekuatan kutub yang sama. Ketika kutub utara dari satu magnet didekatkan dengan kutub selatan magnet yang lainnya sampai 1 cm, gaya yang dialami adalah 0,001 N.

- Gaya tolak atau gaya tarikkah yang terjadi pada dua kutub?
- Berapa kekuatan masing-masing kutub?

Jawab

Diberikan:

Kekuatan kutub sama. Misalkan kekuatan kutub m maka  $m_1 = m_2 = m$ .

$$F = 0,001 \text{ N}$$

$$r = 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$$

$$k = 10^{-7} \text{ Wb/A m}$$

- Karena kutub yang berdekatan adalah kutub utara dan selatan (kutub tak sejenis) maka gaya yang dialami ke dua kutub adalah gaya tarik menarik.

b)  $F = k m_1 m_2 / r^2$

$$0,001 = 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{m} / (0,01)^2$$

$$0,001 = 10^{-7} \text{ m}^2 / 0,0001$$

$$0,001 = 0,001 \text{ m}^2$$

$$m^2 = 0,001 / 0,001 = 1$$

atau

$$m = 1 \text{ Ampere meter}$$

Jadi kekuatan kutub masing-masing magnet adalah  $m_1 = m_2 = 1 \text{ Ampere meter}$ .

## 4.2 Mengapa kutub magnet cenderung mengambil arah utara-selatan?

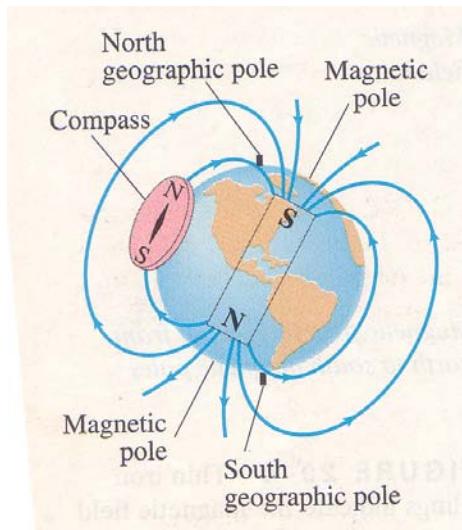
### Kegiatan

Coba kalian tempatkan sebuah magnet batang yang cukup besar di atas meja dengan kutub-kutubnya berarah barat-timur. Kutub utara magnet mengarah ke barat dan kutub selatan magnet mengarah ke timur. Kemudian ikatkan sebuah magnet jarum dengan benang sehingga berada dalam posisi horizontal. Dekatkan magnet jarum di atas magnet batang. Amati bagaimana arah kutub magnet jarum? Kalian amati kutub utara magnet jarum menghadap ke timur dan kutub selatan magnet jarum mengarah ke barat. Mengapa?

Karena kutub utara magnet jarum ditarik oleh kutub selatan magnet batang dan kutub selatan magnet jarum ditarik oleh kutub utara magnet batang. Pengamatan ini dapat menjelaskan mengapa magnet yang menggantung bebas selalu mengambil arah utara-selatan. Ini akibat bumi kita sebenarnya sebuah magnet permanen dengan arah kutub sebagai berikut:

- i) Kutub selatan magnet bumi berada di sekitar kutub utara geografi bumi
- ii) Kutub utara magnet bumi berada di sekitar kutub selatan geografi bumi

Lokasi kutub magnet bumi tidak tepat berimpit dengan kutub geografi bumi sehingga jarum kompas tidak tepat mengarah ke kutub-kutub bumi.

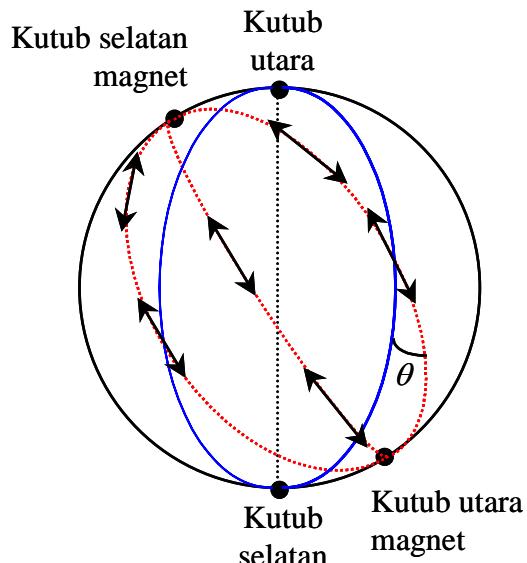


Gambar 4.2 Bumi adalah magnet yang sangat besar. Kutub selatan magnet bumi berada di sekitar kutub utara geografi bumi dan kutub utara magnet bumi berada di sekitar kutub selatan geografi bumi.

## 4.3 Sudut deklinasi

Kutub selatan magnet bumi berada di bagian utara Canada, pada jarak sekitar 1300 km dari

kutub utara geografi bumi. Akibatnya, jarum kompas tidak tepat menunjuk arah utara selatan. Beda antara sudut yang ditunjukkan oleh jarum kompas dengan arah kutub geografi bumi disebut **sudut deklinasi**. Untuk menentukan sudut deklinasi kalian tempatkan jarum kompas di atas poros yang memungkinkan jarum tersebut dapat berputar bebas dalam arah horisontal. Amati arah kutub selatan dan utara jarum kompas dan amati arah selatan-utara geografi di tempat tersebut. Sudut yang dibentuk oleh ke dua arah tersebut disebut sudut deklinasi.



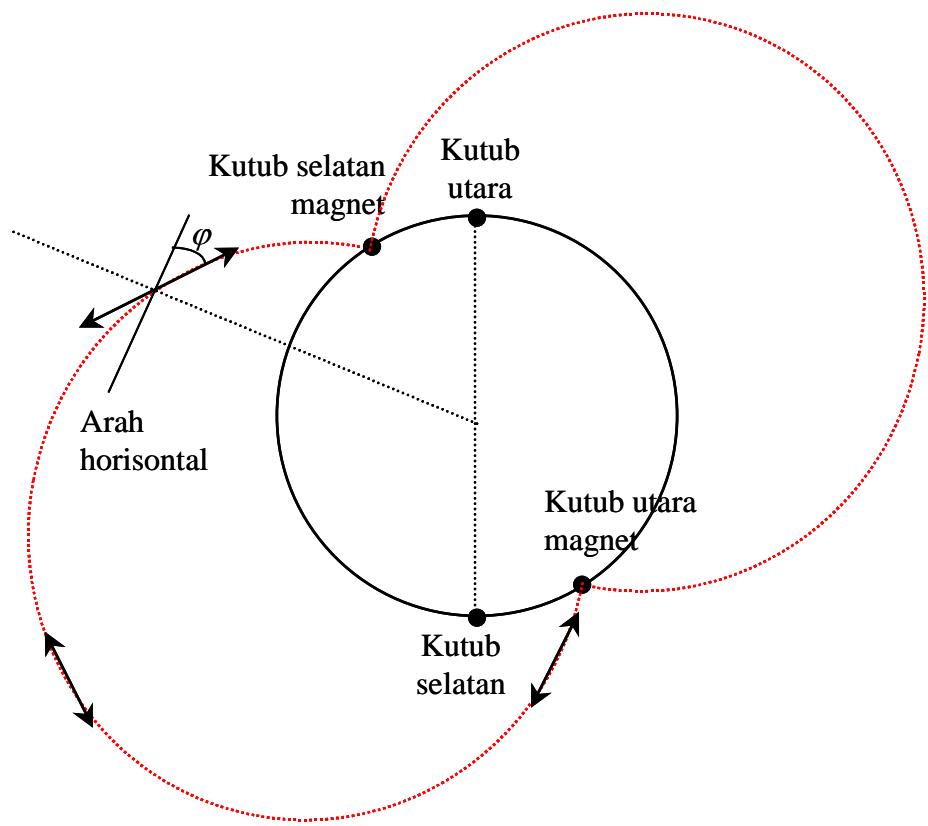
*Gambar 4.3 Sudut antara sumbu jarum kompas dan arah utara selatan,  $\theta$ , disebut sudut deklinasi*

#### 4.4 Sudut Inklinasi

Sudut inklinasi disefiniskan sebagai sudut yang dibentuk oleh garis hubung kutub utara-selatan jarum kompas dengan garis horisontal di tempat tersebut. Untuk menentukan sudut inlkinasi kalian tempatkan jarum kompas pada poros yang memungkinkan jarum berputar bebas dalam arah vertikal. Amati arah kutub selatan-utara jarum kompas terhadap arah garis horisontal. Sudut yang dibentuk oleh ke dua arah tersebut disebut sudut inklinasi. Jika kutub utara jarum kompas berada di sebelah atas garis horisontal kita sebut tempat tersebut memiliki sudut inklinasi positif. Sebaliknya jika kutub utara jarum kompas berada dibawah garis horisontal kita sebut tempat tersebut memiliki inklinasi negatif.

Tanpa terlalu sulit, kalian dapat menunjukkan bahwa di kutub selatan sudut inklinasi  $+90^\circ$  sedangkan di kutub utara sudut inklinasi  $-90^\circ$ . Pada tempat lain di permukaan bumi sudut inklinasi berada antara  $-90^\circ$  sampai  $+90^\circ$ . Makin dekat ke khatulistiwa sudut inklinasi makin mendekati  $0^\circ$ . Karena kutub utara dan selatan magnet bumi tidak tepat beimpit dengan kutub utara dan selatan geografi bumi, maka pada daerah yang memiliki lintang yang berbeda, sudut inklinasi berbeda walaupun cukup kecil. Pada lintang tertentu selalu ada dua tempat yang memiliki sudut deklinasi

yang sama (coba kalian pikirkan).

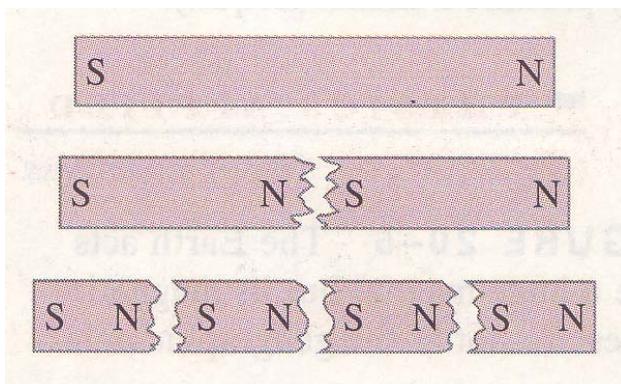


Gambar 4.4 Sudut antara sumbu jarum kompas dan arah horisontal disebut sudut inklinasi

## 4.5 Domain Magnet

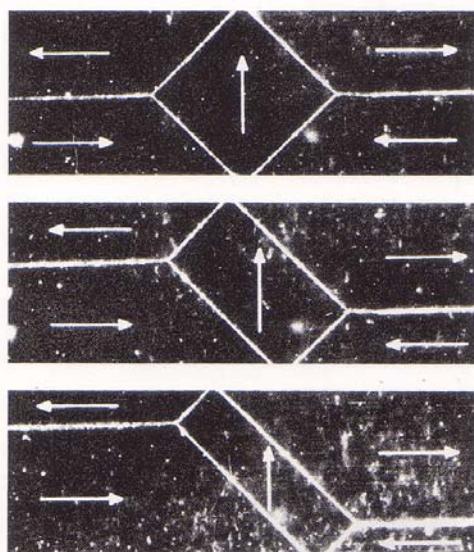
### Kegiatan

Ambil sebuah magnet batang yang agak panjang, lalu potong menjadi dua. Apa yang akan kamu dapatkan? Tiap potong juga merupakan magnet bukan? Masing-masing memiliki kutub utara dan selatan sendiri-sendiri. Mengapa demikian?



Gambar 4.5 Jika magnet permanen dipotong maka tiap potongan tetap merupakan magnet.

Jawabannya adalah sebuah magnet permanen sebenarnya terdiri atas domain-domain magnet yang ukurannya sangat kecil. Tiap domain sudah merupakan magnet. Jika sebuah magnet dipotong maka masing-masing potongan mengandung sejumlah domain sehingga masing-masing memperlihatkan sifat kemagnetan. Jika hasil potongan dipotong lagi maka masing-masing potongan baru masih mengandung sejumlah domain sehingga memperlihatkan sifat kemagnetan. Sifat kemagnetan mungkin akan hilang jika ukuran potongan lebih kecil daripada ukuran domain dan ini biasanya dalam orde micrometer.

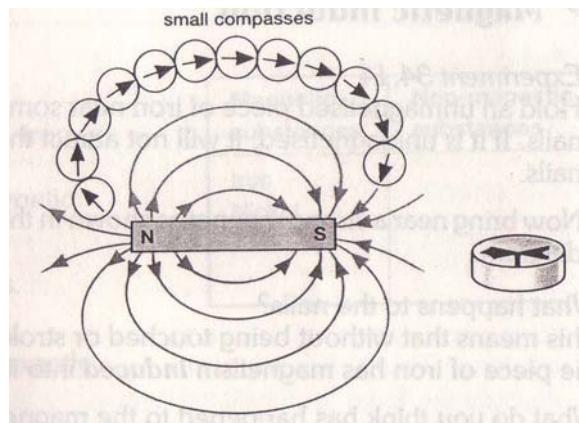


Gambar 4.6 Magnet permanen mengandung domain-domain magnet. Satu domain magnet merupakan magnet elementer (magnet terkecil) dalam benda tersebut

#### 4.6 Garis Gaya Magnetik

Kalian sudah belajar bahwa keberadaan gaya antar muatan listrik dapat dijelaskan dengan sederhana bila diperkenalkan konsep garis gaya listrik. Garis gaya listrik dilukiskan keluar dari muatan positif dan masuk pada muatan negatif. Untuk mendapatkan kemudahan yang sama, maka diperkenalkan juga konsep **garis gaya** pada magnet.

- i) Garis gaya magnet dilukiskan keluar dari kutub utara dan masuk di kutub selatan.
- ii) Kerapatan garis gaya per satuan luas di suatu titik menggambarkan kekuatan medan magnet di titik tersebut.
- iii) Kerapatan garis gaya terbesar diamati di kutub magnet. Ini berarti medan magnet paling kuat di daerah kutub.
- iv) Makin jauh dari kutub maka makin kecil kerapatan garis gaya. Ini berarti makin jauh dari kutub maka makin lemah medan magnet.



Gambar 4.7 Lukisan garis gaya magnet

#### 4.7 Tidak Ada Muatan Magnetik

Pada muatan listrik kita mendapatkan bahwa garis gaya keluar dari muatan positif dan masuk pada muatan negatif. Kedua muatan dapat dipisahkan sejauh-jauhnya sehingga kita dapat memperoleh muatan positif yang terisolasi atau muatan negatif yang terisolasi. Namun, tidak demikian dengan magnet. Kita tidak pernah menemukan kutub utara magnet saja (tanpa kutub selatan) atau kutub selatan magnet saja (tanpa kutub utara). Kutub utara dan kutub selatan magnet selalu muncul berpasangan.

Kutub utara yang terpisah atau kutub selatan yang terpisah disebut muatan magnet. Karena tidak pernah ditemukan kutub utara atau kutub selatan yang terpisah maka kita simpulkan **tidak ada muatan magnet**.

#### 4.8 Medan Magnet

Seperti pada definisi medan listrik, kita juga mendefinisikan medan magnet. Di sekitar suatu magnet dihasilkan medan magnet dengan sifat sebagai berikut:

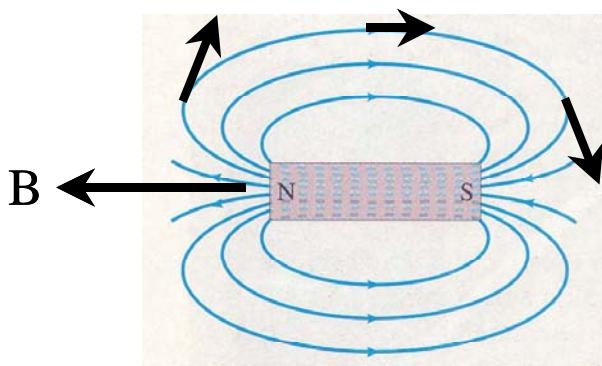
- Arah medan magnet sama dengan arah garis gaya magnet
- Besar medan magnet sebanding dengan kerapatan garis gaya magnet

Di sekitar kutub magnet kerapatan garis gaya magnet paling besar sehingga didapati medan magnet yang paling besar.

Arah garis gaya keluar dari kutub utara dan masuk ke kutub selatan. Dengan demikian, arah medan magnet keluar dari kutub utara dan masuk di kutub selatan.

Kita simbolkan medan magnet dengan  $\vec{B}$ , yang merupakan sebuah besaran vector. Satuan

medan magnet adalah Tesla yang disingkat T.



Gambar 4.8 Lukisan medan magnet.

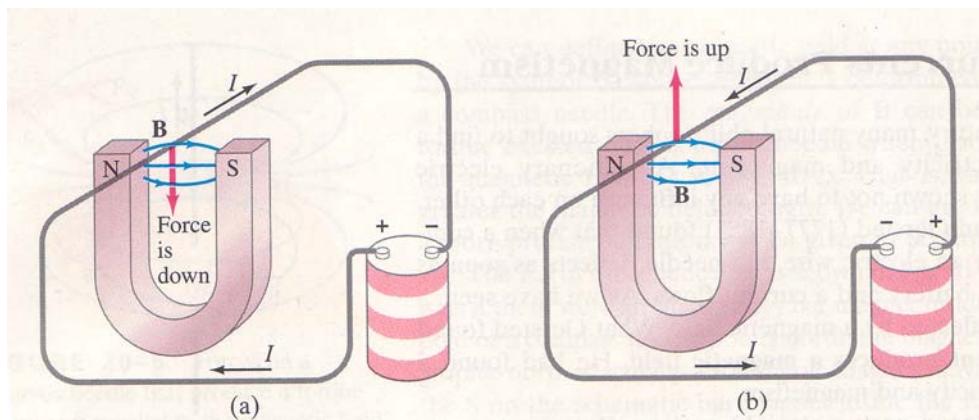
#### 4.9 Gaya Lorentz

Magnet tidak hanya melakukan gaya pada magnet lain, tetapi juga dapat melakukan gaya pada arus listrik. Jika kawat yang dialiri arus listrik ditempatkan dalam medan magnet, maka kawat tersebut mendapat gaya dari magnet. Besar dan arah gaya yang dialami kawat yang dialiri arus listrik dalam medan magnet diberikan oleh hukum Lorentz

$$\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B} \quad (4.2)$$

dengan  $\vec{F}$  : gaya yang dilami kawat berarus listrik,  $I$  : besar arus listrik, dan  $\vec{L}$  : vector panjang kawat yang dikenai medan magnet (m). Besar vector  $\vec{L}$  sama dengan bagian panjang kawat yang dikenai medan magnet saja sedangkan arahnya sama dengan arah arus dalam kawat.

$\vec{B}$  : vektor medan magnet (T)



Gambar 4.9 Medan magnet melakukan gaya pada kawat yang dialiri arus listrik

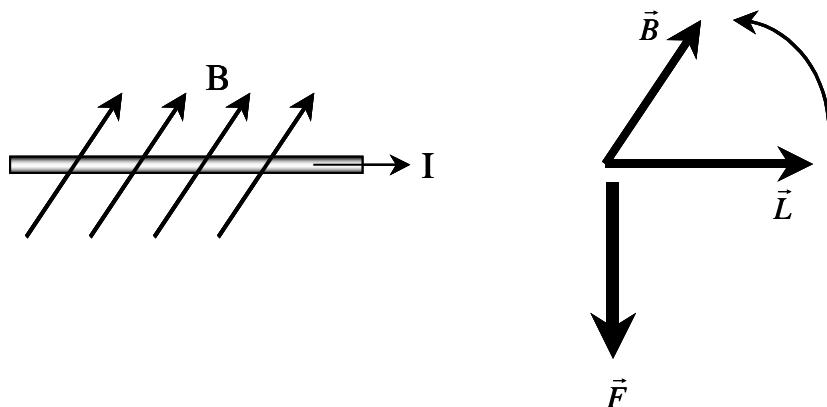
Besarnya gaya Lorentz yang dialami kawat berarus listrik dapat dituliskan

$$F = ILB \sin \theta \quad (4.3)$$

dengan  $\theta$  adalah sudut antara vector  $\vec{L}$  dan vector  $\vec{B}$ .

Untuk menentukan arah gaya Lorentz, kita gunakan aturan sekrup putar kanan. Caranya sebagai berikut.

- Tempatkan vector panjang kawat dan vector medan magnet sehingga titik pangkalnya berimpit.
- Putar sekrup putar kanan dari arah vector panjang kawat ke arah vector medan magnet.
- Arah maju sekrup sama dengan arah gaya Lorentz pada kawat.



Gambar 4.10 Menentukan arah gaya Lorentz

#### 4.10 Definisi Satu Tesla

Jika arah arus dan arah medan magnet saling tegak lurus ( $\theta = 90^\circ$ , atau  $\sin \theta = 1$ ) maka gaya Lorentz pada kawat memenuhi

$$F = ILB \quad (4.4)$$

Jika kawat dialiri arus satu ampere dan panjang kawat yang dikenai medan magnet adalah satu meter, maka besarnya medan magnet sama dengan satu tesla jika gaya yang bekerja pada kawat adalah satu Newton.

Contoh

Kawat yang panjangnya 10 m ditempatkan dalam medan magnet yg kuat medannya 0,01 T. Bagian kawat yang dikenai medan magnet hanya sepanjang 10 cm, Arahj arus kawat terhadap medan magnet membentuk sudut  $30^\circ$ . Berapa besar gaya yang bekerja pada kawat?

Jawab

$$I = 100 \text{ mA} = 0,01 \text{ A}$$

$$B = 0,01 \text{ T}$$

$$\theta = 30^\circ$$

L = 10 cm = 0,1 m (hanya mengambil panjang bagian kawat yang dikenai medan magnet)

Maka

$$F = I L B \sin \theta$$

$$= 0,1 \times 0,1 \times 0,01 \text{ T} \times \sin 30^\circ = 0,1 \times 0,1 \times 0,01 \times 1/2$$

$$= 5 \times 10^{-5} \text{ N}$$

#### 4.11 Gaya Lorentz Pada Muatan yang Bergerak

Kalian sudah tahu bahwa muatan yang bergerak menghasilkan arus listrik bukan? Dengan demikian, muatan yang bergerak dalam medan magnet juga mengalami gaya Lorentz. Kita dapat menurunkan persamaan gaya Lorentz untuk muatan yang bergerak dari persamaan gaya Lorentz untuk arus pada kawat.

Telah kita bahas, gaya Lorentz pada kawat yang dialiri arus adalah

$$\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B}$$

Tetapi, arus sama dengan muatan yang mengalir per satuan waktu, atau

$$I = \frac{q}{\Delta t} \quad (4.5)$$

dengan  $\Delta t$  adalah selang waktu dan  $q$  adalah muatan yang mengalir dalam selang waktu tersebut.

Selanjutnya kita dapat menulis gaya Lorentz pada kawat berarus listrik sebagai berikut

$$\vec{F} = \left( \frac{q}{\Delta t} \right) \vec{L} \times \vec{B} = q \left( \frac{\vec{L}}{\Delta t} \right) \times \vec{B} \quad (4.6)$$

Tetapi,  $\frac{\vec{L}}{\Delta t}$  adalah panjang per satuan waktu. Untuk muatan yang bergerak,  $\vec{L}$  adalah

perpindahan muatan dan  $\Delta t$  adalah lama waktu perpindahan. Jadi,  $\frac{\vec{L}}{\Delta t}$  tidak lain daripada kecepatan muatan, atau

$$\frac{\vec{L}}{\Delta t} = \vec{v} \quad (4.7)$$

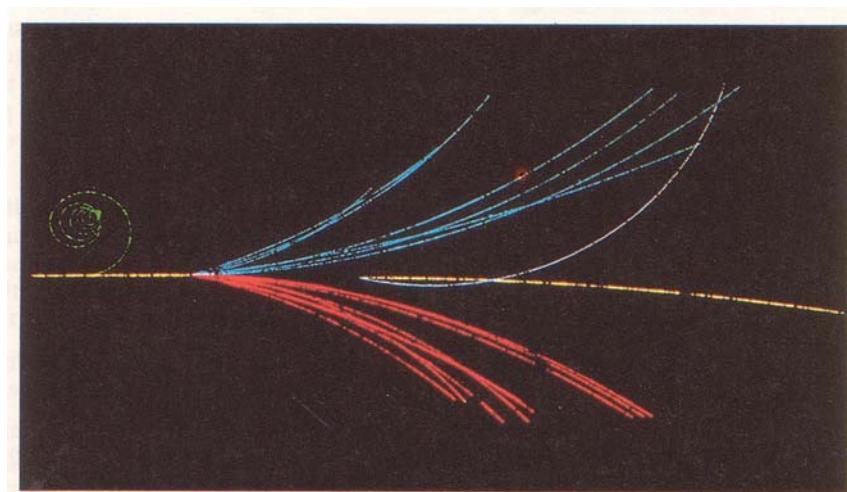
Akhirnya, dengan substitusi persamaan (4.7) ke dalam persamaan (4.6) diperoleh gaya Lorentz pada muatan yang bergerak memenuhi

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \quad (4.8)$$

Besarnya gaya Lorentz menjadi

$$F = qvB \sin \theta \quad (4.9)$$

dengan  $\theta$  adalah sudut antara vector  $\vec{v}$  dan vector  $\vec{B}$ .



*Gambar 4.11 Lintasan muatan listrik yang bergerak dalam medan magnet mengalami pembelokan akibat gaya Lorentz. Muatan yang berputaran positif dan negatif membekok ke arah yang berlawanan.*

Contoh

Sebuah partikel yang mempunyai massa 200 miligram dan membawa muatan  $2 \times 10^{-8}$  coulomb daitembakkan tegak lurus dan horizontal pada medan magnet serba sama yang horizontal dengan kecepatan  $5 \times 10^4$  m/s. Jika partikel itu tidak mengalami perubahan arah, tentukan kuat medan magnet

Jawab

Diberikan

$$m = 200 \text{ miligram} = 2 \times 10^{-4} \text{ kg}$$

$$v = 5 \times 10^4 \text{ m/s}$$

$$q = 2 \times 10^{-8} \text{ C}$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

Di sini ada dua gaya yang bekerja. Pertama adalah gaya gravitasi ke bawah. Kedua adalah Gaya Lorentz. Agar lintasan partikel tidak berubah maka besar gaya Lorentz sama dengan besar gaya gravitasi.

Besar gaya gravitasi =  $m g$

Karena lintasan partikel tegak lurus medan magnet, maka besar gaya Lorentz =  $q v B \sin 90^\circ = q v B$ .

Karena kedua gaya sama maka

$$q v B = m g$$

atau

$$B = \frac{mg}{qv} = \frac{(2 \times 10^{-8}) \times 10}{(2 \times 10^{-8}) \times (5 \times 10^4)} = 2 \text{ T}$$

#### 4.12 Pembelokkan Lintasan Muatan Dalam Medan Magnet

Seperti yang dibahas di atas, arah gaya Lorentz selalu tegak lurus  $B$  dan tegak lurus  $v$ . Arah gaya yang selalu tegak lurus arah gerak pada partikel bermuatan yang bergerak dalam medan magnet persis sama dengan gaya pada benda yang sedang bergerak melingkar beraturan. Pada benda yang bergerak melingkar, selalu bekerja gaya ke arah pusat lingkaran, sedangkan arah gerak selalu menyenggung lintasan (tegak lurus gaya). Dengan demikian, kita bisa memastikan bahwa lintasan muatan yang masuk dalam medan magnet dalam arah tegak lurus membentuk lintasan lingkaran. Karena lintasan berbentuk lingkaran maka pada muatan ada gaya sentripetal sebesar

$$F_s = m \frac{v^2}{r} \quad (4.10)$$

dengan  $v$  : laju partikel,  $m$  : massa partikel, dan  $r$  : jari-jari lintasan

Sumber gaya sentripetal adalah gaya Lorentz yang dihasilkan oleh medan magnet yang besarnya

$$F_L = qvB \quad (4.11)$$

Dengan menyamakan nilai ke dua gaya tersebut kita peroleh

$$qvB = m \frac{v^2}{r}$$

atau

$$m = \frac{qBr}{v} \quad (4.12)$$

Tampak dari persamaan (4.12) bahwa, jika laju dan muatan partikel diketahui maka dengan mengukur jari-jari lintasan, kita dapat menentukan massa partikel.

Contoh

Sebuah partikel yang memiliki satu muatan elementer memasuki daerah yang mengandung medan magnet 0,010 T dengan laju  $2,0 \times 10^7$  m/s arah tegak lurus medan magnet. Diamati bahwa partikel tersebut bergerak dalam lintasan lingkaran dengan jari-jari 11 mm. Tentukan massa partikel tersebut.

Jawab

Diberikan

$$q = \text{satu muatan elementer} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$B = 0,010 \text{ T}$$

$$v = 2,0 \times 10^7 \text{ m/s}$$

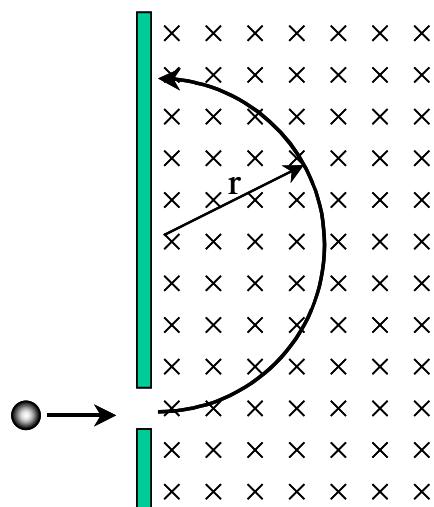
$$\theta = 90^\circ$$

$$r = 11 \text{ mm} = 0,011 \text{ m}$$

Massa partikel

$$m = \frac{qBr}{v}$$

$$= \frac{(1,602 \times 10^{-19}) \times (0,010) \times (0,011)}{(2 \times 10^7)} = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$$



Gambar 4.12 Massa atom dapat ditentukan berdasarkan jari-jari lintasan dalam medan magnet.

Tanda silang artinya medan magnet berarah ke belakang menembus kertas.

#### 4.13 Spektrometer Massa

Spektrometer massa adalah alat yang dapat menentukan massa atom dengan teliti. Alat ini memanfaatkan prinsip gaya Lorentz. Atom yang akan diukur massanya mula-mula diionisasi sehingga bermuatan positif. Ion tersebut ditembakkan dalam medan magnet yang diketahui besarnya. Jika laju ion dapat ditentukan maka massa atom dapat dihitung berdasarkan pengukuran jari-jari lintasannya.

##### a) Selektor Kecepatan

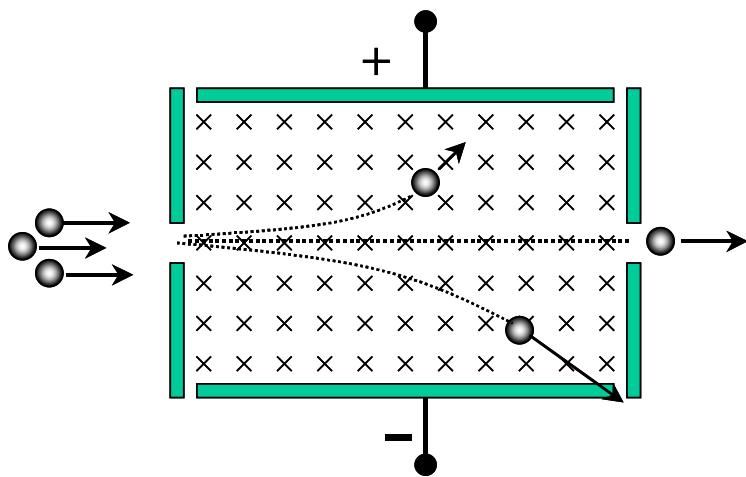
Agar massa atom dapat dihitung maka laju ion harus diketahui terlebih dahulu. Bagaimana cara menentukan laju ion dengan mudah? Cara yang mudah adalah menggunakan selektor kecepatan. Selektor kecepatan memanfaatkan gaya listrik dan gaya magnet. Medan magnet dan medan listrik dibangkitkan dalam suatu ruang dalam arah yang saling tegak lurus.

Partikel bermuatan ditembakkan masuk ke dalam ruangan yang mengandung dua medan tersebut. Baik medan listrik maupun medan magnet masing-masing melakukan gaya pada partikel.

Gaya yang dilakukan medan listrik =  $q E$

Gaya yang dilakukan medan magnet =  $q v B$

Besar medan listrik dan medan magnet diatur sedemikian rupa sehingga ke dua gaya tersebut persis sama besar dan berlawanan arah. Dalam keadaan demikian, partikel tidak mengalami pembelokan



Gambar 4.13 Dalam selektor kecepatan, medan listrik dan medan magnet menarik partikel dalam arah berlawanan. Hanya partikel yang ditarik dalam arah berlawanan dengan gaya yang sama besar yang bergerak dalam garis lurus.

Jadi, agar lintasan partikel lurus maka harus terpenuhi

$$q E = q v B$$

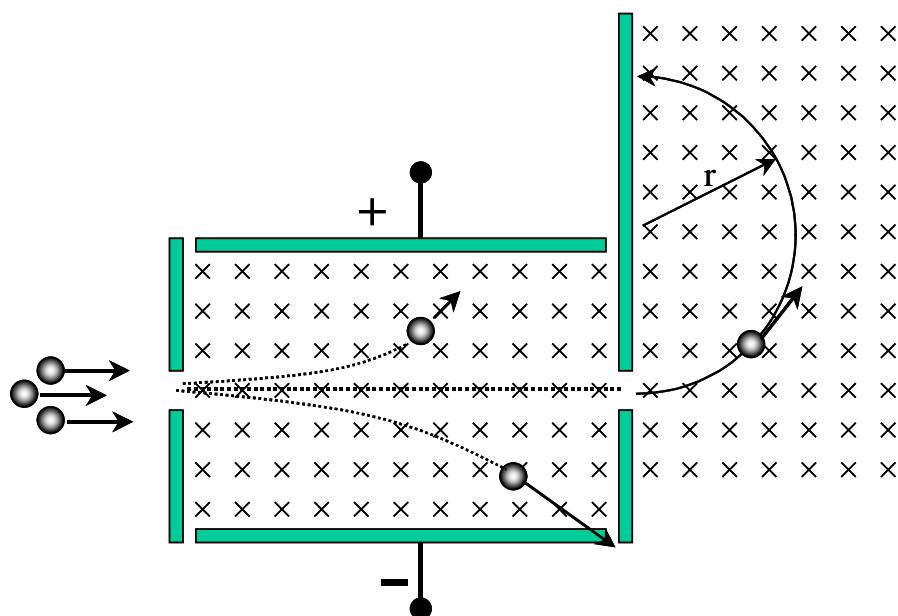
atau

$$v = \frac{E}{B} \quad (4.13)$$

Jadi, hanya partikel dengan laju  $v = E/B$  yang memiliki lintasan yang lurus. Partikel dengan laju lebih besar atau lebih kecil dari  $v = E/B$  mengalami pembelokan. Jika di depan dan di belakang selektron kecepatan dipasang dua lubang dalam posisi lurus, dan partikel masuk di celah pertama maka hanya partikel dengan laju  $v = E/B$  yang dapat losos pada celah kedua. Partikel dengan laju lebih besar atau lebih kecil tertahan oleh dinding dan tidak didapatkan di sebelah luar celah kedua. Dengan demikian, kita mendapatkan ion dengan kecepatan yang sudah tertentu yang keluar dari celah kedua.

### b) Spektrometer Massa Lengkap

Spektrometer massa yang lengkap mengandung selektron kecepatan (yang mengandung medan listrik dan medan magnet yang berarah tegak lurus) dan ruang pembelokan yang mengandung medan magnet saja. Selektron kecepatan memilih partikel dengan laju tertentu saja yang memasuki ruang pembelokan. Di ruang pembelokan, jari-jari lintasan partikel diukur sehingga berdasarkan informasi laju yang dihasilkan oleh selektron kecepatan dan dengan mengukur jari-jari lintasan, maka massa atom dapat ditentukan dengan mudah.



Gambar 4.14 Skema spektrometer massa lengkap yang terdiri dari selektor kecepatan dan daerah pembelokan.

Berdasarkan Gambar 4.14, laju partikel yang lolos selector kecepatan memenuhi

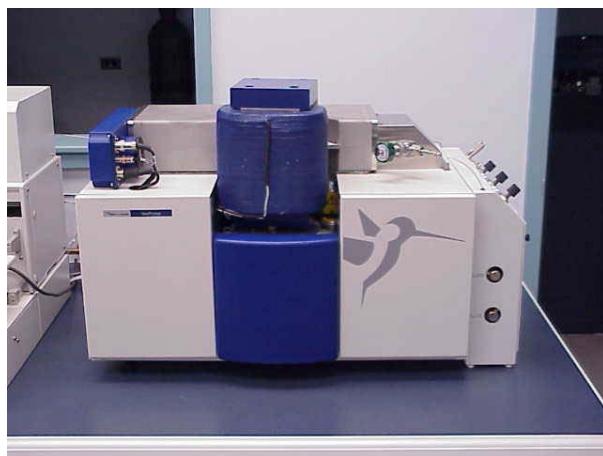
$$v = \frac{E}{B_1} \quad (4.14)$$

dengan E : kuat medan listrik pada sekeltor kecepatan dan B : kuat medan magnet pada selektor kecepatan

Atom membelok dalam ruang pembelokan sehingga massanya memenuhi

$$\begin{aligned} m &= \frac{qB_2r}{v} = \frac{qB_2r}{E / B_1} \\ &= \frac{qB_1B_2}{E} r \end{aligned} \quad (4.15)$$

dengan B<sub>2</sub> : kuat medan magnet pada ruang pembelokan, E : jari-jari lintasan atom pada ruang pembelokan, dan q : muatan atom

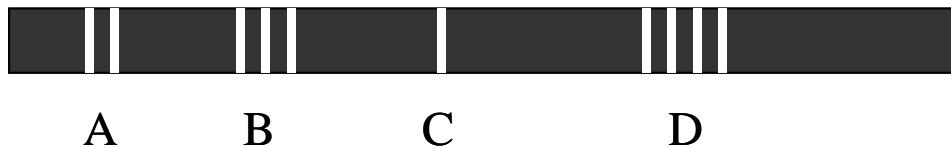


Gambar 4.15 Foto spektrometer massa

#### 4.15 Massa Isotop

Spektrometer massa merupakan alat yang sangat teliti. Alat ini mampu mengukur massa atom hingga perbedaan satu proton atau satu neutron. Isotop adalah atom yang dalam intinya memiliki jumlah proton yang sama tetapi jumlah neutron berbeda. Jadi, isotop hanya berbeda dalam jumlah neutron tetapi jumlah proton maupun jumlah elektron sama. Apabila dilewatkan pada spektrometer massa maka isotop yang berbeda memiliki jari-jari lintasan yang sedikit berbeda. Apabila diamati dengan teliti hasil yang terekam pada film spektrometer mass, dipeoleh pola

seperti berikut ini.



Gambar 4.16 Garis-garis pada film hasil rekaman spektrometer massa

Garis-garis yang terpisah cukup jauh mewakili atom dari unsur yang berbeda. Garis-garis yang berkelompok merepresentasikan isotop-isotop dari suatu unsur. Berdasarkan Gambar 4.16:

Unsur A memiliki dua isotop

Unsur B memiliki tiga isotop

Unsur C tidak memiliki isotop

Unsur D memiliki empat isotop

Contoh

Atom karbon dengan massa atomik 12,0 smu ditemukan dalam bentuk campuran dengan unsur lain yang tidak diketahui. Ketika dikaji dengan spektrometer massa, atom karbon nemempuh lintasan dengan jari-jari 22,4 cm sedangkan atom yang belum diketahuhi menempuh lintasan dengan jari-jari 26,2 cm. Dapatkah kalian perkiranaan unsur apakah yang tidak dikenal tersebut? Anggap muatan atom karbon dan atom yang tidak dikenal sama.

Jawab

Massa atom dihitung dengan rumus

$$m = \frac{qB_1B_2}{E} r$$

Jika muatan atom yang melewati spektrometer sama, maka kita dapatkan

$$m \propto r$$

atau

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{r_2}{r_1}$$

Berdasarkan soal

$$m_1 = 12,0 \text{ sma}$$

$$r_1 = 22,4 \text{ cm}$$

$$r_2 = 26,2 \text{ cm}$$

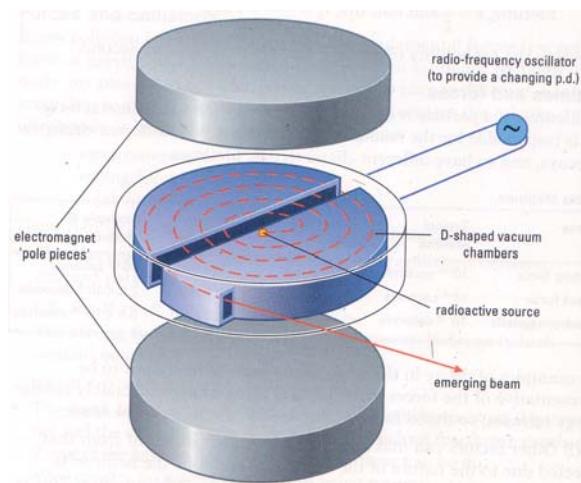
Maka

$$m_2 = \frac{r_2}{r_1} m_1 = \frac{26,2}{22,4} \times 12,0 = 14,03 \text{ sma}$$

Berdasarkan tabel periodik, unsur dengan massa atomik 14,0 adalah nitrogen. Jadi unsur yang bercampur dengan oksigen adalah nitrogen.

#### 4.16 Siklotron

Siklotron adalah alat yang mempercepat partikel bermuatan dalam lintasan lingkaran. Siklotron yang pertama kali dibuat adalah siklotron elektron. Siklotron mempercepat muatan menggunakan medan listrik bolak-balik. Medan magnet juga dipasang untuk membelokkan arah gerak muatan sehingga dapat dipercepat kembali oleh medan listrik dalam arah sebaliknya. Skema siklotron tampak pada Gambar 52.25



Gambar 4.17 Skema siklotron

Medan listrik hanya berada antara pelat elektroda A dan B. Di luar elektroda terdapat medan magnet. Misalkan partikel yang akan dipercepat memiliki muatan positif. Selama melewati daerah antara dua elektroda (antara A dan B) partikel dipercepat oleh medan listrik yang arahnya dari posisi 1 ke posisi 2. Percepatan yang dialami partikel adalah

$$a = \frac{qE}{m} \quad (4.16)$$

dengan q : muatan partikel, E : kuat medan listrik, dan m : mass partikel

Ketika meninggalkan titik 2, partikel hanya dikenai medan magnet sehingga dibelokkan membentuk lintasan lingkaran. Akibatnya, partikel kembali mengenai elektroda pada titik 3. Ketika partikel mencapai titik 3, arah medan listrik sudah berubah menjadi dari elektroda A ke

elektroda B. Akibatnya, partikel diperepat dari titik 3 ke titik 4. Ketika meninggalkan titik 4, partikel dibelokkan oleh medan magnet sehingga kembali ke titik 1 yang kemudian dipercepat ke titik 2 oleh medan listrik yang telah berubah arah lagi. Begitu seterusnya. Pada akhirnya partikel memiliki laju yang sangat besar setelah mengalami percepatan yang terus menerus.

Frekuensi tegangan bolaki-balik harus diatur sedemikian rupa sehingga partikel mengalami medan listrik berarah ke kiri sekitar partikel mengenai titik 1 (ketika bergerak dari titik 4) dan berarah ke kanan ketika partikel mengenai titik 3 (ketika bergerak dari titik 2). Frekuensi tersebut dapat dihitung sebagai berikut.

Misalkan laju partikel ketika bergerak dalam medan magnet adalah  $v$ . Gaya Lorentz yang bekerja pada partikel adalah

$$F_L = qvB$$

Gaya ini merupakan gaya sentripetal pada partikel (karena lintasan partikel berupa lingkaran). Gaya sentripetal dapat ditulis

$$F_s = m \frac{v^2}{r} = mv \frac{v}{r} = mv\omega \quad (4.17)$$

dengan  $\omega$  adalah frekuensi sudut putaran partikel.

Samakan  $F_L$  dan  $F_s$  diperoleh

$$qvB = mv\omega$$

atau

$$\omega = \frac{qB}{m} \quad (4.18)$$

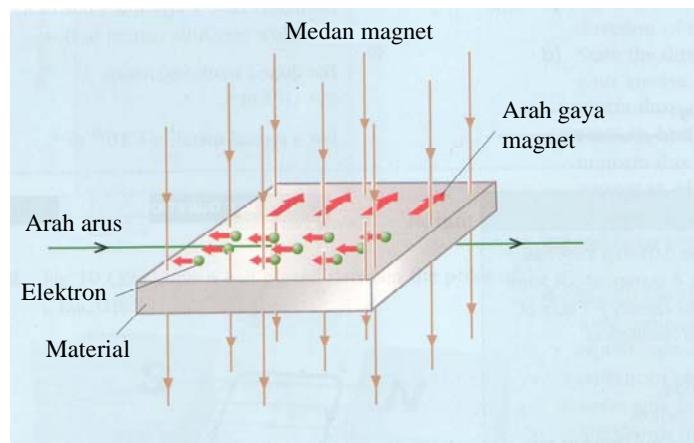
Agar partikel mengalami percepatan yang tepat (seperti yang diuraikan di atas) maka frekuensi sudut tegangan antara dua elektroda harus sama dengan frekuensi sudut putaran partikel.

#### 4.17 Efek Hall

Fenomena gaya Lorentz diaplikasikan pula dalam menyelidiki material. Salah satu aplikasinya adalah menyelidiki sifat pembawa muatan listrik dalam material berdasarkan suatu fenomena yang bernama efek Hall. Efek Hall adalah peristiwa terbentuknya beda potensial antara dua sisi material yang dialiri arus listrik ketika material tersebut ditempatkan dalam medan magnet yang

arahnya tegak lurus arah aliran muatan (arah arus).

Akibat adanya medan magnet maka muatan positif dan negatif mengalami pembelokan dalam arah berlawanan. Sehingga pada satu sisi permukaan benda terjadi penumpukan muatan positif dan pada sisi yang berlawanan terjadi penumpukan muatan negatif. Dua sisi benda seolah-oleh bersifat sebagai dua pelat sejajar yang diberi muatan listrik sehingga timbul beda potensial antara dua sisi tersebut. Beda potensial tersebut disebut tegangan Hall.



Gambar 4.18 Elektron yang mengalir dalam bahan membelok ke sisi bahan jika bahan tersebut ditempatkan dalam medan magnet.

Dari nilai tegangan Hall maka dapat ditentukan konsentrasi pembawa muatan dalam material. Efek Hall merupakan metode yang sangat sederhana untuk menentukan kerapatan pembawa muatan (muatan per satuan volum) dalam bahan semikonduktor.

#### 4.18 Bremstrahlung

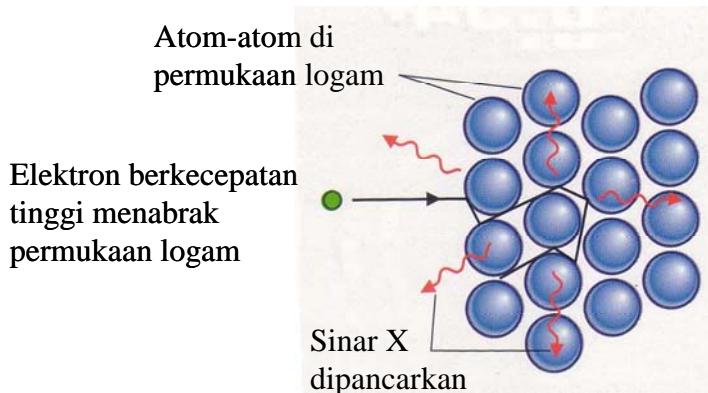
Teori elektrodinamika klasik menyimpulkan bahwa partikel bermuatan listrik yang memiliki percepatan atau perlambatan memancarkan gelombang elektromagnetik. Peristiwa ini disebut bremstahlung. Misalkan elektron dipercepat dengan beda potensial beberapa puluh ribu volt. Jika elektron tersebut ditumbukkan pada permukaan logam maka kecepatannya berkurang secara drastis. Elektron mengalami perlambatan yang sangat besar, sehingga elektron memancarkan gelombang elektromagnetik. Gelombang elektromagnetik yang dipancarkan berada pada semua frekuensi. Frekuensi gelombang elektromagnetik yang dipancarkan dengan intensitas terbesar memenuhi hubungan

$$h\nu = eV \quad (4.19)$$

dengan  $\nu$ : frekuensi gelombang elektromagnetik yang dipancarkan dengan intensitas terbesar,

$h$  : konstanta Planck ( $6,625 \times 10^{-34}$  J s),  $e$  : muatan electron, dan  $V$  : beda potensial yang mempercepat elektron

Jika beda potensial yang digunakan untuk mempercepat elektron adalah puluhan ribu volt maka frekuensi dengan intensitas maksimum berada di daerah sinar-X. Ini adalah cara menghasilkan sinar-X yang dipakai di kedokteran.



Gambar 4.19 Proses produksi sinar-X

Jika percepatan partikel berubah secara periodik dengan periode  $T$  maka gelombang elektromagnetik yang dipancarkan memiliki periode  $T$  juga. Contoh partikel yang memiliki percepatan periodik adalah partikel yang bergerak melingkar atau partikel yang berosilasi harmonik. Antene pemancar adalah contoh perangkat yang memproduksi gelombang elektromagnetik dengan periode tertentu akibat osilasi muatan listrik.

Contoh

Sebuah elektron di dalam tabung hampa dipercepat antara dua elektrode yang memiliki beda potensial 80 kV dan menabrak anoda. Berapa panjang gelombang elektron yang dihasilkan?

Jawab

Diberikan

$$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$V = 80 \text{ kV} = 8 \times 10^4 \text{ V}$$

Frekuensi gelombang yang dihasilkan

$$\nu = \frac{eV}{h} = \frac{(1,602 \times 10^{-19}) \times (8 \times 10^4)}{(6,625 \times 10^{-34})} = 1,9 \times 10^{19} \text{ Hz}$$

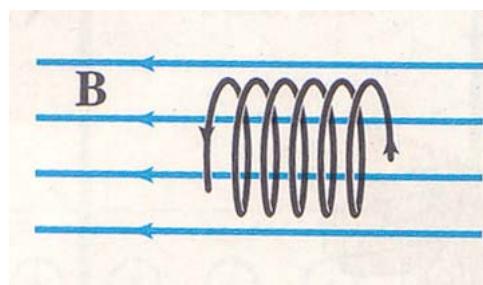
Panjang gelombang yang dihasilkan

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \times 10^8}{1,9 \times 10^{19}} = 1,6 \times 10^{-11} \text{ m}$$

#### 4.19 Aurora

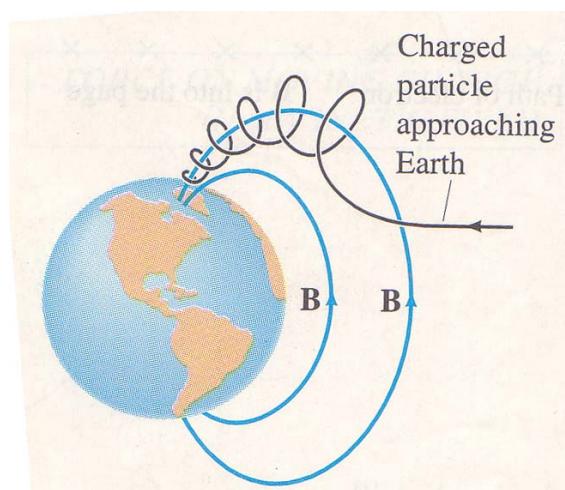
Di samping dalam proses produksi sinar-X, peristiwa bremstahlung dapat diamati di sekitar kutub bumi dalam bentuk cahaya terang, yang dikenal dengan Aurora. Penyebab munculnya Aurora dapat dijelaskan secara singkat sebagai berikut:

Misalkan sebuah muatan dengan kecepatan tertentu masuk ke dalam daerah yang mengandung medan magnet dengan sudut yang tidak tegak lurus medan magnet. Bentuk lintasan partikel berubah menjadi spiral seperti pada gambar berikut ini.



*Gambar 4.20 Lintasan partikel yang masuk ke dalam medan magnet umumnya berbentuk spiral*

Bumi memiliki medan magnet dengan arah keluar dari kutub selatan (kutub utara bumi) dan masuk di kutub utara (kutub selatan bumi). Jika partikel bermuatan dari luar angkasa masuk ke bumi dengan sudut tertentu maka partikel tersebut bergerak dalam lintasan spiral menuju ke arah kutub magnet bumi. Selama bergerak dalam lintasan spiral, partikel memiliki percepatan sehingga memancarkan gelombang elektromagnetik. Saat mendekati kutub magnetik bumi, konsentrasi partikel sangat besar sehingga intensitas gelombang elektromagnetik yang dipancarkan sangat tinggi dan dapat diamati dengan mata. Itu sebabnya mengapa aurora hanya diamati di sekitar kutub.



Gambar 4.21 Lintasan partikel bermuatan ketika memasuki medan magnet bumi



Gambar 4.22 Aurora borealis yang diamati di kutub utara

### Soal dan Penyelesaian

- 1) Partikel bermuatan  $q$  bergerak dengan laju tetap memasuki medan magnet dan medan listrik secara tegak lurus (medan listrik tegak lurus medan magnet). Apabila besar insuksi magnet  $0,2\text{T}$  dan kuat medan listrik  $6 \times 10^4 \text{ V/m}$ , tentukan laju partikel

Jawab

Jika partikel memasuki medan magnet dalam arah tegak lurus maka gaya Lorentz yang dialami adalah

$$F_L = qvB$$

Jika di ruang tersebut terdapat medan listrik, maka gaya Coulomb yang dialami partikel adalah

$$F_E = qE$$

Jika lintasan partikel lurus maka ke dua gaya tersebut sama besar,

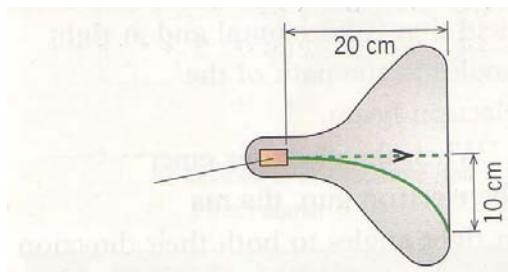
$$qvB = qE$$

atau

$$v = \frac{E}{B} = \frac{6 \times 10^4}{0,2} = 3 \times 10^5 \text{ m/s}$$

2) Tabung televisi menggunakan medan magnet untuk membelokkan berkas elektron. Elektron ditembakkan dari senjata elektron dalam tabung dengan laju  $2 \times 10^7$  m/s. Elektron-elektron tersebut kemudian bergerak menuju layar yang jaraknya 20 cm arah horisontal. Selama perjalanan, elektron dibelokkan dalam arah tegak lurus oleh medan magnet sejauh 10 cm. Hitunglah kuat medan magnet yang terpasang dalam tabung.

Jawab



Gambar 4.23

Diberikan

$$v = 2 \times 10^7 \text{ m/s}$$

$$x = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

$$y = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

Karena mengalami pembelokan dalam arah vertikal, maka selama bergerak, komponen kecepatan elektron dalam arah horisontal selalu berubah. Tetapi perubahan tersebut tidak terlalu besar. Kita dapat menganggap komponen kecepatan arah horisontal tidak berubah jauh, sehingga waktu yang diperlukan elektron mencapai layar dapat didekati sebagai berikut

$$t = \frac{x}{v} = \frac{0,2}{2 \times 10^7} = 10^{-8} \text{ s}$$

Karena mengalami pembelokan arah vertikal maka elektron memiliki percepatan arah vertikal,  $a$ , yang memenuhi

$$y = \frac{1}{2} a t^2$$

atau

$$a = \frac{2y}{t^2} = \frac{2 \times 0,1}{(10^{-8})^2} = 2 \times 10^{15} \text{ m/s}^2$$

Berdasarkan hukum Newton II, gaya yang dialami elektron dalam arah vertikal adalah

$$F = ma = (9,1 \times 10^{-31}) \times (2 \times 10^{15}) = 1,82 \times 10^{-15} \text{ N}$$

Sumber dari gaya tersebut adalah gaya Lorentz. Untuk medan yang tegak lurus arah gerak elektron maka

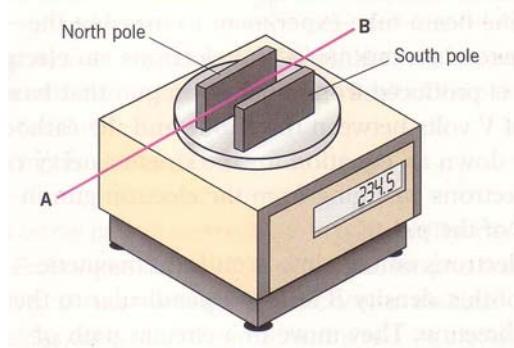
$$F = evB$$

atau

$$B = \frac{F}{ev} = \frac{1,82 \times 10^{-15}}{(1,6 \times 10^{-19}) \times (2 \times 10^7)} = 5,7 \times 10^{-4} \text{ T}$$

3) Gambar 4.24 memperlihatkan sebuah neraca yang digunakan untuk mengukur arus. Di antara kutub magnet terdapat kawat lurus AB yang dialiri arus. Polaritas magnet ditunjukkan pada gambar.

- Agar dapat menentukan kuat medan magnet, ke mana arus diarahkan?
- Panjang bagian kawat yang bersentuhan dengan medan magnet adalah 6 cm. Jika kuat medan listrik yang dilalui kawat adalah 0,05T, hitunglah arus yang mengalir pada kawat agar massa yang diukur neraca bertambah sebesar 2,5 g.



Gambar 4.24

- 4) Partikel bermuatan  $q$  bergerak dengan laju tetap memasuki medan magnet dan medan listrik secara tegak lurus (medan listrik tegak lurus medan magnet). Apabila besar induksi magnet 0,2 T dan kuat medan listrik  $6 \times 10^4$  V/m, tentukan laju gerak partikel (UMPTN 1997)

Jawab

Diberikan

$$B = 0,2 \text{ T}$$

$$E = 6 \times 10^4 \text{ V/m}$$

Agar lintasan partikel tegak lurus medan listrik dan magnet maka laju partikel memenuhi

$$v = \frac{E}{B} = \frac{6 \times 10^4}{0,2} = 3 \times 10^5 \text{ m/s}$$

5) Sebuah tabung sinar-X menghasilkan sinar-X dengan panjang gelombang minimum  $\lambda$ . Tentukan beda potensial antara katode dan anode untuk menghasilkan sinar ini

Jawab

Frekuensi sinar-X yang dihasilkan memenuhi hubungan

$$h\nu = eV$$

atau beda potensial antara katode dan anode adalah

$$V = \frac{h\nu}{e}$$

Dengan menggunakan hubungan antara frekuensi dan panjang gelombang

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

maka

$$V = \frac{hc}{e\lambda}$$

6) Jarum kompas tidak selalu mengarah sejajar dengan permukaan bumi, tetapi satu ujung sedikit mengarah ke tahan dan ujung lainnya mengarah ke atas. Jelaskan

Jawab

Penyebabnya karena medan magnet bumi tidak selalu sejajar dengan permukaan bumi. Ketidaksejajaran yang besar dijumpai di daerah sekitar kutub. Di lokasi kutub magnet bumi, arah medan magnet bumi tegak lurus permukaan bumi. Di tempat ini posisi jarum kompas juga tegak lurus permukaan bumi. Sudut antara jarum kompas dengan garis yang sejajar dengan permukaan bumi disebut sudut inklinasi.

7) Dua batang besi selalu menarik satu sama lainnya, tidak peduli ujung manapun yang saling didekatkan. Apakah ke dua batang tersebut magnet? Jelaskan

Jawab

Hanya satu batang yang merupakan magnet, sedangkan yang lainnya bukan magnet. Jika dua batang merupakan magnet, maka ketika ujung-ujung dua batang didekatkan maka akan ada gaya tolak (ketika kutub sejenis berdekatan). Tetapi dengan hanya satu batang saja yang merupakan magnet maka ujung manapun yang didekatkan maka akan selalu terjadi gaya tarik.

8) Misalkan kamu memiliki tiga batang besi di mana dua matang merupakan magnet. Dapatkan kamu menenrukan dua batang yang merupakan magnet tanpa bantuan benda lain?

Jawab

Dapat.

Ambil dua batang.

Dekatkan kutub-kutubnya.

Ubah jenis kutub-kutub yang didekatkan.

Jika ketika kalian dekatkan kutub-kutub yang didekatkan dijumpai gaya tolak dan gaya tarik maka dua batang yang kalian pegang merupakan magnet.

Jika salah satu batang yang kalian ambil bukan merupakan magnet maka akan selalu terjadi gaya tarik saat kalian tukar kutub-kutub yang didekatkan.

9) Bisakah kamu mengentikan elektron yang sedang bergerak dengan medan magnet? Dapatkan kamu menhentikan dengan medan listrik?

Jawab

Elektron yang sedang bergerak tidak dapat dihentikan oleh medan magnet. Medan magnet hanya membelokkan arah gerak muatan yang bergerak tanpa mengubah besar kecepatannya (lajunya tetap).

Sebaliknya, bedan listrik dapat menghentikan elektron yang bergerak. Dengan memberikan medan yang searah gerak elektron magan elektron akan mendapat gaya yang berlawanan dengan arah geraknya. Akibatnya, elektron dapat berhenti jika gaya bekerja dalam waktu yang cukup lama.

10) Bagaimana kamu dapat membedakan bahwa elektron yang sedang bergerak dalam suatu ruang dibelokkan oleh medan listrik atau medan magnet.

Jawab

Elektron yang dibelokkan oleh medan listrik memiliki lintasan parabola sedangkan yang dibelokkan oleh medan magnet memiliki lintasan lingkaran (atau irisan lingkaran)

Elektron yang diberollan oleh medan listrik mengalami perubahan laju (energi kinetik berubah) sedangkan elektron yang dibelokkan oleh medan magnet tidak mengalami perubahan laju (energi kinetik tetap).

11) Dua ion memiliki massa yang sama tetapi salah satu ion terionisasi sekali dan ion yang lainnya terionisasi dua kali. Bagaimana perbedaan jari-jari lintasan ion tersebut dalam spektrometer massa.

Jawab

Muatan ion kedua adalah dua kali muatan ion pertama.

Hubungan antara massa, muatan, dan jari-jari ion dalam spektrometer massa memenuhi

$$m = \frac{qBr}{v}$$

atau

$$r = \frac{mv}{qB}$$

Jika besaran m, v, dan B konstan maka

$$r \propto \frac{1}{q}$$

Dengan demikian, ion yang terionisasi dua kali memiliki jari-jari lintasan setengah kali jari-jari lintasan ion yang terionisasi sekali.

12) Sebuah proton bergerak dalam lintasan lingkaran dan tegak lurus medan magnet yang besarnya 1,15 T. Jari-jari lintasan adalah 8,40 mm. Hitunglah energi proton dalam eV

Jawab

Gaya Lorentz yang bekerja pada proton

$$FL = e v B$$

Karena bergerak pada lintasan lingkaran maka proton mengalami gaya sentripetal

$$Fs = m v^2/r$$

Gaya sentripetal berasal dari gaya Lorentz sehingga

$$\frac{mv^2}{r} = evB$$

$$mv = erB$$

$$(mv)^2 = e^2 r^2 B^2$$

$$2m\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = e^2 r^2 B^2$$

$$2mK = e^2 r^2 B^2$$

atau

$$K = \frac{e^2 r^2 B^2}{2m}$$

Bila dinyatakan dalam satuan eV maka energi tersebut dibagi dengan e, sehingga energi dalam eV adalah

$$\text{Energi dalam eV} = \frac{K}{e} = \frac{er^2 B^2}{2m}$$

$$= \frac{(1,6 \times 10^{-19}) \times (0,0084)^2 \times 1,15}{2 \times (1,6 \times 10^{-27})} = 4,1 \times 10^3 \text{ eV} = 4,1 \text{ keV}$$

- 13) Partikel bermuatan  $q$  bergerak dalam linatsan lingkaran dengan jari-jari  $r$  dalam medan magnet serba sama  $B$ . Arah berak partikel dengan medan tegak lurus. Perliahtkan bahwa momentum partikel memenuhi  $p = q b r$

Jawab

Gaya Lorentz sama dengan gaya sentripetal, atau

$$qvB = m \frac{v^2}{r}$$

atau

$$qB = \frac{mv}{r}$$

Dengan demikian, momentum partikel adalah

$$p = mv = qBr$$

- 14) Sebuah peluru yang memiliki massa  $3,8 \text{ g}$  bergerak dengan laju  $180 \text{ m/s}$  tegak lurus medan magnetik bumi yang besarnya  $5,00 \times 10^{-5} \text{ T}$ . Jika peluru tersebut memiliki muatan netto  $8,10 \times 10^{-9} \text{ C}$ , berapa pembelokan peluru setelah menempuh jarak  $1,00 \text{ km}$ ?

Jawab

Gaya yang dialami peluru dalam arah tegak lurus gerak

$$F_L = qvB = (8,1 \times 10^{-9}) \times (180) \times (5,00 \times 10^{-5}) = 7,29 \times 10^{-11} \text{ N}$$

Percepatan peluru dalam arah tegak lurus gerak

$$a = \frac{F_L}{m} = \frac{7,29 \times 10^{-11}}{0,0038} = 1,9 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$$

Waktu yang diperlukan peluru bergerak sejauh  $1,00 \text{ km}$  adalah

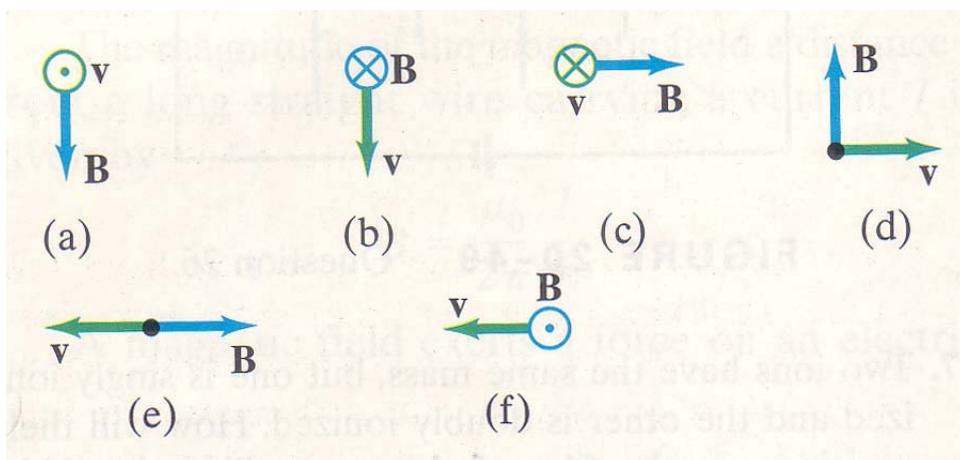
$$t = \frac{1000}{180} = 5,6 \text{ s}$$

Pergeseran peluru dalam arah vertikal adalah

$$\Delta y = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \times (1,9 \times 10^{-8}) \times (5,6)^2 = 3 \times 10^{-7} \text{ m}$$

## Soal Latihan

- 1) Jika partikel bermuatan negatif masuk daerah yang mengandung medan magnetik serbasama yang arahnya tegak lurus kecepatan partikelm apakah energi kinetik partikel akan bertambah, berkurang, atau tetap? Jelaskan jawabanmu.
- 2) Mengapa kutub magnet selalu menarik batangan besi, yang manapun jenis kutub tersebut?
- 3) Jelaskan bentuk lintasan elektron yang diproyeksikan vertikal ke atas dengan laju  $1,8 \times 10^6$  m/s ke dalam medan magnet serbasama yang arahnya ke belakang menjauhi pengamat
- 4) Carilah arah gaya yang bekerja pada muatan negatif pada tiap diagram pada gambar dengan  $\mathbf{v}$  adalah kecepatan muatan dan  $\mathbf{B}$  adalah medan magnet.



Gambar 4.25

- 5) Partikel alfa dengan muatan  $q = +2e$  dan massa  $6,6 \times 10^{-27}$  kg dipancarkan dari sumber radioaktif dengan laju  $1,6 \times 10^7$  m/s. Berapa kuat medan magnet yang diperlukan untuk membelokkan lintasan partikel tersebut sehingga membentuk lintasan dengan jari-jari 0,25 m?
- 6) Sebuah elektron mendapatkan gaya terbesar jika bergerak dengan laju  $1,8 \times 10^6$  m/s di dalam medan magnet jika arah gerakannya ke selatan. Gaya yang dialami elektron mengarah ke atas dan besarnya  $2,2 \times 10^{-12}$  N. Berapa besar dan arah medan magnet? (Petunjuk: mendapatkan gaya terbesar artinya sudut antara kecepatan dan medan magnet adalah tegak lurus).
- 7) Sebuah partikel bermassa  $m$  dan muatan  $q$  bergerak tegak lurus medan magnet  $B$ . Perlihatkan bahwa energi kinetik sebanding dengan kuadrat jari-jari lintasan.
- 8) Untuk partikel bermassa  $m$  dan muatan  $q$  dan bergerak dalam medan magnet serba sama  $B$  dalam arah tegak lurus, perlihatkan bahwa momentum sudut memenuhi  $L = qBr^2$
- 9) Gunakan ide tentang domain untuk menjelaskan fenomena berikut ini
  - a) Jika magnet dibagi dua maka tiap-tiap bagian tetap merupakan magnet
  - b) Pemanasan atau pemukulan dapat menghilangkan kemagnetan bahan

- c) Kemagnetan lebih kuat di sekitar kutup dibandingkan dengan posisi yang jauh dari kutub
  - d) Ada batas kekuatan magnetik yang dihasilkan oleh batang besi jika batang besi tersebut dimagnetisasi.
  - e) Sifat magnetik diinduksi pada batang besi jika batang besi tersebut ditempatkan di dekat magnet
- 10) Gambarkan diagram yang memperlihatkan makadan magnet di sekitar
- a) satu magnetik batang
  - b) dua magnetik batang dengan dua kutub yang berbeda didekatkan
  - c) dua magnetik batang dengan kutub-kutub utaranya didekatkan
  - d) bumi

## Bab 5

### Hukum Biot Savart

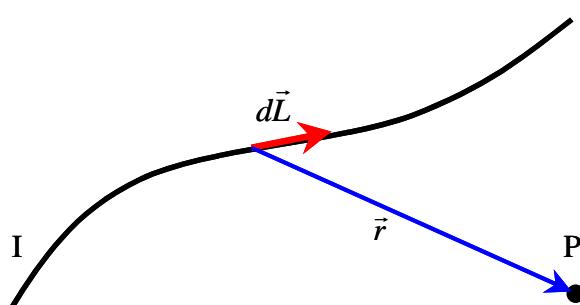
Kita sudah cukup banyak membahas tentang kemagnetan pada Bab 4. Namun kita lebih menekankan pada medan magnet yang dihasilkan oleh magnet permanen. Pertanyaan berikutnya adalah apakah hanya magnet permanen yang dapat menghasilkan medan magnet? Adakah cara lain menghasilkan medan magnet?

Ternyata jawabannya ada yaitu dengan cara induksi. Medan magnet dapat dihasilkan juga oleh arus listrik. Kesimpulan ini dapat ditunjukkan dengan pengamatan sederhana berikut ini. Jika di sekitar kawat konduktor kalian dekatkan sebuah jarum kompas, kalian tidak mengamati efek apa-apa pada jarum tersebut. Tetapi, begitu kawat dialiri arus listrik, kalian mengamati pembelokan yang dilakukan jarum kompas. Pengamatan ini menunjukkan bahwa kehadiran arus listrik menyebabkan munculnya medan magnet, dan medan magnet inilah yang mempengaruhi jarum kompas

Gaya Lorentz yang dilakukan oleh medan magnet pada arus listrik dapat dipandang sebagai gaya antar dua buah magnet karena arus listrik menghasilkan medan magnet di sekitarnya. Pada bab ini kita akan bahas proses terbentuknya medan magnet di sekitar arus listrik. Dengan penekanan pada penggunaan hukum Biot Savart untuk menentukan medan tersebut.

#### 5.1 Hukum Biot Savart

Berapa besar medan magnet di sekitar arus listrik? Besarnya medan magnet di sekitar arus listrik dapat ditentukan dengan hukum Biot-Savart. Misalkan kita memiliki sebuah kawat konduktor yang dialiri arus  $I$ . Ambil elemen kecil kawat tersebut yang memiliki panjang  $dL$ . Arah  $dL$  sama dengan arah arus. Elemen kawat tersebut dapat dinyatakan dalam notasi vector  $d\vec{L}$ . Misalkan kita ingin menentukan medan magnet pada posisi  $P$  dengan vector posisi  $\vec{r}$  terhadap elemen kawat.



Gambar 5.1 Menentukan kuat medan magnet yang dihasilkan oleh elemen kawat

Kuat medan magnet di titik  $P$  yang dihasilkan oleh elemen  $d\vec{L}$  saja diberikan oleh hukum

## Biot-Savart

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{L} \times \vec{r}}{r^3} \quad (5.1)$$

dengan  $\mu_0$  disebut permeabilitas magnetic vakum  $= 4\pi \times 10^{-7}$  T m/A.

Medan total di titik P yang dihasilkan oleh kawat diperoleh dengan mengintegral persamaan (5.1), yaitu

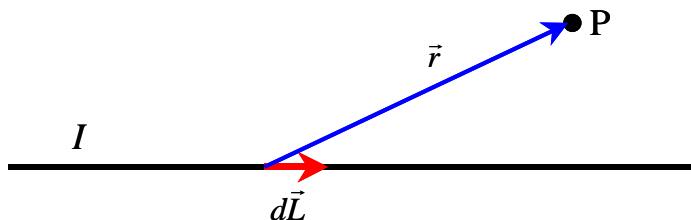
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{d\vec{L} \times \vec{r}}{r^3} \quad (5.2)$$

Penyelesaian integral persamaan (5.2) sangat bergantung pada bentuk kawat. Untuk kawat yang bentuknya rumit, penyelesaian tidak dapat dilakukan dengan mudah. Kita harus menggunakan komputer untuk mencari medan magnet.

Pada bagian ini kita akan mencari medan magnet di sekitar kawat yang bentuknya sederhana. Dengan bentuk yang sederhana maka integral menjadi relatif mudah untuk dikerjakan.

### 5.2 Medan Magnet oleh Kawat Lurus Tak Berhingga

Mencari medan magnet yang dihasilkan kawat lurus tak berhingga dimudahkan oleh arah vector  $d\vec{L}$  yang selalu tetap, yaitu mengikuti arah kawat.



Gambar 5.2 Menentukan kuat medan magnet yang dihasilkan oleh elemen kawat lurus panjang

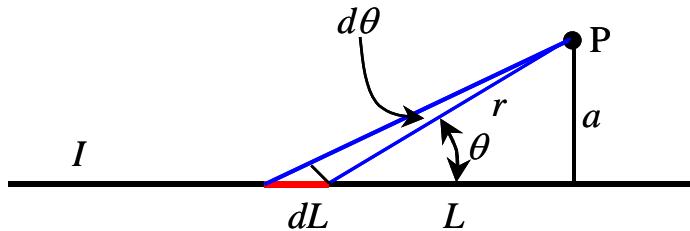
Sebelum melakukan integral, kita harus menyederhanakan dulu ruas kanan persamaan (5.2). Misalkan titik P berjarak  $a$  dari kawat (arah tegak lurus). Dengan aturan perkalian silang maka

$$|d\vec{L} \times \vec{r}| = dL r \sin \theta \quad (5.3)$$

dengan  $\theta$  adalah sudut antara vector  $d\vec{L}$  dan  $\vec{r}$ . Dengan demikian, besar medan magnet yang dihasilkan vector  $d\vec{L}$  saja adalah

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{|d\vec{L} \times \vec{r}|}{r^3} = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{dL r \sin \theta}{r^3} = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{dL \sin \theta}{r^2} \quad (5.4)$$

Pada ruas kanan persamaan (5.4), baik  $dL$ ,  $r$ , maupun  $\sin \theta$  merupakan variable. Agar integral dapat dikerjakan maka ruas kanan hanya boleh mengandung satu variable. Oleh karena itu kita harus menyatakan dua variable lain ke dalam salah satu variable saja. Untuk maksud ini, mari kita lihat gambar berikut ini.



Gambar 5.3 Variabel-variebal integral pada persamaan (5.4)

Tampak dari Gbr 5.3 bahwa

$$\frac{a}{r} = \sin \theta$$

atau

$$\frac{1}{r^2} = \frac{1}{a^2} \sin^2 \theta \quad (5.5)$$

$$\frac{a}{L} = \tan \theta$$

atau

$$L = \frac{a}{\tan \theta} = a \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \quad (5.6)$$

Selanjutnya kita mencari diferensial  $dL$  sebagai berikut. Dengan melakukan diferensial ruas kiri

dan kanan persamaan (5.6) diperoleh

$$\begin{aligned}
 dL &= a \left[ \frac{d(\cos \theta)}{\sin \theta} - \cos \theta \frac{d(\sin \theta)}{\sin^2 \theta} \right] \\
 &= a \left[ -\frac{\sin \theta d\theta}{\sin \theta} - \cos \theta \frac{\cos \theta d\theta}{\sin^2 \theta} \right] = -a \left[ 1 + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \right] d\theta = -a \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} d\theta \\
 &= -a \frac{d\theta}{\sin^2 \theta}
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

Substitusi  $r$  dan  $dL$  dari persamaan (5.5) dan (5.7) ke dalam persamaan (5.4) diperoleh

$$\begin{aligned}
 dB &= \frac{\mu_o}{4\pi} I \left( -\frac{a d\theta}{\sin^2 \theta} \right) \left( \frac{\sin^2 \theta}{a^2} \right) \sin \theta \\
 &= -\frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \sin \theta d\theta
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

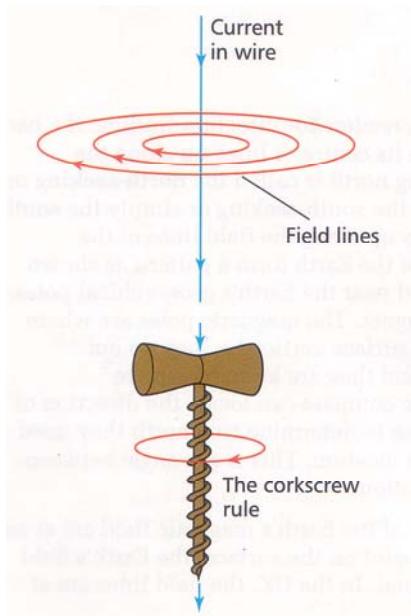
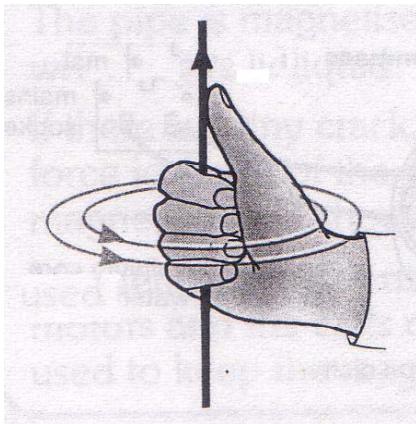
Tampak bahwa ruas kanan hanya mengandung variable  $\theta$  sehingga dapat diintegalkan.

Selanjutnya kita menentukan batas-batas integral. Karena kawat panjang tak berhingga, maka batas bawah adalah  $L \rightarrow -\infty$  dan batas atas adalah  $L \rightarrow +\infty$ . Karena  $\tan \theta = a/L$ , maka untuk  $L \rightarrow -\infty$  diperoleh  $\tan \theta \rightarrow -0$  atau  $\theta = 180^\circ$ , dan maka untuk  $L \rightarrow +\infty$  diperoleh  $\tan \theta \rightarrow +0$  atau  $\theta = 0^\circ$ . Jadi batas bawah integral adalah  $180^\circ$  dan batas atas adalah  $0^\circ$ . Dengan demikian, medan magnet total yang dihasilkan kawat adalah

$$\begin{aligned}
 B &= -\frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \int_{180^\circ}^{0^\circ} \sin \theta d\theta \\
 &= -\frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} [-\cos \theta]_{180^\circ}^{0^\circ} = -\frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} [-1 + (-1)] \\
 &= \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I}{a}
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

Ke manakah arah medan magnet yang dihasilkan arus liatrik? Kalian dapat menentukan dengan aturan tangan kanan. Jika kalian genggam empat jari tangan kanan dan ibu jari dibiarkan lurus maka

- i) Arah ibu jari bersesuaian dengan arah arus
- ii) Arah jari-jari yang digenggam bersesuaian dengan arah medan magnet di sekitar arus tersebut



Gambar 5.4 Arah medan magnet di sekitar arus listrik dapat ditentukan dengan aturan tangan kanan atau sekrup putar kanan.

Cara lain adalah berdasarkan arah masuk sekrup putar kanan. Arah masuk sekrup sesuai dengan arah arus sedangkan arah putar sekrup sesuai dengan arah medan magnet.

Contoh

Kabel jumper yang sering digunakan untuk menstater kendaraan sering dialiri arus 15 A. Berapa kuat medan magnet pada jarak 15 cm dari kabel tersebut?

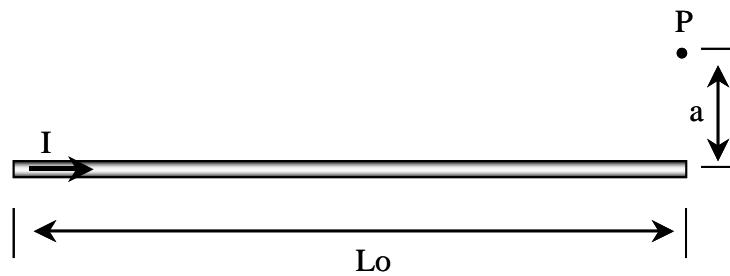
Jawab

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} = 10^{-7} \frac{15}{0,15} = 10^{-6} \text{ T}$$

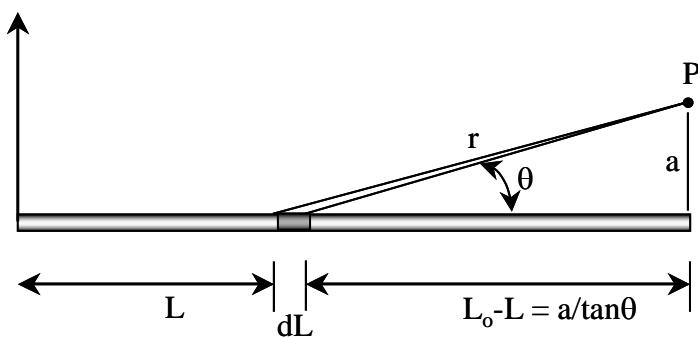
### 5.3 Medan magnet oleh kawat lurus berhingga

Sekarang kita akan membahas kasus yang sedikit rumit, yaitu menentukan medan magnet yang dihasilkan oleh arus listrik pada kawat lurus yang panjangnya berhingga. Misalkan kita memiliki kawat yang panjangnya L. Kita akan menentukan kuat medan magnet pada titik yang berjarak a dari kawat dan sejajar dengan salah satu ujung kawat. Lihat Gambar 5.5

Untuk menentukan kuat medan magnet di titik pengamatan menggunakan hukum Biot-Savart, kita tentukan variabel-variabel seperti pada Gbr. 5.6



Gambar 5.5 Menentukan medan magnet oleh kawat lurus yang panjangnya berhingga



Gambar 5.6 Variabel-variabel untuk menentukan kuat medan magnet di posisi yang sejajar ujung kawat

Serupa dengan pembahasan untuk kawat yang panjangnya tak berhingga, besar medan magnet yang dihasilkan vector  $d\vec{B}$  saja adalah

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dL \sin \theta}{r^2} \quad (5.4)$$

Tampak dari Gbr 5.6 bahwa

$$\frac{a}{r} = \sin \theta$$

atau

$$\frac{1}{r^2} = \frac{1}{a^2} \sin^2 \theta$$

$$L_o - L = \frac{a}{\tan \theta}$$

Dengan demikian,

$$-dL = -a \frac{d\theta}{\sin^2 \theta} \quad (5.5)$$

atau

$$dL = a \frac{d\theta}{\sin^2 \theta} \quad (5.10)$$

Dengan substitusi variable-variabel di atas (lihat pembahasan untuk kawat panjang tak berhingga) kita akan dapatkan

$$dB = \frac{\mu_o I}{4\pi a} \sin \theta d\theta \quad (5.11)$$

Ketika elemen  $dL$  berada di ujung kiri kawat, maka sudut yang dibentuk adalah  $\theta_m$  yang memenuhi

$$\tan \theta_m = \frac{a}{L_o} \quad (5.12)$$

Dan ketika elemen  $dL$  berada di ujung kanan kawat maka sudut yang dibentuk adalah  $90^\circ$ . Jadi, batas integral adalah  $90^\circ$  sampai  $\theta_m$ . Maka kita dapatkan medan magnet di titik P adalah

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_o I}{4\pi a} \int_{\theta_m}^{90^\circ} \sin \theta d\theta \\ &= \frac{\mu_o I}{4\pi a} \left[ -\cos \theta \right]_{\theta_m}^{90^\circ} = \frac{\mu_o I}{4\pi a} \left[ -\cos 90^\circ + \cos \theta_m \right] \\ &= \frac{\mu_o I}{4\pi a} \cos \theta_m \end{aligned} \quad (5.13)$$

Dengan menggunakan persamaan (5.12) kita mendapatkan

$$\cos \theta_m = \frac{L_o}{\sqrt{a^2 + L_o^2}}$$

Dengan demikian, kuat medan magnet di titik P adalah

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \frac{L_o}{\sqrt{a^2 + L_o^2}} \quad (5.14)$$

Jika panjang kawat di satu sisi sangat besar, atau  $L_o \rightarrow \infty$  maka  $a^2 + L_o^2 \approx L_o^2$ . Dengan demikian

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \frac{L_o}{\sqrt{L_o^2}} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \quad (5.15)$$

Besar medan ini persis sama dengan setengah dari kuat medan yang dihasilkan oleh kawat yang panjangnya tak berhingga di dua sisi.

Sebaliknya jika kawat cukup pendek dibandingkan dengan jarak pengamatan, yaitu  $a >> L_o$  maka  $a^2 + L_o^2 \approx a^2$ . Dengan demikian

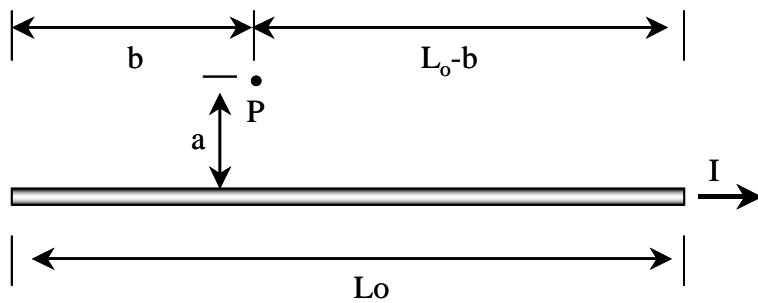
$$B = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \frac{L_o}{\sqrt{a^2}} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{IL_o}{a^2} \quad (5.16)$$

Selanjutnya kita bahas kasus yang lebih umum lagi di mana titik pengamatan berada di antara dua ujung kawat. Misalkan titik tersebut berjarak  $a$  dari kawat dan berjarak  $b$  dari salah satu ujung kawat. Kasus ini sebenarnya tidak terlalu sulit. Kita dapat memandang bahwa medan tersebut dihasilkan oleh dua potong kawat yang panjangnya  $b$  dan panjangnya  $L_o - b$ , seperti pada Gbr. 5.7, di mana titik pengamatan berada di ujung masing-masing potongan kawat tersebut.

Kuat medan yang dihasilkan oleh potongan kawat kiri adalah

$$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (5.17)$$

Kuat medan yang dihasilkan oleh potongan kawat kanan adalah



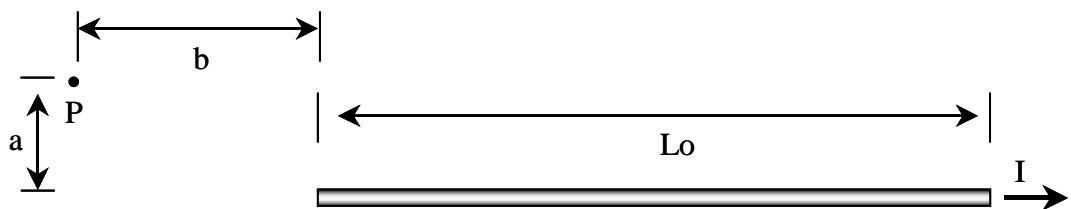
Gambar 5.7 Menentukan kuat medan magnet pada posisi sembarang di sekitar kawat

$$B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \frac{L_o - b}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}} \quad (5.18)$$

Kuat medan total di titik pengamatan adalah

$$\begin{aligned} B &= B_1 + B_2 \\ &= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \left( \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{L_o - b}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}} \right) \end{aligned} \quad (5.19)$$

Selanjutnya kita mencari kuat medan listrik pada titik yang berada di luar areal kawat, misalnya pada jarak  $b$  di sebelah kiri kawat. Lihat Gambar 5.8

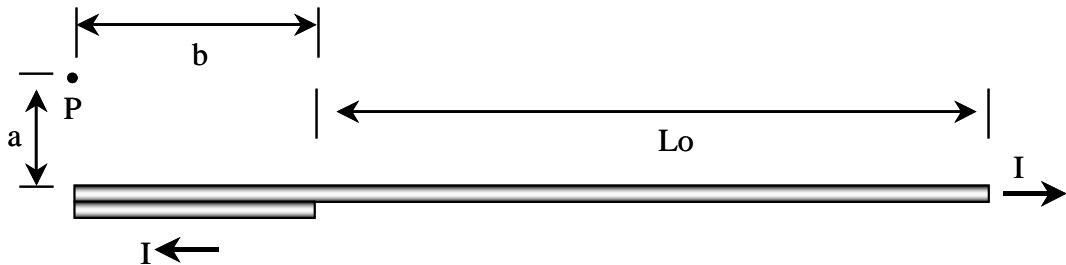


Gambar 5.8 Menentukan kuat medan magnet pada jarak sembarang di luar kawat.

Bagaimana memecahkan masalah ini? Kita pakai trik sederhana. Masalah ini dapat dipandang sebagai dua potong kawat berimpit. Satu potong kawat panjangnya  $L_o + b$  dan dialiri arus ke kanan dan potong kawat lain panjangnya  $b$  dan dialiri arus ke kiri, seperti diilustrasi pada Gbr 5.9. Besar arus yang mengalir pada dua kawat sama. Ujung kiri dua potongan kawat diimpitkan.

Kuat medan magnet yang dihasilkan potongan kawat panjang adalah

$$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \frac{L_o + b}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} \quad (5.20)$$



Gambar 5.9 Kawat pengganti skema pada Gbr 5.8

Kuat medan magnet yang dihasilkan potongan kawat pendek adalah

$$B_2 = -\frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (5.21)$$

Tanda minus menyatakan bahwa arah medan yang dihasilkan potongan kawat pendek berlawanan dengan arah medan yang dihasilkan potongan kawat panjang karena arah arus dalam dua potongan tersebut berbeda. Medan total di titik P adalah

$$B = B_1 + B_2$$

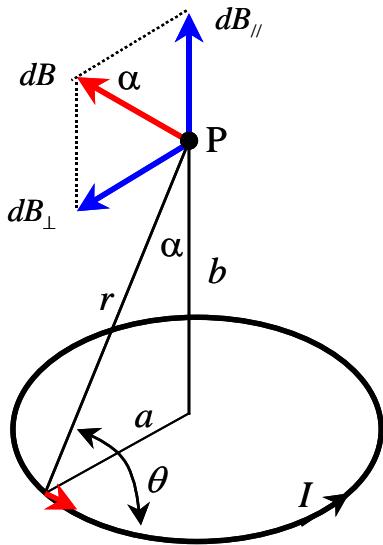
$$= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \left( \frac{L_o + b}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} - \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) \quad (5.22)$$

#### 5.4 Medan Magnet oleh Cincin

Cincin adalah bentuk geometri lain yang memungkinkan kita menentukan medan magnet dengan cukup mudah menggunakan hukum Biot-Savart. Lebih khusus lagi jika kita ingin menghitung kuat medan magnet sepanjang sumbu cincin.

Misalkan sebuah cincin dengan jari-jari  $a$  dialiri arus  $I$ . Kita ingin menentukan kuat medan magnet sepanjang sumbu cincin pada jarak  $b$  dari pusat cincin. Berdasarkan Gbr 5.10, besarnya medan magnet di titik P yang dihasilkan oleh elemen cincing sepanjang  $dL$  adalah

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{dL \sin \theta}{r^2}$$



Gambar 5.10 Medan magnet di sumbu cincin yang dihasilkan oleh elemen pada cincin

Tampak pada Gbr 5.10,  $dL$  selalu tegak lurus  $r$  sehingga  $\theta = 90^\circ$  atau  $\sin \theta = 1$ . Dengan demikian,

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{dL}{r^2} \quad (5.23)$$

Tampak juga dari Gbr 5.10,  $dB$  dapat diuraikan atas dua komponen yang saling tegak lurus, yaitu komponen tegak lurus dan sejajar sumbu. Besarnya nilai komponen-komponen tersebut adalah

$$dB_{\perp} = dB \cos \alpha \quad (5.24a)$$

$$dB_{\parallel} = dB \sin \alpha \quad (5.24b)$$

Tiap elemen kawat memiliki pasangan di seberangnya (lokasi diametrik) di mana komponen tegak lurus sumbu memiliki besar sama tetapi arah tepat berlawanan. Dengan demikian ke dua komponen tersebut saling meniadakan. Oleh karena itu, untuk menentukan kuat medan total kita cukup melakukan integral pada komponen yang sejajar sumbu saja. Besar medan total menjadi

$$\begin{aligned} B &= \int dB_{\parallel} = \int dB \sin \alpha \\ &= \int \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{dL}{r^2} \sin \alpha \end{aligned} \quad (5.25)$$

Semua parameter dalam integral konstan kecuali  $dL$ . Dengan demikian kita peroleh

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \sin \alpha \int dL = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \sin \alpha (2\pi a) \\ &= \frac{\mu_o}{2} \frac{I}{a} \left( \frac{a}{r} \right)^2 \sin \alpha \end{aligned} \quad (5.26)$$

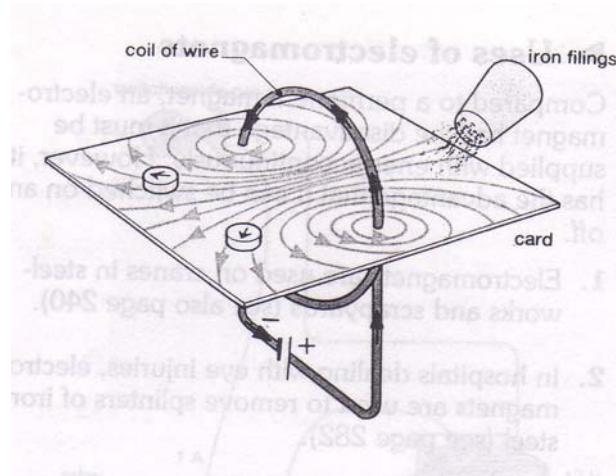
Dari gambar 5.10 tampak bahwa  $a/r = \sin \alpha$ . Akhirnya kita dapatkan

$$B = \frac{\mu_o}{2} \frac{I}{a} \sin^3 \alpha \quad (5.27)$$

Untuk kasus khusus **titik di pusat lingkaran**, kita dapatkan  $\alpha = 90^\circ$  sehingga

$$B = \frac{\mu_o}{2} \frac{I}{a} \quad (5.28)$$

Arah medan magnet yang dihasilkan cincin dapat ditentukan juga dengan aturan tangan kanan. Kalian genggam kawat cincin tersebut dengan empat jari. Jika ibu jari searah dengan rus maka arah genggaman sesarah dengan medan magnet. Karena bentuk cincin yang melengkung maka superposisi medan yang dihasilkan elemen-elemen cincin menghasilkan medan total seperti pada Gambar 5.11



Gambar 5.11 Pola medan magnet di sekitar cincin

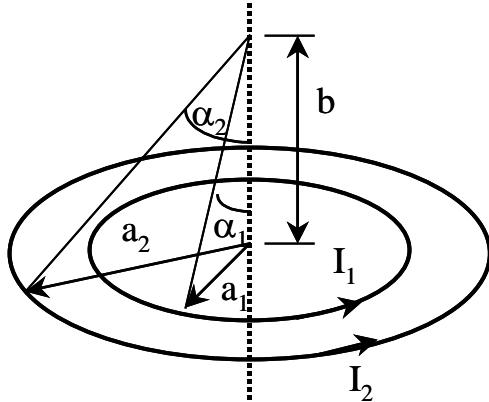
Contoh

Kita memiliki dua cincin konsentris dengan jari-jari  $a_1$  dan  $a_2$ . Masing-masing cincin dialiri arus

I<sub>1</sub> dan I<sub>2</sub> dalam arah yang sama. Berapa kuat medan magnet pada alokasi:

- a) berjarak b dari pusat cincin sepanjang sumbu cincin
- b) pada pusat cincin

Jawab



Gambar 5.12

- a) Kuat medan magnet yang dihasilkan cincin berarus I<sub>1</sub> adalah

$$B_1 = \frac{\mu_o}{2} \frac{I_1}{a_1} \sin^3 \alpha_1$$

Kuat medan magnet yang dihasilkan oleh cincin berarus I<sub>2</sub>

$$B_2 = \frac{\mu_o}{2} \frac{I_2}{a_2} \sin^3 \alpha_2$$

Kuat medan magnet total

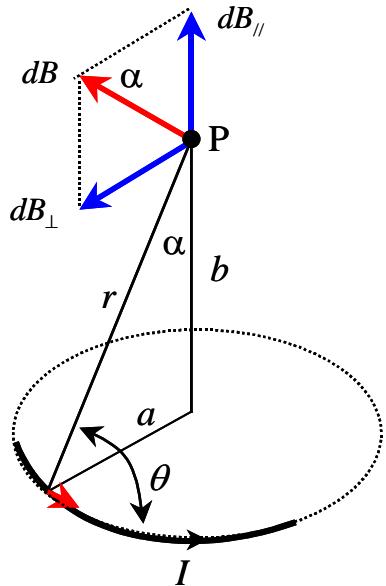
$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_o}{2} \frac{I_1}{a_1} \sin^3 \alpha_1 + \frac{\mu_o}{2} \frac{I_2}{a_2} \sin^3 \alpha_2$$

- b) Di pusat cincin terpenuhi  $\alpha_1 = \alpha_2 = 90^\circ$  sehingga

$$B = \frac{\mu_o}{2} \frac{I_1}{a_1} + \frac{\mu_o}{2} \frac{I_2}{a_2}$$

## 5.5 Medan Magnet oleh Busur Lingkaran

Sekarang kita anggap cincin bukan lingkaran penuh, tetapi hanya berupa busur dengan sudut keliling  $\theta$ . Kita ingin mencari berapa kuat medan di sepanjang sumbu cincin yang berjarak  $b$  dari pusat cincin. Lihat Gbr 5.13



Gambar 5.13 Menentukan medan magnet di sumbu busur lingkaran yang kurang dari setengah lingkaran

Untuk kasus ini kita memiliki dua komponen medan, yaitu yang searah sumbu dan yang tegak lurus sumbu. Medan tersebut diperoleh dengan mengintegralkan komponen medan yang diberikan oleh persamaan (5.24a) dan (5.24b). Kuat medan total searah sumbu adalah

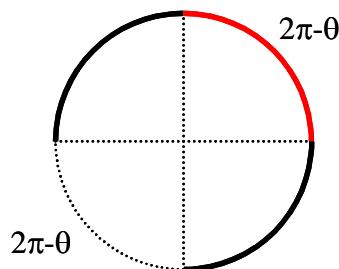
$$\begin{aligned}
 dB_{\parallel} &= \int dB \sin \alpha \\
 &= \int \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{dL}{r^2} \sin \alpha \\
 &= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \sin \alpha \int dL = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \sin \alpha \times (\text{panjang busur}) \\
 &= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \sin \alpha \times \left( \frac{\theta}{2\pi} \times 2\pi a \right) \\
 &= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I\theta}{a} \left( \frac{a}{r} \right)^2 \sin \alpha
 \end{aligned}$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I\theta}{a} \sin^3 \alpha \quad (5.29)$$

Untuk menentukan kuat medan yang tegak lurus sumbu, ada dua kasus yang harus siperhatikan. Kasus pertama adalah jika panjang busur kurang dari setengah lingkaran. Dalam kasus ini, tiap elemen busur tidak memiliki pasangan diametris yang menghasilkan komponen medan horisontal yang saling meniadakan. Semua elemen menguatkan medan total. Kuat medan arah tegak lurus sumbu adalah

$$\begin{aligned} dB_{\perp} &= \int dB \cos \alpha \\ &= \int \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{dL}{r^2} \cos \alpha \\ &= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \cos \alpha \int dL = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \cos \alpha \times (\text{panjang busur dengan } \theta) \\ &= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \cos \alpha \times \left( \frac{\theta}{2\pi} \times 2\pi a \right) \\ &= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I\theta}{a} \left( \frac{a}{r} \right)^2 \cos \alpha \\ &= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I\theta}{a} \sin^2 \alpha \cos \alpha \end{aligned} \quad (5.30)$$

Jika panjang busur lebih dari setengah lingkaran, maka mulai ada pasangan diametris yang menghasilkan medan arah horisontal yang saling meniadakan. Lihat Gbr 5.14



Gambar 5.14 Menentukan kuat medan oleh busur lingkaran yang lebih dari setengah lingkaran

Panjang busur membentuk sudut  $\theta$ . Tampak dari Gbr 5.14, dari busur yang ada, sebagian elemen mempunyai pasangan diametris yang menghasilkan komponen medan arah horisontal yang sama besar tetapi berlawanan arah. Hanya bagian busur lingkaran sepanjang  $2\pi - \theta$  yang tidak

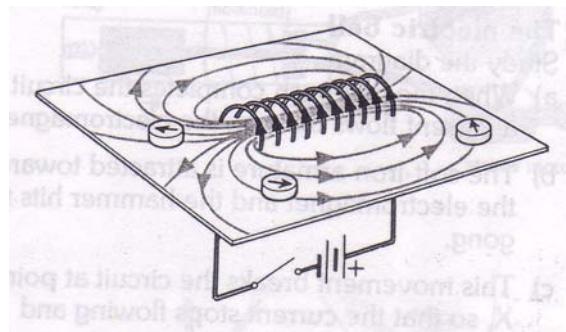
memiliki pasangan diametri sehingga memberi kontribusi pada medan magnet total arah horisontal. Dengan demikian, medan magnetik total arah horisontal adalah

$$\begin{aligned}
 dB_{\perp} &= \int dB \cos \alpha \\
 &= \int \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{dL}{r^2} \cos \alpha \\
 &= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \cos \alpha \int dL = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \cos \alpha \times (\text{panjang busur dengan sudut } 2\pi - \theta) \\
 &= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \cos \alpha \times \left( \frac{2\pi - \theta}{2\pi} \times 2\pi a \right) \\
 &= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I(2\pi - \theta)}{a} \left( \frac{a}{r} \right)^2 \cos \alpha \\
 &= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I(2\pi - \theta)}{a} \sin^2 \alpha \cos \alpha
 \end{aligned} \tag{5.31}$$

Tampak dari persamaan (5.31), jika terbentuk lingkaran penuh maka  $\theta = 2\pi$  dan medan total arah horisontal nol.

## 5.6 Solenoid

Selanjutnya kita akan menghitung kuat medan magnet yang dihasilkan solenoid ideal. Solenoid adalah lilitan kawat yang berbentuk pegas. Panjang solenoid dianggap tak berhingga. Pertama kita akan mencari kuat medan magnet di pusat solenoid tersebut.

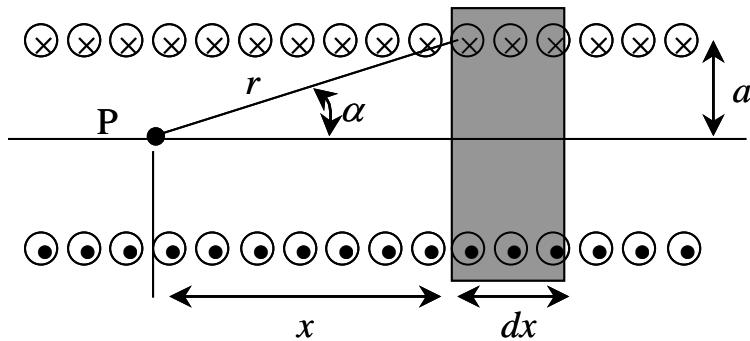


Gambar 5.15 Contoh solenoid dan pola medan magnet yang dihasilkan.

Jika kita perhatikan, solenoid dapat dipandang sebagai susunan cincin sejenis yang jumlahnya

sangat banyak. Tiap cincin membawa arus I. Medan di dalam solenoid merupakan jumlah dari medan yang dihasilkan oleh cincin-cincin tersebut.

Jika solenoid pada gambar 5.15 dibelah dua maka tampak penampang seperti pada Gbr 5.16.



Gambar 5.16 Penampang solenoid jika dibelah dua.

Misalkan jumlah lilitan per satuan panjang adalah n. Kita lihat elemen solenoid sepanjang  $dx$ . Jumlah lilitan dalam elemen ini adalah

$$dN = ndx \quad (5.32)$$

Elemen tersebut dapat dipandang sebagai sebuah cincin dengan besar arus

$$dI = IdN = Indx \quad (5.33)$$

Karena elemen tersebut dapat dipandang sebagai sebuah cincin, maka medan magnet yang dihasilkan di titik P memenuhi persamaan (5.27), dengan mengganti I pada persamaan (5.27) dengan  $dI$  pada persamaan (5.33). Kita akhirnya peroleh

$$\begin{aligned} dB &= \frac{\mu_0}{2} \frac{dI}{a} \sin^3 \alpha \\ &= \frac{\mu_0}{2} \frac{Indx}{a} \sin^3 \alpha \end{aligned} \quad (5.34)$$

Tampak dari Gbr 5.16,

$$\frac{a}{x} = \tan \alpha$$

atau

$$x = \frac{a}{\tan \alpha} \quad (5.35)$$

dan

$$dx = -\frac{a d\alpha}{\sin^2 \alpha} \quad (5.36)$$

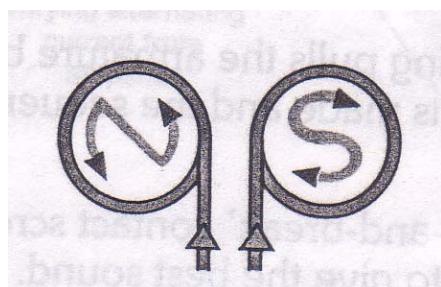
Dengan demikian

$$dB = \frac{\mu_o}{2} \frac{In}{a} \left( -\frac{a d\alpha}{\sin^2 \alpha} \right) \sin^3 \alpha = -\frac{\mu_o}{2} In \sin \alpha d\alpha \quad (5.37)$$

Selanjutnya kita menentukan batas-batas integral. Karena solenoid panjang tak berhingga, maka batas bawah adalah  $x \rightarrow -\infty$  dan batas atas adalah  $x \rightarrow +\infty$ . Karena  $\tan \alpha = a/x$ , maka untuk  $x \rightarrow -\infty$  diperoleh  $\tan \alpha \rightarrow -0$  atau  $\alpha = 180^\circ$ , dan maka untuk  $x \rightarrow +\infty$  diperoleh  $\tan \alpha \rightarrow +0$  atau  $\alpha = 0^\circ$ . Jadi batas bawah integral adalah  $180^\circ$  dan batas atas adalah  $0^\circ$ . Dengan demikian, medan magnet total yang dihasilkan di pusat solenoid adalah

$$\begin{aligned} B &= - \int_{180^\circ}^{0^\circ} \frac{\mu_o}{2} In \sin \alpha d\alpha = -\frac{\mu_o}{2} In \int_{180^\circ}^{0^\circ} \sin \alpha d\alpha \\ &= -\frac{\mu_o}{2} In [-\cos \alpha]_{180^\circ}^{0^\circ} = -\frac{\mu_o}{2} In [-1 + (-1)] \\ &= \mu_o n I \end{aligned} \quad (5.38)$$

Arah kutub solenoid dapat ditentukan dengan aturan seperti pada Gambar 53.10. Jika kalian pandang satu kutub solenoid dan menelusuri arah arus, maka jika kalian dapat membentuk huruf S dengan arah arus tersebut maka kutub yang kalian amati merupakan kutub selatan (south). Sebaliknya, jika kalian dapat membentuk huruf N dengan arah arus tersebut maka kutub yang kalian amati merupakan kutub utara (north)



Gambar 5.17 Salah satu cara menentukan arah kutub magnet yang dihasilkan solenoid.

### 5.7 Medan Magnet di Tepi Solenoid

Selanjunya kita tentukan kuat medan magnet di tepi solenoid yang panjangnya berhingga, yaitu  $L_o$ . Kita anggap titik pengamatan berada di tepi kanan solenoid. Lokasi pengamatan adalah di sumbu solenoid. Kita tetap dapat menggunakan persamaan (5.34). Berdasarkan Gbr 5.18 kita peroleh

$$\frac{a}{L_o - x} = \tan \alpha$$

atau

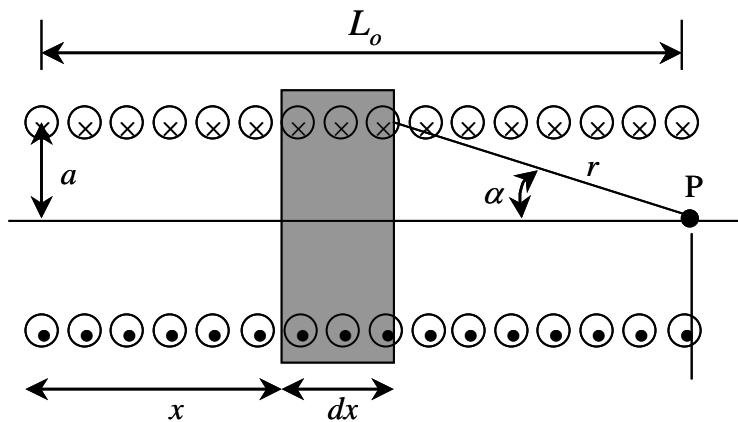
$$L_o - x = \frac{a}{\tan \alpha}$$

Diferensial ruas kiri dan kanan maka

$$-dx = -\frac{a}{\sin^2 \alpha} d\alpha$$

atau

$$dx = \frac{a}{\sin^2 \alpha} d\alpha \quad (5.39)$$



*Gambar 5.18 Menentukan medan magnet di tepi solenoid*

Substitusi persamaan (5.39) ke dalam persamaan (5.35) diperoleh

$$\begin{aligned} dB &= \frac{\mu_o}{2} \frac{In}{a} \left( \frac{a}{\sin^2 \alpha} d\alpha \right) \sin^3 \alpha \\ &= \frac{\mu_o}{2} I n \sin \alpha d\alpha \end{aligned}$$

Batas integral di sini dari  $\alpha = \alpha_m$  sampai  $\alpha = 90^\circ$  dengan  $\alpha_m$  memenuhi  $\tan \alpha_m = \frac{a}{L_o}$ . Jadi kuat medan di tepi solenoid adalah

$$\begin{aligned} B &= \int_{\alpha_m}^{90^\circ} \frac{\mu_o}{2} In \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_o}{2} In \int_{\alpha_m}^{90^\circ} \sin \alpha d\alpha \\ &= \frac{\mu_o}{2} In [-\cos \alpha]_{\alpha_m}^{90^\circ} = \frac{\mu_o}{2} In [-0 + \cos \alpha_m] \\ &= \frac{1}{2} \mu_o n I \cos \alpha_m \end{aligned} \quad (5.40)$$

Karena  $\tan \alpha_m = a/L_o$  maka

$$\cos \alpha_m = \frac{L_o}{\sqrt{a^2 + L_o^2}}$$

Dengan demikian, kuat medan magnet di ujung solenoid adalah

$$B = \frac{1}{2} \frac{\mu_o n I L_o}{\sqrt{a^2 + L_o^2}} \quad (5.41)$$

Untuk kasus khusus di mana panjang salah satu sisi solenoid sangat panjang, atau  $L_o \rightarrow \infty$  maka  $a^2 + L_o^2 \approx L_o^2$  sehingga

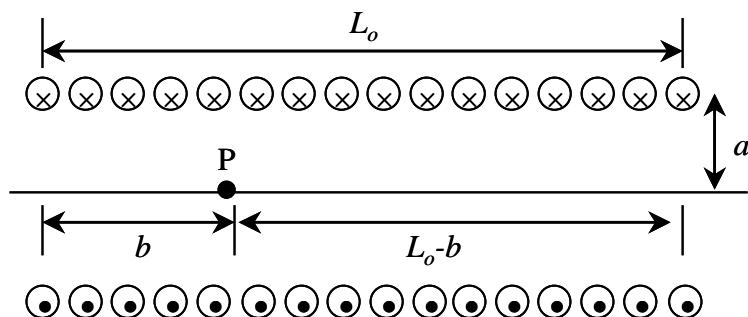
$$B \approx \frac{1}{2} \frac{\mu_o n I L_o}{\sqrt{L_o^2}} = \frac{1}{2} \mu_o n I$$

yang nilainya sama dengan setengah kuat medan yang dihasilkan oleh solenoid yang panjangnya

tak berhingga pada dua ujungnya.

### 5.8 Kuat Medan Magnet Pada Jarak Sembarang di Dalam Solenoid

Selanjutnya kita akan menghitung kuat medan pada sumbu solenoid berhingga yang letaknya sembarang. Misalkan panjang solenoid adalah  $L_o$  dan kita akan menentukan kuat medan pada jarak  $b$  dari salah satu ujung solenoid. Lihat Gbr 5.19



Gambar 5.19 Menentukan kuat medan magnet pada posisi sembarang dalam sumbu solenoid

Kita dapat memandang kasus ini seolah-olah kita memiliki dua solenoid berhingga. Satu solenoid memiliki panjang  $b$  dan satu solenoid memiliki panjang  $L_o - b$ . Titik pengamatan berada pada tepi masing-masing solenoid tersebut. Kuat medan total merupakan jumlah kuat medan yang dihasilkan masing-masing solenoid.

Dengan menggunakan persamaan (5.41), maka kuat medan yang dihasilkan solenoid yang panjangnya  $b$  adalah

$$B_1 = \frac{1}{2} \frac{\mu_o n I b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (5.42)$$

Kuat medan magnet yang dihasilkan oleh solenoid yang panjangnya  $L_o - b$  adalah

$$B_2 = \frac{1}{2} \frac{\mu_o n I (L_o - b)}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}} \quad (5.43)$$

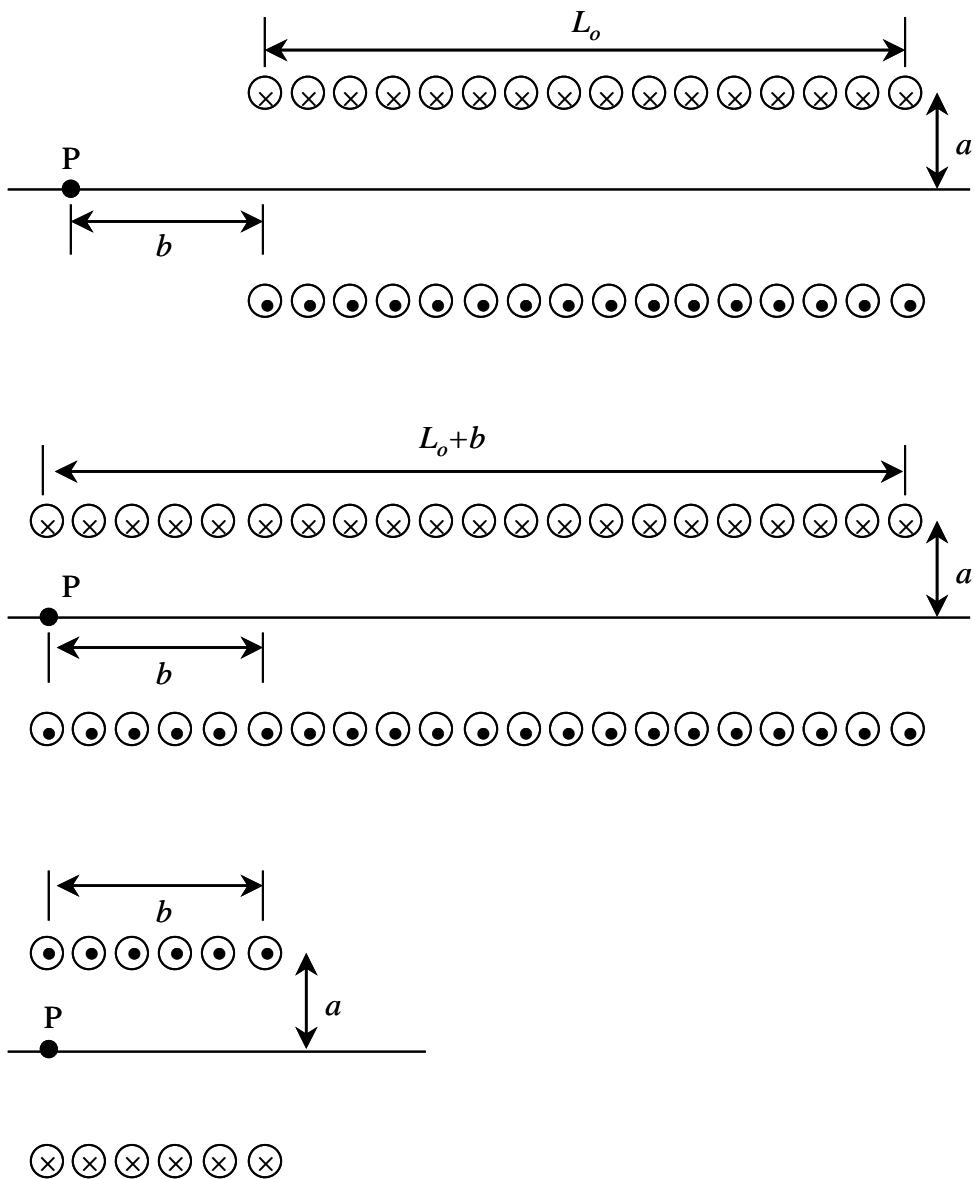
Dengan demikian, kuat medan total pada titik pengamatan adalah

$$B = B_1 + B_2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\mu_o n I (L_o - b)}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}} + \frac{1}{2} \frac{\mu_o n I b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (5.44)$$

### 5.9 Kuat Medan Magnet Pada Jarak Tertentu Dari Tepi Solenoid

Terakhir, kita akan menentukan kuat medan magnet di luar solenoid, pada jarak  $b$  dari tepi solenoid tetapi tetap berada di sumbu solenoid. Untuk kasus ini kita seolah-olah memiliki dua solenoid. Satu solenoid memiliki panjang  $L_o + b$  dan solenoid lainnya memiliki panjang  $b$  tetapi dialiri arus dalam arah berlawanan. Ke dua solenoid berimpit di sisi kiri. Lihat Gbr 5.20.



Gambar 5.20 Menentukan kuat medan magnet pada posisi di luar solenoid

Karena arus yang mengalir dalam dua solenoid memiliki arah berlawanan maka medan yang

dihasilkan juga memeliki arah berlawanan. Kuat medang total pada titik pengamatan sama dengan kuat medan yang dihasilkan oleh soleoid yang panjangnya  $L_o + b$  dikurang kuat medan yang dihasilkan solenoid yang panjangnya  $b$ .

Dengan menggunakan persamaan (5.41) maka kuat medan yang dihasilkan solenoid yang panjangnya  $L_o + b$  adalah

$$B_1 = \frac{1}{2} \frac{\mu_o n I (L_o + b)}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} \quad (5.45)$$

Dan kuat medan yang dihasilkan oleh solenoid yang panjangnya  $b$  adalah

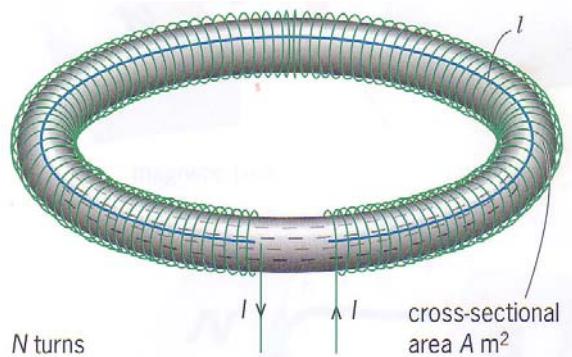
$$B_2 = \frac{1}{2} \frac{\mu_o n I b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (5.46)$$

Dengan demikian, kuat medan total di titik pengamatan adalah

$$\begin{aligned} B &= B_1 - B_2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{\mu_o n I (L_o + b)}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} - \frac{1}{2} \frac{\mu_o n I b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{aligned} \quad (5.47)$$

## 5.10 Medan Magnet dalam Toroid

Seperti yang kita bahas sebelumnya, solenoid adalah kumparan yang bentuknya lurus, seperti sebuah per bolpoin. Solenoid ideal memiliki panjang tak berhingga. Kuat medan magnetic di luar solenoid ideal nol sedangkan di dalam rongganya memenuhi persamaan (5.38). Jika solenoid yang panjangnya berhingga kita gabungkan ujungnya, maka kita mendapatkan sebuah bentuk seperti kue donat. Bentuk ini dinamakan toroid.



*Gambar 5.21 Skema toroid. Bentuknya seperti donat berongga.*

Jika kita bergerak sepanjang rongga solenoid ideal (panjang tak berhingga) maka kita tidak pernah menemukan ujung solenoid tersebut. Dengan cara yang sama, apabila kita bergerak sepanjang rongga toroid, kita pun tidak pernah menemukan ujung toroid tersebut. Sehingga, toroid akan serupa dengan solenoid ideal. Oleh karena itu, menjadi sangat logis apabila kita berkesimpulan bahwa kuat medan magnet dalam toroid sama dengan kuat medan magnet dalam solenoid ideal. Jadi kuat medan magnet dalam toroid adalah

$$B = \mu_o n I \quad (5.48)$$

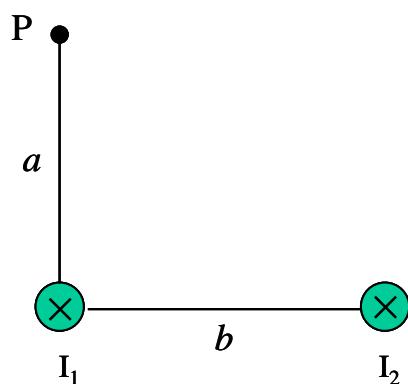
dengan  $n$  jumlah kumparan per satuan panjang dan  $I$  arus yang mengalir pada kawat toroid. Untuk toroid ideal, kuat medan magnet di luar toroid nol, hal yang juga kita jumpai pada solenoid ideal.

### 5.11 Beberapa Contoh

Untuk lebih memahami penggunaan hukum Biot-Savart, mari kita bahas beberapa contoh berikut ini

#### a) Dua Kawat Sejajar

Kita ingin menentukan kuat medan magnet di sekitar dua kawat lurus sejajar yang masing-masing membawa arus  $I_1$  dan  $I_2$  dalam arah yang sama. Titik pengamatan tampak pada Gbr 5.22



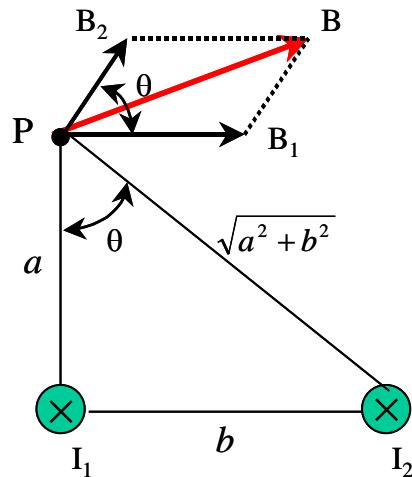
*Gambar 5.22 Dua kawat sejajar yang dialiri arus dalam arah yang sama*

Medan magnet total di titik  $P$  merupakan penjumlahan vector medan magnet yang dihasilkan  $I_1$  dan  $I_2$ . Jadi terlebih dahulu kita tentukan  $B_1$  dan  $B_2$  yang dihasilkan oleh  $I_1$  dan  $I_2$  beserta arah masing-masing.

Dengan menggunakan hukum Biot-Savart kita akan mendapatkan medan magnet  $B_1$  dan  $B_2$  sebagai berikut

$$B_1 = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_1}{a} \quad (5.49)$$

$$B_2 = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_2}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (5.50)$$



Gambar 5.23 Menentukan kuat medan magnet yang dihasilkan dua kawat sejajar

Dengan aturan penjumlahan vector metode jajaran genjang maka medan magnet total di titik P memenuhi

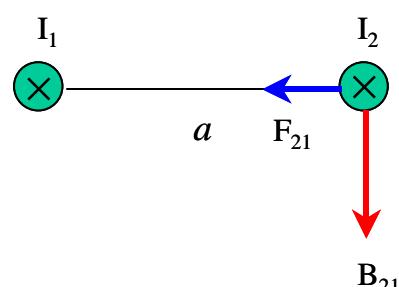
$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \theta} \quad (5.51)$$

Berdasarkan segitiga siku-siku dengan sisi-sisi  $a$ ,  $b$ , dan  $\sqrt{a^2 + b^2}$  kita dapatkan

$$\cos \theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (5.52)$$

### b) Gaya antara dua kawat berarus listrik

Kita kembali tinjau kawat sejajar yang dialiri arus listrik  $I_1$  dan  $I_2$ .



*Gambar 5.24 Menentukan gaya antara dua kawat sejajar yang dialiri arus listrik*

Kuat medan magnet yang dihasilkan kawat berarus I<sub>1</sub> di lokasi kawat berarus I<sub>2</sub> adalah

$$B_{21} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_1}{a} \quad (5.53)$$

Arah medan magnet ini regak lurus kawat. Karena kawat 2 dialiri arus listrik maka ada gaya Lorentz yang bekerja pada kawat 2. Arah arus listrik pada kawat 2 dan arah medan magnet pada kawat tersebut saling tegak lurus sehingga besar gaya Lorentz adalah

$$\begin{aligned} F_{21} &= I_2 B_{21} L_2 \\ &= \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{a} L_2 \end{aligned} \quad (5.54)$$

dengan L<sub>2</sub> adalah panjang kawat yang dialiri arus I<sub>2</sub>. Gaya Lorentz per satuan panjang yang bekerja pada kawat 2 adalah

$$\begin{aligned} f_{21} &= \frac{F_{21}}{L_2} \\ &= \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{a} \end{aligned} \quad (5.55)$$

Contoh

Berapa besar dan arah gaya antara dua kawat yang panjangnya masing-masing 45 m dan terpisah sejauh 6 cm jika masing-masing dialiri arus 35 A dalam arah yang sama?

Jawab

Diberikan L = 45 m dan A = 6 cm = 0,06 m. Medan magnet yang dihasilkan satu kawat di posisi kawat lainnya adalah

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I}{a}$$

Gaya magnet pada kawat lainnya akibat medan ini adalah

$$\begin{aligned} F &= ILB = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I^2}{a} L \\ &= (2 \times 10^{-7}) \times \frac{35^2}{0,06} \times 45 = 0,184 \text{ N} \end{aligned}$$

## 5.12 Definisi Satu Ampere

Berdasarkan gaya antara dua kawat sejajar yang dialiri arus listrik, kita bisa mendefinisikan besar arus satu ampere. Misalkan dua kawat sejajar tersebut dialiri arus yang tepat sama,  $I_1 = I_2 = I$ . Maka gaya per satuan panjang yang bekerja pada kawat 2 adalah

$$f_{21} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I^2}{a} \quad (5.56)$$

Jika  $I = 1 \text{ A}$  dan  $a = 1 \text{ m}$  maka

$$f_{21} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{1^2}{1} = \frac{\mu_o}{2\pi} = 2 \times 10^{-7} \text{ N/m}$$

Dengan demikian kita dapat mendefinisikan **arus yang mengalir pada kawat sejajar besarnya satu ampere jika gaya per satuan panjang yang bekerja pada kawat adalah  $2 \times 10^{-7} \text{ N/m}$ .**

### Soal-Jawab

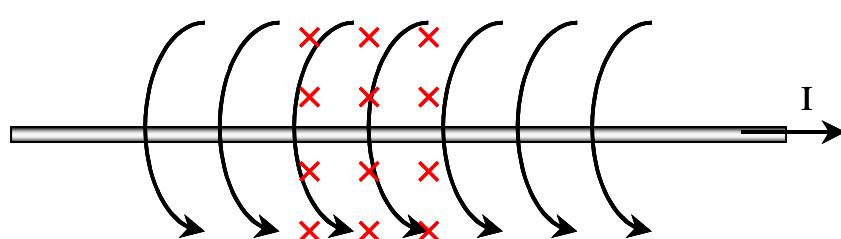
- 1) Satu berkas electron diarahkan dalam arah tegak lurus ke kawat yang berarus listrik. Arah arus dalam kawat adalah dari kiri ke kanan. Ke mana arah pembelokan electron?



Gambar 5.25

### Jawab

Pertama kita tentukan arah medan yang dihasilkan arus dengan menggunakan aturan tangan kanan. Arah medan tampak pada Gbr 5.26



Gambar 5.26

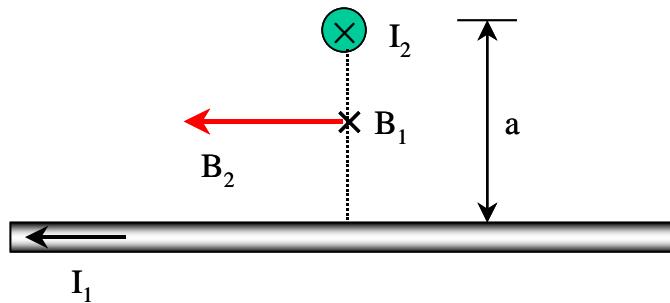
Dari arah depan electron merasakan medan magnet yang berarak ke bawah. Karena electron bermuatan negatif dan kecepatannya menuju kawat berarah ke belakang maka arah gaya Lorentz yang dilakukan medan di bagian depan kawat adalah ke kanan.

Di belakang kawat electron melihat medan magnet yang berarah ke atas. Dengan demikian arah gaya Lorentz yang berkerja pada elektron menjadi ke kiri.

Jadi selama electron menuju kawat, electron membelok ke kanan dan ketika meninggalkan kawat, electron membelok ke kiri.

2) Dua buah kawat lurus panjang dalam posisi saling tegak lurus dipisahkan sejauh  $a$ . Masing-masing kawat dialiri arus  $I_1$  dan  $I_2$ . Berapa kuat medan magnet pada titik tepat antara dua kawat?

Jawab



Gambar 5.27

Dengan menggunakan hukum Biot-Savart kita mendapatkan

$$B_1 = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_1}{a/2} = \frac{\mu_o}{\pi} \frac{I_1}{a}$$

$$B_2 = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_2}{a/2} = \frac{\mu_o}{\pi} \frac{I_2}{a}$$

Dengan menggunakan aturan tangan kanan maka diperoleh arah  $B_1$  ke belakang dan arah  $B_2$  ke kiri. Dengan  $B_1$  dan  $B_2$  saling tegak lurus. Besar medan magnet total adalah

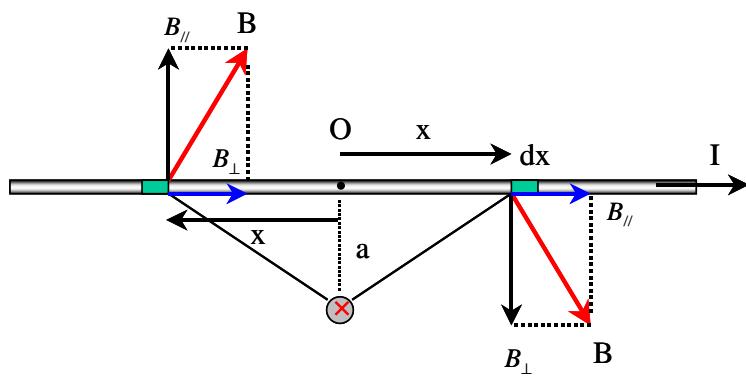
$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{\left(\frac{\mu_o}{\pi} \frac{I_1}{a}\right)^2 + \left(\frac{\mu_o}{\pi} \frac{I_2}{a}\right)^2} = \frac{\mu_o}{\pi a} \sqrt{I_1^2 + I_2^2}$$

Arah B membentuk sudut 45° dari kiri ke belakang.

- 3) Dua kawat panjang membawa arus yang sama I. Ke dua kawat tersebut saling tegak lurus, tetapi tidak bersentukan. Tentukan gaya magnetic yang bekerja pada kawat.

Jawab

Kita lukiskan posisi masing-masing kawat



Gambar 5.28

Misalkan lokasi perpotongan dua kawat berada pada koordinat nol. Tinjau elemen yang berseberangan dari titik nol yang panjangnya masing-masing  $dx$ . Kuat medan magnet pada ke dua elemen tersebut sama tetapi arahnya berbeda.

Gaya Lorentz yang bekerja pada masing-masing elemen hanya disumbangkan oleh komponen medan yang tegak lurus arus. Besar komponen medan magnet yang tegak lurus arus pada pada dua lemen tersebut samam besar tetapi berlawanan arah. Jadi Gaya Lorentz yang bekerja pada dua elemen sama besar dan berlawanan arah.

Karena tiap elemen memiliki pasangan yang berseberangan dan ke duanya mengalami gaya dalam arah berlawanan, maka secara total dua sisi kawat ditarik oleh gaya yang sama besar tetapi arah berlawanan. Gaya ini menyebabkan kawat cenderung berputar.

- 4) Berapa percepatan sebuah model pesawat yang memiliki massa 175 g dan membawa muatan 18,0 C ketika bergerak dengan laju 1,8 m/s pada jarak 8,6 cm dari suatu kawat yang sedang dialiri arus 30 A? Arah pesawat sama dengan arah kawat.

Jawab

Terlebih dahulu kita hitung kuat medan magnet pada lokasi pesawat.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} = (2 \times 10^{-7}) \frac{30}{0,086} = 7 \times 10^{-5} \text{ T}$$

Karena arah gerak pesawat sama dengan arah kawat sedangkan arah medan magnet tegak lurus arah kawat, maka arah kecepatan pesawat selalu tegak lurus arah medan magnet. Maka, gaya Lorentz pada kawat adalah

$$F = qvB = 18,0 \times 1,8 \times (7 \times 10^{-5}) = 2,3 \times 10^{-3} \text{ N}$$

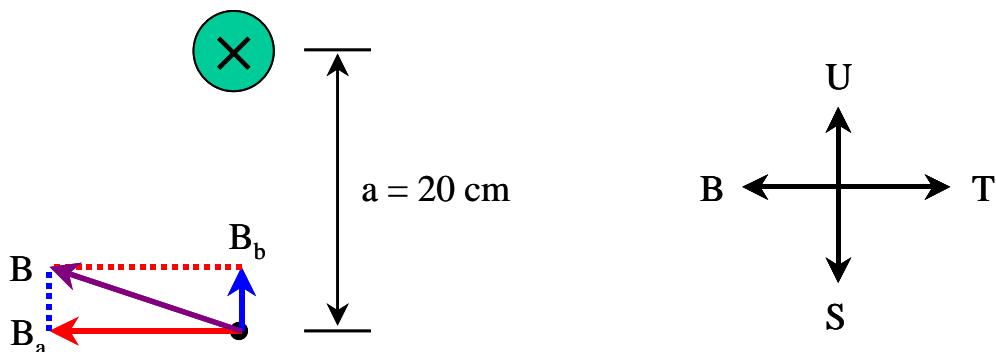
Percepatan yang dialami pesawat akibat gaya Lorentz

$$a = \frac{F}{m} = \frac{2,3 \times 10^{-3}}{0,175} = 0,013 \text{ m/s}^2$$

5) Sebuah jarum kompas diletakkan 20 cm di selatan sebuah kawat lurus vertical yang memiliki arus 30 A ke arah bawah. Ke manakah jarum kompas mengarah? Anggap komponen horizontal medan magnet bumi pada posisi jarum kompas adalah  $0,45 \times 10^{-4}$  T dan sudut deklinasi adalah  $0^\circ$ .

Jawab

Karena sudut deklinasi  $0^\circ$  maka arah jarum kompas tepat mengarah ke kutub utara.



Gambar 5.29

Pada lokasi jarum kompas, ada dua medan magnet yang muncul, yaitu medan magnet bumi ke arah utara dan medan yang dihasilkan arus ke barat. Medan total adalah jumlah vektor dua medan tersebut dan arah jarum kompas mengikuti arah medan total.

Besarnya medan yang dihasilkan arus adalah

$$B_a = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I}{a} = 2 \times 10^{-7} \frac{30}{0,2} = 3 \times 10^{-6} \text{ T}$$

Sudut yang dibentuk jarum kompas dengan arah utara adalah  $\theta$  yang memenuhi

$$\tan \theta = \frac{B_a}{B_b} = \frac{3 \times 10^{-6}}{0,45 \times 10^{-4}} = 0,067$$

atau

$$\theta = 3,8^\circ$$

- 6) Suatu berkas proton melewati suatu titik dalam ruang dengan laju  $10^9$  proton/s. Berapa medan magnet yang dihasilkan pada jarak 2,0 m dari berkas tersebut?

Jawab

Kita tentukan dahulu arus yang dihasilkan proton

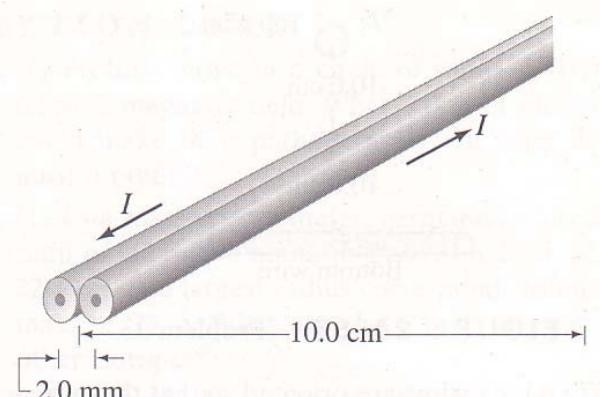
Karena muatan satu proton adalah  $e = +1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$  maka muatan yang mengalir per detik, yang tidak lain merupakan arus listrik, adalah

$$I = 10^9 \times 1,6 \times 10^{-19} = 1,6 \times 10^{-10} \text{ A}$$

Kuat medan magnet pada jarak 2,0 m dari berkas proton adalah

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I}{a} = 2 \times 10^{-7} \frac{1,6 \times 10^{-10}}{2} = 1,6 \times 10^{-17} \text{ T}$$

- 7) Pasangan kawat yang panjang dialiri arus dc 25,0 A ke dan dari sebuah alat. Kawat tersebut memiliki dialeter yang dapat diabaikan. Kedua kawat terpisah sejauh 2,0 mm. Berapa kuat medan magnet pada jarak 10,0 cm dari tengah-tengah kawat? (lihat Gambar 5.30)



Gambar 5.30

Jawab

Jarak titik pengamatan ke kawat pertama adalah  $r_1 = 10,0 \text{ cm} + 1,0 \text{ mm} = 10,1 \text{ cm} = 0,101 \text{ m}$

Jarak titik pengamatan ke kawat kedua adalah  $r_2 = 10,0 \text{ cm} - 1,0 \text{ mm} = 9,9 \text{ cm} = 0,099 \text{ m}$

Kuat medan magnet yang dihasilkan kawat pertama

$$B_1 = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I}{r_1} = 2 \times 10^{-7} \frac{25}{0,101} = 4,95 \times 10^{-5} \text{ T}$$

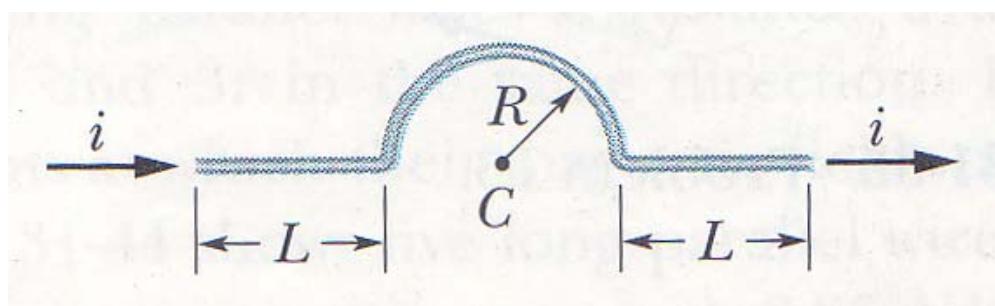
Kuat medan magnet yang dihasilkan kawat kedua

$$B_2 = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I}{r_2} = 2 \times 10^{-7} \frac{25}{0,099} = 5,05 \times 10^{-5} \text{ T}$$

Karena arus mengalir dalam arah berlawanan maka ke dua medan tersebut jika memiliki arah berlawanan. Dengan demikian, kuat medan total pada titik pengamatan adalah

$$B = B_2 - B_1 = 5,05 \times 10^{-5} - 4,95 \times 10^{-5} = 1,0 \times 10^{-6} \text{ T.}$$

- 8) Kawat yang diperlihatkan pada Gambar 5.30 membawa arus  $i$ . Berapa kuat medan magnet yang dihasilkan di pusat C oleh (a) masing-masing segment lurus yang panjangnya  $L$ , (b) segmen lengkung, dan (c) total



Gambar 5.31

Jawab

- a) Karena lokasi titik C tepat berimpit dengan perpanjangan segment lurus kawat maka kuat medan magnet di titik C yang dihasilkan oleh masing-masing segmen lurus adalah nol.

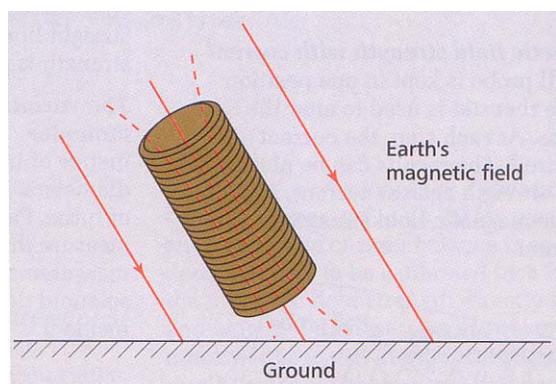
- b) Karena segmen lengkung memiliki sudut  $\theta = 180^\circ = \pi$ , maka kuat medan magnet di pusat lingkaran yang dihasilkan segmen ini adalah

$$B = \left( \frac{\theta}{2\pi} \right) \frac{\mu_o I}{2\pi R} = \left( \frac{\pi}{2\pi} \right) \frac{\mu_o I}{2\pi R} = \frac{\mu_o I}{4R}$$

c) Kuat medan total di titik C menjadi  $B = \frac{\mu_o I}{4R}$

### Soal Latihan

- 1) Sebuah kawat tembaga 10-gauge (diameter 2,6 mm) dialiri arus 50 A. Berapa kuat medan magnet di permukaan kawat?
- 2) Kuat medan magnet pada jarak 88,0 cm dari kawat lurus panjang adalah  $7,30 \mu\text{T}$ . Cari arus yang mengalir pada kawat
- 3) Tentukan kuat medan magnet di tengah-tengah antara dua kawat yang terpisah sejauh 2,0 cm. Salah satu kawat membawa arus I dan kawat lainnya membawa arus 15 A. Cari medan tersebut jika (a) arus mengalir dalam arah berlawanan, dan (b) arus mengalir dalam arah yang sama.
- 4) Sebuah jarum kompas menyimpang ke timur dari arah utara sebesar  $20^\circ$ . Namun jika jarum tersebut ditempatkan 8,0 cm di sebelah timur sebuah kawat berarus listrik maka sudut penyimpangannya terhadap arah utara  $55^\circ$ . Berapa besar dan ke mana arah arus dalam kawat? Besar medan magnet di tempat tersebut adalah  $0,50 \times 10^{-4} \text{ T}$  dan memiliki sudut inklinasi  $0^\circ$ .
- 5) Cari kuat medan magnet di dekitar kawat lurus panjang yang dialiri arus 10 A pada jarak a) 10 cm dari kawat, (b) 20 cm dari kawat, dan (c) 100 cm dari kawat.
- 6) Sebuah solenoid yang mengandung 1000 lilitan dan panjang 0,1 m ditegakkan sehingga sumbunya sejajar dengan garis medan magnet bumi, seperti tampak pada Gambar 53.33. Kuat medan magnet bumi pada posisi solenoid adalah  $70 \mu\text{T}$ . Berapa arus yang harus dialirkan pada solenoid agar dihasilkan medan magnet yang sama besarnya dengan medan magnet bumi?



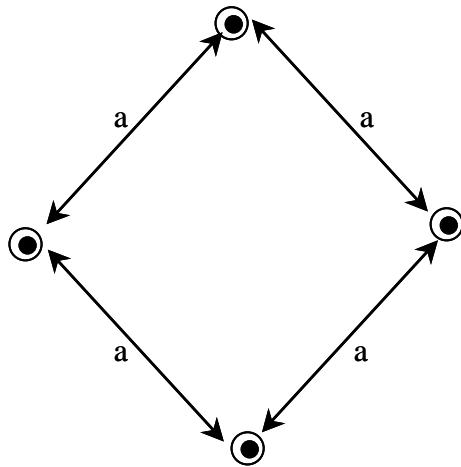
Gambar 5.32

- 7) Dua buah kawat lurus panjang dan sejajar dipisahkan sejauh 0,1 m. Masing-masing kawat mebawa arus 5,0 dan 3,0 A dalam arah yang sama. Hitung kuat medan magnet di titik tengah-tengah antara dua kawat.
- 8) Suatu kumparan berbentuk lingkaran mengandung 20 lilitan ditempatkan dalam posisi horizontal. Jari-jari lingkaran adalah 0,15 m. Arus sebesar 0,5 A dilewatkan melalui kawat lilitan

tersebut.

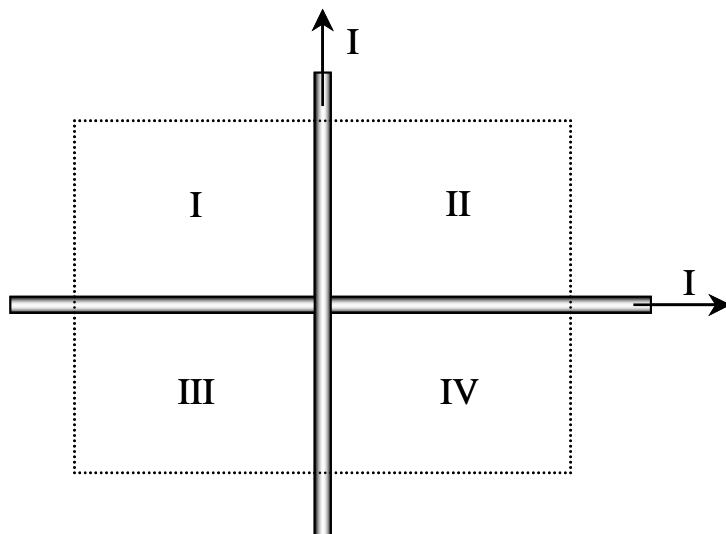
- a) Hitung medan magnet di pusat kumparan
  - b) lukis arah arus agar mendan magnet di pusat lingkaran mengarah ke atas.
  - c) Jika medan magnet bumi pada pusat kumparan memiliki komponen arah utara  $18 \mu\text{T}$  dan komponen vertikal ke bawah sebesar  $55 \mu\text{T}$ , hitunglah medan magnet total di pusat kumparan ketika kawat dialiri arus 5 ampere.
  - d) berapa arus yang harus dialirkan pada kawat medan magnet total di pusat kawat hanya memiliki komponen arah horisontal?
- 9) Sebuah solenoid panjang yang mengandung 1550 lilitan per meter ditempatkan sedemikian sehingga sumbunya sejajar dengan medan magnet luar yang besarnya  $24 \text{ mT}$ .
- a) Hitung arus yang harus dialirkan melalui kawat solenoid agar medan resultan di dalam solenoid nol.
  - b) Jika arus yang mengalir dalam kawat solenoid diubah menjadi  $3,5 \text{ A}$  hitunglah medan resultan dalam rongga solenoid.
- 10) Sebuah kawat horisontal dialiri arus  $I_1 = 80 \text{ A}$ . Kawat kedua berada 20 cm di bawah kawat pertama dalam posisi sejajar. Berapa arus yang harus mengalir pada kawat kedua agar kawat tersebut tidak jatuh akibat gravitasi? Massa jenis kawat kedua per satuan panjang adalah  $0,12 \text{ g per meter}$ .
- 11) Solenoid tipis yang panjangnya 10 cm mengandung 400 lilitan. Arus yang mengalir pada kawat solenoid adalah  $20 \text{ A}$ . Berapa kuat medan magnet di sekitar pusat solenoid?
- 12) Kawat panjang yang ditempatkan dalam posisi horisontal dilariri arus  $48 \text{ A}$ . Kawat kedua yang terbuat dari tembaga dengan diameter 2,5 mm ditempatkan sejajar kawat pertama pada posisi 15 cm di bawah kawat pertama. Kawat kedua tergantung karena gaya magnetik oleh kawat pertama. Berapa besar dan arah arus pada kawat kedua.
- 13) Dua kawat panjang paralel terpisah sejauh  $6,0 \text{ cm}$ . Masing-masing kawat membawa arus  $16,5 \text{ A}$  dalam arah yang sama. Tentukan kuat medan magnet pada titik yang berjarak  $13,0 \text{ cm}$  dari kawat pertama dan  $13,0 \text{ cm}$  dari kawat kedua.
- 14) Sebuah solenoid yang panjangnya  $30,0 \text{ cm}$  dan diameter  $1,25 \text{ cm}$  menghasilkan medan magnet  $0,385 \text{ T}$  di pusatnya. Jika jumlah lilitan adalah 1000, berapa arus yang mengalir pada solenoid tersebut?
- 15) Kamu memiliki kawat tembaga dan ingin membuat solenoid yang menghasilkan medan magnet paling besar. Apakah kamu sebaiknya membuat solenoid yang berdiameter kecil tetapi panjang atau solenoid berdiameter besar tetapi pendek, atau lainnya? Jelaskan jawabanmu.
- 16) Sebuah solenoid berteras besi memiliki panjang  $36 \text{ cm}$ , diameter  $1,5 \text{ cm}$  dan jumlah lilitan 600. Jika dialiri arus  $40 \text{ A}$ , dihasilkan medan magnet  $1,8 \text{ T}$  di dalam rongga solenoid tersebut. Berapakah permeabilitas teras besi?
- 17) Perhatikan sebuah garis medan magnet. Apakah besar  $\vec{B}$  konstan atau berubah sepanjang garis tersebut? Dapatkah kamu memberikan contoh untuk masing-masing kasus tersebut?
- 18) Gambar 53.34 memperlihatkan pandangan atas empat kawat sejajar yang dialiri arus listrik

yang besar dan arahnya sama. Berapa besar medan magnet pada lokasi kawat sebelah kiri yang disebabkan oleh arus pada tiga kawat lainnya? Berapa besar gaya per satuan panjang yang dialami kawat tersebut?



Gambar 5.33

19 Dua kawat yang tegak lurus hampir berimpitan dialiri arus yang sama dalam arah seperti pada Gbr 5.34 Besar arus pada dua kawat sama. Pada daerah-daerah manakan yang ditandai pada gambar ditemukan medan magnet resultan nol?



Gambar 5.34

20 Elektron yang dihasilkan “senjata elektron” pada tabung televisi memiliki energi kinetik 25 keV dan berkasnya memiliki diameter 0,22 mm. Sebanyak  $5,6 \times 10^{14}$  elektron mencapai layar tiap detik. Hitung medan magnet yang dihasilkan berkas tersebut pada titik yang berjarak 1,5 mm dari sumbu berkas.

21 Sebuah kawat panjang yang dialiri arus 100 A ditempatkan dalam ruang yang mengandung medan magnet eksternal 5,0 mT. Kawat tersebut tegak lurus medan magnet ini. Tentukan titik-titik yang memiliki resultan medan magnet nol.

## Bab 6

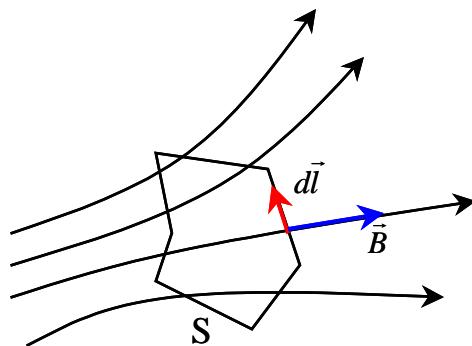
### Hukum Ampere

Hukum Biot-Savart merupakan hukum yang umum yang digunakan untuk menghitung kuat medan magnet yang dihasilkan oleh arus listrik. Apapun bentuk konduktor yang dialiri arus, dan berapa pun arus yang mengalir, maka kuat medan magnet di sekitar arus tersebut selalu memenuhi hukum Biot-Savart. Namun, kita tidak selalu mudah menentukan kuat medan magnet di sekitar arus dengan menggunakan hukum Biot-Savart. Untuk bentuk kawat yang rumit, maka integral pada hukum Biot-Savart tidak selalu dapat diselesaikan.

Oleh karena itu, perlu dikaji metode alternatif untuk menentukan kuat medan magnet di sekitar arus listrik. Salah satu metode yang cukup sederhana yang akan dibahas di sini adalah hukum Ampere.

#### 6.1 Hukum Ampere

Misalkan di suatu ruang terdapat medan magnet  $\vec{B}$ . Di dalam ruang tersebut kita buat sebuah lintasan tertutup  $S$  yang sembarang seperti gambar 6.1



Gambar 6.1 Lintasan tertutup sembarang dalam ruang yang mengandung medan magnet

Kita perhatikan elemen lintasan  $d\vec{l}$ . Anggap kuat medan magnet pada elemen tersebut adalah  $\vec{B}$ . Integral perkalian titik  $\vec{B}$  dan  $d\vec{l}$  dalam lintasan tertutup  $S$  memenuhi

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_o \sum I \quad (6.1)$$

dengan

$\sum I$  adalah jumlah total arus yang dilingkupi  $S$ . Tanda  $\oint$  menyatakan bahwa integral harus dikerjakan pada sebuah lintasan tertutup.

Persamaan (6.1) dikenal dengan hukum Ampere dalam bentuk integral. Bentuk lain hukum Ampere yang ekivalen dengan persamaan 54.1 adalah bentuk diferensial. Tetapi bentuk kedua ini tidak dibahas di sini.

## 6.2 Aplikasi Hukum Ampere

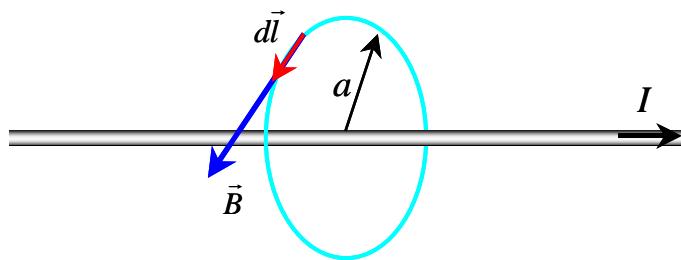
Untuk lebih memahami hukum Ampere mari kita tinjau sejumlah aplikasinya berikut ini.

### a) Kawat Lurus Panjang

Pada Bab 5, kita sudah menghitung kuat medan magnet yang dialiri arus listrik pada kawat lurus panjang dengan bangtuan hukum Biot-Savart. Kita akan kembali membahas kuat medan listrik di sekitar kawat lurus panjang dengan menggunakan hukum Ampere. Dalam menerapkan hukum ini, beberapa langkah standar yang harus dilakukan adalah:

- i) Pilih lintasan tertutup sedemikian rupa sehingga
  - Kuat medan magnet pada berbagai titik di lintasan konstan
  - Vektor medan magnet dan vektor elemen lintasan selalu membentuk sudut yang konstant untuk semua elemen lintasan.
- ii) Cari  $\sum I$ , yaitu jumlah total arus yang dilingkupi lintasan ampere.

Untuk kawat lurus panjang, lintasan yang memenuhi kriteria di atas adalah sebuah lingkaran yang sumbunya berimpit dengan kawat tersebut.



*Gambar 6.2 Lintasan ampere di sekitar kawat lurus panjang adalah lingkaran dengan sumbu berimpit dengan kawat.*

Beberapa informasi yang dapat kita peroleh adalah:

- i) Berdasarkan aturan tangan kanan, medan magnet selalu menyenggung lintasan.
- ii) Elemen vektor  $d\vec{l}$  juga menyenggung lintasan.

Jadi pada titik-titik di lintasan, vektor  $\vec{B}$  dan  $d\vec{l}$  selalu sejajar sehingga sudut  $\theta$  antara  $\vec{B}$

dan  $d\vec{l}$  nol. Dengan demikian,

$$\vec{B} \bullet d\vec{l} = B dl \cos \theta = B dl \cos 0^\circ = B dl \quad (6.2)$$

dan

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = \oint_S B dl \quad (6.3)$$

Karena pada tiap titik di lintasan besar medan magnet konstan, maka B dapat ditarik keluar dari integral. Kita dapatkan

$$\oint_S B dl = B \oint_S dl = B \times (\text{keliling lingkaran}) = B \times (2\pi a) \quad (6.4)$$

Selanjutnya kita cari jumlah arus yang dilingkupi lintasan Ampere. Karena yang dilingkupi lintasan Ampere hanya satu kawat, dan kawat tersebut diliri arus I, maka

$$\sum I = I \quad (6.5)$$

Akhirnya, substitusi persamaan (6.4) dan (6.5) ke dalam persamaan (6.1) diperoleh

$$B \times (2\pi a) = \mu_o I$$

atau

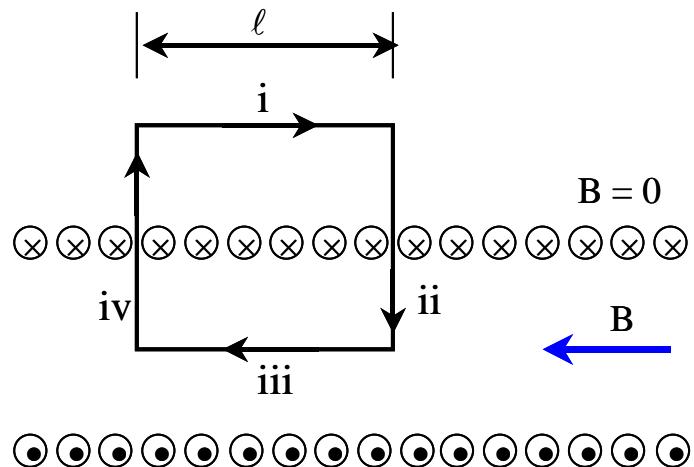
$$B = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I}{a} \quad (6.6)$$

Hasil ini persis sama dengan hasil yang diperoleh menggunakan hukum Biot-Savart pada Bab 5.

### b) Solenoid

Kita sudah menghitung medan magnet yang dihasilkan oleh solenoid menggunakan hukum Biot-Savart. Sekarang kita akan melakukan perhitungan serupa dengan hukum Ampere untuk membandingkan metode mana yang lebih sederhana. Solenoid yang akan kita bahas juga solenoid ideal dengan jumlah lilitan per satuan panjang adalah n. Kawat solenoid dialiri arus I.

Jika solenoid dibelah dua maka penampang solenoid tampak pada Gambar 6.3



Gambar 5.3 Lintasan ampere pada solenoid

Untuk menentukan kuat medan magnet di dalam solenoid, kita buat lintasan Ampere seperti pada Gambar 6.3. Lintasan tersebut berupa segiempat. Integral pada lintasan tertutup dapat dipecah menjadi jumlah integral pada tiap-tiap sisi segiempat, yaitu

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = \int_i \vec{B} \bullet d\vec{l} + \int_{ii} \vec{B} \bullet d\vec{l} + \int_{iii} \vec{B} \bullet d\vec{l} + \int_{iv} \vec{B} \bullet d\vec{l} \quad (6.7)$$

Mari kita lihat tiap-tiap suku integral.

*Lintasan i:*

Pada lintasan ini kuat medan magnet nol karena berada di luar solenoid sehingga

$$\int_i \vec{B} \bullet d\vec{l} = \int_i 0 \bullet d\vec{l} = 0$$

*Lintasan ii:*

Pada lintasan ini, potongan yang berada di luar solenoid memiliki medan magnet nol sedangkan potongan yang ada di dalam solenoid luar memiliki medan magnet yang tegak lurus lintasan. Jadi

$$\int_{ii} \vec{B} \bullet d\vec{l} = \int_{pot.luar} \vec{B} \bullet d\vec{l} + \int_{pot.dalam} \vec{B} \bullet d\vec{l} = \int_{pot.luar} 0 \bullet d\vec{l} + \int_{pot.dalam} B dl \cos 90^\circ = 0 + 0 = 0$$

*Lintasan iii:*

Pada lintasan ini, vektor  $\vec{B}$  dan  $d\vec{l}$  selalu sejajar sehingga sudut  $\theta$  antara  $\vec{B}$  dan  $d\vec{l}$  nol.

Jadi,  $\vec{B} \bullet d\vec{l} = B dl \cos \theta = B dl \cos 0^\circ = B dl$ . Dengan demikian diperoleh

,

$$\int_{iii} \vec{B} \bullet d\vec{l} = \int_{iii} B dl = B \int_{iii} dl = B \times (\text{panjang lin.iii}) = B\ell$$

*Lintasan iv:*

Integral pada lintasan iv persis sama dengan integral pada lintasan ii sehingga hasilnya juga nol, atau

$$\int_{iv} \vec{B} \bullet d\vec{l} = \int_{pot.luar} \vec{B} \bullet d\vec{l} + \int_{pot.dalam} \vec{B} \bullet d\vec{l} = \int_{pot.luar} 0 \bullet d\vec{l} + \int_{pot.dalam} B dl \cos 90^\circ = 0 + 0 = 0$$

Dengan demikian, integral pada lintasan tertutup adalah

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = 0 + 0 + B\ell + 0 = B\ell \quad (6.8)$$

Selanjutnya kita hitung jumlah arus yang dilingkupi lintasan Ampere. Arus total adalah arus yang mengalir dalam ruas solenoid sepanjang  $\ell$ . Karena jumlah lilitan per satuan panjang adalah  $n$  maka jumlah lilitan yang dilingkupi lintasan Ampere adalah  $n\ell$ . Karena satu lilitan dialiri arus  $I$ , maka jumlah total arus yang dilingkupi lintasan Ampere adalah

$$\sum I = n\ell I \quad (6.9)$$

Akhirnya dengan mensubstitusi persamaan (6.8) dan (6.9) ke dalam persamaan (6.1) diperoleh

$$B\ell = \mu_o(n\ell I)$$

atau

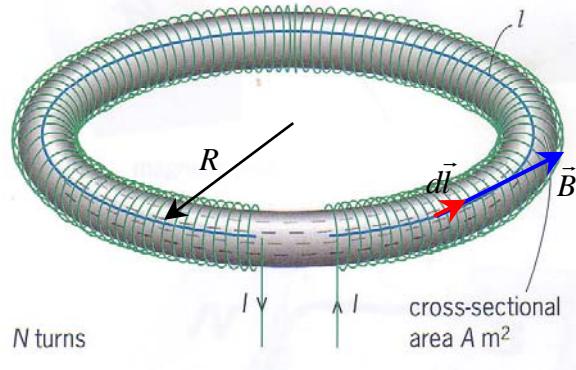
$$B = \mu_o nI \quad (6.10)$$

Hasil ini pun persis sama dengan apa yang kita peroleh dengan menggunakan hukum Biot-Savart pada Bab 5.

### c) Toroid

Misalkan jumlah lilitan per satuan panjang yang dimiliki toroid adalah  $n$ . Arus yang mengalir

pada toroid adalah  $I$ . Untuk menentukan kuat medan magnet di dalam rongga toroid, kita buat lintasan Ampere berbentuk lingkaran yang melalui rongga toroid.



Gambar 6.4 Lintasan ampere pada toroid berbentuk lingkaran yang melewati rongga toroid

Kita misalkan jari-jari toroid adalah  $R$ .

Keliling toroid adalah  $K = 2 \pi R$

Jumlah lilitan toroid adalah  $N = 2 \pi R n$

Sepanjang lintasan Ampere, vektor  $\vec{B}$  dan  $d\vec{l}$  selalu sejajar sehingga sudut  $\theta$  antara  $\vec{B}$  dan  $d\vec{l}$  nol. Jadi,  $\vec{B} \bullet d\vec{l} = B dl \cos \theta = B dl \cos 0^\circ = B dl$ . Jadi,

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = \oint_S B dl = B \oint_S dl = B \times (\text{keliling lingkaran}) = B \times (2\pi R) \quad (6.11)$$

Karena jumlah lilitan yang dilingkupi lintasan Ampere adalah  $N$  maka jumlah arus yang dilingkupi lintasan ini adalah

$$\sum I = NI = 2\pi R n I \quad (6.12)$$

Akhirnya, dengan mensubstitusi persamaan (6.11) dan (6.12) ke dalam persamaan (6.1) diperoleh

$$B \times (2\pi R) = \mu_o (2\pi R n I)$$

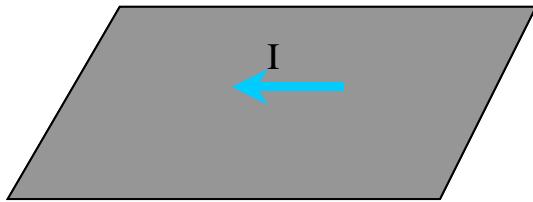
atau

$$B = \mu_0 n I \quad (6.13)$$

Hasil ini pun persis sama dengan yang kita peroleh menggunakan hukum Biot-Savart pada Bab 5.

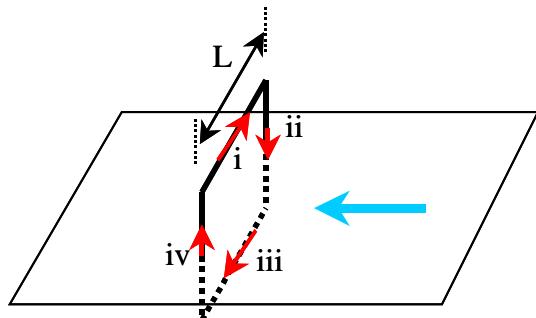
#### d) Pelat Tak Berhingga

Selanjutnya kita hitung medan magnet di sekitar pelat yang sangat lebar yang dialiri arus listrik.



Gambar 6.5 pelat yang luasnya tak berhingga dialiri arus  $I$

Misalkan kerapatan arus per satuan lebar pelat adalah  $J$  (ampere/meter). Kita akan menentukan kuat medan magnet pada jarak  $a$  tegak lurus pelat. Kita buat lintasan Ampere berupa persegi panjang sebagai berikut.



Gambar 6.6 Lintasan ampere di dekitar pelat tak berhingga.

Kita dapat menentukan arah medan magnet yang dihasilkan arus dengan menggunakan aturan tangan kanan. Ibu jari mengarah ke aliran arus dan lekukan empat jari mengikuti arah medan magnet. Kita akan dapatkan bahwa medan magnet memiliki arah sejajar pelat dan tegak lurus arah aliran arus.

Pemilihan lintasan Ampere di atas menyebabkan:

- a) Pada elemen lintasan i arah medan magnet sejajar dengan arah elemen lintasan.
- b) Pada elemen lintasan ii arah medan magnet tegak lurus dengan arah elemen lintasan.
- c) Pada elemen lintasan iii arah medan magnet sejajar dengan arah elemen lintasan.
- d) Pada elemen lintasan iv arah medan magnet tegak lurus dengan arah elemen lintasan.

Integral Ampere untuk lintasan tertutup dapat ditulis sebagai

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = \int_i \vec{B} \bullet d\vec{l} + \int_{ii} \vec{B} \bullet d\vec{l} + \int_{iii} \vec{B} \bullet d\vec{l} + \int_{iv} \vec{B} \bullet d\vec{l}$$

Mari kita hitung tiap-tiap suku integral

a) Pada elemen lintasan i, vektor  $\vec{B}$  dan  $d\vec{l}$  sejajar sehingga sudut  $\theta$  antara  $\vec{B}$  dan  $d\vec{l}$  nol.

Jadi,  $\vec{B} \bullet d\vec{l} = B dl \cos \theta = B dl \cos 0^\circ = B dl$

b) Pada elemen lintasan ii, vektor  $\vec{B}$  dan  $d\vec{l}$  tegak lurus sehingga sudut  $\theta$  antara  $\vec{B}$  dan  $d\vec{l}$   $90^\circ$ . Jadi,  $\vec{B} \bullet d\vec{l} = B dl \cos \theta = B dl \cos 90^\circ = 0$

c) Pada elemen lintasan iii, vektor  $\vec{B}$  dan  $d\vec{l}$  sejajar sehingga sudut  $\theta$  antara  $\vec{B}$  dan  $d\vec{l}$  nol.

Jadi,  $\vec{B} \bullet d\vec{l} = B dl \cos \theta = B dl \cos 0^\circ = B dl$

d) Pada elemen lintasan iv, vektor  $\vec{B}$  dan  $d\vec{l}$  tegak lurus sehingga sudut  $\theta$  antara  $\vec{B}$  dan  $d\vec{l}$   $90^\circ$ . Jadi,  $\vec{B} \bullet d\vec{l} = B dl \cos \theta = B dl \cos 90^\circ = 0$

Dengan demikian

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = \int_i B dl + \int_{iii} B dl$$

Besarnya  $B$  pada elemen lintasan i dan iii konstan sehingga dapat dikeluarkan dari integral. Akhirnya diperoleh

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = B \int_i dl + B \int_{iii} dl = BL + BL = 2BL \quad (6.14)$$

Selanjutnya kita cari jumlah arus yang dilingkupi lintasan Ampere. Rapat arus per satuan panjang pelat dalam arah tegak lurus adalah  $J$ . Karena panjang lintasan Ampere dalam arah tegak lurus adalah  $L$  maka arus yang dilingkupi lintasan Ampere adalah

$$\sum I = JL \quad (6.15)$$

Dengan mensubstitusi persamaan (6.14) dan (6.15) ke dalam persamaan (6.1) diperoleh

$$2BL = \mu_o(JL)$$

atau

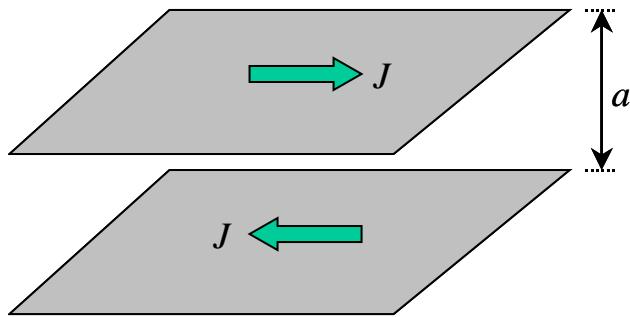
$$B = \frac{\mu_o J}{2} \quad (6.16)$$

### Soal-Soal

- 1) Dua buah pelat tak berhingga dan diletakkan sejajar masing-masing dialiri arus  $I$  dalam arah yang sama. Ke dua pelat terpisah sejauh  $a$ . Tentukan medan magnet di mana-mana yang dihasilkan arus pada dua pelat.

Jawab

Susunan pelat yang diungkapkan oleh soal di atas sebagai berikut



Gambar 6.8

Dalam mencari medan magnet di mana-mana, kita bagi daerah total atas tiga bagian, seperti pada Gbr. 6.8.

Daerah I berada di atas pelat atas

Daerah II berada di antara dua pelat

Daerah III berada di bawah pelat bawah

Kita sudah menghitung, kuat medan magnet di sekitar suatu pelat yang sangat luas adalah

$$B = \mu_o \frac{J}{2}$$

Sekarang kita hitung kuat medan magnet pada masing-masing daerah di atas.

Daerah I:

Medan magnet yang dihasilkan pelat atas besarnya adalah  $B = \mu_o J / 2$  dan arahnya dari belakang ke depan (pakai aturan tangan kanan).

Medan magnet yang dihasilkan pelat bawah besarnya adalah  $B = \mu_o J / 2$  dan arahnya dari depan ke belakang.

Dua medan tersebut sama besar tetapi arahnya berlawanan sehingga medan total di daerah I adalah nol.

#### Daerah II:

Medan magnet yang dihasilkan pelat atas besarnya adalah  $B = \mu_o J / 2$  dan arahnya dari depan ke belakang.

Medan magnet yang dihasilkan pelat bawah besarnya adalah  $B = \mu_o J / 2$  dan arahnya dari depan ke belakang.

Dua medan tersebut sama besar tetapi arahnya sama sehingga medan total di daerah II adalah  $B = \mu_o J / 2 + \mu_o J / 2 = \mu_o J$

#### Daerah III

Medan magnet yang dihasilkan pelat atas besarnya adalah  $B = \mu_o J / 2$  dan arahnya dari depan ke belakang.

Medan magnet yang dihasilkan pelat bawah besarnya adalah  $B = \mu_o J / 2$  dan arahnya dari belakang ke depan.

Dua medan tersebut sama besar tetapi arahnya berlawanan sehingga medan total di daerah I adalah nol.

2) Ulangi soal 1 jika arus yang mengalir pada dua pelat arahnya sama

#### Jawab

Jika arah arus sama maka

Di daerah I medan yang sihasilkan dua arus sama besar dan arah. Dengan demikian, kuat medan total adalah  $B = \mu_o J / 2 + \mu_o J / 2 = \mu_o J$

Di daerah II medan yang sihasilkan dua arus sama besar tetapi berlawanan arah. Dengan demikian, kuat medan total adalah nol.

Di daerah I medan yang sihasilkan dua arus juga sama besar dan arah. Dengan demikian, kuat medan total adalah  $B = \mu_o J / 2 + \mu_o J / 2 = \mu_o J$

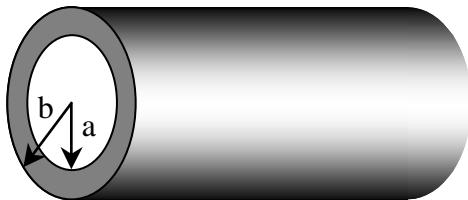
3) Sebuah silinder berongga dari tembaga memiliki jari-jari dalam a dan jari-jari luar b. Silinder tersebut dialiri arus I. Tentukan kuat medan magnet di mana-mana (gunakan hukum Ampere).

#### Jawab

Kalau kita ingin mencari medan magnet di mana-mana, maka kita harus mencari pada semua

nilai  $r$  dari nol sampai tak berhingga.

Daerah tempat medan magnet ingin ditentukan terdiri atas tiga macam, yaitu



Gambar 6.9

$$0 < r < a$$

$$a < r < b$$

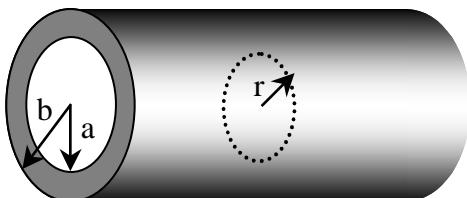
dan

$$r > b$$

Mari kita tentukan kuat medan mada masing-masing daerah tersebut.

a) Untuk daerah dengan  $0 < r < a$

Buat lintasan ampere dengan jari-jari kurang dari  $a$ .



Gambar 6.10

Karena lintasan ampere berupa lingkaran maka kita dapat menulis

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = \oint_S B dl = B \oint_S dl = B \times (2\pi r)$$

Karena tidak ada arus yang dilingkupi lintasan ampere (rongga) maka

$$\sum I = 0$$

Jadi

$$B \times (2\pi r) = \mu_0 \sum I$$

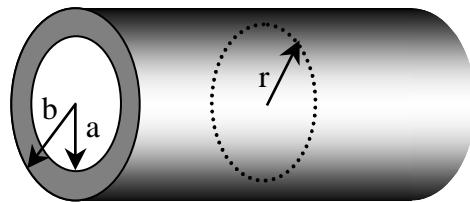
$$B \times (2\pi r) = 0$$

atau

$$B = 0$$

b) Untuk daerah dengan  $a < r < b$

Buat lintasan ampere dengan jari-jari antara  $a$  dan  $b$

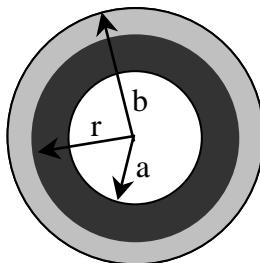


Gambar 6.11

Dengan alasan serupa sebelumnya, kita akan peroleh

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = \oint_S B dl = B \oint_S dl = B \times (2\pi r)$$

$\sum I$  dalam arus yang mengalir pada penampang rongga dengan jari-jari antara  $a$  sampai  $r$ , karena hanya bagian ini yang dilingkupi lintasan Ampere



Gambar 6.12

Untuk mencari arus tersebut mari kita tentukan dahulu rapat arus. Jika tidak ada rongga, luas penampang silinder adalah

$$A_o = \pi b^2$$

Luas penampang rongga adalah

$$A' = \pi a^2$$

Dengan adanya rongga, maka luas penampang silinder yang dialiri arus adalah

$$A = A_o - A' = \pi b^2 - \pi a^2 = \pi(b^2 - a^2)$$

Dengan demikian, kerapatan arus adalah

$$J = \frac{I}{A} = \frac{I}{\pi(b^2 - a^2)}$$

Luas penampang yang dilingkupi lintasan ampere saja adalah

$$A_2 = \pi r^2 - \pi a^2 = \pi(r^2 - a^2)$$

Dengan demikian, arus yang mengalir pada penampang yang dilingkupi lintasan ampere hanya

$$\sum I = JA_2 = \frac{I}{\pi(b^2 - a^2)} \times \pi(r^2 - a^2) = \frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2} I$$

Akhirnya, dengan hukum ampere diperoleh

$$B \times (2\pi r) = \mu_o \frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2} I$$

atau

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi} \left( \frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2} \right) \left( \frac{I}{r} \right)$$

c) Untuk daerah dengan  $r > b$ .

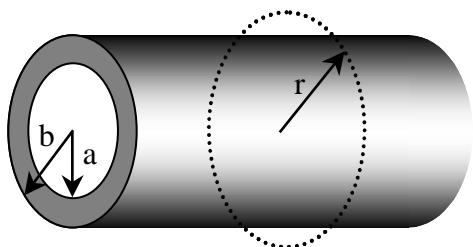
Kita buat lintasan ampere dengan  $r > b$

Dengan alasan serupa sebelumnya, kita akan peroleh

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = \oint_S B dl = B \oint_S dl = B \times (2\pi r)$$

$\sum I$  adalah arus yang dilingkupi lintasan ampere. Karena lintasan ampere berada di luar silinder maka arus yang dilingkupi adalah semua arus yang mengalir dalam silinder. Jadi

$$\sum I = I$$



Gambar 6.13

Akhirnya diperoleh

$$B \times (2\pi r) = \mu_o I$$

atau

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi} \left( \frac{I}{r} \right)$$

- 4) Dua buah pelat tak berHINGGA dan diletakkan sejajar masing-masing dialiri arus dengan kerapatan  $J$  dalam arah yang sama. Ke dua pelat terpisah sejauh  $a$ . Tentukan medan magnet di mana-mana yang dihasilkan arus pada dua pelat.

Jawab

Gambar 6.14 adalah tampak samping dua pelat. Berdasarkan persamaan (6.16), kuat medan magnet di sekitar pelat tak berHINGGA adalah

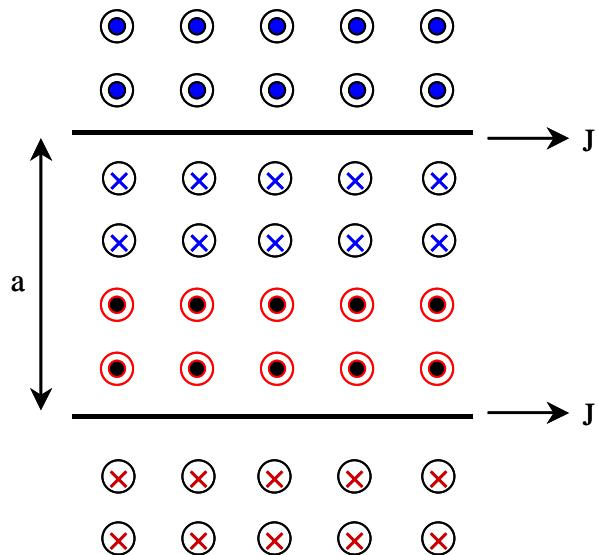
$$B = \frac{\mu_o J}{2}$$

Dengan melihat Gbr. 6.14

Di sebelah atas pelat atas, medan magnet yang dihasilkan dua pelat sama besar dan sama arah.

Dengan demikian, medan total adalah  $\mu_o J / 2 + \mu_o J / 2 = \mu_o J$  arah dari belakang ke depan.

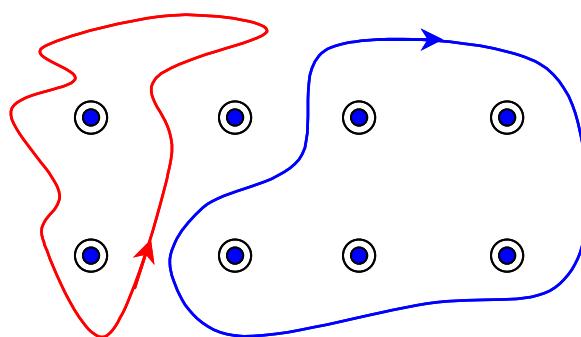
Di antara, medan magnet yang dihasilkan dua pelat sama besar tetapi berlawanan arah. Dengan demikian, medan total yang dihasilkan adalah nol.



Gambar 6.14

Di sebelah bawah pelat bawah, medan magnet yang dihasilkan dua pelat sama besar dan sama arah. Dengan demikian, medan total adalah  $\mu_o J / 2 + \mu_o J / 2 = \mu_o J$  arah dari depan ke belakang.

- 5) Gambar 6.15 memperlihatkan pandangan atas delapan kawat yang masing-masing dialiri arus I. Berapakah hasil integral  $\oint \vec{B} \bullet d\vec{l}$  untuk masing-lintasan?



Gambar 6.15

Jawab

Kita kembali ke definisi hukum Ampere

$$\oint \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_o \sum I$$

Jadi, nilai integral dalam lintasan tertutup sama dengan jumlah arus yang dilingkupi dikali dengan  $\mu_o$ .

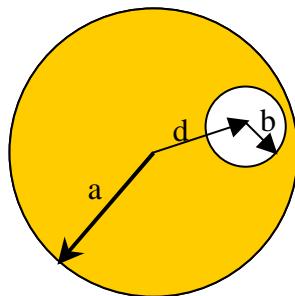
Untuk lintasan sebelah kiri, jumlah arus yang dilingkupi adalah  $\sum I = 2I$ . Jadi

$$\oint \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_o (2I) = 2\mu_o I$$

Untuk lintasan sebelah kanan, jumlah arus yang dilingkupi adalah  $\sum I = 5I$ . Jadi

$$\oint \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_o (5I) = 5\mu_o I$$

- 6) Gambar 6.16 memperlihatkan sebuah silinder konduktor panjang yang memiliki jari-jari  $a$ . Silinder tersebut memiliki rongga yang berbentuk silinder panjang yang sejajar silinder utama dengan jari-jari  $b$ . Jarak sumbu dua silinder adalah  $d$ . Kerapatan arus per satuan luas penampang pada silinder adalah  $J$ . Tentukan kuat medan magnet di pusat rongga.



Gambar 6.16

Jawab

Kita dapat memandang susunan di atas sebagai sebuah silinder pejal yang memiliki jari-jari  $a$  dan dialiri arus dengan kerapatan  $b$ .

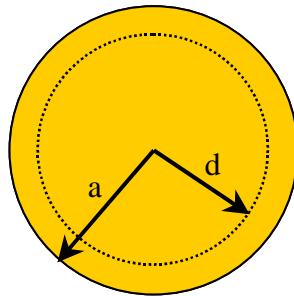
Pada jarak  $d$  dari sumbu silinder pejal ditempatkan silinder logam lain yang pejal dengan jari-jari  $b$  yang dialiri arus dengan kerapatan sama tepat arah berlawanan.

Kuat medan magnet total di posisi rongga sama dengan jumlah kuat medan yang dihasilkan oleh arus pada dua silinder ini.

Sekarang kita menghitung kuat medan magnet pada jarak  $d$  dari sumbu silinder besar yang

dihasilkan oleh arus pada silinder besar.

Kita buat lintasan ampere yang memiliki jari-jari  $d$  dari pusat silinder besar seperti pada Gbr. 6.17.



Gambar 6.17

Maka

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_o \sum I$$

$$B \times (2\pi d) = \mu_o \sum I$$

$\sum I$  adalah jumlah arus yang dilingkupi lintasan ampere, yaitu

$$\sum I = (\pi d^2) J$$

Jadi

$$B \times (2\pi d) = \mu_o (\pi d^2) J$$

atau

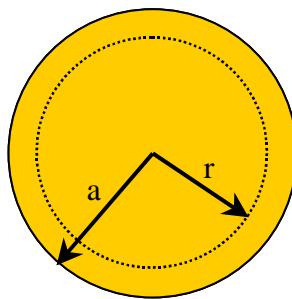
$$B = \frac{\mu_o J}{2} d$$

Apabila pada posisi  $d$  kita tempatkan sebuah silinder dengan jari-jari  $b$  dan dialiri arus dalam arah berlawanan, maka kuat medan di pusat silinder yang dihasilkan arus tersebut nol.

Jadi pada posisi  $d$ , kuat medan yang dihasilkan silinder besar adalah  $B = \mu_o J d / 2$  dan yang dihasilkan oleh silinder kecil adalah 0. Maka kuat medan total di posisi  $d$  adalah  $B = \mu_o J d / 2$ .

### Soal Latihan

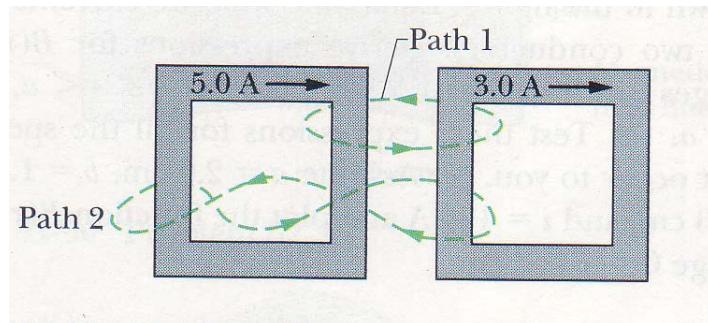
- 1) Gambar 6.18 memperlihatkan penampang sebuah silinder konduktor yang sangat panjang yang dialiri arus  $I = 100 \text{ A}$  yang tersebar merata. Jari-jari silinder  $a = 2,0 \text{ cm}$ . Buat kurva  $B(r)$  pada posisi  $0 < r < 6,0 \text{ cm}$ .



Gambar 6.18

Di dalam suatu daerah terdapat arus dengan kerapatan homogen  $15 \text{ A/m}^2$ . Berapakah nilai  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$  pada suatu lintasan yang berupa segitiga yang sisi-sisinya menghubungkan titik-titik  $(4d,0,0)$  ke  $(4d,3d,0)$  ke  $(0,0,0)$  ke  $(4d,0,0)$  di mana  $d = 2,0 \text{ cm}$ ?

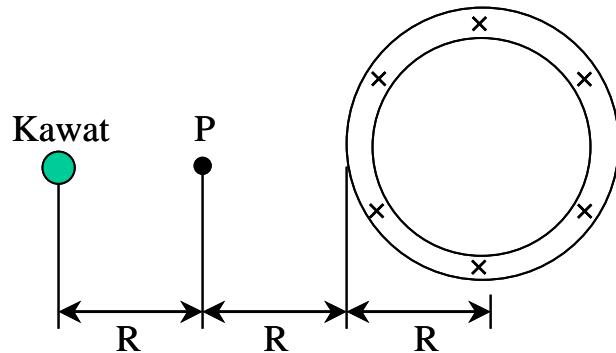
- 2) Dua loop konduktor berbentuk persegi dialiri arus masing-masing  $5,0 \text{ A}$  dan  $3,0 \text{ A}$  seperti pada Gbr 6.19. Berapa nilai  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$  pada tiap lintasan tertutup pada gambar?



Gambar 6.19

- 3) Pipa silinder yang sangat panjang dari bahan konduktor yang memiliki jari-jari luar  $R$  dialiri arus  $I$  yang tersebar secara merata dan arah dari depan ke belakang. Sebuah kawat lurus panjang yang sejajar dengan pipa diletakkan pada jarak  $3R$  dari sumbu pipa (lihat Gbr 6.20). Hitunglah besar dan arah arus yang mengalir pada kawat agar besar medan magnet total di titik P sama

dengan besar medan magnet total di sumbu pipa tetapi memiliki arah yang berlawanan.



Gambar 6.20

- 4) Sebuah solenoid memiliki panjang 95,0 cm, jari-jari 2,00 cm dan jumlah lilitan 1200. Solenoid tersebut membawa arus 3,6 A. Hitung kuat medan magnet di dalam solenoid
- 5) Sebuah solenoid memiliki panjang 1,3 m dan diameter 2,6 cm. Ketika dialiri arus 18,0 A, kuat medan magnet di dalam solenoid adalah 23,0 mT. Berapa panjang kawat yang digunakan untuk membuat solenoid tersebut?
- 6) Sebuah toroid memiliki penampang berbentuk persegi dengan sisi-sisi 5,0 cm. Jari-jari dalam toroid adalah 15,0 cm. Toroid tersebut memiliki 500 lilitan dan dialiri arus 0,80 A. Berapa kuat medan magnet di dalam rongga toroid?
- 7) Sebuah solenoid panjang memiliki jari-jari 7,0 cm dan jumlah lilitan per centimeter adalah 10. Solenoid tersebut dilairi arus 20,0 mA. Sebuah kawat lurus panjang yang dialiri arus 6,0 A ditempatkan di sumbu solenoid. A) Pada jarak berapa dari sumbu kita mendapatkan medan totak membentuk sudut 45° terhadap sumbu solenoid? B) Berapakah besar medan tersebut?
- 8) Sebuah solenoid panjang memiliki 100 lilitan per centimeter dan dilairi arus I. Sebuah electron berbegak di dalam rongga solenoid dalam lintasan lingkaran berjari-jari 2,3 cm tegak lurus sumbu solenoid. Laju electron adalah 0,0460 c (c adalah laju cahaya dalam vakum). Berapakah arus yang mengalir pada solenoid?

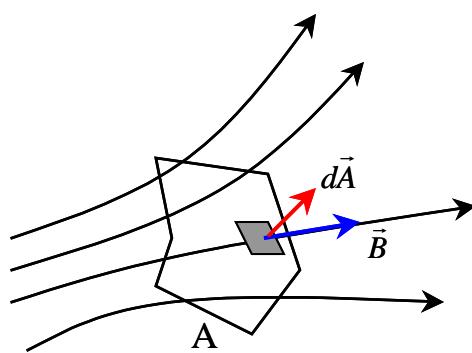
## Bab 7

# GGL Induksi dan Induktansi

Pada bab-bab terdahulu kita sudah pelajari bahwa arus listrik menghasilkan medan magnet di sekitarnya. Fenomena ini memiliki makna bahwa kemagnetan dapat dihasilkan oleh peristiwa kelistrikan. Apakah fenomena sebaliknya dapat terjadi? Apakah kelistrikan dapat dihasilkan oleh peristiwa kemagnetan? Topik ini yang akan kita bahas pada bab ini. Dan ternyata kelistrikan dapat dihasilkan oleh peristiwa kemagnetan.

### 7.1 Fluks Magnetik

Sebelum kita masuk ke topik inti bagaimana peristiwa kemagnetan dapat menghasilkan kelistrikan, mari kita bahas definisi fluks berikut ini.



*Gambar 7.1 Fluks magnetic menyatakan jumlah garis gaya yang menembus permukaan dalam arah tegak lurus*

Jika dalam suatu ruang terdapat medan magnet, jumlah garis gaya yang menembus permukaan dengan luas tertentu bisa berbeda-beda, tergantung pada kuat medan magnet dan sudut antara medan magnet dengan vektor permukaan. Fluks magnetic mengukur jumlah garis gaya yang menembus suatu permukaan. Fluks magnetic didefinisikan sebagai

$$\begin{aligned} \phi &= \int \vec{B} \bullet d\vec{A} \\ &= \int B dA \cos \theta \end{aligned} \tag{7.1}$$

dengan  $\theta$  adalah sudut antara vektor  $\vec{B}$  dan  $d\vec{A}$ .

Jika pada permukaan besarnya medan magnet konstan maka kita mendapatkan

$$\phi = B \int dA \cos \theta \tag{7.2}$$

Dan jika pada permukaan sudut antara  $\vec{B}$  dan  $d\vec{A}$  selalu konstan maka  $\cos \theta$  dapat dikelurkan dari integral dan diperoleh

$$\phi = B \cos \theta \int dA = B \cos \theta A = \vec{B} \bullet \vec{A} \quad (7.3)$$

Contoh

Medan magnet  $\vec{B} = B_o(\hat{i} + 2\hat{j})$  menembus bidang seluas A yang diletakkan sejajar bidang y-z.

Berapa fluks magnetic yang menembus bidang tersebut?

Jawab

Diketahui

$$\vec{B} = B_o(\hat{i} + 2\hat{j})$$

Karena permukaan sejajar bidang y-z maka  $\vec{A} = A\hat{i}$  (ingat, arah vektor permukaan tegak lurus permukaan tersebut).

Karena baik  $\vec{B}$  dan  $\vec{A}$  semuanya konstan maka kita dapat langsung menulis

$$\begin{aligned}\phi &= \vec{B} \bullet \vec{A} = B_o(\hat{i} + 2\hat{j}) \bullet A\hat{i} = B_o A \hat{i} \bullet \hat{i} + 2B_o A \hat{j} \bullet \hat{i} \\ &= B_o A + 2B_o A \times 0 = B_o A\end{aligned}$$

Contoh

Lilitan kawat berbentuk persegi panjang dengan sisi-sisi a dan b diputar dalam medan magnet konstan yang arahnya vertikal. Sumbu rotasi lilitan tegak lurus medan magnet. Lilitan tersebut berputar dengan kecepatan sudut  $\omega$ . Berapa flusk magnetic yang menembus lilitan sebagai fungsi waktu?

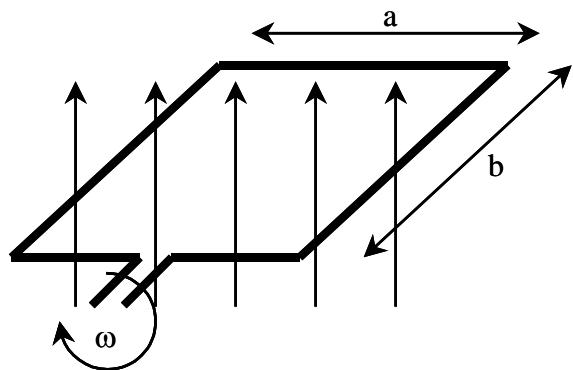
Jawab

Lihat Gbr. 7.2. Karena lilitan selalu berotasi maka luas penampang lilitan yang ditembus medan magnet selalu berubah-ubah (sebagai fungsi waktu).

Fluks magnetic yang menembus lilitan dapat juga ditulis

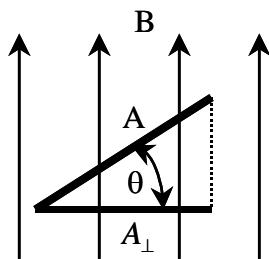
$$\phi = \vec{B} \bullet \vec{A} = B A_{\perp} \quad (7.4)$$

dengan  $A_{\perp}$  adalah luas permukaan yang tegak lurus medan magnet.



Gambar 7.2 Lilitan berbentuk persegi panjang yang diputar dalam medan magnet

Mari kita lihat suatu saat ketika sudut yang dibentuk bidang lilitan dengan medan magnet adalah  $\theta$ . Lihat Gbr. 7.3.



Gambar 7.3 Sudut yang dibentuk lilitan dengan medan magnet tiap saat selalu berubah-ubah

Luas penampang lilitan yang tegak lurus medan magnet adalah

$$A_{\perp} = A \cos \theta = ab \cos \theta \quad (7.5)$$

Untuk gerak rotasi dengan kecepatan sudut tetap maka

$$\theta = \omega t \quad (7.6)$$

Dengan demikian

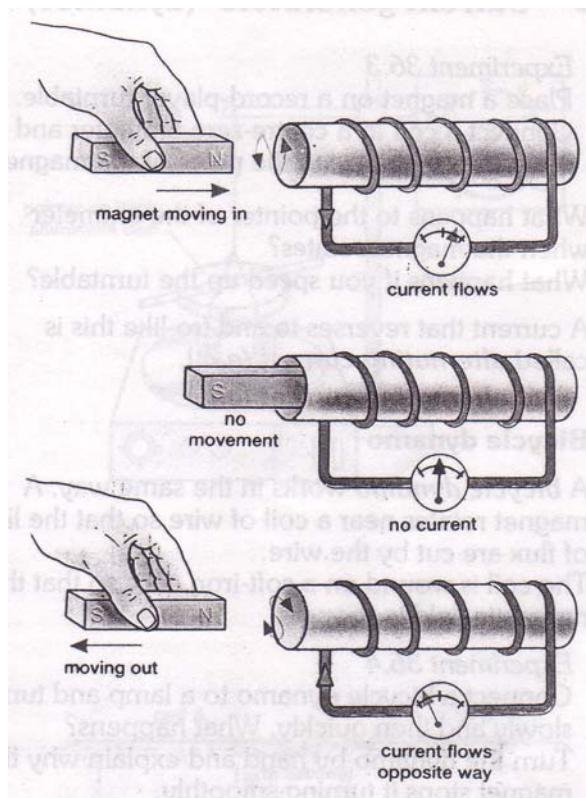
$$A_{\perp} = ab \cos \omega t \quad (7.7)$$

Fluks magnetik sebagai fungsi waktu menjadi

$$\phi = B A_{\perp} = B ab \cos \omega t \quad (7.8)$$

## 7.2 Hukum Faraday

Fenomena memproduksi kelistrikan dari peristiwa kemagnetan diterangkan oleh hukum Faraday. Hukum ini menyatakan bahwa apabila terjadi perubahan fluks dalam suatu loop maka dihasilkan gaya gerak listrik (tegangan listrik) induksi yang berbanding lurus dengan laju perubahan fluks.



Gambar 7.4 Fluks magnetic dalam kumparan diubah-ubah dengan mendekatkan atau menjauhkan magnet ke kumparan tersebut

Berdasarkan Gbr 7.4:

- Ketika batang magnet didorong mendekati kumparan maka kuat medan magnet yang ada dalam rongga kumparan bertambah. Akibatnya fluks magnetic yang dikandung kumparan bertambah yang mengakibatkan muncul ggl induksi. Ini direpresentasikan oleh adanya arus yang diukur oleh amperemeter.
- Ketika batang magnet didiamkan maka tidak ada perubahan kuat medan dalam rongga kumparan. Akibatnya fluks magnetic yang dikandung kumparan tidak berubah sehingga tidak ada ggl induksi yang muncul. Tidak ada rus yang diukur amperemeter.
- Ketika batang magnet ditarik keluar dari kumparan maka kuat medan magnet yang ada dalam rongga kumparan berkurang. Akibatnya fluks magnetic yang dikandung kumparan berkurang

sehingga muncul ggl induksi. Ini direpresentasikan oleh adanya arus yang diukur oleh amperemeter.

Secara matematik, hukum tersebut dapat ditulis

$$\Sigma = -N \frac{d\phi}{dt} \quad (7.9)$$

dengan  $\Sigma$  : gaya gerak liristik (ggl) induksi dan  $N$  : jumlah lilitan kumparan. Tampak dari persamaan (7.9), besarnya ggl yang dihasilkan bergantung pada berapa cepat perubahan fluks berlangsung, bukan bergantung pada berapa nilai fluks saat itu. Juga makin banyak lilitan pada kumparan makin besar ggl induksi yang dihasilkan.

### 7.3 Contoh Aplikasi Hukum Faraday

Supaya lebih paham dengan hukum Faraday, mari kita lihat beberapa contoh aplikasi berikut ini.

Contoh

Berapa ggl induksi yang dihasilkan oleh kumparan yang berputar pada Gbr. 7.2 jika jumlah lilitan adalah  $N$ ?

Jawab

Kita sudah hitung jumlah fluks yang menembus kumparan adalah

$$\phi = B ab \cos \omega t$$

Dengan demikian, ggl induksi yang dihasilkan adalah

$$\Sigma = -N \frac{d\phi}{dt} = -N \frac{d(Bab \cos \omega t)}{dt} = -NBab \frac{d(\cos \omega t)}{dt} = NBab \omega \sin \omega t$$

Contoh

Suatu kumparan berbentuk lingkaran dengan jari-jari  $a$  diletakkan pada bidang horizontal (bidang x-y). Medan magnet yang memiliki fungsi  $\vec{B} = (B_o + ct)\hat{k}$  menembus kumparan tersebut. Jumlah lilitan pada kumparan adalah  $N$ . Berapa ggl induksi yang dihasilkan kumparan?

Jawab

Luas permukaan  $A = \pi a^2$ .

Karena kumparan diletakkan pada bidang x-y maka vector luas penampang kumparan dapat ditulis

$$\vec{A} = \pi a^2 \hat{k}$$

Dengan demikian, fluks magnetic yang menembus kumparan adalah

$$\phi = \vec{B} \bullet \vec{A} = (B_o + ct) \hat{k} \bullet \pi a^2 \hat{k} = \pi a^2 (B_o + ct) \hat{k} \bullet \hat{k}$$

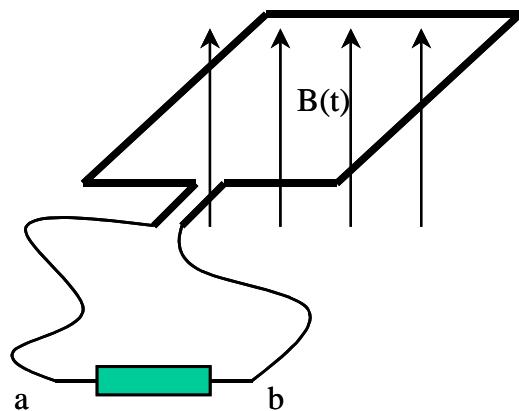
$$= \pi a^2 (B_o + ct) = \pi a^2 B_o + \pi a^2 ct$$

GGL induksi yang dihasilkan

$$\Sigma = -N \frac{d\phi}{dt} = -N \frac{d(\pi a^2 B_o + \pi a^2 ct)}{dt} = -N \pi a^2 c$$

#### 7.4 Hukum Lentz

Perhatikan Gambar 7.5



*Gambar 7.5 Medan magnet yang berubah-ubah menembus sebuah kumparan. Ke manakah arah arus induksi yang dihasilkan?*

Medan magnet yang berubah-ubah besarnya menembus kumparan. Dengan demikian terjadi perubahan fluks dalam kumparan. Berdasarkan hukum Faraday dihasilkan ggl induksi  $\Sigma$ . Pertanyaan selanjutnya adalah ke manakah arah aliran arus dalam kumparan tersebut? Apakah arus melewati hambatan dari a ke b atau dari b ke a?

Hukum Faraday hanya mengungkapkan besarnya ggl induksi yang dihasilkan ketika terjadi perubahan fluks magnetic dalam suatu loop. Tetapi ke mana arah arus induksi dalam loop tersebut tidak terungkap lebih detail dalam hukum tersebut. Arah arus induksi yang dihasilkan diungkapkan oleh hukum Lenz yang bunyinya sebagai berikut

Arah arus induksi dalam suatu kumparan adalah sedemikian rupa sehingga medan magnet yang dihasilkan arus tersebut melawan perubahan fluks penyebabnya.

Apa makna pernyataan hukum ini?

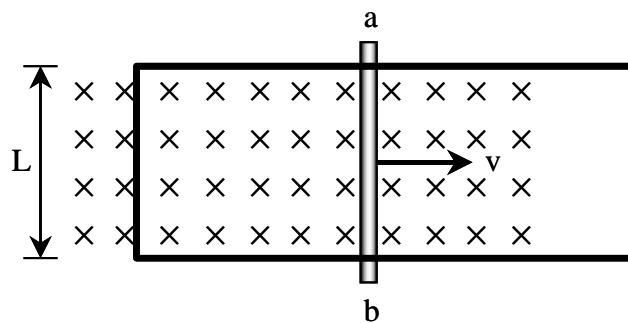
- i) Jika fluks yang menyebabkan ggl makin lama makin besar maka arah arus induksi harus sedemikian rupa sehingga medan magnet yang dihasilkannya memperkecil fluks tersebut. Ini hanya mungkin jika arah medan magnet yang dihasilkan arus induksi berlawanan dengan arah medan yang diterapkan pada loop.
- ii) Jika fluks yang menyebabkan ggl makin lama makin kecil maka arah arus induksi harus sedemikian rupa sehingga medan magnet yang dihasilkannya memperbesar fluks tersebut. Ini hanya mungkin jika arah medan magnet yang dihasilkan arus induksi searah dengan arah medan yang diterapkan pada loop.

Kita kembali ke Gbr. 7.5.

- i) Jika medan magnet yang menembus fluks nilainya sedang berubah dari kecil ke besar maka fluks dalam loop makin besar. Berdasarkan hukum Lenz, arah arus induksi harus memperkecil fluks ini. Ini terjadi jika arus induksi menghasilkan medan arah ke bawah. Agar dihasilkan medan ke arah bawah maka dengan menggunakan aturan tangan kanan, arah arus induksi harus searah putaran jarum jam. Atau pada hambatan, arus mengalir dari b ke a.
- ii) Jika medan magnet yang menembus fluks nilainya sedang berubah dari besar ke kecil maka fluks dalam loop makin kecil. Berdasarkan hukum Lenz, arah arus induksi harus memperbesar fluks ini. Ini terjadi jika arus induksi menghasilkan medan arah ke atas (sama dengan arah medan yang diterapkan). Agar dihasilkan medan ke arah atas maka dengan menggunakan aturan tangan kanan, arah arus induksi harus berlawanan dengan arah putaran jarum jam. Atau pada hambatan, arus mengalir dari a ke b.

Contoh

Pada Gbr 7.6, sebuah kawat berbentuk hutuf U diletakkan dalam medan magnet konstan dengan bidang kawat tegak lurus medan magnet  $B$  yang konstan. Sebuah batang ab diletakkan di atas kawat U sehingga terjadi kontak listrik dengan dua kaki kawat U. Batang ab digerakkan ke kanan dengan laju tetap  $v$ . Jika hambatan total loop adalah  $R$ , berapa arus yang mengalir dalam loop dan ke manakah arah arus tersebut?



Gambar 7.6

Jawab

Untuk menentukan ggl yang dihasilkan, kita harus menentukan fluks terlebih dahulu.

Misalkan suatu saat jarak batang ab ke ujung kiri kawat U adalah x. Maka luas loop adalah

$$A = Lx$$

Karena arah medan magnet tagak lurus bidang loop maka fluks magnetic yang dilingkupi loop dapat langsung ditulis

$$\phi = BA = BLx$$

Berdasarkan hukum Faraday, ggl yang dihasilkan adalah

$$\Sigma = -N \frac{d\phi}{dt} = -N \frac{d(BLx)}{dt} = -NBL \frac{dx}{dt}$$

Karena batang ab hanya satu, maka jumlah lilitan loop hanya satu, atau  $N = 1$ . Besaran  $dx/dt$  tidak lain dari upaya laju gerakan batang ab, atau  $dx/dt = v$ . Jadi, ggl yang dihasilkan adalah

$$\Sigma = -BLv$$

Arus induksi yang dihasilkan

$$I = \frac{\Sigma}{R} = -\frac{BLv}{R}$$

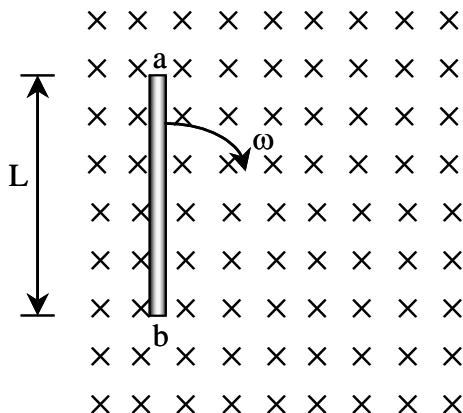
Ke mana arah arus induksi?

Ketika batang ab digerakkan ke kanan maka luas loop makin besar. Akibatnya, fluks magnetic

yang dihasilkan makin besar. Berdasarkan hukum Lentz, arah arus induksi yang dihasilkan harus melawan perubahan fluks tersebut. Jadi, arah arus induksi yang dihasilkan harus memperkecil fluks tersebut. Ini terjadi jika arah medan magnet yang dihasilkan arus induksi berlawanan dengan arah medan magnet yang ada. Atau arah medan magnet yang dihasilkan arus induksi berarah dari belakang ke depan. Dengan aturan tangan kanan, maka agar medan yang dihasilkan berarah dari belakang ke depan maka arah arus induksi harus berlawanan dengan arah perputaran jarum jam.

Contoh

Sebuah batang ab yang panjangnya L berputar dalam medan magnet konstan  $B$  dengan kecepatan sudut tetap  $\omega$ . Sumbu putar adalah salah satu ujung batang dan bidang putar tegak lurus medan magnet. Berapakah tegangan antara ujung a dan b yang dihasilkan dan ujung manakah yang memiliki tegangan lebih tinggi?



Gambar 7.7

Jawab

Untuk mencari ggl yang dihasilkan kita harus terlebih dahulu menentukan fluks. Ini tampak sulit karena kita hanya memiliki satu batang, bukan lintasan tertutup.

Namun kita dapat mengakali dengan cara menghubungkan batang tersebut dengan sebuah lintasan yang hambatannya tak berhingga sehingga antara batang dan lintasan tambahan ini membentuk lintasan tertutup.

Lintasan  $acb$  yang kita buat memiliki hambatan tak berhingga sehingga ada atau tidak adanya lintasan tersebut tidak berpengaruh pada arus yang dihasilkan (arus tetap nol).

Kita tinjau suatu saat ketika batang ab telah berputar sejauh sudut  $\theta$ . Luas loop saat ini adalah

$$A = \frac{\pi/2 - \theta}{2\pi} \times \pi L^2 = \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \frac{L^2}{2}$$

Fluks magnetic yang dilingkupi fluks suatu saat adalah

$$\phi = BA = \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \frac{BL^2}{2} = \frac{\pi BL^2}{4} - \frac{BL^2}{2} \theta$$

GGL induksi yang dihasilkan

$$\Sigma = -N \frac{d\phi}{dt} = -1 \times \frac{d}{dt} \left( \frac{\pi BL^2}{4} - \frac{BL^2}{2} \theta \right) = -0 + \frac{BL^2}{2} \frac{d\theta}{dt}$$

Tetapi,  $d\theta/dt$  adalah kecepatan sudut putaran batang ab, yaitu  $\omega$ . Jadi kita peroleh

$$\Sigma = \frac{BL^2}{2} \omega$$

Ke mana arah arus induksi?

Mari kita memisalkan lintasan acb yang kita tambahkan memiliki hambatan yang berhingga sehingga ada arus induksi dalam loop. Putaran batang ab menyebabkan luas loop berkurang sehingga fluks berkurang. Akibatnya, arus induksi harus memperbesar fluks dengan cara menghasilkan medan magnet yang searah dengan medan magnet yang telah ada. Ini hanya mungkin jika arah arus induksi searah dengan putaran jarum jam.

Agar arus induksi searah dengan putaran jarum jam, maka batang ab harus memiliki kutub positif di a dan kutub negatif di b.

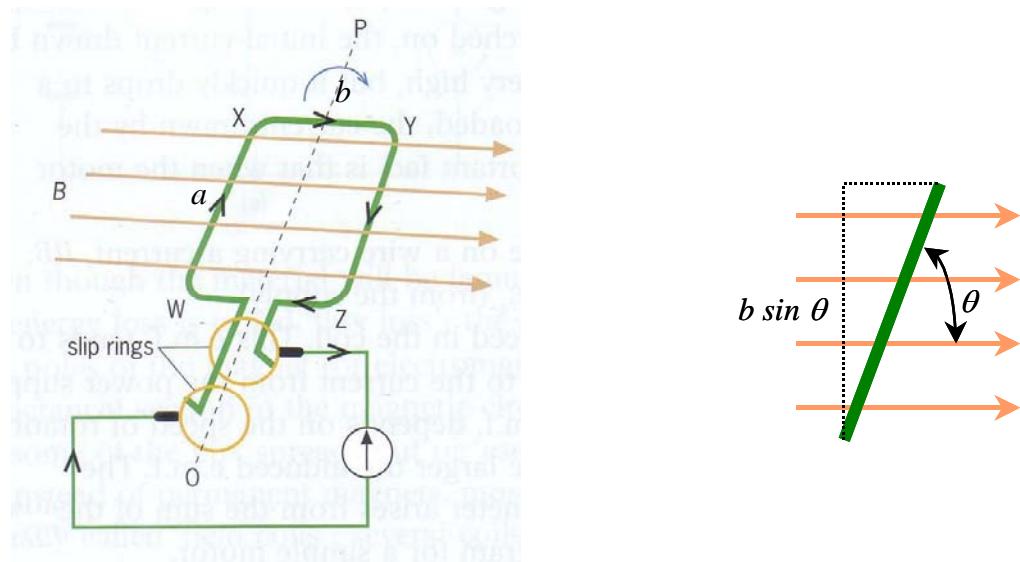
Dengan demikian, jika lintasan tambahan acb tidak ada maka tidak ada arus yang mengalir, tetapi batang ab memiliki tegangan yang berbeda. Titik a memiliki tegangan yang lebih tinggi daripada titik b.

## 7.5 Dinamo

Kita sering menjumpai dynamo pada sepeda. Dinamo digunakan untuk mengubah energi gerak menjadi energi listrik. Pada sepeda, energi listrik yang dihasilkan digunakan untuk menyalakan lampu sepeda. Dinamo terdiri dari sebuah kumparan yang bergerak dalam medan magnet tetap. Di bagian luar dynamo ada bagian yang dapat disentuhkan atau dilepaskan dari roda sepeda. Bagian tersebut berhubungan dengan kumparan di dalam dynamo. Ketika bagian ini disentuhkan ke roda sepeda maka bagian tersebut berputar mengikuti putaran roda sepeda sehingga kumparan di dalam dynamo berputar. Akibatnya, fluks yang dikandung kumparan berubah-ubah. Perubahan fluks tersebut menghasilkan ggl induksi yang pada akhirnya mengalirkan arus ke lampu. Dan

lampa akhirnya menyala. Di siang hari kita melepaskan kontak dynamo dengan roda sepeda sehingga lampu tidak menyala pada siang hari.

Bagaimana prinsip kerja dynamo?



Gambar 7.8 Skema bagian dalam dinamo

Lihat gambar 7.8. Kumparan XYWX dapat berputar dalam medan magnet tetap. Panjang sisi-sisi kumparan adalah a dan b. Akibat perputaran maka luas penampang kumparan yang tegak lurus medan magnet berubah-ubah sehingga terjadi perubahan fluks yang dikandung kumparan tersebut.

Luas kumparan adalah  $A = ab$ .

Akibat perputaran kumparan, maka proyeksi luas kumparan dalam arah tegak lurus medan magnet hanya  $A' = ab \sin \theta$ .

Dengan demikian, fluks magnetic yang dikandung kumparan tiap saat adalah

$$\phi = BA' = Bab \sin \theta$$

Andaikan kumparan berputar dengan kecepatan sudut tetap (gerak melingkar beraturan). Maka hubungan antara sudut dan kecepatan sudut memenuhi

$$\theta = \omega t$$

Maka kita dapat menulis

$$\phi = Bab \sin \omega t$$

Jika jumlah lilitan pada kumparan dynamo adalah N maka ggl induksi yang dihasilkan kumparan dynamo menjadi

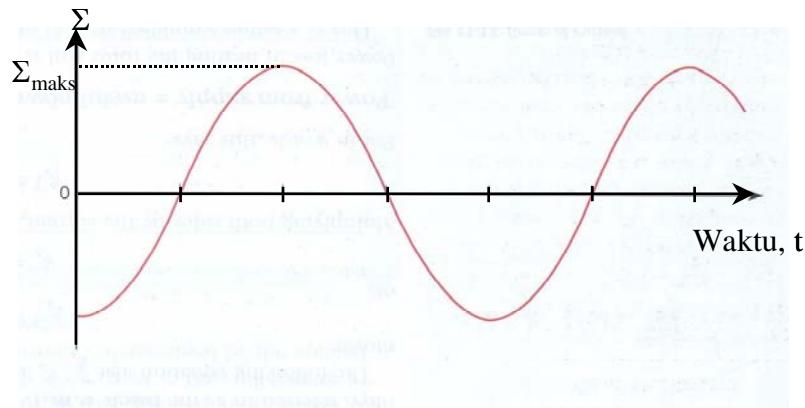
$$\begin{aligned}\Sigma &= -N \frac{d\phi}{dt} = -N \frac{d(Bab \sin \omega t)}{dt} = -NBab \frac{d(\sin \omega t)}{dt} = -NBab(\omega \cos \omega t) \\ &= -NBab \omega \cos \omega t \\ &= -\Sigma_{maks} \cos \omega t\end{aligned}\tag{7.10}$$

dengan

$$\Sigma_{maks} = NBab \omega\tag{7.11}$$

yang merupakan amplitudo ggl yang dihasilkan.

Tampak bahwa ggl yang dihasilkan dynamo berubah secara sinusoidal (merupakan fungsi sinus atau kosinus). Gbr 7.9 adalah plot ggl yang dihasilkan dynamo.



Gambar 7.9 Bentuk tegangan keluaran sebuah dinamo

Contoh

Berapa tegangan maksimum yang dapat diperoleh dari sebuah kumparan yang mengandung 100 lilitan yang sedang berotasi dalam medan magnet 0,2T dengan laju 20 r.p.m? Luas kumparan adalah 2,5 cm<sup>2</sup>

Jawab

Diberikan N = 100, B = 0,2 T, ω = 20 r.p.m = 20 ×(2π)/60 rad/s = 2,1 rad/s, dan A = 2,5 cm<sup>2</sup> = 2,5 × 10<sup>-4</sup> m<sup>2</sup>.

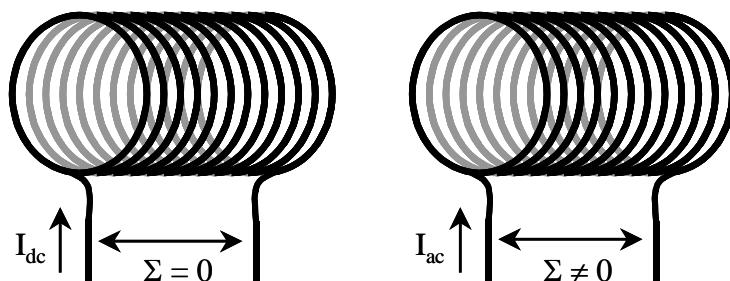
Pada persamaan (55.1), perkalian  $ab$  tidak lain daripada luas kumparan sehingga kita dapat menulis

$$\Sigma_{maks} = NBA\omega = 100 \times 0,2 \times (2,5 \times 10^{-4}) \times 2,1 = 0,11 \text{ volt}$$

## 7.6 Induktansi

Sekarang bayangkan kita memiliki sebuah solenoid. Jika solenoid tersebut dialiri arus searah maka beda potensial antara dua ujung solenoid hampir nol karena beda tegangan sama dengan perkalian arus dan hambatan solenoid. Solenoid hanya berupa kawat konduktor sehingga hambatan listrik antara dua ujung solenoid hampir nol. Tetapi jika solenoid dilaliri arus yang berubah-ubah terhadap waktu, maka sifat solenoid akan berubah.

Karena arus berubah-ubah terhadap waktu maka kuat medan magnet dalam solenoid berubah-ubah. Karena luas penampang solenoid tetap maka fluks magnetic yang dikandung solenoid berubah terhadap waktu. Berdasarkan hukum Faraday maka solenoid menghasilkan ggl induksi. Dengan demikian, ketika dialiri arus bolak-balik maka muncul tegangan antara dua ujung solenoid. Tegangan ini tidak muncul ketika solenoid dialiri arus searah. Berapa besar ggl induksi antara dua ujung solenoid tersebut? Mari kita analisis.



Gambar 7.10 (kiri) jika solenoid dialiri arus dc, tidak muncul tegangan antara dua ujung solenoid. (kanan) jika solenoid dialiri arus ac maka muncul tegangan antara dua ujung solenoid.

## 7.7 Ggl antara dua ujung solenoid

Kembali ke Bab 5, kuat medan magnet dalam rongga solenoid adalah

$$B = \mu_o nI \quad (7.12)$$

Jika luas penampang solenoid A maka fluks magnetic dalam solenoid adalah

$$\phi = BA = \mu_o nIA \quad (7.13)$$

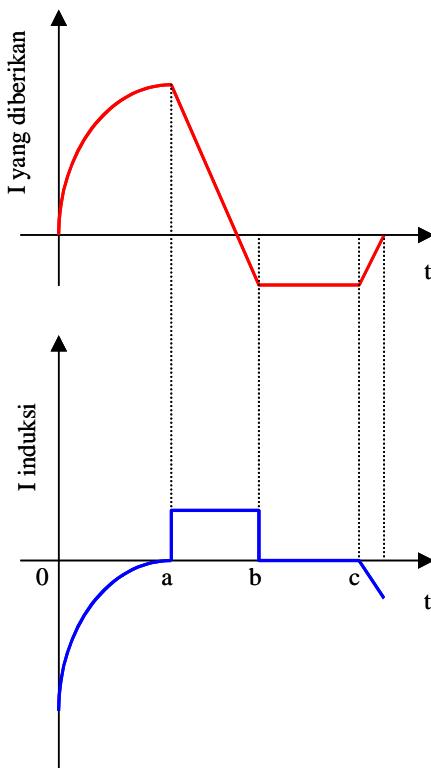
Oleh karena itu, berdasarkan hukum Faraday, ggl induksi yang dihasilkan solenoid adalah

$$\Sigma = -N \frac{d\phi}{dt} = -N \frac{d(\mu_o nIA)}{dt} = -N\mu_o nA \frac{dI}{dt} \quad (7.14)$$

dengan N adalah jumlah kumparan solenoid.

Tampak bahwa ggl induksi yang dihasilkan berbanding lurus dengan laju perubahan arus. Untuk arus yang konstant (arus dc) maka  $di/dt = 0$  sehingga ggl induksi yang dihasilkannya nol. Ggl induksi hanya ada jika arus yang mengalir berubah-ubah terhadap waktu sehingga  $di/dt$  tidak nol.

Tanda minus dalam persamaan (7.14) menyatakan bahwa polarisasi ggl yang dihasilkan melawan laju perubahan arus. Ini bersesuaian dengan ungkapan hukum Lentz. Jika arus yang mengalir pada solenoid makin besar ( $di/dt > 0$ ) maka polarisasi ggl harus menghasilkan arus yang melawan arus penyebab ini. Dan sebaliknya, jika arus yang mengalir pada solenoid makin kecil ( $di/dt < 0$ ) maka polarisasi ggl harus menghasilkan arus yang searah arus penyebab ini. Gbr 7.11 adalah contoh arah arus yang mengalir dalam solenoid dan arah arus induksi yang dihasilkan



*Gambar 7.11 (atas) arus yang diberikan pada solenoid dan (bawah) arus induksi yang dihasilkan.*

- i) Berdasarkan Gbr 7.11, pada saat antara 0 sampai a, arus yang mengalir pada solenoid makin besar sehingga  $dI/dt$  positif. Akibatnya arus induksi yang dihasilkan berharga negatif. Laju perubahan arus yang diberikan pada solenoid (kemiringan kurva arus) makin kecil sehingga harga arus induksi yang dihasilkan makin kecil dan menjadi nol pada titik a ketika kemiringan kurva arus yang diberikan nol.
- ii) Antara a sampai b, arus yang diberikan pada solenoid makin kecil dan berubah secara linier. Dengan demikian,  $dI/dt$  berharga konstan negatif. Akibatnya, arus induksi yang dihasilkan berharga konstan positif.
- iii) Antara b sampai c, arus yang diberikan pada solenoid konstan sehingga  $dI/dt = 0$ . Akibarnya arus induksi yang dihasilkan juga nol.
- iv) Dan pada saat  $t > c$ , arus yang diberikan pada solenoid naik secara linier. Akibatnya  $dI/dt$  berharga positif dan konstan. Dengan demikian, arus induksi yang dihasilkan berarga konstan negatif.

## 7.8 Induktansi Diri

Kita mendefinisikan besaran yang bernama induktansi diri,  $L$ , yang memenuhi hubungan

$$\Sigma = -L \frac{dI}{dt} \quad (7.15)$$

Dengan membandingkan persamaan (7.14) dan (7.15) kita peroleh bentuk induktasi diri adalah

$$L = N\mu_o nA \quad (7.16)$$

Jika  $\ell$  adalah panjang solenoid maka kita dapat menulis

$$n = \frac{N}{\ell}$$

Dengan demikian, kita perolah bentuk lain ungkapan induktasi diri sebagai

$$L = \frac{N^2 \mu_o A}{\ell} \quad (7.17)$$

Satuan induktansi adalah Henry dan disingkat H.

Contoh

Sebuah solenoid yang panjangnya 5,0 cm dan luas penampang 0,3 cm<sup>2</sup> memiliki 100 lilitan. Di rongga solenoid hanya berisi udara. Berapa induktansi diri solenoid tersebut.

Jawab

Diberikan  $N = 100$ ,  $\ell = 5,0 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$ , dan  $A = 0,3 \text{ cm}^2 = 0,3 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 3 \times 10^{-5} \text{ m}^2$ .

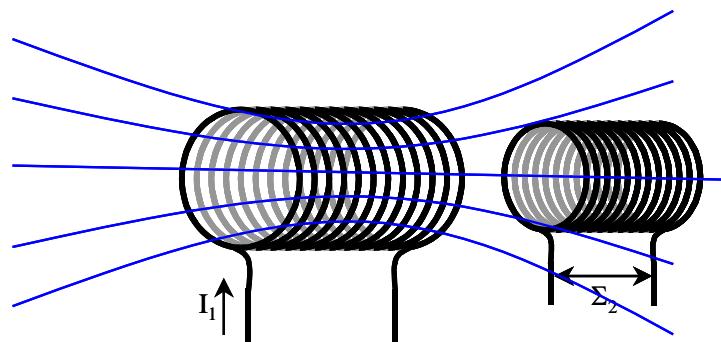
Dengan menggunakan persamaan (7.17) maka induktansi diri solenoid adalah

$$L = \frac{N^2 \mu_o A}{\ell} = \frac{100^2 \times (4\pi \times 10^{-7}) \times (3 \times 10^{-5})}{0,05} = 7,5 \times 10^{-6} \text{ H}$$

## 7.9 Induktansi bersama

Di samping induktansi diri, kita juga mendefinisikan induktansi bersama. Induktansi bersama memerlukan kehadiran dua solenoid atau lebih. Induktansi bersama memperhitungkan efek satu solenoid terhadap solenoid lainnya.

Misalkan kita memiliki dua solenoid yang didekatkan.



Gambar 7.12 Dua buah kumparan yang berada pada jarak cukup dekat

Solenoid pertama dialiri arus  $I_1$  yang berubah-ubah terhadap waktu. Akibatnya, medan magnet yang dihasilkan solenoid tersebut berubah-ubah. Sebagian medan magnet ini masuk ke dalam rongga solenoid kedua sehingga menghasilkan fluks pada solenoid kedua.

Karena medan magnet berubah-ubah maka fluks magnetic pada solenoid kedua juga berubah-ubah. Akibatnya, pada solenoid kedua muncul ggl induksi. Berapa besar ggl induksi tersebut?

Misalkan medan magnet yang dihasilkan solenoid pertama adalah  $B_1$ . Maka medan magnet yang menembus solenoid kedua berbanding lurus dengan  $B_1$ , atau

$$B_2 \propto B_1$$

Tentu saja medan magnet yang dihasilkan di rongga medan magnet kedua lebih kecil daripada medan magnet di rongga solenoid pertama karena ada sebagian medan yang dihasilkan solenoid pertama tidak masuk ke dalam rongga solenoid kedua. Dengan demikian dapat kita tulis

$$B_2 = \xi B_1 \quad (7.18)$$

Dengan  $\xi$  adalah konstanta yang nilainya kurang dari satu.

Jika luas penampang solenoid kedua adalah  $A_2$  maka fluks magnetic pada solenoid kedua adalah

$$\phi_2 = B_2 A_2 = \xi B_1 A_2 \quad (7.19)$$

Dengan menganggap bahwa solenoid bersifat ideal, maka medan magnet yang dihasilkan solenoid pertama memenuhi

$$B_1 = \mu_o n_1 I_1 \quad (7.20)$$

Jadi,

$$\phi_2 = \xi \mu_o n_1 A_2 I_1 \quad (7.21)$$

Ggl induksi yang dihasilkan oleh solenoid kedua menjadi

$$\begin{aligned} \Sigma_2 &= -N_2 \frac{d\phi_2}{dt} \\ &= -\xi \mu_o N_2 n_1 A_2 \frac{dI_2}{dt} \end{aligned} \quad (7.22)$$

Kita mendefinisikan besaran yang bernama induktansi bersama sebagai berikut

$$\Sigma_2 - L_{21} \frac{dI_1}{dt} \quad (7.23)$$

Dengan membandingkan persaman (7.22) dan (7.23) kita peroleh bentuk induktansi bersama

$$L_{21} = \xi \mu_o N_2 n_1 A_2 \quad (7.24)$$

Jika  $\ell_1$  adalah panjang solenoid pertama maka  $n_1 = N_1 / \ell_1$ . Akhirnya kita dapatkan bentuk lain induktansi bersama sebagai berikut

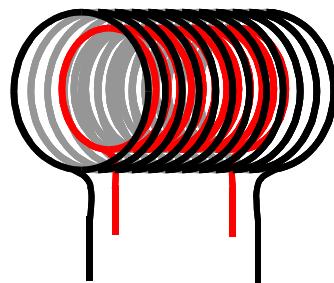
$$L_{21} = \frac{\xi \mu_o N_1 N_2 A_2}{\ell_1} \quad (7.25)$$

Nilai parameter  $\xi$  bergantung pada jarak antara dua solenoid, dan orientasi satu solenoid terhadap solenoid lainnya. Maka n jauh jarak antara dua solenoid maka makin kecil harga  $\xi$ . Jika jarak antar dua solenoid sangat besar (mendekati tak berhingga) maka  $\xi = 0$ . Ini berarti tidak ada medan magnet yang dihasilkan solenoid pertama yang masuk ke solenoid kedua. Sebaliknya, jika dua solenoid berimpitan dan konsentris maka  $\xi = 1$ . Ini terjadi karena rongga solenoid pertama juga merupakan rongga solenoid kedua.

Contoh

Dua buah solenoid disusun secara konsentris. Jumlah lilitan, panjang, dan jari-jari masing-masing solenoid adalah  $N_1$ ,  $\ell_1$ , dan  $a_1$  untuk solenoid pertama dan  $N_2$ ,  $\ell_2$ , dan  $a_2$  untuk solenoid kedua. Tentukan induktansi diri masing-masing solenoid dan induktansi bersama  $L_{21}$  dan  $L_{12}$ .

Jawab



Gambar 7.13 Dua buah solenoid konsentris

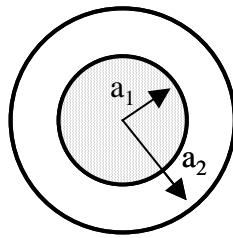
Skema dua solenoid tampak pada gambar 7.13. Misalkan solenoid kecil memiliki jari-jari  $a_1$  dan solenoid besar memiliki jari-jari  $a_2$ . Induktansi diri solenoid kecil adalah

$$L_1 = \frac{N_1^2 \mu_o A_1}{\ell_1} = \frac{N_1^2 \mu_o (\pi a_1^2)}{\ell_1} = N_1^2 \pi \mu_o \frac{a_1^2}{\ell_1}$$

Induktansi diri solenoid besar adalah

$$L_2 = \frac{N_2^2 \mu_o A_2}{\ell_2} = \frac{N_2^2 \mu_o (\pi a_2^2)}{\ell_2} = N_2^2 \pi \mu_o \frac{a_2^2}{\ell_2}$$

Jika solenoid kecil yang diberi arus maka medan magnet hanya ada dalam rongga solenoid kecil. Di aruang antara dua solenoid, medan magnet nol.



Gambar 7.14 Medan magnet hanya ada dalam rongga solenoid kecil

Jadi, fluks magnetic yang dikandung solenoid besar hanya

$$\phi_2 = B_1 A_1 = \mu_o n_1 I_1 A_1 = \mu_o \frac{N_1}{\ell_1} A_1 I_1$$

Jika diperhatikan dengan seksama tampak bahwa fluks yang dikandung solenoid besar sama dengan fluks yang dikandung solenoid kecil. Ggl induksi pada solenoid besar menjadi

$$\Sigma_2 = -N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = -N_2 \mu_o \frac{N_1}{\ell_1} A_1 \frac{dI_1}{dt} \quad (7.26)$$

Ggl tersebut dapat ditulis pula dalam bentuk

$$\Sigma_2 = -L_{21} \frac{dI_1}{dt} \quad (7.27)$$

Dengan membandingkan persamaan (7.26) dan (7.27) kita dapatkan bentuk ungkapan induktasi bersama

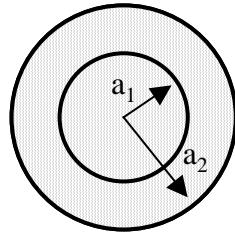
$$L_{21} = N_1 N_2 \mu_o \frac{A_1}{\ell_1} = N_1 N_2 \mu_o \frac{\pi a_1^2}{\ell_1} \quad (7.28)$$

Jika solenoid besar yang dialiri arus maka seluruh ruang dalam rongga solenoid besar diisi medan magnet yang besarnya

$$B_2 = \mu_o n_2 I_2$$

Medan yang besarnya sama menembus ruang dalam rongga solenoid kecil. Fluks magnetic pada rongga solenoid kecil menjadi

$$\phi_1 = B_2 A_1 = \mu_o n_2 I_2 A_1 = \mu_o \frac{N_2}{\ell_2} A_1 I_2$$



Gambar 7.15 Medan magnet ada dalam rongga solenoid besar dan kecil

Ggl induksi pada solenoid kecil menjadi

$$\Sigma_1 = -N_1 \frac{d\phi_1}{dt} = -N_1 \mu_o \frac{N_2}{\ell_2} A_1 \frac{dI_2}{dt} \quad (7.29)$$

Ggl tersebut dapat ditulis pula dalam bentuk

$$\Sigma_1 = -L_{12} \frac{dI_2}{dt} \quad (7.30)$$

Dengan membandingkan persamaan (7.29) dan (7.30) kita dapatkan bentuk ungkapan induktansi bersama

$$L_{12} = N_1 N_2 \mu_o \frac{A_1}{\ell_2} = N_1 N_2 \mu_o \frac{\pi a_1^2}{\ell_2} \quad (7.31)$$

## 7.10 Memperbesar Induktansi

Jika hanya ruang kosong dalam rongga solenoid maka induktansi yang dimiliki solenoid tersebut sangat kecil. Untuk memperbesar induktansi suatu solenoid, kita masukkan bahan magnetik ke dalam rongga solenoid tersebut. Hal ini serupa dengan memasukkan bahan dielektrik antara dua

pelat kapasitor dengan maksud memperbesar kapasitansi.

Medan magnet yang mula-mula  $B$  saat solenoid kosong berubah menjadi

$$B' = \mu B \quad (7.32)$$

ketika di dalam rongga solenoid dimasukkan bahan magnetic dengan permeabilitas  $\mu$ . Dengan demikian, fluks magnetic dalam solenoid ketika solenoid tersebut dilewati arus adalah

$$\phi = \mu \mu_o n I A \quad (7.33)$$

Ggl induksi yang dihasilkan arus adalah

$$\Sigma = -N \frac{d\phi}{dt} = -N \mu \mu_o n A \frac{dI}{dt}$$

Maka induktansi diri solenoid tersebut adalah

$$\begin{aligned} L &= N \mu \mu_o n A = N \mu \mu_o \left( \frac{N}{\ell} \right) A \\ &= N^2 \mu \mu_o \frac{A}{\ell} \end{aligned} \quad (7.34)$$

Tampak bahwa induktansi menjadi  $\mu$  kali lebih besar dibandingkan dengan induktansi saat solenoid kosong.

Contoh

Sebuah solenoid dengan panjangnya 4,0 cm dan luas penampang 0,5 cm<sup>2</sup> memiliki 200 lilitan.

(a) Jika di rongga solenoid hanya berisi udara, berapa induktansi diri solenoid tersebut? (b) Berapa induktansi solenoid jika rongga solenoid berisi teras besi dengan  $\mu = 4000$ ?

Jawab

Diberikan  $N = 200$ ,  $\ell = 4,0 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$ ,  $A = 0,5 \text{ cm}^2 = 0,5 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 5 \times 10^{-5} \text{ m}^2$ .

a) Jika rongga solenoid kosong maka

$$L = \frac{N^2 \mu_o A}{\ell} = \frac{200^2 \times (4\pi \times 10^{-7}) \times (5 \times 10^{-5})}{0,04} = 6,3 \times 10^{-5} \text{ H}$$

b) Jika rongga solenoid berisi teras besi maka

$$L = \frac{N^2 \mu \mu_o A}{\ell} = \frac{200^2 \times 4000 \times (4\pi \times 10^{-7}) \times (5 \times 10^{-5})}{0,04} = 0,25 \text{ H}$$

## 7.11 Energi Medan Magnet

Misalkan sebuah solenoid dialiri arus  $I$ . Maka pada dua ujung solenoid muncul ggl induksi sebesar

$$\Sigma = -L \frac{dI}{dt}$$

Jika muatan sebesar  $dq$  mengalir melewati solenoid tersebut maka energi yang diperlukan untuk melawan beda potensial solenoid adalah

$$\begin{aligned} dW &= -\Sigma dq = L \frac{dI}{dt} dq \\ &= LdI \frac{dq}{dt} \end{aligned} \tag{7.35}$$

Tetapi  $dq/dt = I$  sehingga dapat dituliskan

$$dW = LI dI$$

Kerja total yang dilakukan untuk melewaskan arus pada solenoid dari nol hingga arus  $I$  adalah

$$W = \int_0^I dW = \int_0^I LI dI = L \int_0^I IdI = L \left[ \frac{1}{2} I^2 \right]_0^I = \frac{1}{2} LI^2 \tag{7.36}$$

Kerja yang diberikan tersimpan sebagai energi dalam solenoid. Jadi, energi yang tersimpan dalam solenoid yang dialiri arus  $I$  adalah

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \tag{7.37}$$

Induktansi diri solenoid memenuhi persamaan (7.38). Kuat medan magnet dalam rongga solenoid (dengan anggapan solenoid ideal) adalah

$$B = \mu_o nI = \mu_o \frac{N}{\ell} I$$

atau

$$I = \frac{B\ell}{\mu_o N} \quad (7.38)$$

Substitusi persamaan (7.17) dan (7.38) ke dalam persamaan (7.37) diperoleh

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \left( \frac{N^2 \mu_o A}{\ell} \right) \left( \frac{B\ell}{\mu_o N} \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{N^2 \mu_o A}{\ell} \right) \left( \frac{B^2 \ell^2}{\mu_o^2 N^2} \right) = \frac{1}{2\mu_o} B^2 (A\ell) \end{aligned} \quad (7.39)$$

Bagian dalam tanda kurung tidak lain daripada volum rongga solenoid. Kita definisikan rapat energi medan magnetik per satuan volum sebagai

$$\begin{aligned} u &= \frac{U}{(A\ell)} \\ &= \frac{1}{2\mu_o} B^2 \end{aligned} \quad (7.40)$$

Persamaan (7.40) menyatakan bahwa jika di suatu tempat terdapat medan magnet B maka di tempat tersebut terdapat energi medan magnet dengan kerapatan per satuan volum diungkapkan oleh persamaan (7.40) tersebut. Bentuk persamaan (7.40) sangat mirip dengan ungkapan rapat energi medan listrik  $(\varepsilon_o / 2)E^2$  yang telah kita bahas sebelumnya.

Contoh

Medan magnet di dalam sebuah solenoid yang berisi udara dengan panjang 36 cm dan diameter 2,0 cm adalah 0,80 T. Perkirakan berapa energi yang tersimpan dalam rongga solenoid tersebut.

Jawab

Diberikan  $\ell = 36 \text{ cm} = 0,36 \text{ m}$

Jari-jari solenoid,  $a = (2,0/2) = 1,0 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$

Luas penampang solenoid

$$A = \pi a^2 = 3,14 \times (0,01)^2 = 3,14 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Volum rongga solenoid adalah

$$V = A\ell = (3,14 \times 10^{-4}) \times 0,36 = 1,13 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Kerapatan energi medan magnet dalam rongga solenoid

$$u = \frac{1}{2\mu_o} B^2 = \frac{1}{2 \times (4\pi \times 10^{-7})} (0,8)^2 = 10^6 \text{ J/m}^3$$

Dengan demikian, perkiraan jumlah energi medan magnet yang tersimpan dalam solenoid adalah

$$U = uV = 10^6 \times (1,13 \times 10^{-4}) = 113 \text{ J}$$

## 7.12 Transformator

Transformator yang sering disingkat trafo adalah alat listrik yang digunakan untuk mengubah tegangan listrik menjadi lebih besar atau lebih kecil dari tegangan semula. Tegangan yang dapat diubah oleh trafo hanya tegangan yang berubah-ubah terhadap waktu, misalkan tegangan bolak-balik.

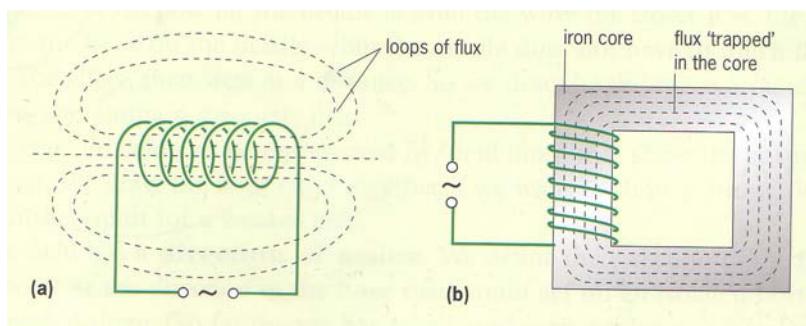


Gambar 7.16 Contoh transformator

### a) Trafo memiliki dua kumparan.

Secara umum trafo memiliki dua kumparan.

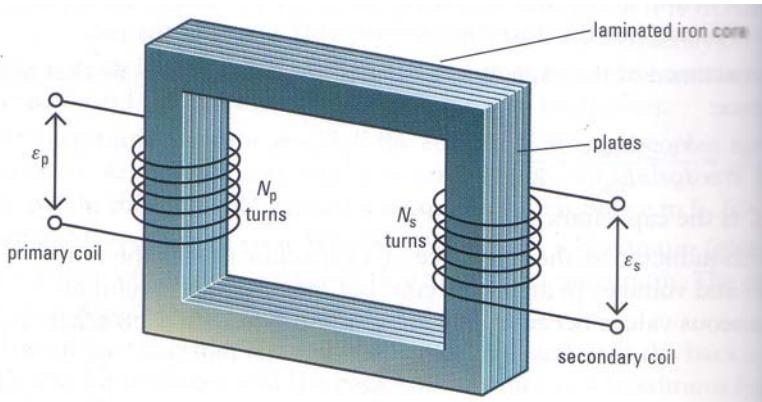
- i) Kumparan primer berada di bagian input, tempat tegangan listrik masuk ke dalam trafo.
- ii) Kumparan sekunder berada di bagian output trafo, tempat tegangan listrik hasil pengubahan keluar dari trafo.



Gambar 7.17 (a) Jika tidak digunakan teras maka medan magnet yang dihasilkan kumparan mehyebar ke luar. (b) medan magnet yang dihasilkan kumparan terperangkap dalam teras jika di dalam rongga kumparan dipasang teras besi.

Jika arus masuk ke dalam kumparan primer maka dihasilkan medan magnet. Medan magnet yang dihasilkan kumparan primer diarahkan ke kumparan sekunder. Agar pengarahan tersebut berlangsung efektif maka di dalam rongga trafo umumnya diisi teras besi atau bahan lain

yang dapat bersifat magnetic. Dengan penggunaan bahan tersebut maka seolah-olah medan magnet yang dihasilkan kumparan primer mengalir ke dalam bahan tersebut dan seluruhnya mencapai kumparan sekunder. Gb 7.18 adalah skema trafo di mana kumparan primer dan sekunder sama-sama melingkupi teras besi yang sama.



Gambar 7.18 Skema trafo

Jadi diperoleh

$$B_s = B_p \quad (7.41)$$

dengan  $B_s$  : medan magnet yang ada di kumparan sekunder dan  $B_p$  : medan magnet yang ada dalam kumparan primer

Dengan asumsi bahwa kumparan primer berperilaku sebagai solenoid ideal maka

$$B_p = \mu\mu_o n_p I_p \quad (7.42)$$

dengan  $\mu$  permeabilitas bahan teras. Fluks magnetic pada kumparan primer adalah

$$\phi_p = B_p A_p = \mu\mu_o n_p I_p A_p \quad (7.43)$$

Fluks magnetic pada kumparan sekunder adalah

$$\phi_s = B_s A_s = B_p A_s = \mu\mu_o n_p I_p A_s \quad (7.44)$$

Ggl induksi yang dihasilkan pada kumparan primer adalah

$$\Sigma_p = -N_p \frac{d\phi_p}{dt} = -N_p \mu \mu_o n_p A_p \frac{dI_p}{dt} \quad (7.45)$$

Ggl induksi yang dihasilkan pada kumparan sekunder adalah

$$\Sigma_s = -N_s \frac{d\phi_s}{dt} = -N_s \mu \mu_o n_p A_s \frac{dI_p}{dt} \quad (7.46)$$

Dengan demikian

$$\frac{\Sigma_s}{\Sigma_p} = \frac{N_s A_s}{N_p A_p}$$

Jika dianggap bahwa luas penampang kumparan primer dan sekunder sama maka diperoleh

$$\frac{\Sigma_s}{\Sigma_p} = \frac{N_s}{N_p} \quad (7.47)$$

Tampak dari persamaan di atas bahwa

- i) Jika  $N_s > N_p$  maka tegangan keluaran lebih besar daripada tegangan masukan. Trafo semacam ini disebut trafo step-up
- ii) Jika  $N_s < N_p$  maka tegangan keluaran lebih kecil daripada tegangan masukan. Trafo semacam ini disebut trafo step-down

Contoh

Sebuah trafo pada radio portable di rumah menurunkan tegangan dari 220 V menjadi 9 V. Kumparan sekunder mengandung 30 lilitan. Berapa lilitan yang ada dalam kumparan sekunder?

Jawab

$$N_p = \frac{\Sigma_p}{\Sigma_s} I_s = \frac{220}{9} \times 30 = 733 \text{ lilitan}$$

### 7.13 Daya Trafo

Pada transformator arus dimasukkan pada kumparan primer. Hasilnya pada kumparan sekunder diperoleh arus. Karena adanya arus listrik menandakan adanya energi, maka energi yang dimasukkan ke kumparan primer dapat dideteksi pada kumparan sekunder. Dengan demikian, trafo juga berperan sebagai pemindah energi dari kumparan primer ke kumparan sekunder.

Dari sifat pemindahan energi ini kita dapat menentukan hubungan antara arus pada kumparan primer dan pada kumparan sekunder. Hubungan ini dapat ditentukan sebagai berikut.

Daya pada kumparan primer adalah

$$P_p = I_p \Sigma_p \quad (7.48)$$

dengan  $P_p$  : daya yang masuk ke kumparan primer dan  $I_p$  : arus pada kumparan primer

Daya pada kumparan sekunder adalah

$$P_s = I_s \Sigma_s \quad (7.49)$$

dengan  $P_s$  : daya yang masuk ke kumparan sekunder  $I_s$  : arus pada kumparan sekunder

Tidak semua daya pada kumparan primer dapat dipindahkan ke kumparan sekunder. Hanya trafo idel yang sanggup memindahkan seluruh daya dari kumparan primer ke kumparan sekunder. Jika  $\eta$  adalah efisiensi trafo maka dipenuhi

$$P_s = \eta P_p$$

atau

$$I_s \Sigma_s = \eta I_p \Sigma_p$$

atau

$$I_s = \eta \frac{\Sigma_p}{\Sigma_s} I_p \quad (7.50)$$

Dengan memasukkan persamaan (7.47) ke dalam persamaan (7.50) diperoleh

$$I_s = \eta \left( \frac{N_p}{N_s} \right) I_p$$

atau

$$\frac{I_s}{I_p} = \eta \frac{N_p}{N_s} \quad (7.51)$$

Contoh

Sebuah trafo step-up mengubah tegangan 25 volt menjadi 250 volt. Jika efisiensi trafo itu 80% dan kumparan sekundernya dihubungkan dengan lampu 250 volt 50 watt, tentukan arus dalam kumparan primer

Jawab

Perbandingan jumlah lilitan sekunder dan primer adalah

$$\frac{N_s}{N_p} = \frac{250}{25} = 10$$

Efisiensi trafo  $\eta = 80\% = 0,8$

Hubungan antara arus pada kumparan sekunder dan primer memenuhi persamaan (56.34). Dari persamaan tersebut kita dapat menulis

$$I_p = \frac{1}{\eta} \frac{N_s}{N_p} I_s = \frac{1}{0,8} \times 10 \times I_s = 12,5 I_s$$

Sebelum menentukan  $I_p$  kita tentukan dahulu  $I_s$ . Tegangan pada kumparan sekunder adalah 250 V. Tegangan ini melewati sebuah lampu yang tertulis 250 volt 50 watt. Besar hambatan lampu

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{250^2}{50} = 1250 \text{ Ohm}$$

Maka, arus sekunder adalah

$$I_s = \frac{250}{1250} = 0,2 \text{ A}$$

Dengan demikian, arus primer adalah

$$I_p = 12,5 I_s = 12,5 \times 0,2 = 2,5 \text{ A}$$

Contoh

Rata-rata sebesar 120 kW daya listrik dikirim ke kota kecil dari suatu pembangkit yang jaraknya 10 km. Jalur kawat transmisi memiliki hambatan total  $0,40 \Omega$ . Hitunglah daya yang hilang jika transmisi dilakukan pada tegangan (a) 220 V, dan (b) 24.000 V

Jawab

a) Jika dirnasmisi pada tegangan 220 V maka arus yang mengalir pada kawat transmisi adalah

$$I = \frac{P}{V} = \frac{120000}{220} = 545 \text{ A}$$

Daya yang hilang pada kabel transmisi adalah

$$P_{hilang} = I^2 R = (545)^2 \times 0,4 = 118810 \text{ Watt}$$

b) Jika dirnasmisi pada tegangan 24 000 V maka arus yang mengalir pada kawat transmisi adalah

$$I = \frac{P}{V} = \frac{120000}{24000} = 5 \text{ A}$$

Daya yang hilang pada kabel transmisi adalah

$$P_{hilang} = I^2 R = 5^2 \times 0,4 = 10 \text{ Watt}$$

### 7.14 Pabrik Aluminium

Sejumlah industri menggantungkan operasionalnya pada sumber tanaga listrik. Listrik yang dibutuhkan industri umumnya sangat besar. Sebagai contoh, pabrik pembuatan aluminium yang menggunakan metode elektrolisis cairan aluminium oksida memerlukan arus listrik puluhan ribu ampere. Agar proses ini dapat berlangsung, dibutuhkan tegangan listrik kira-kira 1000 V dan arus listrik hingga 70 000 A. Bagaimana mendapatkan arus yang lusr biasa besar ini? Jawabannya adalah menggunakan transformator.

Misalkan pabrik tersebut mendapat listrik dari jaringan PLN bertegangan 33 000 volt. Untuk mendapatkan tegangan kerja 1 000 volt, maka tegangan dari jaringan tersebut harus diturungakn dengan menggunakan trafo step down. Dengan asumsi efisiensi trafo 100% maka perbandingan jumlah lilitan sekunder dan primenr adalah

$$\frac{N_s}{N_o} = \frac{1000}{33000} = \frac{1}{33}$$

Karena trafo dianggap memiliki efisiensi 100% maka  $\eta = 100\% = 1$ . Dengan demikian, perbandingan arus primer dan sekunder adalah

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_o} = \frac{1}{33}$$

Jika  $I_s = 70\,000$  ampere maka besar arus primer adalah

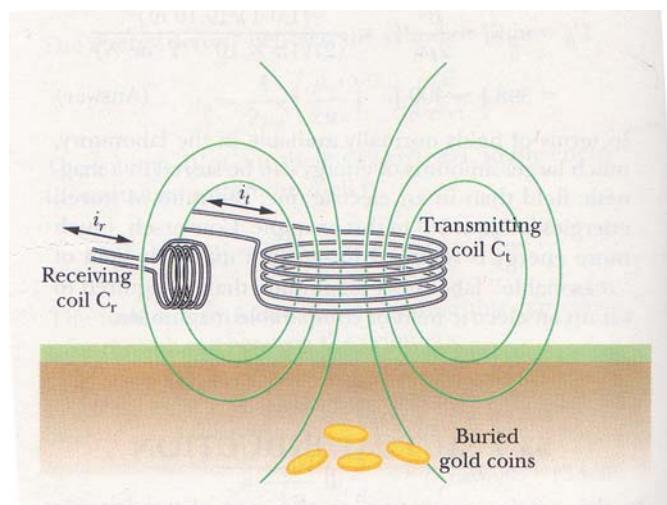
$$I_p = \frac{I_s}{33} = \frac{70000}{33} = 2121 \text{ A}$$

Nilai arus primer ini cukup besar. Tetapi jauh lebih kecil daripada 70 000 ampere yang diperlukan untuk mengelektrolisis aluminium oksida.

### 7.15 Detektor Logam

Ketika melakukan check-in di bandara, petugas bandara sering mengarahkan semacam tongkat ke arah tubuh kita. Apabila kita membawa benda yang terbuat dari logam, langsung terdengar bunyi. Hal yang sama ketika kita check-in, kiat harus melewati pintu khusus. Dan jika kita membawa benda yang mengandung logam, langsung terdengar bunyi. Alat-alat tersebut dinamakan detektor logam.

Detektor logam sangat vitas digunakan di bandara untuk menghindari pembajak yang membawa sejata tajam dan senjata api yang umumnya terbuat dari logam. Bagaimana sih prinsip kerja detektor logam?



Gambar 7.19 Skema detektor logam

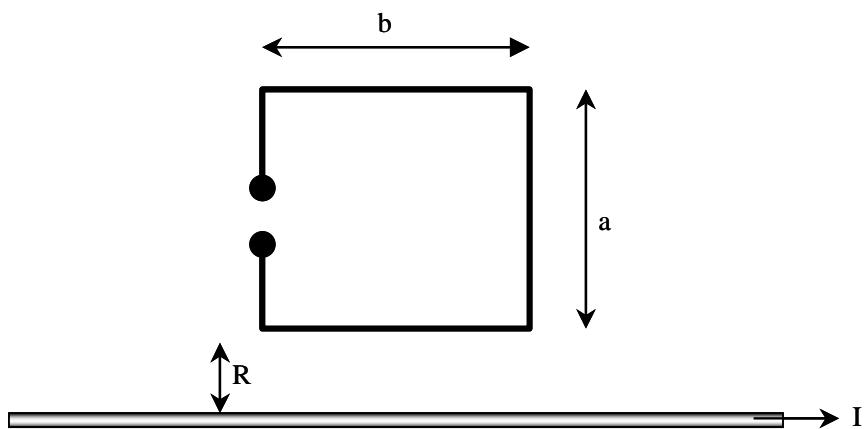
Detektor logam secara prinsip terdiri dari dua buah lilitan yang orientasinya saling tegak lurus. Arus bolak-balik dialirkan ke lilitan besar sehingga dihasilkan medan magnet yang berubah-ubah

terhadap waktu di sekitar lilitan tersebut. Tetapi, karena arah medan magnet yang dihasilkan kumparan besar, masuk ke kumparan kecil dalam arah yang sejajar bidang kumparan kecil maka tidak ada fluks magnetik dalam kumparan kecil. Dengan demikian, tidak ada arus yang dihasilkan di kumparan kecil.

Jika di sekitar tempat itu terdapat logam, maka perubahan medan magnet pada kumparan besar mengimbas munculnya arus pada logam di dekatnya. Arus yang dihasilkan dalam logam menghasilkan medan magnet yang berubah-ubah di sekitarnya. Medan magnet ini ada sebagian yang menembus kumparan kecil dalam arah yang tidak sejajar kumparan kecil. Akibatnya muncul fluks magnetik dalam kumparan kecil yang menyebabkan munculnya arus pada kumparan kecil. Akhirnya, arus yang dihasilkan kumparan kecil dikuatkan dan digunakan untuk membunyikan alarm.

### Soal dan Penyelesaian

1) Sebuah kawat lurus panjang dilalui arus yang berubah-ubah terhadap waktu menurut fungsi  $I = I_o \cos(\omega t + \varphi_o)$ . Di sekitar kawat terdapat kumparan berbentuk segiempat dengan sisi-sis  $a$  dan  $b$  seperti pada Gbr. 7.20. Jumlah lilitan kumparan tersebut adalah  $N$ . Jarak dari sisi terdekat kumparan ke kawat adalah  $R$ . Berapa ggl induksi yang dihasilkan antara dua ujung kawat kumparan?



Gambar 7.20

Jawab

Medan magnet di sekitar arus yang mengalir pada kawat lurus panjang adalah

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I}{r}$$

Kuat medan magnet di dalam kumparan berubah-ubah bergantung pada jaraknya dari kawat.

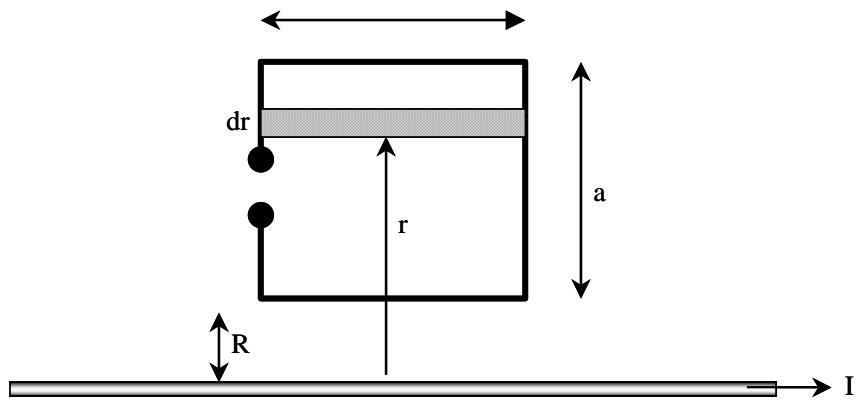
Dengan demikian fluks magnetic tidak dapat dicari dengan mengalih langsung kuat medan dengan luas. Kita harus menggunakan metode integral untuk mencari fluks. Lihat Gbr. 7.21.

Lihat elemen luas kumparan yang diarsir. Kuat medan magnet pada lemen tersebut adalah

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I}{r}$$

Luas elemen tersebut adalah

$$dA = b dr$$



Gambar 7.21

Dengan demikian, fluks magnetic pada elemen luas adalah

$$d\phi = BdA = \frac{\mu_o}{2\pi} Ib \frac{dr}{r}$$

Fluks magnetic total yang menembus kumparan dapat dicari dengan mengintegralkan  $d\phi$ . Batas bawah integral adalah  $R$  dan batas atas adalah  $R+a$ . Jadi, fluks magnetic total adalah

$$\phi = \int_R^{R+a} \frac{\mu_o}{2\pi} Ib \frac{dr}{r} = \frac{\mu_o}{2\pi} Ib \int_R^{R+a} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_o}{2\pi} Ib [\ln r]_R^{R+a} = \frac{\mu_o}{2\pi} Ib [\ln(R+a) - \ln R]$$

$$= \frac{\mu_o}{2\pi} Ib \ln \left[ \frac{R+a}{R} \right]$$

Ggl induksi yang dihasilkan kumparan adalah

$$\Sigma = -N \frac{d\phi}{dt} = -N \frac{\mu_o}{2\pi} b \ln \left[ \frac{R+a}{R} \right] \frac{dI}{dt}$$

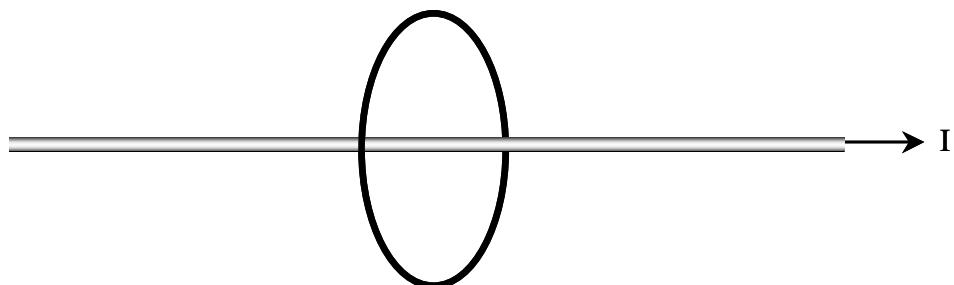
Tetapi

$$\frac{dI}{dt} = \frac{d(I_o \cos(\omega t + \varphi_o))}{dt} = -\omega I_o \sin(\omega t + \varphi_o)$$

Akhirnya kita dapatkan

$$\Sigma = N \frac{\mu_o}{2\pi} b \omega I_o \ln \left[ \frac{R+a}{R} \right] \sin(\omega t + \varphi_o)$$

- 2) Gambar 7.22 memperlihatkan sebuah kawat lurus panjang yang dilaliri arus I. Sebuah cincin ditempatkan secara konsentris di sekitar kawat tersebut. Jika arus berubah terhadap waktu, berapa ggl yang dihasilkan pada kumparan?

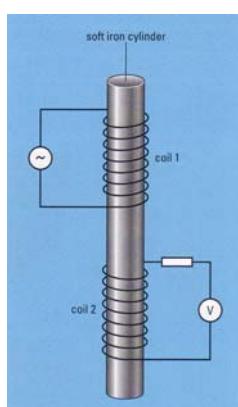


Gambar 7.22

Jawab

Karena arah medan magnet yang dihasilkan kawat adalah radial maka bidang kumparan sejajar dengan medan magnet. Akibatnya, fluks magnetic yang menembus kumparan nol. Dengan demikian, tidak ada ggl induksi yang dihasilkan.

- 3) Perhatikan Gambar 7.23. Kumparan pertama dengan jumlah lilitan  $N_1$  dan panjang  $\ell_1$  berada di dekat kumparan kedua dengan jumlah lilitan  $N_2$  dan panjang  $\ell_2$ . Jari-jari kedua kumparan sama-sama  $a$ . Medan magnet dari kumparan pertama yang menembus kumparan kedua hanya 80%. Jika arus yang mengalir pada kumparan pertama adalah  $I = I_o \sin \omega t$ , berapa gl yang



dihasilkan pada kumparan kedua?

Gambar 7.23

Jawab

Dengan anggapan kumparan ideal maka medan magnet yang dihasilkan kumparan pertama adalah

$$B_1 = \mu_o n_1 I = \mu_o \frac{N_1}{\ell_1} I$$

Medan magnet yang masuk ke kumparan kedua adalah

$$B_2 = 0,8B_1 = 0,8\mu_o \frac{N_1}{\ell_1} I$$

Fluks magnetic pada kumparan kedua

$$\phi_2 = B_2 A_2 = 0,8\mu_o \frac{N_1}{\ell_1} I (\pi a^2) = 0,8\mu_o \pi a^2 \frac{N_1}{\ell_1} I$$

Ggl induksi pada kumparan kedua

$$\Sigma_2 = -N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = -N_2 \times 0,8\mu_o \pi a^2 \frac{N_1}{\ell_1} \frac{dI}{dt}$$

Tetapi,

$$\frac{dI}{dt} = \frac{d(I_o \sin \omega t)}{dt} = \omega I_o \cos \omega t$$

Akhirnya diperoleh

$$\Sigma_2 = -0,8 \frac{N_1 N_2 \mu_o \pi a^2 \omega I_o}{\ell_1} \cos \omega t$$

- 4) Anggap loop pada Gbr 7.24 terbuat dari tembaga mengandung 85 lilitan. Misalkan  $L = 13$  cm,  $B = 1,5$  T,  $R = 6,2 \Omega$ , dan  $v = 18$  cm/s. a) Berapa ggl induksi yang muncul pada kumparan? B) berapa arus induksi? C) Berapa gaya yang kamu lakukan pada koil agar tetap bergerak ke kanan? D) Berapa daya yang dikeluarkan untuk menggerakkan loop?

Jawab

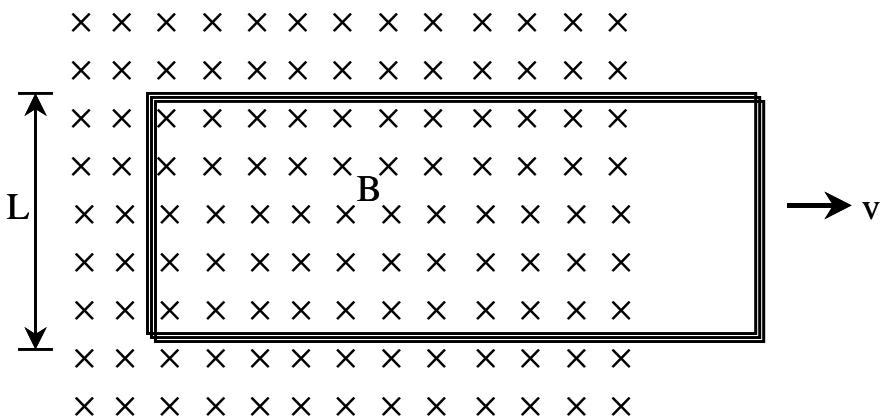
- a) Kita sudah membahas ggl induksi yang dihasilkan oleh gerakan satu batang di atas kawat

berbentuk huruf U adalah  $\Sigma = BLv$ . Untuk kumparan yang terdiri dari N lilitan, ggl yang dihasilkan adalah

$$\Sigma = NBLv = 85 \times 1,5 \times 0,13 \times 0,18 = 3 \text{ V}$$

b) Arus induksi yang mengalir pada kumparan

$$I = \frac{\Sigma}{R} = \frac{3}{6,2} = 0,48 \text{ ampere}$$



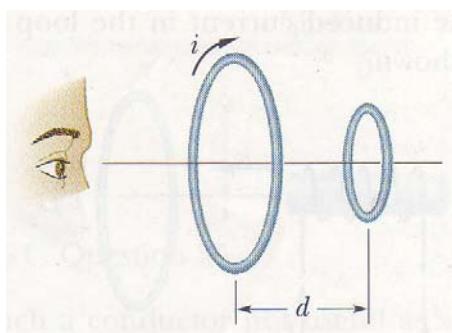
Gambar 7.24

c) Ketika kumparan ditarik ke kanan maka hanya sisi kumparan yang kiri saja yang mengalami gaya Lorentz. Besar arus yang mengalir pada satu kawat adalah 0,48 A. Karena loop terdiri dari 85 lilitan, maka total arus yang mengalir pada loop adalah  $85 \times 0,48 = 40,8 \text{ A}$ . Dengan demikian, gaya Lorentz pada kumparan menjadi

$$F = ILB = 40,8 \times 0,13 \times 1,5 = 8 \text{ N}$$

d) Daya yang dikerjakan untuk menggerakkan loop adalah

$$P = Fv = 8 \times 0,18 = 1,44 \text{ W}$$



Gambar 7.25

- 5) Dua cincin konduktor diletakkan koaksial pada jarak  $d$  (Gbr. 7.25). Seorang pengamat melihat ke dua cincin tersebut melalui sumbunya dari sisi kiri cincin besar. Tiba-tiba arus dalam arah sesuai dengan putaran jarum jam muncul pada cincin pertama. (a) ke mana arah arus induksi pada cincin kedua? (b) ke mana arah gaya pada cincin kecil andaikata gaya tersebut ada?

Jawab

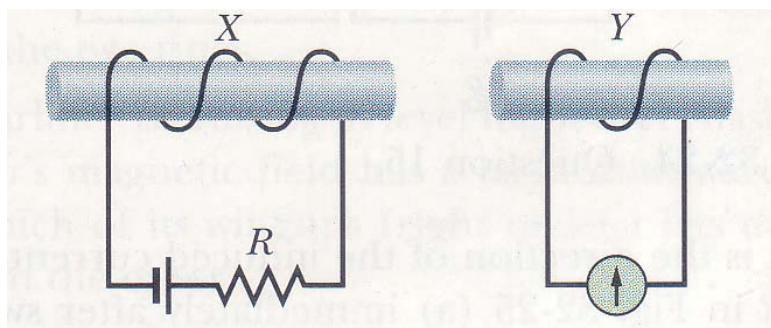
(a) Ketika arus tiba-tiba muncul pada cincin pertama maka tiba-tiba pula muncul fluks pada cincin kedua. Dengan demikian pada cincin kedua muncul ggl induksi yang melahirkan arus.

Dengan menggunakan aturan tangan kanan, arah medan yang dihasilkan cincin kiri pada lokasi cincin kanan adalah ke kanan. Arus induksi pada cincin kanan harus melawan perubahan fluks di dalam cincin tersebut. Dan agar ini terjadi maka medan magnet yang dihasilkan cincin kanan harus berarah ke kiri.

Agar medan magnet yang dihasilkan cincin kanan berarah ke kiri, maka dengan aturan tangan kanan, arah arus pada cincin kanan harus berlawanan dengan arah putaran jarum jam. Atau arah arus pada cincin kanan berlawanan dengan arah arus pada cincin besar di kiri.

(b) Karena arah arus pada dua cincin berlawanan arah maka ke dua cincin melakukan gaya tolak-menola. Atau, cincin kecil mengalami gaya yang arahnya ke kanan.

- 6) Ke mana arah arus induksi pada kumparan Y dalam Gbr 7.26 jika (a) kumparan Y digerakkan mendekati kumparan X, (b) arus pada kumparan X dikecilkan dengan tetap mempertahankan jarak antara dua kumparan



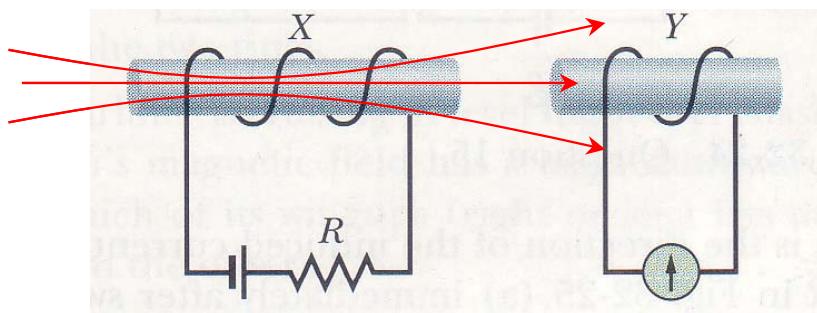
Gambar 7.26

Jawab

- a) Pada kumparan X arus mengalir pada hambatan dari kiri ke kanan. Dengan menggunakan aturan tangan kanan maka medan magnet yang dihasilkan di teras kumparan X berarah dari

kiri ke kanan. Oleh karena itu, medan magnet yang dihasilkan kumparan X masuk ke kumparan Y dalam arah dari kiri ke kanan (lihat Gbr 7.27)

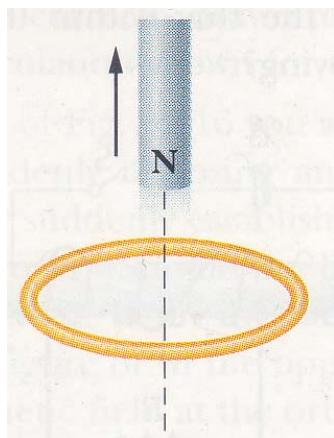
Ketika kumparan Y digerakkan mendekati kumparan X maka fluks magnetik yang menembus kumparan Y makin besar sehingga muncul ggl induksi. Arus induksi yang dihasilkan harus melawan perubahan fluks, yaitu dengan cara memperkecil fluks dalam kumparan Y. Agar fluks dalam kumparan Y diperkecil maka arah medan magnet yang dihasilkan kumparan Y harus berlawanan dengan arah medan magnet yang dihasilkan kumparan X. Jadi kita mendapatkan arah medan magnet yang dihasilkan kumparan Y haruslah ke kiri. Dan agar medan magnet yang dihasilkan kumparan Y berarah ke kiri maka arah arus yang melewati galvanometer adalah dari kanan ke kiri.



Gambar 7.27

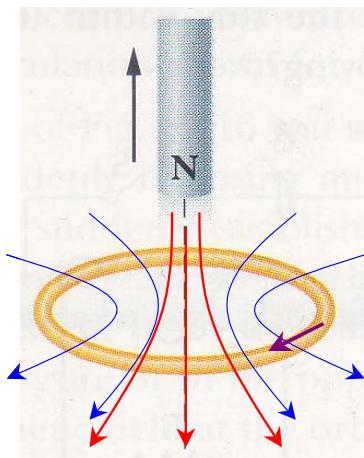
b) Jika arus pada kumparan X diperkecil maka fluks yang menembus kumparan Y mengecil. Dengan demikian, arus induksi yang dihasilkan kumparan Y harus memperbesar fluks tersebut dengan cara menghasilkan medan magnet yang searah dengan medan yang dihasilkan kumparan X. Jadi, arah medan magnet yang dihasilkan kumparan Y juga harus ke kanan. Agar medan magnet yang dihasilkan kumparan Y ke kanan maka arah arus pada galvanometer di kumparan Y adalah dari kiri ke kanan.

7) Kutub utara suatu magnet ditarik menjauhi sebuah cincin tembaga seperti pada Gambar 7.28. Ke manakah arah arus induksi yang mengalir dalam cincin?



Gambar 7.28

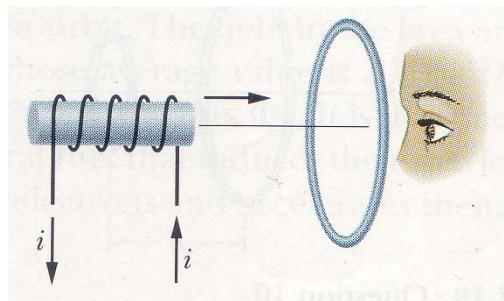
Jawab



Gambar 7.29

Arah medan magnet yang dihasilkan batang tampak pada Gambar 7.29 (garis merah). Jika batang ditarik menjauhi cincin maka fluks yang dikandung cincin makin kecil. Oleh karena itu, arus induksi pada cincin harus memperbesar fluks tersebut. Agar fluks diperbesar maka arah medan yang dihasilkan cincin harus searah dengan arah medan yang dihasilkan magnet batang, yaitu ke bawah (garis biru). Dengan aturan tangan kanan, agar arah medan yang dihasilkan cincin ke bawah, maka dilihat dari atas, arus mengalir pada cincin sesuai dengan arah putaran jarum jam.

- 8) Sebuah solenoid pendek yang sedang dialiri arus searah bergerak mendekati sebuah cincin tembaga seperti pada gambar 7.30. Ke mana arah arus induksi pada cincin tembaga menurut pengamat?

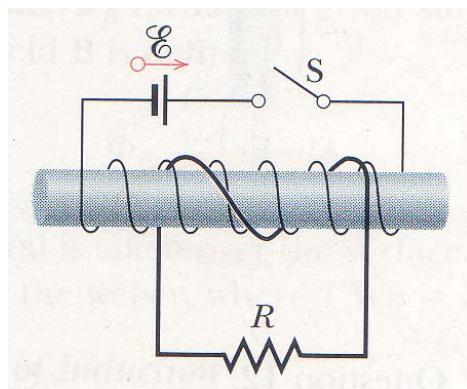


Gambar 7.30

Jawab

Dengan menggunakan aturan tangan kanan maka arah medan yang dihasilkan solenoid adalah ke kanan. Ketika solenoid bergerak mendekati cincin maka fluks yang dikansung cincin makin besar. Arus induksi yang dihasilkan cincin harus memperkecil fluks dalam cincin. Ini berarti arah medan magnet yang dihasilkan cincin harus ke kiri. Agar medan yang dihasilkan cincin berarah ke kiri maka arah arus dalam cincin menurut pengamat harus sesuai dengan arah putaran jarum jam.

9) Ke mana arah arus induksi pada hambatan R dalam Gbr 7.31 (a) tepat setelah saklar S ditutup, (b) beberapa saat setelah saklar R ditutup, dan (c) tepat setelah saklar S dibuka kembali



Gambar 7.31

Jawab

a) Jika saklar S ditutup maka arus mengalir pada saklar dari kiri ke kanan. Dengan aturan tangan kanan, medan magnet yang dihasilkan kumparan ini berarah dari kanan ke kiri. Tepat setelah saklar S ditutup, arus dalam solenoid berubah dari nol menjadi stabil. Dengan demikian, medan magnet yang dihasilkan dalam rongga solenoid berubah dari nol menjadi stabil. Karena itu, fluks yang dilingkupi oleh kumparan kedua berubah dari kecil ke besar. Akibatnya, arus induksi yang dihasilkan solenoid kedua harus memperkecil fluks ini. Ini bisa terjadi jika solenoid kedua menghasilkan medan magnet yang arahnya ke kanan. Dan agar medan magnet yang dihasilkan solenoid kedua berarah ke kanan maka pada hambatan R arus mengalir dari kanan ke kiri.

b) Beberapa saat setelah saklar S ditutup, kuat medan listrik dalam solenoid tetap. Akibatnya fluks yang dikansung solenoid kedua juga tetap sehingga tidak dihasilkan arus induksi.

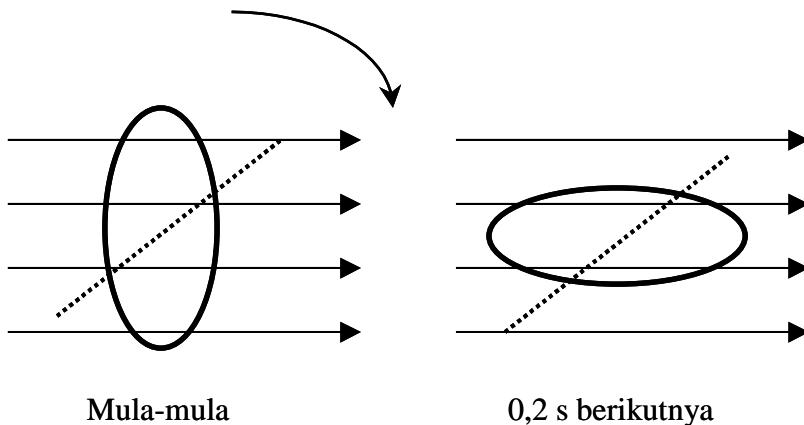
c) Tepat setelah saklar S dibuka kembali, arus berubah dari besar hingga nol. Fluks yang dikandung solenoid kedua makin kecil sehingga arus induksi harus memperbesar fluks tersebut. Ini dilakukan dengan menghasilkan medan magnet yang berarah ke kiri. Agar medan magnet yang dihasilkan solenoid kedua berarah ke kiri maka arah arus pada hambatan R harus dari kiri ke

kanan.

- 10) Sebuah loop kawat dengan diameter 9,2 cm mula-mula diorientasi tegak lurus medan magnet 1,5 T. Loop tersebut kemudian dirotasi sehingga sejajar dengan medan magnet dalam waktu 0,20 s. Berapakah emf rata-rata yang diinduksi dalam loop tersebut?

Jawab

Lihat Gambar 7.32



Gambar 7.32

Diberikan

$$B = 1,5 \text{ T}$$

$$\Delta t = 0,2 \text{ s}$$

$$D = 9,2 \text{ cm} = 0,092 \text{ m}$$

$$r = D/2 = 0,046 \text{ m}$$

$$\text{Luas loop, } A = \pi r^2 = 3,14 \times (0,046)^2 = 0,0066 \text{ m}^2$$

Mula-mula loop tegak lurus medan magnet sehingga fluks magnetik dalam loop

$$\phi_1 = BA = 1,5 \times 0,0066 = 0,0099 \text{ T m}^2$$

Ketika sejajar dengan medan magnet, fluks magnetik dalam loop nol, atau  $\phi_2 = 0$ .

Perubahan fluks

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = 0 - 0,0099 = -0,0099 = -0,01 \text{ T m}^2$$

Ggl induksi yang dihasilkan

$$\Sigma = -N \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -1 \times \frac{-0,01}{0,2} = 0,05 \text{ V}$$

11) Medan magnet yang tegak lurus pada loop berbentuk lingkaran dengan diameter 13,2 cm berkurang secara teratur dari 0,750 T menjadi nol. Jika diameter kawat adalah 2,25 mm, berapa jumlah muatan yang mengalir pada loop selama perubahan medan tersebut? Hambat jenis kawat tembaga adalah  $1,68 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$ .

Jawab

Diberikan

$$B_1 = 0,750 \text{ T}$$

$$B_2 = 0 \text{ T}$$

$$N = 1$$

$$D = 13,2 \text{ cm} = 0,132 \text{ m}$$

$$r = D/2 = 0,066 \text{ m}$$

Panjang kawat loop

$$L = 2\pi r = 2 \times 3,14 \times 0,066 = 0,41 \text{ m}$$

Luas penampang kawat loop

$$A_l = \pi r^2 = 3,14 \times (0,066)^2 = 4 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

Hambatan loop

$$R = \rho \frac{L}{A_l} = (1,68 \times 10^{-8}) \frac{0,41}{4 \times 10^{-6}} = 0,002 \Omega$$

Luas loop

$$A = \pi r^2 = 3,14 \times (0,066)^2 = 0,014 \text{ m}^2$$

Fluks mula-mula

$$\phi_1 = B_1 A = 0,750 \times 0,014 = 0,011 \text{ Wb}$$

$$\phi_2 = B_2 A = 0 \times 0,014 = 0 \text{ Wb}$$

Perubahan fluks

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = 0 - 0,011 = -0,011 \text{ Wb}$$

Ggj yang dihasilkan

$$\Sigma = -N \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -1 \times \frac{(-0,011)}{\Delta t} = \frac{0,011}{\Delta t}$$

Arus yang mengalir dalam loop

$$I = \frac{\Sigma}{R} = \frac{0,011 / \Delta t}{0,002} = \frac{5,5}{\Delta t}$$

Jumlah muatan yang mengalir

$$Q = I\Delta t = \frac{5,5}{\Delta t} \times \Delta t = 5,5 \text{ C}$$

- 12) Sebuah generator mobil dalam keadaan idle berotasi dengan kecepatan 1000-rpm dan menghasilkan tegangan 12,4 V. Berapa tegangan yang dihasilkan jika generator berputar dengan kecepatan sudut 2500-rpm?

Jawab

Untuk generator berlaku

$$\Sigma \propto \omega$$

Jadi

$$\frac{\Sigma_2}{\Sigma_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

atau

$$\Sigma_2 = \frac{\omega_2}{\omega_1} \Sigma_1 = \frac{2500}{1000} \times 12,4 = 31,25 \text{ V}$$

Jadi tegangan generator ketika berotasi pada 2500-rpm adalah 31,25 V

- 13) Jika arus di dalam kumparan 120 mH berubah dari 25,0 A menjadi 10,0 A dalam waktu 350 ms, ke mana arah arus induksi yang dihasilkan dan berapa besar ggl induksi yang dihasilkan

Jawab

Diberikan

$$L = 120 \text{ mH} = 0,12 \text{ H}$$

$$I_1 = 25,0 \text{ A}$$

$$I_2 = 10,0 \text{ A}$$

$$\Delta t = 350 \text{ ms} = 0,35 \text{ s}$$

Karena arus makin kecil maka fluks yang dikandung kumparan makin kecil. Berdasarkan hukum Lentz, arus induksi harus melawan perubahan fluks tersebut. Untuk itu maka arus induksi harus menghasilkan medan magnet yang searah dengan medan magnet yang dihasilkan oleh arus yang sedang mengalir dalam kumparan. Ini berarti arus induksi harus searah dengan arus yang mengalir dalam kumparan.

Ggl induksi adalah

$$\Sigma = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -L \frac{I_2 - I_1}{\Delta t} = -0,12 \times \frac{10,0 - 25,0}{0,35} = 5 \text{ volt}$$

14) Berapa induktansi sebuah kumparan jika kumparan tersebut menghasilkan ggl 8,50 volt jika arus berubah dari -28,0 mA menjadi +31,0 mA dalam waktu 42,0 ms?

Jawab

Diberikan

$$\Sigma = 8,5 \text{ V}$$

$$I_1 = -28,0 \text{ mA} = -0,028 \text{ A}$$

$$I_2 = +31,0 \text{ mA} = +0,031 \text{ A}$$

$$\Delta I = I_2 - I_1 = 0,031 - (-0,028) = 0,059 \text{ A}$$

$$\Delta t = 42,0 \text{ ms} = 0,042 \text{ s}$$

Induktansi kumparan tersebut

$$L = \frac{\Sigma}{\Delta I / \Delta t} = \frac{8,5}{(0,059 / 0,042)} = 6 \text{ H}$$

15) Sebuah kumparan memiliki hambatan  $2,25 \Omega$  dan induktansi  $400 \text{ mH}$ . Jika arus  $3,0 \text{ A}$  mengalir dalam kumparan tersebut dan sedang bertambah nilainya dengan laju  $3,5 \text{ A/s}$ , berapa beda potensial antara dua ujung kumparan pada saat ini?

Jawab

Diberikan

$$R = 2,25 \Omega$$

$$L = 400 \text{ mH} = 0,4 \text{ H}$$

$$I = 3,0 \text{ A}$$

$$dI/dt = 3,5 \text{ A/s}$$

Tegangan dc antara dua ujung kumparan (akibat adanya hambatan kumparan dan adanya arus yang mengalir) adalah

$$V_{dc} = IR = 3,0 \times 2,25 = 6,75 \text{ V}$$

Karena adanya perubahan arus yang mengalir maka muncul ggl induksi yang besarnya

$$\Sigma = L \frac{dI}{dt} = 0,4 \times 3,5 = 1,4 \text{ V}$$

Karena arus sedang bertambah maka arus induksi harus mengurangi fluks. Ini berarti arus induksi harus berlawanan dengan arus yang dialirkkan ke dalam solenoid. Dan ini bisa terjadi jika kurub tegangan ggl mengurangi tegangan dc pada inductor. Dengan demikian, tegangan netto antara dua ujung kumparan adalah  $6,75 - 1,4 = 5,35 \text{ volt}$ .

16) Pada suatu saat arus yang mengalir melalui induktor adalah  $50,0 \text{ mA}$ . Arus tersebut sedang mengalami pertambahan dengan laju  $100 \text{ mA/s}$ . Berapa energi mula-mula yang tersimpan dalam induktor jika induktansinya adalah  $60,0 \text{ mH}$ ? Berapa lama waktu yang diperlukan agar energi

meningkat sepuluh kali nilai awal?

Jawab

Diberikan

$$I_o = 50,0 \text{ mA} = 0,05 \text{ A}$$

$$\frac{dI}{dt} = 100 \text{ mA/s} = 0,1 \text{ A/s}$$

$$L = 60,0 \text{ mH} = 0,06 \text{ H}$$

Energi yang tersimpan mula-mula

$$U_o = \frac{1}{2} L I_o^2$$

Besar arus pada saat t sembarang memenuhi

$$I = I_o + \frac{dI}{dt} t$$

Energi pada saat t sembarang adalah

$$U = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} L \left( I_o + \frac{dI}{dt} t \right)^2$$

Agar  $U=10 U_o$  maka

$$\frac{\frac{1}{2} L \left( I_o + \frac{dI}{dt} t \right)^2}{\frac{1}{2} L I_o^2} = 10$$

atau

$$\left( I_o + \frac{dI}{dt} t \right)^2 = 10 I_o^2$$

atau

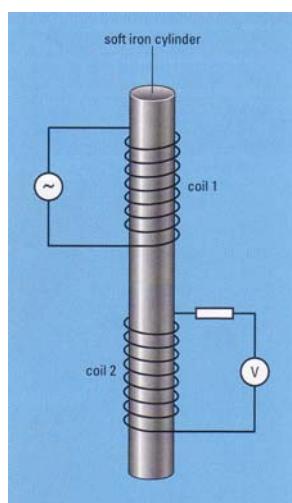
$$\left( I_o + \frac{dI}{dt} t \right) = \sqrt{10} I_o$$

Dengan demikian waktu yang diperlukan agar energi yang tersimpan menjadi sepuluh kali lipat energi mula-mula adalah

$$t = \frac{\sqrt{10} I_o - I_o}{dI/dt} = \frac{3,16 \times 0,05 - 0,05}{0,1} = 1,1 \text{ s}$$

17)

- a) Skema pada Gbr. 7.33 memiliki kondisi bahwa arus pada kumparan pertama berubah dengan laju 0,5 m/s dan tegangan e.m.f. pada kumparan kedua terukur 0,1 V. Berapakah induktansi bersama kumparan?
- b) Jika kondisi diubah sehingga arus diubah pada kumparan kedua dan tegangan induksi dideteksi pada kumparan pertama. Berapa laju perubahan arus di kumparan kedua agar terdeteksi e.m.f. di kumparan pertama sebesar 0,3 V? Anggap dua kumparan memiliki panjang dan luas penampang yang sama.



Gambar 7.33

Jawab

- a) Kita hitung induktansi bersama  $L_{21}$

$$\Sigma_2 = -L_{21} \frac{dI_1}{di}$$

atau

$$|\Sigma_2| = L_{21} \left| \frac{dI_1}{di} \right|$$

atau

$$L_{21} = \frac{|\Sigma_2|}{|dI_1/dt|} = \frac{0,1}{0,5} = 0,2 \text{ H}$$

- b) Induktansi bersama diberikan oleh persamaan (56.14)

$$L_{21} = \frac{\xi \mu_o N_1 N_2 A_2}{\ell_1}$$

Dari persamaan ini kita langsung mendapatkan

$$L_{12} = \frac{\xi \mu_o N_2 N_1 A_1}{\ell_2}$$

yang diperoleh dengan menukar indeks 1 dan 2 pada persamaan (56.14). Jika luas penampang dan panjang kumparan pertama dan kedua sama maka kita dapatkan  $L_{12} = L_{21}$

Dengan demikian

$$|\Sigma_1| = L_{12} \left| \frac{dI_2}{di} \right|$$

atau

$$\left| \frac{dI_2}{dt} \right| = \frac{|\Sigma_1|}{L_{12}} = \frac{0,3}{0,2} = 1,5 \text{ A/s}$$

Jadi agar dihasilkan e.m.f 0,3 volt pada kumparak pertama maka laju perubahan arus pada kumparan kedua adalah 1,5 A/s.

- 18) Sebuah koil lingkaran memiliki jari-jari 10,0 cm dan mengandung 30 lilitan. Sebuah medan magnet eksternal dikenakan tegak lurus penampang koil sebesar 2,60 mT. (a) Jika tidak ada arus yang mengalir pada koil, berapakah fluks magnetik yang dilingkupi koil? (b) Jika arus 3,80 A dialirkan pada koil dalam arah tertentu, fluks total yang dilingkupi koil nol. Berapakah induktansi koil?

Jawab

Diberikan  $r = 10,0 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$ ,  $N = 30$ ,  $B_{ex} = 2,60 \text{ mT} = 2,60 \times 10^{-3} \text{ T}$ , dan  $I = 3,80 \text{ A}$

Luas penampang koil

$$A = \pi r^2 = 3,14 \times (0,1)^2 = 3,14 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

- a) Jika arus belum mengalir pada koil maka fluks yang dilingkupi koil adalah

$$\phi_i = B_{ex} A = (2,60 \times 10^{-3}) \times (3,14 \times 10^{-2}) = 8,2 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

- b) Jika arus dialirkan dalam koil maka fluks magnetik dalam koil nol. Ini berarti, fluks magnetik yang dihasilkan arus sama dengan yang dihasilkan medan magnet luar. Dengan demikian, induktansi koil adalah

$$L = N \frac{\phi_1}{I} = 30 \times \frac{8,2 \times 10^{-5}}{3,80} = 6,5 \times 10^{-4} \text{ H} = 650 \mu\text{H}$$

- 19) Sebuah solenoid terdiri dari lilitan kawat tembaga (diameter 2,5 mm). Diameter solenoid adalah 4,0 cm dan panjangnya 2,0 m.
- Berapa jumlah lilitan solenoid tersebut?
  - Berapa induktansi per meter solenoid tersebut? Anggap lilitan yang berdekatan bersentuhan dan hanya dipisahkan oleh bagian tipis isolator.

Jawab

a) Tebal satu kawat tembaga  $d = 2,5 \text{ mm} = 2,5 \times 10^{-3} \text{ m}$

Panjang solenoid adalah  $\ell = 2,0 \text{ m}$

Maka jumlah lilitan solenoid adalah

$$N = \frac{\ell}{d} = \frac{2,0}{2,5 \times 10^{-3}} = 800 \text{ lilitan}$$

b) Jumlah lilitan solenoid per satuan panjang

$$n = \frac{N}{\ell} = \frac{800}{2,0} = 400 \text{ lilitan/meter}$$

Luas penampang solenoid

$$A = \pi r^2 = 3,14 \times (2 \times 10^{-2})^2 = 1,256 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

Induktansi solenoid

$$L = N n \mu_o A$$

Induktansi per satuan panjang

$$\frac{L}{\ell} = \frac{N}{\ell} n \mu_o A = n^2 \mu_o A = 400^2 \times (4\pi \times 10^{-7}) \times (1,256 \times 10^{-3}) = 2,52 \times 10^{-4} \text{ H/m}$$

20) Dua buah induktor L1 dan L2 dihubungkan secara seri dan dipisahkan cukup jauh.

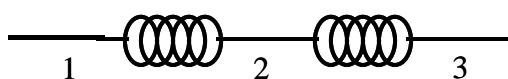
a) Tunjukan bahwa induktansi efektif memenuhi

$$L_{\text{ef}} = L_1 + L_2$$

b) Mengapa jarak pisah harus jauh?

c) Bagaimana bentuk umum persamaan untuk jumlah induksor N yang disusun secara seri?

Jawab



Gambar 7.34

Misalkan arus yang mengalir pada induktor I. Tegangan pada masing-masing induktor pada Gambar 7.34 adalah

$$\Sigma_{12} = -L_1 \frac{dI}{dt}$$

$$\Sigma_{23} = -L_2 \frac{dI}{dt}$$

Maka

$$\Sigma_{13} = \Sigma_{12} + \Sigma_{23} = -L_1 \frac{dI}{dt} - L_2 \frac{dI}{dt} = -(L_1 + L_2) \frac{dI}{dt}$$

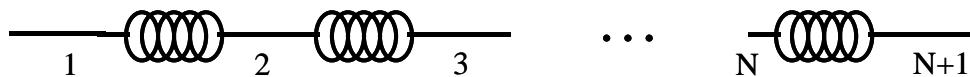
$$= -L_{ef} \frac{dI}{dt}$$

dengan

$$L_{ef} = L_1 + L_2$$

b) Dua induktor harus dipisahkan cukup jauh agar tidak saling mempengaruhi (kopling). Jika jarak induktor sangat dekat maka medan magnet yang dihasilkan satu induktor dapat menembus masuk ke induktor lain. Ggl yang muncul pada satu induktor bukan lagi ggl yang diakibatkan oleh induktansi diri tetapi juga oleh induktansi bersama.

c) Generalisasi untuk N induktor



Gambar 7.35

Tampak dari Gambar 7.35

$$\Sigma_{12} = -L_1 \frac{dI}{dt}$$

$$\Sigma_{23} = -L_2 \frac{dI}{dt}$$

$$\Sigma_{N,N+1} = -L_N \frac{dI}{dt}$$

Maka

$$\begin{aligned}\Sigma_{1,N+1} &= \Sigma_{12} + \Sigma_{23} + \dots + \Sigma_{N,N+1} = -L_1 \frac{dI}{dt} - L_2 \frac{dI}{dt} - \dots - L_N \frac{dI}{dt} \\ &= -(L_1 + L_2 + \dots + L_N) \frac{dI}{dt} \\ &= -L_{ef} \frac{dI}{dt}\end{aligned}$$

dengan

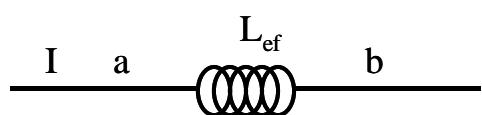
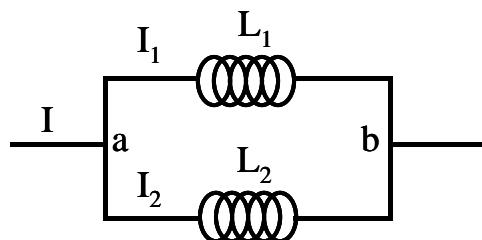
$$L_{ef} = L_1 + L_2 + \dots + L_N$$

21) Dua induktor  $L_1$  dan  $L_2$  dihubungkan secara paralel dan dipisahkan pada jarak yang cukup jauh.

a) Perlihatkan bahwa induktansi efektif memenuhi

$$\frac{1}{L_{ef}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

b) Tentukan persamaan umum untuk  $N$  buah induktor yang disusun secara paralel  
Jawab



Gambar 7.36

Tegangan antara titik a dan b dapat diungkapkan dalam sejumlah persamaan

$$\Sigma_{ab} = -L_1 \frac{dI_1}{dt} \quad \text{atau} \quad \frac{dI_1}{dt} = -\frac{\Sigma_{ab}}{L_1}$$

$$\Sigma_{ab} = -L_2 \frac{dI_2}{dt} \quad \text{atau} \quad \frac{dI_2}{dt} = -\frac{\Sigma_{ab}}{L_2}$$

$$\Sigma_{ab} = -L_{ef} \frac{dI}{dt} \quad \text{atau} \quad \frac{dI}{dt} = -\frac{\Sigma_{ab}}{L_{ef}}$$

Dengan menggunakan hukum Kirchoff I maka

$$I = I_1 + I_2$$

Diferensial ke dua ruas terhadap waktu

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dt} &= \frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt} \\ -\frac{\Sigma_{ab}}{L_{ef}} &= -\frac{\Sigma_{ab}}{L_1} - \frac{\Sigma_{ab}}{L_2} \end{aligned}$$

atau

$$\frac{1}{L_{ef}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

b) Jika disusun paralel N buah induktor maka induktansi total memenuhi

$$\frac{1}{L_{ef}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_N}$$

22) Energi medan magnet yang tersimpan di dalam suatu induktor adalah 25,0 mJ jika dialiri arus 60,0 mA. A) Hitunglah induktansi. B) Berapa arus yang mengalir agar energi yang tersimpan menjadi empat kali lebih besar?

Jawab

$$a) U = \frac{1}{2} LI^2$$

atau

$$L = \frac{2U}{I^2} = \frac{2 \times (25,0 \times 10^{-3})}{(60,0 \times 10^{-3})^2} = 14 \text{ H}$$

b) Dari penyelesaian di a) tampak bahwa

$$U \propto I^2$$

sehingga

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{I_2^2}{I_1^2}$$

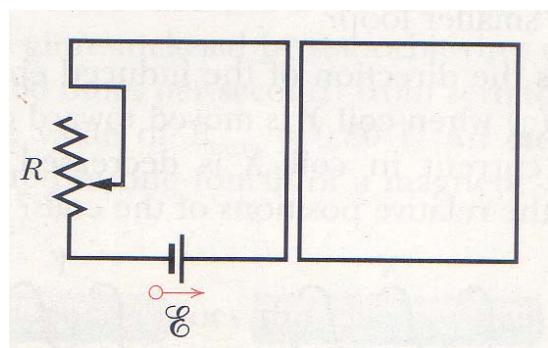
$$4 = \frac{I_2^2}{I_1^2}$$

atau

$$I_2 = 2I_1 = 2 \times 60,0 = 120,0 \text{ mA}$$

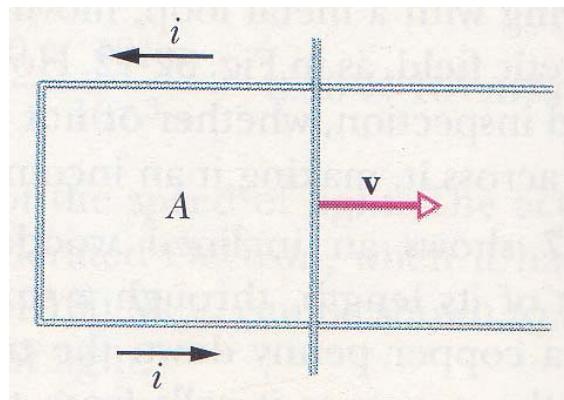
### Soal Latihan

- 1) Dapatkan sebuah partikel bermuatan yang berada dalam keadaan diam dijadikan bergerak dengan menggunakan medan magnet? Berikan alasan jika dapat dan berikan pula alasan jika tidak dapat.
- 2) Jika sebuah magnet batang bergerak dalam rongga solenoid yang sangat panjang, apakah dihasilkan ggl induksi pada solenoid? Jelaskan jawabanmu.
- 3) Hambatan  $R$  pada loop sebelah kiri seperti pada Gbr 7.37 diperbesar. Ke mana arah arus induksi pada loop sebelah kanan?



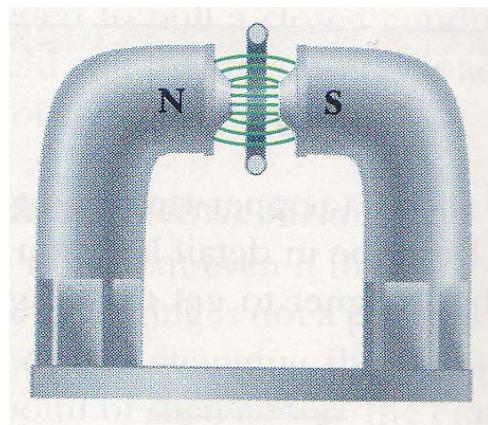
Gambar 7.37

- 4) Dalam Gbr 7.38, batang digerakkan ke kanan dengan kecepatan konstan  $v$ . Arus induksi muncul dalam loop dalam arah seperti pada gambar. Ke manakah arah medan magnet di daerah A?



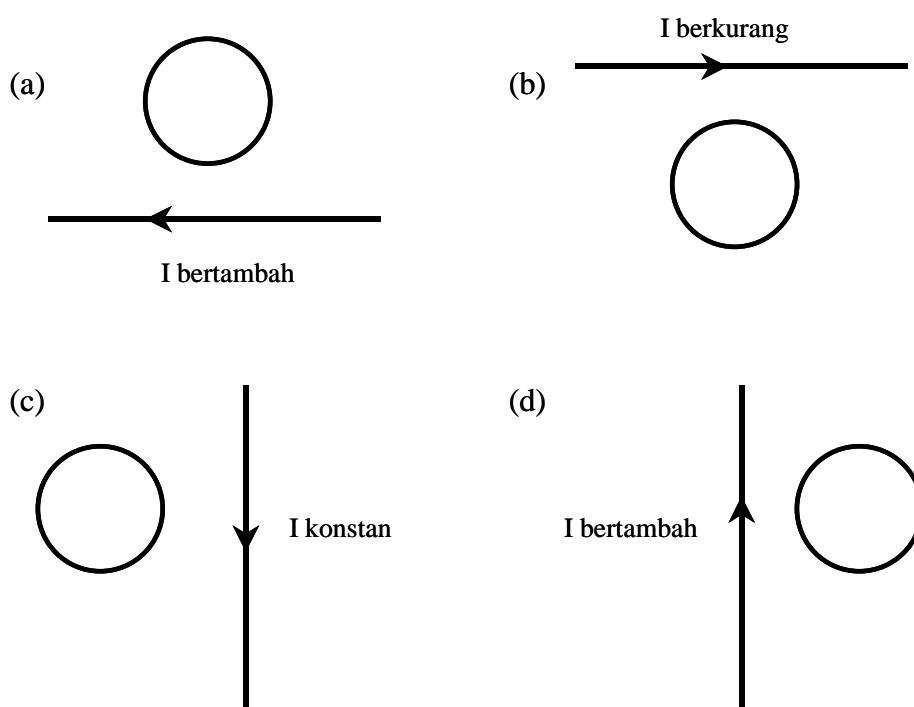
Gambar 7.38

- 5) Loop konduktor pada Gbr 7.39 ditarik keluar dari medan magnet permanen secara vertikal. (a) Ke manakah arah arus induksi dalam loop? (b) apakah gaya diperlukan untuk menarik loop tersebut?



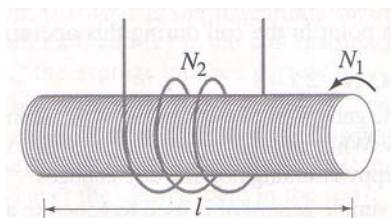
Gambar 7.39

- 6) Sebuah loop berbentuk lingkaran memiliki jari-jari 16 cm. Loop tersebut ditarik keluar dari medan magnet sebesar 1,10 T selama 0,15 s. Berapa ggl induksi rata-rata yang dihasilkan?
- 7) Sebuah kawat loop berbentuk lingkaran dengan jari-jari 7,2 cm diletakkan tegak lurus medan magnet yang besarnya 0,63 T dan berarah ke atas. Selama selang waktu 0,15 s berikutnya, medan magnet tersebut sudah berubah arah menjadi ke bawah dan besarnya 0,25 T. Berapa ggl yang dihasilkan dalam loop?
- 8) Ke manakah arah arus induksi yang dihasilkan pada masing-masing loop lingkaran pada Gbr 7.40?



Gambar 7.40

- 9) Medan magnet yang tegak lurus loop lingkaran yang berjari-jari 20 cm berubah dari +0,52 T menjadi -0,52 T dalam waktu 180 ms. Tanda + menyatakan medan yang menjauhi pengamat dan tanda - menyatakan medan yang mengarah ke pengamat. (a) berapa tegangan induksi yang dihasilkan? (b) ke mana arah arus induksi yang dihasilkan?
- 10) Sebuah loop lingkaran yang berada pada bidang kertas ditembusi medan magnet sebesar 0,75 T yang berarah dari depan ke belakang kertas. Jika diameter loop berubah dari 20,0 cm menjadi 6,0 cm dalam waktu 0,5 s, (a) ke mana arah arus induksi yang dihasilkan, dan (b) berapa ggl induksi yang dihasilkan?
- 11) Sebuah generator sederhana memiliki loop berbentuk persegi yang terdiri dari 720 lilitan. Panjang sisi lilitan adalah 21,0 cm. Berapa kecepatan sudut rotasi generator tersebut agar dihasilkan tegangan puncak 120 V jika kuat medan magnet dalam generator adalah 0,650 T?
- 12) Sebuah solenoid panjang memiliki jari-jari 25 mm dan mengandung 100 lilitan per cm. Kawat loop tunggal dengan jari-jari 5,0 cm ditempatkan di keliling solenoid sehingga sumbu loop dan sumbu solenoid berimpit. Arus dalam solenoid diperkecil dari 1,0 A menjadi 0,5 A dalam waktu 10 ms. Berapa ggl induksi yang muncul pada loop?
- 13) Sebuah solenoid kecil memiliki panjang  $\ell$ , luas penampang A dan jumlah lilitan  $N_1$ . Di keliling solenoid tersebut dililitkan kawat lain sejumlah  $N_2$  lilitan (lihat Gbr 7.41). Anggap semua fluks dari solenoid kecil masuk ke kumparan besar. Tentukan induktansi bersama.



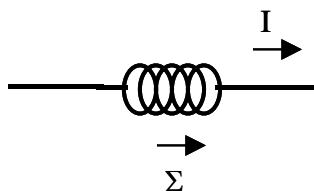
Gambar 7.41

- 14) Kawat yang terlilit secara kuat dalam sebuah solenoid dilepas untuk membuat solenoid lain dengan diameter dua kali lebih besar daripada solenoid semula. Dengan faktor berapakah induktansi berubah?
- 15) Anggap bahwa rata-rata kuat medan magnet di permukaan bumi adalah  $0,50 \times 10^{-4}$  T. Perkirakan jumlah total energi magnetik yang tersimpan di daerah sekitar permukaan bumi hingga ketebalan 10 km.
- 16) Berapa induktansi L sebuah kumparan yang panjangnya 0,6 m dan diameter 2,9 cm dan mengandung 10 000 lilitan jika rongga kumparan tersebut adalah udara?
- 17) Berapa jumlah lilitan kawat yang diperlukan untuk menhasilkan induktansi 100 mH jika

panjang lilitan tersebut adalah 30,0 cm, diameternya 5,3 cm dan rongganya berisi udara.

18) Sebuah kumparan berbentuk silinder memiliki 3000 lilitan. Panjang kumparan tersebut adalah 28,2 cm dan diameternya 2,5 cm. Berapa induktansi dirinya? Berapa lilitan yang diperlukan untuk menghasilkan induktansi yang sama jika di dalam rongganya dimasukkan teras besi. Anggap permeabilitas teras besi adalah 1000 kali permeabilitas udara.

19) Pada suatu saat arus dan emf di dalam sebuah induktor ditunjukkan oleh Gbr 7.42



Gambar 7.42

a) Apakah arus sedang bertambah atau berkurang?

b) Jika emf adalah 17 V dan laju perubahan arus adalah 25 A/s, berapakah induktansi?

20) Sebuah solenoid panjang memiliki 100 lilitan/cm dan jari-jari 1,6 cm. Anggap medan magnet yang dihasilkan sejajar sumbu solenoid.

a) Berapa induktansi per satuan panjang?

b) Jika arus berubah dengan laju 13 A/s, berapa ggl induksi yang dihasilkan?

21) Sebuah induktor yang dililit rapat menghasilkan emf 3,0 mV ketika arus berubah dengan laju 5,0 A/s. Arus tetap 8,0 A yang mengalir pada induktor tersebut menghasilkan fluks 40  $\mu$ Wb pada tiap lilitan.

a) Berapa induktansi induktor tersebut?

b) Berapa jumlah lilitan induktor tersebut?

22) Sebuah toroid 90,0 mH melingkupi volum 0,0200 m<sup>3</sup>. Jika kerapatan energi rata-rata dalam toroid adalah 70,0 J/m<sup>3</sup>, berapa arus yang mengalir pada toroid tersebut?

23) Berapakah kuat medan listrik agar kerapatan energi listrik sama dengan kerapan energi magnetik yang kuat medannya 0,50 T?

24) Kuat medan magnet dalam ruang antar galaksi sekitar  $10^{-10}$  T. Berapa energi yang tersimpan dalam ruang berbentuk kubus dengan panjang sisi 10 tahun cahaya?

25) Sebuah loop lingkaran dengan jari-jari 50 mm dilairi arus 100 A. a) Cari medan magnet di pusat loop. B) Hitung kerapatan energi di pusat loop.

26) Sebuah trafo dengan efisiensi 90% memiliki 500 lilitan primer dan 10 lilitan sekunder. A) Jika tegangan pada lilitan primer 120 V berapa tegangan pada lilitan sekunder? B) Jika lilitan sekunder dihubungkan dengan hambatan 15  $\Omega$ , berapa arus pada lilitan sekunder dan lilitan primer?

27) Sebuah solenoid yang panjangnya 85,0 cm memiliki luas penampang 17,0 cm<sup>2</sup>. Pada

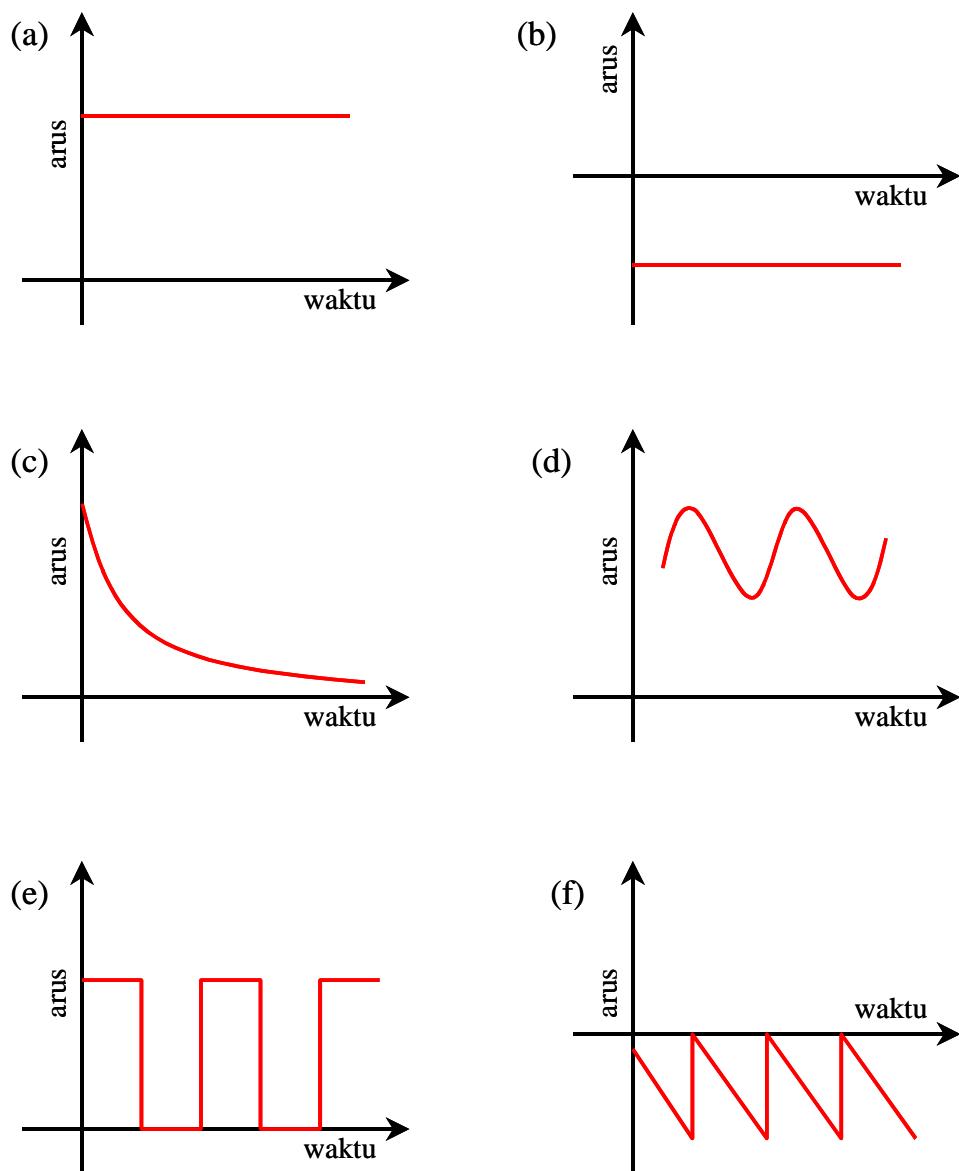
solenoid tersebut ada 950 lilitan yang dialiri arus 6,60 A. a) Hitunglah kerapatan energi magnetik dalam solenoid. B) Cari energi total yang tersimpan dalam solenoid

28) Sebuah generator memberikan tegangan 100 V ke lilitan primer sebuah transformator. Jumlah lilitan primer transformator adalah 50 dan jumlah lilitan sekunder adalah 500. Berapa tegangan keluaran pada lilitan sekunder?

## Bab 8

### Arus Bolak-Balik

Kita sudag belajar banyak tentang arus searah maupun rangkaian arus searah pada Bab 3. Sesuai dengan namanya, arus searah adalah arus yang arahnya selalu sama setiap waktu. Besarnya arus bisa berubah-ubah tetapi arahnya selalu sama; misalnya selalu tetap dari kiri ke kanan. Kalau kita plot dalam grafik arus terhadap waktu, di mana arus adalah sumbu vertical dan waktu adalah sumbu horizontal, maka grafik arus searah bisa berbentuk seperti pada Gambar 8. 1



Gambar 8.1 Contoh grafik arus searah

Pada grafik (a) kita dapatkan arus searah yang besarnya selalu konstan dan bertanda positif

Pada grafik (b) kita dapatkan arus searah yang besarnya selalu konstan dan bertanda negatif

Pada grafik (c) kita dapatkan arus searah yang nilainya makin lama makin mengecil. Arus semacam ini sering disebut arus transien.

Pada grafik (d) kita dapatkan arus searah yang besarnya berubah-ubah mengikuti pola sinusoidal. Walaupun arus berubah mengikuti pola sinusoidal, tetapi karena nilai arus selalu positif maka arus tersebut termasuk arus searah.

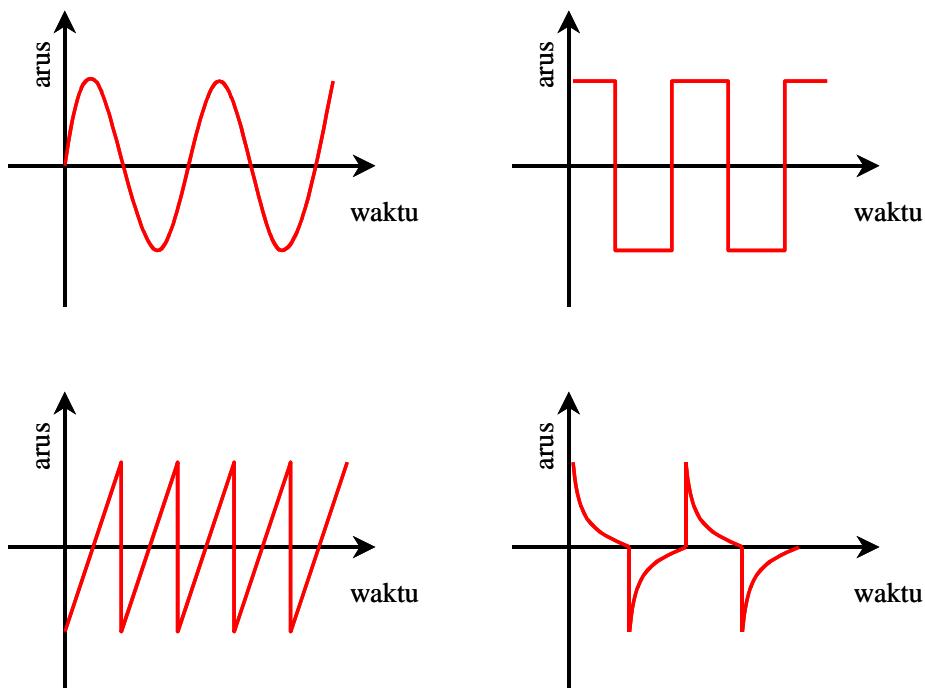
Pada grafik (e) arus selalu memiliki arah yang sama dan nilainya berubah-ubah mengikuti pola persegi.

Pada gambar (f) arus selalu memiliki arah yang sama (negatif) dan nilainya berubah-ubah mengikuti pola segitiga.

Atas searah yang kita bahas di kelas dua dibatasi pada arus searah yang besarnya tetap seperti yang ditunjukkan oleh gambar (a) atau (b).

### 8.1 Arus bolak-balik

Arus bolak-balik adalah arus yang arahnya berubah-ubah secara bergantian. Pada suatu saat arah arus ke kanan, kemudian berubah menjadi ke kiri, kemudian ke kanan, ke kiri, dan seterusnya. Kalau digambarkan dalam bentuk kurva, maka contoh kurva arus bolak-balik ditunjukkan dalam Gambar 8.2



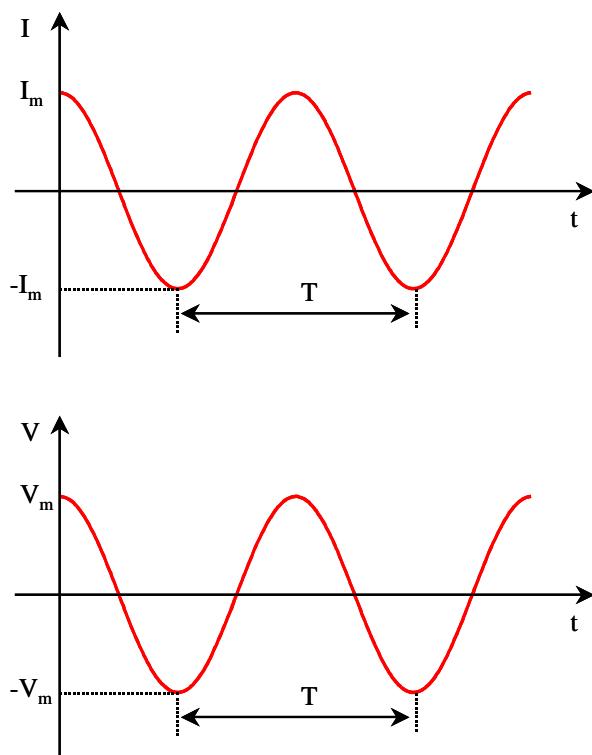
Gambar 8.2 Contoh grafik arus bolak-balik

Pada grafik (a) kita dapatkan arus bolak-balik yang berubah secara sinusoidal. Setengah periode arus bergerak dalam satu arah dan setengah periode lainnya arus bergerak dalam arah sebaliknya. Pada grafik (b) kita amati arus bolak-balik yang berubah secara persegi. Dalam setengah periode

arus bergerak dalam satu arah dan setengah periode lainnya arus bergerak dalam arah sebaliknya. Pada grafik (c) kita amati arus bolak-balik yang berubah dengan pola segitiga. Pada grafik (d) kita amati arus bolak-balik yang berubah secara transien.

## 8.2 Arus Bolak-balik Sinusoidal

Bentuk arus bolak-balik yang paling sederhana adalah arus sinusoidal. Arus yang dihasilkan semua pembangkit tenaga listrik adalah arus bolak-balik sinusoidal. Kebergantungan arus terhadap waktu dapat dinyatakan oleh fungsi kosinus berikut ini



*Gambar 8.3 Contoh kurva tegangan dan arus bolak-balik*

$$I = I_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_0\right) \quad (8.1)$$

dengan  $I_m$  adalah arus maksimum (amplitudo arus),  $T$  : periode arus,  $t$  : waktu, dan  $\vartheta_0$  : fase mula-mula (saat  $t = 0$ ). Jika arus tersebut melewati sebuah hambatan, maka tegangan antara dua ujung hambatan memenuhi hukum Ohm

$$\begin{aligned}
V &= RI = R \times \left( I_m \cos \left( \frac{2\pi}{T} t + \vartheta_o \right) \right) \\
&= V_m \cos \left( \frac{2\pi}{T} t + \vartheta_o \right)
\end{aligned} \tag{8.2}$$

dengan  $V_m = RI_m$  adalah amplitudo tegangan. Gbr 8.3 adalah contoh kurva tegangan maupun arus terhadap waktu

Tegangan yang mengalir pada jaringan listrik PLN merupakan tegangan bolak-balik sinusoidal. Tegangan sinusoidal merupakan tegangan yang paling mudah dihasilkan. Dengan memutar lilitan dalam medan magnet dengan kecepatan sudut konstan maka dihasilkan tegangan sinusoidal. Kebanyakan pembangkit listrik PLN dihasilkan dengan memutar kumparan dalam medan magnet atau memutar magnet di dalam kumparan sehingga dihasilkan tegangan sinusoidal.

### 8.3 Tegangan Rata-Rata

Ada sejumlah alat ukur yang dirancang yang hanya dapat mengukur nilai rata-rata suatu besaran. Jika ada alat ukur tagangan rata-rata, berapa tegangan rata-rata yang dihasilkan arus bolak-balik? Berapa juga arus rata-ratanya? Kita dapat mencarinya sebagai berikut.

Tegangan rata-rata didefinisikan sebagai berikut

$$\langle V \rangle = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau V dt \tag{8.3}$$

Integral di atas dilakukan terhadap waktu dan perata-rataan dilakukan pada selang waktu  $\tau$  menuju tak berhingga. Untuk fungsi sinusoidal, perata-rataan di atas menghasilkan nilai yang sama dengan perata-rataan selama satu periode saja. Jadi, tegangan rata-rata dapat ditulis dalam bentuk

$$\langle V \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T V dt \tag{8.4}$$

Dengan menggunakan  $V$  pada persamaan (8.2) maka didapat

$$\langle V \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T V_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right) dt = \frac{V_m}{T} \int_0^T \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right) dt \quad (8.5)$$

Untuk memudahkan penyelesaian integral di atas kita misalkan

$$\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o = x \quad (8.6)$$

Diferensiasi ruas kiri dan kanan maka

$$\frac{2\pi}{T} dt = dx$$

atau

$$dt = \frac{T}{2\pi} dx \quad (8.7)$$

Substitusi persamaan (8.6) dan (8.7) ke dalam persamaan (8.5) diperoleh

$$\begin{aligned} \langle V \rangle &= \frac{V_m}{T} \int \cos x \times \frac{T}{2\pi} dx = \frac{V_m}{2\pi} \int \cos x dx = \frac{V_m}{2\pi} \sin x \\ &= \frac{V_m}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right) \Big|_0^T = \frac{V_m}{2\pi} \left[ \sin\left(\frac{2\pi}{T}T + \vartheta_o\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{T}0 + \vartheta_o\right) \right] \\ &= \frac{V_m}{2\pi} [\sin(2\pi + \vartheta_o) - \sin(0 + \vartheta_o)] = \frac{V_m}{2\pi} [\sin(\vartheta_o) - \sin(\vartheta_o)] = 0 \end{aligned}$$

Pada baris terakhir kita sudah menerapkan sifat periodicitas fungsi sinus dengan periode  $360^\circ$  atau  $2\pi$  radian, yaitu  $\sin(2\pi + \vartheta_o) = \sin(\vartheta_o)$ . Jadi, nilai rata-rata tegangan bolak balik sinusoidal adalah nol.

Dengan menggunakan hukum Ohm  $I = \frac{V}{R}$  maka nilai rata-rata arus bolak balik adalah

$$\langle I \rangle = \frac{\langle V \rangle}{R} = \frac{0}{R} = 0$$

Jadi, nilai rata-rata arus bolak-balik sinusoidal juga nol. Nilai rata-rata nol dapat dimengerti karena selama setengah periode, tegangan dan arus memiliki nilai positif dan setengah periode berikutnya memiliki nilai negatif. Dengan demikian, nilai tegangan atau arus pada masing-masing setengah periode tersebut saling menghilangkan. Akibatnya tegangan dan arus rata-rata menjadi nol.

#### 8.4 Tegangan root mean square (rms)

Untuk arus bolak-balik, nilai rata-rata tidak memberikan informasi yang lengkap tentang besaran arus atau tegangan, misalnya amplitudo. Karena berapapun besar amplitudo, nilai rata-rata selalu nol. Apabila kita gunakan alat ukur tegangan rata-rata maka kita akan amati tegangan listrik PLN selalu nol. Agar diperoleh data yang lebih informatif maka didefinisikan besaran lain yang dipakai pada arus bolak-balik. Besaran tersebut adalah besaran rms (root mean square). Tegangan dan arus rms didefinisikan sebagai

$$V_{rms} = \sqrt{\langle V^2 \rangle} \quad (8.8)$$

$$I_{rms} = \sqrt{\langle I^2 \rangle} \quad (8.9)$$

Tampak dari definisi bahwa untuk mendapatkan nilai rms maka kita melakukan tiga langkah, yaitu

- i) besaran tersebut dikuadratkan
- ii) menghitung nilai rata-rata besaran yang dikuadratkan tersebut
- iii) mengambil akar besaran yang telah dihitung nilai rata-ratanya.

Contoh betikut adalah bagaimana kita menghitung nilai rms dari tegangan bolak-balik sinusoidal.

$$\begin{aligned} V &= V_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right) \\ V^2 &= V_m^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right) \\ \langle V^2 \rangle &= \left\langle V_m^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right) \right\rangle = V_m^2 \left\langle \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right) \right\rangle \\ &= V_m^2 \times \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right) dt \end{aligned} \quad (8.10)$$

Kembali kita misalkan

$$\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o = x \quad (8.6)$$

Diferensiasi ruas kiri dan kanan maka

$$\frac{2\pi}{T} dt = dx$$

atau

$$dt = \frac{T}{2\pi} dx \quad (8.7)$$

Substitusi persamaan (8.6) dan (8.7) ke dalam persamaan (8.10) diperoleh

$$\langle V^2 \rangle = V_m^2 \times \frac{1}{T} \int \cos^2 x \frac{T}{2\pi} dx = \frac{V_m^2}{2\pi} \int \cos^2 x dx \quad (8.11)$$

Untuk menyelesaikan integral di atas, kita transformasi  $\cos^2 x$  sebagai berikut

$$\begin{aligned} \cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ &= \cos^2 x - (1 - \sin^2 x) = 2\cos^2 x - 1 \end{aligned}$$

atau

$$\cos^2 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x \quad (8.12)$$

Dengan demikian

$$\begin{aligned} \int \cos^2 x dx &= \int \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x \right] dx = \int \frac{1}{2} dx + \int \frac{1}{2} \cos 2x dx = \frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2x \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi}{T} t + \vartheta_o \right) + \frac{1}{2} \sin 2 \left( \frac{2\pi}{T} t + \vartheta_o \right) \end{aligned} \quad (8.13)$$

Substitusi (8.13) ke persamaan (8.11) diperoleh

$$\begin{aligned}
\langle V^2 \rangle &= \frac{V_m^2}{2\pi} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi}{T} t + \vartheta_o \right) + \frac{1}{2} \sin 2 \left( \frac{2\pi}{T} t + \vartheta_o \right) \right]_0^T \\
\langle V^2 \rangle &= \frac{V_m^2}{2\pi} \left\{ \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi}{T} T + \vartheta_o \right) + \frac{1}{2} \sin 2 \left( \frac{2\pi}{T} T + \vartheta_o \right) \right] - \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi}{T} 0 + \vartheta_o \right) + \frac{1}{2} \sin 2 \left( \frac{2\pi}{T} 0 + \vartheta_o \right) \right] \right\} \\
&= \frac{V_m^2}{2\pi} \left\{ \left[ \frac{1}{2} (2\pi + \vartheta_o) + \frac{1}{2} \sin 2(2\pi + \vartheta_o) \right] - \left[ \frac{1}{2} (0 + \vartheta_o) + \frac{1}{2} \sin 2(0 + \vartheta_o) \right] \right\} \\
&= \frac{V_m^2}{2\pi} \left\{ \left[ \pi + \frac{\vartheta_o}{2} + \frac{1}{2} \sin(4\pi + 2\vartheta_o) \right] - \left[ \frac{\vartheta_o}{2} + \frac{1}{2} \sin(2\vartheta_o) \right] \right\}
\end{aligned}$$

Mengingat sifat periodisitas fungsi sinus maka  $\sin(4\pi + 2\vartheta_o) = \sin(2\vartheta_o)$  maka kita dapat menulis

$$\begin{aligned}
\langle V^2 \rangle &= \frac{V_m^2}{2\pi} \left\{ \left[ \pi + \frac{\vartheta_o}{2} + \frac{1}{2} \sin(2\vartheta_o) \right] - \left[ \frac{\vartheta_o}{2} + \frac{1}{2} \sin(2\vartheta_o) \right] \right\} \\
&= \frac{V_m^2}{2\pi} \times \pi = \frac{V_m^2}{2}
\end{aligned}$$

Akhirnya, tegangan rms menjadi

$$\begin{aligned}
V_{rms} &= \sqrt{\langle V^2 \rangle} = \sqrt{\frac{V_m^2}{2}} \\
&= \frac{V_m}{\sqrt{2}}
\end{aligned} \tag{8.14}$$

Contoh

Tegangan listrik PLN di Indonesia memiliki frekuensi 50 Hz. Tegangan yang dialirkan ke rumah tangga besarnya 220 V. Nyatakan tegangan tersebut sebagai fungsi waktu

Jawab

Diberikan

$f = 50$  Hz

Maka periode adalah  $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50}$  s

Tegangan 220 V yang dialirkan ke rumah tangga merupakan tegangan rms. Jadi,  $V_{rms} = 220$  V.

Dengan demikian, amplitudo tegangan adalah

$$V_m = \sqrt{2} \times V_{rms} = 220\sqrt{2} \text{ volt}$$

Kita dapatkan tegangan sebagai fungsi waktu sebagai berikut

$$\begin{aligned} V(t) &= V_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right) = 220\sqrt{2} \cos\left(\frac{2\pi}{1/50}t + \vartheta_o\right) \\ &= 220\sqrt{2} \cos(100\pi t + \vartheta_o) \end{aligned}$$

dengan  $\vartheta_o$  dapat diberi nilai sembarang.

## 8.5 Daya dan Daya Rata-Rata

Seperti pada arus searah, pada arus bolak-balik disipasi daya pada sebuah hambatan juga merupakan perkalian arus dan tegangan antara dua ujung hambatan. Misalkan sebuah hambatan R dialiri arus bolak-balik. Misalkan tegangan antara dua ujung hambatan memenuhi

$$V = V_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right)$$

Berdasarkan hukum Ohm, arus yang mengalir pada hambatan adalah

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V_m}{R} \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right)$$

Disipasi daya pada hambatan memenuhi

$$P = VI = \frac{V^2}{R}$$

Disipasi daya rata-rata pada hambatan adalah

$$\langle P \rangle = \left\langle \frac{V^2}{R} \right\rangle = \frac{\langle V^2 \rangle}{R} \quad (8.15)$$

Pembilang pada persamaan (8.15) tidak lain daripada kuadrat dari tegangan rms. Jadi kita dapat menulis

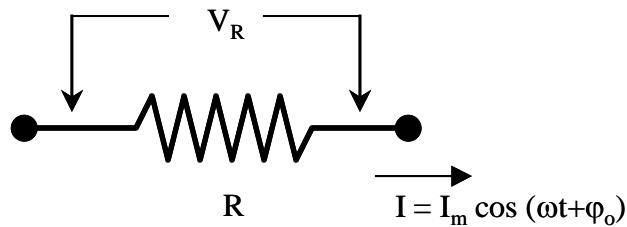
$$\langle P \rangle = \frac{V_{rms}^2}{R} \quad (8.16)$$

### 8.6 Tegangan bolak-balik pada dua ujung hambatan

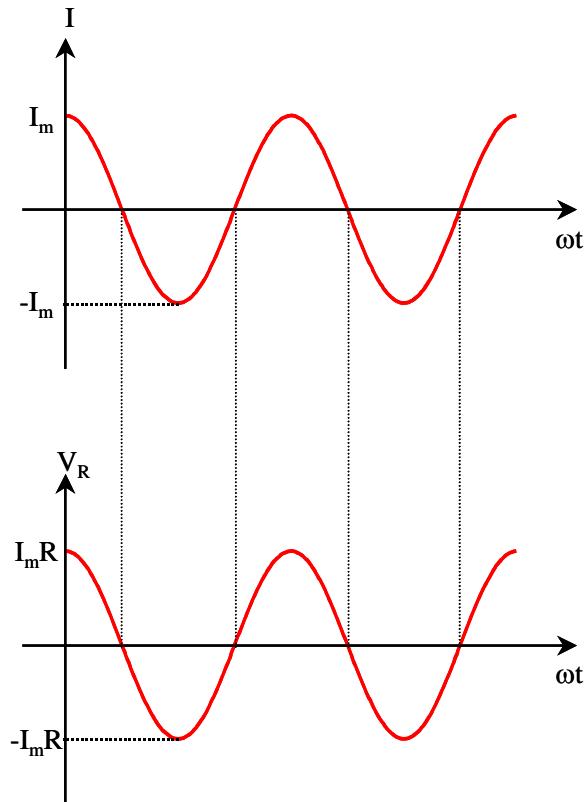
Misalkan arus bolak-balik yang mengalir pada hambatan adalah

$$I = I_m \cos(\omega t + \vartheta_0) \quad (8.17)$$

dengan  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ . Berapa tegangan antara dua ujung hambatan tersebut?



Gambar 8.6 Arus bolak-balik melewati sebuah hambatan



Gambar 8.7 Kurva tegangan dan arus sebagai fungsi waktu kerika arus bolak-balik dilewatkan

*pada sebuah resistor*

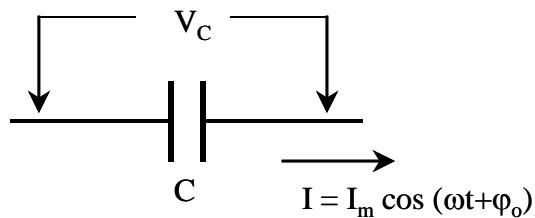
Tegangan tersebut dapat dicari dengan menggunakan hukum Ohm, yaitu

$$V_R = IR = I_m R \cos(\omega t + \vartheta_o) \quad (8.18)$$

Tampak bahwa arus dan tegangan berubah secara bersamaan. Ketika arus nol, tegangan pun nol dan ketika arus maksimum, tegangan pun maksimum. Jika kita buatkan kurva arus dan tegangan maka kita dapatkan Gambar 8.7

### 8.7 Tegangan antara dua ujung kapasitor

Misalkan arus yang mengalir pada kapasitor juga memenuhi persamaan (8.17). Berapa tegangan antara dua ujung kapasitor tersebut? Lihat Gambar 8.8



*Gambar 8.8 Arus bolak-balik melewati sebuah kapasitor*

Mari kita hitung. Tegangan antara dua ujung kapasitor dapat dihitung dengan persamaan

$$V_C = \frac{Q}{C} \quad (8.19)$$

Selanjutnya kita menentukan Q dengan cara mengintegralkan terhadap waktu arus yang mengalir pada kapasitor.

$$\begin{aligned} Q &= \int Idt = \int I_m \cos(\omega t + \vartheta_o) dt = I_m \int \cos(\omega t + \vartheta_o) dt \\ &= \frac{I_m}{\omega} \sin(\omega t + \vartheta_o) \end{aligned} \quad (8.20)$$

Dengan demikian, tegangan antara dua ujung kapasitor adalah

$$V_C = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t + \vartheta_o) \quad (8.21)$$

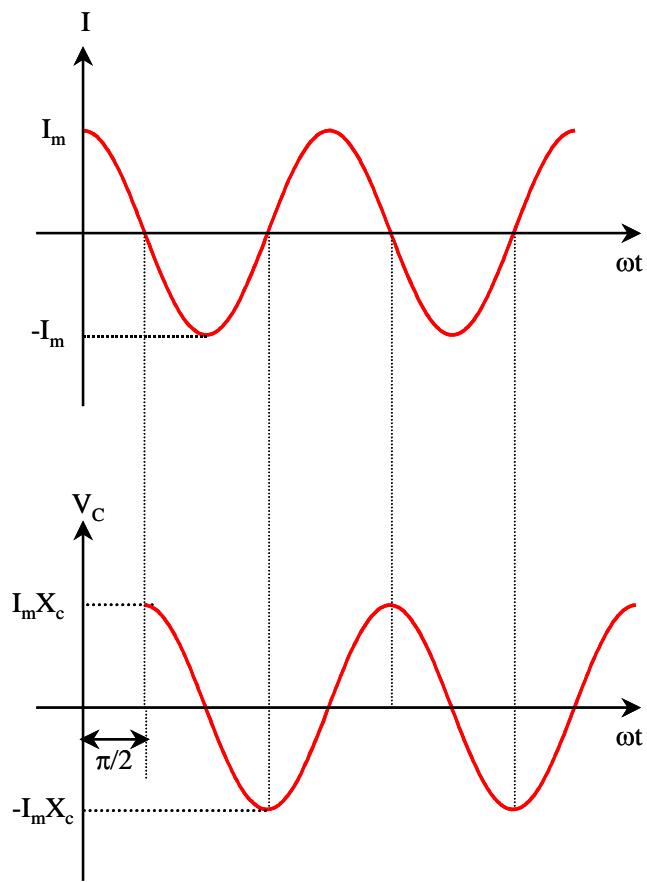
Persamaan (8.21) di atas dapat ditulis sebagai

$$V_C = I_m X_C \sin(\omega t + \vartheta_o) \quad (8.22)$$

dengan

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (8.23)$$

Peranan  $X_C$  sama dengan peranan hambatan. Jadi pada arus bolak-balik kapasitor berperan sebagai hambatan dengan nilai hambatan  $X_C$ . Besaran ini sering dinamakan **reaktansi kapasitif**.



Gambar 8.9 Kurva arus dan tegangan ketika arus bolak-balik melewati sebuah kapasitor

Hambatan kapasitor bergantung pada frekuensi arus yang melewati kapasitor tersebut. Jika frekuensi arus sangat besar maka hambatan kapasitor makin kecil. Untuk frekuensi yang menuju

tak berhingga maka hambatan kapasitor menuju nol, yang berarti kapasitor seolah-olah terhubung singkat. Sebaliknya jika frekuensi arus yang mengalir pada kapasitor menuju nol maka hambatan kapasitor menuju tak berhingga. Dalam kondisi ini kapasitor berperilaku sebagai sebuah saklar yang terbuka. Ini penyebab mengapa kapasitor tidak dapat dilewati arus DC. Arus DC memiliki frekuensi nol.

Dengan aturan trigonometri kita mendapatkan hubungan

$$\sin(\omega t + \vartheta_o) = \cos\left(\omega t + \vartheta_o - \frac{\pi}{2}\right) \quad (8.24)$$

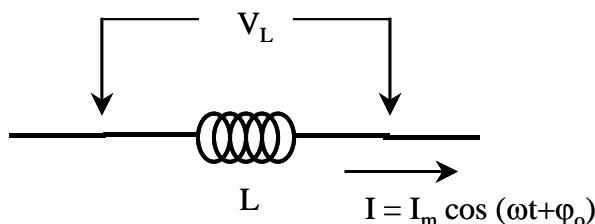
Dengan demikian, tegangan antara dua ujung kapasitor dapat ditulis sebagai

$$V_C = I_m X_C \cos\left(\omega t + \vartheta_o - \frac{\pi}{2}\right) \quad (8.25)$$

Kurva arus yang mengalir pada kapasitor dan tegangan antara dua ujung kapasitor tampak pada Gambar 8.9. Tampak pada Gambar 8.9 bahwa kurva tegangan dapat diperoleh dari kurva arus dengan menggeser fasa sebesar  $\pi/2$  atau  $90^\circ$ . Dengan kata lain tegangan antara dua ujung kapasitor muncul lebih lambat daripada arus. Atau tegangan pada kapasitor mengikuti arus dengan keterlambatan fasa  $\pi/2$ .

## 8.8 Tegangan antara dua ujung inductor

Misalkan inductor dengan induktansi  $L$  juga dialiri arus yang memenuhi persamaan (8.17). Berapa tegangan antara dua ujung induksor tersebut?



*Gambar 8.10 Arus bolak-balik melewati sebuah induktor*

Mari kita hitung. Tegangan antara dua ujung inductor dapat ditentukan dari persamaan

$$V_L = L \frac{dI}{dt} \quad (8.26)$$

Dengan menggunakan I pada persamaan (8.17) maka diperoleh

$$V_L = L \frac{d}{dt} [I_m \cos(\omega t + \vartheta_o)] = -\omega L I_m \sin(\omega t + \vartheta_o)$$

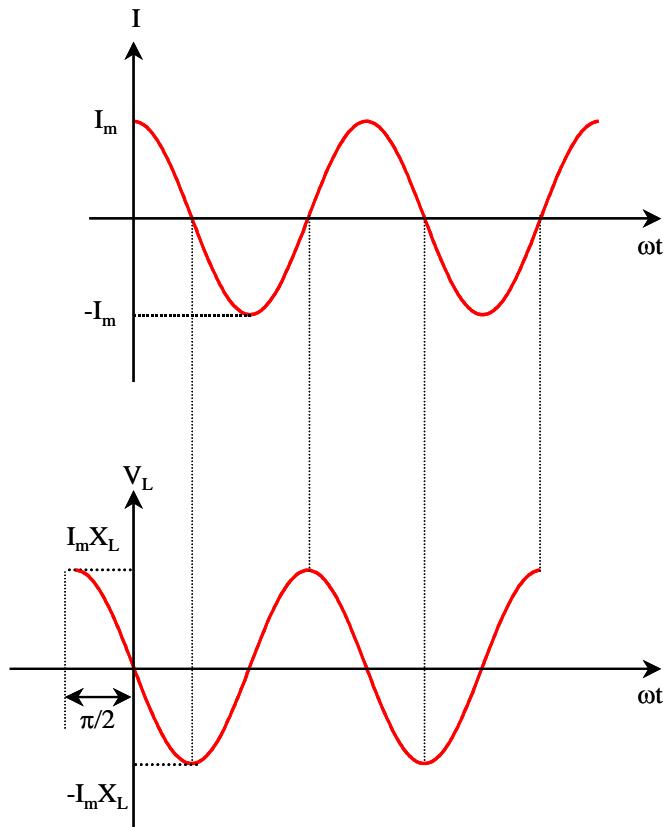
Jika kita mendefinisikan

$$X_L = \omega L \quad (8.27)$$

kita dapat menulis

$$V_L = -I_m X_L \sin(\omega t + \vartheta_o) \quad (8.28)$$

Tampak dari persamaan (8.28) bahwa ketika dialiri arus bolak-balik, inductor berperan sebagai hambatan dengan nilai hambatan  $X_L$ . Besaran  $X_L$  sering juga disebut **reaktansi induktif**. Nilai hambatan ini makin besar jika frekuensi arus makin besar. Jika frekuensi arus menuju tak berhingga maka hambatan inductor menuju tak berhingga. Dalam kondisi ini, inductor berperan sebagai sebuah saklar terbuka. Sebaliknya, jika frekuensi arus menuju nol maka hambatan inductor juga menuju nol, atau inductor seperti terhubung singkat.



*Gambar 8.11 Kurva arus dan tegangan ketika arus bolak-balik melewati sebuah induktor*

Dengan aturan trigonometri kita dapat menulis

$$-\sin(\omega t + \vartheta_o) = \cos\left(\omega t + \vartheta_o + \frac{\pi}{2}\right) \quad (8.29)$$

Dengan demikian, tegangan antara dua ujung inductor dapat juga ditulis sebagai

$$V_L = I_m X_L \cos\left(\omega t + \vartheta_o + \frac{\pi}{2}\right) \quad (8.30)$$

Gbr 8.11 adalah kurva arus dan tegangan antara dua ujung inductor. Tampak bahwa kurva VL dapat diperoleh dari kurva arus dengan menggeser fasa ke kiri sebesar  $\pi/2$  atau  $90^\circ$ . Ini menandakan bahwa tegangan antara dua ujung inductor mendahului arus dengan fasa sebesar  $\pi/2$  atau  $90^\circ$ .

## 8.9 Disipasi daya pada kapasitor dan inductor

Kita sudah memahami bahwa jika sebuah hambatan dilewati arus maka timbul disipasi daya. Ketika dilewati arus bolak-balik, kapasitor dan inductor berperan sebagai hambatan. Berapakah disipasi daya pada dua komponen tersebut? Mari kita analisis satu per satu.

### a) Disipasi daya pada kapasitor

Disipasi daya pada kapasitor memenuhi

$$P_C = V_C I \quad (8.31)$$

Dengan mensubstitusi arus para persamaan (8.17) dan tegangan VC pada persamaan (8.25) ke dalam persamaan (8.31) maka

$$\begin{aligned} P_C &= \left[ I_m X_C \cos\left(\omega t + \vartheta_o - \frac{\pi}{2}\right) \right] \times [I_m \cos(\omega t + \vartheta_o)] \\ &= I_m^2 X_C \cos\left(\omega t + \vartheta_o - \frac{\pi}{2}\right) \cos(\omega t + \vartheta_o) \end{aligned}$$

Selanjutnya kita hitung disipasi daya rata-rata, yaitu

$$\langle P_C \rangle = I_m^2 X_C \left\langle \cos\left(\omega t + \vartheta_o - \frac{\pi}{2}\right) \cos(\omega t + \vartheta_o) \right\rangle$$

$$= I_m^2 X_C \times \frac{1}{T} \int_0^T \cos\left(\omega t + \vartheta_o - \frac{\pi}{2}\right) \cos(\omega t + \vartheta_o) dt$$

Untuk menyelesaikan integral di atas, kita ganti  $\cos\left(\omega t + \vartheta_o - \frac{\pi}{2}\right)$  dengan  $\sin(\omega t + \vartheta_o)$  sehingga

$$\langle P_C \rangle = \frac{I_m^2 X_C}{T} \int_0^T \sin(\omega t + \vartheta_o) \cos(\omega t + \vartheta_o) dt \quad (8.32)$$

Kita misalkan

$$\sin(\omega t + \vartheta_o) = u \quad (8.33)$$

Diferensiasi ruas kiri dan kanan maka

$$\omega \cos(\omega t + \vartheta_o) dt = du$$

atau

$$\cos(\omega t + \vartheta_o) dt = \frac{du}{\omega}$$

Dengan demikian

$$\int \sin(\omega t + \vartheta_o) \cos(\omega t + \vartheta_o) dt = \int u du = \frac{1}{2} u^2 = \frac{1}{2} \sin^2(\omega t + \vartheta_o)$$

Jadi persamaan (8.32) menjadi

$$\langle P_C \rangle = \frac{I_m^2 X_C}{T} \left[ \frac{1}{2} \sin^2(\omega T + \vartheta_o) - \sin^2(0 + \vartheta_o) \right]$$

Mengingat  $\omega = 2\pi/T$  maka  $\omega T = 2\pi$  sehingga

$$\langle P_C \rangle = \frac{I_m^2 X_C}{2T} [\sin^2(2\pi + \vartheta_o) - \sin^2(\vartheta_o)]$$

Karena sifat periodisitas fungsi sinus maka  $\sin(2\pi + \vartheta_o) = \sin(\vartheta_o)$  dan akhirnya diperoleh

$$\langle P_C \rangle = \frac{I_m^2 X_C}{2T} [\sin^2(\vartheta_o) - \sin^2(\vartheta_o)] = 0$$

Jadi, disipasi daya rata-rata pada kapasitor adalah nol. Kapasitor yang dilewati arus bolak-balik tidak mengalami pemanasan seperti yang dialami resistor, walaupun pada rangkaian bolak-balik kapasitor berperan sepeserti sebuah hambatan.

### b) Disipasi daya pada induktor

Disipasi daya pada kapasitor memenuhi

$$P_L = V_L I \quad (8.34)$$

Dengan mensubstitusi arus para persamaan (8.17) dan tegangan VL pada persamaan (8.30) maka

$$\begin{aligned} P_L &= \left[ I_m X_L \cos\left(\omega t + \vartheta_o + \frac{\pi}{2}\right) \right] \times [I_m \cos(\omega t + \vartheta_o)] \\ &= I_m^2 X_L \cos\left(\omega t + \vartheta_o + \frac{\pi}{2}\right) \cos(\omega t + \vartheta_o) \end{aligned}$$

Selanjutnya kita hitung disipasi daya rata-rata, yaitu

$$\begin{aligned} \langle P_L \rangle &= I_m^2 X_L \left\langle \cos\left(\omega t + \vartheta_o + \frac{\pi}{2}\right) \cos(\omega t + \vartheta_o) \right\rangle \\ &= I_m^2 X_L \times \frac{1}{T} \int_0^T \cos\left(\omega t + \vartheta_o + \frac{\pi}{2}\right) \cos(\omega t + \vartheta_o) dt \quad (8.35) \end{aligned}$$

Untuk menyelesaikan integral pada persamaan (8.35), kita ganti  $\cos\left(\omega t + \vartheta_o + \frac{\pi}{2}\right)$  dengan  $-\sin(\omega t + \vartheta_o)$  sehingga

$$\langle P_L \rangle = -\frac{I_m^2 X_L}{T} \int_0^T \sin(\omega t + \vartheta_o) \cos(\omega t + \vartheta_o) dt$$

Selanjutnya kita misalkan

$$\sin(\omega t + \vartheta_o) = u$$

Diferensiasi ruas kiri dan kanan maka

$$\omega \cos(\omega t + \vartheta_o) dt = du$$

atau

$$\cos(\omega t + \vartheta_o) dt = \frac{du}{\omega}$$

Dengan demikian

$$\int \sin(\omega t + \vartheta_o) \cos(\omega t + \vartheta_o) dt = \int u du = \frac{1}{2} u^2 = \frac{1}{2} \sin^2(\omega t + \vartheta_o)$$

Jadi

$$\langle P_L \rangle = -\frac{I_m^2 X_L}{T} \left[ \frac{1}{2} \sin^2(\omega T + \vartheta_o) \right]_0^T = -\frac{I_m^2 X_L}{2T} [\sin^2(\omega T + \vartheta_o) - \sin^2(0 + \vartheta_o)]$$

Mengingat  $\omega = 2\pi/T$  maka  $\omega T = 2\pi$  sehingga

$$\langle P_L \rangle = -\frac{I_m^2 X_L}{2T} [\sin^2(2\pi + \vartheta_o) - \sin^2(\vartheta_o)]$$

Karena sifat periodisitas fungsi sinus maka  $\sin(2\pi + \vartheta_o) = \sin(\vartheta_o)$  dan akhirnya diperoleh

$$\langle P_L \rangle = -\frac{I_m^2 X_L}{2T} [\sin^2(\vartheta_o) - \sin^2(\vartheta_o)] = 0$$

Jadi, disipasi daya rata-rata pada induktor juga nol, sama dengan disipasi daya pada kapasitor.

## 8.10 Diagram Fasor

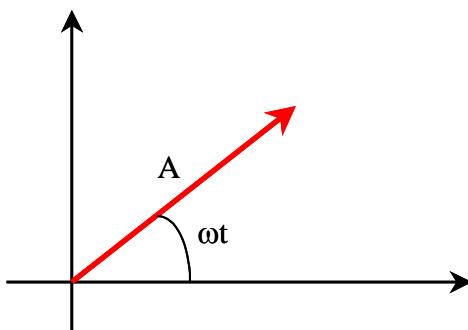
Pada bagian berikutnya kita akan mempelajari rangkaian arus bolak-balik. Pencarian arus dan tegangan pada rangkaian ini lebih rumit daripada pencarian yang sama pada rangkaian arus searah. Pada rangkaian arus bolak-balik kita akan memecahkan besaran-besaran yang mengandung fungsi trigonometri.

Untuk mempermudah pembahasan tentang arus bolak-balik, pada bagian ini kita akan

mempelajari diagram fasor. Diagram fasor sangat memudahkan kita dalam melakukan operasi aljabar pada fungsi-fungsi trigonometri. Karena arus maupun tegangan bolak-balik merupakan fungsi trigonometri maka kita akan merasa tertolong dengan menggunakan diagram fasor. Dalam diagram fasor, sebuah fungsi trigonometri digambarkan sebagai sebuah vektor dalam koordinat dua dimensi. Panjang vektor tersebut sama dengan amplitudo fungsi dan sudut yang dibentuk vektor dengan arah sumbu datar sama dengan fase fungsi tersebut. Contohnya, kita memiliki fungsi

$$V = A \cos(\omega t) \quad (8.36)$$

Tampak amplitudo fungsi di atas adalah  $A$  dan fasenya adalah  $\omega t$ . Jika direpresentasikan dalam diagram fasor maka kita akan dapatkan vektor dengan panjang  $A$  dan membentuk sudut  $\omega t$  terhadap sumbu datar, seperti ditunjukkan dalam Gambar 8.12



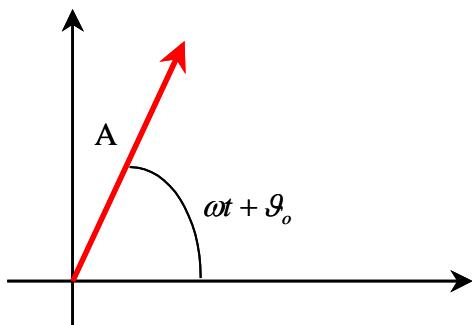
*Gambar 8.12 Contoh diagram fasor untuk fungsi pada persamaan (8.36)*

Contoh

Gambarkan diagram fasor fungsi  $V = A \cos(\omega t + \vartheta_0)$

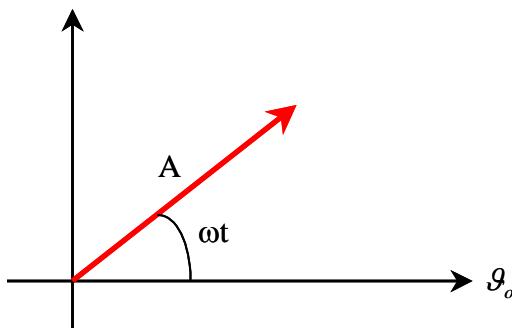
Jawab

Kita gambarkan vektor yang panjangnya  $A$  dan membentuk sudut  $\omega t + \vartheta_0$  terhadap sumbu datar.



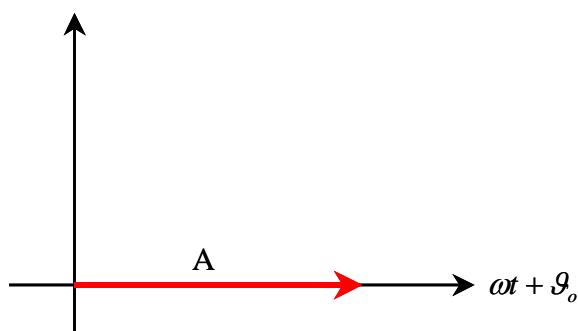
*Gambar 8.13 Diagram fasor untuk fungsi  $V = A \cos(\omega t + \vartheta_0)$*

Cara lain menggambar diagram fasor adalah kita dapat memberikan sudut berapa saja pada arah yang sejajar sumbu datar. Dengan pemberian sudut ini maka sudut antara vektor dengan sumbu datar sama dengan selisih sudut fase mula-mula dengan sudut yang diberikan dalam arah datar tersebut. Sebagai contoh, untuk fungsi  $V = A \cos(\omega t + \vartheta_0)$  kita dapat memberikan sudut  $\vartheta_0$  untuk arah datar. Akibatnya, sudut yang dibentuk vektor terhadap arah datar menjadi  $\omega t$  saja. Diagram fasornya adalah



*Gambar 8.14 Diagram fasor untuk fungsi  $V = A \cos(\omega t + \vartheta_0)$  dengan mengambil sumbu datar memiliki sudut fasa  $\vartheta_0$*

Lebih ekstrim lagi, kita dapat juga memberikan sudut  $\omega t + \vartheta_0$  untuk arah datar. Pemilihan ini menyebabkan bentuk diagram fasor sebagai berikut



*Gambar 8.15 Diagram fasor untuk fungsi  $V = A \cos(\omega t + \vartheta_0)$  dengan mengambil sumbu datar memiliki sudut fasa  $\omega t + \vartheta_0$*

**Tambahan.** Untuk menggambarkan diagraan fasor, lebih dianjurkan semua fungsi dinyatakan dalam fungsi kosinus. Jika dijumpai fungsi sinus, maka fungsi tersebut diubah ke fungsi kosinus dengan menggunakan hubungan

$$\sin \theta = \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) \quad (8.37)$$

Contoh

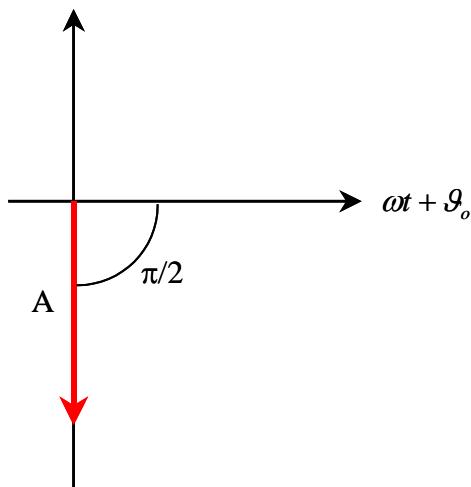
Gambarkan diagram fasor fungsi  $V = A \sin(\omega t + \vartheta_o)$

Jawab

Pertama, kita ubah fungsi di atas menjadi fungsi kosinus dengan menggunakan hubungan (57.37)

$$V = A \sin(\omega t + \vartheta_o) = A \cos\left(\omega t + \vartheta_o - \frac{\pi}{2}\right)$$

Selanjutnya kita gambarkan diagram fasor dengan memiliki fase arah datar sembarang. Jika kita pilih fase arah datar adalah  $\omega t + \vartheta_o$  maka diagram fasor menjadi sebagai berikut



*Gambar 57.16 Diagram fasor untuk fungsi  $V = A \sin(\omega t + \vartheta_o)$*

## 8.11 Operasi Trigonometri dengan Diagram Fasor

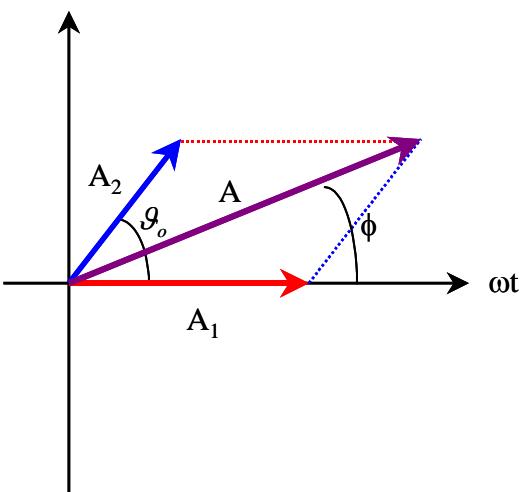
Sekarang kita akan mencari hasil penjumlahan dan pengurangan fungsi trigonometri dengan menggunakan diagram fasor. Akan terlihat bahwa yang kita cari nanti ternyata proses penjumlahan dan pengurangan vektor seperti yang telah kita pelajari di kelas satu.

Contohnya, kita akan menjumlahkan dua buah fungsi trigonometri

$$V_1 = A_1 \cos(\omega t)$$

$$V_2 = A_2 \cos(\omega t + \vartheta_o)$$

Kita akan mencari fungsi  $V = V_1 + V_2$ . Yang pertama kali yang akan kita lakukan adalah menggambarkan  $V_1$  dan  $V_2$  dalam diagram fasor. Karena kedua fungsi trigonometri di atas memiliki salah satu komponen fase yang sama yaitu  $\omega t$ , maka akan sangat tertolong apabila kita pilih sumbu datar memiliki fase  $\omega t$ . Akibatnya, fungsi  $V_1$  digambarkan sebagai vektor yang searah sumbu datar dan fungsi  $V_2$  digambarkan sebagai vektor yang membentuk sudut  $\vartheta_o$  terhadap sumbu datar. Diagram fasornya sebagai berikut

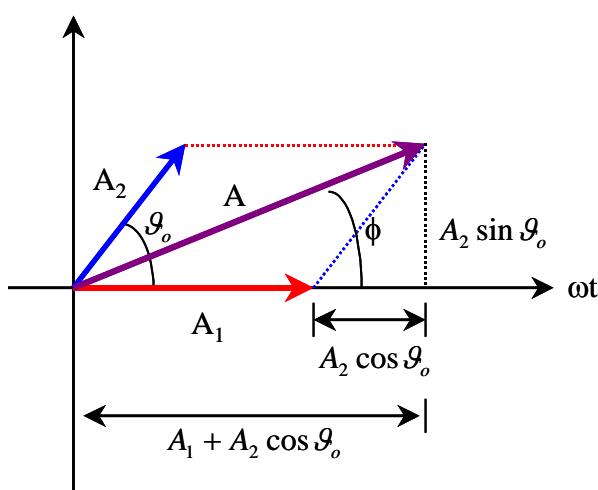


*Gambar 8.17 Diagram fasor fungsi  $V_1$  dan  $V_2$  serta fungsi hasil penjumlahan*

Yang perlu kita cari selanjutnya adalah mencari panjang vektor  $V$  yaitu  $A$  dan menentukan sudut yang dibentuk vektor  $V$  dengan sumbu datar, yaitu  $\phi$ . Dengan aturan penjumlahan vektor metode jajaran genjang kita dapatkan

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \vartheta_o} \quad (8.38)$$

Untuk menentukan  $\phi$ , lihat gambar (8.18) berikut ini



*Gambar 8.18 Menentukan sudut fasa fungsi hasil penjumlahan V1 dan V2*

Tampak dari gambar di atas, vektor A memiliki komponen arah horizontal

$$A_h = A_1 + A_2 \cos \vartheta_o \quad (8.39)$$

dan komponen arah vertikal

$$A_v = A_2 \sin \vartheta_o \quad (8.40)$$

Panjang vektor A dapat juga ditulis dalam bentuk

$$A = \sqrt{A_h^2 + A_v^2} = \sqrt{(A_1 + A_2 \cos \vartheta_o)^2 + (A_2 \sin \vartheta_o)^2} \quad (8.41)$$

Sundut yang dibentuk vektor A dengan sumbu datar memenuhi

$$\tan \phi = \frac{A_v}{A_h} = \frac{A_2 \sin \vartheta_o}{A_1 + A_2 \cos \vartheta_o} \quad (8.42)$$

Setelah panjang A dan sudut  $\phi$  ditentukan maka fungsi penjumlahan V dapat diperoleh, yaitu

$$V = A \cos(\omega t + \phi) \quad (8.43)$$

Contoh

Dua fungsi trigonometri masing-masing berbentuk

$$V_1 = 7 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$$

dan

$$V_2 = 5 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

a) Gambarkan diagram fasor yang memuat dua fungsi di atas

b) Tentukan persamaan untuk fungsi  $V = V_1 + V_2$

Jawab

Untuk memudahkan kita ubah semua fungsi trigonometri dalam bentuk kosinus. Jadi

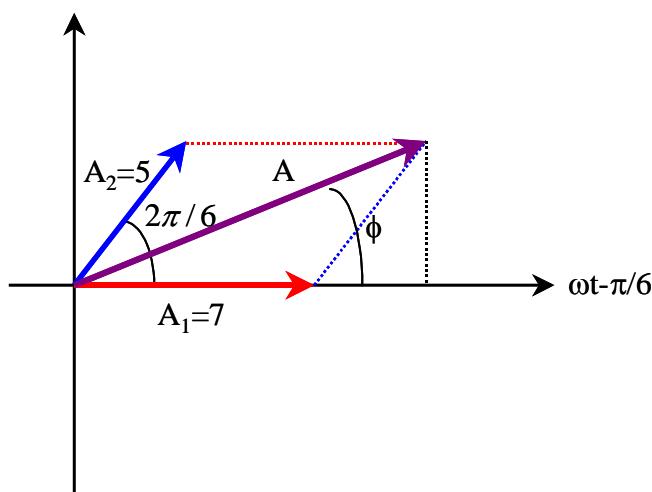
$$V_1 = 7 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) = 7 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = 7 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$$

a) Untuk menggambar diagram fasor, kita dapat mengambil arah horizontal memiliki sudut  $\omega t - \pi/6$ . Diagram fasor tampak pada Gbr 8.19

b) Amplitudo hasil penjumlahan dua fungsi dia atas adalah

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \vartheta_o} = \sqrt{7^2 + 5^2 + 2 \times 7 \times 5 \times \cos(2\pi/6)}$$

$$= \sqrt{109} = 10,4$$



*Gambar 8.19*

Sudut yang dibentuk vektor A dengan sumbu datar memenuhi

$$\tan \phi = \frac{A_v}{A_h} = \frac{A_2 \sin \vartheta_o}{A_1 + A_2 \cos \vartheta_o} = \frac{5 \sin(2\pi/6)}{7 + 5 \cos(2\pi/6)} = \frac{5 \times 0,867}{7 + 5 \times 0,5} = 0,456$$

atau

$$\phi = 24,5^\circ = 0,14\pi$$

Dengan demikian, kebergantungan fungsi V terhadap waktu menjadi

$$V = A \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6} + \phi\right) = 10,4 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6} + 0,14\pi\right) = 10,4 \cos(\omega t + 0,03\pi)$$

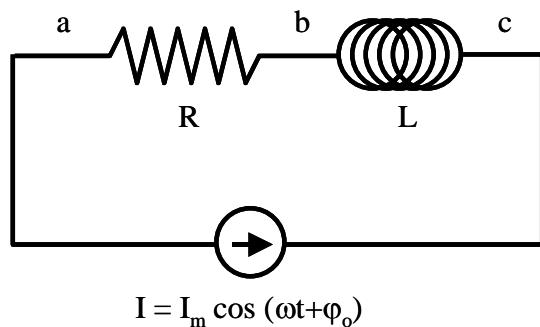
## 8.12 Rangkaian Arus Bolak-Balik

Berbekal pemahaman tentang diagram fasor maka kita dapat melakukan analisis rangkaian

bolak-balik dengan mudah. Yang dimaksud dengan rangkaian bolak-balik di sini adalah rangkaian yang dialiri arus bolak-balik. Pada bagian ini kita hanya akan membahas rangkaian yang mengandung resistor, inductor, dan kapasitor. Pada prinsipnya, komponen apa pun yang dipasang pada rangkaian bolak-balik dapat diganti dengan rangkaian yang mengandung resistor, kapasitor, dan inductor yang menghasilkan sifat yang serupa.

### a) Rangkaian RL Seri

Rangkaian ini hanya mengandung resistor dan inductor yang disusun secara seri seperti pada Gbr 8.20



*Gambar 8.20 Contoh rangkaian RL seri*

Kita ingin mencari tegangan antara titik a dan b, antara titik b dan c dan antara titik a dan c. Mari kita analisis.

Diberikan  $I = I_m \cos(\omega t + \varphi_o)$ . Tegangan antara dua ujung hambatan memiliki fasa yang sama dengan arus. Maka kita dapatkan

$$V_{ab} = I_m R \cos(\omega t + \varphi_o)$$

Tegangan antara dua ujung inductor memiliki fasa yang mendahului arus sebesar  $\pi/2$ . Maka kita dapatkan

$$V_{bc} = I_m X_L \cos(\omega t + \varphi_o + \pi/2)$$

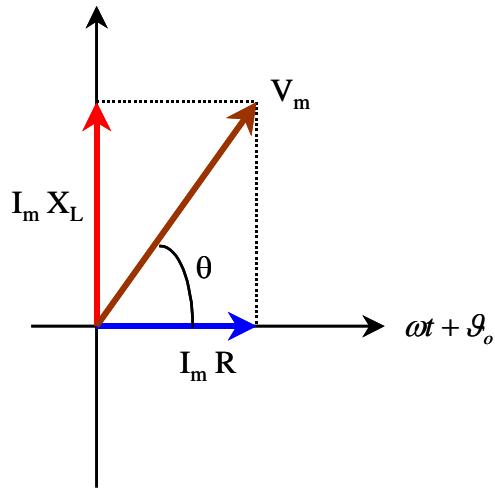
dengan

$$X_L = \omega L$$

Tegangan antara ujung kiri resistor dengan ujung kanan inductor menjadi

$$\begin{aligned} V_{ac} &= V_{ab} + V_{bc} \\ &= I_m R \cos(\omega t + \vartheta_o) + I_m X_L \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2) \end{aligned} \quad (8.44)$$

Kita menemui penjumlahan trigonometri yang tidak sefasa. Maka kita dapat menggunakan diagram fasor untuk menyelesaiakannya. Gbr 8.21 adalah diagram fasor yang kita gunakan



Gambar 8.21 Diagram fasor untuk penjumlahan persamaan (8.44)

Kita pilih sumbu datar memiliki sudut fasa  $(\omega t + \vartheta_o)$  agar memudahkan penyelesaian. Dengan dalil Phitagoras maka

$$\begin{aligned} V_m &= \sqrt{(I_m R)^2 + (I_m X_L)^2} = \sqrt{I_m^2 (R^2 + X_L^2)} \\ &= I_m \sqrt{R^2 + X_L^2} \end{aligned} \quad (8.45)$$

dan

$$\tan \theta = \frac{I_m X_L}{I_m R} = \frac{X_L}{R} \quad (8.46)$$

Akirnya kita dapatkan bentuk umum tegangan antara titik a dan c sebagai berikut

$$\begin{aligned} V_{ac} &= V_m \cos(\omega t + \vartheta_o + \theta) \\ &= I_m \sqrt{R^2 + X_L^2} \cos(\omega t + \vartheta_o + \theta) \end{aligned} \quad (8.47)$$

Persamaan (8.45) dapat juga ditulis sebagai

$$V_{ac} = I_m Z \cos(\omega t + \vartheta_o + \theta) \quad (8.48)$$

dengan

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \quad (8.49)$$

disebut impedansi rangkaian seri RL.

Contoh

Hambatan  $30 \text{ k}\Omega$  dihubungkan secara seri dengan induktor  $0,5 \text{ H}$  pada suatu rangkaian ac. Hitung impedansi rangkaian jika frekuensi sumber arus adalah (a)  $60 \text{ Hz}$ , dan b)  $5,0 \times 10^4 \text{ Hz}$

Jawab

a)  $f = 60 \text{ Hz}$  maka  $\omega = 2\pi f = 2 \times 3,14 \times 60 = 376,8 \text{ rad/s}$

$$X_L = \omega L = 376,8 \times 0,5 = 188,4 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(3 \times 10^4)^2 + (188,4)^2} \approx 3 \times 10^4 = 30 \text{ k}\Omega$$

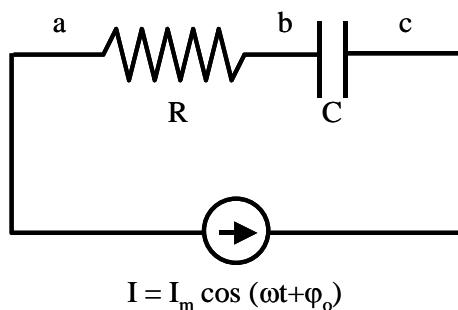
b)  $f = 5,0 \times 10^4 \text{ Hz}$  maka  $\omega = 2\pi f = 2 \times 3,14 \times (5 \times 10^4) = 3,14 \times 10^5 \text{ rad/s}$

$$X_L = \omega L = (3,14 \times 10^5) \times 0,5 = 1,57 \times 10^5 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(3 \times 10^4)^2 + (1,57 \times 10^5)^2} = \sqrt{2,55 \times 10^{10}} = 1,6 \times 10^5 \Omega = 160 \text{ k}\Omega$$

### b) Rangkaian RC Seri

Rangkaian ini hanya mengandung resistor dan kapasitor yang disusun secara seri seperti pada Gbr 8.22



Gambar 8.22 Contoh rangkaian seri RC

Kita ingin mencari tegangan antara titik a dan b, antara titik b dan c dan antara titik a dan c. Mari

kita analisis

Diberikan  $I = I_m \cos(\omega t + \vartheta_o)$ . Tegangan antara dua ujung hambatan memiliki fasa yang sama dengan arus. Maka kita dapatkan

$$V_{ab} = I_m R \cos(\omega t + \vartheta_o)$$

Tegangan antara dua ujung kapasitor memiliki fasa yang mengikuti arus dengan keterlambatan sebesar  $\pi/2$ . Maka kita dapatkan

$$V_{bc} = I_m X_C \cos(\omega t + \vartheta_o - \pi/2)$$

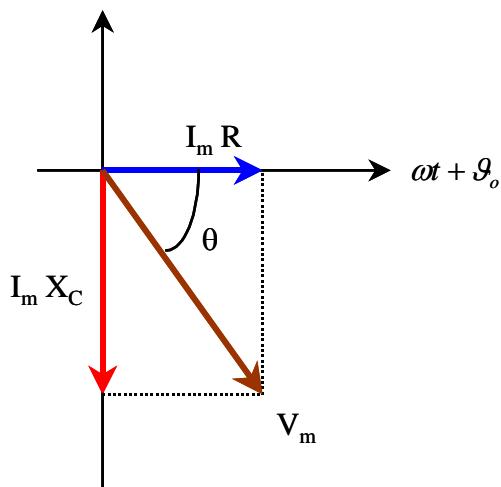
dengan

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

Tegangan antara ujung kiri resistor dengan ujung kanan kapasitor menjadi

$$\begin{aligned} V_{ac} &= V_{ab} + V_{bc} \\ &= I_m R \cos(\omega t + \vartheta_o) + I_m X_C \cos(\omega t + \vartheta_o - \pi/2) \end{aligned} \quad (8.50)$$

Di sini kita menemui penjumlahan trigonometri yang tidak sefasa. Maka kita dapat menggunakan diagram fasor untuk menyelesaiakannya. Gbr 8.23 adalah diagram fasor yang kita gunakan



Gambar 8.23 Diagram fasor untuk penjumlahan persamaan (8.48)

Kita memilih sumbu datar memiliki sudut fasa  $(\omega t + \vartheta_o)$  agar memudahkan penyelesaian.

Dengan rumus Phitagoras maka

$$V_m = \sqrt{(I_m R)^2 + (I_m X_C)^2} = \sqrt{I_m^2 (R^2 + X_C^2)}$$

$$= I_m \sqrt{R^2 + X_C^2} \quad (8.51)$$

dan

$$\tan \theta = \frac{I_m X_C}{I_m R} = \frac{X_C}{R} \quad (8.52)$$

Perhatikan, sudut  $\theta$  ada di bawah sumbu datar. Fase yang dimiliki tegangan total sama dengan fase sumbu datar dikurangi sudut  $\theta$ . Dengan demikian kita dapatkan bentuk umum tegangan antara titik a dan c sebagai berikut

$$V_{ac} = V_m \cos(\omega t + \vartheta_o - \theta)$$

$$V_{ac} = I_m \sqrt{R^2 + X_C^2} \cos(\omega t + \vartheta_o - \theta) \quad (8.53)$$

Persamaan (8.53) dapat juga ditulis sebagai

$$V_{ac} = I_m Z \cos(\omega t + \vartheta_o - \theta) \quad (8.54)$$

dengan

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \quad (8.55)$$

disebut impedansi rangkaian seri RC.

### Contoh

Rangkaian seri RC mengandung hambatan  $100 \Omega$  dan kapasitansi  $1 \mu\text{F}$ . Jika tegangan antara dua ujung kapasitor adalah  $10 \cos(2000 t + \pi/6)$  volt tentukan

- a) Arus yang mengalir
- b) Tegangan antara dua ujung resistor
- c) Tegangan total antara ujung resistor dan ujung kapasitor

Jawab

Diberikan

$$R = 100 \Omega$$

$$C = 1 \mu F = 10^{-6} F$$

Tegangan antara dua ujung kapasitor

$$VC = 10 \cos(2000 t + \pi/6) \text{ volt}$$

Dari sini diperoleh

$$V_{Cm} = 10 \text{ V}$$

$$\omega = 2000 \text{ rad/s}$$

a) Impedansi kapasitif

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2000 \times 10^{-6}} = 500 \Omega$$

Amplitudo arus yang mengalir

$$I_m = \frac{V_{Cm}}{X_C} = \frac{10}{500} = 2 \times 10^{-2} \text{ A}$$

Pada rangkaian seri RC, fase tegangan antara dua ujung kapasitor mengikuti arus dengan keterlambatan fase  $\pi/2$ . Atau fase arus mendahului fase tegangan antara dua ujung kapasitor dengan beda fase  $\pi/2$ . Karena fase tegangan antara dua ujung kapasitor adalah  $(2000 t + \pi/6)$  maka fase arus adalah  $(2000 t + \pi/6 + \pi/2) = (2000 t + 4\pi/6)$ . Dengan demikian, fungsi arus adalah

$$I = I_m \cos(2000t + 4\pi/6) = 2 \times 10^{-2} \cos(2000t + 4\pi/6) \text{ A}$$

b) Tegangan antara dua ujung resistor.

Fase tegangan antara dua ujung resistor sama dengan fase arus. Amplitudo tegangan antara dua ujung resistor adalah

$$V_{Rm} = I_m R = (2 \times 10^{-2}) \times 100 = 2 \text{ V}$$

Karena sama dengan fase arus maka

$$V_R = V_{Rm} \cos(2000t + 4\pi/6) = 2 \cos(2000t + 4\pi/6)$$

c) Tegangan total antara ujung resistor dan ujung kapasitor

Impedansi total antara dua ujung komponen adalah

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{100^2 + 500^2} = 500,1 \Omega$$

Amplitudo tegangan

$$V_m = I_m Z = (2 \times 10^{-2}) \times 500,1 = 10 \text{ V}$$

Beda fase antara tegangan total dan arus adalah  $\theta$  yang memenuhi

$$\tan \theta = \frac{X_C}{R} = \frac{500}{100} = 5$$

atau

$$\theta = 1,373 \text{ rad} = 0,44\pi \text{ rad.}$$

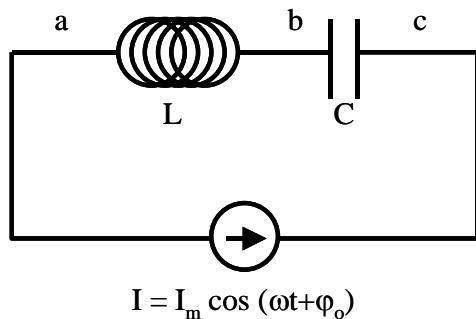
Untuk rangkaian RC, fase tegangan mengikuti arus dengan keterlambatan fase  $\theta = 0,44\pi$ . Karena fase arus adalah  $(2000 t + 4\pi/6)$  maka fase tegangan adalah  $(2000 t + 4\pi/6 - \theta) = (2000 t + 4\pi/6 - 0,44\pi) = (2000 t + 0,23\pi)$ .

Jadi, kebergantungan tegangan total terhadap waktu memenuhi

$$V = V_m \cos(2000t + 0,23\pi) = 10 \cos(2000t + 0,23\pi)$$

### c) Rangkaian LC Seri

Rangkaian ini hanya mengandung induktor dan kapasitor yang disusun secara seri seperti pada Gbr 8.24



*Gambar 8.24 Contoh rangkaian seri LC*

Kita ingin mencari tegangan antara titik a dan b, antara titik b dan c dan antara titik a dan c. Mari kita analisis

Diberikan  $I = I_m \cos(\omega t + \varphi_o)$ . Tegangan antara dua ujung induktor mendahului arus dengan fasa sebesar  $\pi/2$ . Maka kita dapatkan

$$V_{ab} = I_m X_L \cos(\omega t + \varphi_o + \pi/2)$$

dengan  $X_L = \omega L$ . Tegangan antara dua ujung kapasitor memiliki fasa yang mengikuti arus dengan keterlambatan sebesar  $\pi/2$ . Maka kita dapatkan

$$V_{bc} = I_m X_C \cos(\omega t + \vartheta_o - \pi/2)$$

dengan

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

Tegangan antara ujung kiri induktor dengan ujung kanan kapasitor menjadi

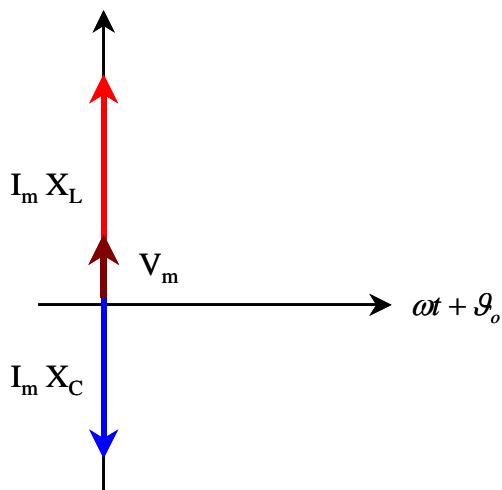
$$\begin{aligned} V_{ac} &= V_{ab} + V_{bc} \\ &= I_m X_L \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2) + I_m X_C \cos(\omega t + \vartheta_o - \pi/2) \end{aligned}$$

Dengan menggunakan sifat  $\cos \alpha = -\cos(\alpha + \pi)$  maka kita dapat menulis

$$\begin{aligned} \cos(\omega t + \vartheta_o - \pi/2) &= -\cos(\omega t + \vartheta_o - \pi/2 + \pi) \\ &= -\cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2) \end{aligned}$$

Dengan demikian kita peroleh

$$\begin{aligned} V_{ac} &= I_m X_L \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2) - I_m X_C \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2) \\ &= I_m (X_L - X_C) \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2) \end{aligned} \quad (8.56)$$



Gambar 8.25 Diagram fasor untuk rangkaian seri LC

Kasus menarik terjadi jika  $X_L = X_C$ , karena  $V_{ab} = 0$ . Kondisi ini terpenuhi jika

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

atau

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (8.57)$$

Kondisi ini diebut kondisi resonansi dan frekuensi  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  disebut **frekuensi resonansi**.

Pada kondisi resonansi terdapat beda tegangan antara dua ujung inductor dan antara dua ujung kapasitor. Tetapi kedua tegangan tersebut sama besar dan berlawanan fasa sehingga saling menghilangkan. Akibatnya, ketika inductor dan kapasitor tersusun secara seri maka tegangan antara ujung ujung luar inductor dan ujung luar kapasitor nol.

### Contoh

Pada rangkaian seri RL terukur tegangan antara dua ujung induksor memenuhi  $2 \sin(1000t)$  volt. Induktansi inductor adalah  $2 \text{ mH}$  dan kapasitansi kapasitor adalah  $0,25 \text{ mF}$ . Tentukan

- arus yang mengalir dalam rangkaian
- tegangan antara dua ujung kapasitor
- tegangan total antara ujung inductor dan ujung kapasitor
- frekuensi arus agar tegangan total antara ujung kapasitor dan ujung inductor nol

Jawab

Diberikan

$$L = 2 \text{ mH} = 2 \times 10^{-3} \text{ H}$$

$$C = 0,25 \text{ mF} = 2,5 \times 10^{-4} \text{ F}$$

$$\omega = 1000 \text{ rad/s}$$

$$V_{Lm} = 2 \text{ V}$$

Reaktansi induktif

$$X_L = \omega L = 1000 \times (2 \times 10^{-3}) = 2 \Omega$$

Reaktansi kapasitif

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 \times (2,5 \times 10^{-4})} = 4 \Omega$$

- arus yang mengalir dalam rangkaian

Arus maksimum yang mengalir memenuhi

$$I_m = \frac{V_{Lm}}{X_L} = \frac{2}{2} = 1 \text{ A}$$

Fase antara dua ujung inductor mendahului arus sebesar  $\pi/2$  radian. Atau fase arus lebih terbelakang sebesar  $\pi/2$  radian terhadap fase tegangan antara ujung inductor. Karena fase antara ujung inductor adalah  $\sin(1000t)$  maka fase arus adalah  $\sin(1000t - \pi/2)$ . Dengan demikian,

fungsi arus menjadi

$$I = I_m \sin(1000t - \pi/2) = 1 \sin(1000t - \pi/2) \text{ A}$$

b) tegangan antara dua ujung kapasitor

Tegangan maksimum antara ujung kapasitor memenuhi

$$V_{Cm} = I_m X_C = 1 \times 4 = 4 \text{ V}$$

Fase antara dua ujung kapasitor mengikuti arus dengan keterlambatan sebesar  $\pi/2$  radian. Karena fase arus adalah  $\sin(1000t - \pi/2)$  maka fase antara dua ujung kapasitor adalah  $\sin(1000t - \pi/2 - \pi/2) = \sin(1000t - \pi)$ . Dengan demikian, fungsi tegangan antara dua ujung kapasitor adalah

$$\begin{aligned} V_C &= V_{Cm} \sin(1000t - \pi) = 4 \sin(1000t - \pi) \\ &= -4 \sin(1000t) \end{aligned}$$

c) tegangan total antara ujung inductor dan ujung kapasitor

$$\begin{aligned} V &= V_R + V_C \\ &= 1 \sin(1000t) - 4 \sin(1000t) = -3 \sin(1000t) \text{ volt} \end{aligned}$$

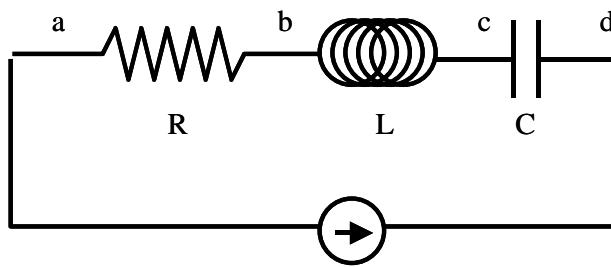
d) frekuensi arus agar tegangan total antara ujung kapasitor dan ujung inductor nol

Kondisi ini dicapai saat resonansi yang memenuhi

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(2 \times 10^{-3}) \times (2,5 \times 10^{-4})}} = 1414 \text{ rad/s}$$

### c) Rangkaian RLC Seri

Sekarang kita meningkat lebih lanjut ke rangkaian RLC yang disusun secara seri seperti pada Gbr 8.26



$$I = I_m \cos(\omega t + \phi_0)$$

*Gambar 8.26 Contoh rangkaian seri RLC*

Pada rangkaian tersebut mengalir arus  $I = I_m \cos(\omega t + \vartheta_o)$ . Kita akan menghitung  $V_{ab}$ ,  $V_{bc}$ ,  $V_{cd}$ ,  $V_{ac}$ ,  $V_{bd}$ , dan  $V_{ad}$

Berdasarkan pembahasan di atas dengan segera kita dapatkan

$$V_{ab} = I_m R \cos(\omega t + \vartheta_o)$$

$$V_{bc} = I_m X_L \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2)$$

$$V_{cd} = I_m X_C \cos(\omega t + \vartheta_o - \pi/2)$$

Antara titik a dan c terdapat resistor dan induktor yang disusun secara seri sehingga

$$V_{ac} = I_m \sqrt{R^2 + X_L^2} \cos(\omega t + \vartheta_o + \theta_1)$$

dengan  $\tan \theta_1 = X_L / R$

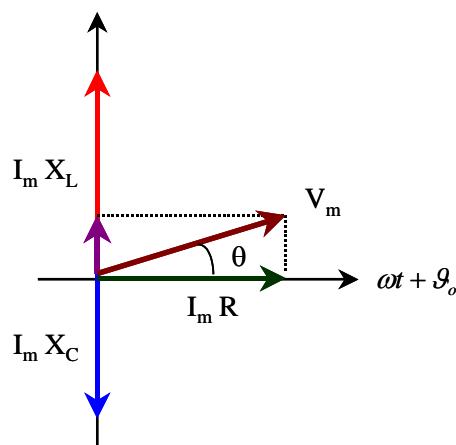
Antara titik b dan d terdapat induktor dan kapasitor yang disusun secara seri sehingga

$$V_{bd} = I_m (X_L - X_C) \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2)$$

Antara titik a dan d terdapat tiga komponen yang disusun secara seri sehingga tegangan total memenuhi

$$\begin{aligned} V_{ad} &= V_{ab} + V_{bc} + V_{cd} \\ &= I_m R \cos(\omega t + \vartheta_o) + I_m X_L \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2) + I_m X_C \cos(\omega t + \vartheta_o - \pi/2) \end{aligned} \quad (8.58)$$

Penjumlahan tiga suku trigonometri di atas dapat diungkapkan dalam diagram fasor seperti pada Gbr 8.27



*Gambar 8.27 Diagram fasor untuk penjumlahan pada persamaan (8.58)*

Dengan dalil Phitagoras maka

$$\begin{aligned}V_m &= \sqrt{(I_m R)^2 + (I_m X_L - I_m X_C)^2} \\&= I_m \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \\&= I_m Z\end{aligned}\tag{8.59}$$

dengan

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}\tag{8.60}$$

adalah impedansi rangkaian seri RLC. Dari gambar kita juga melihat bahwa

$$\tan \theta = \frac{I_m X_L - I_m X_C}{I_m R} = \frac{X_L - X_C}{R}\tag{8.61}$$

Dengan demikian, bentuk umum tegangan antara titik a dan d sebagai fungsi waktu adalah

$$V_{ad} = I_m Z \cos(\omega t + \vartheta_o + \theta)\tag{8.62}$$

### Contoh

Rangkaian RLC seri mengandung hambatan  $100 \Omega$ , inductor  $0,05 \text{ H}$ , dan kapasitor  $5 \mu\text{F}$ . Tegangan antara dua ujung kapasitor adalah  $8 \cos(1000t + \pi/3)$  volt. Tentukan

- fungsi arus yang mengalir
- tegangan antara dua ujung resistor
- tegangan antara dua ujung induktor
- tegangan total antara ujung kiri komponen paling kiri dan ujung kanan komponen paling kanan

Jawab

Diberikan

$$R = 100 \Omega$$

$$L = 0,05 \text{ H}$$

$$C = 5 \mu\text{F} = 5 \times 10^{-6} \text{ F}$$

$$\omega = 1000 \text{ rad/s}$$

Tegangan antara dua ujung kapasitor

$$V_C = 8 \cos(1000t + \pi/3) \text{ volt}$$

Dari sini tampak bahwa

$$V_{Cm} = 8 \text{ volt}$$

Reaktansi induktif

$$X_L = \omega L = 1000 \times 0,05 = 50 \Omega$$

Reaktansi kapasitif

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 \times (5 \times 10^{-6})} = 200 \Omega$$

a) fungsi arus yang mengalir

Arus maksimum yang mengalir

$$I_m = \frac{V_{Cm}}{X_C} = \frac{8}{400} = 0,02 \text{ A}$$

Fase arus mendahului fase tegangan antara ujung kapasitor dengan fase sebesar  $\pi/2$ . Fase tegangan antara ujung kapasitor adalah  $(1000t + \pi/3)$ . Maka fase arus adalah  $(1000t + \pi/3 + \pi/2) = (1000t + 5\pi/6)$ . Jadi fungsi arus menjadi

$$I = I_m \cos(1000t + 5\pi/6) = 0,02 \cos(1000t + 5\pi/6) \text{ A}$$

b) tegangan antara dua ujung resistor

Tegangan maksimum antara dua ujung resistor

$$V_{Rm} = I_m R = 0,02 \times 100 = 2 \text{ volt}$$

Fase tegangan antara ujung resistor sama dengan fase arus. Dengan demikian, fungsi tegangan antara ujung resistor adalah

$$V_R = V_{Rm} \cos(1000t + 5\pi/6) = 2 \cos(1000t + 5\pi/6) \text{ volt}$$

c) tegangan antara dua ujung induktor

Tegangan maksimum antara dua ujung induktor

$$V_{Lm} = I_m X_L = 0,02 \times 50 = 1 \text{ volt}$$

Fase tegangan antara ujung induktor mendahului fase arus dengan fase sebesar  $\pi/2$ . Fase arus

adalah  $(1000t + 5\pi/6)$ . Dengan demikian, fase tegangan antara ujung induktor adalah  $(1000t + 5\pi/6 + \pi/2) = (1000t + 8\pi/6)$ . Akhirnya, fungsi tegangan antara ujung induktor adalah

$$V_L = V_{Lm} \cos(1000t + 8\pi/6) = 1 \cos(1000t + 8\pi/6) \text{ volt}$$

d) tegangan total antara ujung kiri komponen paling kiri dan ujung kanan komponen paling kanan

Impedansi total rangkaian

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{100^2 + (50 - 200)^2} = \sqrt{32500} = 180 \Omega.$$

Tegangan maksimum antara ujung kiri dan ujung kanan rangkaian

$$V_m = I_m Z = 0,02 \times 180 = 3,6 \text{ volt}$$

Beda fase antara arus dengan tegangan maksimum ini memenuhi

$$\tan \theta = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{50 - 200}{100} = -\frac{150}{100} = -1,5$$

atau

$$\theta = -0,98 \text{ rad} = -0,31\pi \text{ rad.}$$

Karena sifat kapasitif lebih kuat dari sifat konduktif maka secara keseluruhan rangkaian bersifat kapasitif. Fasa tegangan antara ujung ke ujung rangkaian mengalami keterlambatan dari fasa arus. Fasa arus adalah  $(1000t + 5\pi/6)$ . Maka fasa tegangan adalah  $(1000t + 5\pi/6 - 0,31\pi) = (1000t + +0,52\pi)$ . Jadi, fungsi tegangan total menjadi

$$V = V_m \cos(1000t + 0,52\pi) = 3,6 \cos(1000t + 0,52\pi) \text{ volt}$$

### 8.13 Faktor Daya

Selanjutnya kita akan menghitung disipasi daya pada rangkaian RLC yang disusun secara seri. Jika rangkaian tersebut dialiri arus

$$I = I_m \cos(\omega t)$$

maka dengan segera kita dapat menentukan tegangan antara ujung kiri komponen paling kiri dengan ujung kanan komponen paling kanan adalah

$$V = I_m Z \cos(\omega t + \theta)$$

dengan

$$\tan \theta = (X_L - X_C)/R$$

Disipasi daya dalam rangkaian

$$P = IV = I_m^2 Z \cos(\omega t) \cos(\omega t + \theta)$$

Kita gunakan persamaan trigonometri

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta)$$

sehingga kita dapat menulis

$$\begin{aligned} \cos(\omega t) \cos(\omega t + \theta) &= \frac{1}{2} \cos(\omega t + [\omega t + \theta]) + \frac{1}{2} \cos(\omega t - [\omega t + \theta]) \\ &= \frac{1}{2} \cos(2\omega t + \theta) + \frac{1}{2} \cos(-\theta) = \frac{1}{2} \cos(2\omega t + \theta) + \frac{1}{2} \cos(\theta) \end{aligned}$$

Dengan demikian

$$P = \frac{I_m^2 Z}{2} \cos(2\omega t + \theta) + \frac{I_m^2 Z}{2} \cos(\theta)$$

Daya rata-rata adalah

$$\langle P \rangle = \left\langle \frac{I_m^2 Z}{2} \cos(2\omega t + \theta) \right\rangle + \left\langle \frac{I_m^2 Z}{2} \cos(\theta) \right\rangle = \frac{I_m^2 Z}{2} \langle \cos(2\omega t + \theta) \rangle + \frac{I_m^2 Z}{2} \langle \cos(\theta) \rangle$$

Kalian dapat membuktikan bahwa  $\langle \cos(2\omega t + \theta) \rangle = 0$ . Dan karena  $\cos \theta$  konstan maka

$$\langle \cos(\theta) \rangle = \cos(\theta). \text{ Akhirnya diperoleh}$$

$$\begin{aligned} \langle P \rangle &= \frac{I_m^2 Z}{2} \times 0 + \frac{I_m^2 Z}{2} \times \cos(\theta) \\ &= \frac{I_m^2 Z}{2} \cos \theta \end{aligned} \tag{8.63}$$

Di sini,  $\cos \theta$  disebut faktor daya. Besaran ini menentukan daya yang dibuang pada rangkaian meskipun besar tegangan dan arus maksimum konstan. Faktor daya bergantung pada frekuensi arus. Jadi, untuk rangkaian yang sama, disipasi daya yang dibuang bergantung pada frekuensi.

Nilai terbesar  $\cos \theta$  adalah satu. Kondisi ini menyebabkan dissipasi daya mencapai nilai maksimum. Kondisi ini dicapai saat resonansi di mana  $XL = XL$  sehingga  $\tan \theta = 0$  atau  $\cos \theta = 1$ .

Daya rata-rata dapat pula ditulis dalam bentuk lain. Mengingat  $I_m Z = V_m$  maka

$$\begin{aligned}\langle P \rangle &= \frac{I_m V_m}{2} \cos \theta = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cos \theta \\ &= I_{rms} V_{rms} \cos \theta\end{aligned}\quad (8.64)$$

### Soal dan Penyelesaian

1) Sebuah kumparan memiliki hambatan  $R = 1,0 \Omega$  dan induktansi  $L = 0,3 \text{ H}$ . Tentukan arus dalam kumparan jika dihubungkan dengan tegangan (a) 120 volt dc, (b) 120 volt (rms) dengan frekuensi 60 Hz

Jawab

Diberikan

$$R = 1,0 \Omega$$

$$L = 0,3 \text{ H}$$

$$f = 60 \text{ Hz} \quad \text{atau } \omega = 2\pi f = 2\pi \times 60 = 120\pi \text{ rad/s}$$

a) Jika dihubungkan dengan tegangan dc maka hanya hambatan yang memberi pengaruh pada tegangan yang diberikan. Dengan demikian arus yang mengalir adalah

$$I = V(\text{dc})/R = 120/1,0 = 120 \text{ A}$$

b) Jika dihubungkan dengan tegangan ac maka hambatan dan inductor memberi pengaruh pada tegangan yang diberikan.

Reaktansi induktif adalah

$$X_L = \omega L = (120\pi) \times 0,3 = 113 \Omega.$$

Impedansi rangkaian

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{1^2 + 113^2} \cong 113 \Omega$$

Tegangan rms yang diberikan adalah 120 V. Maka arus rms adalah

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{113}{120} = 0,94 \text{ A}$$

Arus maksimum adalah

$$I_m = I_{rms} \sqrt{2} = 0,94 \times 1,41 = 1,33 \text{ A}$$

- 2) Tiga komponen R, L, dan C dihubungkan secara seri. Misalkan  $R = 25,0 \Omega$ ,  $L = 30,0 \text{ mH}$ , dan  $C = 12,0 \mu\text{F}$ . Rangkaian tersebut dihubungkan dengan tegangan ac  $90 \text{ V}$  (rms) dengan frekuensi  $500 \text{ Hz}$ . Hitung (a) arus dalam rangkaian, (b) pembacaan voltmeter pada dua ujung masing-masing komponen, (c) beda fase  $\theta$ , dan (d) disipasi daya dalam rangkaian.

Jawab

Diberikan

$$R = 25,0 \Omega$$

$$L = 30,0 \text{ mH} = 0,03 \text{ H}$$

$$C = 12,0 \mu\text{F} = 1,2 \times 10^{-5} \text{ F}$$

$$V_{rms} = 90 \text{ V}$$

$$f = 500 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 500 = 3140 \text{ rad/s}$$

Reaktansi induktif

$$X_L = \omega L = 3140 \times 0,03 = 94,2 \Omega$$

Reaktansi kapasitif

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{3140 \times (1,2 \times 10^{-5})} = 26,5 \Omega$$

Impedansi total

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{25^2 + (94,2 - 26,5)^2} = 72 \Omega$$

a) Arus rms yang mengalir dalam rangkaian

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{90}{72} = 1,25 \text{ A}$$

Pembacaan voltmeter adalah tegangan rms. Beda tegangan antar ujung-ujung komponen yang dibaca voltmeter adalah

Antara ujung resistor

$$V_{R,rms} = I_{rms} R = 1,25 \times 25,0 = 31,25 \text{ V}$$

Antara ujung kapasitor

$$V_{C,rms} = I_{rms} X_C = 1,25 \times 26,5 = 33,13 \text{ V}$$

Antara ujung induktor

$$V_{L,rms} = I_{rms} X_L = 1,25 \times 94,2 = 117,75 \text{ V}$$

c) Beda fase antara arus dan tegangan adalah  $\theta$  yang memenuhi

$$\tan \theta = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{94,2 - 26,5}{25} = 2,71$$

atau

$$\theta = 69,8^\circ$$

Karena  $XL > XC$  maka rangkaian bersifat induktif sehingga tegangan mendahului arus dengan selisih fase  $\theta = 69,8^\circ$

d) Disipasi daya dalam rangkaian

$$\langle P \rangle = I_{rms} V_{rms} \cos \theta = 1,25 \times 90 \times \cos(69,8^\circ) = 55 \text{ watt}$$

Pada frekuensi berapakah inductor 200 mH memiliki reaktansi 2,0 k $\Omega$ ?

Jawab

Diberikan

$$XL = 2,0 \text{ k}\Omega = 2 \times 10^3 \Omega$$

$$L = 200 \text{ mH} = 0,2 \text{ H}$$

$$X_L = \omega L$$

atau

$$\omega = \frac{X_L}{L} = \frac{2 \times 10^3}{0,2} = 10^4 \text{ rad/s}$$

3) Ketika diukur, reaktansi sebuah kapasitor 9,20  $\mu\text{F}$  adalah 250  $\Omega$ . Pada frekuensi berapakah pengukuran dilakukan?

Jawab

Diberikan

$$XC = 250 \Omega$$

$$C = 9,20 \mu\text{F} = 9,2 \times 10^{-6} \text{ F}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \text{ atau}$$

$$\omega = \frac{1}{CX_C} = \frac{1}{(9,2 \times 10^{-6}) \times 250} = 4375 \text{ rad/s}$$

4) Hitung impedansi dan arus rms dalam kumparan radio 160 mH yang dihubungkan ke tagangan 220 V (rms) pada frekuensi 10,0 kHz. Abaikan hambatan kumparan

Jawab

Diberikan

$$L = 160 \text{ mH} = 0,16 \text{ H}$$

$$V_{rms} = 220 \text{ V}$$

$$f = 10,0 \text{ kHz} = 10^4 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 10^4 \text{ rad/s}$$

Karena hanya ada inductor maka impedansi sama dengan reaktansi induktif, yaitu

$$Z = X_L = \omega L = (2\pi \times 10^4) \times 0,16 = 1,0 \times 10^4 \Omega$$

Arus rms yang mengalir

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{220}{1,0 \times 10^4} = 0,022 \text{ A}$$

5) Berapa impedansi kapasitor 0,030  $\mu\text{F}$  jika dihubungkan dengan tegangan rms 2,0 kV dan frekuensi 700 Hz? Berapa pula nilai arus maksimum yang mengalir?

Jawab

Diberikan

$$C = 0,030 \mu\text{F} = 3 \times 10^{-8} \text{ F}$$

$$f = 700 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 700 = 4396 \text{ rad/s}$$

$$V_{rms} = 2,0 \text{ kV} = 2 \times 10^4 \text{ V}$$

a) Karena hanya ada kapasitor maka impedansi sama dengan reaktansi kapasitif, yaitu

$$Z = X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{4396 \times (3 \times 10^{-8})} = 7583 \Omega$$

b) Arus rms yang mengalir

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{2 \times 10^4}{7583} = 2,6 \text{ A}$$

Arus maksimum yang mengalir adalah

$$I_m = I_{rms} \sqrt{2} = 2,6 \times 1,41 = 3,7 \text{ A}$$

6) Sebuah hambatan  $30 \text{ k}\Omega$  dipasang seri dengan inductor  $0,5 \text{ H}$  dan sebuah sumber tagangan ac. Hitung impedansi rangkaian jika frekuensi sumber adalah (a)  $50 \text{ Hz}$ , (b)  $3,0 \times 10^4 \text{ Hz}$ .

Jawab

Diberikan

$$R = 30 \text{ k}\Omega = 3 \times 10^4 \Omega$$

$$L = 0,5 \text{ H}$$

a)  $f = 50 \text{ Hz}$ , maka  $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 314 \text{ rad/s}$

$$X_L = \omega L = 314 \times 0,5 = 157 \Omega$$

Impedansi rangkaian

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(3 \times 10^4)^2 + (157)^2} = 3 \times 10^4 \Omega$$

b)  $f = 3,0 \times 10^4 \text{ Hz}$ , maka  $\omega = 2\pi f = 2\pi \times (3,0 \times 10^4) = 1,9 \times 10^5 \text{ rad/s}$

$$X_L = \omega L = (1,9 \times 10^5) \times 0,5 = 9,5 \times 10^4 \Omega$$

Impedansi rangkaian

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(3 \times 10^4)^2 + (9,5 \times 10^4)^2} = 1,0 \times 10^5 \Omega$$

7) Sebuah hambtan  $2,5 \text{ k}\Omega$  dipasang seri dengan inductor  $420 \text{ mH}$ . Pada frekuensi berapakah impedansi sama dengan dua kali impedansi pada saat frekuensi  $60 \text{ Hz}$ ?

Jawab

Diberikan

$$R = 2,5 \text{ k}\Omega = 2500 \Omega$$

$$L = 420 \text{ mH} = 0,42 \text{ H}$$

$f_1 = 60 \text{ Hz}$ , atau  $\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi \times 60 = 377 \text{ rad/s}$

$$X_{L1} = \omega_1 L = 377 \times 0,42 = 158,34 \Omega$$

$\omega_2 = \dots ?$

Impedansi memenuhi

$$Z^2 = R^2 + X_L^2$$

Jadi

$$\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^2 = \frac{R^2 + X_{L2}^2}{R^2 + X_{L1}^2}$$

Untuk  $Z_2/Z_1 = 2$  maka

$$2^2 = \frac{R^2 + X_{L2}^2}{R^2 + X_{L1}^2} \text{ atau } 4 = \frac{R^2 + X_{L2}^2}{R^2 + X_{L1}^2}$$

atau

$$R^2 + X_{L2}^2 = 4(R^2 + X_{L1}^2)$$

Atau

$$X_{L2}^2 = 4(R^2 + X_{L1}^2) - R^2 = 3R^2 + 4X_{L1}^2 = 3R^2 \left(1 + \frac{4X_{L1}^2}{3R^2}\right)$$

Atau

$$\begin{aligned} X_{L2} &= \sqrt{3}R \sqrt{1 + \frac{4X_{L1}^2}{3R^2}} \approx \sqrt{3}R \left(1 + \frac{1}{2} \times \frac{4X_{L1}^2}{3R^2}\right) = \sqrt{3}R \left(1 + \frac{2X_{L1}^2}{3R^2}\right) \\ &= \sqrt{3} \times (2,5 \times 10^3) \times \left(1 + \frac{2 \times (158,34)^2}{3 \times (2,5 \times 10^3)^2}\right) = 4341,7 \text{ } \Omega \end{aligned}$$

Dengan demikian diperoleh frekuensi sudut agar impedansi dua kali adalah

$$\omega_2 = \frac{X_{L2}}{L} = \frac{4341,7}{0,42} = 10\,337 \text{ Hz}$$

8) Berapa impedansi total, sudut fase, dan arus rms dalam rangkaian RLC seri yang dihubungkan dengan sumber tegangan 300 V (rms) dan frekuensi 10,0 kHz jika L = 22,0 mH, R = 8,70 kΩ, dan C = 5 000 pF?

Jawab

Diberikan

$$R = 8,70 \text{ k}\Omega = 8,7 \times 10^3 \text{ }\Omega$$

$$L = 22,0 \text{ mH} = 0,022 \text{ H}$$

$$C = 5\,000 \text{ pF} = 5 \times 10^{-9} \text{ F}$$

$$V_{rms} = 300 \text{ V}$$

$$f = 10,0 \text{ kHz} = 10^4 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 10^4 = 6,28 \times 10^4 \text{ rad/s}$$

Reaktansi induktif rangkaian

$$X_L = \omega L = (6,28 \times 10^4) \times 0,022 = 1,4 \times 10^3 \text{ }\Omega$$

Reaktansi kapasitif rangkaian

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(6,28 \times 10^4) \times (5 \times 10^{-9})} = 3,2 \times 10^4 \text{ }\Omega$$

Impedansi rangkaian

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$= \sqrt{(8,7 \times 10^3)^2 + (1,4 \times 10^3 - 3,2 \times 10^4)^2} = \sqrt{7,89 \times 10^7} = 8,9 \times 10^3 \text{ }\Omega$$

Sudut fase antara arus dan tegangan,  $\theta$ , memenuhi

$$\tan \theta = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{1,4 \times 10^3 - 3,2 \times 10^3}{8,7 \times 10^3} = -0,21$$

atau

$$\theta = -12^\circ$$

Karena sifat kapasitif lebih kuat daripada sifat induktif maka tegangan mengikuti arus.

Arus rms yang mengalir

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{300}{8,9 \times 10^3} = 0,034 \text{ A}$$

9) Tegangan  $V = 4,8 \sin (754t)$  diterapkan pada rangkaian RLC seri. Jika  $L = 3,0 \text{ mH}$ ,  $R = 1,4 \text{ k}\Omega$ , dan  $C = 3,0 \mu\text{F}$ , berapa disipasi daya dalam rangkaian?

Jawab

Diberikan

$$L = 3,0 \text{ mH} = 3,0 \times 10^{-3} \text{ H}$$

$$R = 1,4 \text{ k}\Omega = 1,4 \times 10^3 \Omega$$

$$C = 3,0 \mu\text{F} = 3,0 \times 10^{-6} \text{ F}$$

Persamaan umum tegangan dapat dituliskan

$$V = V_m \sin (\omega t)$$

Dari bentuk tegangan yang diberikan kita dapat simpulkan

$$V_m = 4,8 \text{ volt}$$

$$\omega = 754 \text{ rad/s}$$

Reaktansi kapasitif

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(754) \times (3,0 \times 10^{-6})} = 442 \Omega$$

Reaktansi induktif

$$X_L = \omega L = 754 \times (3,0 \times 10^{-3}) = 2,3 \Omega$$

Impedansi rangkaian

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$= \sqrt{(1,4 \times 10^3)^2 + (2,3 - 442)^2} = 1467 \Omega$$

Sudut fase antara arus dan tegangan,  $\theta$ , memenuhi

$$\tan \theta = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{2,3 - 442}{1,4 \times 10^3} = -0,314$$

atau

$$\theta = -17,4^\circ$$

Arus maksimum yang mengalir dalam rangkaian

$$I_m = \frac{V_m}{Z} = \frac{4,8}{1467} = 3,3 \times 10^{-3} \text{ A}$$

Disipasi daya rata-rata dalam rangkaian

$$\langle P \rangle = \frac{I_m V_m}{2} \cos \theta = \frac{(3,3 \times 10^{-3}) \times 4,8}{2} \times \cos(-17,4^\circ) = 0,015 \text{ W}$$

- 10) Suatu rangkaian mengandung resistor  $250 \Omega$  yang diseri dengan inductor  $40,0 \text{ mH}$  dan generator  $50,0 \text{ V}$  (rms). Disipasi daya adalah  $9,50 \text{ W}$ . Berapa frekuensi generator?

Jawab

Diberikan

$$V_{rms} = 50,0 \text{ V}$$

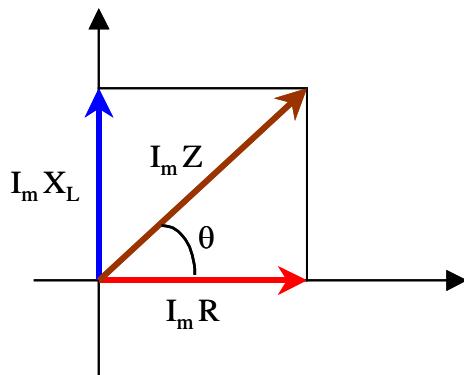
$$R = 250 \Omega$$

$$L = 40,0 \text{ mH} = 4 \times 10^{-2} \text{ H}$$

$$\langle P \rangle = 9,5 \text{ W}$$

$$\langle P \rangle = I_{rms} V_{rms} \cos \theta = \frac{V_{rms}}{Z} V_{rms} \cos \theta = \frac{V_{rms}^2}{Z} \cos \theta$$

Lihat Gbr. 8.28



Gambar 8.28

Tampak dari gambar bahwa

$$\cos \theta = \frac{I_m R}{I_m Z} = \frac{R}{Z}$$

Jadi

$$\langle P \rangle = \frac{V_{rms}^2}{Z} \frac{R}{Z} = \frac{V_{rms}^2 R}{Z^2}$$

Dengan demikian,

$$Z^2 = \frac{V_{rms}^2 R}{\langle P \rangle} = \frac{50^2 \times 250}{9,5} = 65780 \Omega^2$$

Tetapi

$$X_L^2 = Z^2 - R^2 = 65780 - (250)^2 = 3280 \Omega^2$$

atau

$$X_L = \sqrt{3280} = 57 \Omega$$

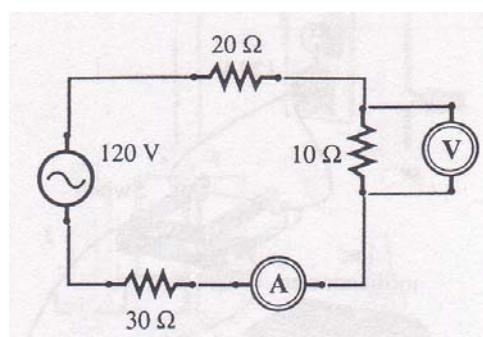
Frekuensi generator adalah

$$\omega = \frac{X_L}{L} = \frac{57}{4 \times 10^{-2}} = 1425 \text{ rad/s}$$

### Soal Latihan

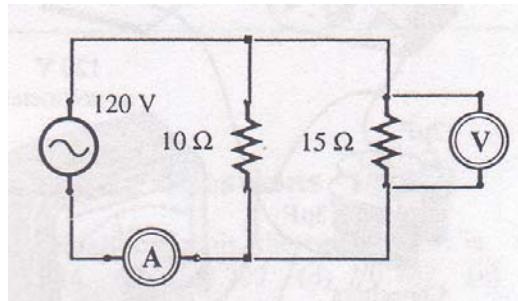
- 1) Kapasitor 3500 pF dihubungkan dengan inductor 50  $\mu\text{H}$  yang memiliki hambatan 3,0  $\Omega$ . Berapa frekuensi resonansi rangkaian?
- 2) Kapasitor variable dalam tuner radio AM memiliki kapasitansi 2 800 pF jika radio tersebut di-tune ke stasiun 580 kHz. (a) berapa kapasitansi kapasitor jika radio tersebut ditune ke satsiun 1 600 kHz? (b) berapa induktansi rangkaian?
- 3) Rangkaian RLC memiliki  $L = 4,8 \text{ mH}$  dan  $R = 4,4 \Omega$ . (a) Berapa  $C$  agar terjadi resonansi pada frekuensi 3 600 Hz. (b) berapa arus maksimum pada saat resonansi jika tegangan puncak eksternal adalah 50 volt?
- 4) Berapa arus yang mengalir pada rangkaian RL seri jika  $V(\text{rms}) = 120$  volt dan frekuensi 60 Hz? Besar hambatan adalah 1,8 k $\Omega$  dan induktansi adalah 900 mH. b) Berapa sudut fasa antara arus dan tegangan? (c) berapa daya yang dibuang rangkaian? (d) berapa tegangan rms antara dua ujung hambatan dan antara dua ujung inductor?
- 5) Sebuah kumparan inductor bekerja pada tegangan 220 V (rms) dan frekuensi 60 Hz. Kumparan tersebut menarik arus 12,8 A. berapa induktansinya?

- 6) Sebuah hambatan  $2,5 \text{ k}\Omega$  dihubungkan secara seri dengan kapasitor  $4,0 \mu\text{F}$  dan sumber tegangan ac. Hitung impedansi rangkian jika frekuensi sumber adalah (a)  $100 \text{ Hz}$ , dan (b)  $10\,000 \text{ Hz}$
- 7) Tulislah arus sebagai fungsi waktu yang dihasilkan oleh generator yang memberikan arus rms  $10 \text{ A}$  dan frekuensi  $50 \text{ Hz}$
- 8) Arus rms yang melewati sebuah hambatan  $R$  adalah  $2,0 \text{ A}$ . Berapa tegangan maksimum antara dua ujung hambatan jika  $R = 1\,000 \text{ Ohm}$ ?
- 9) Tentukan arus maksimum yang ditarik oleh bohlam lampu yang tertulis  $100 \text{ W}$  dan  $220 \text{ V}$
- 10) Sebuah tegangan yang dihasilkan oleh generator dapat dituliskan dalam bentuk  $V(t) = 200\cos(140\pi t)$  volt. Berapa tegangan rms dan frekuensi tegangan tersebut?
- 11) Sebuah resistor dihubungkan seri dengan sebuah generator. Semua amperemeter yang dihubungkan seri dengan resistor tersebut memberikan bacaan  $1,5 \text{ A}$  dan voltmeter yang mengukur beda tegangan antara dua ujung resistor memberikan bacaan  $75,0 \text{ V}$ . Berapa daya rata-rata yang diberikan generator pada resistor tersebut?
- 12) Sebuah hambatan  $1,0 \Omega$  dihubungkan ke generator tegangan ac. Osiloskop mencatat arus ac yang mengalir pada resistor dan memperlihatkan arus maksimum  $0,5 \text{ A}$ . Berapa daya rata-rata yang dibuang oleh resistor?
- 13) Sebuah kapasitor  $80 \mu\text{F}$  dihubungkan ke sumber tegangan ac yang memiliki frekuensi  $60 \text{ Hz}$ . Berapa reaktansi kapasitif?
- 14) Jika sebuah kapasitor dihubungkan secara seri dengan sumber tegangan ac yang memiliki frekuensi  $50,0 \text{ H}$  diperoleh reaktansi kapasitif  $200 \Omega$ . Berapa reaktansi jika kapasitor tersebut dihubungkan ke sumber yang memiliki frekuensi  $10 \text{ kHz}$ ?
- 15) Tentukan arus yang ditarik oleh kapasitor  $45 \mu\text{F}$  jika dihubungkan dengan sumber tegangan  $220 \text{ V}, 50 \text{ Hz}$ .
- 16) Sebuah sumber tegangan ac dengan frekuensi  $60 \text{ Hz}$  memiliki tegangan output  $120 \text{ V}$ . Berapa kapasitansi kapasitor yang dihubungkan ke sumber tegangan tersebut agar dihasilkan arus  $1,00 \text{ A}$ ?
- 17) Kumparan  $0,15 \text{ H}$  yang tidak memiliki hambatan menghasilkan rekatansi  $10 \Omega$  ketika dihubungkan dengan sebuah sumber tegangan ac. Tentukan frekuensi sumber
- 18) Tentukan reaktansi induktif sebuah kumparan  $10,0 \text{ mH}$  yang dihubungkan dengan sumber tegangan yang memiliki frekuensi  $100 \text{ Hz}$
- 19) Induktor  $250 \text{ mH}$  dihubungkan ke sebuah sumber tegangan ac yang memiliki frekuensi  $60 \text{ Hz}$  dan tegangan output rms  $125 \text{ V}$ . Tentukan reaktansi induktor tersebut.
- 20) Pada gambar 8.29, berapa pembacaan masing-masing alat ukur?



*Gambar 8.29*

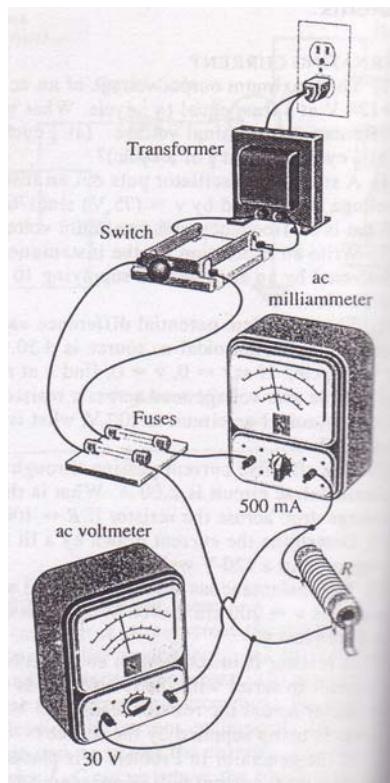
21) Pada gambar 8.30, berapa pembacaan masing-masing alat ukur?



*Gambar 8.30*

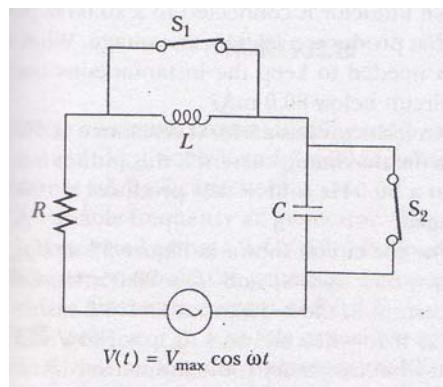
22) Sebuah hair dryer 1200 W bekerja pada tegangan 120 V. Berapa hambatannya dan berapa arus yang ditarik?

23) Gambar 8.31 memperlihatkan rangkaian eksperimen untuk mempelajari sifat hambatan  $R$  dalam rangkaian ac. Transformator yang memiliki input 220 V memberikan tegangan keluaran 30 V pada frekuensi 60 Hz dan ampermeter memberikan pembacaan 500 mA. Dianggap tidak ada kehilangan daya pada kabel-kabel yang digunakan. Berapa daya rata-rata yang terbuang pada hambatan? Berapa daya yang dihasilkan jika tidak digunakan transformator, tetapi rangkaian langsung disambungkan ke tegangan PLN?



*Gambar 8.31*

24) Pada gambar 8.32 semua parameter diberikan kecuali C. Carilah (a) arus sebagai fungsi waktu, (b) daya yang dibuang dalam rangkaian, (c) arus sebagai fungsi waktu setelah saklar 1 saja yang dibuka, (d) kapasitansi C jika arus dan tegangan memiliki fase yang sama setelah saklar 2 juga dibuka, (e) impedansi rangkaian jika dua saklar dibuka, (f) energi maksimum yang disimpan dalam kapasitor, (g) energi maksimum yang disimpan dalam induktor, (h) perubahan beda fase antara arus dan tegangan jika frekuensi dijadikan dua kali, (i) frekuensi sehingga reaktansi induktif sama dengan setengah reaktansi kapasitif.



*Gambar 8.32*

## Bab 9

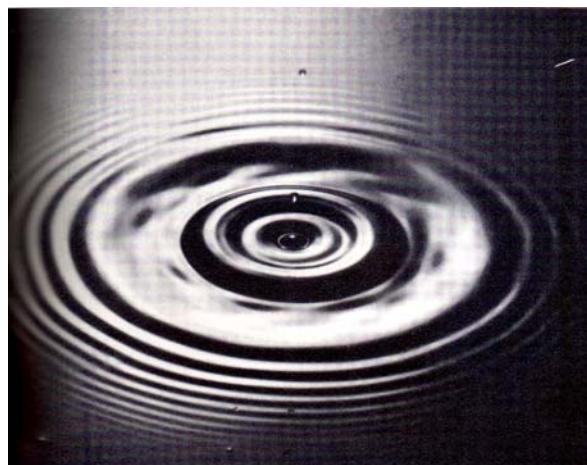
# Besaran Gelombang

Kalian sudah sering mendengar istilah gelombang seperti gelombang suara, gelombang cahaya, gelombang laut, dan sebagainya. Kalian juga pernah mengamati gelombang seperti gelombang air ketika dijatuhkan batu di permukaannya atau ketika perahu lewat. Tetapi apakah kalian sudah memahami apa gelombang itu? Bagaimana persamaan-persamaan fisika yang menerangkan gejala gelombang?

### 9.1 Definisi gelombang

Kita mulai dengan definisi gelombang. Apabila kita amati gelombang seperti penyebaran pola riak air ketika di permukaannya dijatuhkan batu, maka akan ada dua fenomena yang diamati

- i) Ada osilasi atau getaran, seperti titik di permukaan air yang bergerak naik dan turun
- ii) Adanya perambatan pola



*Gambar 9.1 Pada gelombang diamati dua fenomena sekaligus, yaitu osilasi titik pada medium dan perambatan pola osilasi.*

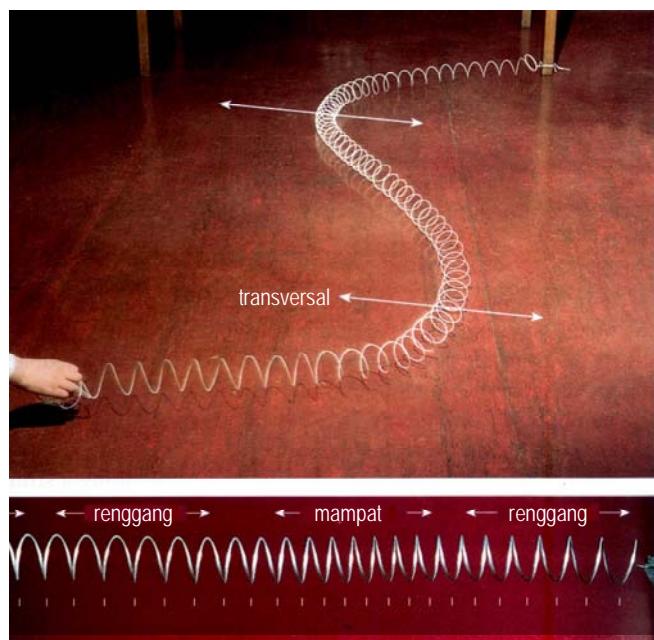
Dua fenomena ini pasti diamati pada gelombang apa saja. Ketika kalian menggetarkan salah satu ujung tali maka kalian akan melihat pola simpangan pada tali bergerak ke ujung tali yang lain. Namun kalian amati pula bahwa bagian-bagian tali itu sendiri tidak bergerak bersama pola gelombang. Titik-titik pada medium tempat perambatan hanya berosilasi di sekitar titik seimbangnya. Dari pengamatan tersebut kita dapat membuat definisi umum gelombang.

**Jadi gelombang adalah osilasi yang merambat pada suatu medium tanpa diikuti perambatan bagian-bagian medium itu sendiri.**

## 9.2 Gelombang Transversal dan Longitudinal

Kalau kalian amati gelombang tali, pola yang terbentuk merambat sepanjang tali sedangkan gerakan komponen tali (simpangan) terjadi dalam arah tegak lurus tali. Gelombang dengan arah osilasi tegak lurus arah rambat dinamakan **gelombang transversal**.

Untuk gelombang bunyi yang dihasilkan akibat pemberian tekanan, arah osilasi yang terjadi searah dengan perambatan gelombang. Contohnya, gelombang bunyi di udara. Gelombang ini dihasilkan dengan memberikan tekanan secara periodik pada salah satu bagian udara sehingga molekul-molekul udara di sekitar daerah tersebut ikut bergetar. Molekul yang bergetar menumbuk molekul di sekitarnya yang diam, sehingga molekul yang mula-mula diam ikut bergetar dalam arah yang sama. Begitu seterusnya sehingga molekul yang makin jauh ikut bergetar. Ini adalah fenomena perambatan gelombang. Arah getaran persis samam dengan arah rambat gelombang. Gelombang dengan arah osilasi sama dengan arah rambat gelombang dinamakan **gelombang longitudinal**.



Gambar 9.2 Contoh gelombang transversal (gambar atas) dan longitudinal (gambar bawah) yang dihasilkan pada pegas yang panjang.

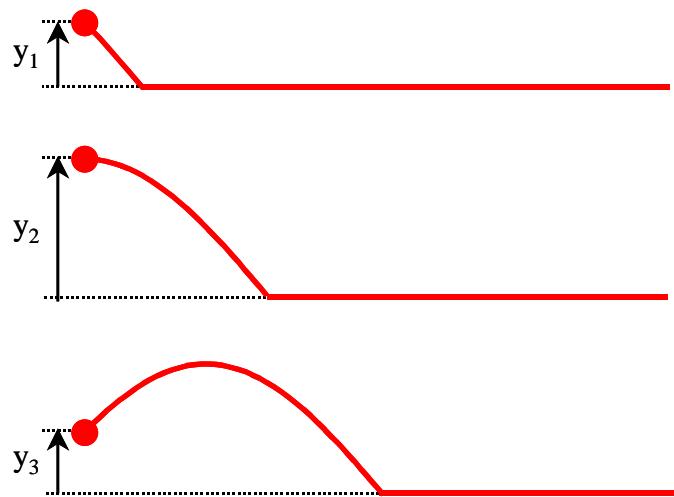
## 9.3 Besaran-Besaran Gelombang

Mari kita pelajari besaran-besaran apa yang dimiliki gelombang.

### a) Simpangan

Simpangan adalah jarak perpindahan titik pada medium diukur dari posisi keseimbangan. Selama gelombang merambat, simpangan suatu titik pada medium selalu berubah-ubah, mulai

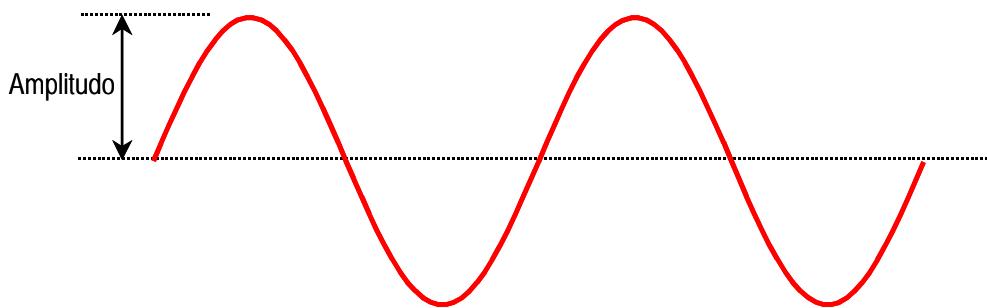
dari nilai minimum hingga nilai maksimum. Nilai maksimum dan minimum dicapai secara periodik.



Gambar 9.3 Simpangan suatu gelombang

### b) Amplitudo

Amplitudo adalah simpangan maksimum titik dalam medium yang dilewati gelombang.



Gambar 9.4 Amplitudo gelombang adalah panjang simpangan maksimum

### c) Periode

Periode adalah waktu yang diperlukan oleh satu titik pada medium kembali ke keadaan osilasi semula.

- i) Misalkan suatu titik berada pada simpangan nol.
- ii) Kemudian simpangannya membesar dan mencapai maksimum.
- iii) Terus mengecil menjadi nol.
- iv) Lalu bergerak menuju simpangan maksimum negatif.
- v) Kemudian kembali menjadi nol.

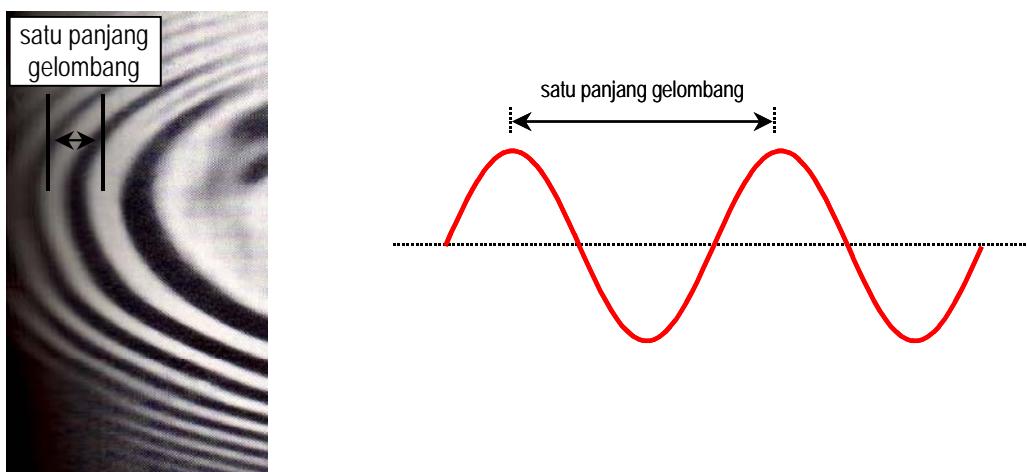
Selang waktu untuk urutan gerakan i) sampai v) di atas disebut satu periode.

#### d) Frekuensi

Frekuensi adalah jumlah osilasi yang dilakukan titik-titik pada medium selama satu detik. Berapa kali satu paket proses i) sampai v) di atas berlangsung selama satu detik mendefinisikan frekuensi gelombang.

#### e) Panjang gelombang

Coba kalian amati gelombang yang terjadi pada permukaan air saat menjatuhkan batu di permukaan air tersebut. Kalian amati puncak dan lembah yang lokasinya bergantian. Yang didefinisikan sebagai panjang gelombang adalah jarak dua puncak berdekatan atau jarak dua lembah berdekatan. Atau jarak antara dua titik yang lokasinya paling dekat yang memiliki keadaan gerak yang sama.



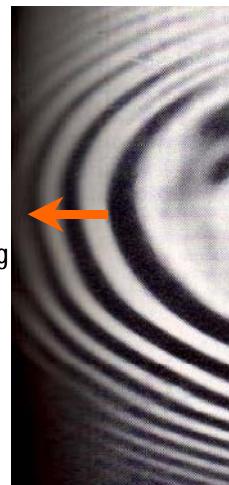
Gambar 9.5 Panjang gelombang untuk gelombang permukaan air dan gelombang tali

#### f) Kecepatan Osilasi

Kecepatan osilasi mengukur berapa cepat perubahan simpangan titik-titik pada medium. Untuk gelombang transversal, kecepatan osilasi mengukur berapa cepat gerakan naik dan turun simpangan (dalam arah tegak lurus arah gerak gelombang). Untuk gelombang longitudinal, kecepatan osilasi mengukur berapa cepat getaran maju mundur titik-titik dalam medium.

#### g) Kecepatan rambat gelombang

Kecepatan rambat gelombang mengukur berapa cepat pola osilasi berpindah dari satu tempat ke tempat lain. Untuk gelombang di permukaan air misalnya, kecepatan rambat gelombang mengukur berapa cepat sebaran gelombang arah radial keluar meninggalkan titik jatuhnya batu.



Gambar 9.6 Arah kecepatan rambat gelombang

#### 9.4 Persamaan Gelombang

Untuk gelombang yang memiliki pola sinusoidal, artinya, pola gelombang merupakan fungsi sinus atau cosinus, bentuk umum simpangan gelombang memenuhi

$$y(x,t) = A \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi_o\right) \quad (9.1)$$

dengan  $y(x,t)$  adalah simpangan titik pada medium yang berada pada koordinat  $x$  pada waktu  $t$ ,  $A$  amplitudo simpangan,  $T$  periode gelombang,  $\lambda$  panjang gelombang,  $\varphi_o$  fase awal gelombang,  $t$  waktu, dan  $x$  posisi. Semua bagian yang berada dalam tanda kurung cosinus dinamakan **fase gelombang**. Jadi fase gelombang adalah  $2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi_o$ .

Dengan mendefinisikan

$$\text{Frekuensi sudut: } \omega = \frac{2\pi}{T} \quad (9.2)$$

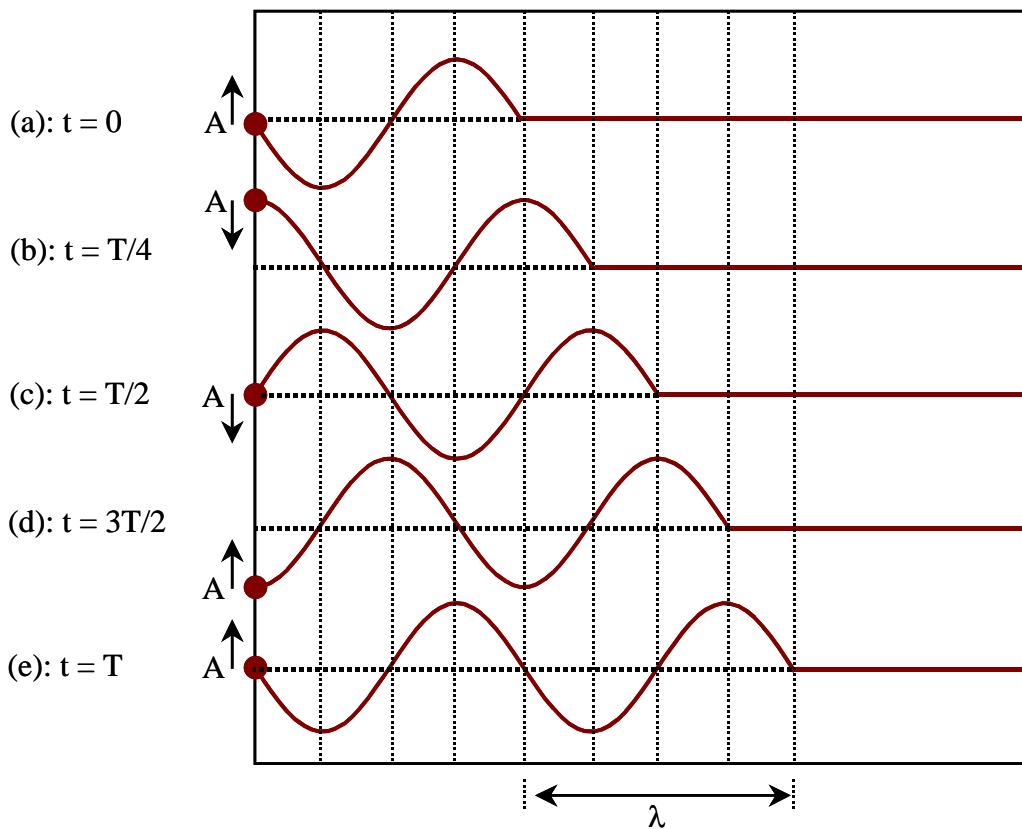
$$\text{Bilangan gelombang } k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (9.3)$$

Kita dapat juga menulis persamaan gelombang

$$y(x,t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_o) \quad (9.4)$$

Berapa kecepatan gelombang yang diungkapkan persamaan (9.1) atau (9.4)?

Kita tinjau gelombang tali yang baru terbentuk. Di depan pola tersebut belum terbentuk simpangan. Kita amati pola yang terjadi pada waktu yang berbeda-beda.



Gambar 9.7 Bentuk gelombang pada berbagai waktu.

Berdasarkan Gambar 9.7 kita melihat:

Pada keadaan (a): titik A memiliki simpangan nol dan sedang bergerak ke atas

Pada keadaan (b): titik A memiliki simpangan maksimum positif dan sedang bergerak ke bawah

Pada keadaan (c): titik A memiliki simpangan nol dan sedang bergerak ke bawah

Pada keadaan (d): titik A memiliki simpangan maksimum negatif dan sedang bergerak ke atas

Pada keadaan (e): titik A memiliki simpangan nol dan sedang bergerak ke atas. Keadaan ini persis sama dengan keadaan (a).

Dengan demikian, waktu yang diperlukan gelombang berubah dari keadaan (a) ke keadaan (e) sama dengan satu periode, atau  $t = T$ .

Namun, selama selang waktu ini, gelombang telah berpindah sejauh  $\lambda$ . Dengan demikian, kecepatan rambat gelombang memenuhi

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad (9.5)$$

Dengan menggunakan definisi pada persamaan (9.2) dan (9.3) kita dapat juga menulis

$$v = \frac{\omega}{k} \quad (9.6)$$

Contoh

Ujung tali digetarkan dengan periode 0,4 s. Simpangan maksimum yang dibentuk adalah 10 cm. Jika pada saat  $t = 0,2$  s ujung tali mengalami simpangan maksimum dan gelombang yang terbentuk merambat dengan laju 4 m/s. Tentukan persamaan simpangan gelombang.

Jawab

Dari soal kita dapatkan informasi  $T = 0,4$  s,  $A = 10$  cm = 0,1 m, dan  $v = 4$  m/s. Panjang gelombang adalah  $\lambda = vT = 4 \times 0,4 = 1,6$  m.

Persamaan umum simpangan gelombang diberikan oleh persamaan (9.1), yaitu

$$\begin{aligned} y(x,t) &= A \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi_o\right) \\ &= 0,1 \cos\left(2\pi \frac{t}{0,4} - 2\pi \frac{x}{1,6} + \varphi_o\right) \end{aligned}$$

Pada saat  $t = 0,2$  s, ujung tali (yaitu  $x = 0$ ) mengalami simpangan maksimum. Jadi  $y(0,0) = 0,1$ . Masukkan ke persamaan di atas maka

$$0,1 = 0,1 \cos\left(2\pi \frac{0,2}{0,4} - 2\pi \frac{0}{1,6} + \varphi_o\right)$$

$$1 = \cos(\pi + \varphi_o)$$

Yang berarti

$$\pi + \varphi_o = 0$$

atau

$$\varphi_o = -\pi$$

Dengan demikian, persamaan simpangan gelombang adalah

$$y(x,t) = 0,1 \cos\left(2\pi \frac{t}{0,4} - 2\pi \frac{x}{1,6} - \pi\right)$$

Mari kita lihat sifat turunan fungsi gelombang pada persamaan (9.4) dengan melakukan diferensial parsial terhadap posisi dan waktu.

$$\frac{\partial y}{\partial x} = kA \sin(\omega t - kx + \varphi_o) \quad (9.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} &= -k^2 A \cos(\omega t - kx + \varphi_o) \\ &= -k^2 y \end{aligned} \quad (9.8)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \sin(\omega t - kx + \varphi_o) \quad (9.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= -\omega^2 A \cos(\omega t - kx + \varphi_o) \\ &= -\omega^2 y \end{aligned} \quad (9.10)$$

Tampak bahwa

$$\frac{\partial^2 y / \partial x^2}{k^2} = \frac{\partial^2 y / \partial t^2}{\omega^2}$$

atau

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{k^2}{\omega^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

Karena  $v = \omega/k$  maka kita dapat menulis

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (9.11)$$

Persamaan (9.11) merupakan bentuk umum persamaan gelombang satu dimensi. Setiap gelombang satu dimensi memenuhi fungsi di atas. Untuk gelombang yang merambat dalam ruang lebih dari satu dimensi maka persamaannya dapat diperluas dari persamaan gelombang satu dimensi di atas. Misalkan  $\Psi(x,y,z)$  adalah simpangan gelombang yang merambat dalam ruang tiga dimensi. Persamaan yang dipenuhi simpangan tersebut adalah

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0 \quad (9.12)$$

## 9.5 Hubungan Antara Kecepatan Gelombang dan Sifat Medium

Bagaimana pengaruh sifat medium terhadap kecepatan rambat gelombang? Sifat medium berpengaruh besar pada laju perambatan gelombang dalam medium tersebut. Mari kita bahas untuk beberapa kasus.

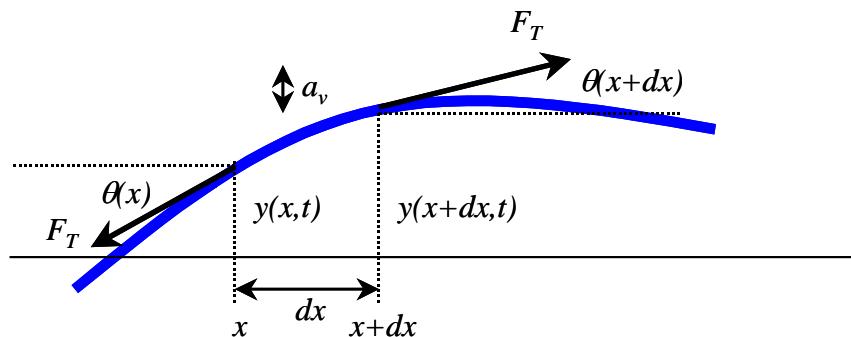
### a) Gelombang Tali

Kecepatan rambat gelombang pada tali bergantung pada tegangan tali dan massa jenis tali. Kecepatan tersebut memenuhi

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \quad (9.13)$$

dengan  $F_T$  adalah gaya tegangan tali dan  $\mu$  adalah massa tali per satuan panjang.

Persamaan di atas dapat diturunkan sebagai berikut. Lihat gambar segmen kecil gelombang tali berikut ini yang ujungnya berada di posisi  $x$  dan posisi  $x+dx$ . Dengan demikian panjang segmen tersebut adalah  $dx$ . Kita anggap tali homogen dan gaya tegangan tali sama sepanjang tali.



Gambar 9.8 Simpangan elemen tali yang dilewati gelombang

Tinjau ujung segmen pada posisi  $x$ . Ujung ini ditarik oleh gaya  $F_T$  ke kiri yang membentuk sudut  $\theta(x)$  ke bawah. Dengan demikian, gaya  $F_T$  dapat diuraikan atas dua komponen yang saling tegak lurus, yaitu

$$F(x)_h = F_T \cos \theta(x) \quad (9.14a)$$

$$F(x)_v = F_T \sin \theta(x) \quad (9.14b)$$

Tinjau ujung segmen pada posisi  $x+dx$ . Ujung ini ditarik oleh gaya  $F_T$  ke kanan yang membentuk sudut  $\theta(x+dx)$  ke atas. Gaya  $F_T$  juga dapat diuraikan atas dua komponen yang

saling tegak lurus, yaitu

$$F(x + dx)_h = F_T \cos \theta(x + dx) \quad (9.15a)$$

$$F(x + dx)_v = F_T \sin \theta(x + dx) \quad (9.15b)$$

Untuk simpangan yang tidak terlalu besar, atau  $\theta(x) \ll 1$  radian dan  $\theta(x + dx) \ll 1$  maka kita dapat mengaproksimasi

$$\cos \theta(x) \rightarrow 1 \quad (9.16a)$$

$$\cos \theta(x + dx) \rightarrow 1 \quad (9.16b)$$

$$\sin \theta(x) \rightarrow \tan \theta(x) = \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_x \quad (9.16c)$$

$$\sin \theta(x + dx) \rightarrow \tan \theta(x + dx) = \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x+dx} \quad (9.16d)$$

Dengan aproksimasi ini maka

$$F(x)_h \rightarrow F_T \quad (9.17a)$$

$$F(x)_v \rightarrow F_T \quad (9.17b)$$

$$F(x + dx)_h \rightarrow F_T \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_x \quad (9.17c)$$

$$F(x + dx)_v \rightarrow F_T \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x+dx} \quad (9.17d)$$

Jumlah total gaya arah horisontal yang bekerja pada segmen tali adalah

$$F_h = F(x + dx)_h - F(x)_h = F_T - F_T = 0 \quad (9.18)$$

Jumlah total gaya arah vertikal yang bekerja pada segmen tali adalah

$$\begin{aligned} F_v &= F(x + dx)_v - F(x)_v = F_T \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x+dx} - F_T \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_x \\ &= F_T \left( \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x+dx} - F_T \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_x \right) = F_T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx \end{aligned} \quad (9.19)$$

Karena gaya total arah horisontal nol maka tidak ada percepatan arah horisontal. Dan karena arah vertikal tidak nol maka ada gaya total yang bekerja pada segmen tali. Jika massa segmen tali  $dm$  maka dengan hukum Newton II diperoleh

$$F_v = dm a_v \quad (9.20)$$

Percepatan arah vertikal merupakan turunan dua kali simpangan terhadap wakty, atau

$$a_v = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (9.21)$$

Karena rapat massa tali persatuan panjang  $\mu$  maka massa segmen tali adalah

$$dm = \mu dx \quad (9.22)$$

Dengan demikian

$$F_T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx = (\mu dx) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

atau

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\mu}{F_T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (9.23)$$

Kalau kita bandingkan persamaan (9.23) dengan persamaan umum gelombang satu dimensi, yaitu persamaan (9.11), maka kita simpulkan bahwa kecepatan gelombang tali memenuhi persamaan (9.13).

### b) Gelombang Longitudinal dalam Zat Padat

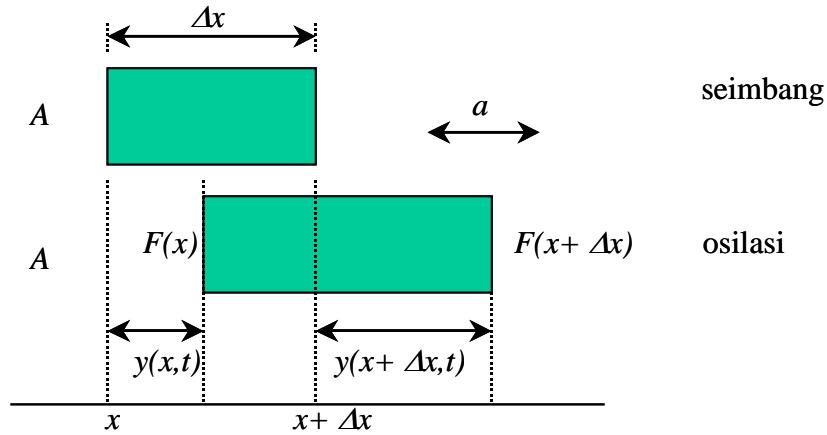
Laju perambatan gelombang longitudinal dalam zat padat memenuhi hubungan

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \quad (9.24)$$

dengan  $Y$  adalah modulus elastisitas zat padat, dan  $\rho$  adalah massa jenis zat padat. Persamaan di atas dapat diturunkan sebagai berikut.

Gambar 9.9 adalah sebuah batang dengan luas penampang  $A$  dan massa jenis homogen  $\rho$ . Mula-mula batang dalam keadaan seimbang. Tinjau segemen batang sepanjang  $\Delta x$  ketika batang dalam keadaan seimbang. Ujung kiri segmen tersebut berada pada posisi  $x$  dan ujung kanan

berada pada posisi  $x + \Delta x$ . Ketika terjadi osilasi, ujung kiri menyimpang sejauh  $y(x,t)$  dan ujung kanan menyimpang sejauh  $y(x + \Delta x, t)$ . Perubahan panjang segmen adalah



Gambar 9.9 Simpangan segmen zat padat yang dilewati gelombang

$$\Delta y = y(x + \Delta x) - y(x) \quad (9.25)$$

Tampak di sini bahwa segmen yang mula-mula memiliki panjang  $\Delta x$  mengalami perubahan panjang  $\Delta y$ . Dengan demikian, strain yang bekerja pada batang adalah

$$\delta = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y(x + \Delta x, t) - y(x, t)}{\Delta x} = \frac{\partial y}{\partial x} \quad (9.26)$$

Stress yang bekerja pada segmen batang adalah

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (9.27)$$

Jika  $Y$  adalah modulus Young maka terpenuhi

$$Y = \frac{\sigma}{\delta}$$

atau

$$\delta = \frac{\sigma}{Y}$$

atau

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{1}{AY} F$$

atau

$$F = AY \frac{\partial y}{\partial x} \quad (9.28)$$

Gaya yang bekerja pada sisi kiri segmen adalah

$$F(x) = AY \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_x \quad (9.29a)$$

dan gaya yang bekerja pada sisi kanan segmen adalah

$$F(x + \Delta x) = AY \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x+\Delta x} \quad (9.29b)$$

Gaya netto yang bekerja pada segmen batang adalah

$$\begin{aligned} \Delta F &= F(x + \Delta x) - F(x) \\ &= AY \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x+\Delta x} - AY \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_x = AY \left( \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x+\Delta x} - \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_x \right) = AY \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Delta x \end{aligned} \quad (9.30)$$

Massa segmen batang adalah

$$\Delta m = \rho dV = \rho A \Delta x \quad (9.31)$$

Percepatan osilasi elemen batang adalah

$$a = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (9.32)$$

Dengan menggunakan hukum Newton II maka

$$\Delta F = \Delta ma$$

$$AY \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Delta x = \rho A \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

atau

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\rho}{Y} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

atau

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\rho}{Y} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (9.33)$$

Dengan membandingkan persamaan (9.33) dengan persamaan umum gelombang, yaitu persamaan (9.11), kita simpulkan bahwa laju perambatan gelombang memenuhi

$$v^2 = \frac{Y}{\rho} \quad (9.35)$$

yang persis sama dengan persamaan (9.24)

### c) Gelombang longitudinal dalam fluida

Untuk gelombang longitudinal yang merambat dalam fluida (zat cair atau gas), laju perambatan gelombang memenuhi

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad (9.36)$$

dengan  $B$  adalah modulus volum (bulk) fluida dan  $\rho$  adalah massa jenis fluida. Pembuktian persamaan ini mirip dengan pembuktian pada gelombang yang merambat dalam zat padat. Lihat Gbr 9.10

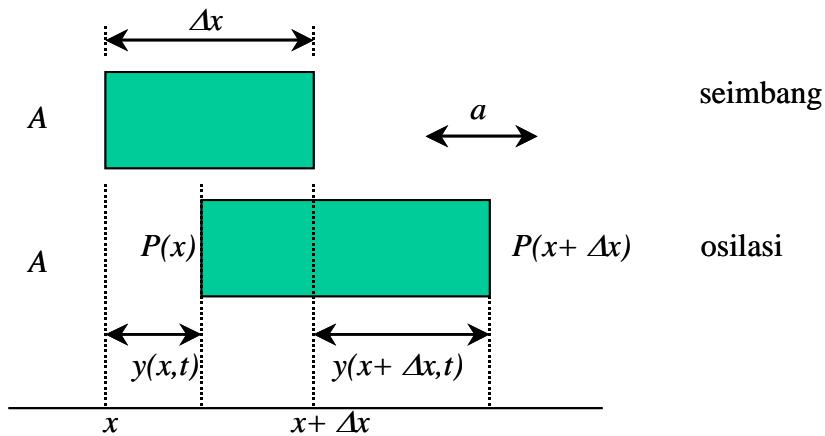
Kita memiliki elemen volum fluida yang memiliki luas penampang  $A$ . Dalam keadaan seimbang panjang elemen ini adalah  $\Delta x$  sehingga volumnya adalah  $\Delta V = A\Delta x$ . Ujung kiri elemen berada pada posisi  $x$  dan ujung kanannya berada pada posisi  $x+\Delta x$ . Ketika berosilasi, ujung kiri elemen menyimpang sejauh  $y(x,t)$  dan ujung kanan menyimpang sejauh  $y(x+\Delta x,t)$ . Dengan demikian, perubahan volum elemen adalah  $A[y(x + \Delta x, t) - y(x, t)]$ . Jika  $B$  adalah modulus bulk dari fluida

maka terpenuhi

$$B = -\frac{P}{A[y(x + \Delta x, t) - y(x, t)]/\Delta V}$$

atau

$$\begin{aligned} P &= -BA \frac{y(x + \Delta x, t) - y(x, t)}{\Delta V} = -BA \frac{y(x + \Delta x, t) - y(x, t)}{A\Delta x} \\ P &= -B \frac{\partial y}{\partial x} \end{aligned} \quad (9.37)$$



Gambar 9.10 Osilasi elemen volum dalam fluida

Gaya yang bekerja di sisi kiri elemen adalah

$$F(x) = P(x)A = -BA \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_x \quad (9.38a)$$

dan gaya yang bekerja di sisi kanan elemen adalah

$$F(x + \Delta x) = P(x + \Delta x)A = -BA \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x+\Delta} \quad (9.38b)$$

Gaya netto yang bekerja pada elemen adalah

$$\Delta F = F(x + \Delta x) - F(x)$$

$$= -BA \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x+\Delta x} + BA \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_x = -BA \left( \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x+\Delta x} - \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_x \right) = -BA \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Delta x \quad (9.39)$$

Gaya ini arahnya menekan elemen ke dalam. Gaya arah ke luar yang menyebabkan elemen memiliki percepatan adalah negatif dari gaya ini, yaitu

$$\Delta F' = -\Delta F = BA \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Delta x \quad (9.40)$$

Massa elemen adalah

$$\Delta m = \rho dV = \rho A \Delta x \quad (9.41)$$

Percepatan osilasi elemen fluida adalah

$$a = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (9.42)$$

Dengan menggunakan hukum Newton II maka

$$\Delta F = \Delta ma$$

$$BA \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Delta x = \rho A \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

atau

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\rho}{B} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

atau

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\rho}{B} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (9.43)$$

Dengan membandingkan persamaan (9.43) dengan persamaan umum gelombang, yaitu persamaan (9.11), kita simpulkan bahwa laju perambatan gelombang dalam fluida memenuhi

$$v^2 = \frac{B}{\rho}$$

yang persis sama dengan persamaan (9.36)

Contoh

Gelombang dengan panjang 0,3 m merambat sepanjang tali yang memiliki panjang total 300 m dan massa 15 kg. Jika tegangan tali adalah 1000 N, berapa laju perambatan gelombang dan berapa pula frekuensinya?

Jawab

Diberikan  $\lambda = 0,3$  m,  $L = 300$  m,  $m = 15$  kg, dan  $F_T = 100$  N

Massa tali per satuan panjang

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{15}{300} = 0,05 \text{ kg/m}$$

Laju perambatan gelombang pada tali

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{1000}{0,05}} = \sqrt{20000} = 141 \text{ m/s}$$

Periode gelombang

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0,3}{141} = 0,002 \text{ s}$$

Frekuensi gelombang

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,002} = 500 \text{ Hz}$$

Contoh

Berapa lama waktu yang diperlukan gelombang bunyi merambat sepanjang rel kereta api sepanjang 1 km? Massa jenis baja adalah  $7,8 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup> dan modulus elastisitasnya  $2,0 \times 10^{11}$  N/m<sup>2</sup>.

Jawab

Diberikan  $\rho = 7,8 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup> dan  $Y = 2,0 \times 10^{11}$  N/m<sup>2</sup>

Laju perambatan gelombang

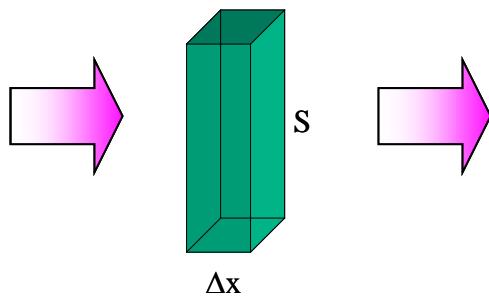
$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} = \sqrt{\frac{2,0 \times 10^{11}}{7,8 \times 10^3}} = 5,1 \times 10^3 \text{ m/s}$$

Waktu yang diperlukan gelombang merambat sejauh  $x = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$  adalah

$$\Delta t = \frac{x}{v} = \frac{1000}{5,1 \times 10^3} = 0,2 \text{ s}$$

## 9.6 Energi yang dibawa gelombang

Gelombang memindahkan pola simpangan dari sumber ke lokasi lain di medium. Bagian medium yang semula diam, akhirnya bergerak dengan adanya gelombang yang menjalar. Karena getaran memiliki energi, maka bagian medium yang semula tidak memiliki energi (diam) menjadi memiliki energi (bergetar) dengan adanya gelombang yang menjalar. Ini hanya mungkin terjadi jika gelombang berperan memindahkan energi dari sumber ke tempat yang dilaluinya. Berapa energi yang dibawa gelombang?



*Gambar 9.10 Menentukan energi yang dimiliki gelombang dalam elemen  $\Delta V$*

Untuk gelombang sinusoidal di mana simpangannya berubah menurut fungsi harmonik (sinus atau kosinus), partikel-partikel medium memiliki energi rata-rata yang berbanding lurus dengan amplitudo gelombang, yaitu  $E = (1/2)kA^2$ . Kita tinjau medium dalam kotak yang panjangnya  $\Delta x$  dan luas penampangnya  $S$ .

Volume elemen:  $\Delta V = \Delta x S$

Massa elemen:  $\Delta m = \rho \Delta V = \rho \Delta x S$

Energi gelombang dalam elemen tersebut  $\Delta E = \frac{1}{2} k A^2$

Dari pelajaran tentang osilator harmonik kita memiliki hubungan:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ . Dengan demikian, untuk elemen massa  $\Delta m$  berlaku:  $k = \omega^2 \Delta m = \omega^2 \rho \Delta x S$

Dengan demikian, energi gelombang dalam elemen massa  $\Delta m$  adalah

$$\Delta E = \frac{1}{2}(\omega^2 \rho \Delta x S) A^2$$

$$= \frac{1}{2} \omega^2 \rho \frac{\Delta x}{\Delta t} S A^2 \Delta t$$

Tetapi

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = v$$

sehingga

$$\Delta E = \frac{1}{2} \omega^2 \rho v S A^2 \Delta t \quad (9.44)$$

Daya yang dibawa gelombang menjadi

$$\begin{aligned} P &= \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{(1/2) \rho v \omega^2 S A^2 \Delta t}{\Delta t} \\ &= \frac{1}{2} \rho v \omega^2 S A^2 \end{aligned} \quad (9.45)$$

Intensitas gelombang adalah daya per satuan luas, yaitu

$$\begin{aligned} I &= \frac{P}{S} \\ &= \frac{1}{2} \rho v \omega^2 A^2 \end{aligned} \quad (9.46)$$

## 9.7 Kebergantungan Intensitas pada Jarak

Pada proses perambatan gelombang, energi yang dipindahkan berasal dari sumber. Karena energi kekal, maka ketika melewati suatu permukaan yang berbeda-beda maka daya yang dimiliki gelombang selalu tetap. Karena daya selalu tetap sedangkan luas permukaan bisa berubah-ubah maka intensitas bisa berubah-ubah selama gelombang menjalar.

Dari persamaan (9.46) tampak bahwa

$$A^2 = \frac{2P}{\rho v \omega^2} \frac{1}{S}$$

Masing-masing  $P$ ,  $\rho$ ,  $v$ , dan  $\omega$  semuanya konstan maka kita dapat menulis

$$A^2 \propto \frac{1}{S} \quad (9.47)$$

Dan berdasarkan persamaan (9.46) kita juga peroleh hubungan

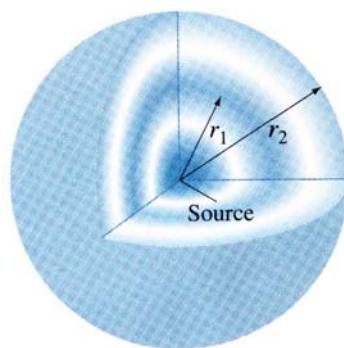
$$I \propto A^2 \quad (9.48)$$

yang berakibat

$$I \propto \frac{1}{S} \quad (9.49)$$

### a) Gelombang bola

Sebagai contoh kita tinjau gelombang bola yang berasal dari sebuah sumber titik yang merambat ke segala arah. Permukaan yang dilewati gelombang adalah permukaan bola. Jika jarak tempat pengamatan ke sumber gelombang  $r$ , maka luas permukaan yang dilewati gelombang adalah



Gambar 9.11 Luas permukaan yang dilewati gelombang bola sama dengan luas permukaan bola.

$$S = 4\pi r^2 \quad (9.50)$$

Dari persamaan (9.49) dan (9.50) kita dapatkan hubungan

$$I \propto \frac{1}{r^2} \quad (9.51)$$

Untuk dua tempat yang berjarak  $r_1$  dan  $r_2$  dari sumber, hubungan (9.51) memiliki konsekuensi

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \quad (9.52)$$

Berdasarkan persamaan (9.48) dan (9.52) kita dapatkan kebergantungan amplitudo terhadap jarak dari sumber gelombang

$$A \propto \frac{1}{r} \quad (9.53)$$

yang memiliki konsekuensi

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{r_1}{r_2} \quad (9.53)$$

### b) Gelombang Lingkaran

Untuk gelombang yang merambat dalam arah dua dimensi, seperti gelombang permukaan air setelah menjatuhkan sebutir batu, luas permukaan yang dilewati gelombang sebanding dengan keliling lingkaran di sekitar sumber. Jadi

$$S \propto 2\pi r \quad (9.54)$$

Berdasarkan persamaan (9.49) dan (9.54) kita mendapatkan

$$I \propto \frac{1}{r} \quad (9.55)$$

yang memiliki konsekuensi

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1}{r_2} \quad (9.56)$$

Berdasarkan persamaan (9.48) dan (9.56) kita dapatkan

$$A \propto \frac{1}{\sqrt{r}} \quad (9.57)$$

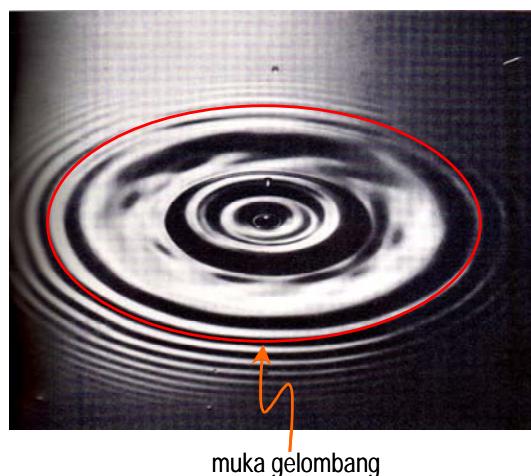
yang memiliki konsekuensi

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\sqrt{r_1}}{\sqrt{r_2}} \quad (9.58)$$

## 9.8 Muka Gelombang

Setelah membahas besaran-besaran gelombang, mari kita meningkat ke pambahasan yang berkaitan dengan fenomena-fenomena gelombang. Pada bagian ini kita akan mempelajari sifat pemantulan, pembiasan, dan superposisi gelombang. Fenomena ini merupakan cirri khas gelombang apa saj asehingga sangat penting untuk dipahami.

Mari kita awali dengan mendefinisikan muka gelombang. Untuk mudahnya, kita lihat gelombang yang merambat di permukaan air akibat dijatuhkan sebutir batu. Kalian amati pola yang bergerak secara radial keluar bukan? Bagaimana bentuk pola tersebut? Berbentuk lingkaran bukan? Nah, pola lingkaran yang diamati tersebut adalah contoh muka gelombang.



*Gambar 9.12 Muka gelombang air yang berbentuk lingkaran*

Secara formal muka gelombang dapat didefinisikan sebagai

*Kumpulan titik-titik pada medium yang memiliki fase simpangan yang sama.*

Ingat, fase simpangan memenuhi  $\varphi = 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi_o$ . Jadi muka gelombang adalah kumpulan titik-titik yang memiliki  $\varphi$  yang sama.

- i) Untuk gelombang air yang kita bahas di atas, titi-titik dengan fase yang sama tentu berada pada keliling lingkaran dengan pusat adalah titik tempat menjatuhkan batu.
- ii) Untuk gelombang bunyi yang bersumber dari satu titik, muka gelombang adalah permukaan bola yang pusatnya berada pada lokasi sumber bunyi.
- iii) Untuk gelombang air yang dihasilkan dengan menaik-turunkan pelat yang panjang, maka muka gelombang akan berbentuk garis datar.

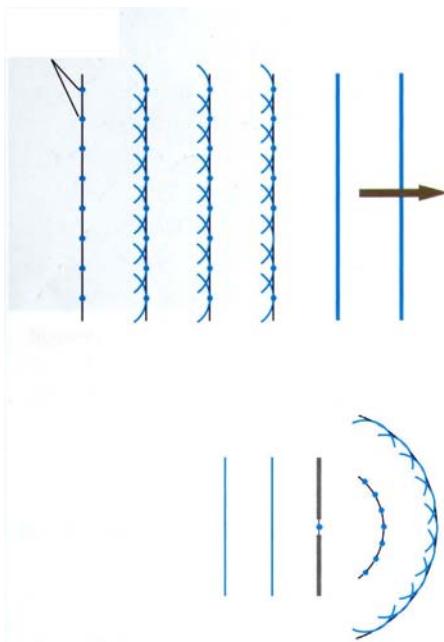
Satu sifat yang menarik adalah, *arah perambatan gelombang selalu tegak lurus muka gelombang*.

### 9.9 Prinsip Huygens

Salah satu prinsip yang penting pada pembahasan tentang gelombang adalah **prinsip Huygens**. Prinsip ini menyatakan bahwa

*Setiap titik pada muka gelombang berperan sebagai sumber gelombang titik yang baru.*

Muka gelombang baru dapat dipandang sebagai gabungan muka gelombang yang dihasilkan sumber gelombang titik pada muka gelombang lama.

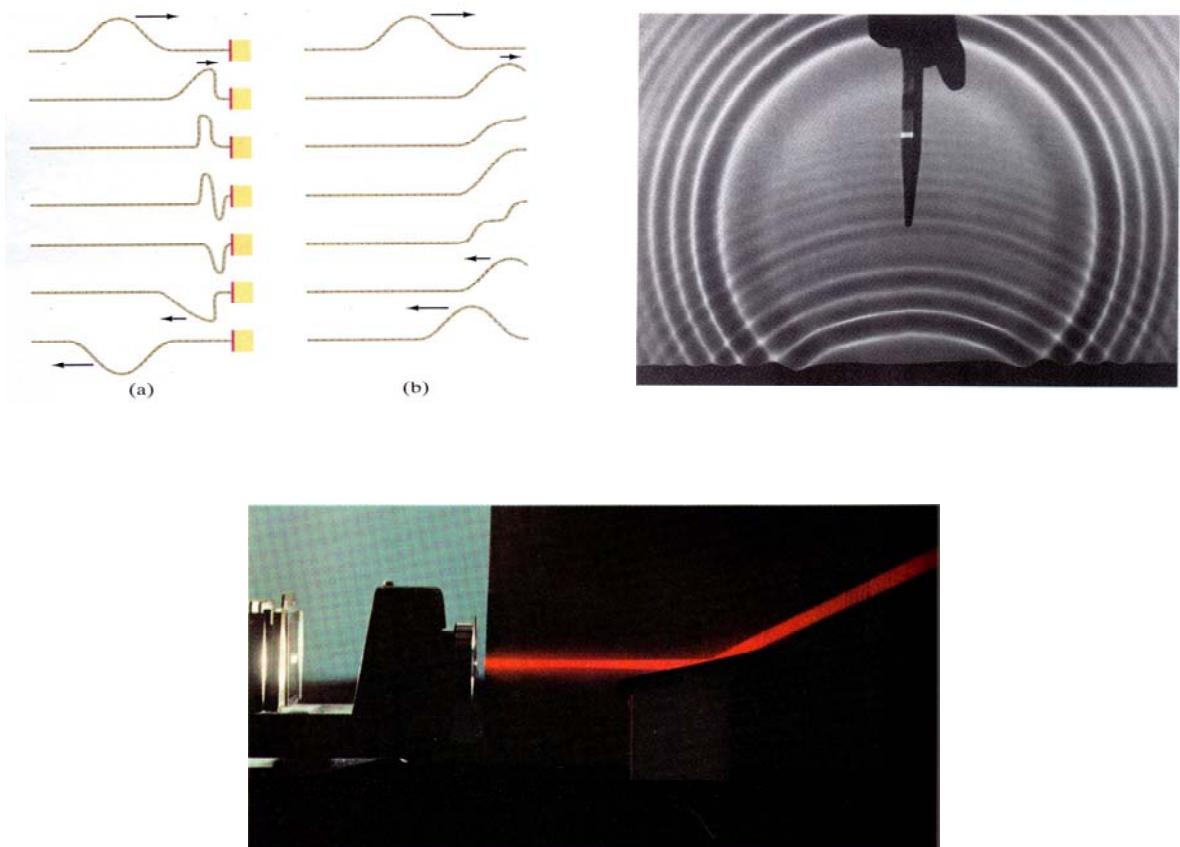


Gambar 9.13 Prinsip Huygens: (a) muka gelombang datar, dan (b) mula gelombang lingkaran atau bola.

## 9.10 Pemantulan Gelombang

Pemantulan adalah pembelokan arah rambat gelombang karena mengenai bidang batas medium yang berbeda. Gelombang pantul adalah gelombang yang berada pada medium yang sama dengan gelombang datang.

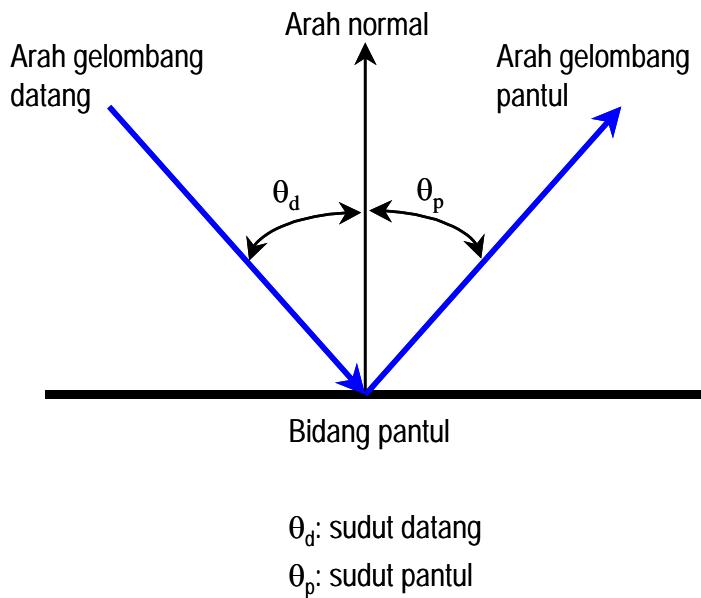
Pada gelombang tali, pemantulan terjadi pada ujung tali, baik ujung tersebut diikatkan pada penyangga yang tetap atau dibiarkan bebas. Medium yang berada di seberang ujung tali adalah medium yang berbeda (penyangga atau udara). Ketika gelombang sampai ke ujung tali gelombang tersebut mengalami pemantulan dan merambat dalam arah berlawanan.



Gambar 9.14 (a) Pemantulan gelombang tali, (b) pemantulan gelombang permukaan air oleh dinding dan (c) pemantulan gelombang cahaya oleh logam.

Gelombang air yang sedang merambat mengalami pemantulan ketika mengenai dinding penghalang. Gelombang cahaya yang datang dari udara dan mengenai permukaan kaca, sebagian akan masuk ke dalam kaca dan sebagian mengalami pemantulan. Gelombang cahaya yang jatuh pada cermin hampir semuanya mengalami pemantulan.

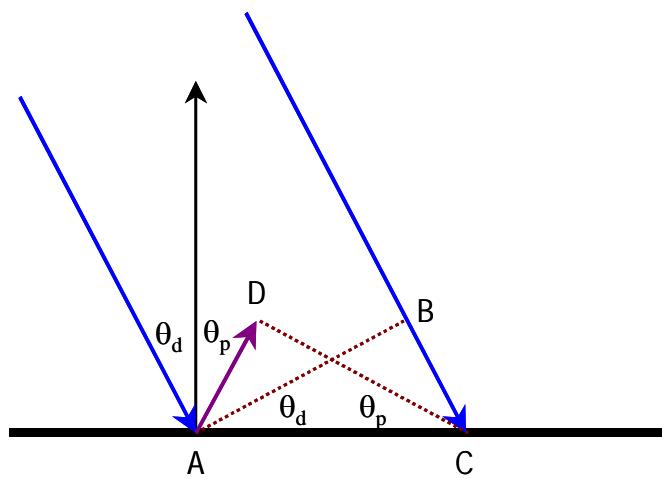
Pertanyaan selanjutnya adalah bagaimanakah hubungan antara arah gelombang datar dan gelombang pantul?



*Gambar 9.15 Arah gelombang datar dan gelombang pantul*

Sebelum menentukan hubungan tersebut, mari kita terlebih dahulu berkenalan dengan definisi berikut ini:

- (a) Arah normal, yaitu arah yang tegak lurus bidang pantul.
- (b) Sudut datang ( $\theta_d$ ) adalah sudut yang dibentuk oleh arah sinar datang dan arah normal
- (c) Sudut pantul ( $\theta_p$ ) adalah sudut yang dibentuk oleh arah sinar pantul dan arah normal



*Gambar 9.16 Pembuktian hukum pemantulan*

Hukum pemantulan menyatakan bahwa sudut datang persis sama dengan sudut pantul, atau

$$\theta_d = \theta_p \quad (9.59)$$

Hukum ini dapat dibuktikan dengan mudah menggunakan prinsip Huygens seperti berikut ini. Perhatikan Gbr. 9.16.

- (i) Lihat titik A dan B yang berada pada muka gelombang sinar datang.
- (ii) Titik A menyentuh bidang pantul sedangkan titik B belum. Titik B masih berjarak BC ke titik pantul, yaitu titik C.
- (iii) Ketika titik B mencapai titik pantul C, titik A telah terpantul ke titik D.
- (iv) Selanjutnya, garis CD membentuk muka gelombang pantul.
- (v) Karena waktu yang diperlukan gelombang di titik A mencapai titik D sama dengan waktu yang diperlukan gelombang dari titik B mencapai titik C maka  $AD = BC$ .
- (vi) Segitiga ADC dan ABC memiliki sudut siku-siku masing-masing pada titik D dan titik B. Dengan demikian:

$$\text{Sudut } BAC = \text{sudut datang } \theta_d$$

$$\text{Sudut } DCA = \text{sudut pantul } \theta_p$$

(vii) Dengan aturan trigonometri sederhana maka

$$BC = AC \sin \theta_d$$

$$AD = AC \sin \theta_p$$

Karena  $AD = BC$  maka

$$\sin \theta_d = \sin \theta_p$$

atau

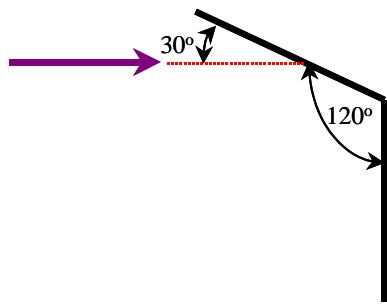
$$\theta_d = \theta_p$$

Contoh

Berdasarkan Gbr 9.17, gambarkan berkas sinar pantul

Jawab

Kita mengambar sinar pantul oleh masing-masing bidang sedemikian sehingga sudut datang sama dengan sudut pantul.



Gambar 9.17

Yang perlu kalian ingat adalah jumlah sudut sebuah segitiga adalah  $180^\circ$   
Sudut datang adalah  $60^\circ$

Sudut pantul pada bidang pertama adalah  $\angle N1AC = 60^\circ$

Sudut datang pada bidang kedua adalah  $\angle ACN2$

Dari Gambar 9.17:  $\angle CAB = 30^\circ$

$$\angle CAB + \angle ABC + \angle CAB + \angle ACB = 180^\circ \text{ (jumlah sudut segitiga)}$$

Maka

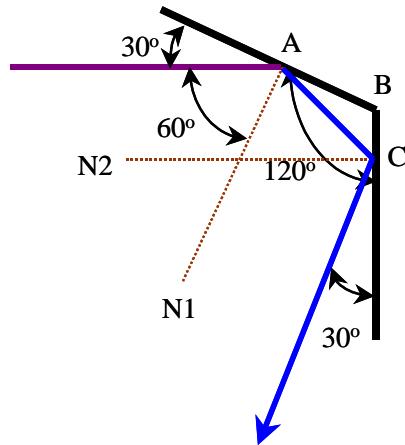
$$\begin{aligned} \angle ACB &= 180^\circ - \angle CAB + \angle ABC = 180^\circ - 30^\circ - 120^\circ \\ &= 30^\circ \end{aligned}$$

$$\angle ACN2 + \angle ACB = 90^\circ$$

$$\text{atau } \angle ACN2 = 90^\circ - \angle ACB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

Jadi, sudut datang pada bidang kedua adalah  $60^\circ$ .

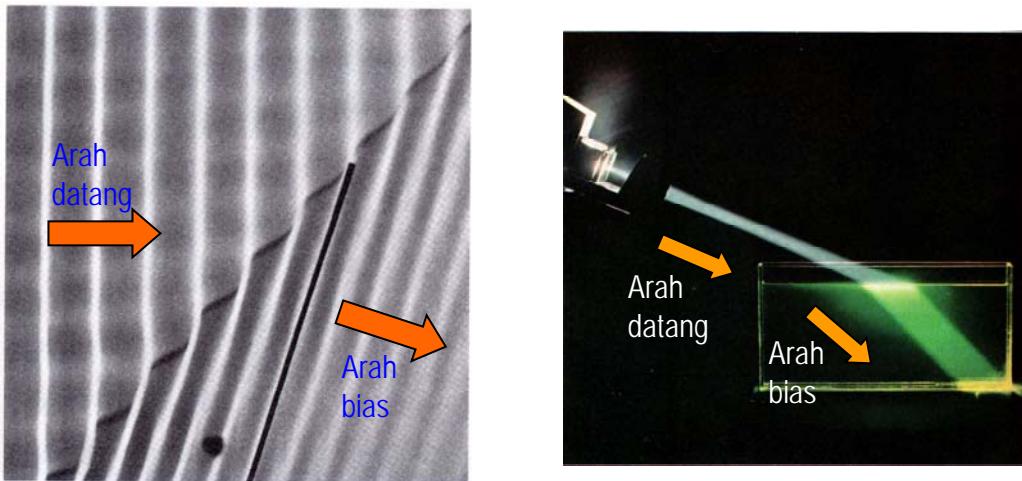
Dengan demikian, sudut pantul pada bidang kedua juga  $60^\circ$ . Atau sudut yang dibentuk oleh sinar pantul dengan bidang kedua adalah  $30^\circ$ .



Gambar 9.18

### 9.11 Pembiasan

Pembiasan terjadi karena gelombang memasuki medium yang berbeda dan kecepatan gelombang pada medium awal dan medium yang dimasuki berbeda. Jika arah datang gelombang tidak sejajar dengan garis normal maka pembiasan menyebabkan pembelokan arah rambat gelombang. Gelombang air yang melalui daerah yang lebih dangkal mengalami perubahan kecepatan, sehingga terjadi pembiasan. Cahaya yang bergerak dari udara ke air mengalami pembiasan karena perbedaan kecepatan cahaya di udara dan di air.



Gambar 9.19 (a) Pembiasan gelombang permukaan air dan (b) gelombang cahaya

Pertanyaan berikutnya adalah bagaimana hubungan antara arah gelombang datar dan arah gelombang bias?

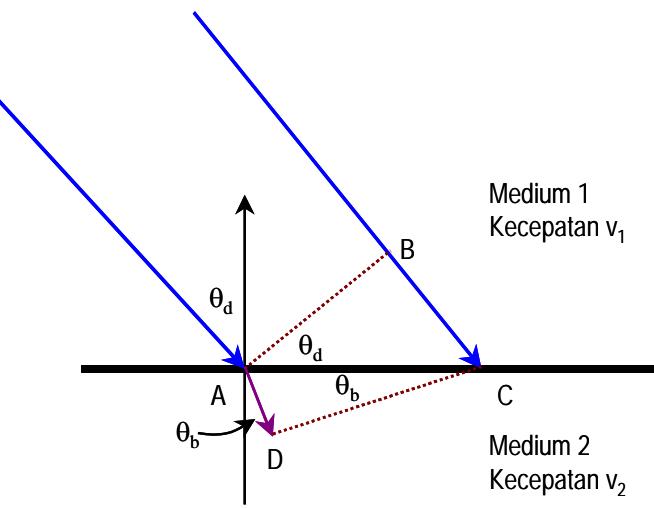
Misalkan kecepatan gelombang pada medium pertama adalah  $v_1$  dan kecepatan gelombang pada medium kedua adalah  $v_2$ . Misalkan gelombang datang dari medium pertama ke medium kedua, maka hubungan antara sudut datang dan sudut bias memenuhi

$$\frac{\sin \theta_d}{v_1} = \frac{\sin \theta_b}{v_2} \quad (9.60)$$

dengan  $\theta_d$  : sudut datang dan  $\theta_b$  : sudut bias

Kita dapat membuktikan persamaan di atas dengan menggunakan prinsip Huygens. Perhatikan Gbr. 9.20.

- (i) Perhatikan muka gelombang AB pada medium 1. Titik A menyentuh bidang batas sedangkan titik B belum menyentuh bidang batas.
- (ii) Pada saat  $\Delta t$  berikutnya, gelombang pada titik B menyentuh bidang batas pada titik C.



Gambar 9.20 Pembuktian hukum pembiasan

Karena kecepatan gelombang di medium 1 adalah  $v_1$  maka panjang  $BC = v_1\Delta t$ .

Selama  $\Delta t$ , gelombang pada titik A telah mencapai titik D di medium 2. Karena kecepatan gelombang dalam medium 2 adalah  $v_2$  maka panjang  $AD = v_2\Delta t$ .

(iii) Segitiga ABC dan ADC merupakan segitiga siku-siku dengan sudut siku-siku masing-masing pada titik B dan titik D.

(iv) Dengan mengamati sudut-susud yang dibentuk garis-garis pada Gambar 44.6 kita akan dapatkan

$$\text{Sudut } BAC = \theta_d$$

$$\text{Sudut } DCA = \theta_b$$

(v) Dengan aturan trigonometri, kita dapatkan hubungan

$$BC = AC \sin \theta_d$$

$$AD = AC \sin \theta_b$$

Pembagian ke dua persamaan di atas memberikan

$$\frac{AD}{BC} = \frac{AC \sin \theta_b}{AC \sin \theta_d}$$

$$\frac{v_2 \Delta t}{v_1 \Delta t} = \frac{\sin \theta_b}{\sin \theta_d}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_b}{\sin \theta_d}$$

atau

$$\frac{\sin \theta_d}{v_1} = \frac{\sin \theta_b}{v_2}$$

Khusus untuk **gelombang cahaya**, kecepatan rambat gelombang dalam medium dengan indeks bias  $n$  adalah  $v = c/n$ . Dengan demikian, hukum pembiasan untuk gelombang cahaya dapat dituliskan

$$\frac{\sin \theta_d}{c/n_1} = \frac{\sin \theta_b}{c/n_2}$$

atau

$$n_1 \sin \theta_d = n_2 \sin \theta_b \quad (9.61)$$

yang merupakan ungkapan **hukum Snell**.

Contoh

Di dalam suatu tabung dimasukkan air dan alcohol (air di bawah dan alcohol di atas). Modulus volum masing-masing zat cair tersebut adalah  $2,0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$  untuk air dan  $1,0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$  untuk alcohol. Massa jenis air dan alcohol masing-masing  $10^3 \text{ kg/m}^3$  dan  $7,9 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$ . Gelombang udara merambat dalam alcohol dan mengenai bidang batas antara alcohol dan air dengan sudut datang  $45^\circ$ . Tentukan

- Kecepatan rambat gelombang dalam air dan dalam alkohol
- Sudut bias gelombang ketika memasuki air.

Jawab

- Kecepatan rambat gelombang bunyi dalam fluida memenuhi

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

Kecepatan rambat bunyi dalam alkohol

$$v_1 = \sqrt{\frac{1,0 \times 10^9}{7,9 \times 10^2}} = 1125 \text{ m/s}$$

Kecepatan rambat bunyi dalam air

$$v_2 = \sqrt{\frac{2,0 \times 10^9}{10^3}} = 1414 \text{ m/s}$$

b) Diberikan sudut datang,  $\theta_D = 45^\circ$

Dengan menggunakan hukum pemantulan

$$\frac{\sin \theta_d}{v_1} = \frac{\sin \theta_b}{v_2}$$

atau

$$\sin \theta_b = \frac{v_2}{v_1} \sin \theta_d = \frac{1414}{1125} \times \sin 45^\circ = 1,26 \times 0,71 = 0,895$$

atau

$$\theta_b = 63,5^\circ$$

## 9.12 Superposisi

Kita sudah memahami bahwa ketika gelombang meambat maka titik-titik dalam medium menyimpang dari posisi seimbang. Besarnya penyimpangan beubah-ubah antara  $-A$  sampai  $+A$  dengan  $A$  adalah amplitudo gelombang. Apa yang terjadi jika ada dua gelombang yang merambat bersamaan dalam medium tersebut?

Gelombang pertama akan menyimpangkan titik-titik dalam medium antara  $-A$  sampai  $+A$ . Gelombang kedua juga akan menyimpangkan titik-titik dalam medium antara  $-A$  sampai  $+A$ . Sehingga simpangan total titik-titik dalam medium ketika dua gelombang merambat bersamaan merupakan jumlah dari simpangan yang dihasilkan oleh masing-masing gelombang. Fenomena ini dikenal dengan **superposisi gelombang**.

Secara formal, superposisi gelombang dapat dirumuskan secara materika berikut ini.

Jika ada dua gelombang dengan simpangan  $y_1(x,t)$  dan  $y_2(x,t)$  merambat bersamaan dalam medium yang sama maka simpangan total titik-titik dalam medium memenuhi

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) \quad (9.62)$$

Jika ada  $N$  gelombang yang merambat bersamaan dalam medium yang sama maka simpangan total titik dalam medium memenuhi

$$\begin{aligned} y(x,t) &= y_1(x,t) + y_2(x,t) + \dots + y_N(x,t) \\ &= \sum_{i=1}^N y_i(x,t) \end{aligned} \quad (9.63)$$

### **Superposisi Gelombang Sinusoidal**

Sekarang kita tinjau gelombang yang bentuknya sederhana, yaitu gelombang sinusoidal. Untuk mudahnya kita hanya batasi pada superposisi dua buah gelombang. Simpangan masing-masing gelombang adalah

$$y_1(x,t) = A_1 \cos\left(2\pi \frac{t}{T_1} - 2\pi \frac{x}{\lambda_1} + \varphi_{o1}\right) \quad (9.64)$$

$$y_2(x,t) = A_2 \cos\left(2\pi \frac{t}{T_2} - 2\pi \frac{x}{\lambda_2} + \varphi_{o2}\right) \quad (9.65)$$

Superposisi dua gelombang tersebut adalah

$$\begin{aligned} y(x,t) &= y_1(x,t) + y_2(x,t) \\ &= A_1 \cos\left(2\pi \frac{t}{T_1} - 2\pi \frac{x}{\lambda_1} + \varphi_{o1}\right) + A_2 \cos\left(2\pi \frac{t}{T_2} - 2\pi \frac{x}{\lambda_2} + \varphi_{o2}\right) \end{aligned} \quad (9.66)$$

Kita tinjau kasus sederhana di mana amplitudo, periode dan panjang gelombang kedua gelombang sama,

$$A_1 = A_2$$

$$T_1 = T_2$$

$$\lambda_1 = \lambda_2$$

Persamaan (9.66) dapat ditulis

$$y(x,t) = A \left\{ \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi_{o1}\right) + \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi_{o2}\right) \right\}$$

Kita gunakan persamaan trigonometri

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \quad (9.67)$$

di mana

$$\alpha = 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi_{o1}$$

dan

$$\beta = 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi_{o2}$$

Maka

$$\begin{aligned}\frac{\alpha + \beta}{2} &= 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \left( \frac{\varphi_{o1} + \varphi_{o2}}{2} \right) \\ \frac{\alpha - \beta}{2} &= \left( \frac{\varphi_{o1} - \varphi_{o2}}{2} \right)\end{aligned}$$

Dengan demikian, kita dapat menulis

$$y(x, t) = 2A \cos\left(\frac{\varphi_{o1} - \varphi_{o2}}{2}\right) \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \left[ \frac{\varphi_{o1} + \varphi_{o2}}{2} \right]\right) \quad (9.68)$$

Mari kita amati bagaimana bentuk pola gelombang pada berbagai posisi. Kita melakukan pengamatan pada saat tertentu. Untuk mudahnya kita amati pada saat  $t = 0$ . Pada saat  $t = 0$  sebagian simpangan gelombang pada berbagai posisi memenuhi persamaan

$$y(x, 0) = 2A \cos\left(\frac{\varphi_{o1} - \varphi_{o2}}{2}\right) \cos\left(-2\pi \frac{x}{\lambda} + \left[ \frac{\varphi_{o1} + \varphi_{o2}}{2} \right]\right) \quad (9.69)$$

Gambar 9.21 Adalah pola gelombang hasil superposisi yang “dipotret” pada saat  $t = 0$ . Tampak bahwa amplitudo gelombang yang dihasilkan sangat bergantung pada nilai  $\varphi_{o1} - \varphi_{o2}$ . Dan ini dapat dipahami dari persamaan (9.69). Setelah superposisi, maka gelombang dihasilkan memiliki frekuensi yang sama dengan gelombang semula tetapi amplitudonya berubah menjadi

$$A' = 2A \cos\left(\frac{\varphi_{o1} - \varphi_{o2}}{2}\right) \quad (9.70)$$

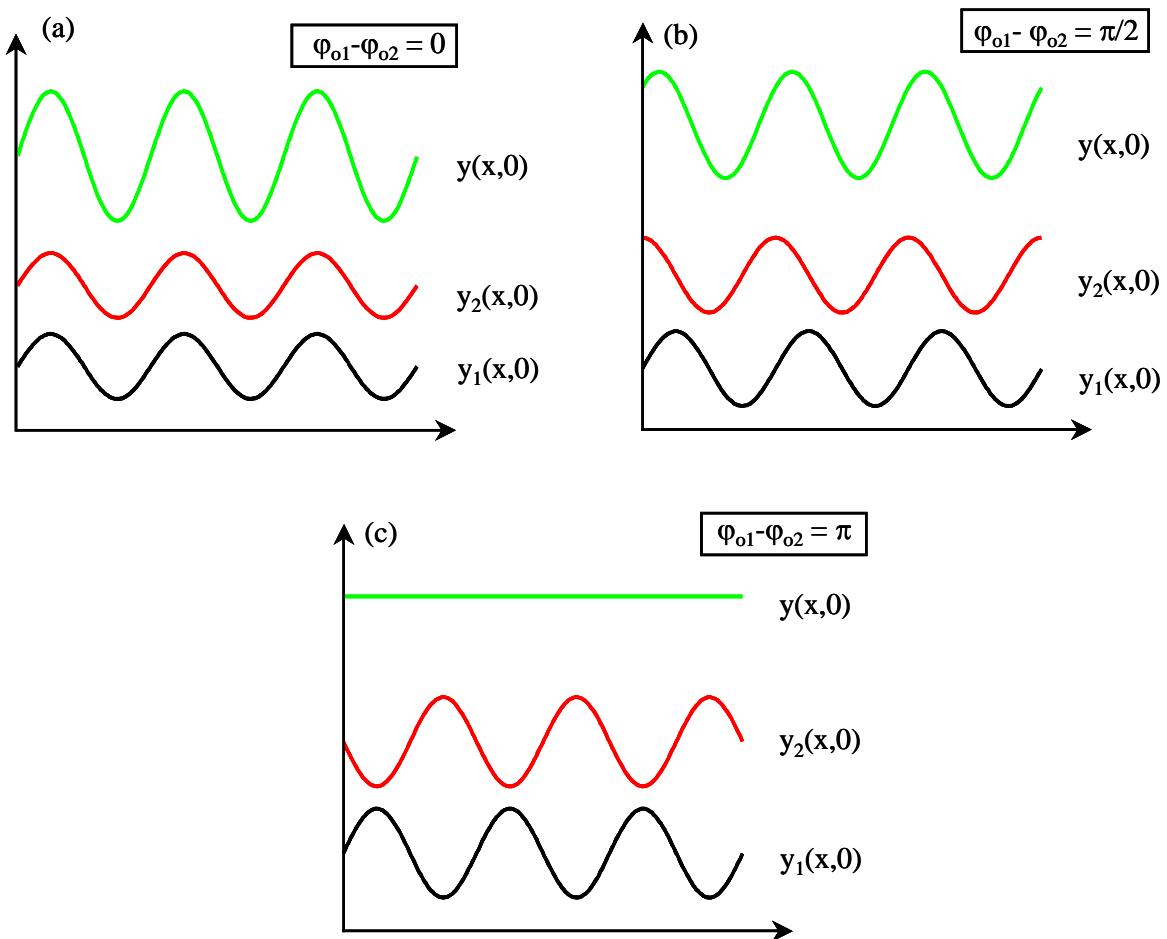
Jadi, amplitudo gelombang superposisi bergantung pada  $\varphi_{o1} - \varphi_{o2}$ .

Suatu yang menarik terjadi jika

$$\frac{\varphi_{o1} - \varphi_{o2}}{2} = 0 \text{ atau } \varphi_{o1} = \varphi_{o2}.$$

Dengan demikian,  $A' = 2A \cos(0) = 2A$ . Jika kondisi ini dipenuhi maka amplitudo gelombang

superposisi menjadi dua kali amplitudo gelombang semula. Jika kondisi ini dicapai maka dua gelombang dikatakan **sefasa** dan superposisi yang terjadi disebut **superposisi konstruktif**.



Gambar 9.21 (a) adalah superposisi gelombang asal yang memiliki fase sama, (b) adalah superposisi gelombang asal yang memiliki beda fase  $\pi/2$ , dan (c) adalah superposisi gelombang asal yang memiliki beda fase  $\pi$ .

Kasus menarik lain terjadi jika

$$\frac{\phi_{o1} - \phi_{o2}}{2} = \frac{\pi}{2} \quad \text{atau} \quad \phi_{o1} = \phi_{o2} + \pi .$$

Dengan demikian,  $A' = 2A\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ . Jika kondisi ini dipenuhi maka amplitudo gelombang superposisi nol. Pada konsisi ini kedua gelombang dikatakan **berlawanan fasa** dan superposisi yang terjadi disebut **superposisi destruktif**.

### 9.13 Pelayangan

Kasus menarik terjadi jika dua gelombang memiliki perbedaan frekuensi yang sangat kecil. Misalkan

$$f_1 = f_2 + \Delta f \quad (9.71)$$

Misalkan pula dua gelombang memiliki amplitudo yang sama. Kemudian kita mengamati gelombang superposisi pada lokasi tertentu. Misalkan lokasi tersebut adalah  $x = 0$ . Gelombang superposisi menjadi

$$\begin{aligned} y(0,t) &= A \cos\left(2\pi \frac{t}{T_1} - 2\pi \frac{0}{\lambda_1} + \varphi_{o1}\right) + A \cos\left(2\pi \frac{t}{T_2} - 2\pi \frac{0}{\lambda_2} + \varphi_{o2}\right) \\ &= A \left\{ \cos\left(2\pi \frac{t}{T_1} + \varphi_{o1}\right) + \cos\left(2\pi \frac{t}{T_2} + \varphi_{o2}\right) \right\} \end{aligned}$$

Kita mengganti  $1/T$  dengan  $f$  sehingga dapat kita tulis

$$y(0,t) = A \{ \cos(2\pi f_1 t + \varphi_{o1}) + \cos(2\pi f_2 t + \varphi_{o2}) \} \quad (9.72)$$

Kita dapatkan di sini,

$$\begin{aligned} \frac{\alpha + \beta}{2} &= 2\pi \left( \frac{f_1 + f_2}{2} \right) t + \left( \frac{\varphi_{o1} + \varphi_{o2}}{2} \right) \\ \frac{\alpha - \beta}{2} &= 2\pi \left( \frac{f_1 - f_2}{2} \right) t + \left( \frac{\varphi_{o1} - \varphi_{o2}}{2} \right) \\ &= 2\pi \frac{\Delta f}{2} t + \frac{\Delta \varphi_o}{2} \end{aligned}$$

dengan  $\Delta \varphi_o = \varphi_{o1} - \varphi_{o2}$ .

Dengan demikian, persamaan (9.72) dapat ditulis menjadi

$$y(0,t) = 2A \cos\left(2\pi \frac{\Delta f}{2} t + \frac{\Delta \varphi_o}{2}\right) \cos\left[2\pi \left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right) t + \left(\frac{\varphi_{o1} + \varphi_{o2}}{2}\right)\right] \quad (9.73)$$

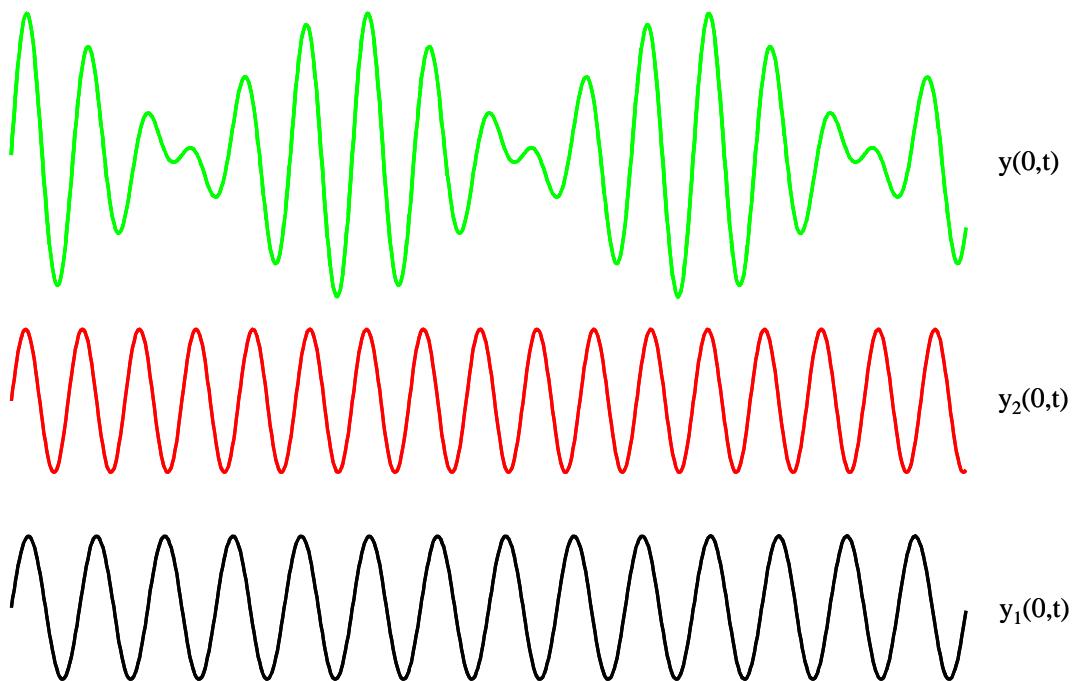
Gambar 9.22 adalah pola simpangan yang terjadi ketika gelombang dengan frekuensi sedikit berbeda disuperposisi. Tampak bahwa gelombang hasil superposisi memiliki amplitudo yang

bergantung pada waktu. Amplitudo bervariasi dari nol sampai 2A. Amplitudo maksimum terjadi ketika

$$\cos\left(2\pi \frac{\Delta f}{2} t + \frac{\Delta\varphi_o}{2}\right) = \pm 1$$

atau

$$2\pi \frac{\Delta f}{2} t + \frac{\Delta\varphi_o}{2} = 0, -\pi, \text{ atau } +\pi.$$



*Gambar 9.22 Superposisi dua gelombang yang memiliki frekuensi sedikit berbeda. Kurva merah dan hitam adalah gelombang asal dan kurva hijau adalah gelombang hasil superposisi.*

Misalkan amplitudo maksimum terjadi saat  $t_1$  yang memenuhi

$$2\pi \frac{\Delta f}{2} t_1 + \frac{\Delta\varphi_o}{2} = 0$$

Amplitudo maksimum berikutnya terjadi saat  $t_1+\tau$  dan memenuhi

$$2\pi \frac{\Delta f}{2} (t_1 + \tau) + \frac{\Delta\varphi_o}{2} = \pi.$$

Dengan demikian

$$\left[ 2\pi \frac{\Delta f}{2} (t_1 + \tau) + \frac{\Delta \varphi_o}{2} \right] - \left[ 2\pi \frac{\Delta f}{2} t_1 + \frac{\Delta \varphi_o}{2} \right] = \pi$$

atau

$$\pi \Delta f \tau = \pi$$

atau

$$\tau = \frac{1}{\Delta f} \quad (9.74)$$

Jadi, amplitudo maksimum terjadi berulang-ulang dengan periode  $\tau = 1/\Delta f$ .

Untuk gelombang bunyi, saat amplitudo maksimum kita akan mendengar bunyi yang keras, dan saat amplitudo nol kita tidak mendengar bunyi. Karena amplitudo maksimum muncul secara periodik maka kita mendengar bunyi keras yang muncul secara periodic dengan periode  $\tau = 1/\Delta f$ . Peristiwa ini disebut **pelayangan**, dan  $\tau$  disebut **periode pelayangan**.

Contoh

Sebuah garpu tala menghasilkan frekuensi 400 Hz. Ketika digetarkan didekat senar gitar yang sedang dipetik, terjadi 20 pelayangan dalam lima detik. Berapakah frekuensi senar gitar?

Jawab

Frekuensi pelayangan

$$\Delta f = \frac{20}{5} = 4 \text{ Hz.}$$

Frekuensi pelayangan sama dengan selisih frekuensi dua sumber. Dengan demikian, frekuensi yang mungkin dimiliki oleh senar gitar adalah  $400 + 4 = 404$  Hz atau  $400 - 4 = 396$  Hz.

## 9.14 Gelombang Berdiri

Kasus menarik lain terjadi jika gelombang yang bersuperposisi merambat dalam arah berlawanan.

Misalkan gelombang pertama merambat ke arah kanan,

$$y_1(x, t) = A \cos \left( 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi_{o1} \right)$$

dan gelombang kedua merambat ke arah kiri,

$$y_2(x,t) = A \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi_{o2}\right)$$

Perbedaan arah gelombang dibedakan oleh tanda di depan suku  $2\pi x/\lambda$ . Tanda negatif untuk gelombang yang merambat ke kanan dan tanda positif untuk gelombang yang merambat ke kiri.

Superposisi kedua gelombang tersebut menjadi

$$y(x,t) = A \left\{ \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi_{o1}\right) + \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi_{o2}\right) \right\}$$

Kita dapatkan

$$\alpha = 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi_{o1}$$

dan

$$\beta = 2\pi \frac{t}{T} + 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi_{o2}$$

sehingga

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = 2\pi \frac{t}{T} + \left( \frac{\varphi_{o1} + \varphi_{o2}}{2} \right)$$

$$\frac{\alpha - \beta}{2} = -2\pi \frac{x}{\lambda} + \left( \frac{\varphi_{o1} - \varphi_{o2}}{2} \right)$$

Dengan demikian, gelombang hasil superposisi dapat ditulis

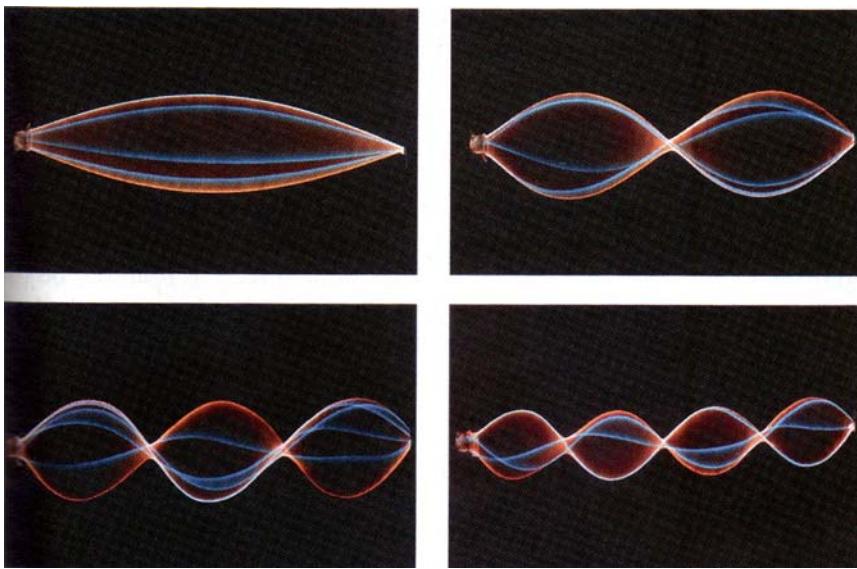
$$y(x,t) = 2A \cos\left(-2\pi \frac{x}{\lambda} + \frac{\varphi_{o1} - \varphi_{o2}}{2}\right) \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \frac{\varphi_{o1} + \varphi_{o2}}{2}\right) \quad (9.75)$$

Dengan menggunakan sifat  $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ , maka bagian kosinus pertama di ruas kanan persamaan (9.75) dapat diubah penulisannya sehingga diperoleh

$$y(x,t) = 2A \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda} - \frac{\varphi_{o1} - \varphi_{o2}}{2}\right) \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \frac{\varphi_{o1} + \varphi_{o2}}{2}\right) \quad (9.76)$$

Yang kita dapatkan bukan lagi gelombang merambat, tetapi hanya menyimpangan titik-titik pada medium. Tiap titik berosilasi harmonik dengan amplitudo yang bergantung pada posisi.

Gelombang semacam ini disebut **gelombang berdiri**. Gambar 9.23 adalah contoh pola gelombang berdiri.



*Gambar 9.23 Contoh gelombang berdiri*

### 9.15 Gelombang Berdiri pada Dawei

Gelombang berdiri dapat kita jumpai pada senar gitar. Misalkan panjang senal  $L$ . Ujung senar gitar, yaitu pada posisi  $x = 0$  dan  $x = L$  harus selalu memiliki simpangan nol karena ditambatkan pada posisi tetap. Jadi,  $y(0,t) = 0$  dan  $y(L,t) = 0$ . Berdasarkan persamaan (9.76), kondisi ini dicapai jika

$$\cos\left(2\pi \frac{0}{\lambda} - \frac{\varphi_{o1} - \varphi_{o2}}{2}\right) = 0 \quad (9.77)$$

dan

$$\cos\left(2\pi \frac{L}{\lambda} - \frac{\varphi_{o1} - \varphi_{o2}}{2}\right) = 0 \quad (9.78)$$

Syarat (9.77) menghasilkan

$$\frac{\varphi_{o1} - \varphi_{o2}}{2} = \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3}{2}\pi, \dots \quad (9.79)$$

dan syarat (9.78) menghasilkan

$$2\pi \frac{L}{\lambda} - \frac{\varphi_{o1} - \varphi_{o2}}{2} = \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3}{2}\pi, \dots \quad (9.80)$$

Jika persamaan (9.80) dikurangkan pada persamaan (9.79) maka ruas kanan berbeda kelipatan bulat dari  $\pi$ . Jadi

$$\left( 2\pi \frac{L}{\lambda} - \frac{\varphi_{o1} - \varphi_{o2}}{2} \right) - \left( \frac{\varphi_{o1} - \varphi_{o2}}{2} \right) = n\pi$$

dengan  $n$  bilangan bulat

Kita dapatkan

$$2\pi \frac{L}{\lambda} = n\pi \quad (9.81)$$

Karena  $n$  memiliki bermacam-macam nilai yang mungkin, maka  $\lambda$  juga memiliki bermacam-macam nilai yang mungkin. Oleh karena itu akan lebih tepat jika kita menggunakan symbol  $\lambda_n$ . Dengan demikian, panjang gelombang pada senar gitar memenuhi

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (9.82)$$

dengan  $n = 1, 2, 3, \dots$

Untuk  $n = 1$ :  $\lambda_1 = 2L$  disebut nada dasar atau harmonik pertama

Untuk  $n = 2$ :  $\lambda_2 = L$  disebut nada atas pertama atau harmonik kedua

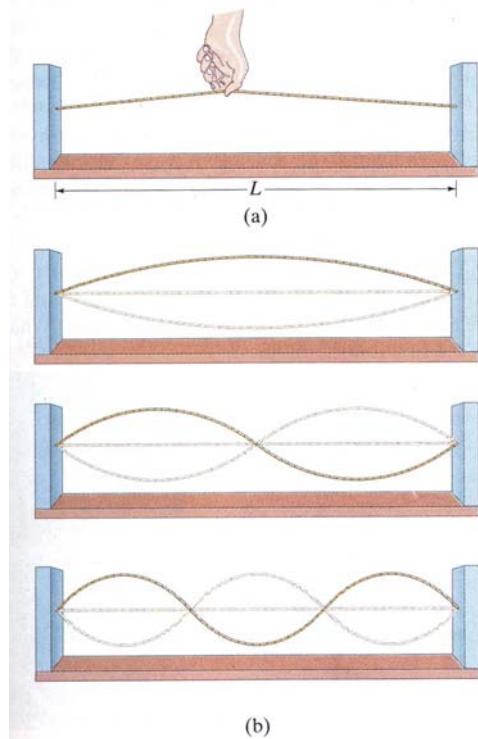
Untuk  $n = 3$ :  $\lambda_3 = \frac{2L}{3}$  disebut nada atas kedua atau harmonik ketiga

Dan seterusnya

Karena frekuensi memenuhi  $f = v/\lambda$ , maka frekuensi-frekuensi harmonik yang dihasilkan adalah

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{(2L/n)}$$

$$= n \frac{v}{2L} \quad (9.83)$$



Gambar 9.24 Berbagai pola gelombang berdiri yang terbentuk pada tali.

Contoh

Frekuensi dasar dawai biola adalah 440 Hz. Berapakah frekuensi empat harmonik pertama

Jawab

Berdasarkan persamaan (9.83), kita dapat menulis

$$f_n \propto n \quad (9.84)$$

Frekuensi harmonik pertama sama dengan frekuensi dasar, yaitu 440 Hz.

Jadi,

$$f_1 = 440 \text{ Hz}$$

Dari persamaan (9.84) tampak bahwa

$$\frac{f_n}{f_1} = \frac{n}{1} = n$$

atau

$$f_n = nf_1$$

Dengan demikian:

Frekuensi harmonik kedua:  $f_2 = 2 \times f_1 = 2 \times 440 = 880$  Hz

Frekuensi harmonik ketiga:  $f_2 = 3 \times f_1 = 3 \times 440 = 1\,320$  Hz

Frekuensi harmonik ketiga:  $f_2 = 4 \times f_1 = 4 \times 440 = 1\,760$  Hz

## Soal dan Pembahasan

- 1) Ketika supernova 1987A dideteksi di bumi, neutrino yang dipancarkan supernova tersebut mencapai bumi 20 menit lebih cepat daripada cahaya meskipun keduanya tercipta pada saat yang bersamaan. Apakah pengamatan ini tidak bertentangan dengan konsep bahwa tidak ada materi yang dapat melebihi kecepatan cahaya?

Jawab

Pengamatan ini menunjukkan bahwa ruang antar bintang tidak benar-benar vakum tetapi masih mengandung materi walapung dengan kerapatan sangat rendah. Akibatnya, ruang antar alam semesta memiliki indeks bias lebih besar daripada satu sehingga laju cahaya dalam ruang antar alam semesta lebih kecil daripada laju cahaya dalam ruang vakum. Neutrino adalah materi yang lajunya hampir mendekati laju cahaya dan sangat sulit dihambat oleh materi. Selama bergerak dalam ruang antar bintang (meskipun ruang tersebut terisi oleh materi) laju neutrino hampir tidak berubah.

Laju materi yang tidak dapat melebihi cahaya maksudnya adalah laju cahaya dalam ruang hampa. Sedangkan dalam ruang antar bintang, laju cahaya bisa lebih kecil dari laju cahaya dalam ruang yang benar-benar hampa. Dengan demikian, bisa terjadi laju neutrino dalam ruang antar bintang lebih besar daripada laju cahaya. Itu sebabnya, neutrino dapat mencapai bumi lebih cepat daripada cahaya.

- 2) Pelayangan dihasilkan oleh dua loudspeaker berbeda, yang masing-masing beroperasi pada frekuensi 450 Hz dan 550 Hz. Sebuah mikrofon digunakan untuk mendekripsi gelombang yang dihasilkan dua loudspeaker untuk ditampilkan di osiloskop sehingga bentuk gelombang yang dihasilkan dapat ditampilkan di layar osiloskop.

(a) Hitung frekuensi pelayangan dan selang waktu antara dua pelayangan

(b) Berapa frekuensi gelombang resultan

Jawab

(a) Frekuensi pelayangan sama dengan selisih frekuensi dua sumber, yaitu

$$\Delta f = 550 - 450 = 100 \text{ Hz}$$

Selang waktu antara dua pelayangan

$$\tau = 1/\Delta f = 1/100 = 0,01 \text{ s}$$

(b) Frekuensi gelombang resultan berdasarkan persamaan (44.14) adalah

$$f = \frac{f_1 + f_2}{2} = \frac{450 + 550}{2} = 500 \text{ Hz}$$

3) Ketika dua buah garpu tala A dan B dibunyikan bersama dihasilkan pelayangan 8 Hz. Frekuensi garpu tala A diketahui, yaitu 512 Hz. Ketika pada garpu tala B ditempel plastisin, dan garpu tala A dan B dibunyikan bersama lagi didengar pelayangan 2 Hz. Berapakah frekuensi garpu tala B?

Jawab

Frekuensi garpu tala A adalah 512 Hz.

Karena terjadi pelayangan 8 Hz maka selisih frekuensi garpu tala A dan B adalah 8 Hz.

Dengan demikian ada dua kemungkinan frekuensi garpu tala B, yaitu  $512 + 8 = 520$  Hz atau  $512 - 8 = 504$  Hz.

Jika pada garpu tala dilekatkan plastisin, maka frekuensinya berkurang. Ketika pada garpu tala B ditempel plastisin diamati pelayangan 2 Hz. Jadi, dengan menurunnya frekuensi garpu tala B, frekuensi pelayangan berkurang. Ini hanya mungkin terjadi jika mula-mula frekuensi garpu tala B lebih besar daripada frekuensi garpu tala A. Karena, jika mula-mula frekuensi garpu tala B lebih kecil daripada frekuensi garpu tala A, maka penempelan plastisin menyebabkan frekuensi pelayangan makin besar (frekuensi garpu tala B makin jauh di bawah frekuensi garpu tala A).

Dengan demikian, frekuensi garpu tala B sebelum ditempel plastisin adalah 520 Hz.

4) Sebuah gelombang berdiri dihasilkan pada seutas tali pada frekuensi 438 Hz. Jarak antara dua simpul yang terbentuk adalah 45 cm.

a) Hitung panjang gelombang pada tali

b) Jika tegangan tali 85 N, hitung massa tali per satuan panjang

c) Jika diameter tali 0,28 mm hitung massa jenis material tali.

Jawab

a) Jarak antara dua simpul sama dengan setengah panjang gelombang. Jadi panjang gelombang adalah  $\lambda = 2 \times 45 \text{ cm} = 90 \text{ cm} = 0,9 \text{ m}$

b) Untuk menghitung massa tali per satuan panjang, kita tentukan dahulu kecepatan gelombang

$$v = \lambda f = 0,9 \times 438 = 394 \text{ m/s}$$

Dengan menggunakan hubungan

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

maka

$$\mu = \frac{F_T}{v^2} = \frac{85}{(394)^2} = 5,5 \times 10^{-4} \text{ kg/m}$$

c) Diameter kawat:  $d = 0,28 \text{ mm} = 2,8 \times 10^{-4} \text{ m}$

Luas penampang kawat

$$A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 3,14 \times \left(\frac{2,8 \times 10^{-4}}{2}\right)^2 = 6,2 \times 10^{-8} \text{ m}^2$$

Lihat kawat sepanjang 1 meter.

Massa kawat:  $m = 1 \text{ m} \times 5,5 \times 10^{-4} \text{ kg/m} = 5,5 \times 10^{-4} \text{ kg}$

Volum kawat:  $V = 1 \text{ m} \times A = 6,2 \times 10^{-8} \text{ m}^3$

Massa jenis bahan kawat

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{5,5 \times 10^{-4}}{6,2 \times 10^{-8}} = 8,9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

5) Sebuah garpu tala yang menghasilkan frekuensi 256 Hz digunakan untuk menset dawai sonometer sehingga panjang dawai yang harus diset adalah 0,85 m. Jika kemudian panjang dawai dikurangi menjadi 0,80 m

a) Berapa frekuensi yang dihasilkan dawai pada panjang yang baru ini?

b) Berapa frekuensi pelayangan yang didengar ketika dawai yang telah diperpendek dan garpu tala dibunyikan bersama?

Jawab

Saat dawai memiliki panjang 0,85 m, frekuensi yang dihasilkan persis sama dengan frekuensi garpu tala.

Berdasarkan persamaan (44.24) kita dapatkan

$$f \propto \frac{1}{L}$$

sehingga

$$\frac{f'}{f} = \frac{L}{L'}$$

atau

$$f' = \frac{L}{L'} f = \frac{0,85}{0,80} \times 256 = 272 \text{ Hz}$$

Jadi frekuensi dawai setelah diperpendek adalah 272 Hz.

b) Frekuensi pelayangan yang terdengar ketika dawai yang diperpendek dan garpu tala dibunyikan bersama adalah

$$\Delta f = f' - f = 272 - 256 = 16 \text{ Hz}$$

6) Ketika tidak dijepit dengan jari, dawai gitar bergetar dengan frekuensi 294 Hz. Berapakah frekuensi geratan dawai gitar jika jari menjepit gitar pada posisi sepertiga panjang dawai dan bagian dawai yang digetarkan adalah yang panjangnya dua pertiga panjang semula?

Jawab

Yang ditanyakan di sini adalah berapa frekuensi harmonik pertama untuk dawai biola yang

dijepit. Jadi n tetap, tetapi L berubah. Berdasarkan persamaan (44.24) kita dapat menulis

$$f_1 \propto \frac{1}{L}$$

Atau

$$\frac{f'_1}{f_1} = \frac{L}{L'}$$

Ketika dijepit dengan jari, maka panjang senar yang digetarkan menjadi

$$L' = \frac{2}{3}L$$

Dengan demikian

$$f'_1 = \frac{L}{L'} f_1 = \frac{L}{(2/3)L} f_1 = \frac{3}{2} f_1 = \frac{3}{2} \times 294 = 441 \text{ Hz}$$

7) Jika dua nada atas berurutan pada tali memiliki panjang frekuensi 280 Hz dan 350 Hz, berapakah frekuensi nada dasarnya?

Jawab

Misalkan 280 Hz adalah frekuensi harmonik ke-n dan 350 Hz adalah frekuensi harmonik ke-(n+1).

Berdasarkan persamaan (44.24) kita dapatkan

$$f_n = nf_1$$

$$f_{n+1} = (n+1)f_1$$

Maka

$$\frac{f_{n+1}}{f_n} = \frac{n+1}{n}$$

$$\frac{350}{280} = \frac{n+1}{n}$$

$$350n = 280n + 280$$

$$(350 - 280)n = 280$$

$$70n = 280$$

atau

$$n = 280/70 = 4$$

Dengan demikian, frekuensi nada dasar adalah

$$f_1 = \frac{f_n}{n} = \frac{280}{4} = 70 \text{ Hz}$$

8) (a) Jika tegangan tali diubah sebesar  $\Delta F_T$  yang cukup kecil perlihatkan bahwa frekuensi nada dasar berubah sebesar  $\Delta f = \frac{1}{2}(\Delta F_T / F_T)f_1$ . (b) Berapa persen tegangan tali piano harus diubah agar frekuensi nada dasar meningkat dari 438 Hz ke 442 Hz?

Jawab

(a) Berdasarkan persamaan (44.24), frekuensi nada dasar memenuhi

$$f_1 = \frac{v}{2L}$$

Tetapi  $v = \sqrt{F_T / \mu}$  sehingga

$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

Jika tegangan tali diubah menjadi  $F_T + \Delta F_T$  maka frekuensi nada dasar berubah menjadi

$$f'_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F_T + \Delta F_T}{\mu}} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F_T}{\mu} \left(1 + \frac{\Delta F_T}{F_T}\right)} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F_T}{\mu} \left(1 + \frac{\Delta F_T}{F_T}\right)^{1/2}} = f_1 \left(1 + \frac{\Delta F_T}{F_T}\right)^{1/2}$$

Untuk  $\Delta F_T$  yang sangat kecil, kita dapat menggunakan aproksimasi berikut ini

$$\left(1 + \frac{\Delta F_T}{F_T}\right)^{1/2} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta F_T}{F_T}$$

Dengan demikian

$$f'_1 \approx f_1 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta F_T}{F_T}\right) = f_1 + \frac{1}{2} f_1 (\Delta F_T / F_T)$$

atau

$$\Delta f = f'_1 - f_1 = \frac{1}{2} f_1 (\Delta F_T / F_T)$$

b)  $f_1 = 438$  Hz

$$\Delta f = 442 - 438 = 4 \text{ Hz}$$

Maka

$$\frac{\Delta F_T}{F_T} = \frac{2\Delta f}{f_1} = \frac{2 \times 4}{438} = 0,018 = 1,8\%$$

9) Perkirakan berapa intensitas dua nada atas pertama dibandingkan dengan intensitas nada dasar dari bunyi yang dihasilkan biola?

Jawab

Frekuensi yang dihasilkan biola memenuhi

$$f_n = nf_1$$

Intensitas berbanding lurus dengan kuadrat frekuensi. Jadi

$$I_n \propto f_n^2$$

$$I_n \propto n^2 f_1^2$$

Perbandingan intensitas nada atas pertama ( $n = 2$ ) dengan intensitas nada dasar adalah

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{2^2 f_1^2}{f_1^2} = 4$$

Perbandingan intensitas nada atas kedua ( $n = 3$ ) dengan intensitas nada dasar adalah

$$\frac{I_3}{I_1} = \frac{3^2 f_1^2}{f_1^2} = 9$$

10) Gelombang dengan frekuensi 2 Hz dan panjang gelombang 1,6 m merambat pada seutas tali.

a) berapa kecepatan gelombang?

b) Berapa beda fase antara dua titik yang berjarak 0,4 meter?

Jawab

a) Kecepatan gelombang:  $v = \lambda f = 1,6 \times 2 = 3,2 \text{ m/s}$

b) Fase titik yang berada pada jarak  $x$

$$\varphi_1 = 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi_o$$

Fase titik yang terpisah sejauh 0,4 m adalah

$$\varphi_2 = 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x+0,4}{\lambda} + \varphi_o$$

Beda fase dua titik

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= \varphi_2 - \varphi_1 = \left( 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x+0,4}{\lambda} + \varphi_o \right) - \left( 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi_o \right) \\ &= 2\pi \frac{0,4}{\lambda} = 2\pi \times \frac{0,4}{1,6} = \frac{\pi}{2}\end{aligned}$$

11) Dua batang zat padat memiliki modulus elastisitas yang sama. Namun, salah satu batang memiliki massa jenis dua kali lebih besar daripada batang yang lain. Batang manakan yang

dirambati gelombang dengan kecepatan lebih besar dan berapa kali lebih cepat dibandingkan dengan kecepatan gelombang pada batang yang lain?

Jawab

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

Untuk Y yang sama maka

$$v \propto \frac{1}{\sqrt{\rho}}$$

Karena kecepatan gelombang berbanding terbalik dengan akar massa jenis maka batang yang memiliki massa jenis lebih kecil dirambati gelombang dengan kecepatan lebih besar.

Dari hubungan di atas, kita dapatkan

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{1/\sqrt{\rho_1}}{1/\sqrt{\rho_2}} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

Jika  $\rho_2 = 2\rho_1$  maka

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{2\rho_1}{\rho_1}} = \sqrt{2} = 1,4$$

Jadi batang yang memiliki massa jenis setengah kali batang yang lain akan dirambati gelombang dengan kecepatan dua kali lebih besar.

12) Tali yang memiliki massa 0,55 kg ditegangkan pada dua penyangga pada kedua ujungnya. Panjang tali 30 m. Jika tegangan tali 150 N, berapa lama waktu yang diperlukan pulsa merambat dari satu ujung ke ujung yang lain dari tali tersebut?

Jawab

Massa tali per satuan panjang

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{0,55}{30} = 0,018 \text{ kg/m}$$

Kecepatan gelombang pada tali

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{150}{0,018}} = \sqrt{8333} = 91 \text{ m/s}$$

Waktu yang diperlukan pulsa merambat dari satu ujung tali ke ujung lainnya

$$\Delta t = \frac{L}{v} = \frac{30}{91} = 0,33 \text{ s}$$

- 13) Bandingkan intensitas dan amplitudo gelombang gempa bumi yang melewati dua lokasi yang berjarak 10 km dan 20 km dari pusat gempa (episentrum).

Jawab

Gelombang gempa bumi dapat dianggap merambat ke segala arah (gelombang bola). Dengan demikian, intensitas gelombang berbanding terbalik dengan kuadrat jarak dari pusat gelombang. Akibatnya, kita dapat menulis

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{10^2}{20^2} = \frac{1}{4}$$

Jadi, intensitas pada jarak 10 km dari pusat gelombang empat kali lebih besar daripada intensitas pada jarak 20 km.

- 14) Sebuah gelombang merambat pada tali dengan laju 10 m/s. Gelombang tersebut dihasilkan dengan mengetarkan ujung tali sebanyak 20 kali per detik dengan simpangan 4 cm. Jika pada saat  $t = 0$  titik pada posisi 0,5 m berada pada simpangan minimum, tentukan persamaan simpangan.

Jawab

Periode gelombang:  $T = 1/f = 1/20 = 0,05 \text{ s}$

Panjang gelombang:  $\lambda : v T = 10 \times 0,05 = 0,5 \text{ m}$

Persamaan umum gelombang:

$$y(x,t) = A \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi_o\right)$$

$$y(x,t) = 0,04 \cos\left(2\pi \frac{t}{0,05} - 2\pi \frac{x}{0,5} + \varphi_o\right)$$

Pada  $t = 0$  dan  $x = 0,5 \text{ m}$ , simpangan minimum, atau  $y(x=0,5, t=0) = -0,04$ . Dengan demikian

$$-0,04 = 0,04 \cos\left(2\pi \frac{0}{0,05} - 2\pi \frac{0,5}{0,5} + \varphi_o\right)$$

$$-1 = \cos(2\pi + \varphi_o)$$

yang memberikan solusi

$$2\pi + \varphi_o = \pi$$

atau

$$\varphi_o = -\pi$$

Maka simpangan gelombang memiliki bentuk

$$y(x,t) = 0,04 \cos \left( 2\pi \frac{t}{0,05} - 2\pi \frac{x}{0,5} - \pi \right)$$

15) Cepat rambat gelombang di air dalam bergantung pada panjang gelombang menurut persamaan  $v = \sqrt{\lambda g / 2\pi}$ . Untuk gelombang air dalam yang memiliki panjang gelombang 100 m,

hitunglah

- (a) Laju gelombang
- (b) Frekuensi gelombang
- (c) Waktu yang diperlukan molekul air untuk melakukan satu getaran penuh.

Jawab

$$(a) \text{ Diberikan } \lambda = 100 \text{ m, maka } v = \sqrt{\lambda g / 2\pi} = \sqrt{100 \times 10 / (2 \times 3,14)} = \sqrt{159} = 12,6 \text{ m/s}$$

$$(b) \text{ Frekuensi gelombang: } f = v / \lambda = 12,6 / 100 = 0,126 \text{ Hz}$$

$$(c) \text{ Waktu yang diperlukan molekul air untuk melakukan satu getaran penuh sama dengan periode gelombang, yaitu } T = 1/f = 1/0,126 = 7,9 \text{ s}$$

16) Sebuah gelombang berjalan melalui titik A dan B yang berjarak 8 cm dalam arah dari A ke B. Pada saat  $t = 0$  simpangan gelombang di A adalah 0. Jika panjang gelombang 12 cm dan amplitudo = 4 cm maka simpangan titik B pada saat fase titik A  $3\pi/2$  adalah (dalam cm)

Jawab

Persamaan umum gelombang bisa

$$y = A \cos \left( 2\pi \frac{x}{\lambda} - 2\pi \frac{t}{T} + \varphi_o \right)$$

atau bisa

$$y = A \sin \left( 2\pi \frac{x}{\lambda} - 2\pi \frac{t}{T} + \varphi_o \right)$$

Simpangan gelombang di titik A adalah

$$y_A = A \cos \left( 2\pi \frac{x_A}{\lambda} - 2\pi \frac{t}{T} + \varphi_o \right) = A \cos(fase_A)$$

atau bisa juga

$$y_A = A \sin\left(2\pi \frac{x_A}{\lambda} - 2\pi \frac{t}{T} + \varphi_o\right) = A \sin(fase_A)$$

Karena  $x_B = x_A + 8$ , maka simpangan titik B adalah

$$\begin{aligned} y_B &= A \cos\left(2\pi \frac{x_A + 8}{\lambda} - 2\pi \frac{t}{T} + \varphi_o\right) = A \cos\left(2\pi \frac{x_A}{\lambda} - 2\pi \frac{t}{T} + \varphi_o + 2\pi \frac{8}{\lambda}\right) \\ &= A \cos\left(fase_A + 2\pi \frac{8}{12}\right) = A \cos\left(fase_A + \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

atau bisa juga

$$\begin{aligned} y_B &= A \sin\left(2\pi \frac{x_A + 8}{\lambda} - 2\pi \frac{t}{T} + \varphi_o\right) = A \sin\left(2\pi \frac{x_A}{\lambda} - 2\pi \frac{t}{T} + \varphi_o + 2\pi \frac{8}{\lambda}\right) \\ &= A \sin\left(fase_A + 2\pi \frac{8}{12}\right) = A \sin\left(fase_A + \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

Saat fase titik A  $3\pi/2$  maka simpangan titik B mrmiliki dua kemungkinan, yaitu

$$\begin{aligned} y_B &= A \cos\left(fase_A + \frac{4\pi}{3}\right) = 4 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{4\pi}{3}\right) = 4 \cos\left(\frac{17\pi}{6}\right) = 4 \cos\left(2\pi + \frac{5\pi}{6}\right) \\ &= 4 \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 4 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -2\sqrt{3} \text{ cm} \end{aligned}$$

Bisa juga simpangan titik B adalah

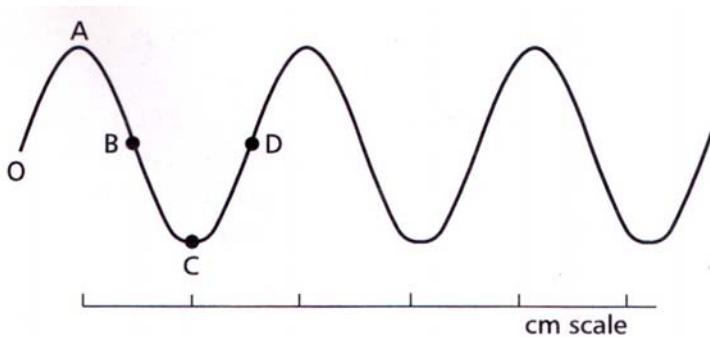
$$y_B = A \sin\left(fase_A + \frac{4\pi}{3}\right) = 4 \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \text{ cm}$$

### Soal-Soal

- 1) Seorang nelayan memukul bagian sisi perahuannya tepat pada posisi permukaan air. Ia mendengar bunyi pantulan oleh dasar laut 3,0 s kemudian. Jika diketahui modulus volum air laut adalah  $2,0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ , berapa kedalaman dasar laut?
- 2) Gelombang radio merambat di udara dengan laju  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ . Hitunglah:
  - (a) Panjang gelombang di udara untuk gelombang radion yang memiliki frekuensi 105 MHz
  - (b) Frekuensi gelombang radio yang memiliki panjang gelombang 1500 m.
- 3) Dua gelombang merambat melalui tali memiliki frekuensi yang sama. Namun satu gelombang membawa daya tiga kali lebih besar dari gelombang kedua. Berapa perbandingan amplitudo dua

gelombang tersebut?

- 4) Gambar 9.25 memperlihatkan pola simpangan gelombang yang sedang merambat ke kanan yang dipotret pada saat tertentu. Frekuensi gelombang adalah 0,25 Hz.
- Berapa amplitudo, panjang gelombang, dan laju perambatan gelombang?
  - Manakah dari titik A, B, C, atau D yang bergetar dengan fase berbeda  $3\pi/2$  dengan titik O?
  - Berapa beda fase antara titik A dan D?
  - Berapa perubahan simpangan titik A satu detik kemudian?



Gambar 9.25

- 5) Seutas kawat baja tergantung secara vertical pada satu titik tetap. Kawat tersebut menahan beban 80 N pada ujung bawahnya. Panjang kawat dari posisi beban ke titik gantungan adalah 1,5 m. Jika massa jenis kawat adalah  $7800 \text{ kg/m}^3$  dan diameter kawat 0,5 mm, hitunglah frekuensi nada dasar yang dihasilkan kawat jika digetarkan.
- 6) Dawai biola mempunyai frekuensi nada dasar 400 Hz. Panjang bagian dawai yang sedang bergetar adalah 32 cm dan massanya 0,35 g. Berapakah tegangan dawai?
- 7) Dawai gitar yang tidak dijepit dengan jari memiliki panjang 0,7 m dan dipetik hingga menghasilkan frekuensi nada dasar 330 Hz. Berapa panjang dari ujung dawai tersebut harus dijepit dengan jari agar dihasilkan frekuensi nada dasar 440 Hz?
- 8) Serorang perakit piano mendengar satu layangan tiap 2 detik ketika mencoba mengatur dua dawai piano. Salah satu dawai bergetar dengan frekuensi 440 Hz. Maka frekuensi dawai yang lainnya adalah ....
- 9) Sebuah anjing mainan menggongong dengan frekuensi 23,5 Hz sedangkan anjing mainan yang lain menggongong pada frekuensi yang tidak diketahui. Masing-masing frekuensi tidak dapat didengar oleh telinga manusia. Namun, jika gonggongan dua mainan tersebut terjadi

bersamaan, bunyi dengan frekuensi 5000 Hz dapat didengar. Perkirakan berapa frekuensi gonggongan anjing mainan kedua.

- 10) Sebuah dawai gitar menghasilkan pelayangan 4 Hz ketika dibunyikan bersama garpu tala yang memiliki freksi 350 Hz dan menghasilkan pelayangan 9 Hz ketika dibunyikan bersama garpu tala 355 Hz. Berapakah frekuensi dawai gitar?
- 11) Dua dawai piano yang diduga bergetar pada frekuensi 132 Hz menghasilkan tiga kali pelayangan dalam dua detik. (a) Jika salah satu dawai bergetar pada frekuensi 132 Hz, berapakah frekuensi getaran dawai lainnya? (b) Agar frekuensi getar dua dawai persis sama, berapa persenkan tegangan dawai kedua harus diubah?
- 12) Dua dawai biola masing-masing menghasilkan frekuensi 294 Hz. Tegangan salah satu dawai kemudian dikurangi 1,5 persen. Berapakah frekuensi pelayangan yang terdengar?

## Bab 10

# Gejala Gelombang dan Gelombang Bunyi

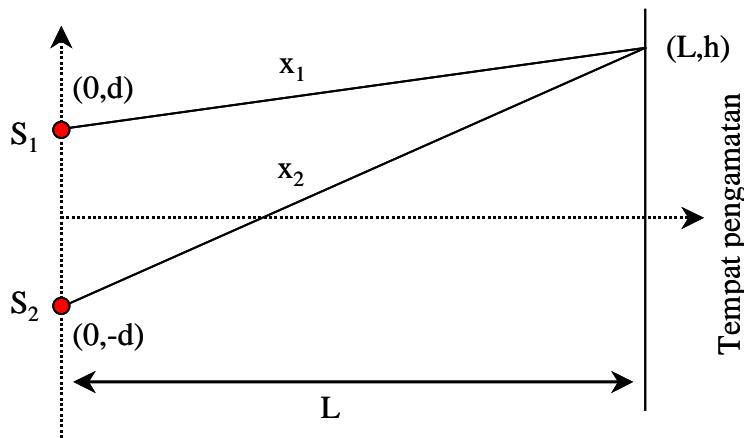
Kita sudah mempelajari beberapa besaran yang dimiliki gelombang serta persamaan umum yang berlaku bagi gelombang. Pada bab ini kita meningkatkan pemahaman kita tentang gelombang dengan mempelajari beberapa sifat yang dimiliki gelombang.

### 10.1 Interferensi

Interferensi adalah terjadinya penguatan atau pelemahan simpangan gelombang karena muncul gelombang yang lain pada tempat yang sama. Simpangan gelombang yang dihasilkan merupakan superposisi gelombang asal dan gelombang lain.

Simpangan total yang dihasilkan bergantung pada fase masing-masing gelombang. Jika di suatu titik gelombang-gelombang tersebut memiliki fase yang sama maka terjadi penguatan simpangan di titik tersebut. Sebaliknya jika dua gelombang memiliki fase berlawanan pada suatu titik maka simpangan gelombang tersebut saling melemahkan. Jika dua gelombang memiliki frekuensi, panjang gelombang, dan amplitudo yang sama maka dua gelombang yang memiliki fase berlawanan menghasilkan simpangan total nol.

Untuk lebih memahami fenomena interferensi, mari kita lihat interferensi gelombang yang dihasilkan dua sumber berikut ini.



*Gambar 10.1 Interferensi gelombang yang dihasilkan oleh dua sumber.*

Untuk mudahnya kita anggap dua sumber memiliki frekuensi, panjang gelombang, dan amplitudo yang sama. Kita akan mengamati perubahan simpangan benda pada berbagai titik sepanjang garis lurus yang sejajar dengan garis hubung dua sumber. Jarak garis hubung dua sumber dengan garis pengamatan adalah L.

Sebagai penolong, kita buat pusat koordinat berada tepat di tengah-tengah dua sumber. Koordinat sumber S1 adalah (0,d) sumber S2 adalah (0,-d). Kita amati interferensi pada koordinat (L,h).

Jarak titik pengamatan ke sumber S1 adalah

$$x_1 = \sqrt{L^2 + (h-d)^2}$$

Jarak titik pengamatan ke sumber S2 adalah

$$x_2 = \sqrt{L^2 + (h+d)^2}$$

Simpangan gelombang dari sumber S1 yang sampai di titik pengamatan adalah

$$y_1(L,t) = A \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x_1}{\lambda}\right) \quad (10.1)$$

Simpangan gelombang dari sumber S2 yang sampai di titik pengamatan adalah

$$y_2(L,t) = A \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x_2}{\lambda}\right) \quad (10.2)$$

Simpangan total pada titik pengamatan

$$\begin{aligned} y(L,y) &= y_1(L,t) + y_2(L,t) \\ &= A \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x_1}{\lambda}\right) + A \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x_2}{\lambda}\right) \\ &= 2A \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x_1 + x_2}{2\lambda}\right) \cos\left(-2\pi \frac{x_1 - x_2}{2\lambda}\right) \\ &= A' \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x_1 + x_2}{2\lambda}\right) \end{aligned} \quad (10.3)$$

Dengan

$$A' = 2A \cos\left(-2\pi \frac{x_1 - x_2}{2\lambda}\right) = 2A \cos\left(2\pi \frac{x_1 - x_2}{2\lambda}\right) \quad (10.4)$$

karena  $\cos -\alpha = \cos \alpha$ . A' menjadi amplitudo gelombang hasil interferensi. Amplitudo pada titik pengamatan memiliki nilai panjang besar jika

$$\cos\left(2\pi \frac{x_1 - x_2}{2\lambda}\right) = \pm 1$$

yang dipenuhi oleh

$$2\pi \frac{x_1 - x_2}{2\lambda} = 0, \pi, 2\pi, \dots$$

atau

$$x_1 - x_2 = 0, \lambda, 2\lambda, \dots \quad (10.5)$$

Sebaliknya, amplitudo minimum terjadi jika A' = 0 atau

$$\cos\left(2\pi \frac{x_1 - x_2}{2\lambda}\right) = 0$$

yang dipenuhi oleh

$$2\pi \frac{x_1 - x_2}{2\lambda} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$$

atau

$$x_1 - x_2 = \frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda, \dots \quad (10.6)$$

Tampak dari hasil di atas bahwa amplitudo terbesar terjadi jika selisih jarak antara dua sumber ke titik pengamatan adalah kelipatan bulat dari panjang gelombang. Pada kondisi ini interferensi dikatakan **interferensi konstruktif**. Amplitudo minimum terjadi jika selisih jarak dua sumber ke titik pengamatan adalah kelipatan ganjil dari setengah panjang gelombang. Pada kondisi ini interferensi dikatakan **interferensi destruktif**.

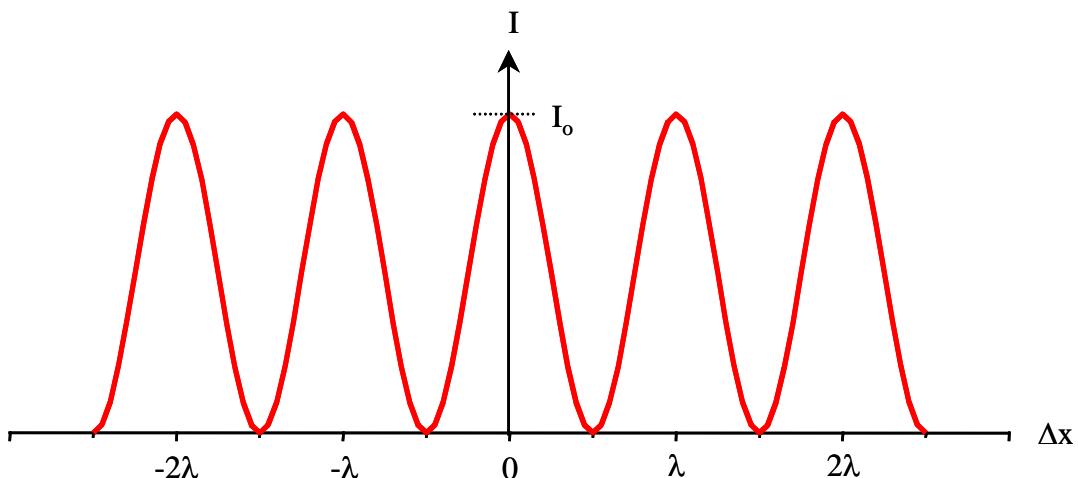
Intensitas gelombang yang dideteksi sebanding dengan kuadrat amplitudo. Dengan demikian, intensitas gelombang superposisi memenuhi

$$I \propto |A|^2$$

atau

$$\begin{aligned} I &\propto 4A^2 \cos^2\left(2\pi \frac{x_1 - x_2}{2\lambda}\right) \\ I &= I_o \cos^2\left(\pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda}\right) \end{aligned} \quad (10.7)$$

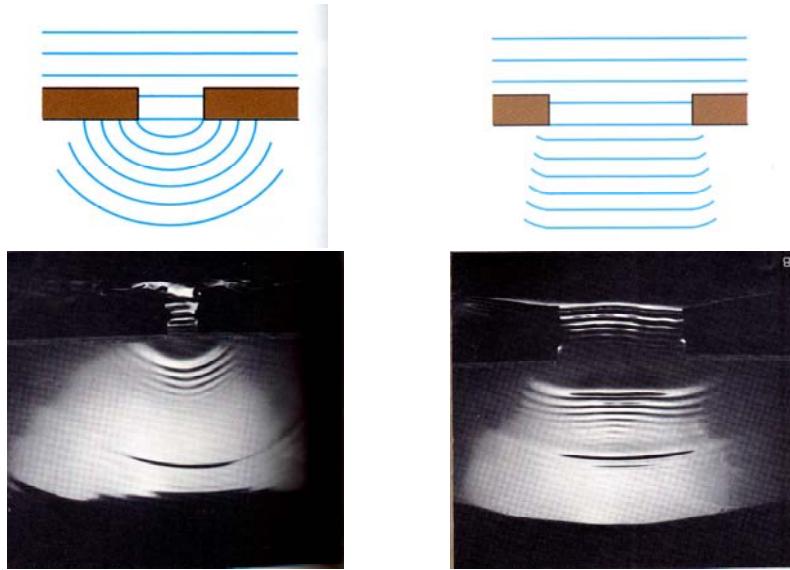
Gambar 10.2 adalah plot intensitas sebagai fungsi  $\Delta x = x_1 - x_2$ . Intensitas berubah maksimum dan minimum secara periodik.



*Gambar 10.2 Intensitas gelombang hasil superposisi dua gelombang yang memiliki amplitudo, frekuensi, dan panjang gelombang yang sama*

## 10.2 Difraksi

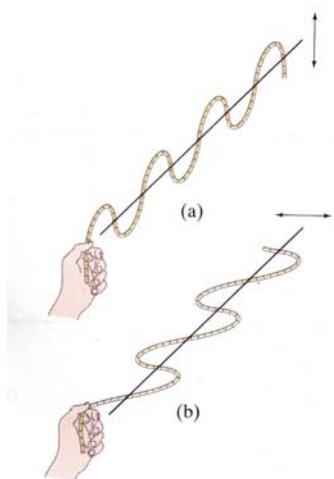
Difraksi adalah penyebaran arah rambat gelombang ketika melewati celah yang sempit. Peristiwa difraksi adalah konsekuensi dari prinsip Huygens. Ketika gelombang masuk ke celah sempit, maka tiap titik pada celah berperan sebagai sumber gelombang baru dengan arah rambat radial. Gelombang yang melewati celah merupakan hasil superposisi gelombang-gelombang baru pada celah. Jika ukuran celah cukup kecil, maka muka gelombang yang melewati pelat mendekati bentuk bola atau lingkaran. Makin lebar ukuran celah maka makin kecil efek penyebaran muka gelombang yang melewati celah.



*Gambar 10.3 Difraksi gelombang permukaan air yang melewati celah: (a) Celah sempit dan (b) celah lebar.*

### 10.3 Polarisasi

Ketika gelombang merambat maka titik-titik pada medium mengalami penyimpangan. Untuk gelombang transversal, arah penyimpangan titik-titik tersebut tegak lurus arah rambat gelombang. Jika selama gelombang merambat arah penyimpangan selalu sama, misalnya selalu berarah dari atas ke bawah, maka kita katakan gelombang tersebut mengalami **polarisasi linier**. Sebaliknya, jika selama gelombang merambat, arah penyimpangan titik-titik pada medium selalu berubah-ubah secara acak maka kita katakan gelombang tersebut **tidak terpolarisasi**.



*Gambar 10.4 Gelombang tali memiliki polarisasi linier: (a) arah simpangan selalu vertical dan (b) arah simpangan selalu horizontal.*

Waktu	Tidak terpolarisasi	Polarisasi linier	Polarisasi lingkaran	Polarisasi ellips
$t = 0$				
$t = \Delta t$				
$t = 2\Delta t$				
$t = 3\Delta t$				
$t = 4\Delta t$				
$t = 5\Delta t$				
$t = 6\Delta t$				

*Gambar 10.5 Amplitudo gelombang pada berbagai waktu dilihat dari depan (gelombang bergerak menuju mata kalian) untuk (a) gelombang tidak terpolarisasi, (b) gelombang terpolarisasi linier, (c) gelombang terpolarisasi lingkaran, dan (d) gelombang terpolarisasi ellips.*

Ada jenis polarisasi lain seperti berikut ini. Jika selama perambatan gelombang arah penyimpangan selalu berubah-ubah secara teratur, misalnya:

- i) mula-mula ke atas
- ii) setelah berlangsung  $\Delta t$ , aranya ke kiri
- iii) setelah berlangsung  $\Delta t$  berikutnya, aranya ke bawah
- iv) setelah berlangsung  $\Delta t$  berikutnya lagi, aranya ke kanan

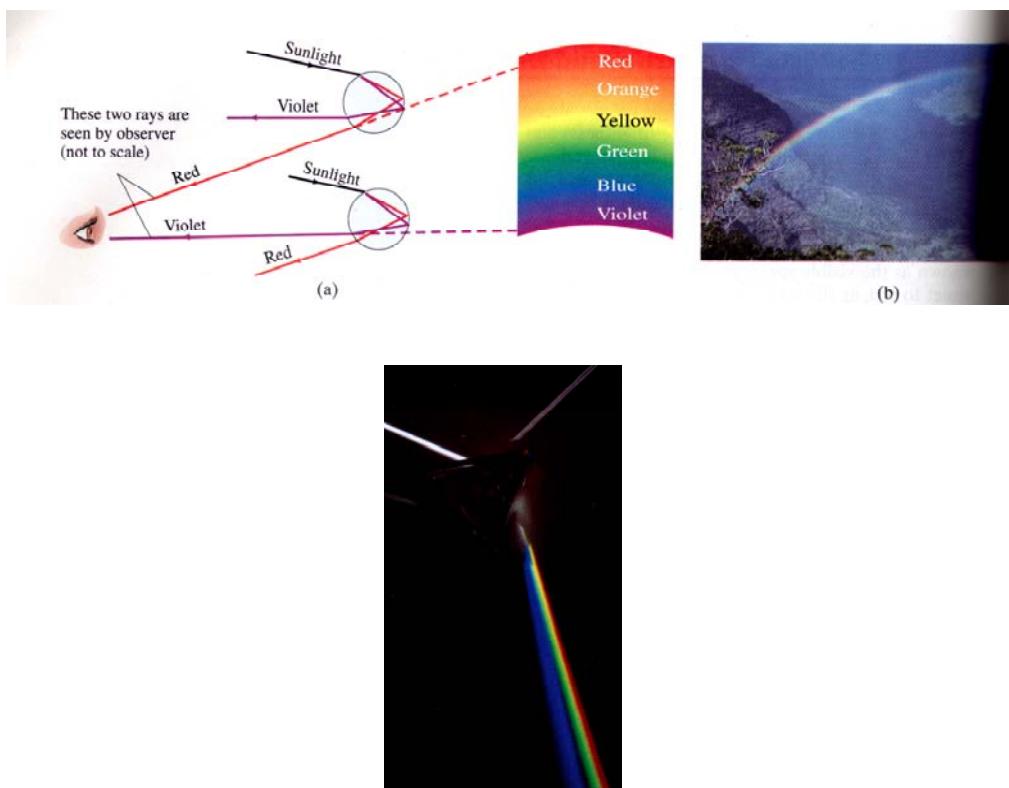
v) dan setelah berlangsung  $\Delta t$  berikutnya lagi, aranya kembali ke atas maka gelombang dikatakan mengalami **polarisasi lingkaran**.

Pada polarisasi lingkaran, amplitudo simpangan selalu sama ke manapun arah simpangan tersebut. Namun, jika amplitudo saat simpangan mengarah ke atas-bawah dan saat simpangan mengarah ke kiri-kanan tidak sama maka gelombang dikatakan mengalami **polarisasi ellips**.

#### 10.4 Dispersi

Lampu yang kalian nyalakan di rumah memancarkan cahaya dalam bentuk gelombang elektromagnetik. Frekuensi gelombang yang dipancarkan lampu tidak hanya satu, tetapi sangat bervariasi. Apalagi lampu yang warnanya putih seperti lampu tabung, frekuensi gelombang yang dipancarkan berada pada jangkauan yang sangat lebar.

Ketika merambat dalam satu medium, kecepatan rambat gelombang umumnya bergantung pada frekuensinya. Contohnya, dalam kaca, kecepatan rambat cahaya makin kecil jika panjang gelombangnya makin kecil. Cahaya warna ungu merambat lebih lambat daripada cahaya warna merah.



Gambar 10.6 (a) Dispersi cahaya matahari oleh droplet air di udara menghasilkan pelangi. (b) Dispersi cahaya oleh prisma.

Jika cahaya putih jatuh pada bidang batas dua medium dengan sudut tertentu, maka gelombang yang masuk ke medium kedua mengalami pembiasan. Besarnya sudut bias bergantung pada kecepatan rambat gelombang dalam medium-medium tersebut berdasarkan persamaan  $\sin \theta_d / v_1 = \sin \theta_b / v_2$ . Karena gelombang dengan frekuensi berbeda memiliki kecepatan rambat berbeda, maka gelombang dengan frekuensi berbeda memiliki sudut bias yang berbeda. Akibatnya, dalam medium kedua, berkas dengan frekuensi berbeda, bergerak dalam arah yang sedikit berbeda. Peristiwa ini kita amati sebagai penguraian cahaya putih atas spectrum-spektrum yang memiliki frekuensi yang berbeda-beda. Peristiwa ini dinamakan **dispersi**.

Peristiwa ini sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Pelangi adalah dispersi cahaya matahari oleh bintik-bintik air di udara. Prisma dapat menguraikan cahaya putih atas sejumlah spectrum karena fenomena dispersi.

### 10.5 Efek Doppler

Ketika pesawat tempur sedang latihan dan kebetulan kalian menontonya, kalian akan mengalami fenomena berikut ini.

- i) Suara pesawat menggemuruh kencang ketika pesawat bergerak dari jauh mendekati ke arah kalian. Bunyi gelegas luar biasa kalian dengar bukan?
- ii) Tetapi ketika pesawat telah melintas di atas kepala kalian dan terbang menjauh, suara pesawat terdengar pelan walalupun lokasinya belum terlalu jauh dari kalian.

Mengapa bisa terjadi perbedaan suara tersebut? Bukankah mesin penghasil suara tetap itu juga? Jadi, ada efek arah gerak terhadap suara yang dihasilkan mesin pesawat. Dan memang benar, gerakan sumber suara atau gerak pendengar memiliki efek pada frekuensi yang didengar. Fenomena ini disebut **efek Doppler**.

Efek Doppler dapat dipahami sebagai berikut.

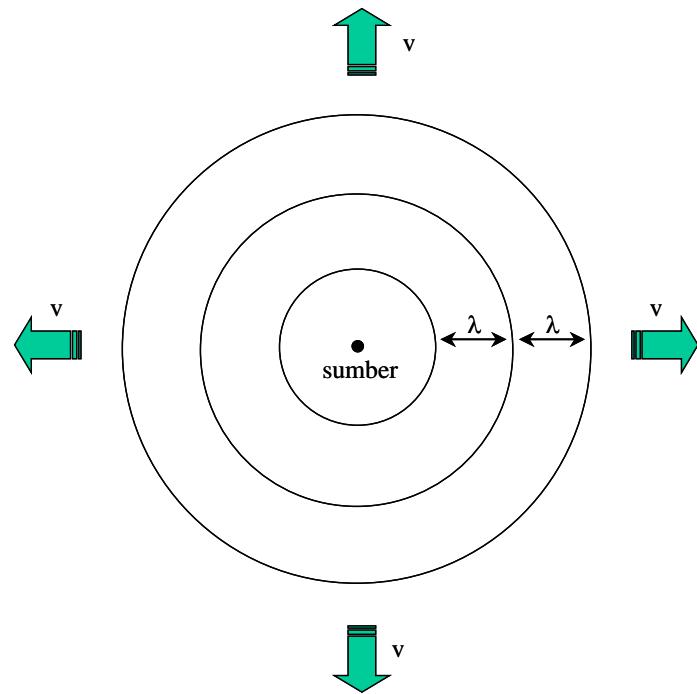
#### a) Kasus I: Sumber suara dan pengamat tidak bergerak

Sumber mengelurkan suara dengan panjang gelombang  $\lambda$  ke segala arah. Di sekeliling sumber terbentuk pola kompresi udara dengan jarak  $\lambda$  satu dengan lainnya.

Pendengar yang diam di sekitar sumber akan mendengar bunyi dengan panjang gelombang  $\lambda$ . Jika kecepatan rambat gelombang di udara adalah  $v$  maka frekuensi yang didengar pendengar adalah

$$f = \frac{v}{\lambda} \quad (10.8)$$

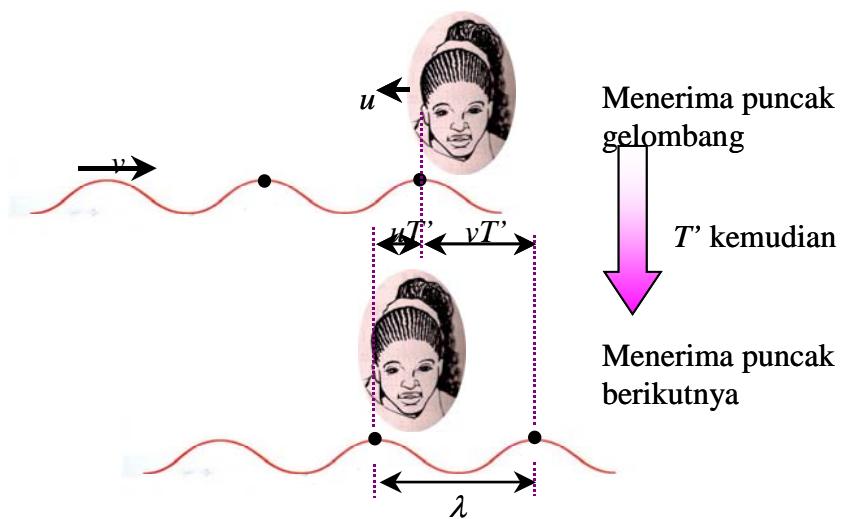
yang persis sama dengan frekuensi yang dihasilkan sumber bunyi.



*Gambar 10.7 Pola kompresi udara yang dihasilkan di sekitar sumber yang diam.*

**b) Kasus II: Pengamat mendekati sumber gelombang yang tidak bergerak**

Sumber mengeluarkan suara dengan panjang gelombang  $\lambda$  ke segala arah. Di sekeliling sumber terbentuk pola kompresi udara dengan jarak  $\lambda$  satu dengan lainnya.



*Gambar 10.8 Pendengar menerima puncak gelombang berikutnya setelah bergerak menuju ke arah sumber bunyi.*

Jika pendengar diam maka ia menangkap dua puncak gelombang dalam selang waktu  $T$ . Namun, jika pengamat bergerak mendekati sumber dengan laju  $u$ , maka setelah menerima satu puncak, pengamat tidak perlu menunggu waktu  $T$  untuk menerima puncak berikutnya. Pendengar menerima puncak berikutnya setelah selang waktu  $T'$  yang lebih pendek dari  $T$ . Berapa besar  $T'$ ?

- i) Mula-mula pendengar menerima puncak gelombang.
- ii) Gelombang bergerak ke kanan dan pengamatan bergerak ke kiri.
- iii) Puncak berikutnya diterima pengamat setalah selang waktu  $T'$ .
- iv) Selama selang waktu  $T'$

Gelombang sudah berpindah sejauh:  $vT'$

Pengamat sudah berpindah sejauh :  $uT'$

- v) Lihat Gambar 10.8. Pengamat menerima puncak berikutnya jika terpenuhi

$$vT' + uT' = \lambda$$

atau

$$T' = \frac{1}{v+u} \lambda$$

Tetapi  $T' = 1/f'$  dan  $\lambda = v/f$  sehingga

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{v+u} \frac{v}{f}$$

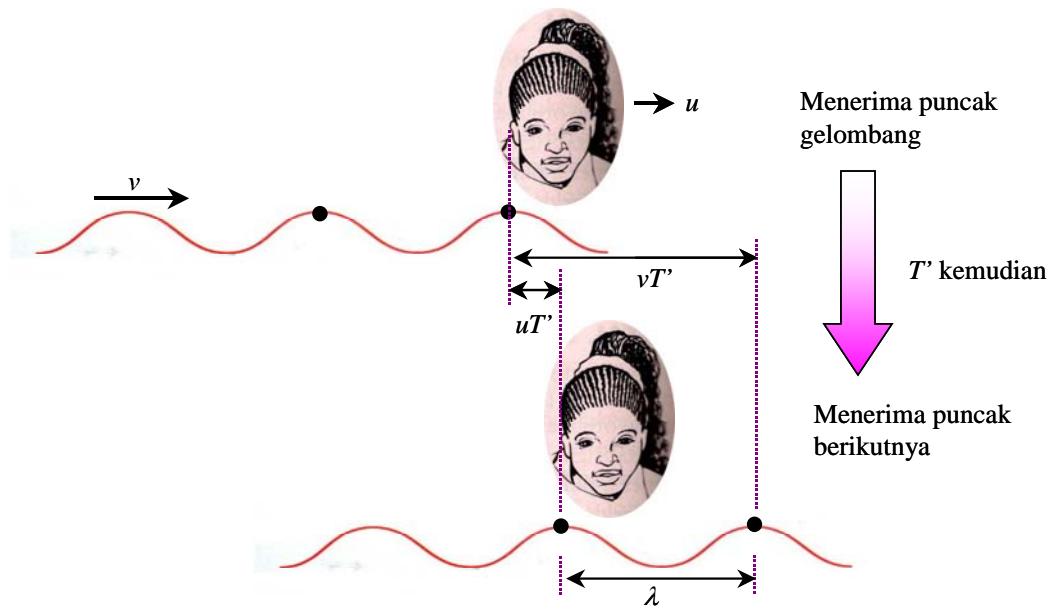
atau

$$f' = \frac{v+u}{v} f \quad (10.9)$$

### c) Kasus III: Pengamat menjauhi sumber gelombang yang tidak bergerak

Sumber mengeluarkan suara dengan panjang gelombang  $\lambda$  ke segala arah. Di sekeliling sumber terbentuk pola kompresi udara dengan jarak  $\lambda$  satu dengan lainnya.

Jika pendengar diam maka ia menangkap dua puncak gelombang dalam selang waktu  $T$ . Namun, jika pengamat bergerak menjauhi sumber dengan laju  $u$ , maka setelah menerima satu puncak, pengamat harus menunggu selama waktu  $T'$  untuk menerima puncak berikutnya. Selang waktu  $T'$  lebih panjang dari  $T$  karena gelombang mengejar pengamat. Berapa besar  $T'$ ?



Gambar 10.9 Pendengar menerima puncak gelombang berikutnya setelah bergerak menjauhi arah sumber bunyi.

- Mula-mula pendengar menerima puncak gelombang.
- Gelombang bergerak ke kanan dan pengamatan juga bergerak ke kanan.
- Puncak berikutnya diterima pengamat setelah selang waktu  $T'$ .
- Selama selang waktu  $T'$

Gelombang sudah berpindah sejauh:  $vT'$

Pengamat sudah berpindah sejauh :  $uT'$

- Lihat Gambar 10.9. Pengamat menerima puncak berikutnya jika terpenuhi

$$vT' - uT' = \lambda$$

atau

$$T' = \frac{1}{v-u} \lambda$$

Tetapi  $T' = 1/f'$  dan  $\lambda = v/f$  sehingga

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{v-u} \frac{v}{f}$$

atau

$$f' = \frac{v-u}{v} f \quad (10.10)$$

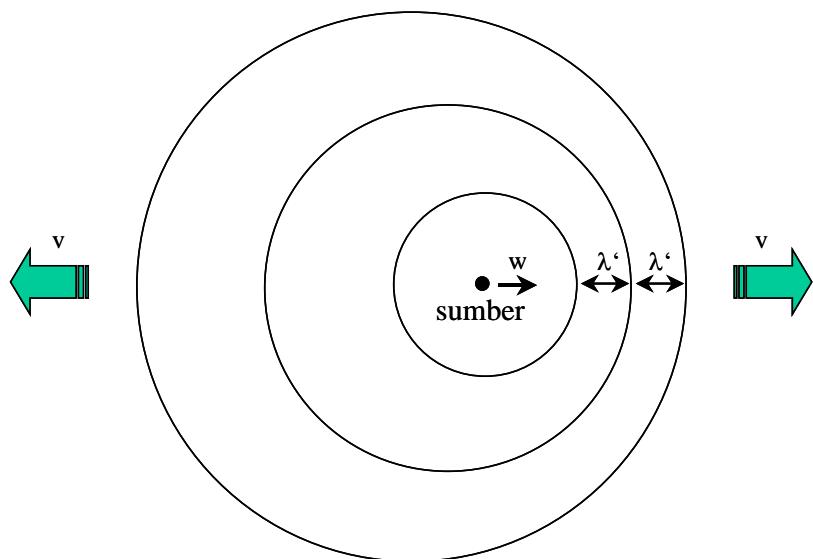
**d) Kasus IV: Sumber gelombang bergerak mendekati pengamat yang diam**

Misalkan sumber bunyi bergerak ke kanan dengan laju  $w$ .

Sumber bunyi mengeluarkan puncak pertama.

Jika sumber tidak bergerak maka puncak kedua dilepaskan setelah puncak pertama meninggalkan sumber bunyi sejauh  $\lambda$ .

Tetapi karena sumber bunyi bergerak, maka puncak pertama dikejar oleh sumber bunyi. Oleh karena itu saat mengeluarkan puncak kedua, jarak sumber bunyi ke puncak pertama yang telah dilepaskan sebelumnya lebih pendek daripada  $\lambda$ . Dengan demikian, panjang gelombang di depan sumber bunyi menjadi lebih pendek, yaitu  $\lambda'$  dengan  $\lambda' < \lambda$ . Berapa besar  $\lambda'$ ?



Gambar 10.10 Jarak puncak gelombang di depan sumber bunyi lebih rapat.

Selang waktu dilepaskan puncak kedua setelah pelepasan puncak pertama adalah  $T$  (periode sumber bunyi).

Selama selang waktu ini:

Puncak pertama telah bergerak sejauh:  $\lambda$

Sumber bunyi telah bergerak mengikuti puncak pertama sejauh:  $wT$

Jarak puncak pertama dan kedua menjadi:  $\lambda'$

Tampak dari Gambar 10.10 bahwa

$$\lambda' = \lambda - wT$$

Dengan menggunakan hubungan:  $\lambda' = v/f'$ ,  $\lambda = v/f$ , dan  $T = 1/f$  kita mendapatkan

$$\frac{v}{f'} = \frac{v}{f} - w \frac{1}{f}$$

atau

$$\frac{v}{f'} = \frac{v - w}{f}$$

atau

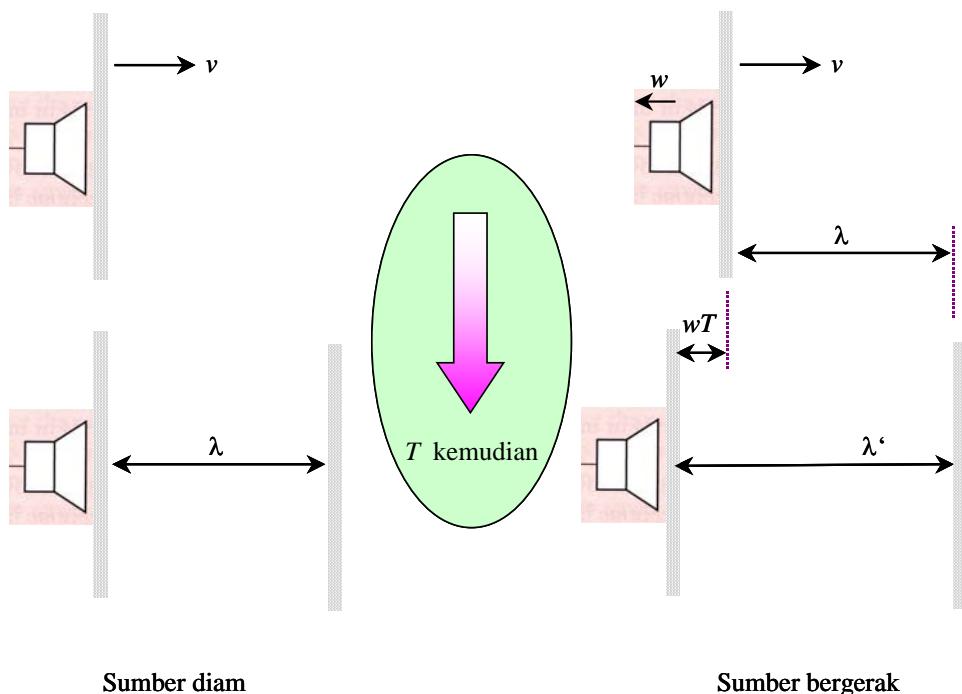
$$f' = \frac{v}{v - w} f \quad (10.11)$$

**e) Kasus V: Sumber gelombang bergerak menjauhi pengamat yang diam**

Sumber bunyi mengeluarkan puncak pertama.

Jika sumber tidak bergerak maka puncak kedua dilepaskan setelah puncak pertama meninggalkan sumber bunyi sejauh  $\lambda$ .

Tetapi karena sumber bunyi bergerak menjauhi pengamat, maka puncak kedua dilepaskan setelah sumber bunyi bergerak berlawanan dengan arah gerak sumber pertama. Oleh karena itu saat mengeluarkan puncak kedua, jarak sumber bunyi ke puncak pertama yang telah dilepaskan sebelumnya lebih jauh daripada  $\lambda$ . Dengan demikian, panjang gelombang di belakang sumber bunyi menjadi lebih panjang, yaitu  $\lambda'$  dengan  $\lambda' > \lambda$ . Berapa besar  $\lambda'$ ?



Gambar 10.11 Jarak puncak gelombang yang dihasilkan sumber bunyi yang menjauhi pengamat lebih renggang.

Selang waktu dilepaskan puncak kedua setelah pelepasan puncak pertama adalah T (periode sumber bunyi).

Selama selang waktu ini:

Puncak pertama telah bergerak sejauh:  $\lambda$

Sumber bunyi telah bergerak menjauhi puncak pertama sejauh:  $wT$

Jarak puncak pertama dan kedua menjadi:  $\lambda'$

Tampak dari Gambar 10.11 bahwa

$$\lambda' = \lambda + wT$$

Dengan menggunakan hubungan:  $\lambda' = v/f'$ ,  $\lambda = v/f$ , dan  $T = 1/f$  kita mendapatkan

$$\frac{v}{f'} = \frac{v}{f} + w \frac{1}{f}$$

atau

$$\frac{v}{f'} = \frac{v+w}{f}$$

atau

$$f' = \frac{v}{v+w} f \quad (10.12)$$

#### f) Kasus VI: Sumber gelombang beserta pengamat bergerak

Dalam kondisi umum di mana sumber gelombang dan pengamat bergerak maka frekuensi yang didengar pengamat adalah

$$f' = \frac{v \pm u}{v \mp w} f$$

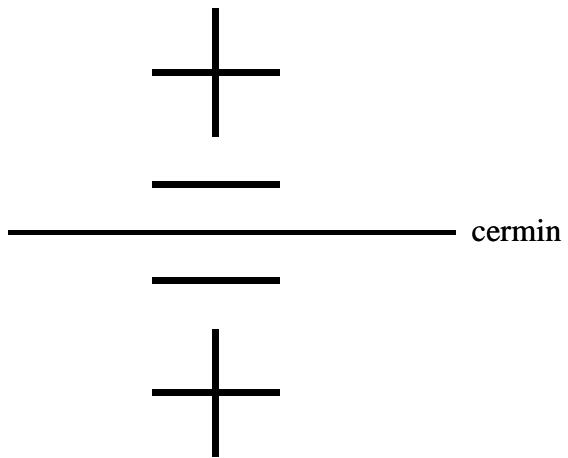
dengan  $f$  frekuensi yang dikeluarkan sumber bunyi,  $f'$  frekuensi yang dideteksi pengamat,  $v$  : kecepatan rambat gelombang,  $u$  kecepatan pengamat,  $w$  kecepatan sumber gelombang.

Yang perlu kalian ingat

Suku di pembilang untuk pengamat

Suku di penyebut untuk sumber gelombang

Urutan tanda sebagai berikut



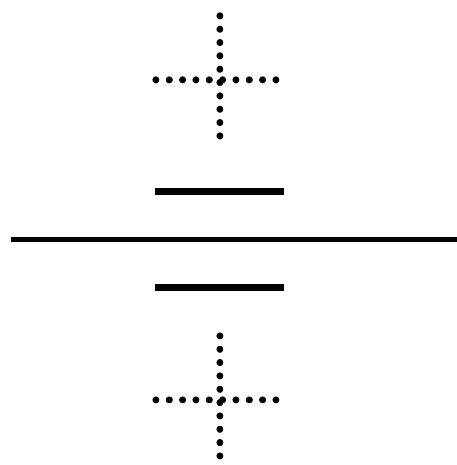
*Gambar 10.12 Urutan tanda pada persamaan frekuensi gelombang adalah pencerminan (plus, minus, minus, plus)*

Pada Gambar 10.12, tanda sebelah atas untuk saling mendekati dan tanda sebelah bawah untuk saling menjauhi.

Contoh

*Sumber mendekati pengamat dan pengamat menjauhi sumber*

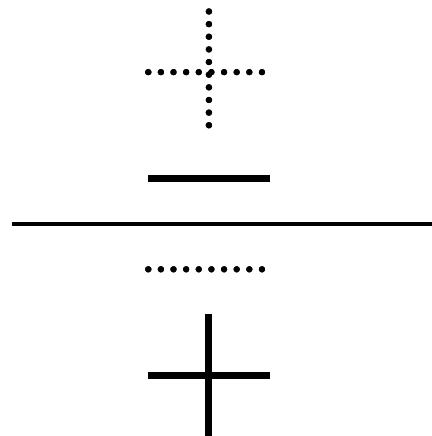
Maka tandanya seperti pada Gambar 10.13



*Gambar 10.13*

Jadi persamaannya adalah  $f' = \frac{v-u}{v-w} f$  (10.13)

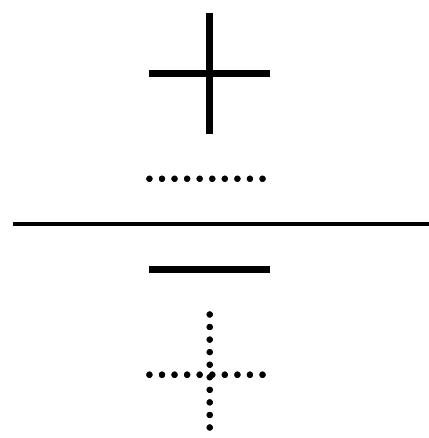
*Sumber dan pengamat saling menjauhi*  
Maka tandanya seperti pada Gambar 10.14



Gambar 10.14

Jadi persamaannya adalah  $f' = \frac{v-u}{v+w} f$  (10.14)

*Sumber dan pengamat saling mendekati*  
Maka tandanya seperti pada Gambar 10.15



Gambar 10.15

Jadi persamaannya adalah  $f' = \frac{v+u}{v-w} f$  (10.15)

Contoh

Kereta api mendekati kemudian melewati stasion sambil membunyikan sirine dengan frekuensi 500 Hz. Laju kereta api konstan, yaitu 30 m/s. Bagaimana perubahan frekuensi sirine kereta api yang didengar oleh orang yang sedang duduk di stasiun? Anggaplah laju perambatan bunyi 330 m/s.

Jawab

Di sini pengamat diam dan sumber bunyi yan bergerak.

Saat kereta api sedang mendekati stasiun maka sumber bunyi bergerak mendekati pengamat yang diam sehingga frekuensi yang didengar pengamat adalah

$$f' = \frac{v}{v-w} f = \frac{330}{330-30} \times 500 = 550 \text{ Hz}$$

Saat kereta api tepat sejajar stasiun maka tidak ada gerak relatif sumber bunyi terhadap pengamat. Dalam kondisi ini, baik pengamat maupun sumber bunyi dapat dianggap diam. Frekuensi yang didengar pengamat sama dengan frekuensi yang dihasilkan sumber bunyi, yaitu 500 Hz.

Saat kereta api sedang menjauhi stasiun maka sumber bunyi bergerak menjauhi pengamat yang diam sehingga frekuensi yang didengar pengamat adalah

$$f' = \frac{v}{v+w} f = \frac{330}{330+30} \times 500 = 458 \text{ Hz}$$

### g) Kasus VII Medium perambatan gelombang bergerak menuju pendengar

Pada kasus ini kita anggap sumber gelombang dan pendengar diam, tetapi medium tempat perambatan gelombang bergerak dari arah sumber menuju pendengar. Lihat Gbr 10.16.

Jika medium tidak bergerak, maka pengamat mendeteksi dua puncak dalam selang waktu T (sama dengan periode sumber gelombang). Karena medium bergerak ke arah pengamat, maka selang waktu terdeteksinya dua puncak menurut pengamat menjadi lebih pendek. Selang waktu tersebut adalah  $T'$  yang memenuhi

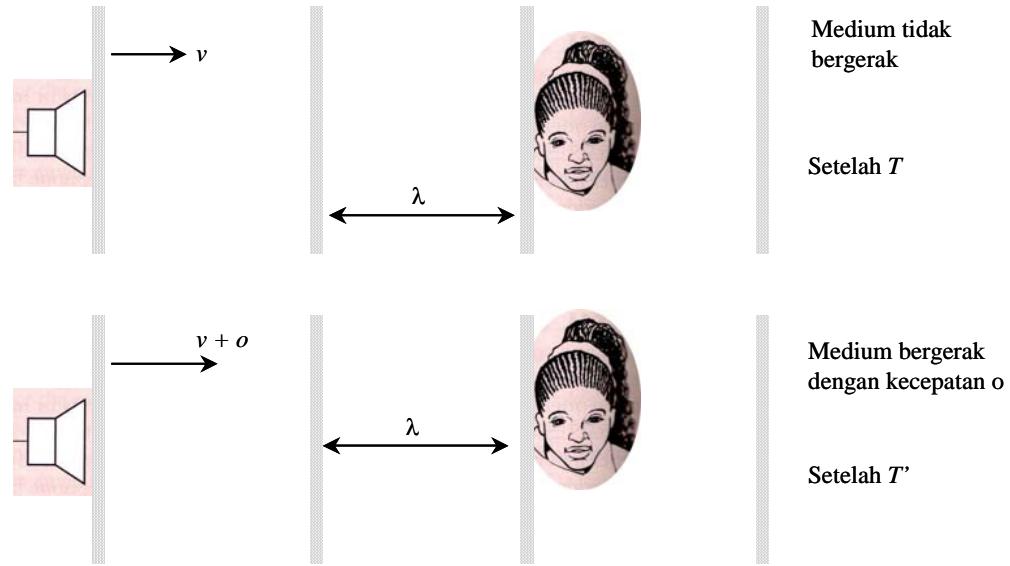
$$(v+o)T' = \lambda$$

atau

$$\frac{1}{T'} = \frac{v+o}{\lambda}$$

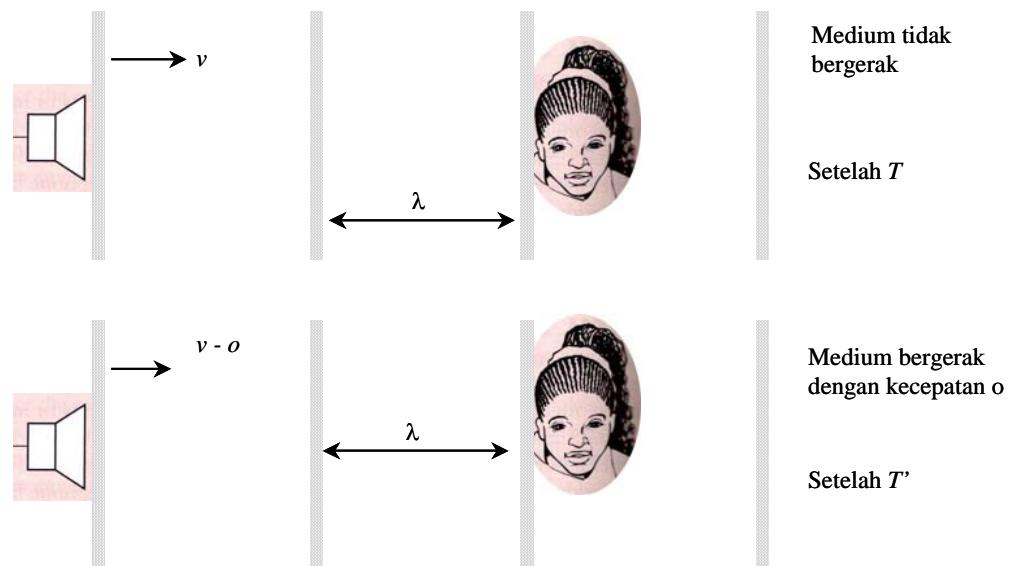
Dengan menggunakan hubungan  $f' = 1/T'$  dan  $\lambda = v/f$  maka frekuensi gelombang yang dideteksi pendengar adalah

$$f' = \frac{v + o}{v} f \quad (10.16)$$



Gambar 10.16 Medium mendekati pengamat

#### h) Kasus VIII Medium perambatan gelombang bergerak menjauhi pendengar



Gambar 10.17 Medium menjauhi pengamat

Jika medium tidak bergerak, maka pengamat mendeteksi dua puncak dalam selang waktu T

(sama dengan periode sumber gelombang). Karena medium bergerak menjauhi pengamat, maka selang waktu terdeteksinya dua puncak menurut pengamat menjadi lebih panjang karena gerakan gelombang dilawan oleh gerakan medium. Selang waktu tersebut adalah  $T'$  yang memenuhi

$$(v - o)T' = \lambda$$

atau

$$\frac{1}{T'} = \frac{v - o}{\lambda}$$

Dengan menggunakan hubungan  $f' = 1/T'$  dan  $\lambda = v/f$  maka frekuensi gelombang yang dideteksi pendengar adalah

$$f' = \frac{v - o}{v} f \quad (10.17)$$

**i) Kasus IX: Sumber gelombang, pengamat, dan medium perambatan gelombang bergerak**  
Dalam kondisi umum di mana sumber gelombang, pengamat, maupun medium bergerak maka frekuensi yang didengar pengamat adalah

$$f' = \frac{v \pm u \pm o}{v \mp w} f \quad (10.18)$$

dengan  $f$  frekuensi yang dikeluarkan sumber bunyi,  $f'$  frekuensi yang dideteksi pengamat,  $v$  kecepatan rambat gelombang,  $u$  kecepatan pengamat,  $w$  kecepatan sumber gelombang,  $o$  kecepatan medium

## 10.6 Efek Doppler Untuk Gelombang Elektromagnetik

Gelombang elektromagnetik, termasuk cahaya, merambat dalam ruang hampa dengan laju  $c = 3 \times 10^8$  m/s. Berdasarkan teori relativitas khusus yang akan kita pelajari di semester dua, laju perambatan cahaya selalu sama menurut pengamat yang diam maupun pengamat yang bergerak. Jadi, misalkan ada cahaya yang sedang merambat di udara/ruang hampa. Jika kalian deteksi kecepatan cahaya tersebut dalam keadaan diam, kalian dapatkan kecepatan  $c = 3 \times 10^8$  m/s. Jika kalian deteksi cahaya sambil bergerak mendekati cahaya maka kalian juga dapatkan kecepatan  $c = 3 \times 10^8$  m/s. Dan jika kalian deteksi kecepatan cahaya sambil bergerak menjauhi cahaya, maka kalian tetap mengukur kecepatan cahaya sebesar  $c = 3 \times 10^8$  m/s. Hal ini tidak bergantung, berapapun kecepatan kalian. Meskipun kalian bergerak mendekati arah datang cahaya dengan laju  $u = 0,9 c$  (yaitu 0,9 kali kecepatan cahaya), maka laju perambatan cahaya yang kalian ukur

tetap  $c = 3 \times 10^8$  m/s, bukan 1,9 c.

Dengan sifat ini, maka efek Doppler pada gelombang elektromagnetik semata-mata hanya dipengaruhi oleh gerak sumber dan sama sekali tidak dipengaruhi oleh gerak pengamat. Dengan demikian, frekuensi gelombang elektromagnetik yang dideteksi akan memenuhi

$$f' = \frac{c}{c \mp w} f \quad (10.19)$$

dengan c laju perambatan gelombang elektromagnetik, w laju sumber, dan f adalah frekuensi yang dipancarkan sumber. Tanda minus dipakai untuk sumber yang mendekati pengamat dan tanda plus dipakai untuk sumber yang menjauhi pengamat.

Jika laju sumber sangat kecil dibandingkan dengan laju cahaya, maka kita dapat melakukan pendekatan sebagai berikut

$$\frac{c}{c \mp w} = \frac{1}{1 \mp \frac{w}{c}} = \left(1 \mp \frac{w}{c}\right)^{-1} \approx 1 \pm \frac{w}{c}$$

Dengan demikian, diperoleh

$$f' \approx \left(1 \pm \frac{w}{c}\right) f \quad (10.20)$$

Di mana tanda positif dipakai jika sumber mendekati pengamat (kebalikan dari persamaan (10.20)). Dari persamaan ini maka diperoleh pergeseran frekuensi gelombang adalah

$$\begin{aligned} \Delta f &= f' - f \\ &\approx \pm \frac{w}{c} f \end{aligned} \quad (10.21)$$

Contoh

Perkirakan perubahan frekuensi garis natrium-D yang memiliki panjang gelombang 589 nm akibat rotasi permukaan matahari. Jari-jari matahari adalah  $7,0 \times 10^8$  m dan periode rotasinya 27 hari.

Jawab

Periode rotasi matahari

$$T = 27 \text{ hari} = 27 \text{ hari} \times 24 \text{ jam/hari} \times 60 \text{ menit/jam} \times 60 \text{ s/menit} = 2,3 \times 10^6 \text{ s.}$$

Keliling matahari

$$s = 2\pi r = 2 \times 3,14 \times 7,0 \times 10^8 = 4,4 \times 10^9 \text{ m}$$

Laju tangensial permukaan matahari di khatulistiwa

$$w = \frac{s}{T} = \frac{4,4 \times 10^9}{2,3 \times 10^6} = 1900 \text{ m/s}$$

Panjang leombnag natrium:  $\lambda = 589 \text{ nm} = 5,89 \times 10^{-7} \text{ m}$ .

Pergeseran frekuensi gelombang natrium akibat rotasi matahari adalah

$$\Delta f \approx \pm \frac{w}{c} f = \pm \frac{w}{c} \times \frac{c}{\lambda} = \pm \frac{w}{\lambda} = \pm \frac{1900}{5,89 \times 10^{-7}} = \pm 3,2 \times 10^9 \text{ Hz}$$

Bagian permukaan matahari yang sedang bergerak ke arah bumi diamati menghasilkan frekuensi yang bertambah sebesar  $3,2 \times 10^9 \text{ Hz}$ , sedangkan bagian permukaan matahari yang sedang bergerak menjauhi bumi diamati menghasilkan frekuensi yang berkurang sebesar  $3,2 \times 10^9 \text{ Hz}$ .

## 10.7 Gelombang Bunyi

Bunyi adalah gelombang mekanik yang merambat dalam medium. Bunyi timbul karena getaran partikel-partikel penyusun medium. Getara partikel-partikel inilah yang menyebabkan energi yang berasal dari sumber bunyi merambat dalam medium tersebut. Dengan demikian, bunyi hanya bisa merambat jika ada medium. Dalam ruang hampa bunyi tidak dapat merambat. Di udara bunyi merambat akibat getaran molekul-molekul udara. Di dalam zat padat bumi merambat akibat getaran atom-atom zat padat. Di dalam zat cair bunyi merambat akibat getaran atom-atom atau molekul-molekul penyusun zat cair.

Laju rambat bunyi berbeda dalam material yang berbeda. Dalam zat padat laju rambat bunyi lebih besar daripada dalam zat cair. Dan dalam zat cair laju rambat bunyi lebih besar daripada dalam gas. Tabel 10.1 adalah laju rambat bunyi pada sejumlah zat.

Tabel 10.1 Laju rambat bunyi di dalam beberapa metrial pada suhu 20 oC.

Material	Laju rambat bunyi (m/s)
Udara	343
Udara (0 oC)	331
Helium	1005
Hidrogen	1300
Air	1440
Air laut	1560
Besi dan Baja	5000
Glas	4500
Aluminium	5100
Kayu keras	4000

Laju rambat bunyi juga dipengaruhi oleh suhu. Kebergantungan laju rambat bunyi di udara dapat didekati dengan persamaan

$$v = (331 + 0,6T) \quad \text{m/s} \quad (10.22)$$

dengan T dalam derajat Celcius.

### 10.8 Kuat dan Tinggi Bunyi

Dua aspek bunyi yang dirasakan telinga adalah kekuatan bunyi (loudness) dan ketinggian bunyi (pitch). **Kekuatan bunyi** merepresentasikan energi yang dibawa oleh gelombang bunyi. **Ketinggian bunyi** merepresentasikan apakah bunyi tersebut tinggi seperti bunyi biola atau rendah seperti bunyi bass gitar. Tinggi rendah bunyi berkaitan dengan frekuensi pembawa bunyi tersebut. Bunyi tinggi memiliki frekuensi tinggi dan bunyi rendah memiliki frekuensi rendah.

Secara umum terlinga manusia dapat mendengar bunyi pada jangkauan frekuensi antara 20 Hz sampai 20 000 Hz. Jangkauan frekuensi ini dikenal dengan nama **daerah pendengaran**. Bunyi dengan frekuensi di atas 20 000 Hz dinamakan bunyi **ultrasonik**. Beberapa binatang dapat mendengar bunyi ultrasonik. Anjing dapat mendengar bunyi hingga frekuensi 50 000 Hz. Kelelawar dapat mendengar bunyi hingga 100 000 Hz. Bunyi dengan frekuensi di bawah 20 Hz dinamakan infrasonik. Sumber bunyi infrasonik di antaranya gempa bumi, gunung api, dan getaran mesin-mesin berat.

### 10.9 Intensitas Bunyi

Kekuatan bunyi mengungkapkan energi yang dibawa gelombang bunyi. Untuk memudahkan dilakukan pengukuran kekuatan bunyi maka didefinisikan besaran yang namanya **intensitas bunyi**. Definisi intensitas secara umum adalah

**Intensitas = enenrgi yang dibawa gelombang per satuan waktu per satuan luas**

Karena enenrgi per satuan waktu adalah daya maka kita juga dapat mendefinisikan

**Intensitas = daya gelombang per satuan luas**

Atau

$$I = \frac{P}{A} \quad (10.23)$$

dengan  $I$  intensitas gelombang,  $P$  daya yang dibawa gelombang,  $A$  Luas permukaan yang dikenai energi gelombang.

Contoh

Gelombang bunyi dihasilkan oleh sebuah loudspeaker kecil dan merambat secara merata ke segala arah. Jika daya loudspeaker adalah 10 Watt, berapakah intensitas bunyi pada jarak 5 meter dari Loudspeaker?

Jawab

Daya Loudspeaker sama dengan daya gelombang bunyi yang dihasilkannya. Jadi  $P = 10 \text{ W}$ . Karena gelombang bunyi merambat ke segala arah, maka gelombang tersebut menembus permukaan kulit bola (loudspeaker sebagai pusat) pada saat yang bersamaan. Dengan demikian, pada jarak  $R = 5 \text{ m}$  dari loudspeaker, gelombang tersebut menembus permukaan seluas

$$A = 4\pi R^2 = 4 \times 3,14 \times 5^2 = 314 \text{ m}^2$$

Dengan demikian, intensitas bunyi pada jarak 5 m dari loudspeaker adalah

$$I = \frac{P}{A} = \frac{10}{314} = 0,03 \text{ W/m}^2$$

### 10.10 Level Intensitas

Telinga manusia umumnya dapat mendekripsi intensitas gelombang bunyi paling rendah  $10^{-12} \text{ W/m}^2$  dan paling tinggi  $1 \text{ W/m}^2$ . Intensitas  $10^{-12} \text{ W/m}^2$  disebut juga **ambang pendengaran**. Untuk menghindari penggunaan variasi angka yang sangat besar, maka didefinisikan suatu besaran yang namanya level intensitas. **Level intensitas**  $\beta$  dirumuskan sebagai

$$\beta = 10 \log \left( \frac{I}{I_o} \right) \quad (10.24)$$

dengan  $I_o$  ambang pendengaran ( $10^{-12} \text{ W/m}^2$ ), dan  $I$  intensitas bunyi dalam satuan. Satuan  $\beta$  adalah decibel yang disingkat dB.

Contoh

Intensitas suara yang dihasilkan lalu lintas dalam keadaan sibuk sekitar  $10^{-5} \text{ W/m}^2$ . Berapa level intensitas lalulintas tersebut?

Jawab

Diberikan

$$I = 10^{-5} \text{ W/m}^2$$

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_o}\right) = 10 \log\left(\frac{10^{-5}}{10^{-12}}\right) = 10 \log(10^7) = 10 \times 7 = 70 \text{ dB}$$

Tabel 10.2 Level intensitas beberapa sumber bunyi

Sumber bunyi	level intensitas (dB)
Pesawat jet pada jarak 30 m	100
Ambang batas kesakitan	120
Suara konser rock pada ruangan tertutup	120
Sirine pada jarak 30 m	100
Ruangan dalam mobil yang sedang melaju 90 km/jam	75
Lalu lintas sibuk	70
Percakapan biasa pada jarak 50 cm	65
Daun yang bergesekan	10
Ambang pendengaran	0

Contoh

Loudspeaker kualitas tinggi dirancang sehingga pada jangkauan frekuensi 30 Hz sampai dengan 18 000 Hz hampir konstan dengan variasi hanya sekitar  $\pm 3$  dB. Artinya, pada jangkauan frekuensi ini level intensitas tidak boleh menyimpang melebihi 3 dB. Artinya, level intensitas maksimum dan minimum yang diijinkan tidak boleh lebih dari 3 dB. Dengan faktor berapakah intensitas diijinkan bervariasi?

Jawab

$$\beta_{maks} = 10 \log\left(\frac{I_{maks}}{I_o}\right)$$

$$\beta_{min} = 10 \log\left(\frac{I_{min}}{I_o}\right)$$

$$\beta_{maks} - \beta_{min} = 10 \log\left(\frac{I_{maks}}{I_o}\right) - 10 \log\left(\frac{I_{min}}{I_o}\right) = 10 \log\left(\frac{I_{maks}}{I_o} \times \frac{I_o}{I_{min}}\right) = 10 \log\left(\frac{I_{maks}}{I_{min}}\right)$$

$$3 = 10 \log \left( \frac{I_{\text{maks}}}{I_{\text{min}}} \right)$$

$$\log \left( \frac{I_{\text{maks}}}{I_{\text{min}}} \right) = 0,3$$

$$\frac{I_{\text{maks}}}{I_{\text{min}}} = 10^{0,3} = 2$$

Artinya, perbandingan intensitas maksimum dan minimum tidak boleh lebih dari dua.

Contoh

Pada jarak 30 m dari sirine, level intensitas adalah 100 dB. Berapa level intensitas pada jarak 90 m dari sumber bunyi?

Jawab

$$r_1 = 30 \text{ m}$$

$$r_2 = 90 \text{ m}$$

$$\beta_1 = 100 \text{ dB}$$

$$\beta_2 = \dots ?$$

$$\beta_1 = 10 \log \left( \frac{I_1}{I_o} \right)$$

Karena  $I \propto 1/r^2$  maka

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{1/r_2^2}{1/r_1^2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{30^2}{90^2} = \frac{1}{9}$$

atau

$$I_2 = \frac{1}{9} I_1$$

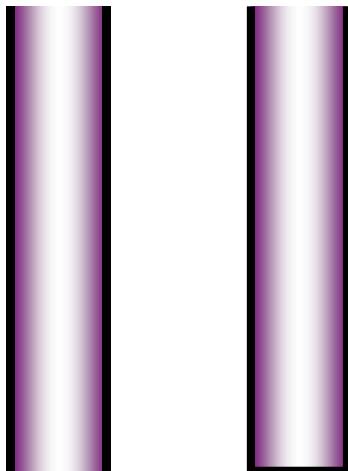
Taraf intensitas

$$\beta_2 = 10 \log \left( \frac{I_2}{I_o} \right) = 10 \log \left( \frac{1}{9} \frac{I_1}{I_o} \right) = 10 \log \left( \frac{1}{9} \right) + 10 \log \left( \frac{I_1}{I_o} \right) = -10 \log 9 + \beta_1$$

$$= -9,5 + 100 = 90,5 \text{ dB}$$

### 10.11 Getaran Kolom Pipa Organa

Pipa organa adalah kolom udara yang berbentuk silinder. Salah satu ujungnya terbuka sebagai tempat untuk meniupkan udara. Ujung yang lainnya bisa terbuka atau bisa tertutup. Pipa organa dengan ke dua ujung terbuka kita sebut sebagai **pipa organa terbuka**. Sedangkan pipa organa dengan salah satu ujung tertutup kita namakan sebagai **pipa organa tertutup**.



Gambar 10.18 Skematik pipa organa terbuka (a) dan tertutup (b)

Ketika udara ditiupkan pada ujung pipa maka kolom udara di dalamnya bergetar dan mengambil salah satu frekuensi alamiah. Pada frekuensi ini terjadi resonansi antara frekuensi getaran udara dan frekuensi alamiah pipa. Frekuensi alamiah pipa bergantung pada tipe pipa, apakah merupakan pila organa terbuka atau tertutup. Sifat yang harus dipenuhi adalah

- Pada ujung yang terbuka, simpangan getaran udara selalu maksimum
- Pada ujung tertutup, simpangan getaran udara selalu nol.

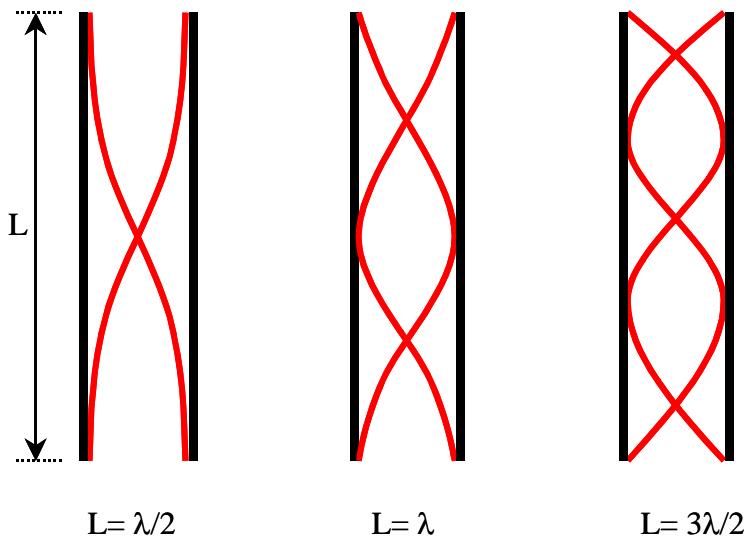
Dengan sifat ini, maka pola gelombang berdiri yang diijinkan pada pipa organa terbuka sebagai berikut (lihat Gbr. 10.19). Tampak bahwa resonansi kolom udara memenuhi syarat

$$L = \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots, n \frac{\lambda}{2} \quad (10.25)$$

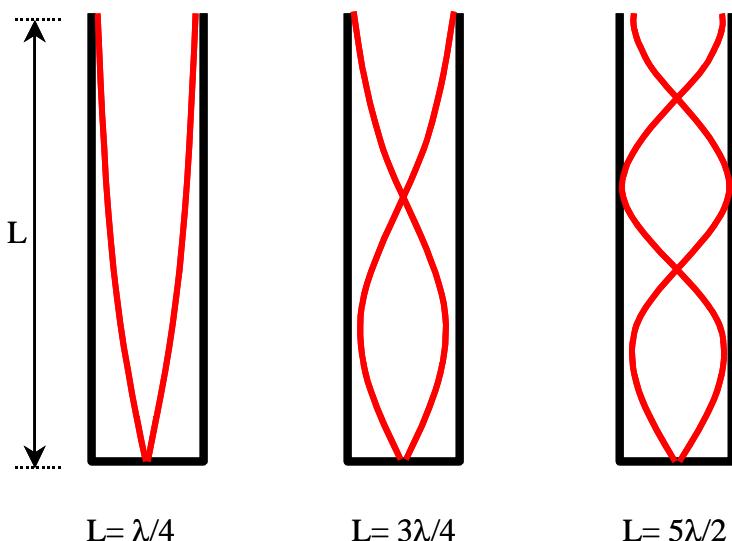
dengan  $n = 1, 2, 3, \dots$

Atau kebergantungan panjang gelombang pada panjang pipa adalah

$$\lambda = \frac{2L}{n} \quad (10.26)$$



Gambar 10.19 Pola gelombang berdiri pada pipa organa terbuka



Gambar 10.20 Pola gelombang berdiri pada pipa organa tertutup

Sebaliknya, pola gelombang berdiri yang diijinkan pada pipa organa tertutup sebagai berikut (lihat Gbr 10.20). Tampak bahwa resonansi kolom udara memenuhi syarat

$$L = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots, (n + \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2} \quad (10.27)$$

dengan  $n = 0, 1, 2, \dots$

Atau kebergantungan panjang gelombang pada panjang pipa adalah

$$\lambda = \frac{2L}{(n + \frac{1}{2})} \quad (10.28)$$

Saat kolom udara dalam pipa organa bergetar, maka udara di luar pipa organa yang bersentuhan dengan kolom udara dalam pipa ikut pula bergetar dengan frekuensi yang sama. Karena medium dalam pipa organa sama dengan udara di luar pipa organa, maka kecepatan rambat gelombang dalam pipa organa sama dengan kecepatan rambat gelombang di udara di luar pipa. Akibatnya, panjang gelombang yang dibentuk oleh kolom udara dalam pipa organa persis samam dengan panjang gelombang bunyi yang merambat di luar pipa organa. Ini berbeda dengan getaran dawai gitar di mana panjang gelombang dawai tidak sama dengan panjang gelombang bunyi yang dihasilkan.

#### Contoh

Yang mana dari pernyataan berikut yang benar. Pipa organa terbuka yang panjangnya 25 cm menghasilkan frekuensi nada dasar sama dengan frekuensi yang dihasilkan oleh dawai yang panjangnya 150 cm. Jika cepat rambat bunyi di udara 340 m/s dan cepat rambat gelombang transversal pada dawai 510 m/s, maka nada manakan yang dihasilkan dawai?

#### Jawab

Panjang gelombang yang dihasilkan pipa organa terbuka memenuhi

$$\lambda = \frac{2L}{n}$$

Panjang gelombang nada dasar adalah ( $n = 1$ )

$$\lambda = \frac{2L}{1} = \frac{2 \times 25}{1} = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$$

Frekuensi bunyi yang dihasilkan pipa organa

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0,5} = 680 \text{ Hz}$$

Jika frekuensi ini sama dengan frekuensi yang dihasilkan oleh dawai gitar maka panjang gelombang dawai gitar adalah

$$\lambda_d = \frac{u}{f} = \frac{510}{680} = 0,75 \text{ m}$$

Panjang gelombang berdiri pada dawai gitar memenuhi

$$\lambda_d = \frac{2L}{n}$$

atau

$$n = \frac{2L}{\lambda_d} = \frac{2 \times 1,5}{0,75} = 4$$

Jadi dawai gitar bergetar pada harmonik ke-3 ( $n=1$  nada dasar,  $n = 2$  harmonik pertama,  $n=3$  harmonik kedua,  $n=4$  harmonik ketiga).

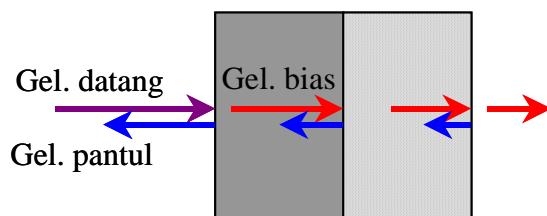
### 10.12 Ultrasonik

Ultrasonik adalah gelombang bunyi yang memiliki frekuensi di atas 20.000 Hz. Gelombang ini tidak dapat didengar oleh telinga. Namun, beberapa hewan seperti anjing dan kelelawar dapat mendengar bunyi ultrasonik.

Walaupun tidak dapat didengar telinga, gelombang ultrasonik banyak dimanfaatkan manusia. Pemanfaatan yang paling banyak saat ini dijumpai dalam bidang kedokteran. Ketika gelombang ultrasonik berpindah dari satu medium ke medium lainnya di mana pada dua medium tersebut kecepatan gelombang berbeda maka yang terjadi adalah

- i) Sebagian gelombang dipantulkan
- ii) Sebagian gelombang dibiaskan (diteruskan) ke medium berikutnya
- iii) Intensitas gelombang yang dipantulkan dan dibiaskan bergantung pada laju gelombang pada dua medium.

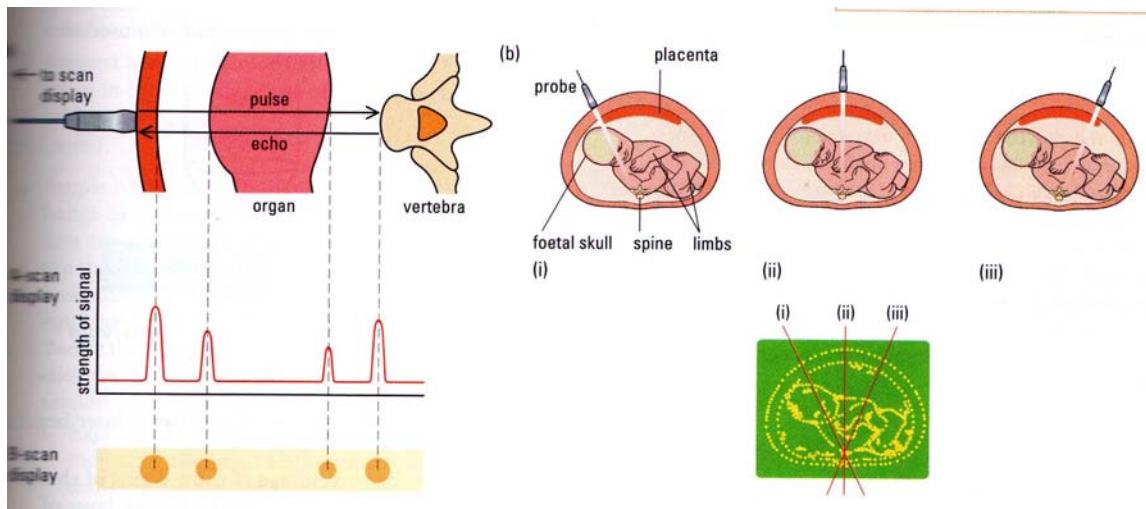
Sifat ini dimanfaatkan untuk menyelidiki keadaan dalam tubuh menggunakan gelombang ultrasonik.



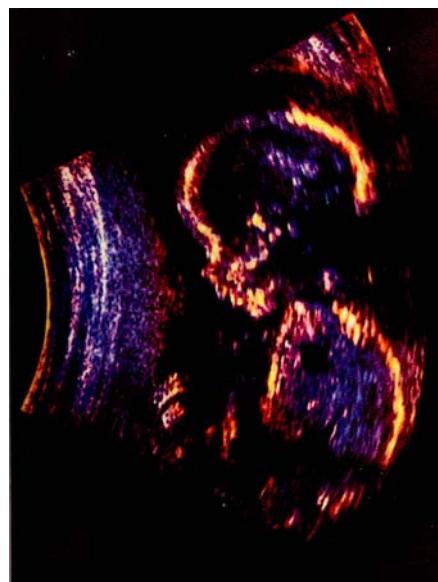
*Gambar 10.21 Gelombang mengalami pemantulan dan pembiasan (transmisi) setiap melewati batas dua medium*

Pulsa ultrasonik yang diarahkan ke dalam tubuh akan dipantulkan ketika berpindah dari satu organ ke organ yang berbeda dalam tubuh. Detektor yang berada di luar mendeteksi intensitas gelombang yang dipantulkan serta waktu yang diperlukan gelombang yang semula dipancarkan

mencapai kembali detektor setelah mengalami pemantulan pada dinding-dinding organ. Informasi intensitas dan waktu tunda tersebut digunakan untuk menggambarkan bayangan organ tubuh.

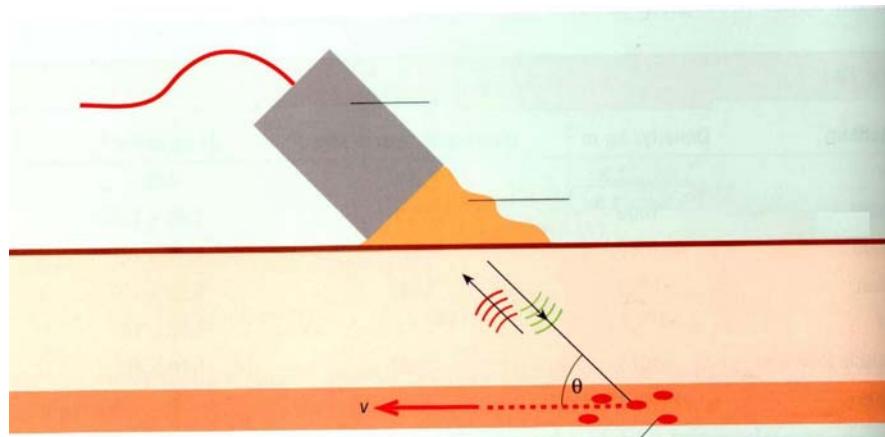


Gambar 10.22 Pulsa yang tampak pada layar merepresentasikan gelombang yang dipantulkan pada batas antara organ-organ dalam tubuh. Berdasarkan selang waktu antar dua pulsa serta tinggi pulsa maka bayangan organ dalam tubuh dapat dibuat (dengan komputer)



Gambar 10.23 Contoh bayangan yang dibuat berdasarkan intensitas dan waktu tunda gelombang ultrasonik yang diarahkan ke perut ibu hamil. Bayangan seorang bayi terlihat dengan jelas.

Aplikasi lain dari gelombang ultrasonic dalam kedokteran adalah untuk mengukur laju aliran daerah dalam nadi. Frekuensi gelombang ultrasonic yang digunakan dalam aplikasi ini biasanya 5 – 10 MHz. Sel-sel darah merah yang mengalir dalam tubuh berfungsi sebagai pemantul gelombang ultrasonic. Karena sel darah merah bergerak, maka berdasarkan efek doppler, frekuensi gelombang yang dipantulkan berbeda dengan frekuensi gelombang datang. Dengan menghitung selisih frekuensi tersebut maka laju aliran darah dapat dihitung.



*Gambar 10.24 Skema pengukuran laju aliran darah dalam nadi menggunakan gelombang ultrasonic.*

Berdasarkan Gambar 10.24, perubahan frekuensi gelombang ultrasonic yang dideteksi dapat dinyatakan dengan rumus

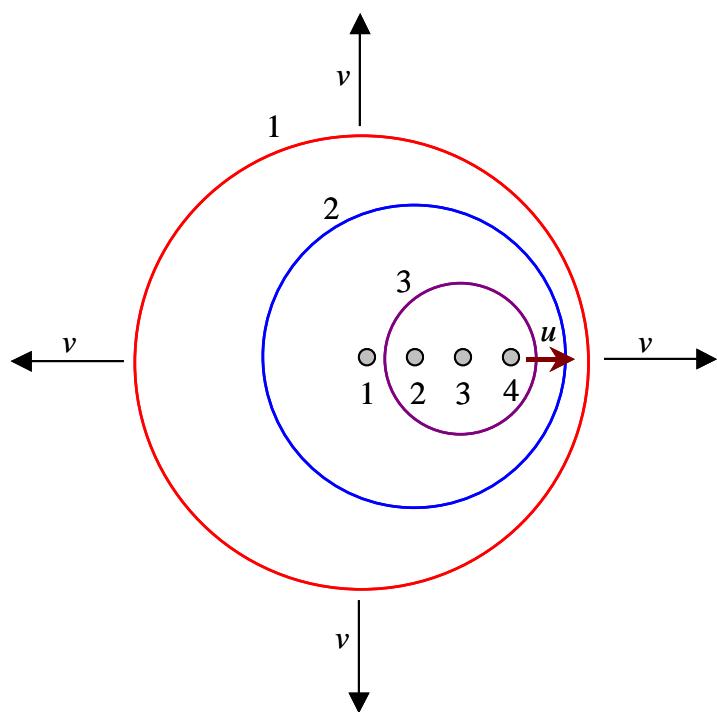
$$\Delta f = \frac{2fv \cos \theta}{c} \quad (10.29)$$

dengan  $\Delta f$  perubahan frekuensi gelombang,  $f$  frekuensi gelombang ultrasonic yang digunakan,  $c$  laju perambatan gelombang ultrasonic dalam tubuh,  $v$  laju aliran sel darah merah,  $\theta$  sudut yang dibentuk oleh arah gelombang ultrasonic dengan arah aliran sel darah merah.

### 10.13 Supersonik

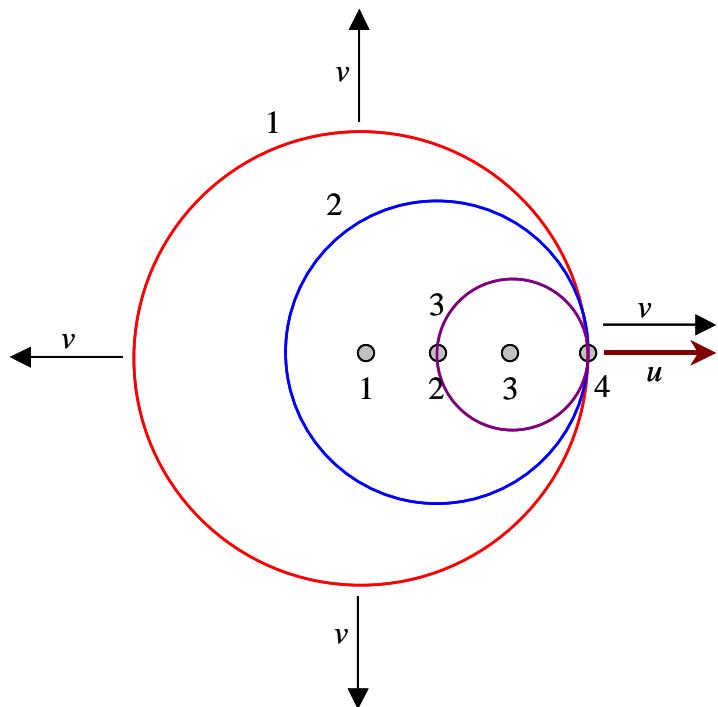
Kalian masih ingat dengan pesawat Concord? Itulah pesawat yang dapat bergerak dengan kecepatan melebihi kecepatan bumi di udara. Kecepatan bunyi di udara sekitar 340 m/s. Kecepatan pesawat Concord lebih besar daripada itu. Pesawat-pesawat tempur hampir semuanya memiliki kecepatan yang lebih besar dari kecepatan bunyi. Kecepatan yang lebih besar dari kecepatan bunyi dinamakan kecepatan **supersonik**.

Ketika benda bergerak menembus udara maka terbentuk pola gangguan di udara yang bergerak sama dengan kecepatan gelombang bunyi. Gambar 10.25 adalah benda (pesawat) yang bergerak dengan laju  $u$  yang lebih kecil daripada laju rambat bunyi di udara,  $v$ . Bunyi yang dihasilkan pesawat bergerak ke segala arah pada permukaan yang berbentuk bola. Kita tinjau bunyi yang dihasilkan pesawat saat berada di lokasi 1, 2, 3, dan 4 pada Gambar 10.25. Saat pesawat berada di titik 4, gelombang yang dikelurkan ketika berada pada posisi 1, 2, dan 3 digambarkan sebagai lingkaran. Tampak bahwa, di depan pesawat puncak-puncak gelombang lebih rapat dan di belakang pesawat puncak-puncak gelombang lebih renggang. Akibatnya, di depan pesawat frekuensi gelombang lebih besar dan di belakang pesawat lebih kecil. Ini adalah efek Doppler.



*Gambar 10.25 Gambar muka gelombang ketika pesawat bergerak dengan laju yang lebih kecil daripada laju rambat bunyi.*

Gambar 10.26 adalah kondisi ketika kecepatan pesawat persis sama dengan kecepatan bunyi. Lokasi pesawat tepat berimpit dengan muka gelombang yang bergerak ke depan. Akibatnya, udara di depan pesawat mengalami kompresi yang sangat besar. Panjang gelombang di depan pesawat mendekati nol atau frekuensinya mendekati tak berhingga. Akibatnya dihasilkan bunyi yang sangat keras.



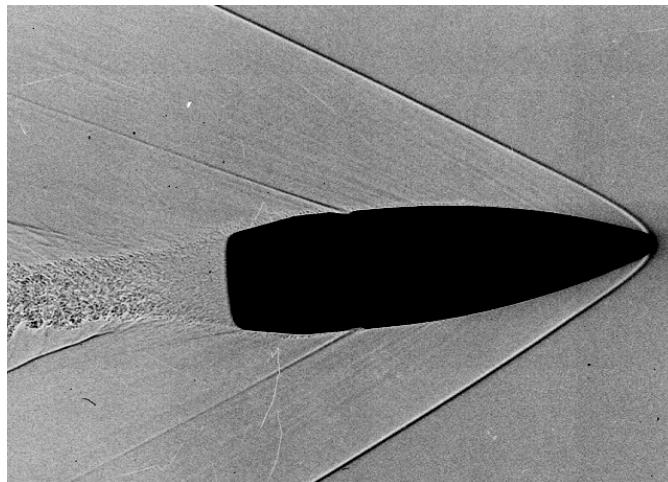
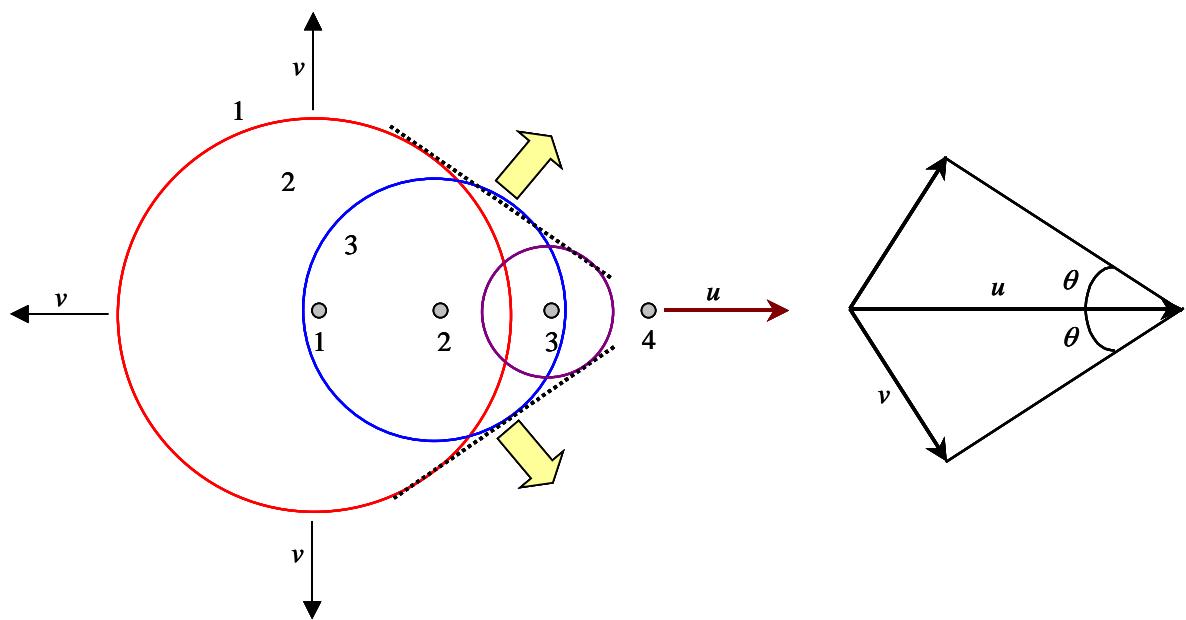
*Gambar 10.26 Gambar muka gelombang ketika pesawat bergerak dengan laju yang sama dengan laju rambat bunyi.*

Jika kecepatan pesawat lebih besar daripada laju rambat bunyi di udara maka saat pesawat menghasilkan gelombang berikutnya, gelombang yang dihasilkan sebelumnya belum mencapai lokasi tersebut. Akibatnya, muka gelombang yang terbentuk berbentuk kerucut. Arah perambatan gelombang tidak lagi ke depan, tetapi agak menyamping. Tampak pada gambar bahwa arah yang dibentuk gelombang dengan arah gerak pesawat membentuk sudut  $\theta$  yang memenuhi

$$\sin \theta = \frac{v}{u} \quad (10.30)$$

dengan  $u$  laju sumber bunyi (pesawat) dan  $v$  laju perambatan bunyi di udara.

Jika kecepatan benda sudah melebihi kecepatan rambat bunyi di udara, ukuran kecepatan sering dinyatakan dalam **bilangan Mach**. Jika kecepatan benda berada pada bilangan Mach 1 berarti kecepatan benda yang sama dengan kecepatan bunyi di udara. Jika kecepatan bunyi di udara adalah 343 m/s, maka pesawat yang memiliki bilangan Mach 2,5 berarti memiliki kecepatan  $2,5 \times 343 = 857,5$  m/s.



*Gambar 10.27 Gambar muka gelombang ketika pesawat bergerak dengan laju yang melebihi laju rambat bunyi.*

### Soal dan Penyelesaian

- 1) Dapatkah kamu membuktikan bahwa kecepatan bunyi tidak terlalu bergantung pada frekuensi?

Jawab

Suara sebenarnya tersusun atas sejumlah frekuensi. Frekuensi yang berbeda-beda tersebut bersuperposisi membentuk pola gelombang bunyi. Jika kecepatan gelombang bunyi sangat bergantung pada frekuensi maka komponen bunyi yang berasal dari frekuensi yang berbeda akan bergerak dengan kecepatan yang berbeda. Komponen bunyi dengan frekuensi yang berbeda

akan mencapai pendengar pada saat yang berbeda. Akibatnya, pola gelombang bunyi yang diterima pendengar dan yang dihasilkan sumber bunyi berbeda. Atau suara yang didengar pendengar tidak samam dengan suara yang dihasilkan sumber bunyi. Tetapi hal tersebut tidak pernah terjadi. Suara yang didengar pendengar persis sama dengan suara yang dihasilkan sumber bunyi. Ini hanya mungkin terjadi jika kecepatan bunyi tidak bergantung pada frekuensi.

- 2) Level intensitas suara yang dihasilkan mesin pesawat jet pada jarak 30 m adalah 140 dB. Berapakah level intensitas mesin tersebut pada jarak 300 m?

Jawab

Misalkan intensitas pada jarak 30 m adalah  $I_{30}$

Intensitas pada jarak 300 m adalah  $I_{300}$

Karena  $I \propto \frac{1}{r^2}$  maka

$$\frac{I_{300}}{I_{30}} = \frac{1/300^2}{1/30^2} = \frac{1}{100}$$

atau

$$I_{300} = \frac{I_{30}}{100}$$

Dari soal kita peroleh  $\beta_{30} = 140$  dB

Maka

$$\beta_{30} = 10 \log \left( \frac{I_{30}}{I_0} \right)$$

Taraf intensitas pada jarak 300 meter adalah

$$\begin{aligned} \beta_{300} &= 10 \log \left( \frac{I_{300}}{I_0} \right) = 10 \log \left( \frac{I_{30}/100}{I_0} \right) = 10 \log \left( \frac{I_{30}}{I_0} \right) + 10 \log \left( \frac{1}{100} \right) \\ &= 10 \log \left( \frac{I_{30}}{I_0} \right) - 10 \log(100) = \beta_{30} - 10 \times 2 = 140 - 20 = 120 \text{ dB} \end{aligned}$$

- 3) Berapa intensitas bunyi pada ambang sakit 120 dB? Berapa pula intensitas bunyi yang memiliki level intensitas 20 dB?

Jawab

$$\beta = 10 \log \left( \frac{I}{I_o} \right)$$

atau

$$I = I_o \times 10^{\beta/10}$$

Untuk  $\beta = 120$  dB

Maka

$$I = 10^{-12} \times 10^{(120/10)} = 10^{-12} \times 10^{12} = 1 \text{ W/m}^2$$

Untuk  $\beta = 20$  dB

Maka

$$I = 10^{-12} \times 10^{(20/10)} = 10^{-12} \times 10^2 = 10^{-10} \text{ W/m}^2$$

4) Telinga manusia dapat membedakan bunyi dengan perbedaan level intensitas 2,0 dB. Berapa perbandingan amplitudo dua bunyi dengan perbedaan level intensitas di atas?

Jawab

$$\beta_1 = 10 \log\left(\frac{I_1}{I_o}\right)$$

$$\beta_2 = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_o}\right)$$

$$\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1 = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_o}\right) - 10 \log\left(\frac{I_1}{I_o}\right) = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_o} \times \frac{I_o}{I_1}\right) = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$$

Atau

$$\frac{I_2}{I_1} = 10^{\Delta\beta/10}$$

Tetapi  $\Delta\beta = 2$  dB sehingga

$$\frac{I_2}{I_1} = 10^{2/10} = 10^{0.2} = 1,6$$

Mengingat  $I \propto A^2$  maka

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{A_2^2}{A_1^2}$$

Jadi

$$\frac{A_2^2}{A_1^2} = 1,6$$

atau

$$\frac{A_2}{A_1} = \sqrt{1,6} = 1,26$$

- 5) Gelombang bunyi 50 dB memasuki gendang telinga yang memiliki luas penampang  $5,0 \times 10^{-5}$  m<sup>2</sup>. (a) Berapa energi yang diserap gendang telinga per detik? (b) Berapa lama waktu yang diperlukan agar gendang telinga menerima energi 1,0 J?

Jawab

Pertama kita hitung intensitas gelombang bunyi yang mencapai gendang telinga

$$\beta = 10 \log \left( \frac{I}{I_o} \right)$$

$$50 = 10 \log \left( \frac{I}{I_o} \right)$$

$$\log \left( \frac{I}{I_o} \right) = 5$$

atau

$$I = 10^5 \times I_o = 10^5 \times 10^{-12} = 10^{-7} \text{ W/m}^2$$

- a) Energi per detik yang diserap gendang telinga adalah daya yang diserap gendang telinga, yaitu

$$P = IA = 10^{-7} \times (5 \times 10^{-5}) = 5 \times 10^{-12} \text{ W}$$

- b) Waktu yang diperlukan gendang telinga menerima energi 1,0 J adalah

$$t = \frac{1,0 \text{ J}}{P} = \frac{1}{5 \times 10^{-12}} = 2 \times 10^{11} \text{ s}$$

- 6) Hitunglah pergeseran maksimum molekul udara ketika bunyi dengan frekuensi 131 Hz merambat di udara pada level intensitas yang sama dengan ambang kesakitan terilnga (120 dB).

Jawab

Pertama kita hitung intensitas bunyi

$$\beta = 10 \log \left( \frac{I}{I_o} \right)$$

$$120 = 10 \log \left( \frac{I}{I_o} \right)$$

$$12 = \log \left( \frac{I}{I_o} \right)$$

atau

$$I = 10^{12} \times I_o = 10^{12} \times 10^{-12} = 1 \text{ W/m}^2$$

Dengan menggunakan persamaan (47.5) kita dapat menulis

$$A = \sqrt{\frac{I}{2\pi^2 \rho v f^2}}$$

Ambil  $\rho = 1,29 \text{ kg/m}^3$  dan  $v = 340 \text{ m/s}$ , maka

$$A = \sqrt{\frac{1}{2 \times (3,14)^2 \times 1,29 \times 340 \times (131)^2}} = 8 \times 10^{-5} \text{ m}$$

7) Dawai piano memiliki frekuensi dasar 440 Hz. Panjang bagian dawai yang bergetar adalah 32 cm dan massanya 0,35 g. Berapa tegangan dawai tersebut?

Jawab

Panjang gelombang berdiri pada dawai memenuhi

$$\lambda = \frac{2L}{n}$$

Untuk nada dasat,  $n = 1$ , sehingga panjang gelombang nada dasar

$$\lambda = \frac{2 \times 0,32}{1} = 0,64 \text{ m}$$

Cepat rambat gelombang pada dawai

$$v = \lambda f = 0,64 \times 440 = 282 \text{ m/s}$$

Massa dawai per satuan panjang

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{0,00035}{0,32} = 1,1 \times 10^{-3} \text{ kg/m}$$

Tegangan dawai dihitung dengan rumus

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

atau

$$F_T = \mu v^2 = (1,1 \times 10^{-3}) \times 282 = 0,3 \text{ N}$$

- 8) a) Berapakah frekuensi resonansi yang kamu harapkan ketika meniup udara di atas tutup botol soda kosong yang memiliki kedalaman 15 cm? B) Berapakah frekuensinya jika botol tersebut berisi soda sepertiganya? Kecepatan gelombang di udara adalah 340 m/s.

Jawab

Botol soda berperan sebagai pipa organa tertutup. Panjang gelombang alamiah dalam pipa organa tertutup adalah

$$\lambda = \frac{4L}{(2n+1)}$$

dengan

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

L : panjang kolom

Frekuensi resonansi kolom udara

$$f = \frac{v}{\lambda} = (2n+1) \frac{v}{4L}$$

- a) Untuk botol soda kosong: L = 15 cm = 0,15 m sehingga

$$f = (2n+1) \frac{340}{4 \times 0,15} = (2n+1) \times 567 \text{ Hz}$$

Jadi, frekuensi resonansi yang mungkin di antaranya: 567 Hz, 1701 Hz, 2835 Hz, ...

- b) Untuk botol soda yang berisi soda sepertiganya, maka L' = (2/3) × 15 cm = 0 cm = 0,1 m sehingga

$$f = (2n+1) \frac{340}{4 \times 0,1} = (2n+1) \times 850 \text{ Hz}$$

Jadi, frekuensi resonansi yang mungkin di antaranya: 850 Hz, 2550 Hz, 4250 Hz, ...

9) Sebuah pipa organa memiliki panjang 112 cm. Berapa frekuensi nada dasar dan tiga nada atas yang bisa didengar jika pipa organa tersebut (a) tertutup? (b) terbuka? Laju perambatan gelombang di udara 340 m/s.

Jawab

Panjang pila  $L = 112 \text{ cm} = 1,12 \text{ m}$

a) Jika pipa organa terbuka maka panjang gelombang resonansi memenuhi

$$\lambda = \frac{2L}{n}$$

Frekuensi gelombang resonansi

$$f = \frac{v}{\lambda} = n \frac{v}{2L} = n \frac{340}{2 \times 1,12} = 152n \text{ Hz.}$$

Frekuensi nada dasar ( $n = 1$ ) adalah 152 Hz

Frekuensi nada atas pertama ( $n = 2$ ) adalah 304 Hz

Frekuensi nada atas kedua ( $n = 3$ ) adalah 456 Hz

Frekuensi nada atas ketiga ( $n = 4$ ) adalah 608 Hz

b) Jika pipa organa tertutup maka panjang gelombang resonansi memenuhi

$$\lambda = \frac{4L}{2n+1}$$

Frekuensi gelombang resonansi

$$f = \frac{v}{\lambda} = (2n+1) \frac{v}{4L} = (2n+1) \frac{340}{4 \times 1,12} = (2n+1) \times 76 \text{ Hz.}$$

Frekuensi nada dasar ( $n = 0$ ) adalah 76 Hz

Frekuensi nada atas pertama ( $n = 1$ ) adalah 228 Hz

Frekuensi nada atas kedua ( $n = 2$ ) adalah 380 Hz

Frekuensi nada atas ketiga ( $n = 3$ ) adalah 532 Hz

10) Sebuah pipa organa dapat beresonansi pada frekuensi 264 Hz, 440 Hz, dan 616 Hz, tetapi tidak pada frekuensi lain antara 264 dan 616 kecuali pada 440 Hz. (a) Apakah pipa organa ini terbuka atau tertutup? (b) berapakah frekuensi dasar pipa ini?

Jawab

a) Kita mengecek apakah pipa ini terbuka atau tertutup.

Andaikan pipa tersebut terbuka, maka frekuensi resonansi memenuhi

$$f = n \frac{v}{2L}$$

Sehingga

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

Misalkan frekuensi 264 Hz berkaitan dengan  $n_1$ , maka frekuensi 440 Hz harus berkaitan dengan  $n_1+1$  dan frekuensi 616 Hz berkaitan dengan  $n_1+2$ .

Maka dua kesamaan berikut ini harus terpenuhi sekaligus

$$\frac{440}{264} = \frac{n_1 + 1}{n_1} \quad (*)$$

dan

$$\frac{616}{264} = \frac{n_1 + 2}{n_1} \quad (**)$$

Dan  $n_1$  harus merupakan bilangan bulat.

Dari kesamaan (\*) kita peroleh  $n_1 = 264 / (440 - 264) = 1,5$

Dari kesamaan (\*\*) kita juga peroleh  $n_1 = 1,5$ .

Walaupun  $n_1$  sama pada pemecahan dua kesamaan di atas, namun harganya tidak bulat. Jadi tidak mungkin mengungkapkan nada-nada resonansi kolom.

Sebalinya, jika kita anggap kolom tertutup maka

$$f = (2n + 1) \frac{v}{4L}$$

Sehingga

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{2n_2 + 1}{2n_1 + 1}$$

Misalkan frekuensi 264 Hz berkaitan dengan  $n_1$ , maka frekuensi 440 Hz harus berkaitan dengan  $n_1+1$  dan frekuensi 616 Hz berkaitan dengan  $n_1+2$ .

Maka dua kesamaan berikut ini harus terpenuhi sekaligus

$$\frac{440}{264} = \frac{2(n_1 + 1) + 1}{2n_1 + 1} = \frac{2n_1 + 3}{2n_1 + 1} \quad (***)$$

dan

$$\frac{616}{264} = \frac{2(n_1 + 2) + 1}{2n_1 + 1} = \frac{2n_1 + 5}{2n_1 + 1} \quad (***)$$

Dan  $n_1$  harus merupakan bilangan bulat.

Dari kesamaan (\*\*\* ) kita peroleh  $n_1 = 1$

Dari kesamaan (\*\*\* ) kita juga peroleh  $n_1 = 1$ .

Solusi pada dua kesamaan di atas sama dan harganya bulat. Jadi merupakan solusi yang tepat.

Jadi, pipa organa adalah pipa organa tertutup.

b) Frekuensi nada dasar pipa organa tertutup berkaitan dengan  $n = 0$ . Karena frekuensi 440 Hz berkaitan dengan  $n = 1$  maka

$$\frac{f_0}{440} = \frac{2 \times 0 + 1}{2 \times 1 + 1} = \frac{1}{3}$$

atau

$$f_0 = \frac{440}{3} = 147 \text{ Hz}$$

11) Berapa banyak nada atas yang muncul di dalam daerah pendengaran jika pipa organa sepanjang 2,44 m ditiup pada suhu 20 oC? (a) Jika pipa tersebut terbuka dan (b) jika pipa tersebut tertutup?

Jawab

Kecepatan rambat gelombang pada suhu 20 oC adalah 343 m/s

a) Untuk pipa organa terbuka berlaku

$$f = n \frac{v}{2L} = n \frac{343}{2 \times 2,44} = 70n$$

Karena jangkauan pendengaran berada antara 20 sampai 20 000 Hz maka, nilai  $n$  dalam daerah ini memenuhi

$$70n \leq 20000$$

atau

$$n \leq 20000 / 70$$

$$n \leq 285,7$$

Karena  $n$  harus nilangan bulat maka  $n$  terbesar adalah  $n = 285$

b) Untuk pipa organa tertutup berlaku

$$f = (2n + 1) \frac{v}{4L} = (2n + 1) \frac{343}{4 \times 2,44} = (2n + 1) \times 35$$

Agar bisa terdengar oleh telinga maka

$$(2n + 1) \times 35 \leq 20000$$

$$(2n + 1) \leq 20000 / 35$$

$$(2n + 1) \times 35 \leq 20000$$

$$(2n + 1) \leq 571,43$$

$$2n \leq 570,43$$

$$n \leq 570,43 / 2$$

$$n \leq 570,43 / 2$$

$$n \leq 285,2$$

Karena n harus nilangan bulat maka n terbesar adalah n = 285

- 12) Misalkan suatu saat kamu sedang terbang dengan helikopter di teluk Jakarta dan melihat sebuah boat sedang bergerak di teluk Jakarta. Tampak olehmu bahwa muka gelombang air yang dihasilkan oleh boat membentuk sudut  $20^\circ$ . Jika laju gelombang air adalah 2,0 m/s, berapakah laju boat?

Jawab

Dengan menggunakan persamaan (47.16) maka laju boat adalah

$$v = \frac{u}{\sin \theta} = \frac{2}{\sin 20^\circ} = \frac{2}{0,342} = 5,8 \text{ m/s}$$

- 13) Dua buah mobil dilengkapi dengan sirine yang menghasilkan frekuensi yang sama. Ketika satu mobil diam dan yang lainnya sedang bergerak menuju ke arah pengamat yang diam dengan laju 15 m/s, pengamat tersebut mendengar pelayangan 5,5 Hz ketika sirine dua mobil dibunyikan bersama. Jika laju gelombang di udara 340 m/s, berapakah frekuensi sirine?

Jawab

Misalkan frekuensi sirine f

Frekuensi pelayangan  $\Delta f = 5,5 \text{ Hz}$

Ketika salah satu mobil bergerak mendekati pengamat yang diam, maka frekuensi yang didengar pengamat adalah

$$f' = \frac{v}{v-w} f = \frac{340}{340-15} f = \frac{340}{325} f = 1,05 f$$

Frekuensi pelayangan

$$\Delta f = f' - f = 1,05 f - f = 0,05 f$$

atau

$$f = \frac{\Delta f}{0,05} = \frac{5,5}{0,5} = 110 \text{ Hz}$$

- 14) Frekuensi sirine sebuah kereta adalah 522 Hz ketika sedang bergerak ke arah kamu dan berubah menjadi 486 Hz ketika berjauh menjauhi kamu. Jika kecepatan gelombang di udara 340 m/s, berapakah laju kereta?

Jawab

Misalkan laju kereta w

Ketika mendekati kamu, maka

$$f' = \frac{v}{v-w} f$$

$$522 = \frac{340}{340-w} f \quad (*)$$

Ketika menjauhi kamu, maka

$$f'' = \frac{v}{v+w} f$$

$$486 = \frac{340}{340+w} f \quad (**)$$

Bagi (\*) dengan (\*\*\*)

$$\frac{522}{486} = \frac{340+w}{340-w}$$

$$522(340-w) = 486(340+w)$$

$$(522-486) \times 340 = (522+486) w$$

$$12240 = 1008 w$$

$$w = \frac{12240}{1008} = 12 \text{ m/s}$$

## **Soal Latihan**

- 1) Seseorang berdiri pada jarak tertentu dari sebuah pesawat jet yang memiliki empat mesin. Keempat mesin tersebut serupa. Ketika empat mesin hidup orang tersebut mendengar bunyi dengan level intensitas 120 dB. Jika kemudian kapten mematikan riga mesin sehingga hanya satu mesin yang hidup, berapakah taraf intensitas yang didengar orang tersebut?
- 2) Tape recorder stereo dikatakan memiliki signal-to-noise ratio (SNR) 58 dB. Berapakah perbandingan intensitas sinyal dengan noise yang dimiliki piranti tersebut?
- 3) Pada suatu konser rock, sebuah dB meter mencatat level intensitas 130 dB ketika ditempatkan pada jarak 2,5 m di depan louspeaker. (a) Berapa daya output loudspeaker jika dianggap energi yang dihasilkan loudspeaker merambat ke segala arah dalam bentuk gelombang bola. (b) Berapa jarak dB meter ke loudspeaker saat mencatat level intensitas 90 dB?
- 4) Jika amplitudo gelombang bunyi dijadikan tiga kali lebih besar: (a) menjadi berapa kali lebih besarkan intensitasnya? (b) berapa besar pertambahan level intensitas?
- 5) Sebuah pesawat jet mengeluarkan bunyi dengan energi  $5,0 \times 10^5$  J per detik. (b) berapakah level intensitas pada jarak 30 meter dari mesin jet? (b) Udara menyerap bunyi pada laju 7,0 dB/km; hitunglah level intensitas pada (b) 1,0 km dan (c) 5,0 km dari mesin jet.
- 6) Dua gelombang bunyi memiliki amplitudo pergeseran yang sama, tetapi salah satu memiliki frekuensi dua kali yang lainnya. Berapa perbandingan intensitasnya?
- 7) Berapa level intensitas (dalam dB) suatu gelombang bunyi di udara yang memiliki amplitudo pergeseran molekul udara 1,3 mm dan dan frekuensi 260 Hz.
- 8) Sebuah tabung yang penampangnya seragam memiliki panjang 1,8 m terbuka pada dua ujungnya. Tabung tersebut beresonansi pada dua harmonik berurutan dengan frekuensi 275 Hz dan 330 Hz. Berapa laju perambatan bunyi pada gas dalam tabung?
- 9) Sebuah pipa di udara 20 oC dirancang untuk menghasilkan dua harmonik berurutan pada frekuensi 240 Hz dan 280 Hz. (a) Berapakah panjang pipa tersebut dan (b) apakah pipa terbuka atau tertutup? Kecepatan rambat bunyi pada suhu 20 oC adalah 343 m/s.
- 10) a) Berapa kecepatan benda yang bergerak di darat jika benda tersebut bergerak pada bilangan Mach 0,33? B) Pesawat Concorde yang sedang bergerak pada ketinggian tertentu memperlihatkan angka 3000 km/s dan 3,2 Mach pada layarnya. Berapa kecepatan bunyi pada ketinggian tersebut?

- 11) Sebuah pesawat bergerak pada bilangan Mach 2,3. Kecepatan udara pada tempat itu adalah 310 m/s. (a) Berapa sudut yang dibentuk oleh gelombang shock dengan arah gerak pesawat? (b) Jika pesawat bergerak pada ketinggian 7100 m di atas tanah, berapa jauh setelah pesawat melewati orang di tanah ketika bunyi pesawat di dengar orang di tanah tersebut?
- 12) Sebuah pesawat luar angkasa memasuki atmosfer tipis sebuah planet di mana laju perambatan bunyi di atmosfer tersebut hanya 35 m/s. (a) Berapa bilangan Mach pesawat tersebut jika kecepatannya 15 000 km/jam, (b) berapakah sudut puncak yang dibentuk oleh gelombang shock?
- 13) Dua mobil P dan Q sedang melaju di jalan raya dalam arah yang sama. Mobil P yang berada di depan bergerak dengan laju konstan 12 m/s dan mobil Q yang berada di belakang bergerak dengan laju konstant 20 m/s. Mobil Q membunyikan klakson dengan frekuensi tertentu sehingga pengendara di mobil P mendengar bunyi tersebut pada frekuensi 830 Hz. Berapakah frekuensi klakson menurut pengendara mobil Q sendiri? Kecepatan rambat bunyi di udara adalah 340 m/s.
- 14) Sebuah mobil yang sedang bergerak pada jalan lurus dengan laju 15 m/s membunyikan klakson. Di jalan tersebut terdapat dua orang pengamat X dan Y. Pengamat X mendengar bunyi klakson pada frekuensi 538 Hz sedangkan pengamat Y mendengar pada frekuensi yang lebih rendah.
- Apakah mobil sedang bergerak menuju ke arah pengamat X atau ke arah pengamat Y?
  - Adakah perbedaan frekuensi yang didengar oleh pengamat X dan Y jika mobil berhenti lalu membunyikan klaksonnya?
  - Jika laju rambat bunyi di udara 340 m/s, berapakan frekuensi yang didengar pengamat Y saat pengamat X mendengar bunyi klakson pada frekuensi 538 Hz?
- 15) Sebuah kereta api yang sedang berhenti di stasion membunyikan sirine sebelum bergerak, dan pengamat yang sedang duduk di stasion memperkirakan frekuensi bunyi sirine adalah 1200 Hz. Kereta api kemudian bergerak dengan percepatan tetap. Lima puluh menit sejak mulai bergerak masinis membunyikan sirine kembali dan pengamat di stasiun memperkirakan frekuensi yang didengar adalah 1140 Hz. Hitunglah laju kereta api 50 detik sejak berangkat. Laju gelombang di udara adalah 340 m/s.
- 16) Spektrum absorpsi suatu galaksi diukur dan gelombang pada salah satu spektrumnya diidentifikasi merupakan garis H dari atom kalsium. Panjang gelombang spectrum tersebut ternyata 478 nm. Ketika ketika spectrum tersebut dihasilkan di laboratorium diukur panjang gelombangnya 397 nm.
- Apakah galaksi tersebut sedang bergerak menuju bumi atau menjauhi bumi?

- b) Jika laju rambat cahaya  $3 \times 10^8$  m/s, hitunglah laju galaksi relatif terhadap bumi.
- 17) Frekuensi sirine mobil posisi ketia diam adalah 1800 Hz. Berapa frekuensi yang akan kamu dengar jika kamu bergerak ke arah mobil yang diam dengan laju 30 m/s dan berapa frekuensi yang kamu dengar jika kamu menjauhi mobil posisi dengan laju 30 m/s. Laju bunyi di udara 330 m/s.
- 18) Kelelawar yang sedang diam mengelurkan gelombang dengan frekuensi 50 000 Hz. Sebuah benda yang sedang bergerak menjauhi kelelawar dengan laju 25 m/s memantulkan gelombang tersebut ke arah kelelawar. Berapakah frekuensi gelombang pantulan yang diterima kelelawar?
- 19) laju aliran darah dalam aorta sekitar 0,32 m/s. Berapakah frekuensi pelayangan yang akan didengar jika gelombang ultrasonic dengan frekuensi 5,5 MHz diarahkan ke aorta dan dipantulkan kembali oleh sel darah merah. Anggap laju perambatan gelombang dalam tubuh  $1,54 \times 10^3$  m/s.

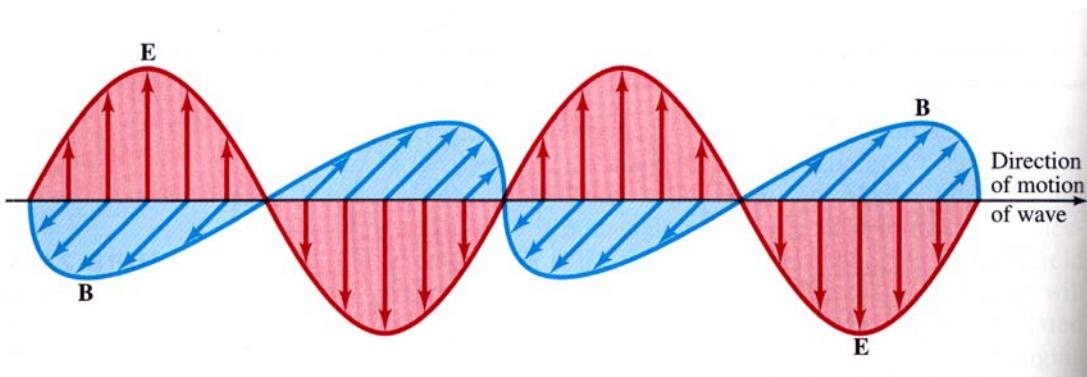
## Bab 11

### Interferensi Gelombang Elektromagnetik

Gelombang adalah osilasi yang merambat. Contohnya:

- Gelombang air adalah perambatan osilasi permukaan air.
- Gelombang tali adalah perambatan osilasi bagian tali.
- Gelombang bunyi di udara adalah perambatan osilasi molekul-molekul gas di udara.

Gelombang elektromagnetik adalah perambatan osilasi medan listrik dan medan magnet.



*Gambar 11.1 Ilustrasi osilasi medan listrik dan magnet pada gelombang elektromagnetik. B adalah symbol untuk medan magnet dan E adalah symbol untuk medan listrik.*

Gelombang elektromagnetik dapat merambat dalam ruang hampa atau medium tertentu. Sampainya cahaya matahari dan bintang-bintang ke bumi menunjukkan kemampuan gelombang elektromagnetik merambat dalam ruang hampa. Cahaya yang menembus air dan gelas menunjukkan kemampuan perambatan gelombang elektromagnetik dalam sejumlah bahan. Tetapi tidak semua bahan dapat dilewati gelombang elektromagnetik. Logam adalah contoh bahan yang tidak dapat dilewati gelombang elektromagnetik.

#### 11.1 Laju perambatan gelombang elektromagnetik

Dalam ruang hampa, laju perambatan gelombang elektromagnetik adalah

$$c = 2,997\ 924\ 58 \times 10^8 \text{ m/s}$$

yang seringkali dibulatkan menjadi  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ . Laju perambatan gelombang elektromagnetik dalam ruang hampa merupakan batas maksimum laju yang dapat dicapai di alam semesta.

Namun, dalam medium, laju perambatan gelombang elektromagnetik berkurang. Dalam intan, cahaya, yang merupakan salah satu jenis gelombang elektromagnetik merambat dengan laju 1,24

$\times 10^8$  m/s.

## 11.2 Frekuensi dan panjang gelombang

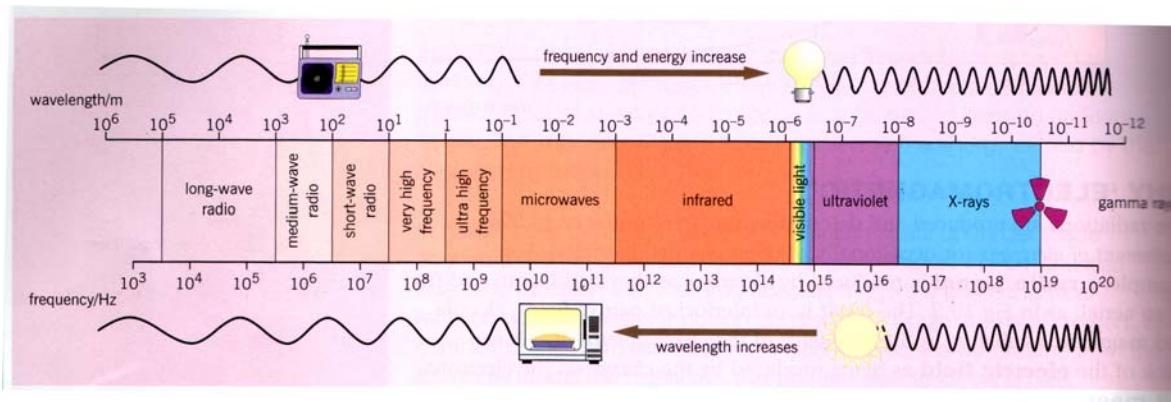
Gelombang elektromagnetik merupakan gelombang dengan sebaran frekuensi yang paling luas. Frekuensi gelombang elektromagnetik tersebar mulai dari  $10^2$  Hz sampai di atas  $10^{23}$  Hz.

Hubungan antara laju, frekuensi, dan panjang gelombang diberikan oleh

$$c = \lambda f \quad (11.1)$$

dengan c adalah laju perambatan gelombang,  $\lambda$  panjang gelombang, dan f frekuensi.

Jangkauan frekuensi gelombang elektromagnetik yang sangat lebar tersebut dikelompokkan atas sejumlah spectrum yang memiliki bidang aplikasi berbeda-beda.



Gambar 11.2 Spektrum gelombang elektromagnetik

### a) Gelombang radio

- Gelombang radio panjang ( $\lambda > 10^3$  m)
- Gelombang radio menengah ( $10^2 < \lambda < 10^3$  m)
- Gelombang radio pendek ( $10^1 < \lambda < 10^2$  m)

Tahun 1901 Guglielmo Marconi berhasil mengirim gelombang radio dengan frekuensi 1 MHz menyeberangi samudera Atlantik. Gelombang tersebut merambat mengikuti kelengkungan bumi karena mengalami pantulan oleh lapisan konduktif di atmosfer yang disebut ionosfer. Saat ini gelombang radio dipancarkan dari stasion radio dan televisi untuk mengirimkan informasi ke pemirsa. Tahun 1932, Karl Guthe Jansky menyimpulkan bahwa “gangguan gelombang radio” yang selalu muncul bersumber dari pusat galaksi kita. Saat itu merupakan awal kelahiran radio astronomi.



*Gambar 11.3 Contoh teleskop radio yang digunakan untuk mendeksi gelombang radio yang berada dari galaksi-galaksi yang jauh*

Berdasarkan kesepakatan internasional, jangkauan frekuensi gelombang radio diklasifikasikan atas sejumlah daerah frekuensi seperti pada tabel 22.1

Tabel 11.1 Klasifikasi gelombang radio

Klasifikasi	Jangkauan frekuensi	Jangkauan panjang gelombang
VLF (very low frequency)	3 – 30 kHz	100 – 10 km
LF (low frequency)	30 – 300 kHz	10 – 1 km
MF (medium frequency)	300 – 3000 kHz	1000 – 100 m
HF (high frequency)	3 – 30 MHz	100 – 10 m
VHF (very high frequency)	30 – 300 MHz	10 – 1 m
UHF (ultrahigh frequency)	300 – 3000 MHz	100 – 10 cm
SHF (superhigh frequency)	3 – 30 GHz	10 – 1 cm
EHF (extremely high frequency)	30 – 300 Ghz	10 – 1 mm

### b) Gelombang mikro ( $10^{-3} < \lambda < 10^{-1}$ m)

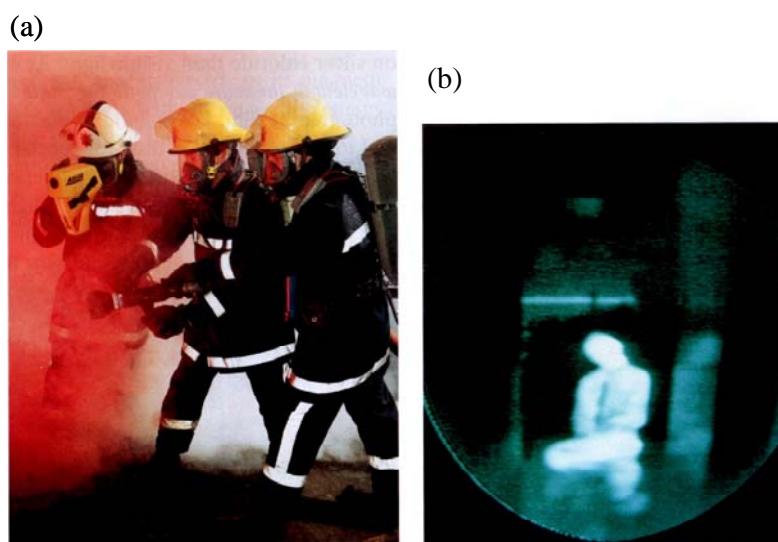
Tahun 1946, Percy Le Baron Spencer mengamati bahwa gula-gula yang ada di saku celananya meleleh ketika ia sedang bekerja dengan gelombang mikro. Dalam jangka satu tahun, perusahaannya berhasil membuat dan memasarkan oven microwave pertama. Gelombang mikro digunakan untuk memancarkan sinyal televisi dan telepon melalui cakram logam yang dipasang di pemancar-pemancar. Radiasi latar belakang microwave (microwave background radiation) merupakan sisa proses dentuman besar (big bang) dan berasal dari semua arah di alam semesta.



*Gambar 11.4 Oven microwave*

c) **Gelombang inframerah** ( $7 \times 10^{-7} < \lambda < 10^{-3}$  m)

Radiasi inframerah ditemukan tahun 1800 oleh William Herschel. Semua benda yang hangat memancarkan gelombang inframerah. Gelombang inframerah dapat menembus asap maupun debu lebih mudah daripada cahaya tampak sehingga detektor inframerah digunakan oleh tim penyelamat untuk mendeksi orang atau oleh tentara dalam penyerangan dalam tempat berasap. Inframerah juga hanya sedikit dihambat oleh debu antarbintang dibandingkan dengan cahaya tampak dan infrared astronomy satellite (IRAS) memanfaatkan sifat ini untuk mengkaji langit.



*Gambar 11.5 (a) Petugas penyelamat menggunakan detector inframerah untuk mencari lokasi korban dalam ruang berasap. (b) Foto korban yang diambil dengan pendeksi inframerah.*

**d) Cahaya tampak** ( $4 \times 10^{-7} < \lambda < 7 \times 10^{-7}$  m)

Cahaya tampak adalah gelombang elektromagnetik yang sangat membantu manusia atau hewan untuk melihat benda-benda di sekelilingnya. Sel-sel dalam retina sangat sensitive pada cahaya tampak. Hanya bayangan benda yang dihasilkan oleh cahaya tampak yang dapat dideteksi retina. Cahaya tampak dapat dihasilkan oleh benda yang suhunya cukup tinggi, seperti matahari, api, atau filamen dalam lampu. Cahaya tampak juga dihasilkan akibat transisi electron dalam atom dari keadaan dengan energi tinggi ke keadaan dengan energi rendah.

**e) Gelombang ultraviolet** ( $10^{-8} < \lambda < 4 \times 10^{-7}$  m)

Sinar ultraviolet dihasilkan akibat perubahan ringkat energi electron dalam atom. Sinar ultraviolet sering digunakan untuk memendarkan material yang disebut fosfor untuk berpendar sehingga menghasilkan warna tertentu. Beberapa lampu yang menghasilkan warna tertentu sebenarnya di bagian dalamnya mengandung lapisan bahan fosfor. Di dalam lampu tersebut dibangkitkan sinar ultraviolet, yang apabila mengenati lapisan fosfor terjadi perpendaran dengan memancarkan warna tertentu. Sinar ultraviolet cukup energetic dan dapat mengionisasi atom sehingga berbahaya untuk sel-sel hidup yang dapat menyebabkan kanker kulit.

**f) Sinar-X** ( $5 \times 10^{-11} < \lambda < 10^{-8}$  m)

Sinar-X dihasilkan ketika electron diperlambat dalam waktu yang sangat singkat, misalnya saat electron yang berkecepatan sangat tinggi dihentikan akibat tumbukan dengan permukaan logam. Sinar-X pertama kali ditemukan oleh Willian Rontgern (1845-1923), ketika melakukan percobaan dengan sinar katoda. Ia mengamati bahwa layar fosfor yang jaraknya beberapa meter dari sinar katoda mengalami perpendaran. Diamati juga bahwa sinar-X dapat memenbus dengan mudah bagian tubuh yang lunak, tetapi diserap oleh material yang lebih rapat seperti logam dan tulang. Sejak saat itu, sinar-X digunakan dalam kedokteran untuk mengamati kerusakan pada tulang, seperti tulang patah.



*Gambar 11.6 Foto sinar-X tangan yang memperlihatkan tulang lengan yang patah*

**g) Sinar gamma** ( $\lambda < 5 \times 10^{-11}$  m)

Sinar gamma dihasilkan akibat perubahan susunan inti atom akibat peluruhan radioaktif. Sinar gamma sangat energetic dan memiliki kemampuan penembusan yang kuat.

### 11.3 Indeks bias

Laju perambatan gelombang elektromagnetik terbesar tercapai ketika merambat dalam ruang hampa. Jika gelombang EM masuk ke dalam material, maka laju dan panjang gelombangnya berkurang, tetapi frekuensinya tidak berubah.

Laju cahaya dalam es adalah  $2,3 \times 10^8$  m/s sedangkan dalam intan adalah  $1,24 \times 10^8$  m/s. Umumnya, laju cahaya berbeda jika memasuki material yang berbeda. Oleh karena itu, perlu didefinisikan suatu besaran yang menentukan laju cahaya dalam material. Besaran tersebut disebut **indeks bias**, yang memenuhi hubungan

$$n = \frac{c}{c_m} \quad (11.2)$$

dengan  $n$  indeks bias material,  $c$  laju cahaya dalam ruang hampa, dan  $c_m$  laju cahaya dalam material.

Dengan menggunakan hubungan  $c = \lambda f$ , dan  $c_m = \lambda_m f$ , maka persamaan untuk indeks bias dapat juga ditulis sebagai

$$n = \frac{\lambda f}{\lambda_m f} = \frac{\lambda}{\lambda_m} \quad (11.3)$$

dengan  $\lambda$  panjang gelombang dalam ruang hampa dan  $\lambda_m$  panjang gelombang dalam material,

Tabel 11.2 Indeks bias beberapa material

Material	Indeks bias
Intan	2,419
Kuarsa	1,458
Botol glas	1,520
Glas beker	1,474
Es	1,309
Polistiren	1,6

Akrilik	1,49
Etanol	1,361
Gliserol	1,473
Air	1,333
Udara	1,000293
Karbon dioksida	1,00045

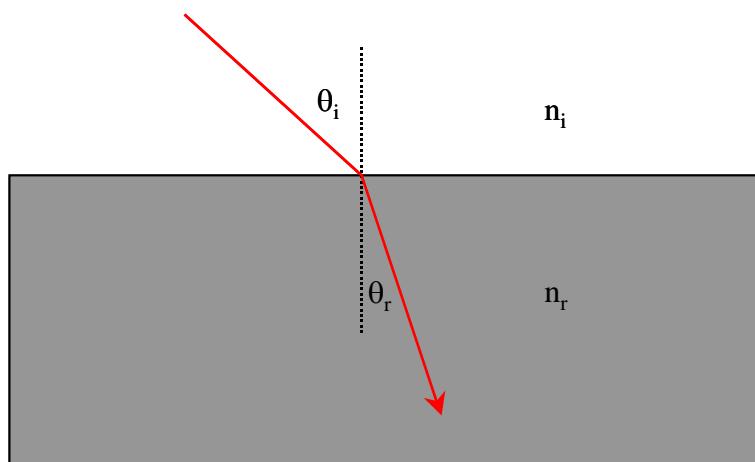
Tampak dari Tabel 11.2 bahwa indeks bias udara atau gas sangat mendekati satu. Dengan demikian, untuk praktisnya, laju perambatan cahaya di udara diambil sama dengan laju perambatan cahaya dalam ruang hampa.

#### 11.4 Pembiasan Cahaya

Perbedaan laju cahaya di udara dan dalam material menimbulkan fenomena menarik ketika cahaya merambat dari udara masuk ke material atau cahaya merambat keluar dari material menuju udara.

- i) Apabila arah rambat cahaya tegak lurus bidang pembatas antara material dan udara, maka cahaya tetap bergerak lurus walaupun mengalami perubahan laju.
- ii) Tetapi, jika arah rambat cahaya tidak tegak lurus bidang pembatas udara dan material maka disamping mengalami perubahan laju, arah rambat cahaya mengalami pembelokan pada bidang pembatas udara dan material.

Perubahan arah rambat cahaya ketika berpindah dari satu material ke material lain disebut pembiasan.



Gambar 11.5 Pembiasan cahaya

Dari uraian di atas dapat diringkas di sini bahwa syarat terjadinya pembiasan adalah

- i) Laju cahaya pada kedua medium berbeda
- ii) Arah datang cahaya tidak tegak lurus terhadap bidang pembatas kedua medium.

## Hukum Snell untuk pembiasan cahaya

$$n_i \sin \theta_i = n_r \sin \theta_r \quad (11.4)$$

$n_i$  = indeks bias medium tempat cahaya datang

$n_r$  = indeks bias medium yang dituju cahaya

$\theta_i$  = sudut datang cahaya diukur dari arah tegak lurus bidang pembatas dua medium

$\theta_r$  = sudut bias cahaya diukur dari arah tegak lurus bidang pembatas dua medium

### Contoh

Berkas cahaya dating dari udara dengan sudut dating  $30^\circ$  menuju air. Berapakah sudut pembiasan cahaya dalam air?

### Jawab

Berdasarkan Tabel 22.2

$n_i$  = indeks bias udara = 1

$n_r$  = indeks bias air = 1,333

$\theta_i = 30^\circ$

$\theta_r = \dots ?$

Dengan menggunakan hukum Snell kita dapat menulis

$$\sin \theta_r = \frac{n_i \sin \theta_i}{n_r} = \frac{1 \times \sin 30^\circ}{1,333} = \frac{0,5}{1,333} = 0,375$$

atau

$$\theta_r = 22^\circ.$$

### Contoh

Cahaya datang dari es menuju udara dengan sudut datang  $45^\circ$ . Berapakah sudut bias cahaya tersebut?

### Jawab

Berdasarkan Tabel 11.2

$n_i$  = indeks bias es = 1,309

$n_r$  = indeks bias udara = 1

$\theta_i = 45^\circ$

$\theta_r = \dots ?$

$$\sin \theta_r = \frac{n_i \sin \theta_i}{n_r} = \frac{1,309 \times \sin 45^\circ}{1} = \frac{0,926}{1} = 0,926$$

$$\theta_r = 68^\circ.$$

Dari dua contoh di atas tampak bahwa:

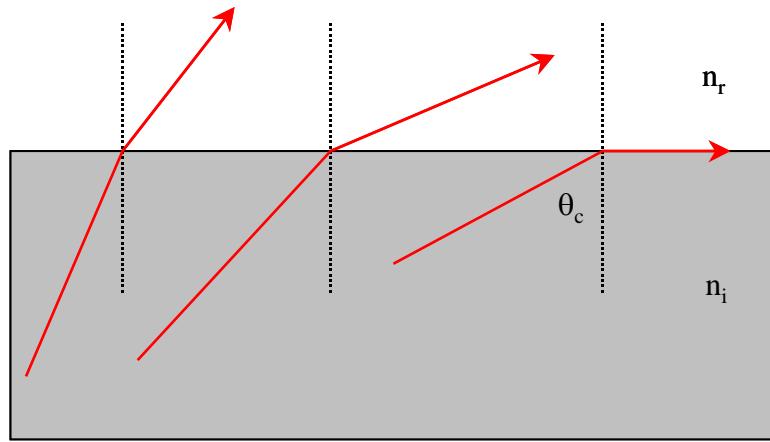
- i) Jika cahaya datang dari material dengan indeks bias tinggi menuju material dengan indeks bias rendah maka sudut bias lebih besar daripada sudut datang.
- ii) Jika cahaya datang dari material dengan indeks bias rendah menuju material dengan indeks bias tinggi maka sudut bias lebih kecil daripada sudut datang.

### 11.5 Sudut kritis untuk pembiasan

Apakah mungkin cahaya dibiaskan dengan sudut  $90^\circ$ ?

Mari kita lihat. Pembiasan dengan sudut  $90^\circ$  berarti  $\theta_r = 90^\circ$  atau  $\sin \theta_r = 1$ . Dengan menggunakan hukum Snell maka

$$\sin \theta_i = \frac{n_r}{n_i} \quad (11.5)$$



Gambar 11.8 Sudut kritis adalah sudut saat sinar bias dibiaskan dengan sudut  $90^\circ$

Persamaan di atas menyatakan bahwa jika cahaya datang dari material dengan indeks bias besar ke material dengan indeks bias kecil dengan sudut  $\theta_i$  yang memenuhi  $\sin \theta_i = n_r/n_i$  maka cahaya dibiaskan dengan sudut  $90^\circ$ . Sudut  $\theta_i$  yang memenuhi kondisi ini disebut sudut kritis dan kita simbolkan dengan  $\theta_c$ .

Pertanyaan selanjutnya, apa yang terjadi jika sudut datang cahaya lebih besar daripada sudut kritis? Jawabnya, cahaya tidak dibiaskan, tetapi dipantulkan. Cahaya tidak sanggup masuk ke medium kedua. Fenomena ini disebut **pemantulan total internal**.

Contoh

Berapa sudut kritis bagi berkas cahaya yang keluar dari intan menuju air?

Jawab

Berdasarkan tabel 22.2

$n_i$  = indeks bias intan = 2,419

$n_r$  = indeks bias air = 1,333

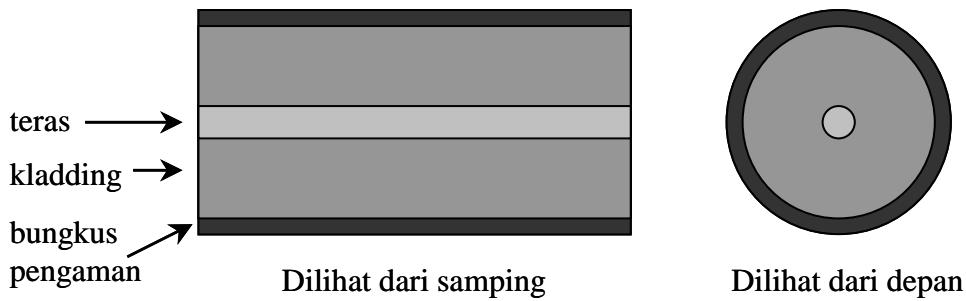
$$\sin \theta_c = \frac{n_r}{n_i} = \frac{1,333}{2,419} = 0,551$$

atau

$$\theta_c = 33,5^\circ$$

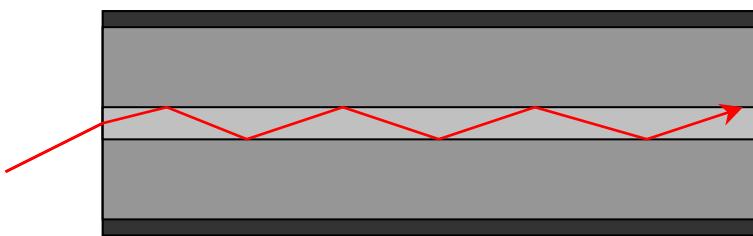
## 11.6 Fiber Optik

Salah satu aplikasi penting fenomena pemantulan total internal adalah pengiriman berkas cahaya melalui fiber optik. Fiber optik merupakan material transparan yang berbentuk silinder sangat kecil. Fiber optik terdiri dari dua bagian utama, yaitu teras berupa silinder sangat kecil dengan indeks bias  $n_1$  dan kladding yang membungkus teras dengan indeks bias  $n_2$ . Agar fenomena pemantulan sempurna terjadi maka  $n_1 > n_2$ .



Gambar 11.9 Struktur fiber optik

Berkas cahaya dimasukkan pada teras sedemikian rupa sehingga ketika berkas tersebut menuju batas antara teras dan kladding, sudut dating cahaya lebih besar daripada sudut kritis. Dengan demikian, cahaya selalu mengalami pemantulan sempurna sehingga tetap berada dalam teras.

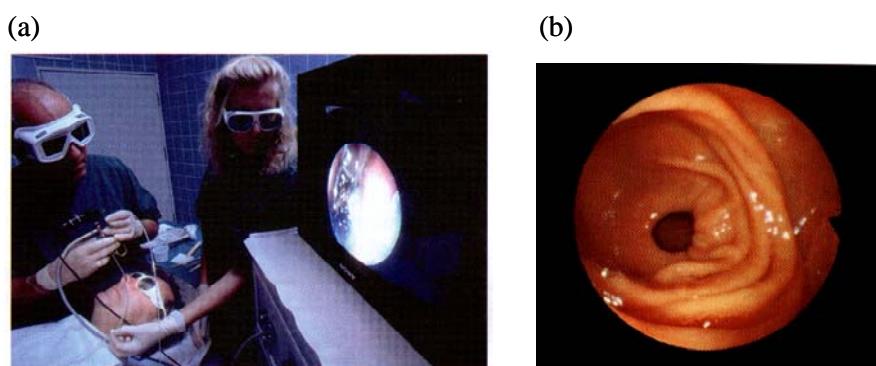


*Gambar 11.10 Pemantulan internal total dalam fiber optik*

Dengan cara demikian, cahaya dapat dikirim melalui fiber optik sampai jarak yang sangat jauh.

Pemakaian utama fiber optik dijumpai dalam dunia telekomunikasi. Karena cahaya memiliki frekuensi di atas  $10^{14}$  Hz maka jumlah data yang dapat dikirim melalui fiber optik per detik sangat besar. Ingat, makin besar frekuensi gelombang yang digunakan untuk mengirim data maka makin banyak data yang dapat dikirim per detiknya. Sistem fiber optik dapat membawa percakapan telepon, TV kabel, sambungan internet, sinyal videotelekonferensi, dan lain-lain. Fiber optik dapat membawa sejumlah sinyal percakapan telepon secara serentak.

Bayangan organ tubuh bagian dalam dapat dilihat dengan mengirim berkas cahaya ke organ tersebut dan menangkap kembali cahaya yang dipantulkannya. Cahaya dikirim ke organ dan cahaya pantulan organ ditangkap kembali memalui sistem fiber optik. Ini adalah prinsip kerja endoskopi.

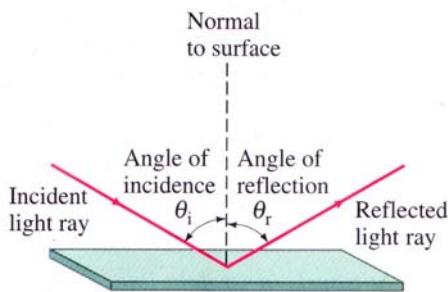


*Gambar 11.11 (a) Tim dokter sedang mengamati bagian dalam tubuh pasien dengan metode endoskopi. Bundelan fiber optik yang mengandung kamera kecil dan panjangnya beberapa puluh centimeter dimasukkan ke dalam usus pasien melalui mulut atau hidung. (b) Contoh foto usus pasien yang diambil dengan metode endoskopi.*

Terdapat dua bundelan fiber optik yang digunakan. Bundelan pertama disebut bundelan pencahayaan digunakan untuk membawa cahaya dari luar dan digunakan untuk menyinari organ yang akan diambil gambarnya. Bundelan kedua disebut bundelan bayangan berguna untuk membawa cahaya pantulan organ tubuh dan digunakan untuk membentuk gambar. Bayangan yang dibentuk ditampilkan di layar komputer atau televisi.

### 11.7 Pemantulan cahaya

Cahaya yang jatuh pada bidang pembatas dua material mengalami pemantulan dengan sudut pantul (diukur dari arah tegak lurus bidang pembatas medium) persis sama dengan sudut datang.



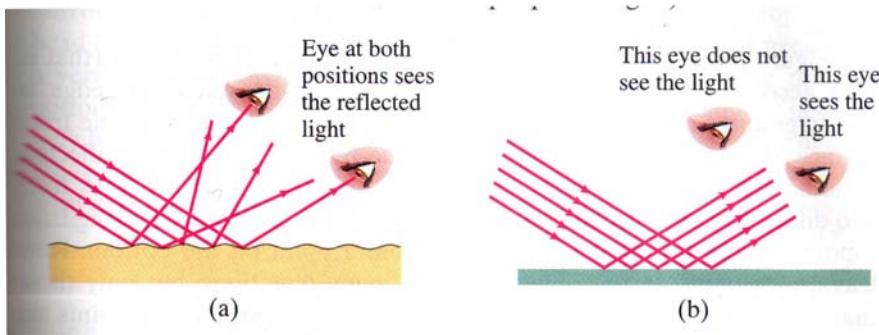
*Gbr 11.12 Pada peristiwa pemantulan, sudut datang sama dengan sudut pantul*

Beberapa fenomena pemantulan adalah:

- Jika material kedua tidak dapat ditembus cahaya, maka cahaya hanya mengalami pemantulan.
- Jika material kedua dapat ditembus cahaya, maka cahaya mengalami pemantulan dan pembiasan.
- Jika material kedua memiliki indeks bias lebih kecil dari material pertama dan cahaya datang dengan sudut lebih besar daripada sudut kritis maka cahaya dipantulkan seluruhnya.

Sifat pemantulan cahaya yang memenuhi sudut datang sama dengan sudut pantul memunculkan fenomena pemantulan yang berbeda jika permukaan pembias rata dan tidak rata.

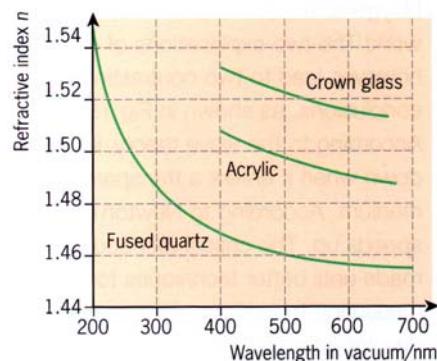
- Jika berkas cahaya sejajar jatuh pada bidang pembatas yang rata maka berkas cahaya yang dipantulkan juga sejajar.
- Jika berkas cahaya sejajar jatuh pada bidang pembatas yang tidak sejajar (tidak teratur) maka berkas cahaya pantul memiliki arah yang tidak teratur pula.



*Gambar 11.13 (a) Pemantulan oleh bidang tidak rata menyebabkan berkas cahaya pantul menyebar ke berbagai arah. (b) Pemantulan oleh bidang rata menyebabkan berkas cahaya pantul tetap merambat dari arah yang sama*

### 11.8 Indeks bias bergantung pada panjang gelombang cahaya

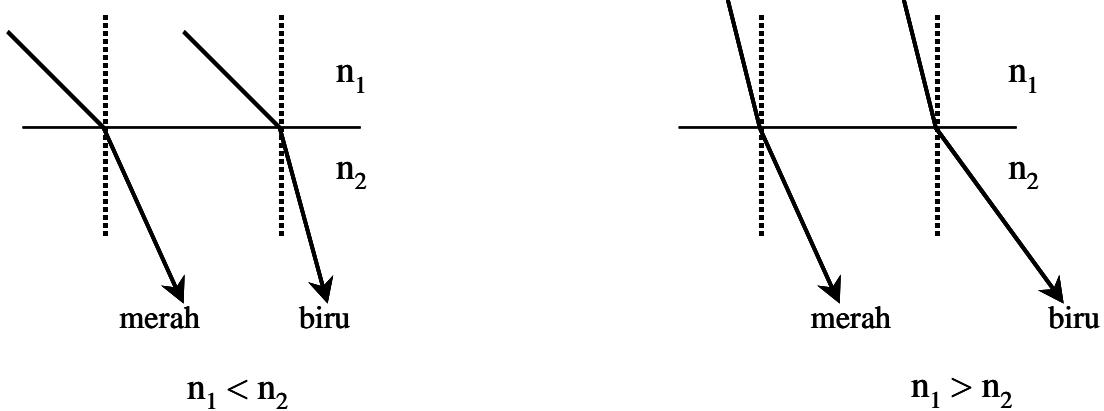
Sesungguhnya indeks bias material bergantung pada panjang gelombang cahaya. Makin kecil panjang gelombang cahaya maka makin besar indeks bias material untuk cahaya tersebut. Indeks bias untuk cahaya biru lebih besar daripada indeks bias untuk cahaya merah. Gambar 26.17 adalah contoh kebergantungan indeks bias beberapa material terhadap panjang gelombang cahaya.



*Gambar 11.14 Kebergantungan indeks bias terhadap panjang gelombang untuk beberapa material*

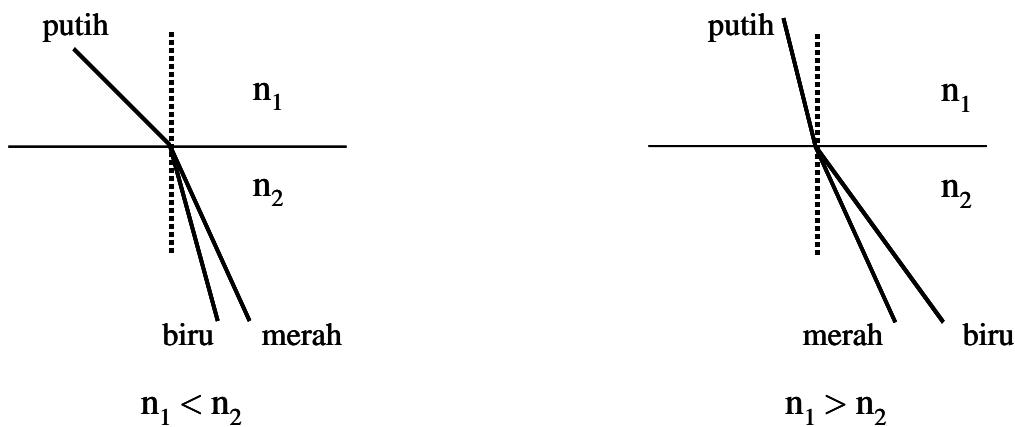
Perbedaan indeks bias material untuk cahaya yang memiliki panjang gelombang berbeda-beda menimbulkan beberapa akibat:

- i) Makin pendek panjang gelombang cahaya maka makin kecil laju cahaya dalam material tersebut. Dalam material tertentu, cahaya biru merambat lebih lambat daripada cahaya merah.
- ii) Jika jatuh pada bidang dua material dengan sudut datang yang sama, maka cahaya dengan panjang gelombang pendek mengalami pembelokan arah lebih besar.



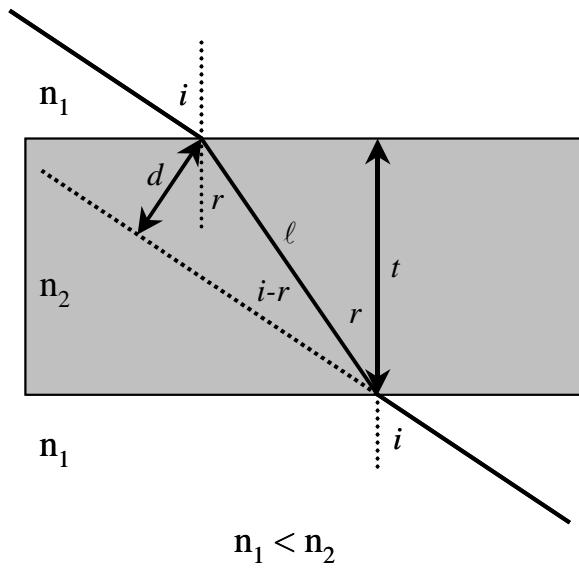
*Gambar 11.15 Karena perbedaan indeks bias material untuk cahaya dengan panjang gelombang berbeda maka cahaya biru dan cahaya merah dibiasakan dengan sudut berbeda.*

iii) Jika cahaya putih jatuh pada bidang batas dua material maka cahaya tersebut akan terurai atas berkas-berkas dengan panjang gelombang yang berbeda-beda karena masing-masing berkas memiliki sudut bias yang berbeda-beda..



*Gambar 11.16 Karena perbedaan indeks bias untuk spectrum cahaya dengan panjang gelombang berbeda maka setelah melewati material transparan, maka cahaya putih terurai atas berkas yang memiliki panjang gelombang berbeda.*

Jika material kedua merupakan berbentuk lapisan dengan ketebalan tertentu, maka pada bidang batas kedua antara material kedua dengan material pertama, cahaya mengalami pembiasan sekali lagi. Cahaya yang keluar pada bidang batas kedua ini merambat dalam arah persis sama dengan cahaya datang pada bidang batas pertama. Tetapi, arah rambat cahaya telah mengalami pergeseran. Berapa bersarnya pergeseran tersebut? Lihat Gbr 11.17



*Gambar 11.17 Pergeseran arah rambat cahaya setelah melewati material dengan ketebalan tertentu.*

Pergeseran arah rambat cahaya adalah  $d$ . Misalkan tebal medium adalah  $t$ .

Hubungan antara sudut  $i$  dan  $r$  dapat diperoleh dari hukum Snell

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

Dari Gbr 11.17 tampak bahwa

$$d = \ell \sin(i - r)$$

$$\frac{t}{\ell} = \cos r, \text{ atau } \ell = \frac{t}{\cos r}$$

Dengan demikian,

$$d = \frac{t}{\cos r} \sin(i - r)$$

Contoh

Cahaya dating dari udara ke selembar silica yang tebalnya 5 cm. Jika indeks bias silica untuk cahaya tersebut 1,458 dan sudut dating cahaya adalah  $60^\circ$ , berapakah pergeseran arah rambat cahaya setelah meninggalkan silica?

Jawab

Diberikan

$$n_1 = 1$$

$$n_2 = 1,458$$

$$i = 60^\circ$$

$$t = 5 \text{ cm}$$

Pertama, kita perlu tentukan sudut bias  $r$ .

Dengan hukum Snell

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

$$1 \times \sin 60^\circ = 1,458 \times \sin r$$

$$0,866 = 1,458 \times \sin r$$

$$\sin r = 0,866/1,458 = 0,594$$

$$\text{atau } r = 36,5^\circ$$

Pergeseran arah rambat cahaya memenuhi

$$d = \frac{t}{\cos r} \sin(i - r) = \frac{5}{\cos 36,5^\circ} \sin(60^\circ - 35,6^\circ) = \frac{5}{0,804} \times 0,399 = 2,48 \text{ cm.}$$

### 11.9 Indeks bias bergantung kerapatan udara

Di udara, indeks bias juga dipengaruhi oleh massa jenis udara. Makin besar massa jenis udara maka makin besar indeks bias udara tersebut.

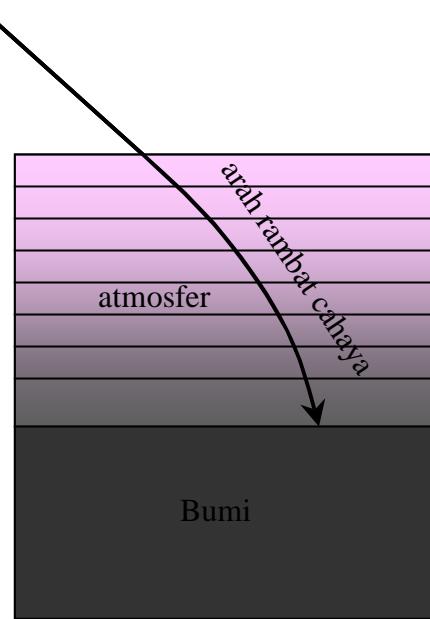
Pada ketinggian yang berbeda dari permukaan bumi, massa jenis udara di atmosfer berbeda. Makin tinggi dari permukaan bumi, makin kecil massa jenis udara. Akibatnya, makin tinggi dari permukaan bumi maka makin kecil indeks bias udara di atmosfer.

Jika atmosfer dapat dianggap terususn atas lapisan-lapisan udara dengan indeks bias berbeda-beda maka

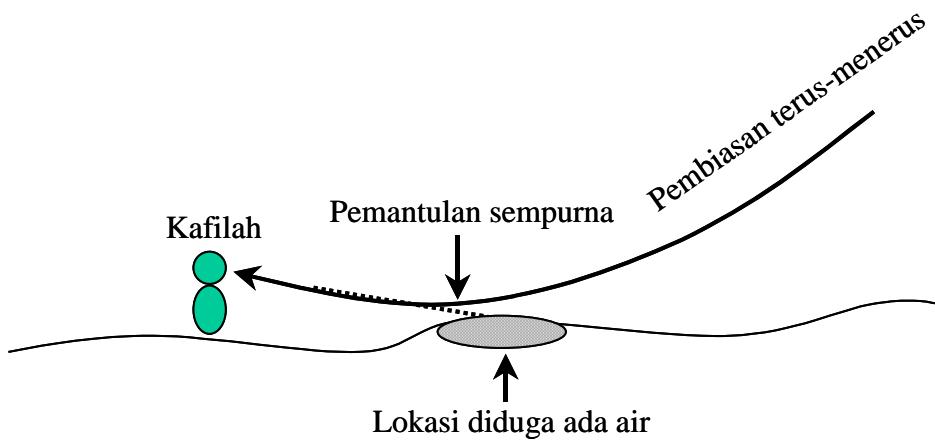
Lapisan udara paling atas memiliki indeks bias paling kecil.

Makin menuju ke permukaan bumi, indeks bias makin besar.

Akibatnya, pembiasan cahaya pada bidang batas antar dua lapisan menyebabkan cahaya matahari terus menerus mengalami pembelokan mendekati arah normal (tehak lurus bidang). Secara keseluruhan akan diamati cahaya merambatan dalam lintasan melengkung.



*Gambar 11.18 Karena perbedaan indeks bias udara pada berbagai ketinggian maka lintasan cahaya yang masuk atmosfer berbentuk kurva melengkung*



*Gambar 11.19 Fatamorgana terjadi karena perbedaan indeks bias udara di sekitar tanah pada ketinggian yang berbeda*

Fatamorgana terjadi karena adanya perbedaan massa jenis udara di sekitar permukaan tanah, yang berakibat pada perbedaan indeks bias. Khususnya di daerah padang pasir, saat terik matahari, suhu udara yang berkontak dengan pasir sangat tinggi. Makin ke atas suhu udara makin rendah. Akibatnya, massa jenis udara di sekitar pasir sangat rendah, dan makin ke atas massa jenis udara makin besar. Dengan demikian, indeks bias udara yang bersentuhan dengan

pasir cukup kecil, dan makin ke atas indeks bias udara makin besar.

Berkas cahaya dari pepohonan yang lokasinya sangat jauh yang merambat ke arah bawah mengalami pembiasan terus menerus sehingga lintasannya melengkung. Ketika mencapai lapisan udara di sekitar pasir, berkas tersebut mengalami pemantulan sempurna, sehingga arahnya membelok ke atas.

Kafilah yang menangkap berkas cahaya hasil pantulan sempurna tersebut, melihat adanya bayangan pohon di dekatnya, sehingga menyimpulkan di sekitar itu ada air. Dan ketika didekati, ternyata air tersebut tidak ada. Inilah fatamorgana. Yang ada sebenarnya, pada lokasi yang cukup jauh ada pepohonan.

### **11.10 Interferensi Cahaya**

Percobaan tentang interferensi celah ganda pada cahaya merupakan percobaan monumental yang dilakukan Thomas Young. Karena sejak saat itu lah konsep tentang gelombang cahaya diterima secara utuh. Sebelum percobaan Young, konsep gelombang cahaya belum diterima oleh semua ilmuwan karena tidak ada eksperimen yang secara langsung membuktikan sifat gelombang cahaya. Akibatnya, teori partikel cahaya yang dirumuskan oleh Newton masih diterima sebagian orang. Kesulitan dalam melakukan eksperimen tersebut muncul akibat panjang gelombang cahaya yang terlalu pendek dan peralatan yang ada saat itu tidak mendukung untuk mengukur panjang gelombang cahaya secara langsung.

Saat ini, panjang gelombang cahaya bukan lagi nilai yang sanat kecil. Orang bahkan sudah mampu mengukur panjang hingga ribuan kali lebih kecil daripada panjang gelombang cahaya.

### **11.11 Interferensi Celah Ganda**

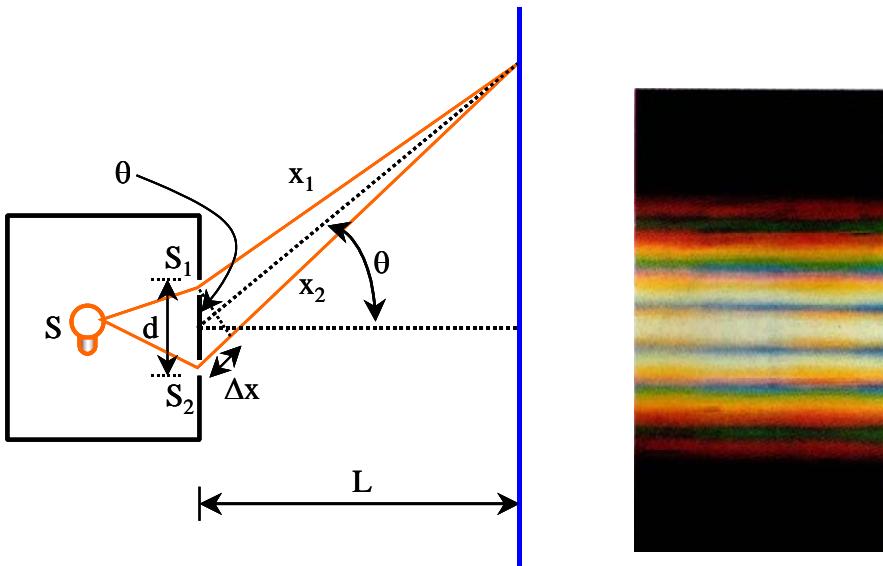
Skema percobaan interferensi celah ganda yang dilakukan Young diperlihatkan pada Gambar 11.20

Young menggunakan sumber monokromatik S. Di depan sumber terdapat dua celah S1 dan S2 yang memiliki jarak persis sama dari sumber. Dengan demikian, fase gelombang pada S1 dan pada S2 tepat sama.

Dengan prinsip Huygens, celah S1 dan S2 berperan sebagai sumber gelombang baru. Pola interferensi diamati pada layar yang berjarak L dari celah.

Seperti sudah kita bahas pada Bab terdahulu, interferensi konstruktif terjadi jika selisih jarak tempuh gelombang dari dua sumber merupakan kelipatan bulat dari panjang gelombang. Sedangkan interferensi deskurktif terjadi jika selisih jarak tempuh gelombang dari dua sumber

merupakan kelipatan ganjil dari setengah panjang gelombang.



Gambar 11.20 (a) Skema eksperimen iinterferensi celah ganda oleh Young dan (b) contoh pola gelap terang yang terbentuk pada layar

Selisih jarak tempuh cahaya dari dua sumber adalah

$$\Delta x = x_2 - x_1 \quad (11.6)$$

Dengan demikian, syarat interferensi konstruktif adalah

$$\Delta x = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots \quad (11.7)$$

Dan syarat interferensi desktruktif adalah

$$\Delta x = \frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda, \dots \quad (11.8)$$

Berdasarkan Gambar 46.2(a), kita dapat menulis

$$\Delta x = d \sin \theta \quad (11.9)$$

dengan demikian, syarat interferensi konstruktif adalah

$$d \sin \theta = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots \quad (11.10)$$

dan syarat interferensi desktruktif adalah

$$d \sin \theta = \frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda, \dots \quad (11.11)$$

### **Jarak antara dua garis berdekatan**

Berapa jarak antara dua garis terang berdekatan atau dua garis gelap berdekatan yang terbentuk pada layar? Jarak dua garis terang berdekatan sama dengan jarak antara dua garis gelap berdekatan. Mari kita hitung jarak antara dua garis terang berdekatan.

Garis terang pertama (yaitu garis terang pusat) berada pada sudut yang memenuhi

$$d \sin \theta = 0$$

atau

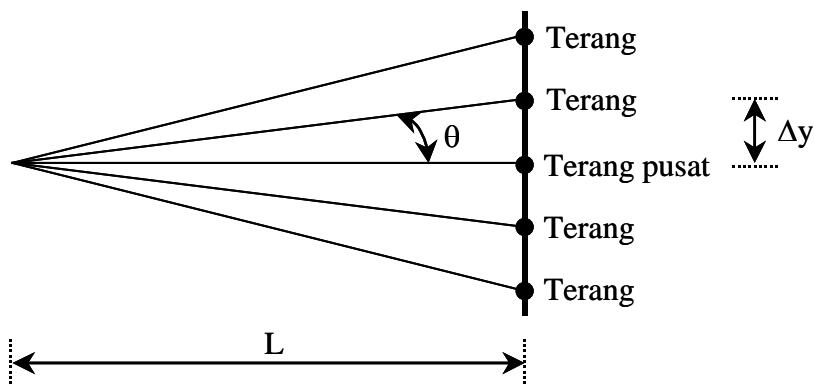
$$\theta = 0. \quad (11.12)$$

Garis terang berikutnya berada pada sudut yang memenuhi

$$d \sin \theta = \lambda$$

atau

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{d} \quad (11.13)$$



*Gambar 11.21*

Tampak dari Gbr 11.21 bahwa

$$\frac{\Delta y}{L} = \tan \theta$$

atau

$$\Delta y = L \tan \theta \quad (11.14)$$

Pada percobaan interferensi dua celah, umumnya nilai  $\theta$  sangat kecil. Untuk  $\theta$  yang sangat kecil berlaku hubungan

$$\tan \theta \approx \sin \theta \quad (11.15)$$

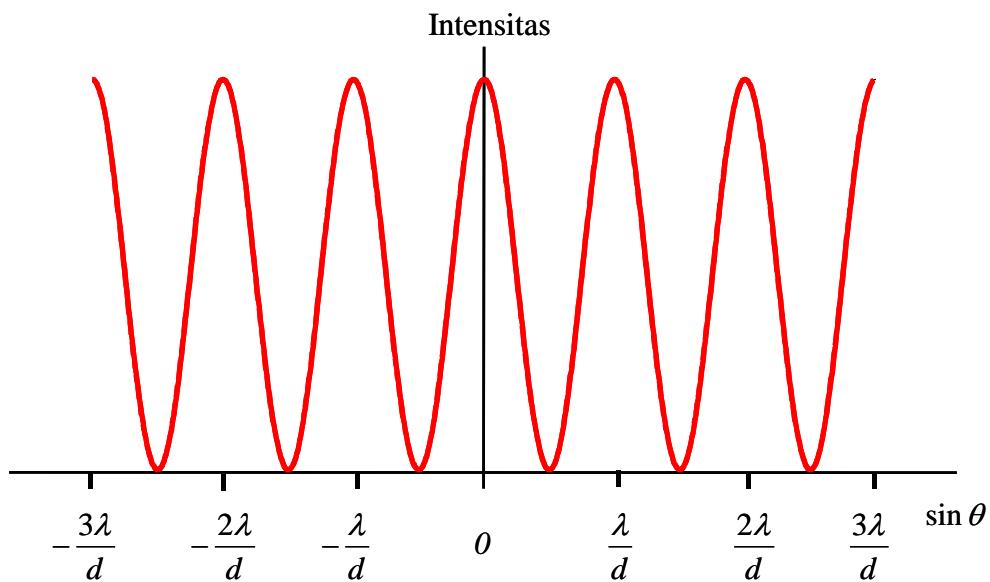
Dengan demikian, kita dapat menulis

$$\Delta y \approx L \sin \theta \quad (11.16)$$

Substitusi (11.13) ke dalam (11.16) diperoleh

$$\Delta y \approx L \frac{\lambda}{d} \quad (11.17)$$

Gbr 11.22 (a) adalah pola intensitas interferensi yang terjadi sebagai fungsi  $\sin \theta$ . Sedangkan gambar 11.22 (b) adalah pola intensitas interferensi sebagai fungsi posisi pada layar.



*Gambar 11.22 Pola intensitas interferensi pada percobaan Young*

Contoh

Suatu pelat mengandung dua celah yang berjarak  $0,1$  mm. Pelat tersebut berjarak  $1,2$  m dari layar.

Cahaya dengan panjang gelombang 500 nm jatuh pada celah dan membentuk pola interferensi pada layar. Berapakah jarak antar dua garis maksimum berdekatan pada layar?

Jawab

Diberikan

$$\lambda = 500 \text{ nm} = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$L = 2,4 \text{ m}$$

$$d = 0,1 \text{ mm} = 10^{-4} \text{ m.}$$

Dengan menggunakan persamaan (46.12) maka jarak antar dua garis terang adalah

$$\Delta y \equiv L \frac{\lambda}{d} = 2,4 \times \frac{5 \times 10^{-7}}{10^{-4}} = 0,012 \text{ m} = 12 \text{ mm}$$

### 11.12 Interferensi oleh Celah Banyak (kisi)

Garis terang-gelap yang terbentuk makin sempit jika dua celah diganti dengan kisi yang mengandung sejumlah celah. Makin banyak jumlah celah maka makin sempit garis gelap terang yang terbentuk. Kisi adalah goresan celah sempit sejajar yang jumlahnya banyak. Dengan menggunakan kisi maka cahaya yang memiliki beda panjang gelombang sedikit saja dapat dipisahkan. Itu sebabnya, kisi sering digunakan sebagai monokromator, yaitu alat yang digunakan untuk memisahkan warna tertentu dari cahaya putih.

Disamping garis-garis terang-gelap yang makin sempit, intensitas garis terang yang dihasilkan kisi lebih tajam. Jika jumlah celah  $N$  maka lebar garis terang memenuhi

$$\text{Lebar} \propto \frac{1}{N} \quad (11.18)$$

Sedangkan intensitas memenuhi

$$\text{Intensitas} \propto N^2 \quad (11.19)$$

Secara matematik, pola intensitas yang dihasilkan akibat interferensi kisi dapat diturunkan sebagai berikut.

Misalkan jarak antar celah adalah  $d$  dan jumlah celah adalah  $N$ . Selisih lintasan berkas dari dua celah berdekatan adalah  $\Delta x$  yang memenuhi

$$\Delta x = d \sin \theta \quad (11.20)$$

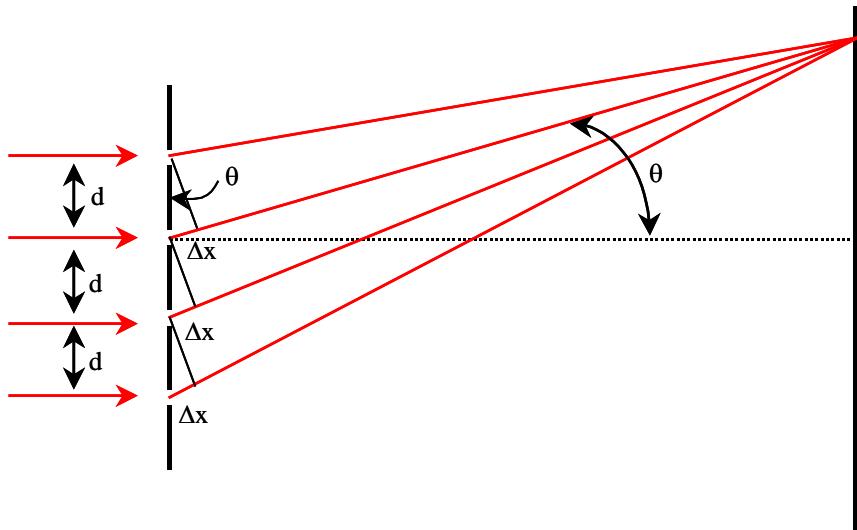
Interferensi konstruktif terjadi jika selisih lintasan tersebut merupakan kelipatan bulat dari panjang

gelombang, yaitu

$$\Delta x = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$$

Atau

$$d \sin \theta = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots \quad (11.21)$$



Gambar 11.23 Skema interferensi dari kisi

Kebergantungan intensitas terhadap sudut diberikan oleh rumus

$$I \propto \left[ \frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right]^2 \quad (11.22)$$

dengan

$$\delta = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \quad (11.23)$$

Berdasarkan persamaan (11.22) dan (11.23), interfensi konsuktif terjadi ketika  $\delta$  memenuhi

$$\delta = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots m\pi \quad (11.24)$$

Pada kondisi ini, baik penyebut yaitu  $\sin \delta$  dan pembilang, yaitu  $\sin N\delta$  berharga nol. Pembagian bilangan nol dengan nol menghasilkan suatu nilai yang dapat diperoleh dengan metode perhitungan limit. Cara perhitungan sebagai berikut.

Kita dapat menulis

$$\sqrt{I} \propto \frac{\sin N\delta}{\sin \delta}$$

Untuk  $\delta = m\pi$  maka

$$\sqrt{I} \propto \lim_{\delta \rightarrow m\pi} \frac{\sin N\delta}{\sin \delta}$$

Karena baik pembilang dan penyebut menuju nol maka kita gunakan aturan L'Hopitals yaitu mendiferensialkan bagian pembilang dan penyebut. Diferensial dari  $\sin N\delta$  adalah  $N \cos N\delta$  dan diferensial dari  $\sin \delta$  adalah  $\cos \delta$ . Dengan demikian

$$\begin{aligned}\sqrt{I} &\propto \lim_{\delta \rightarrow m\pi} \frac{N \cos N\delta}{\cos \delta} \\ &\propto \frac{N \cos Nm\pi}{\cos m\pi} = \frac{N \times (\pm 1)}{\pm 1} = N\end{aligned}$$

Sehingga kita dapatkan

$$I \propto N^2$$

Dari persamaan (11.22) tampak bahwa intensitas nol (interferensi destruktif) terjadi jika terpenuhi

$$\sin N\delta = 0$$

Nilai nol untuk sinus dipenuhi oleh

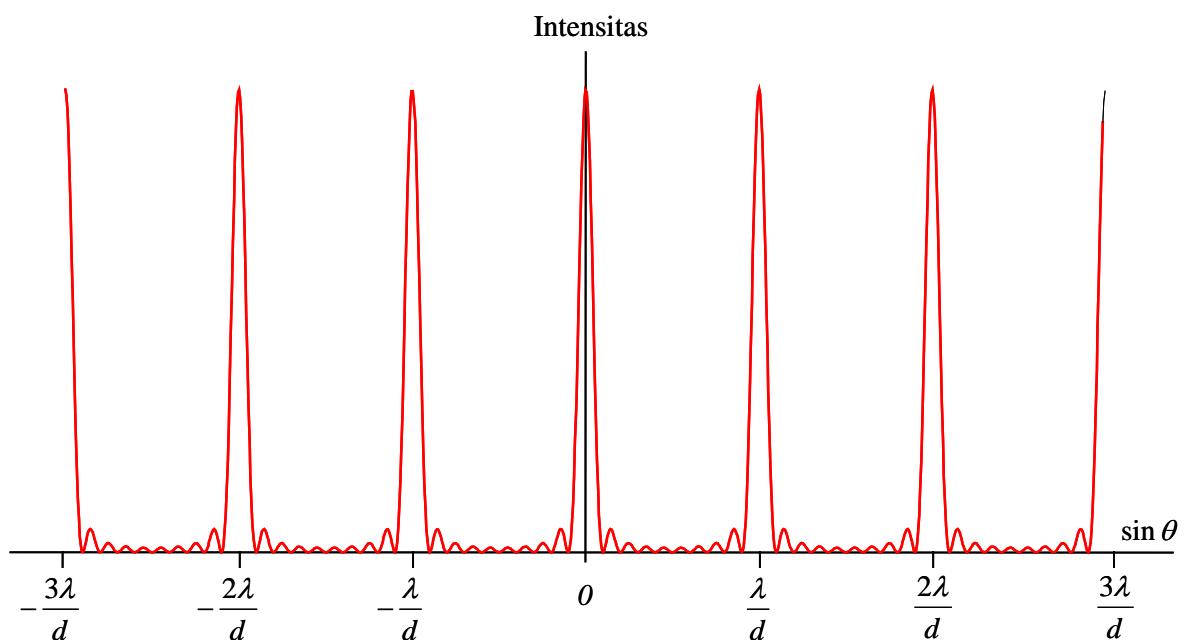
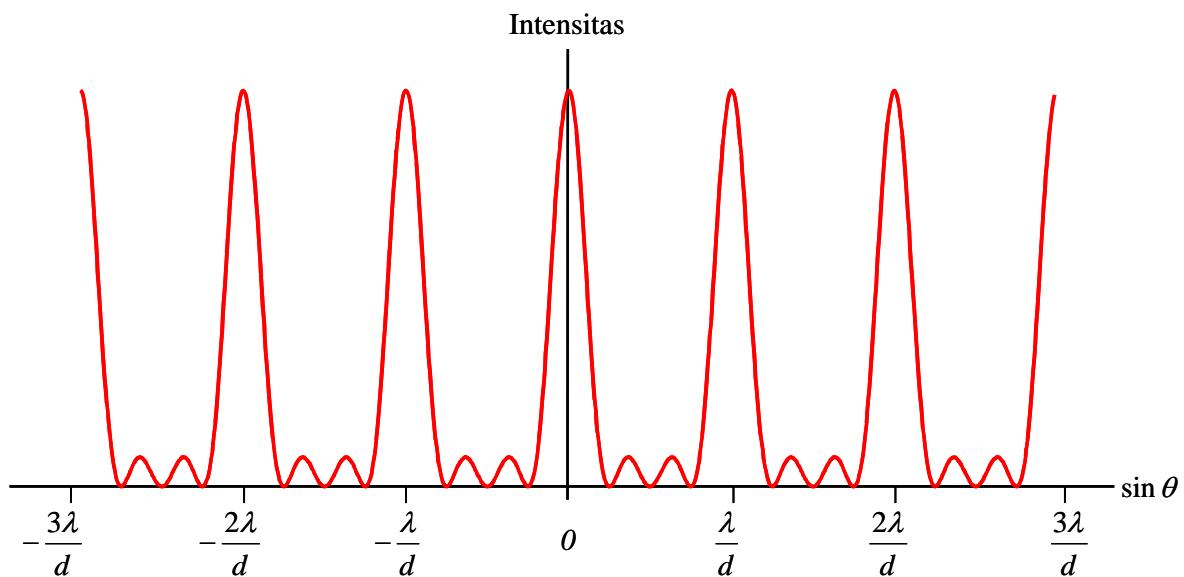
$$N\delta = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$$

atau

$$\delta = 0, \frac{\pi}{N}, \frac{2\pi}{N}, \frac{3\pi}{N}, \dots \quad (11.25)$$

Tetapi, karena  $\delta = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$  merupakan posisi maksimum, maka posisi minimum terjadi pada  $\delta$  yang memenuhi persamaan (11.25) dengan membuang  $\delta = 0, \delta = \pi, \delta = 2\pi, \delta = 3\pi$ , dan

seterusnya.



Gambar 11.24 (a) Pola interferensi kisi yang dengan  $N = 4$  dan (b) kisis dengan  $N=10$ .

Sebagai contoh, jika terdapat empat celah, atau  $N = 4$ , maka maksimum terjadi pada

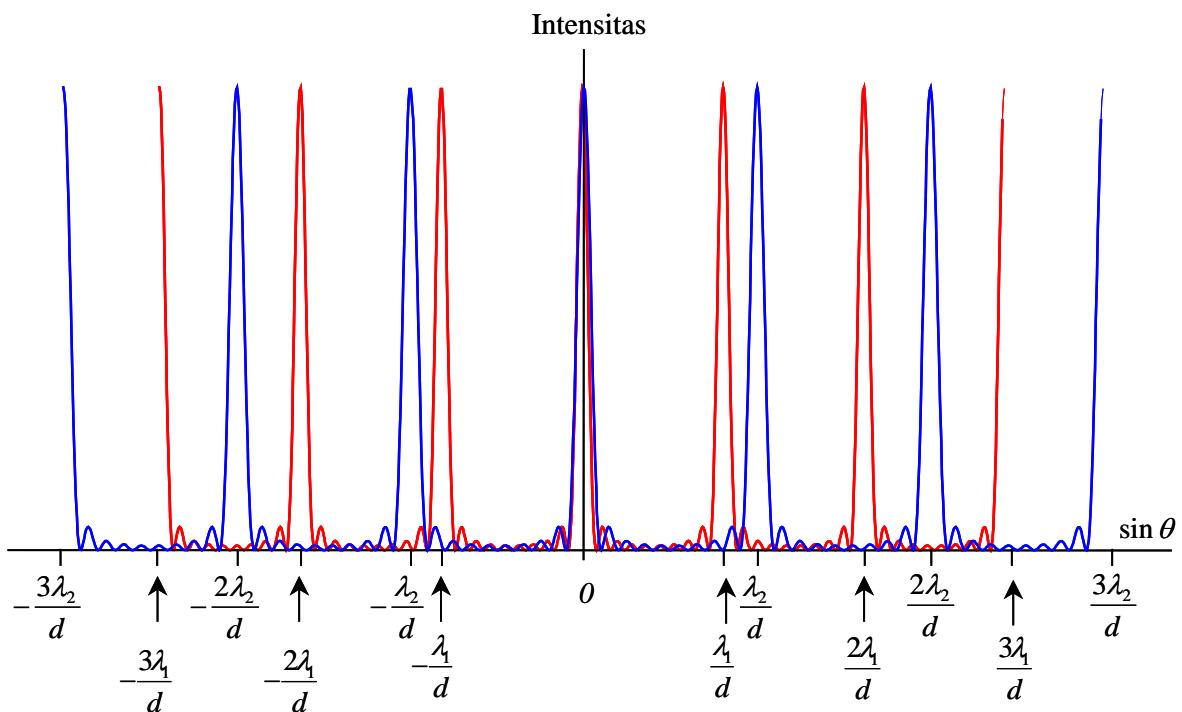
$$\delta = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$$

Dan minimum terjadi pada

$$\delta = \frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{6\pi}{4}, \dots \quad \delta = \frac{4\pi}{4} \text{ tidak dipakai karena merupakan lokasi maksimum.}$$

Gambar 11.24 adalah contoh intensitas interferensi dari kisi yang memiliki empat celah dan sepuluh celah. Tampak bahwa intensitas maksimum terjadi ketika  $\delta = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$  atau  $\sin \theta = 0, \lambda/d, 2\lambda/d, \dots$  Di antara dua maksimum utama terdapat  $N-1$  buah minimum yang terjadi pada  $\delta = \frac{\pi}{N}, \frac{2\pi}{N}, \frac{3\pi}{N}, \dots$ , atau  $\sin \theta = \frac{\lambda}{2d}, \frac{3\lambda}{2d}, \frac{5\lambda}{2d}, \dots$  Di antara dua minimum, terdapat sejumlah maksimum sekunder yang sangat lemah. Jika jumlah celah sangat banyak, maka maksimum sekunder hampir tidak terlihat dan yang tampak hanyalah maksimum-maksimum utama.

Kisi dapat digunakan untuk menguraikan berkas yang mengandung sejumlah panjang gelombang atas gelombang-gelombang penyusunnya. Gelombang yang berbeda memiliki maksimum pada sudut yang berbeda. Seperti tampak pada Gambar 11.25, dua gelombang yang sedikit berbeda dapat dipisahkan oleh kisi. Pemisahan lebih besar pada maksimum orde lebih tinggi.



*Gambar 11.25 Pola intensitas cahaya yang terdiri dari dua panjang gelombang yang melewati kisi.*

Puncak orde ke-n dari gelombang dengan panjang gelombang  $\lambda_1$  terjadi pada sudut yang memenuhi

$$\sin \theta_1 = \frac{n\lambda_1}{d} \quad (11.26)$$

Puncak orde ke-n dari gelombang dengan panjang gelombang  $\lambda_2$  terjadi pada sudut yang memenuhi

$$\sin \theta_2 = \frac{n\lambda_2}{d} \quad (11.27)$$

Karena sudut-sudut ini biasanya sangat kecil, maka kita dapat melakukan aproksimasi  $\sin \theta_1 \approx \theta_1$  dan  $\sin \theta_2 \approx \theta_2$  sehingga

$$\theta_1 \approx \frac{n\lambda_1}{d} \quad (11.28)$$

$$\theta_2 \approx \frac{n\lambda_2}{d} \quad (11.29)$$

Beda sudut arah cahaya dengan panjang gelombang yang berbeda tersebut setelah melewati kisi adalah

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= \theta_2 - \theta_1 = \frac{n}{d}(\lambda_2 - \lambda_1) \\ &= \frac{n\Delta\lambda}{d} \end{aligned} \quad (11.30)$$

Contoh

Hitunglah sudut orde pertama dan kedua untuk cahaya yang panjang gelombangnya 400 nm dan 700 nm yang jatuh pada kisi yang memiliki 10 000 goresan per sentimeter.

Jawab

Diberikan

$$\lambda_1 = 400 \text{ nm} = 4 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\lambda_2 = 700 \text{ nm} = 7 \times 10^{-7} \text{ m}$$

Jarak antar celah

$$d = 1/10 000 \text{ cm} = 10^{-4} \text{ cm} = 10^{-6} \text{ m}$$

Garis orde ke-n memenuhi

$$\sin \theta = \frac{n\lambda}{d}$$

Untuk gelombang 400 nm,  
Posisi puncak orde pertama

$$\sin \theta = \frac{\lambda_1}{d} = \frac{4 \times 10^{-7}}{10^{-6}} = 0,4$$

atau

$$\theta = 24^\circ$$

Posisi puncak orde kedua

$$\sin \theta = \frac{2\lambda_1}{d} = \frac{2 \times (4 \times 10^{-7})}{10^{-6}} = 0,8$$

atau

$$\theta = 53^\circ$$

Untuk gelombang 700 nm,

Posisi puncak orde pertama

$$\sin \theta = \frac{\lambda_2}{d} = \frac{7 \times 10^{-7}}{10^{-6}} = 0,7$$

atau

$$\theta = 44^\circ$$

Posisi puncak orde kedua

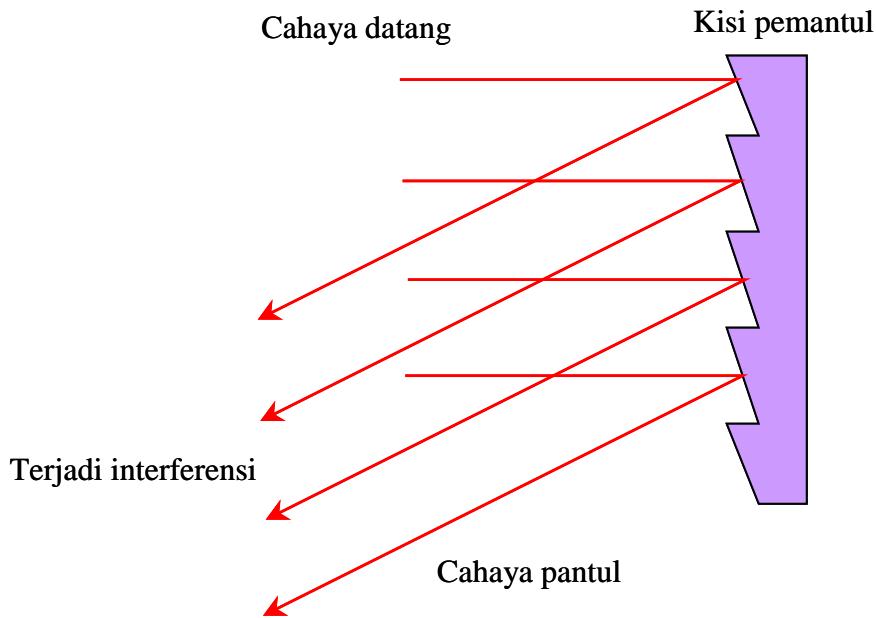
$$\sin \theta = \frac{2\lambda_2}{d} = \frac{2 \times (7 \times 10^{-7})}{10^{-6}} = 1,4$$

Karena tidak mungkin  $\sin \theta > 1$  maka tidak ada  $\theta$  yang memenuhi. Dengan demikian, garis orde kedua untuk gelombang 700 nm tidak ada.

Dasar kerja kisi difraksi pada dasarnya adalah menciptakan sumber gelombang baru yang posisinya bersifat periodic. Berkas dari sumber gelombang periodic tersebut berinterferensi di belakang kisi. Namun, bisa juga interferensi terjadi di depan kisi jika sumber gelombang periodic memantulkan gelombang. Contohnya, kita buat goresan-goresan periodic di suatu permukaan dan permukaan tersebut bersifat sebagai penantul cahaya. Cahaya yang dipantulkan memiliki beda fase yang teratur sehingga terjadi pola interfensi yang konstruktif dan destruktif pada cahaya pantul.

Secara visual, pola interfensi semacam ini dapat dilihat pada permukaan CD yang sudah berisi lagu atau film (bukan CD kosong). Lagu-lagu atau film terekam pada permukaan CD sebagai

titik-titik yang susunannya mendekati periodic. Dengan demikian, cahaya putih yang jatuh pada permukaan CD terurai atas warna yang berbeda-beda ketika dipantulkan.



*Gambar 11.26 Prinsip interferensi kisi pemantul.*

### 11.13 Difraksi

Kita sudah membahas interferensi celah ganda dan kisis. Biasanya interferensi berkaitan dengan celah yang sangat sempit. Sehingga satu celah hanya dipandang sebagai satu sumber gelombang. Pada bagian ini kita akan membahas tentang difraksi. Difraksi umumnya dikaitkan dengan celah yang cukup lebar. Satu celah dipandang sebagai sumber sejumlah gelombang titik. Interferensi sumber gelombang titik pada satu celah tersebut menghasilkan pola gelap-terang di belakang layar.

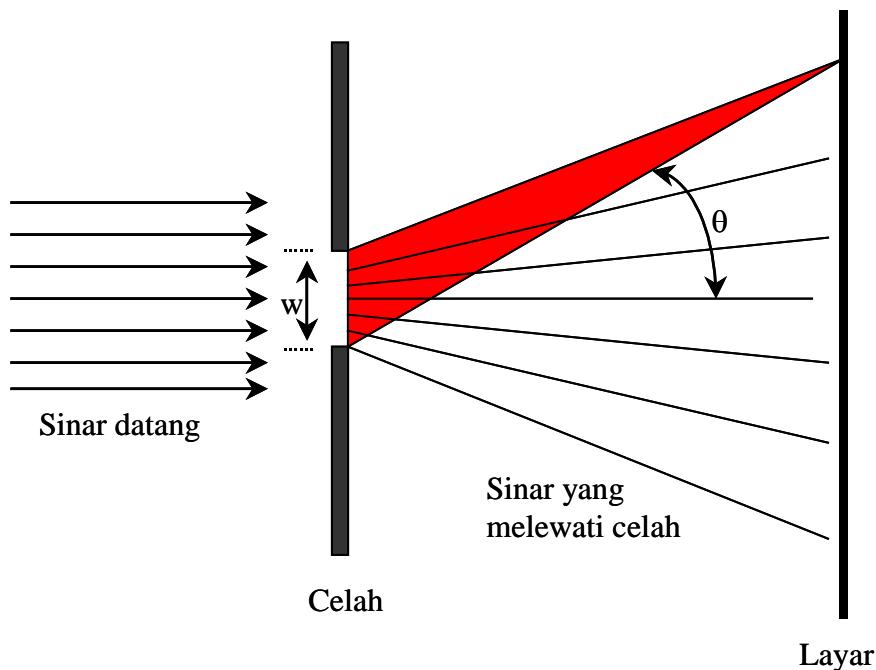
Dengan menggunakan penurunan matematika yang agak rumit (lihat di bagian akhir bab ini), didapatkan bahwa kebergantungan intensitas difraksi terdapat sudut arah berkas di belakang celah memenuhi

$$I \propto \left( \frac{\sin \Phi}{\Phi} \right)^2 \quad (11.31)$$

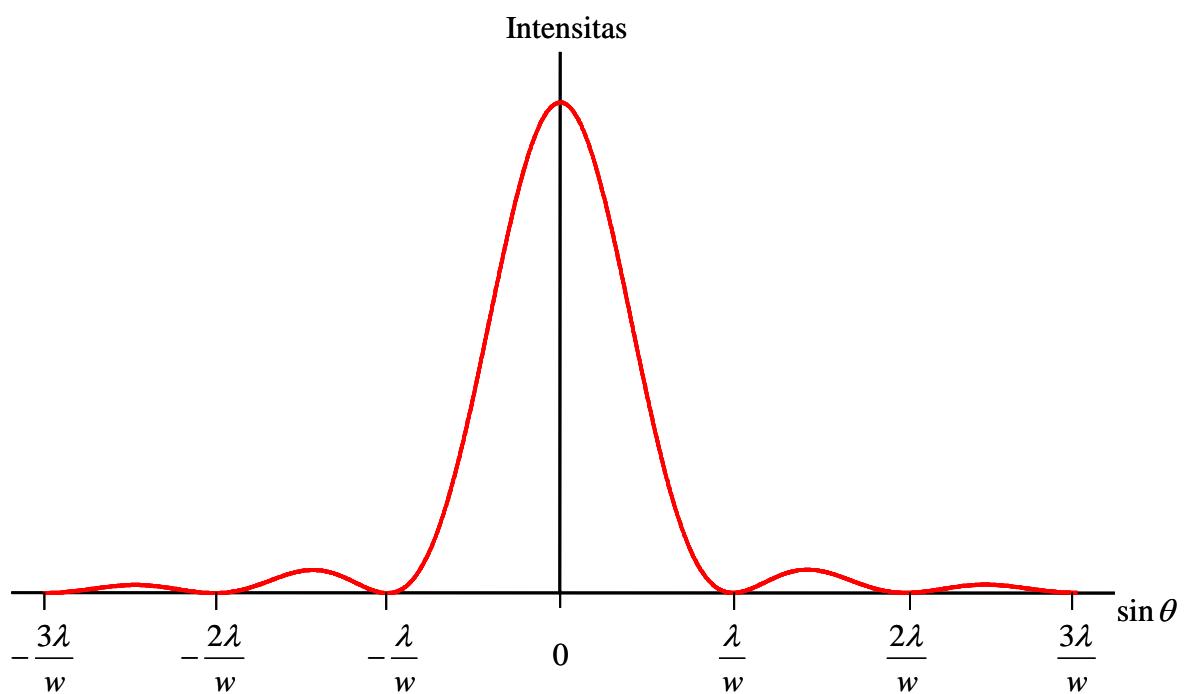
dengan

$$\Phi = \frac{\pi w \sin \theta}{\lambda} \quad (11.35)$$

w adalah lebar celah,  $\theta$  : sudut arah berkas di belakang celah, dan  $\lambda$  : panjang gelombang cahaya



Gambar 11.27 Skema difraksi oleh satu celah



Gambar 11.28 Pola intensitas difraksi sebagai fungsi sinus sudut arah sinar di belakang celah.

Gambar 11.28 adalah sketsa intensitas difraksi sebagai fungsi sudut arah sinar di belakang celah. Tampak bahwa intensitas tertinggi terjadi pada maksimum utama di pusat. Maksimum-maksimum lainnya memiliki intensitas yang lebih rendah dan makin lemag jika posisinya makin jauh dari pusat.

Di antara dua maksimum terdapat minimum. Dari persamaan (11.31) dapat kita tentukan kondisi terjadinya minimum, yaitu

$$\sin \Phi = 0$$

Sinus nol terjadi pada

$$\Phi = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$$

Dengan menggunakan persamaan (11.32) maka  $\sin \Phi = 0$  terjadi ketika

$$\frac{\pi w \sin \theta}{\lambda} = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$$

atau

$$\sin \theta = 0, \frac{\lambda}{w}, \frac{2\lambda}{w}, \frac{3\lambda}{w}, \dots$$

Tetapi karena  $\sin \theta = 0$  adalah kondisi terjadinya maksimum utama, maka minimum-minimum hanya terjadi pada saat kondisi

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{w}, \frac{2\lambda}{w}, \frac{3\lambda}{w}, \dots \quad (11.36)$$

Mari kita hitung berapa lebar maksimum utama. Lebar maksimum utama sama dengan jarak antar dua minimum pertama. Minimum pertama terjadi pada sudut  $\theta$  yang memenuhi

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{w}$$

Jika  $\theta$  sangat kecil maka kita dapat melakukan pendekatan  $\sin \theta \approx \theta$ , sehingga sudut tempat terjadinya minimum utama memenuhi

$$\theta \approx \frac{\lambda}{w}$$

Lebar maksimum utama (dalam sudut) adalah

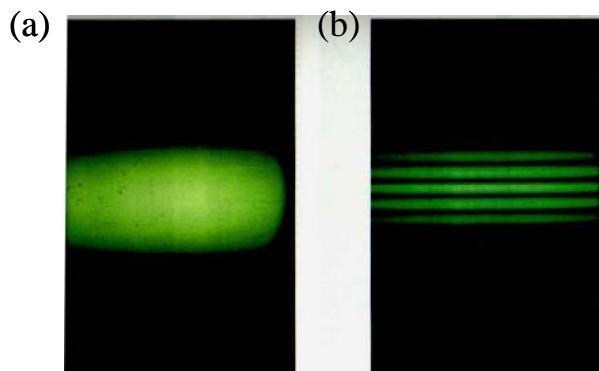
$$2\theta \approx \frac{2\lambda}{w}$$

Jika jarak dari celah ke layar adalah L maka lebar maksimum utama dalam satuan panjang adalah

$$\Delta y = L \times (2\theta)$$

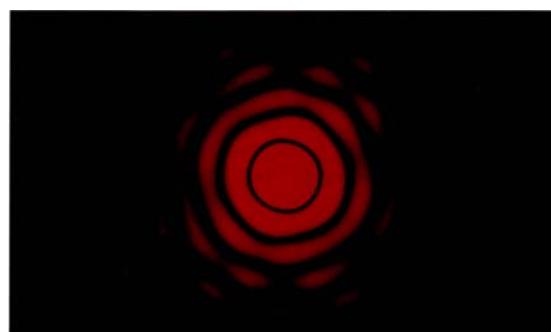
$$\approx \frac{2\lambda L}{w} \quad (11.37)$$

Tampak dari persamaan (11.37) bahwa makin sempit celah maka makin lebar maksimum utama yang terbentuk. Gbr 11.29 adalah foto pola yang terbentuk pada layar untuk celah yang memiliki lebar yang berbeda-beda.



Gambar 11.29 pola difraksi cahaya dari celah yang memiliki lebar yang berbeda-beda (a) sempit dan (b) lebar.

Jika celah berbentuk lingkaran, maka pola difraksi yang terbentuk akan berupa cincin-cincin seperti pada Gbr 11.30



Gambar 11.30 Pola difraksi dari celah berbentuk lingkaran.

Contoh

Cahaya dengan panjang gelombang  $750 \text{ nm}$  melewati sebuah celah yang lebarnya  $1,0 \times 10^{-3} \text{ mm}$ . Berapa lebar maksimum utama? (a) dalam derajat dan (b) dalam sentimeter pada layar yang berjarak  $20 \text{ cm}$  dari celah

Jawab

Diberikan

$$\lambda = 750 \text{ nm} = 7,5 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$w = 1,0 \times 10^{-3} \text{ mm} = 1,0 \times 10^{-6} \text{ m.}$$

$$L = 20 \text{ cm}$$

a) Minimum pertama terjadi pada sudut yang memenuhi

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{w} = \frac{7,5 \times 10^{-7}}{1,0 \times 10^{-6}} = 0,75$$

atau

$$\theta = 49^\circ$$

Lebar maksimum utama adalah

$$2\theta = 2 \times 49^\circ = 98^\circ$$

b) jarak dari pusat layar ke minimum utama,  $\Delta y$ , memenuhi

$$\frac{\Delta y}{L} = \tan \theta$$

atau

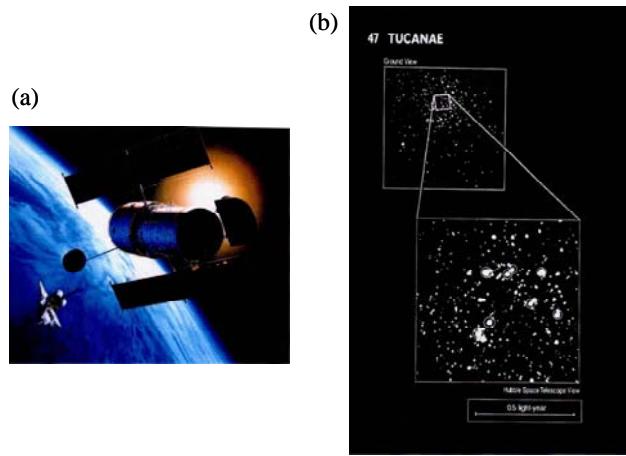
$$\Delta y = L \tan \theta = 20 \times \tan 49^\circ = 20 \times 1,15 = 23 \text{ cm}$$

Maka lebar maksimum utama adalah

$$2\Delta y = 2 \times 23 = 46 \text{ cm}$$

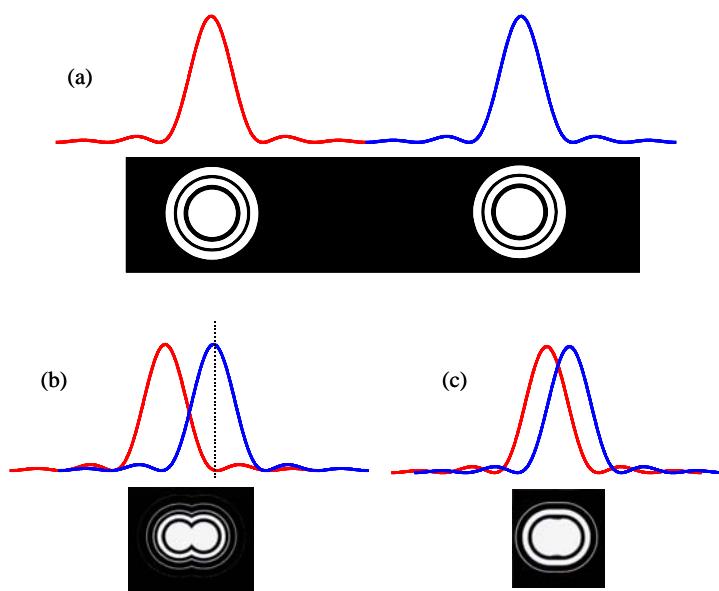
### 11.14 Daya Resolusi

Ketika teleskop-teleskop modern mengamati bintang, maka bayangan bintang-bintang direkam padan film atau perekam digital lainnya. Pada perekam tersebut tampak bintik-bintik putih yang menunjukkan bintang-bitang. Lensa teleskop yang berbentuk lingkaran berperan sebagai celah difraksi. Dengan demikian, gambar sebuah bintang yang tampak pada perekam bentuknya seperti pada Gbr 11.31. Permasalahan timbul jika posisi dua bintang sangat berdekatan. Karena bayangan yang tampak pada perekam sangat berdekatan, bahkan dapat berimpit.



*Gambar 11.31 (a) Teleskop merekam bayangan bintang-bitang (b) bayangan bintang-bintang hasil rekaman teleskop.*

Dari satu bintik yang tampak pada perekam, bagaimana kita dapat mengatakan bahwa satu bintik itu menyatakan bayangan dua buah bintang atau bayangan satu bintang saja? Dengan perkataan lain, bagaimana syaratnya agar bayangan dua bintang berdekatan tampak terpisah pada perekam? Untuk ini, Rayleigh membuat sebuah criteria, bahwa dua bayangan dikatakan terpisah jika jaraknya lebih besar dari suatu nilai minimum. Nilai minimum tersebut terjadi ketika puncak utama bayangan satu bintang berimpit dengan minimum bayangan bintang lainnya.



*Gambar 11.32 (a) bayangan dua bintang terpisah, (b) Kondisi minimum ketika bayangan dua bintang masih dikatakan terpisah, (c) bayangan dua bintang tidak dikatakan terpisah.*

Lensa teleskop memiliki lebar celah  $w = D$  dengan  $D$  diameter lensa. Bayangan dua bintang kelihatan terpisah jika sudut yang dibentuk oleh berkas yang berasal dari dua bintang memenuhi

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{w} = \frac{\lambda}{D}$$

Untuk celah yang berbentuk lingkaran, rumus yang lebih tepat agar bayangan dua bintang kelihatan terpisah memenuhi

$$\sin \theta = \frac{1,22\lambda}{D} \quad (11.38)$$

Biasanya  $\theta$  sangat kecil sehingga  $\sin \theta \approx \theta$ . Dengan demikian, kita mendapatkan daya resolusi lensa sebagai

$$\theta = \frac{1,22\lambda}{D} \quad (11.39)$$

Tampak bahwa, makin besar diameter lensa maka makin kecil  $\theta$  yang diijinkan agar bayangan bintang masih tampak terpisah. Dengan perkataan lain, resolusi lensa teleskop makin tinggi jika diameter lensa makin besar.

Contoh

Diameter bukaan cermin teleskop Hubble adalah 2,4 m

(a) berapakah daya resolusi cahaya hijau yang memiliki panjang gelombang  $5,20 \times 10^{-7}$  m.

(b) Ketika teleskop tersebut berada pada jarak terdekat dengan planet Mars sejauh  $7,83 \times 10^{10}$  m, berapakah jarak terdekat dua benda kecil di permukaan Mars sehingga bayangan yang dibentuk oleh teleskop dapat dipisahkan?

Jawab

Diberikan

$D = 2,4$  m

$\lambda = 5,20 \times 10^{-7}$  m.

Jarak teleskop ke permukaan Mars:  $R = 7,83 \times 10^{10}$  m

a) Daya resolusi

$$\theta = \frac{1,22\lambda}{D} = \frac{1,22 \times (5,20 \times 10^{-7})}{2,4} = 2,6 \times 10^{-7} \text{ rad}$$

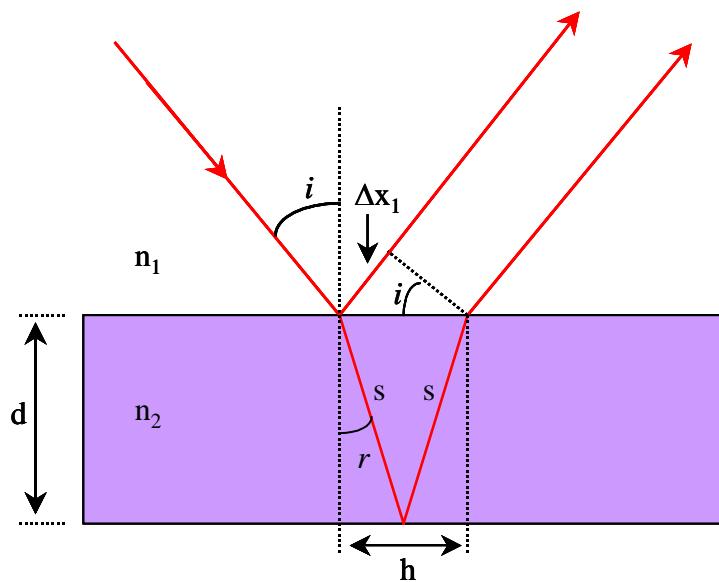
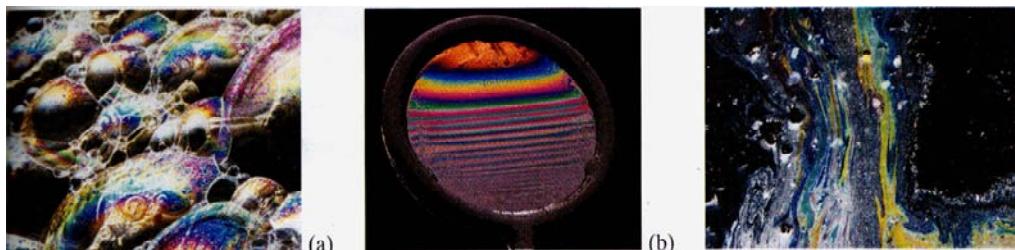
b) Jika jarak terdekat dua titik di permukaan Mars yang bisa dipisahkan oleh teleskop adalah  $\Delta y$  maka

$$\Delta y \cong R\theta = (7,83 \times 10^{10}) \times (2,6 \times 10^{-7}) = 2 \times 10^4 \text{ m} = 2 \text{ km}$$

### 11.15 Interferensi Lapisan Tipis

Cahaya yang jatuh pada lapisan tipis juga dapat menimbulkan fenomena interferensi. Berkas cahaya yang dipantulkan pada permukaan atas selaput dan permukaan bawah selaput dapat berinterferensi. Posisi sudut interferensi instruktif dan konstruktif bergantung pada panjang gelombang cahaya. Akibatnya, jika cahaya putih dijatuhkan pada selaput tipis maka cahaya pantul tampak berwarna-warna.

Sekarang kita analisis secara materiamatis fenomena interferensi cahaya oleh lapisan tipis.



Gambar 11.33 Cahaya yang dipantulkan oleh dua permukaan lapisan tipis dapat mengalami interferensi.

Misalkan cahaya datang dari medium dengan indeks bias  $n_1$  ke lapisan tipis dengan indeks bias  $n_2$ .

Cahaya yang dipantulkan dari dua sisi lapisan tipis memiliki perbedaan lintasan sebagai berikut:

Cahaya yang dipantulkan dari sisi atas memiliki tambahan lintasan:  $\Delta x_1$

Cahaya yang dipantulkan di sisi bawah memiliki tambahan lintasan:  $2s$ .

Dalam menghitung beda lintasan, yang berperan bukan beda lintasan geometri, tetapi beda lintasan optik. **Lintasan optik** adalah perkalian indeks bias dikalikan dengan lintasan geometri.

Jadi:

- i) Cahaya yang dipantulkan di sisi atas lapisan memiliki tambahan lintasan optik:  $n_1 \Delta x_1$
- ii) Cahaya yang dipantulkan di sisi bawah lapisan memiliki tambahan lintasan optik:  $n_2 2s$
- iii) Selama melewati lintasan  $n_1 \Delta x_1$ , cahaya yang dipantulkan di sisi atas film mengalami perubahan fase:  $n_1 \Delta x_1 / \lambda$
- iv) Selama melewatinya lintasan  $n_2 2s$ , cahaya yang dipantulkan di sisi bawah film mengalami perubahan fase:  $2n_2 s / \lambda$ .
- vi) Jika indeks bias  $n_2 > n_1$ , maka selama mengalami pemantulan di sisi atas film, cahaya mengalami pembalikan fase (pemantulan dari medium kurang rapat ke medium rapat), sedangkan cahaya yang dipantulkan dari sisi bawah tidak mengalami pembalikan fase (pemantulan dari medium rapat ke medium kurang rapat). Akibatnya, perubahan fase total cahaya yang dipantulkan di sisi atas film adalah:  $n_1 \Delta x_1 / \lambda \pm (1/2)$ . Beda fase cahaya yang dipantulkan di sisi atas dan bawah film menjadi:

$$\Delta\phi = 2n_2 s / \lambda - [n_1 \Delta x_1 / \lambda \pm (1/2)] = (2n_2 s - n_1 \Delta x_1) / \lambda \pm (1/2)$$

- vii) Jika indeks bias  $n_2 < n_1$ , maka selama mengalami pemantulan di sisi atas film, cahaya tidak mengalami pembalikan fase (pemantulan dari medium rapat ke medium kurang rapat), sedangkan cahaya yang dipantulkan dari sisi bawah mengalami pembalikan fase (pemantulan dari medium kurang rapat ke medium rapat). Akibatnya, perubahan fase total cahaya yang dipantulkan di sisi bawah film adalah:  $2n_2 s / \lambda \pm (1/2)$ . Beda fase cahaya yang dipantulkan di sisi atas dan bawah film menjadi:

$$\Delta\phi = [2n_2 s / \lambda \pm (1/2)] - n_1 \Delta x_1 = (2n_2 s - n_1 \Delta x_1) / \lambda \pm (1/2)$$

- viii) Jadi, apakah film memiliki indeks bias lebih besar atau lebih kecil dari medium di sekitarnya, perbedaan fase cahaya yang dipantulkan di sisi atas dan bawah film sama, yaitu

$$\Delta\phi = (2n_2 s - n_1 \Delta x_1) / \lambda \pm (1/2)$$

Interferensi konstruktif terjadi jika beda fase merupakan bilangan bulat, atau

$$\Delta\phi = 1, 2, 3, \dots$$

Sebaliknya, interferensi destruktif terjadi jika beda fase merupakan setengah ganjil, atau

$$\Delta\varphi = 1/2, 3/2, 5/2, \dots$$

Mari kita lihat Gbr 11.33.

$$\frac{d}{s} = \cos r$$

atau

$$s = \frac{d}{\cos r} \quad (11.40)$$

$$\frac{h/2}{d} = \tan r$$

atau

$$h = 2d \tan r \quad (11.41)$$

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= h \sin i = 2d \tan r \sin i \\ &= 2d \frac{\sin r \sin i}{\cos r} \end{aligned} \quad (11.42)$$

Dengan demikian

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= 2n_2 \frac{d}{\lambda \cos r} - n_1 2d \frac{\sin r \sin i}{\lambda \cos r} \pm \frac{1}{2} \\ &= \frac{2d}{\lambda \cos r} (n_2 - n_1 \sin r \sin i) \pm \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (11.43)$$

Karena pembiasaan memenuhi hukum Snell, maka

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

atau

$$\sin r = \frac{n_1}{n_2} \sin i$$

Dengan demikian,

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= \frac{2d}{\lambda \cos r} \left( n_2 - n_1 \frac{n_1 \sin i}{n_2} \sin i \right) \pm \frac{1}{2} \\ &= \frac{2d}{n_2 \lambda \cos r} \left( n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i \right) \pm \frac{1}{2}\end{aligned}\quad (11.44)$$

**Gelombang datang sejajar normal.** Kita tinjau kasus khusus di mana gelombang datang tegak lurus permukaan selaput. Kita dapatkan  $i = 0$  dan  $r = 0$ . Dengan demikian  $\sin i = 0$  dan  $\cos r = 1$ . Beda lintasan optik memenuhi

$$\Delta\varphi = \frac{2d}{n_2 \lambda} (n_2^2 - 0) \pm \frac{1}{2} = \frac{2n_2 d}{\lambda} \pm \frac{1}{2}$$

Interferensi konstruktif terjadi jika

$$\frac{2n_2 d}{\lambda} \pm \frac{1}{2} = 1, 2, 3, \dots$$

$$2n_2 d = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots \quad (11.45)$$

Interferensi destruktif terjadi jika

$$\frac{2n_2 d}{\lambda} \pm \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$$

atau

$$2n_2 d = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots \quad (11.46)$$

Contoh

Gelembung sabun tampak berwarna hijau ( $\lambda = 540$  nm) ketika diamati dari depan. Berapakah ketebalan minimum selaput sabun? Indeks bias selaput adalah  $n_2 = 1,35$ .

Jawab

Terjadi interferensi konstruktif untuk cahaya hijau. Berdasarkan persamaan (11.45), ketebalan minimum lapisan sabun memenuhi

$$2n_2 d = \frac{\lambda}{2}$$

atau

$$d = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{540}{4 \times 1,35} = \frac{540}{5,4} = 100 \text{ nm}$$

### 11.16 Lapisan Anti pantul

Kasus menarik terjadi jika cahaya yang dipantulkan dari dua permukaan selaput tipis mengalami interferensi destruktif. Dengan demikian, semua cahaya yang jatuh pada permukaan selaput akan diteruskan, tanpa ada yang dipantulkan. Fenomena ini yang dipakai dalam merancang lensa-lensa kualitas tinggi. Cahaya yang jatuh pada permukaan lensa semuanya diteruskan, tanpa ada yang dipantulkan. Akibatnya, bayangan yang dihasilkan lensa menjadi sangat tajam. Hampir semua lensa peralatan optik modern memiliki lapisan tipis anti pantul pada permukaannya.



Gambar 11.34 Lensa kamera canggih dilapisi dengan lapisan tipis anti pantul

Cahaya yang datang dari udara ke permukaan atas lapisan tipis mengalami pemantulan disertai dengan pembalikan fase (pemantulan dari medium kurang rapat ke medium rapat). Indeks bias lensa umumnya lebih besar daripada indeks bias lapisan tipis. Dengan demikian, cahaya yang dipantulkan pada sisi bawah lapisan tipis (bidang batas antara lapisan tipis dan lensa) juga mengalami pembalikan fase (pemantulan dari medium kurang rapat ke medium rapat). Akibatnya, beda fase antara cahaya yang dipantulkan dari sisi atas dan sisi bawah lapisan tipis menjadi

$$\Delta\phi = (2n_2 s - n_1 \Delta x_1) / \lambda \pm (1/2)$$

Dengan mengikuti penurunan yang pesis sama dengan saat membahas interferensi lapisan tipis, maka interferensi destruktif terjadi jika terpenuhi

$$2n_2d = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots \quad (11.47)$$

Ingat:

- i) Jika indeks bias lensa lebih besar daripada indeks bias lapisan anti pantul maka kondisi terjadinya interferensi **konstruktif** untuk lapisan tipis persis sama dengan kondisi terjadinya interferensi **destruktif** lapisan anti pantul, dan sebaliknya.
- ii) Jika indeks bias lensa lebih kecil daripada indeks bias lapisan anti pantul maka kondisi terjadinya interferensi **konstruktif** untuk lapisan tipis persis sama dengan kondisi terjadinya interferensi **konstruktif** lapisan anti pantul. Begitu pun sebaliknya.

Contoh

Berapakah ketebalan lapisan koating MgF<sub>2</sub> pada sebuah lensa agar dihasilkan interferensi destruktif pada panjang gelombang 550 nm yang jatuh tegak lurus pada lensa? Indeks bias MgF<sub>2</sub> adalah 1,38 dan indeks bias lensa adalah 1,50

Jawab

Tampak bahwa indeks bias lensa lebih besar daripada indeks bias lapisan anti pantul. Maka syarat terjadinya interferensi destruktif pada cahaya pantul adalah

$$\begin{aligned} d &= \frac{\lambda}{4n_2}, \frac{3\lambda}{4n_2}, \frac{5\lambda}{4n_2}, \dots \\ &= \frac{550}{4 \times 1,38}, \frac{3 \times 550}{4 \times 1,38}, \frac{5 \times 550}{4 \times 1,38}, \dots \\ &= 99,6 \text{ nm}, 298,9 \text{ nm}, 498,2 \text{ nm}, \dots \end{aligned}$$

### 11.17 Polarisasi Cahaya

Gelombang elektromagnetik merupakan gelombang transversal. Arah osilasi medan magnet maupun medan listrik tegak lurus pada arah perambatan gelombang. Jika arah osilasi medan selalu mempertahankan arahnya selama gelombang merambat maka gelombang tersebut dikatakan memiliki **polarisasi bidang**. Dikatakan polarisasi bidang karena arah osilasi medan selama gelombang merambat selalu berada pada satu bidang.

Umumnya, gelombang yang dihasilkan suatu sumber memiliki arah osilasi medan yang berubah-ubah secara acak. Gelombang dengan arah osilasi demikian dikatakan gelombang yang **tidak terpolarisasi**. Namun, gelombang yang tidak terpolarisasi dapat diubah menjadi gelombang yang terpolarisasi jika dilewatkan pada suatu film yang dinamakan **film polaroid**. Film ini mengandung molekul-molekul berantai panjang yang tersusun sejajar. Molekul-molekul

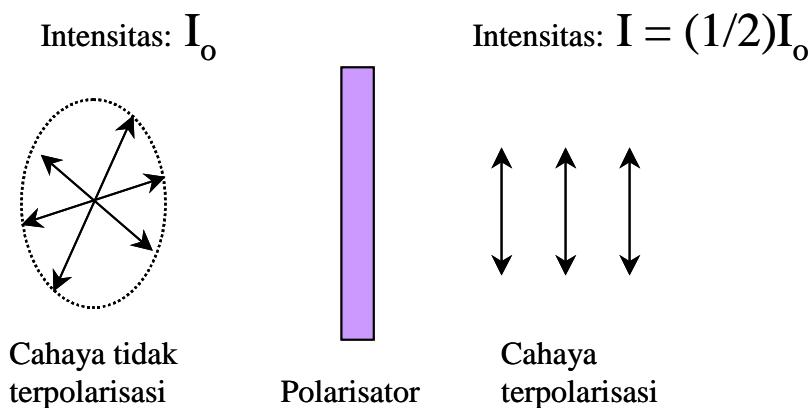
tersebut bersifat konduktif. Ketika gelombang elektromagnetik dilewatkan pada film tersebut, maka komponen osilasi yang sejajar molekul akan diserap oleh electron-elektron pada molekul-molekul panjang tersebut dan komponen osilasi yang tegak lurus molekul tidak diserap. Akibatnya, setelah meninggalkan film, hanya komponen osilasi yang tegak lurus sumbu molekul yang dilewatkan.

Untuk polarisator kita mendefinisikan sumbu mudah, yaitu arah yang melewatkannya. Jadi sumbu mudah film polaroid adalah sumbu yang tegak lurus sumbu-sumbu molekul yang tersusun pada film tersebut.

Cahaya tidak terpolarisasi yang jatuh pada polarisator.

Misalkan cahaya tidak terpolarisasi memiliki intensitas  $I_o$ . Berkas cahaya tersebut jatuh pada sebuah polarisator. Berapakah intensitas cahaya setelah melewati polarisator?

Jika cahaya yang jatuh ke polarisator tidak terpolarisasi, maka intensitas cahaya setelah melewati polarisator selalu setengah dari intensitas cahaya datang.



*Gambar 11.35 Intensitas cahaya yang lewat polarisator dari cahaya tidak terpolarisasi yang jatuh sama dengan setengah intensitas semula.*

Cahaya terpolarisasi yang jatuh pada polarisator.

Namun, jika cahaya yang jatuh pada polarisator sudah terpolarisasi maka intensitas cahaya yang lolos bergantung pada sudut antara arah osilasi cahaya datang dengan sumbu mudah polarisator. Intensitas cahaya yang dilewatkan memenuhi

$$I = I_o \cos^2 \theta \quad (11.48)$$

dengan  $I_o$  : intensitas cahaya datang,  $I$  : intensitas cahaya terlewatkan, dan  $\theta$  : sudut antara arah osilasi cahaya datang dengan sumbu mudah polarisator.

Contoh

Cahaya tak terpolarisasi jatuh pada susunan dua polarisator. Satu polarisator memiliki sumbu mudah arah atas-bawah sedangkan polarisator kedua memiliki sumbu mudah membentuk sudut  $60^\circ$  terhadap arah atas-bawah. Tentukan intensitas cahaya yang keluar dari polarisator kedua serta arah osilasi medan. Intensitas cahaya tidak terpolarisasi adalah  $I_0$ .

Jawab

Karena polarisator pertama dimasuki cahaya tak terpolarisasi maka intensitas cahaya yang keluar polarisator pertama adalah

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0$$

Cahaya yang keluar polarisator pertama menjadi cahaya yang masuk polarisator kedua. Arah osilasi gelombang yang keluar polarisator pertama sama dengan arah sumbu mudah polarisator pertama. Dengan demikian, arah osilasi medan yang masuk polarisator kedua membentuk sudut  $60^\circ$  dengan sumbu mudah polarisator kedua. Dengan demikian, intensitas cahaya yang keluar polarisator kedua adalah

$$I_2 = I_1 \cos^2 60^\circ = \frac{I_0}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{8} I_0$$

Arah osilasi gelombang yang keluar dari polarisator kedua sama dengan arah sumbu mudah polarisator kedua.

### Polarisasi oleh permukaan

Ada satu sifat yang menarik yang dimiliki gelombang elektromagnetik ketika jatuh pada satu permukaan. Saat jatuh di bidang batas dua medium, sebagian gelombang dipantulkan dan sebagian dibiaskan. Jika cahaya yang jatuh merupakan cahaya yang tidak terpolarisasi, maka cahaya yang dibiaskan dan yang dipantulkan umumnya tidak terpolarisasi juga. Namun, khusus untuk cahaya yang dipantulkan, komponen medan yang berada pada bidang normal bergantung pada sudut datang. Bidang normal adalah bidang yang dibentuk oleh cahaya datang, cahaya bias, dan cahaya pantul. Jika sudut datang diubah-ubah maka komponen medan yang berada pada bidang tersebut berubah-ubah besarnya. Dan ada suatu sudut, di mana komponen medan dalam arah bidang tersebut tepat menjadi nol. Sudut ini bergantung pada indeks bias medium pertama dan kedua.

Secara matematik dapat ditunjukkan bahwa, ketika jumlah sudut datang dan sudut bias sama dengan  $90^\circ$  maka cahaya yang dipantulkan tidak memiliki komponen osilasi sejajar bidang normal. Cahaya yang dipantulkan hanya memiliki komponen osilasi tegak lurus bidang normal.

Artinya, cahaya yang dipantulkan terpolarisasi bidang.

Jika sudut datang dalam keadaan ini adalah  $\theta_B$ , maka terpenuhi

$$\theta_B + r = 90^\circ \quad (11.49)$$

dengan  $r$  adalah sudut bias. Kita dapat menulis

$$r = 90^\circ - \theta_B$$

Dengan menggunakan hukum Snell

$$n_1 \sin \theta_B = n_2 \sin r$$

maka

$$n_1 \sin \theta_B = n_2 \sin (90^\circ - \theta_B) = n_2 \cos \theta_B$$

atau

$$\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1} \quad (11.50)$$

Sudut  $\theta_B$  dikenal dengan **sudut Brewster**.

Contoh

- (a) Dengan sudut datang berapakah agar cahaya matahari yang dipantulkan danau terpolarisasi linier? (b) Berapakah sudut bias cahaya pada saat itu? Indeks nias udara  $n_1 = 1$  dan indeks bias air  $n_2 = 1,33$ .

Jawab

- a) Cahaya pantul terpolarisasi jika sudut datang sama dengan sudut Brewster yang memenuhi

$$\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1,33}{1} = 1,33$$

atau

$$\theta_B = 53^\circ$$

Saat terjadi polarisasi pada cahaya pantul, maka jumlah sudut datang dan sudut bias  $90^\circ$ . Jika sudut bias  $r$  maka

$$\theta_B + r = 90^\circ$$

arau

$$r = 90^\circ - \theta_B = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$$

### 11.18 Penurunan Persamaan Interferensi dan Difraksi

Kita telah menggunakan persamaan-persamaan interferensi dan difraksi tanpa membahas lebih detail bagaimana menurunkan persamaan-persamaan tersebut. Pada bagian akhir bab ini kita akan menurunkan persamaan-persamaan tersebut. Bagi mahasiswa yang tertarik dengan penurunan tersebut silakan mempelajarinya. Dan bagi yang tidak merasa terlalu perlu dengan penurunan tersebut dapat melewatkannya.

#### a) Interferensi dua celah

Tinjau Gambar 11.20. Terdapat dua sumber titik sefase yang berjarak  $L$  dari layar. Kita mengamati cahaya yang jatuh di layar pada titik  $P$ . Jarak titik  $P$  ke sumber  $S_1$  dan  $S_2$  masing-masing  $x_1$  dan  $x_2$ . Fungsi gelombang yang dihasilkan sumber  $S_1$  dan  $S_2$  di titik  $P$  masing-masing

$$y_1 = A \cos(kx_1 - \omega t) \quad (11.51a)$$

$$y_2 = A \cos(kx_2 - \omega t) \quad (11.52a)$$

Tetapi  $\Delta x = x_2 - x_1$  sehingga kita dapat menulis fungsi gelombang dari sumber kedua adalah

$$y_2 = A \cos(kx_1 - \omega t + k\Delta x) \quad (11.52b)$$

Simpangan total yang diamati di titik  $P$  adalah

$$\begin{aligned} y &= y_1 + y_2 \\ &= A \cos(kx_1 - \omega t) + A \cos(kx_1 - \omega t + k\Delta x) \end{aligned} \quad (11.53)$$

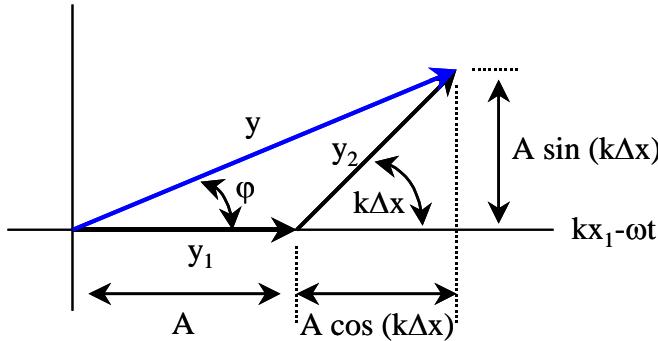
Penjumlahan dua fungsi trigonometri di atas dapat dilakukan dengan menggunakan diagram fasor seperti pada Gbr 11.36

Lihat diagram fasor di atas. Vektor  $y_1$  dan  $y_2$  digambarkan pada koordinat di mana sumbu datar koordinat dipilih memiliki fase  $kx_1 - \omega t$ . Akibatnya, vektor  $y_1$  sejajar sumbu datar dan vektor  $y_2$  membentuk sudut  $k\Delta x$  terhadap sumbu datar. Amplitudo hasil interfersensi memiliki komponen arah datar sebesar

$$A_{Th} = A + A \cos(k\Delta x) \quad (11.54a)$$

dan komponen arah vertikal

$$A_{T_v} = A \sin(k\Delta x) \quad (11.54b)$$



Gambar 11.36 Diagram fasor penjumlahan  $y_1$  dan  $y_2$

Besarnya amplitudo hasil superposisi adalah

$$\begin{aligned} A_T &= \sqrt{A_{Th}^2 + A_{T_v}^2} = \sqrt{(A + A \cos(k\Delta x))^2 + (A \sin(k\Delta x))^2} \\ &= A \sqrt{(1 + 2 \cos(k\Delta x) + \cos^2(k\Delta x)) + \sin^2(k\Delta x)} \\ &= A \sqrt{2(1 + \cos(k\Delta x))} = A \sqrt{2(2 \cos^2(k\Delta x / 2))} = 2A \cos\left(\frac{k\Delta x}{2}\right) \end{aligned} \quad (11.55)$$

Sudut yang dibentuk oleh  $y$  terhadap sumbu datar memenuhi

$$\begin{aligned} \tan \varphi &= \frac{A \sin(k\Delta x)}{A + A \cos(k\Delta x)} = \frac{\sin(k\Delta x)}{1 + \cos(k\Delta x)} \\ &= \frac{2 \sin(k\Delta x / 2) \cos(k\Delta x / 2)}{2 \cos^2(k\Delta x / 2)} = \frac{\sin(k\Delta x / 2)}{\cos(k\Delta x / 2)} = \tan\left(\frac{k\Delta x}{2}\right) \end{aligned}$$

Ini berarti

$$\varphi = \frac{k\Delta x}{2} \quad (11.56)$$

Sudut fase gelombang hasil superposisi adalah  $kx_1 - \omega t + \varphi = kx_1 - \omega t + k\Delta x / 2 = k(x_1 + \Delta x / 2) - \omega t$

Dengan demikian, simpangan total di titik P menjadi

$$\begin{aligned}
y &= A_T \cos(kx_1 - \omega t + \varphi) \\
&= \left[ 2A \cos\left(\frac{k\Delta x}{2}\right) \right] \cos\left(k\left[x_1 + \frac{\Delta x}{2}\right] - \omega t\right)
\end{aligned} \tag{11.57}$$

Intensitas di titik pengamatan adalah

$$I \propto |A_T|^2$$

atau

$$I = I_o \cos^2\left(\frac{k\Delta x}{2}\right) \tag{11.58}$$

Intensitas maksimum (interferensi konstruktif) terjadi jika

$$k\Delta x / 2 = n\pi$$

atau

$$\frac{2\pi}{\lambda} \frac{\Delta x}{2} = n\pi$$

atau

$$\Delta x = n\lambda \tag{11.59}$$

Intensitas minimum (interferensi destruktif) terjadi jika

$$k \frac{\Delta x}{2} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$$

atau

$$\frac{2\pi}{\lambda} \frac{\Delta x}{2} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$$

atau

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots \tag{11.60}$$

### b) Interferensi oleh N celah

Sekarang kita tinjau interferensi oleh N celah yang spasinya sama. Simpangan di titik pengamatan yang dihasilkan oleh masing-masing sumber adalah

$$y_1 = A \cos(kx_1 - \omega t) \quad (11.61a)$$

$$y_2 = A \cos(kx_1 - \omega t + k\Delta x) \quad (11.61b)$$

$$y_3 = A \cos(kx_1 - \omega t + 2k\Delta x) \quad (11.61c)$$

.

.

$$\dots$$

$$y_N = A \cos(kx_1 - \omega t + [N-1]k\Delta x) \quad (11.61d)$$

Simpangan total di titik pengamatan adalah

$$y = y_1 + y_2 + \dots + y_N \quad (11.62)$$

Penjumlahan di atas dapat dilakukan dengan mudah menggunakan bantuan bilangan kompleks. Kita gunakan sifat-sifat bilangan kompleks berikut ini

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta \quad (11.63)$$

$$e^{-i\theta} = \cos \theta - i \sin \theta \quad (11.64)$$

$$e^{i\theta} + e^{-i\theta} = 2 \cos \theta \quad \text{atau} \quad \cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \quad (11.65)$$

$$e^{i\theta} - e^{-i\theta} = 2i \sin \theta \quad \text{atau} \quad \sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} \quad (11.66)$$

Bisa juga  $\cos \theta = \Re(e^{i\theta})$  dan  $\sin \theta = \Im(e^{i\theta})$  dengan  $\Re()$  bagian riil dan  $\Im()$  menyatakan bagian imajiner.

Dengan definisi bilangan kompleks ini kita dapat menulis

$$y_1 = A \Re(e^{i(kx_1 - \omega t)}) \quad (11.67a)$$

$$y_2 = A \Re(e^{i(kx_1 - \omega t + k\Delta x)}) \quad (11.67b)$$

$$y_3 = A \Re(e^{i(kx_1 - \omega t + 2k\Delta x)}) \quad (11.67c)$$

.

.

.

$$y_N = A \Re \left( e^{i(kx_1 - \omega t + [N-1]k\Delta x)} \right) \quad (11.67d)$$

Simpangan total di titik pengamatan adalah

$$\begin{aligned} y &= A \Re \left( e^{i(kx_1 - \omega t)} \right) + A \Re \left( e^{i(kx_1 - \omega t + k\Delta x)} \right) + A \Re \left( e^{i(kx_1 - \omega t + 2k\Delta x)} \right) + \dots + A \Re \left( e^{i(kx_1 - \omega t + [N-1]k\Delta x)} \right) \\ &= A \Re \left( e^{i(kx_1 - \omega t)} + e^{i(kx_1 - \omega t + k\Delta x)} + e^{i(kx_1 - \omega t + 2k\Delta x)} + \dots + e^{i(kx_1 - \omega t + [N-1]k\Delta x)} \right) \\ &= A \Re \left( e^{i(kx_1 - \omega t)} \left[ 1 + e^{ik\Delta x} + e^{i2k\Delta x} + \dots + e^{i(N-1)k\Delta x} \right] \right) \end{aligned} \quad (11.68)$$

Bagian yang berada dalam kurung siku tidak lain merupakan deret geometri

$$1 + z + z^2 + \dots + z^{N-1} = \frac{1 - z^N}{1 - z} \quad (11.69)$$

dengan  $z = e^{ik\Delta x}$ . Dengan demikian kita dapatkan

$$\begin{aligned} y &= A \Re \left( e^{i(kx_1 - \omega t)} \left[ \frac{1 - e^{iNk\Delta x}}{1 - e^{ik\Delta x}} \right] \right) \\ &= A \Re \left( e^{i(kx_1 - \omega t)} \left[ \frac{e^{iNk\Delta x/2} (e^{-iNk\Delta x/2} - e^{iNk\Delta x/2})}{e^{ik\Delta x/2} (e^{-ik\Delta x/2} - e^{ik\Delta x/2})} \right] \right) \\ &= A \Re \left( e^{i(kx_1 - \omega t + [N-1]k\Delta x/2)} \left[ \frac{(e^{-iNk\Delta x/2} - e^{iNk\Delta x/2})}{(e^{-ik\Delta x/2} - e^{ik\Delta x/2})} \right] \right) \\ &= A \Re \left( e^{i(kx_1 - \omega t + [N-1]k\Delta x/2)} \left[ \frac{\sin(Nk\Delta x/2)}{\sin(k\Delta x/2)} \right] \right) \\ &= A \left[ \frac{\sin(Nk\Delta x/2)}{\sin(k\Delta x/2)} \right] \Re \left( e^{i(kx_1 - \omega t + [N-1]k\Delta x/2)} \right) \\ &= A \left[ \frac{\sin(Nk\Delta x/2)}{\sin(k\Delta x/2)} \right] \cos \left( kx_1 - \omega t + \frac{[N-1]k\Delta x}{2} \right) \\ &= A_T \cos \left( kx_1 - \omega t + \frac{[N-1]k\Delta x}{2} \right) \end{aligned} \quad (11.70)$$

dengan

$$A_T = A \left[ \frac{\sin(Nk\Delta x/2)}{\sin(k\Delta x/2)} \right] \quad (11.71)$$

Intensitas gelombang superposisi memenuhi

$$I \propto |A_T|^2$$

atau

$$I = I_o \left[ \frac{\sin(Nk\Delta x/2)}{\sin(k\Delta x/2)} \right]^2 \quad (11.72)$$

Karena  $d \sin \theta$  dan dengan mendefinisikan  $kd \sin \theta / 2 = \delta$  maka persamaan (11.72) dapat ditulis

$$I = I_o \left[ \frac{\sin(N\delta)}{\sin(\delta)} \right]^2$$

yang tidak lain merupakan persamaan (11.22)

### c) Difraksi Celah Tunggal

Sekarang kita turunkan rumus difraksi celah tunggal. Difraksi celah tunggal dapat dianggap sebagai interferensi celah banyak dengan jumlah celah menuju tak berhingga. Dengan jumlah celah menuju tak berhingga maka jarak antar celah menuju nol sehingga praktis tidak ada pembatas antar sumber berdekatan. Ini analok dengan celah besar yang terbuka.

Jika  $d$  adalah jarak antar celah maka

$$\Delta x = d \sin \theta$$

Sehingga  $Nk\Delta x/2 = k(Nd)\sin \theta/2$ . Tetapi  $Nd = D$  yaitu lebar celah pendifraksi. Kita juga dapat menulis  $k\Delta x/2 = k(Nd)\sin \theta/2N = kD\sin \theta/2N$ . Dengan demikian, apabila kita transformasi persamaan interferensi celah banyak ke difraksi celah tunggal kita peroleh

$$I \propto \left[ \frac{\sin(kD \sin \theta / 2)}{\sin(kD \sin \theta / 2N)} \right]^2 \quad (11.73)$$

Karena  $N \rightarrow \infty$  maka  $kD \sin \theta / 2N \rightarrow 0$  sehingga  $\sin(kD \sin \theta / 2N) \rightarrow kD \sin \theta / 2N$ . Dengan demikian, substitusi aproksimasi ini ke dalam persamaan (11.73) diperoleh

$$I \propto \left[ \frac{\sin(kD \sin \theta / 2)}{kD \sin \theta / 2N} \right]^2 = N^2 \left[ \frac{\sin(kD \sin \theta / 2)}{kD \sin \theta / 2} \right]^2$$

atau

$$I = I_o \left[ \frac{\sin(kD \sin \theta / 2)}{kD \sin \theta / 2} \right]^2 \quad (11.74)$$

Dengan mendefinisikan  $\Phi = kD \sin \theta / 2$  maka persamaan (11.74) tidak lain merupakan persamaan (11.31)

### Soal dan Pembahasan

1) Cahaya putih melewati dua celah yang berjarak 0,5 mm dan pola interferensi diamati pada layar yang berjarak 2,5 m dari celah. Frinji orde pertama membentuk pelangi dengan cahaya ungu dan merah berada pada masing-masing tepinya. Garis ungu berjarak sekitar 2,0 mm dari tengah layar sedangkan cahaya merah sekitar 3,5 mm dari tengah layar. Hitunglah panjang gelombang cahaya ungu dan merah.

Jawab

Diberikan

$$d = 0,5 \text{ mm} = 5 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$L = 2,5 \text{ m}$$

Untuk garis ungu,  $\Delta y_u = 2,0 \text{ mm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$

Untuk garis merah,  $\Delta y_m = 3,5 \text{ mm} = 3,5 \times 10^{-3} \text{ m}$

Dengan menggunakan persamaan (46.12) maka

Panjang gelombang ungu

$$\lambda_u = \frac{\Delta y_u d}{L} = \frac{(2 \times 10^{-3}) \times (5 \times 10^{-4})}{2,5} = 4 \times 10^{-7} \text{ m}$$

Panjang gelombang merah

$$\lambda_m = \frac{\Delta y_m d}{L} = \frac{(3,5 \times 10^{-3}) \times (5 \times 10^{-4})}{2,5} = 7 \times 10^{-7} \text{ m}$$

2) Seberkas sinar monokromatik dengan panjang gelombang  $5 \times 10^{-7}$  m datang tegak lurus pada kisi. Jika spectrum orde kedua membuat sudut  $30^\circ$  dengan garis normal pada kisi, tentukan jumlah garis per cm kisi

Jawab

Puncak interferensi kisi memenuhi hubungan

$$d \sin \theta = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$$

Dengan demikian, spectrum orde kedua dipenuhi oleh

$$d \sin \theta = 2\lambda$$

atau

$$d = \frac{2\lambda}{\sin \theta} = \frac{2 \times (5 \times 10^{-7})}{\sin 30^\circ} = \frac{10^{-6}}{0,5} = 2 \times 10^{-6} \text{ m}$$

Jumlah goresan kisi per meter adalah

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{2 \times 10^{-6}} = 5 \times 10^5 \text{ goresan per meter atau } 5 \times 10^3 \text{ goresan per centimeter.}$$

3) Suatu berkas sinar sejajar mengenai tegak lurus suatu celah yang lebarnya 0,4 mm. Di belakang celah diberi lensa positif dengan jarak titik api 40 cm. Garis terang pusat (orde ke nol) dengan garis gelap pertama pada layar di bidang titik api lensa berjarak 0,56 mm. Tentukan panjang gelombang sinar

Jawab

Informasi dari soal ini adalah

$$w = 0,4 \text{ mm} = 4 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\text{Jarak celah ke layar: } L = 40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m}$$

$$\text{Jarak gelap pertama ke pusat layar: } \Delta y = 0,56 \text{ mm} = 5,6 \times 10^{-4} \text{ m.}$$

Sudut tempat terjadinya minimum memenuhi persamaan (46.29)

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{w}, \frac{2\lambda}{w}, \frac{3\lambda}{w}$$

Sudut tempat terjadinya garis gelap pertama memenuhi

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{w}$$

Untuk  $\theta$  yang sangat kecil, maka  $\sin \theta \approx \tan \theta$ . Tetapi

$$\tan \theta = \frac{\Delta y}{L}$$

Dengan demikian

$$\frac{\Delta y}{L} = \frac{\lambda}{w}$$

atau

$$\lambda = \frac{\Delta y w}{L} = \frac{(5,6 \times 10^{-4})(4 \times 10^{-4})}{0,4} = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$$

4) Cahaya monokromatik jatuh pada celah ganda yang terpisah sejauh 0,042 mm. Frinji orde ketujuh terbentuk pada sudut  $7,8^\circ$ . Berapakah panjang gelombang cahaya?

Jawab

Diberikan  $d = 0,042 \text{ mm} = 4,2 \times 10^{-5} \text{ m}$ .

$$\theta = 7,8^\circ$$

Frinji orde ketujuh terjadi ketika terpenuhi

$$d \sin \theta = 7\lambda$$

atau

$$\lambda = \frac{d \sin \theta}{7} = \frac{(4,2 \times 10^{-5}) \times \sin 7,8^\circ}{7} = \frac{(4,2 \times 10^{-5}) \times 0,136}{7} = 8,2 \times 10^{-7} \text{ m}$$

5) Frinji orde ketiga dari cahaya yang memiliki panjang gelombang 650 nm terbentuk pada sudut  $15^\circ$  ketika dijatuhkan pada celah ganda. Berapakah jarak antar celah?

Jawab

Frinji orde ketiga terjadi ketika terpenuhi

$$d \sin \theta = 3\lambda$$

atau

$$d = \frac{3\lambda}{\sin \theta} = \frac{3 \times 650}{\sin 15^\circ} = \frac{1300}{0,26} = 5000 \text{ nm} = 5 \mu\text{m}.$$

6) Cahaya monokromatik jatuh pada dua celah sempit yang terpisah sejauh 0,040 mm. Jarak antar dua frinji berdekatan di sekitar frinji pusat yang terbentuk pada layar yang lokasinya sejauh 5,0 m dari celah adalah 5,5 cm. Berapa panjang gelombang dan frekuensi cahaya?

Jawab

Diberikan  $L = 5,0 \text{ m}$

$$\Delta y = 5,5 \text{ cm} = 5,5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$d = 0,04 \text{ mm} = 4 \times 10^{-5} \text{ m}$$

Misalkan frinji orde ke- $n$  terbentuk pada sudut  $\theta_n$ , maka terpenuhi

$$d \sin \theta_n = n\lambda$$

Maka frinji orde ke- $(n+1)$  terbentuk pada sudut  $\theta_{n+1}$  yang memenuhi

$$d \sin \theta_{n+1} = (n+1)\lambda$$

Untuk frinji di dekat pusat maka sudut sangat kecil sehingga,  $\sin \theta_n \approx \tan \theta_n$  dan  $\sin \theta_{n+1} \approx \tan \theta_{n+1}$ . Maka

$$\tan \theta_n \approx \frac{n\lambda}{d}$$

$$\tan \theta_{n+1} \approx \frac{(n+1)\lambda}{d}$$

Jarak dari pusat ke lokasi frinji adalah

$$y_n = L \tan \theta_n = L \frac{n\lambda}{d}$$

$$y_{n+1} = L \tan \theta_{n+1} = L \frac{(n+1)\lambda}{d}$$

Jarak antara dua frinji

$$\Delta y = y_{n+1} - y_n = L \frac{(n+1)\lambda}{d} - L \frac{n\lambda}{d} = L \frac{\lambda}{d}$$

atau

$$\lambda = \frac{\Delta y d}{L} = \frac{(5,5 \times 10^{-2}) \times (4 \times 10^{-5})}{5} = 4,4 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\text{Frekuensi: } f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{4,4 \times 10^{-7}} = 6,8 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

7) Jika cahaya dengan panjang gelombang 480 nm dan 620 nm melewati dua celah yang terpisah sejauh 0,54 mm, berapakah jarak antar frinje orde kedua yang dihasilkan dua gelombang tersebut pada layar yang berjarak 1,6 m dari celah?

Jawab

$$\lambda_1 = 480 \text{ nm} = 4,8 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\lambda_2 = 620 \text{ nm} = 6,2 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$d = 0,54 \text{ mm} = 5,4 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$L = 1,6 \text{ m}$$

Untuk frinji orde kedua terpenuhi

$$d \sin \theta_2 = 2\lambda_1$$

$$d \sin \theta'_2 = 2\lambda_2$$

atau

$$\sin \theta_2 = \frac{2\lambda_1}{d}$$

$$\sin \theta'_2 = \frac{2\lambda_2}{d}$$

Untuk orde ke-dua, harga  $\theta$  biasanya cukup kecil sehingga  $\sin \theta_2 \approx \tan \theta_2$ , dan  $\sin \theta'_2 \approx \tan \theta'_2$ .

Dengan demikian

$$\tan \theta_2 \approx \frac{2\lambda_1}{d}$$

$$\tan \theta'_2 \approx \frac{2\lambda_2}{d}$$

Jarak frinji ke pusat layar

$$y_2 = L \tan \theta_2 \approx L \frac{2\lambda_1}{d}$$

$$y'_2 = L \tan \theta'_2 \approx L \frac{2\lambda_2}{d}$$

Jarak antara dua frinji orde kedua yang dihasilkan dua gelombang adalah

$$\Delta y = y'_2 - y_2 = L \frac{2(\lambda_2 - \lambda_1)}{d} = 1,6 \times \frac{2 \times (6,2 \times 10^{-7} - 4,8 \times 10^{-7})}{5,4 \times 10^{-4}} = 8,3 \times 10^{-4} \text{ m} = 0,83 \text{ mm}$$

8) Cahaya dengan panjang gelombang 400 nm datang dari udara menuju ke celah ganda yang terpisah sejauh  $5 \times 10^{-2}$  mm. Celah tersebut dicelupkan ke dalam air, dan pola interferensi diamati pada layar dalam air yang berjarak 40,0 cm dari celah. Berapa jarak antar frinji yang terbentuk. Indeks bias air adalah 1,33

Jawab

Diberikan  $L = 40,0 \text{ cm} = 0,4 \text{ m}$

$$d = 5 \times 10^{-3} \text{ mm} = 5 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$n_a = 1,33$$

Misalkan frinji orde ke- $m$  terbentuk pada sudut  $\theta_m$ , maka terpenuhi

$$d \sin \theta_m = m\lambda$$

Maka frinji orde ke-(m+1) terbentuk pada sudut  $\theta_{m+1}$  yang memenuhi

$$d \sin \theta_{m+1} = (m+1)\lambda$$

Karena cahaya yang terbelok masuk ke air, maka terjadi pembiasan uang memenuhi hukum Snell, yaitu

$$\sin \theta_m = n_a \sin r_m$$

$$\sin \theta_{m+1} = n_a \sin r_{m+1}$$

Maka

$$dn_a \sin r_m = m\lambda$$

$$dn_a \sin r_{m+1} = (m+1)\lambda$$

Untuk frinji di dekat pusat maka sudut sangat kecil sehingga,  $\sin r_m \cong \tan r_m$  dan  $\sin r_{m+1} \cong \tan r_{m+1}$ . Maka

$$\tan r_m = \frac{m\lambda}{dn_a}$$

$$\tan r_{m+1} = \frac{(m+1)\lambda}{dn_a}$$

Jarak dari pusat ke lokasi frinji adalah

$$y_m = L \tan r_m = L \frac{m\lambda}{dn_a}$$

$$y_{m+1} = L \tan r_{m+1} = L \frac{(m+1)\lambda}{dn_a}$$

Jarak antara dua frinji

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = L \frac{(m+1)\lambda}{dn_a} - L \frac{m\lambda}{dn_a} = L \frac{\lambda}{dn_a} = 0,4 \times \frac{4 \times 10^{-7}}{(5 \times 10^{-5}) \times 1,33} = 0,01 \text{ m}$$

9) Jika cahaya 520 nm jatuh pada celah yang lebarnya 0,04 mm, berapakah lebar sudut yang mencakup puncak difraksi pusat?

Jawab

Diberikan

$$\lambda = 520 \text{ nm} = 5,2 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$w = 0,04 \text{ mm} = 4 \times 10^{-5} \text{ m}$$

Sudut tempat terbentuknya minimum pertama memenuhi

$$w \sin \theta = \lambda$$

atau

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{w} = \frac{5,2 \times 10^{-7}}{4 \times 10^{-5}} = 0,013$$

yang memberikan

$$\theta \approx 0,013 \text{ rad}$$

Dengan demikin, sudut yang melingkupi terang pusat adalah

$$2\theta = 2 \times 0,013 = 0,026 \text{ rad.}$$

- 10) Cahaya monokromatik jatuh pada celah yang lebarnya  $3 \times 10^{-3}$  mm. Jika sudut antara gelap orde pertama pada dua sisi maksimum utama adalah  $37^\circ$ , berapakah panjang gelombang cahaya?

Jawab

Diberikan

$$w = 3 \times 10^{-3} \text{ mm} = 3 \times 10^{-6} \text{ m}$$

Jika  $\theta$  adalah sudut tempat minimum pertama, maka berdasarkan informasi di soal kita dapatkan

$$2\theta = 37^\circ, \text{ atau}$$

$$\theta = 37^\circ / 2 = 18,5^\circ$$

Lokasi minimum pertama memenuhi

$$w \sin \theta = \lambda$$

atau

$$\lambda = 3 \times 10^{-6} \sin 18,5^\circ = (3 \times 10^{-6}) \times 0,317 = 9,5 \times 10^{-7} \text{ m}$$

- 11) Cahaya monokromatik dengan panjang gelombang 633 nm jatuh pada celah tunggal. Jika sudut antara frinji orde pertama pada dua sisi maksimum utama adalah  $19,5^\circ$ , berapa lebar celah?

Jawab

Diberikan

$$\lambda = 633 \text{ nm} = 6,33 \times 10^{-7} \text{ m}$$

Lokasi minimum orde pertama memenuhi

$$w \sin \theta_1 = \lambda$$

atau

$$\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{w}$$

Lokasi minimum orde kedua memenuhi

$$w \sin \theta_2 = 2\lambda$$

$$\sin \theta_2 = \frac{2\lambda}{w}$$

Lokasi maksimum dapat dianggap berada antara dua minimum berdekatan. Kita dapat melakukan aprroksimasi secara kasar sudut tempat maksimum orde pertama  $\theta_{\max,1}$  memenuhi

$$\sin \theta_{\max,1} \approx \frac{\sin \theta_1 + \sin \theta_2}{2} = \frac{(\lambda/w) + (2\lambda/w)}{2} = \frac{3\lambda}{2w}$$

Berdasarkan soal,  $2\theta_{\max,1} = 19,5^\circ$  sehingga  $\theta_{\max,1} = 19,5/2 = 9,75^\circ$ . Dengan demikian

$$w \approx \frac{3\lambda}{2 \sin \theta_{\max,1}} = \frac{3 \times (6,33 \times 10^{-7})}{2 \times \sin 9,75^\circ} = \frac{1,9 \times 10^{-6}}{0,34} = 5,6 \times 10^{-6} \text{ m}$$

12) berapa lebar pola puncak difraksi pusat pada layar sejauh 2,5 m di belakang celah yang lebarnya 0,0348 mm jika dijatuhkan cahaya 589 nm?

Jawab

Diberikan

$$\lambda = 589 \text{ nm} = 5,89 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$w = 0,0348 \text{ mm} = 3,48 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$L = 2,5 \text{ m}$$

Minimum pertama terbentuk pada sudut yang memenuhi

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{w} = \frac{5,89 \times 10^{-7}}{3,48 \times 10^{-5}} = 0,017$$

Karena  $\sin \theta$  sangat kecil maka  $\sin \theta \approx \tan \theta$ . Jadi,

$$\tan \theta \approx 0,017$$

Jarak dari pusat ke lokasi minimum pertama

$$\Delta y = L \tan \theta = 2,5 \times 0,017 = 0,0425 \text{ m}$$

Lebar puncak difraksi di pusat menjadi

$$2 \Delta y = 2 \times 0,0425 = 0,085 \text{ m} = 8,5 \text{ cm}$$

13) Pada sudut berapakah terbentuk maksimum orde kedua ketika cahaya dengan panjang gelombang 650 nm jatuh pada kisi dengan jarak antar celah  $1,15 \times 10^{-3} \text{ cm}$ ?

Jawab

Diberikan

$$\lambda = 650 \text{ nm} = 6,5 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$d = 1,15 \times 10^{-3} \text{ cm} = 1,15 \times 10^{-5} \text{ m}$$

Untuk kisi difraksi, maksimum orde ke-m terbentuk pada sudut yang memenuhi

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{d}$$

Maksimum orde kedua terbentuk pada sudut yang memenuhi

$$\sin \theta = \frac{2\lambda}{d} = \frac{2 \times (6,5 \times 10^{-7})}{1,15 \times 10^{-5}} = 0,113$$

atau  $\theta = 6,5^\circ$

- 14) Garis orde pertama cahaya 589 nm yang jatuh pada kisi diamati pada sudut  $15,5^\circ$ . Berapa jarak gorekan pada kisi? Pada sudut berapakah garis orde ketiga muncul?

Jawab

Garis orde pertama terjadi pada sudut yang memenuhi

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{d}$$

atau

$$d = \frac{\lambda}{\sin \theta} = \frac{589}{\sin 15,5^\circ} = \frac{589}{0,267} = 2206 \text{ nm.}$$

Garis orde ketiga terjadi pada sudut yang memenuhi

$$\sin \theta = \frac{3\lambda}{d} = \frac{3 \times 589}{2206} = 0,8$$

atau  $\theta = 53^\circ$

- 15) Berapakan orde garis tertinggi yang dapat diamati jika cahaya yang memiliki panjang gelombang 633 nm jatuh pada kisi yang memiliki 6000 garis per sentimeter?

Jawab

$$d = \frac{1}{6000} \text{ cm} = \frac{1}{600000} \text{ m}$$

$$\lambda = 633 \text{ nm} = 6,33 \times 10^{-7} \text{ m}$$

Puncak orde ke m terjadi pada sudut yang memenuhi

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{d}$$

Karena  $\sin \theta \leq 1$  maka

$$\frac{m\lambda}{d} \leq 1$$

atau

$$m \leq \frac{d}{\lambda} = \frac{1/600000}{6,33 \times 10^{-7}} = 2,6$$

Karena m harus bilangan bulat, maka orde tertinggi yang dapat diamati adalah m = 2.

16) Jika lapisan sabun memiliki ketebalan 120 nm, warna apa yang muncul jika selaput tersebut disinari dengan cahaya putih dalam arah normal? Indeks bias selaput sabun adalah 1,34.

Jawab

Warna yang tampak adalah warna yang mengalami interferensi konstruktif. Untuk cahaya yang datang arah normal, interferensi konstruktif terjadi jika terpenuhi

$$2n_2 d = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots$$

Atau, secara umum,

$$2n_2 d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

dengan m = 0, 1, 2, ...

Dengan demikian panjang gelombang yang mengalami interferensi destruktif adalah

$$\lambda = \frac{2n_2 d}{\left(m + \frac{1}{2}\right)} = \frac{2 \times 1,34 \times 120}{\left(m + \frac{1}{2}\right)} = \frac{322}{m + \frac{1}{2}} \text{ nm}$$

Untuk m = 0 maka,  $\lambda = 322/(1/2) = 644$  nm

Untuk m = 1 maka  $\lambda = 322/(3/2) = 215$  nm

Karena cahaya putih memiliki panjang gelombang di atas 400 nm maka hanya m = 0 yang memberikan solusi yang mungkin. Jadi panjang gelombang yang mengalami interferensi konstruktif adalah 644 nm yang merupakan cahaya merah. Jadi, selaput sabun tampak berwarna merah.

17) Berapa ketebalan minimum lapisan sabun ( $n = 1,42$ ) agar tampak gelap ketika disinari dengan gelombang 480 nm? Anggaplah pada dua sisi selaput sabun adalah udara.

Jawab

Interferensi destruktif terjadi jika terpenuhi

$$2d = m\lambda$$

atau

$$d = \frac{m\lambda}{2} \text{ dengan } m = 1, 2, 3, \dots$$

Ketebalan minimum lapisan sabun agar terjadi interferensi destruktif pada panjang gelombang 480 nm adalah

$$d = \frac{\lambda}{2} = \frac{480}{2} = 240 \text{ nm}$$

18) Sumbu polarisator membrntuk sudut  $70^\circ$  satu dengan lainnya. Cahaya tidak terpolarisasi jatuh pada polarisator pertama. Berapa intensitas cahaya yang ditransmisikan polarisator kedua?

Jawab

Misalkan intensitas cahaya tidak terpolarisasi adalah  $I_o$ .

Intensitas yang lolos polarisator pertama adalah  $I_o/2$

Intensitas yang lolos polarisator kedua adalah

$$\frac{I_o}{2} \cos^2 70^\circ = \frac{I_o}{2} (0,343)^2 = 0,06I_o$$

19) Sudut kritis bagi pemantulan total pada batas antara dua material adalah  $52^\circ$ . Berapa sudut Brewster pada bidang ini?

Misalkan cahaya datang dari medium dengan indeks bias  $n_1$  ke medium dengan indeks bias  $n_2$ . Sudut kritis bagi pemantulan sempurna memenuhi

$$\sin \theta = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin 52^\circ = \frac{n_2}{n_1}$$

atau

$$\frac{n_2}{n_1} = 0,788$$

Sudut Brewster memenuhi

$$\tan \theta_B = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{0,788} = 1,27$$

atau

$$\theta_B = 51,8^\circ$$

20) Berkas tipis cahaya merah natrium dengan panjang gelombang 589 nm (dalam vakum) jatuh dari udara ke permukaan air yang rata dengan sudut  $\theta_i = 35^\circ$ . Tentukan sudut bias cahaya. Tentukan pula laju cahaya dan panjang gelombang dalam air ( $n_{air} = 1,33$ ).

Jawab

Diberikan:

$$\lambda = 589 \text{ nm}$$

$$\theta_i = 35^\circ$$

$$n_{air} = 1,33$$

$$n_{air} \sin \theta_r = n_u \sin \theta_i$$

$$1,33 \sin \theta_r = 1 \times \sin 35^\circ$$

$$1,33 \sin \theta_r = 0,573$$

$$\sin \theta_r = 0,573/1,33 = 0,43$$

$$\theta_r = 25,5^\circ$$

21) Fiber glass ( $n = 1,5$ ) dicelupka ke dalam air ( $n = 1,33$ ). Berapakah sudut kritis agar cahaya tetap berada dalam fiber gelas tersebut?

Jawab

Diberikan

$$n_1 = 1,5$$

$$n_2 = 1,33$$

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1,33}{1,4} = 0,887$$

$$\theta_c = 62,5^\circ$$

22) Cahaya yang mula-mula dari air memasuki balok dengan sudut datang  $37^\circ$ . Di dalam balok cahaya tersebut dibiasakan dengan sudut  $25^\circ$ . Berapa laju cahaya dalam balok?

Jawab

Pertama kita tentukan indeks bias balok. Dengan hukum Snell

$$n_{air} \sin 37^\circ = n_{balok} \sin 25^\circ$$

$$1,33 \times 0,602 = n_{balok} \times 0,422$$

$$n_{balok} = 1,33 \times 0,602 / 0,422 = 1,9$$

Laju cahaya dalam balok

$$v = c/n_{balok} = 3 \times 10^8 / 1,9 = 1,58 \times 10^8 \text{ m/s}$$

### Soal Latihan

- 1) Kuarsa berbentuk balok dicelupkan ke dalam air. Dalam kuarsa ada lampu kecil. Sinar lampu keluar pada satu sisi kuarsa hanya dalam daerah bernentuk lingkaran. Jika jarak lampu dari sisi kuarsa 5 cm, berapakah jari-jari lingkaran tempat keluarnya cahaya?
- 2) Panjang gelombang cahaya merah laser helium-neon adalah 632,8 nm. Berapa panjang gelombang dalam gelas yang memiliki indeks bias 1,5? Berapa laju cahaya dalam gelas tersebut?
- 3) Sinar laser mengenai ujung silinder yang memiliki indeks bias 1,48 dengan sudut datang 50°. Panjang silinder adalah 42 cm dan diameternya 3,1 mm. Tentukan berapa kali pemanutan internal hingga cahaya keluar dari silinder.
- 4) Cahaya dengan panjang gelombang 589 nm jatuh pada permukaan balok polistiren ( $n = 1,49$ ) dengan sudut  $\theta$ . (a) Cari sudut  $\theta$  maksimum sehingga cahaya mengalami pemanutan internal total pada sisi kiri balok. Ulangi perhitungan jika balok polistiren sicelupkan ke dalam (b) air ( $n = 1,33$ ) dan (c) karbon disulfida ( $n = 1,628$ ).
- 5) Cahaya dari udara mengenai balok polistiren dengan sudut datang 45°. Jika tebal balok polistiren 10 cm, berapakah pergeseran arah rambat cahaya yang meninggalkan balok tersebut?
- 6) Berkas cahaya sejajar dari laser He-Ne dengan panjang gelombang 656 nm jatuh pada dua celah sempit yang terpisah sejauh 0,05 mm. Berapa jarak antar dua frinji berdekatan di pusat layar yang berjarak 2,6 m dari celah?
- 7) Cahaya dengan panjang gelombang 680 nm jatuh pada dua celah sempit dan menghasilkan pola interferensi orde ke empat dengan jarak 48 mm dari pusat layar. Jarak layar ke celah adalah 1,5 m. Berapa jarak pisah dua celah?
- 8) Pada percobaan celah ganda diamati bahwa cahaya biru yang panjang gelombangnya 460 nm mewujudkan frinji maksimum orde kedua pada loasi tertentu. Berapa panjang gelombang cahaya

tampak lainnya yang menhasilkan pola minimum pada lokasi yang sama?

- 9) Cahaya yang memiliki panjang gelombang  $550 \text{ nm}$  jatuh pada sebuah celah yang lebarnya  $3,5 \times 10^{-3} \text{ mm}$ . Berapa jauh dari maksimum pusat lokasi maksimum orde pertama pada layar yang berjarak  $10,0 \text{ m}$  dari celah?
- 10) Jika cahaya ungu yang memiliki panjang gelombang  $415 \text{ nm}$  jatuh pada celah tunggal, terbentuk puncak difraksi pusat yang memiliki lebar  $9,2 \text{ cm}$  pada layar yang berjarak  $2,55 \text{ m}$  dari celah. Berapakah lebar celah?
- 11) Jika pada celah tunggal dijatuhkan cahaya  $550 \text{ nm}$  terbentuk puncak difraksi pusat yang lebarnya  $3,0 \text{ cm}$  pada layar sejauh  $1,5 \text{ m}$  dari celah. Berapa lebar puncak pusat jika cahaya yang dijatuhkan memiliki panjang gelombang  $400 \text{ nm}$ ?
- 12) Kisi difraksi yang memiliki  $3500 \text{ garis/cm}$  menghasilkan frinji orde ketiga pada susut  $22^\circ$ . Berapakah panjang gelombang cahaya yang digunakan?
- 13) Cahaya jatuh secara normal pada kisi yang memiliki  $10000 \text{ garis/cm}$ . Cahaya tersebut menghasilkan tiga macam garis di mana puncak orde pertama masing-masing terjadi pada sudut  $31,2^\circ$ ,  $36,4^\circ$ , dan  $47,5^\circ$ . Berapakah panjang gelombang yang dikandung cahaya tersebut?
- 14) Berapa jumlah garis per sentimeter yang dimiliki kisi difraksi jika garis orde ketiga untuk cahaya  $630 \text{ nm}$  terjadi pada sudut  $23^\circ$ ?  
Sebuah lensa tampak berwarna hijau kekuningan ( $\lambda = 570 \text{ nm}$ ) ketika cahaya putih dipantulkan oleh lensa tersebut. Berapa ketebalan minimum lapisan koating ( $n = 1,25$ ) menurut kamu yang digunakan untuk melapisi lensa?
- 15) Berapa ketebalan minimum lapisan udara antara dua pelat gelas sejajar agar tampak terang ketika cahaya yang panjangnya  $450 \text{ nm}$  jatuh secara normal?
- 16) Berapa sudut Brewster cahaya yang datang dari udara ke gelas? Indeks bias gelas  $1,52$ .

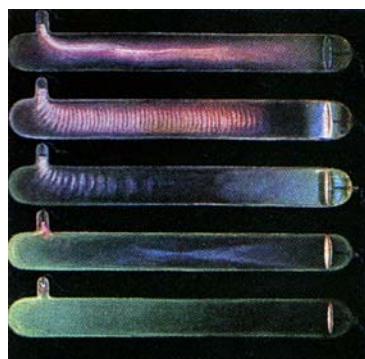
## Bab 12

### Model Atom dan Molekul

Semua materi disusun atas atom-atom. Sebelum akhir abad ke-19 atom dipandang sebagai komponen terkecil penyusun materi yang tidak dapat dibagi-bagi lagi. Sifat materi yang satu berbeda dengan sifat materi lainnya karena atom satu materi berbeda dengan atom materi lainnya. Konsep ini bertahan sangat lama karena tidak ada eksperimen yang bisa menunjukkan bahwa atom tersusun atas partikel-partikel yang lebih kecil lagi. Konsep ini berubah ketika memasuki abad 20. Banyak pengamatan yang tidak dapat diterangkan oleh konsep atom yang tidak dapat dibagi-bagi. Eksperimen-ekperimen tersebut menunjukkan bahwa atom tersusun atas partikel-partikel yang lebih kecil. Dan konsep inilah yang berlaku hingga sekarang.

#### 12.1 Penemuan Sinar Katoda

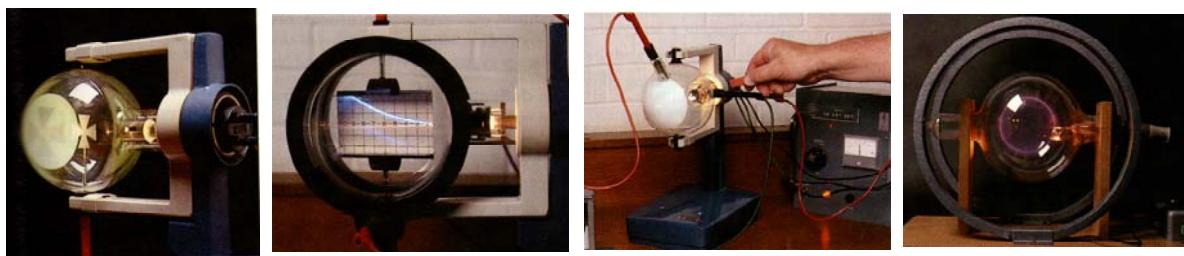
Penemuan sinar katoda adalah awal lahirnya konsep atom yang tersusun atas partikel-partikel lebih kecil. Sinar katoda diamati dalam tabung vakum yang mengandung dua buah elektroda. Jika antara dua elektroda dipasang tegangan listrik yang sangat tinggi maka diamati sinar yang mengalir dari elektroda negatif ke elektroda positif.



Gambar 12.1 Pendaran dalam tabung vakum yang diberi tegangan sangat tinggi.

Pengukuran lebih lanjut terhadap sinar tersebut didapatkan sifat-sifat berikut ini.

- 1) Sinar katoda merambat dalam lintasan garis lurus dari katoda menuju anoda
- 2) Sinar katoda dibelokkan oleh medan listrik. Ini menunjukkan bahwa sinar katode memiliki muatan listrik. Berdasarkan arah pembelokkannya maka diidentifikasi bahwa muatan listrik sinat katode adalah negatif.
- 3) Sinar katode dibelokkan oleh medan magnet. Ini juga adalah bukti bahwa sinar katode memiliki muatan listrik. Dengan menggunakan hukum Lorentz juga dapat dibuktikan bahwa sinar katode memiliki muatan negatif.
- 4) Sinar katode menghasilkan pendaran pada dinding tabung yang dikenainya.



*Gambar 12.2 Sifat-sifat sinar katode: (1) merambat dalam garis lurus, (2) dibelokkan oleh medan listrik, (3) dibelokkan oleh medan magnet, (4) menghasilkan pendaran pada dinding tabung.*

Pengamatan-pengamatan di atas menunjukkan bahwa sinar katode merupakan partikel bermuatan negatif. Sifat sinar katode berbeda dengan sifat atom elektroda dan juga berbeda dengan sifat gas dalam tabung yang masih tersisa (yang tidak dapat divakumkan secara sempurna). Jadi sinar katode bukan merupakan atom. Lebih lanjut ketika katode yang digunakan dalam tabung diganti-ganti, didapatkan sinar katode yang memiliki sifat persis sama. Sifat-sifat tambahan ini menunjukkan bahwa

- 1) Sinar katode merupakan berkas partikel yang keluar dari katode menuju anode
- 2) Partikel sinar katode dimiliki oleh semua atom yang sifatnya persis sama. Partikel tersebut selanjutnya diberi nama electron.
- 3) Ternyata atom tersusun atas partikel-partikel yang lebih kecil lagi. Salah satu jenis partikel tersebut adalah electron dan bermuatan listrik negatif.
- 4) Karena atom netral maka atom juga tersusun atas partikel yang bermuatan listrik positif.

## 12.2 Pengukuran e/m elektron

Segara setelah diketahui bahwa sinar katoda adalah partikel bermuatan negatif, maka muncul usaha untuk mengukur muatan dan massa electron. Usaha pertama dilakukan oleh J.J. Thomson tahun 1897. Thomson tidak dapat mengukur muatan electron saja dan massa electron saja. Yang dapat ditentukan hanya perbandingan muatan dan massa electron, atau  $e/m$ . Skema percobaan Thomson tampak pada Gambar 12.3

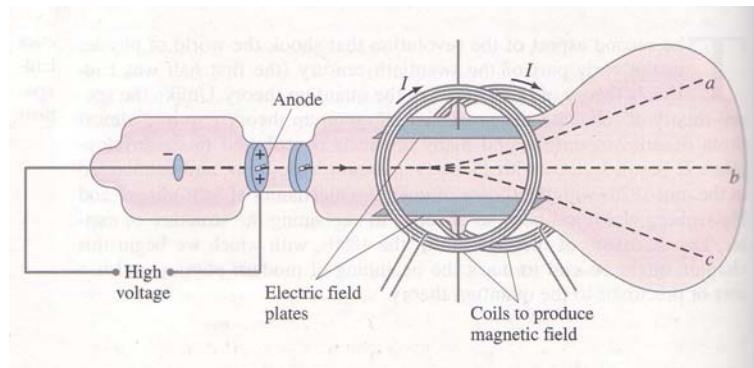
Bagian utama dari alat yang digunakan Thomson adalah tabung sinar katode yang memiliki dua pelat sejajar di dalamnya dan diletakkan dalam posisi horizontal. Di luar tabung dipasang dua koil yang menghasilkan medan magnet homogen di dalam ruang antara dua elektroda. Elektron yang melewati ruang antara dua electrode dapat merasakan medan listrik dan medan magnet sehingga dapat mengalami gaya Coulomb dan gaya Lorentz.

- 1) Jika medan magnet dan medan listrik nol (tidak diterapkan) maka electron akan menempuh lintasan lurus dan jatuh di titik b pada layar electrode.

2) Jika hanya medan listrik yang diterapkan maka selama menempuh dua electrode electron mengalami gaya Coulomb sehingga lintasannya membelok. Akibatnya, electron akan jatuh di layar pada titik a. Besarnya gaya listrik yang dialami electron adalah

$$F_C = eE \quad (12.1)$$

dengan  $F_C$  gaya listrik yang dialami elektron,  $e$  : muatan elektron, dan  $E$  : kuat medan listrik antara dua pelat.



*Gambar 12.3 Skema percobaan Thompson untuk menentukan nilai  $e/m$*

3) Jika hanya medan magnet yang diterapkan maka selama menempuh dua electrode electron mengalami gaya Lorentz sehingga lintasannya membelok. Arah medan diatur sedemikian rupa sehingga arah pembelokan electron oleh medan magnet berlawanan dengan arah pembelokan oleh medan listrik. Akibat adanya medan magnet tersebut electron akan jatuh di layar pada titik c. Besarnya gaya magnetik yang dialami electron adalah

$$F_L = evB \quad (12.2)$$

dengan  $F_L$  gaya listrik yang dialami elektron,  $v$  : laju elektron, dan  $B$  : kuat medan magnet antara dua pelat

4) Jika dua medan diterapkan sekaligus maka electron akan mengalami gaya listrik dan gaya magnet secara bersamaan dalam arah berlawanan. Besar medan magnet dan medan listrik diatur sedemikain rupa sehingga besar ke dua gaya tersebut sama besar (saling menghilangkan). Akibatnya electron kembali menempuh garis lurus dan jatuh di titik b. Dalam keadaan ini berlaku

$$F_C = F_L$$

$$eE = evB$$

Dari hubungan ini kita dapat mendapatkan laju elektron

$$v = \frac{E}{B} \quad (12.3)$$

5) Jika dikenai medan magnet, lintasan electron dalam daerah yang mengandung medan berbentuk irisan lingkaran. Dengan demikian berlaku

$$evB = \frac{mv^2}{r}$$

atau

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{Br} \quad (12.4)$$

dengan r : jari-jari kelengkungan lintasan ketika dikenakan medan magnet saja.

Substitusi persamaan (12.3) ke dalam persamaan (12.4) diperoleh

$$\frac{e}{m} = \frac{E}{B^2 r} \quad (12.5)$$

Semua besaran di ruas kanan persamaan (12.4) dapat diukur. Dengan demikian nilai e/m dapat ditentukan. Dari hasil pengukuran yang teliti Thomson mendapatkan

$$\frac{e}{m} = 1,76 \times 10^{11} \text{ C/kg} \quad (12.6)$$

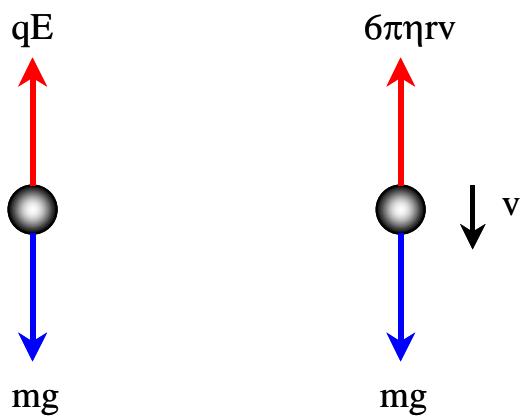
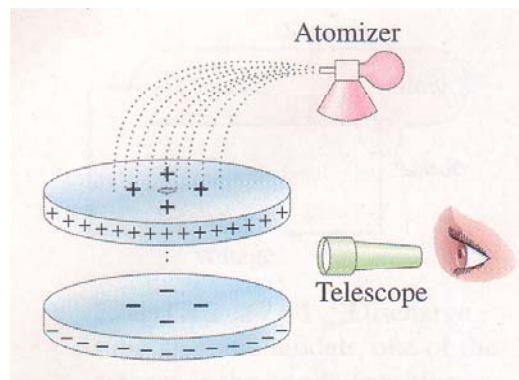
### 12.3 Percobaan Millikan

Setelah nilai e/m dapat ditentukan, yang menjadi tantangan berikutnya adalah menentukan nilai e dan m sendiri-sendiri. Dari percobaan Thompson, nilai-nilai tersebut tidak dapat ditentukan. Perlu ada satu percobaan lain yang dapat menentukan nilai tersebut. Yang perlu ditentukan cukup satu saja, entah e atau m. Karena nilai yang lainnya dapat ditentukan berdasarkan nilai e/m.

Millikan adalah orang yang berhasil merancang suatu eksperimen yang berhasil mengukur muatan electron. Percobaan tetesan minyak yang dia lakukan, secara prinsip, cukup sederhana, seperti diilustrasikan pada Gbr. 12.4. Dua elektroda dipasang dalam posisi horizontal, satu di atas dan satu dibawah. Antara dua elektroda diberi beda potensial sehingga muncul medan listrik.

Tetesan minyak disemprotkan ke dalam ruang antar dua elektroda dan diberi muatan negatif. Muatan negatif tersebut bisa dihasilkan dengan mengionisasi gas antara dua elektroda menggunakan radioaktif atau cara lainnya. Misalkan muatan yang dikandung tetesan minyak  $q$  maka, tetesan tersebut mendapat gaya listrik

$$F_C = qE$$



Tetes minyak diam      Tetes minyak bergerak

*Gambar 12.4 Skema percobaan tetes minyak dari Millikan untuk menentukan muatan electron.*

Di samping itu, karena tetesan minyak memiliki massa maka tetesan tersebut dikenai gaya gravitasi ke bawah sebesar

$$W = mg$$

Polarisasi elektroda diatur sehingga arah gaya listrik ke atas. Besar medan listrik diatur sehingga kedua gaya dalam keadaan seimbang dan partikel tidak bergerak ke atas atau ke bawah. Dalam kondisi ini berlaku

$$qE = mg$$

atau

$$q = \frac{mg}{E} \quad (12.7)$$

Agar  $q$  dapat dihitung maka massa tetesan minyak harus ditentukan. Untuk menentukan massa tetesan minyak, medan listrik tiba-tiba dihilangkan sehingga tetesan tersebut bergerak jatuh akibat gravitasi. Tetapi karena di ruang tersebut ada udara maka ada gaya Stokes yang arahnya berlawanan dengan arah gerak tetesan yang besarnya

$$F_s = 6\pi\eta rv \quad (12.8)$$

dengan  $\eta$  : viskositas udara,  $r$  : jari-jari tetesan, dan  $v$  : laju tetesan

Mula-mula laju jatuh tetesan kecil. Makin lama makin besar hingga suatu saat laju mencapai nilai tertentu yang tidak berubah lagi. Laju ini disebut laju terminal. Pada laju terminal, gaya Stokes sama besar dengan gaya gravitasi, atau

$$6\pi\eta rv = mg$$

Jika  $\rho$  adalah massa jenis minyak, maka

$$m = \rho_m V = \rho_m \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) \quad (12.9)$$

Dengan demikian

$$6\pi\eta rv = \rho_m \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) g$$

Kalau kalian sederhanakan kalian dapatkan ungkapan untuk jari-jari adalah

$$r = \sqrt{\frac{9}{2} \frac{\eta v}{\rho_m g}} \quad (12.10)$$

Massa tetesan minyak akhirnya dapat ditulis

$$m = \rho_m \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) = \rho_m \times \frac{4\pi}{3} \times \left( \sqrt{\frac{9}{2} \frac{\mu v}{\rho_m g}} \right)^3 = \frac{4\pi \rho_m}{3} \left( \frac{9}{2} \frac{\mu v}{\rho_m g} \right)^{3/2} \quad (12.11)$$

Akhirnya muatan tetesan memenuhi

$$q = \frac{mg}{E} = \frac{4\pi \rho_m g}{3E} \left( \frac{9}{2} \frac{\mu v}{\rho_m g} \right)^{3/2} \quad (12.12)$$

Semua parameter di ruas kanan persamaan (12.12) dapat diukur dalam eksperimen sehingga nilai  $q$  dapat ditentukan.

Millikan melakukan pengamatan pada sejumlah besar tetesan minyak dan mendapat sejumlah besar nilai muatan. Namun setelah dianalisi, semua muatan yang diukur nilainya merupakan kelipatan bulat dari suatu nilai muatan sebesar  $1,602 \times 10^{-19}$  C. Dari sini Millikan berkesimpulan bahwa muatan sebesar  $1,602 \times 10^{-19}$  C merupakan muatan elementer (muatan terkecil) yang ada dalam atom. Dan muatan tersebut sama dengan muatan electron.

Jadi disimpulkan bahwa besar muatan electron adalah

$$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Dengan menggunakan perbandingan nilai  $e/m$  yang diperoleh dari percobaan Thompson seperti pada persamaan (12.6) maka diperoleh massa electron

$$m = \frac{e}{e/m} = \frac{1,602 \times 10^{-19}}{1,76 \times 10^{11}} = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

Contoh

Pada percobaan Millikan, tetes air yang memiliki diameter  $1,20 \mu\text{m}$  melayang di udara yang diam. Di tempat tersebut terdapat medan listrik yang berarah ke bawah yang besarnya  $462 \text{ N/C}$ . (a) Berapakah berat tetesan tersebut? (b) Berapa kelebihan electron yang dimiliki tetesan tersebut?

Jawab

$$\text{Diameter tesesan } d = 1,20 \mu\text{m} = 1,20 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$(a) \text{ Volum tetesan } V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \left( \frac{d}{2} \right)^3 = \frac{1}{6} \pi d^3 = \frac{1}{6} \times 3,14 \times (1,2 \times 10^{-6})^3 = 9 \times 10^{-19} \text{ m}^3$$

$$\text{Massa tetesan: } m = \rho V = 1000 \times (9 \times 10^{-19}) = 9 \times 10^{-16} \text{ kg}$$

$$\text{Berat tetesan: } W = mg = (9 \times 10^{-16}) \times 9,8 = 8,82 \times 10^{-15} \text{ N}$$

(b) Jika muatan listrik tetesan Q maka gaya ke atas listrik ke atas yang dialami tetesan adalah

$$F = QE$$

Karena tetesan diam maka gaya ke atas sama dengan berat tetesan sehingga

$$QE = W$$

$$Q = \frac{W}{E} = \frac{8,82 \times 10^{-15}}{462} = 1,91 \times 10^{-17} \text{ C}$$

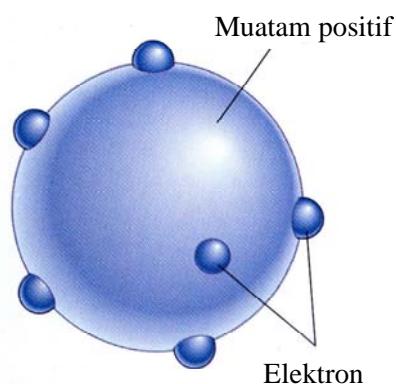
Maka jumlah kelebihan electron yang dikandung tetesan air tersebut adalah

$$n = \frac{Q}{e} = \frac{1,91 \times 10^{-17}}{1,602 \times 10^{-19}} = 119 \text{ elektron}$$

#### 12.4 Model atom Thompson

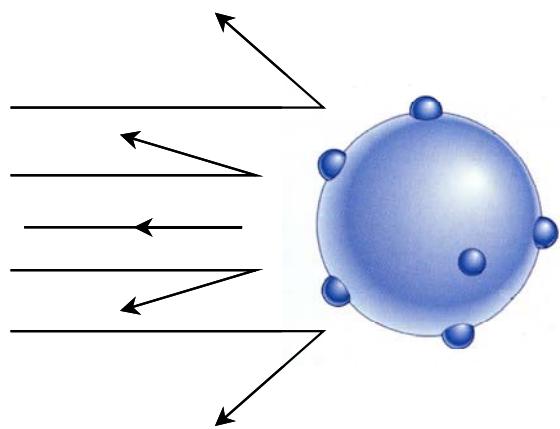
Konsekuensi dari penemuan electron sebagai partikel penyusunan atom adalah pemikiran tentang bentuk atom itu sendiri. Penemuan electron menggagalkan semua teori tentang atom hingga saat itu. Teori atom baru perlu dibangun yang memperhitungkan keberadaan electron sebagai partikel penyusunan atom. Yang pertama kali menyusun model atom baru ini adalah Thompson.

Pada model Thompson, atom dianggap sebagai sebuah bola bermuatan positif yang dipermukaannya ditempeli oleh electron-elektron. Bentuk atom ini serupa dengan onde-onde dengan muatan negatif adalah wijen dan muatan positif adalah bulatan ketan. Dengan demikian, material dibentuk oleh susunan atom-atom yang menyerupai onde-onde tersebut.



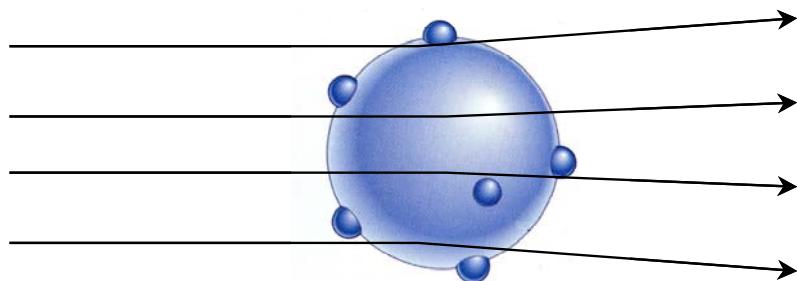
*Gambar 12.5 Model atom Thompson*

Konsekuensi dari model ini adalah, apabila material yang sangat tipis ditempakkannya dengan partikel yang memiliki energi sangat tinggi, seperti partikel alfa yang dihasilkan dari peluruhan radioaktif, maka ada dua kemungkinan yang terjadi, yaitu:



*Gambar 12.6 Semua partikel dipantulkan oleh atom*

- 1) Semua partikel dipantulkan oleh material (jika dianggap atom-atom merupakan bola yang sangat keras).



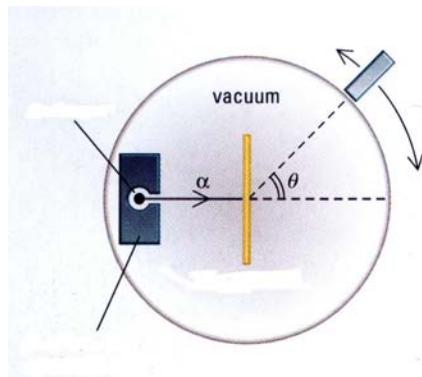
*Gambar 12.7 Semua partikel menembus atom*

- 2) Semua partikel menembus material (jika dianggap semua atom berupa bola lunak).

Dengan demikian, untuk menguji kebenaran teori atom Thompson kita dapat melakukan percobaan di atas, dan mengamati apakah salah satu kemungkinan di atas muncul. Orang yang pertama kali memikirkan percobaan semacam ini adalah Rutherford.

## 12.5 Percobaan Rutherford

Untuk mengecek model atom Thompson, Rutherford menembakkan lapisan tipis emas dengan partikel alfa. Partikel alfa merupakan partikel berenergi tinggi yang dipancarkan dari unsur radioaktif. Kemudian sinar alfa yang dipantulkan atau diteruskan oleh lapisan emas tersebut dideteksi. Skema percobaan Rutherford tampak pada Gbr 12.8.



*Gambar 12.8 Skema percobaan Rutherford*

Hasil dari percobaan Rutherford adalah

- Sebagian besar partikel alfa menembus material
- Sebagian kecil partikel partikel tersebut dibelokkan arahnya
- Lebih sedikit lagi partikel dibelokkan dalam arah hampir berlawanan dengan arah datang semula.

Adanya bermacam-macam sudut pantulan ini tidak dapat dijelaskan dengan model atom Thompson. Dengan demikian model atom Thompson tidak terbukti.

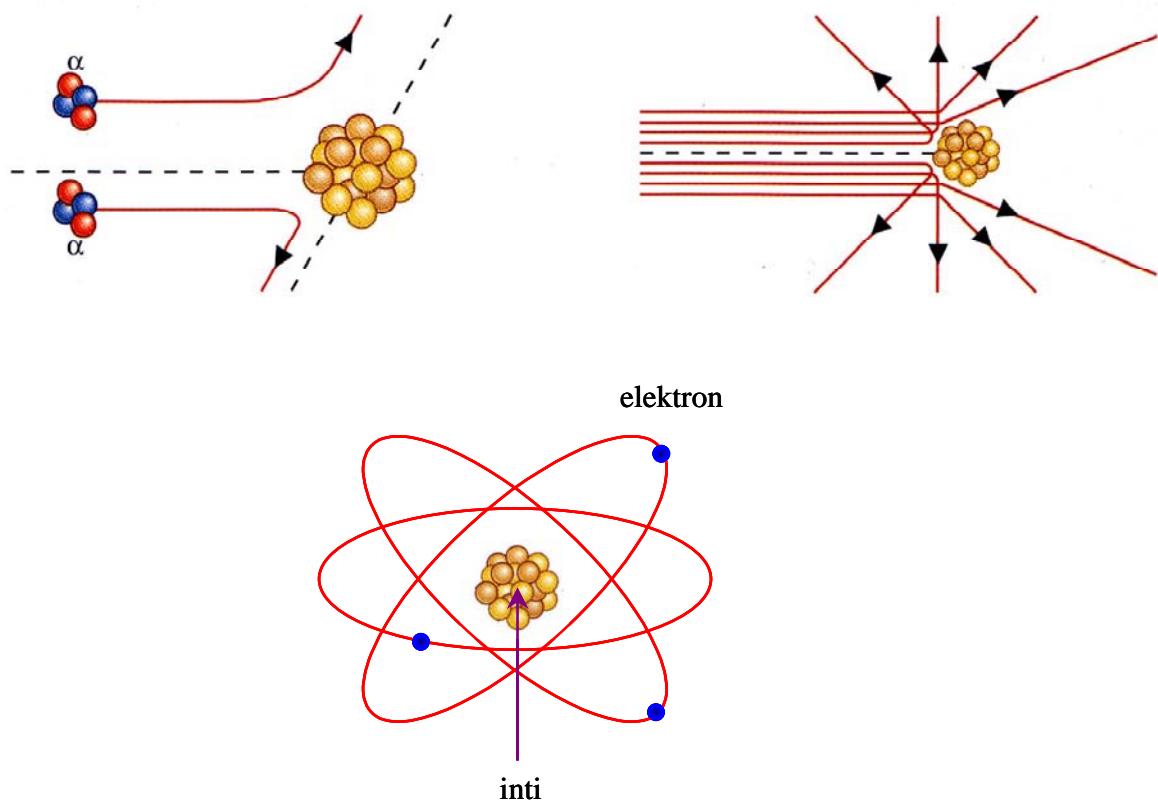
## 12.6 Model Atom Rutherford

Bagaimana menjelaskan hasil percobaan Rutherford yang tidak sejalan dengan model atom Thompson?

Hasil percobaan Rutherford dapat dijelaskan sebagai berikut

- Sebagian besar volume material merupakan ruang kosong. Ini sesuai dengan pengamatan bahwa sebagian besar partikel alfa menembus material.
- Massa atom terkonsentrasi pada volume yang sangat kecil (menyerupai titik). Konsentrasi massa inilah yang memantulkan partikel alfa. Karena volume tersebut sangat kecil maka jumlah partikel alfa yang dipantulkan sangat kecil.
- Pembelokkan partikel alfa hanya dapat dijelaskan jika konsentrasi massa memiliki muatan yang sama dengan partikel alfa sehingga gaya listrik yang dihasilkan tolak-menolak. Jadi konsentrasi massa atom harus bermuatan listrik positif. Konsentrasi massa yang bermuatan positif ini selanjutnya dinamai **inti atom**.
- Karena atom juga mengandung electron yang bermuatan negatif, maka electron haruslah berada di sekitar inti.
- Karena electron dan inti saling tarik-menarik melalui gaya Coulomb, maka agar electron tidak bergabung dengan inti, electron haruslah berputar mengitari inti dengan kecepatan tertentu. Hal ini serupa dengan planet-planet yang berputar mengitari matahari untuk menghindari jatuh ke

matahari akibat gaya gravitasi.



Gambar 12.9 (atas) Penjelasan tentang hasil percobaan Rutherford dan (b) model atom Rutherford

### 12.7 Energi Atom Rutherford

Dengan model seperti system tata surya maka kita dapat menghitung energi yang dimiliki electron yang mengitari inti atom. Kita mulai dengan menentukan gaya yang dialami electron.

Besar gaya tarik electron dan inti adalah

$$F = k \frac{(Ze)e}{r^2} \quad (12.13)$$

dengan  $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$ ,  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $Ze$  = muatan listrik inti, dan  $r$  = jarak electron ke inti. Elektron akan tetap pada lintasannya di sekitar inti jika terpenuhi

$$k \frac{Ze^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad (12.14)$$

$v$  = laju elektron, dan  $m$  = massa elektron

Mari kita tentukan energi electron yang sedang mengitari inti, yang terdiri dari energi kinetik dan energi potensial. Energi kinetik electron dapat diturunkan dari persamaan (59.13). Kalikan dua ruas pada persamaan (12.14) dengan  $r/2$  maka diperoleh

$$\frac{r}{2} \times k \frac{Ze^2}{r^2} = \frac{r}{2} \times \frac{mv^2}{r}$$

atau

$$\frac{1}{2}k \frac{Ze^2}{r} = \frac{1}{2}mv^2 \quad (12.15)$$

Tetapi ruas kanan persamaan (12.15) tidak lain daripada ungkapan energi kinetik electron. Jadi, energi kinetik electron dapat diungkapkan pula dalam bentuk persamaan (12.16) berikut ini

$$E_k = \frac{1}{2}k \frac{Ze^2}{r} \quad (12.16)$$

Dengan menggunakan rumus yang sudah kalian pelajari di bab elektrostatik, energi potensial electron terhadap inti dapat dituliskan

$$E_p = -k \frac{Ze^2}{r} \quad (12.17)$$

Dengan demikian energi total electron adalah

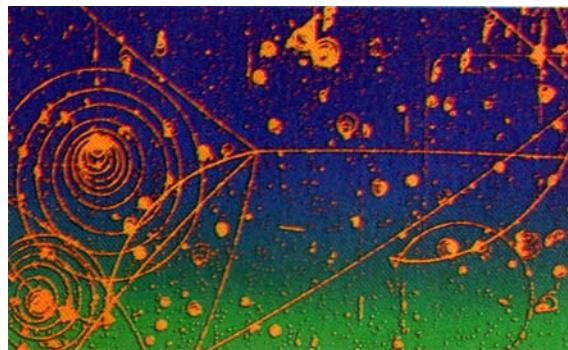
$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}k \frac{Ze^2}{r} + \left( -k \frac{Ze^2}{r} \right) = -\frac{1}{2}k \frac{Ze^2}{r} \quad (12.18)$$

Telah kalian pelajari di bab dinamika bahwa partikel yang bergerak dalam lintasan lingkaran memiliki percepatan ke arah pusat (percepatan sentripetal). Demikian pula dengan electron yang mengitari inti. Elektron tersebut selalu mengalami percepatan ke pusat inti.

Menurut teori elektrodinamika klasik, setiap benda bermuatan listrik dan memiliki percepatan akan memancarkan gelombang elektromagnetik. Karena electron memiliki muatan listrik negatif maka seharusnya electron terus menerus memancarkan gelombang elektromagnetik selama mengitari inti. Karena gelombang elektromagnetik merupakan salah satu bentuk energi, maka

pemancaran gelombang elektromagnetik oleh electron menyebabkan energi electron makin berkurang.

Berdasarkan persamaan (12.18) energi total electron berbanding terbalik dengan jarak dari inti, tetapi berharga negatif. Jadi berkurangnya energi total electron harus disertai dengan makin dekatnya jarak electron dengan inti. Dengan demikian, makin lama jarak electron ke inti makin kecil karena terus-menerus dipancarkan gelombang elektromagnetik. Lintasan electron di sekitar inti bukan lagi berupa lingkaran, tetapi berubah menjadi spiral. Pada akhirnya electron akan jatuh bersatu dengan inti, yang berarti eksistensi atom menjadi hilang. Dengan kata lain, konsekuensi modal atom Rutherford adalah atom tidak stabil. Tetapi prediksi ini tidak sesuai dengan pengamatan bahwa atom sangat stabil.



*Gambar 12.10 Lintasan partikel bermutan yang semula berupa lingkaran berubah menjadi spiral*

## 12.8 Model Atom Bohr

Untuk mengatasi masalah yang dihadapi model atom Rutherford, Bohr mengusulkan model kuantum untuk atom. Bohr pada dasarnya mendukung model atom Rutherford, tetapi elektrodinamika klasik dibatasi keberlakuan pada skala atom. Bangunan atom sebagai inti yang dikelilingi electron seperti yang dikemukakan Rutherford benar. Hanya Bohr mengusulkan keberadaan sejumlah lintasan yang dimiliki electron sehingga teori elektrodinamika klasik tidak berlaku. Jika electron berada pada lintasan-lintasan tersebut maka electron tidak memancarkan gelombang sehingga energi electron tetap dan lintasannya tidak berubah. Lintasan-lintasan tersebut disebut lintasan stasioner atau orbit.

Jika berada di luar lintasan stasioner maka teori elektrodinamika klasik berlaku dan electron memancarkan gelombang elektromagnetik. Akibatnya, energi electron berkurang dan electron jatuh ke lintasan stasioner yang memiliki energi lebih rendah.

Pancaran gelombang elektromagnetik tersebut diamati sebagai spectrum atom. Jadi spektrum

atom diamati ketika terjadi perpindahan electron dari lintasan stasioner yang memiliki energi tinggi ke lintasan electron yang memiliki energi rendah.

Lintasan stasioner yang dimiliki electron adalah lintasan yang menghasilkan momentum sudut electron sebagai kelipatan bulat dari  $h/2\pi$ . Jadi pada lintasan stasioner berlaku

$$L = n \frac{h}{2\pi} \quad (12.19)$$

dengan  $L$  : momentum sudut elektron,  $h$  tetapan Planck, dan  $n$  adalah bilangan bulat 1,2,3 .... Parameter  $n$  sering disebut **bilangan kuantum utama**.

Untuk gerakan dalam lintasan lingkaran, momentum sudut memenuhi rumus

$$L = mvr \quad (12.20)$$

dengan  $m$  : massa electron,  $v$  : laju elektron, dan  $r$  : jari-jari lintasan electron (jarak electron ke inti). Dari persamaan (12.19) dan (12.20) kita dapat menulis

$$mvr = n \frac{h}{2\pi} \quad (12.21)$$

Selanjutnya kita akan mencari ungkapan jari-jari orbit electron serta energi yang dimiliki electron ketika berada di orbit-orbit tersebut. Kita dapat mengolah persamaan (12.21) sebagai berikut

$$mv = n \frac{h}{2\pi r} \quad (12.22)$$

Kuadratkan ke dua sisi persamaan (12.22) maka diperoleh

$$m^2 v^2 = n^2 \frac{h^2}{4\pi^2 r^2} \quad (12.23)$$

Kalikan ke dua sisi persamaan (12.23) dengan  $1/2m$  maka

$$\frac{1}{2m} \times m^2 v^2 = \frac{1}{2m} \times n^2 \frac{h^2}{4\pi^2 r^2}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = n^2 \frac{h^2}{8\pi^2 mr^2} \quad (12.24)$$

Sisi kiri persamaan (12.24) tidak lain daripada ungkapan energi kinetik. Kalian sudah lihat, ungkapan energi kinetik dapat juga ditulis dalam bentuk persamaan (12.17). Dengan menggabungkan persamaan (12.17) dan (12.24) kita dapatkan

$$\frac{1}{2}k \frac{Ze^2}{r} = n^2 \frac{h^2}{8\pi^2 mr^2} \quad (12.25)$$

Kalikan dua sisi persamaan (12.25) dengan  $2r^2 / kZe^2$ , diperoleh

$$\frac{2r^2}{kZe^2} \times \frac{1}{2} \frac{Ze^2}{r} = \frac{2r^2}{kZe^2} \times n^2 \frac{h^2}{8\pi^2 mr^2}$$

yang akhirnya memberi ungkapan jari-jari lintasan elektron

$$r = n^2 \left( \frac{h^2}{4\pi^2 k Z m e^2} \right) \quad (12.26)$$

Teori Bohr berlaku untuk atom yang hanya memiliki satu electron seperti atom hydrogen atau atom lain yang hampir semua electron (hanya menyisakan satu) terlepas dari atom. Untuk atom hydrogen kita memiliki  $Z = 1$  sehingga jari-jari orbit electron dalam atom dapat ditulis

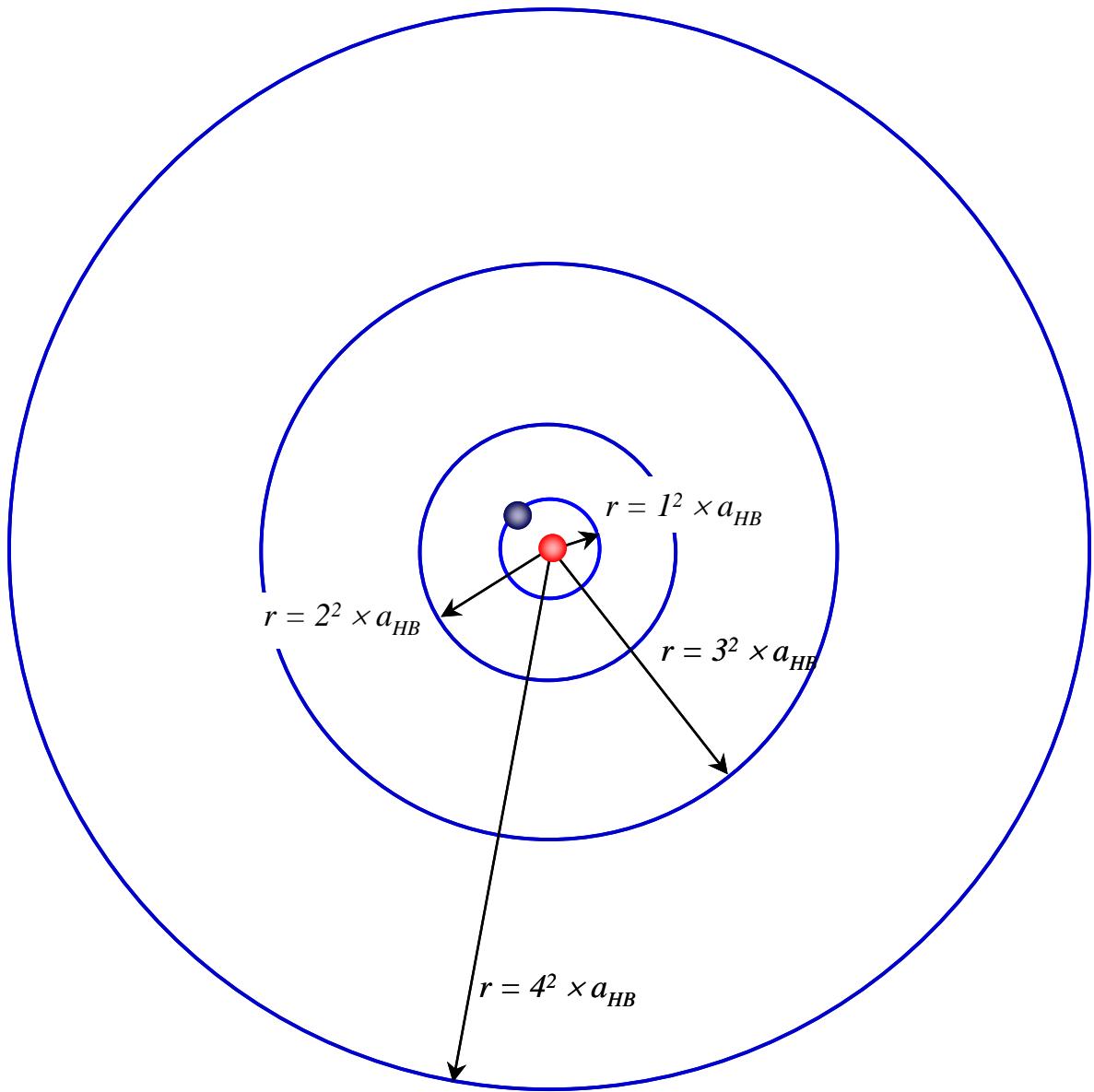
$$r = n^2 \left( \frac{h^2}{4\pi^2 k m e^2} \right) = n^2 a_{HB} \quad (12.27)$$

dengan

$$a_{HB} = \frac{h^2}{4\pi^2 k m e^2} \quad (12.28)$$

dikenal dengan **jari-jari Bohr untuk atom hydrogen**. Nilai  $a_{HB}$  adalah

$$a_{HB} = \frac{(6,625 \times 10^{-34})^2}{4 \times (3,14)^2 \times (9 \times 10^9) \times (9,1 \times 10^{-31}) \times (1,602 \times 10^{-19})^2} = 5,35 \times 10^{-11} \text{ m}$$



*Gambar 12.11 Jari-jari orbit electron untuk beberapa nilai bilangan kuantum utama*

Karena  $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ , maka  $a_{HB} = 0.535 \text{ \AA}$ .

Contoh

$$n = 1 \quad r = 1^2 \times 0.535 \text{ \AA} = 0,535 \text{ \AA}$$

$$n = 2 \quad r = 2^2 \times 0.535 \text{ \AA} = 2,14 \text{ \AA}$$

$$n = 3 \quad r = 3^2 \times 0.535 \text{ \AA} = 4,815 \text{ \AA}$$

$$n = 4 \quad r = 4^2 \times 0.535 \text{ \AA} = 8,56 \text{ \AA}$$

Tampak dari persamaan (12.27) bahwa jari-jari orbit berbanding lurus dengan kuadrat bilangan kuantum utama. Gbr. 12.11 adalah contoh jari-jari lintasan elektron pada beberapa bilangan

kuantum utama.

### 12.9 Energi spectrum atom hidrogen

Substitusi  $r$  yang diungkapkan oleh persamaan (12.27) ke dalam ungkapan energi total yang diungkapkan oleh persamaan (12.18) diperoleh

$$\begin{aligned} E_n &= -\frac{1}{2} k \frac{Ze^2}{r_n} = -\frac{k}{2} \frac{Ze^2}{n^2 [h^2 / 4\pi^2 k Z m e^2]} \\ &= -\frac{(2\pi^2 k^2 m Z^2 e^4 / h^2)}{n^2} \end{aligned} \quad (12.29)$$

Atom memancarkan energi radiasi elektromagnetik jika electron berpindah dari lintasan bernegri tinggi ke lintasan bernegri rendah. Sebaliknya, jika electron berpindah dari lintasan dengan energi rendah ke lintasan dengan energi tinggi, atau menyerap energi dari luar.

Ketika electron berada pada lintasan dengan  $n_1$ , energi total yang dimilikinya adalah

$$E_{n_1} = -\frac{(2\pi^2 k^2 m Z^2 e^4 / h^2)}{n_1^2}$$

dan ketika berada pada lintasan dengan  $n_2$ , energi yang dimilikinya adalah

$$E_{n_2} = -\frac{(2\pi^2 k^2 m Z^2 e^4 / h^2)}{n_2^2}$$

Jika electron meloncat dari lintasan dengan  $n_1$  ke lintasan dengan  $n_2$  maka perubahan energinya adalah

$$\begin{aligned} \Delta E_{n_1 n_2} &= E_{n_1} - E_{n_2} = -\frac{(2\pi^2 k^2 m Z^2 e^4 / h^2)}{n_1^2} - \left[ -\frac{(2\pi^2 k^2 m Z^2 e^4 / h^2)}{n_2^2} \right] \\ &= \frac{2\pi^2 k^2 m Z^2 e^4}{h^2} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \end{aligned} \quad (12.30)$$

Jika  $n_1 > n_2$  maka loncatan tersebut memancarkan gelombang dengan panjang  $\lambda$ , atau energi  $hc/\lambda$  yang persis sama dengan  $\Delta E_{n_1 n_2}$ . Jadi

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{2\pi^2 k^2 m Z^2 e^4}{h^2} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

atau

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 k^2 m Z^2 e^4}{h^3 c} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad (12.31)$$

Untuk atom hydrogen,  $Z=1$ , sehingga persamaan (12.31) dapat ditulis menjadi

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad (12.32)$$

dengan

$$R_H = \frac{ke^2}{2hca_{HB}} \quad (12.33)$$

disebut konstanta Rydberg.

Konstanta Rydberg diperoleh dari hasil eksperimen. Untuk membuktikan kebenaran teori atom Bohr, kita bisa mengecek apakah konstanta Rydberg yang diungkapkan oleh persamaan (12.33) yang diperoleh dari teori atom Bohr sesuai dengan hasil pengamatan. Dengan menggunakan  $k=9\times10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$ ,  $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $h = 6,625 \times 10^{-34} \text{ J/s}$ ,  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ , dan  $a_{HB} = 5,35 \times 10^{-11} \text{ m}$ , didapatkan

$$R_H = \frac{9 \times 10^9 \times (1,602 \times 10^{-19})^2}{2 \times 6,625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 \times 5,35 \times 10^{-11}} = 1,07 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

Nilai ini sangat dekat dengan nilai pengamatan sebesar  $1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ . Ini adalah salah bukti bahwa teori atom Bohr untuk atom hydrogen benar.

## 12.10 Kedaan dasar dan terkesitasi

Energi atom hidroogen paling rendah jika electron menempati orbit dengan  $n = 1$ . Kedaan ini disebut **kedaan dasar**. Atom hydrogen memiliki energi lebih tinggi jika electron menempati orbit dengan bilangan kuantum utama lebih besar. Kedaan di mana electron menempati bilangan kuantum utama yang bukan satu disebut **kedaan tereksitasi**. Jika electron lepas dari

ikatannya dengan proton maka bisa dikatakan electron menempati bilangan kuantum utama tak berhingga. Keadaan ini disebut **kedaan terionisasi**. Dalam keadaan ini atom hydrogen terurai menjadi dua ion yang berbeda muatan listrik.

Jika pada atom hydrogen diberikan energi yang cukup maka electron dapat menyerap energi tersebut sehingga dapat meloncat ke keadaan dengan bilangan kuantum lebih tinggi. Peristiwa ini disebut **eksitasi**. Sebaliknya, jika atom meloncat ke orbit dengan bilangan kuantum utama lebih kecil maka dipancarkan foton dengan energi sama dengan selisih energi ke dua orbit tersebut. Peristiwa ini disebut **deeksitasi**.

Ketika kita melihat benda atau atom memancarkan spectrum maka yang terjadi dalam atom adalah peristiwa eksitasi dan deeksitasi secara terus menerus. Atom menerima energi dari luar untuk proses eksitasi. Dalam waktu yang sangat cepat electron yang tereksitasi tersebut melakukan peorses deeksitasi sehingga memancarkan spectrum. Dalam waktu yang cepat pula, electron tersebut kembali dieksitasi kemudian di-deeksitasu. Begitu terus menerus.

### 12.11 Deret spektrum atom hidrogen

Hasil eksperimen yang sangat menantang untuk dijelaskan adalah adanya deret-deret spectrum garis yang dilimili atom hydrogen. Salah satu deret tersebut adalah deret spectrum garis yang berada dalam daerah cahaya tampak. Tahun 1885, Balmer menunjukkan bahwa panjang gelombang garis-garis spectrum cahaya tampak yang dipancarkan atom hidrogen dapat diungkapkan dalam rumus sederhana

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad (12.34)$$

Apakah model atom Bohr dapat menjelaskan pengamatan ini?

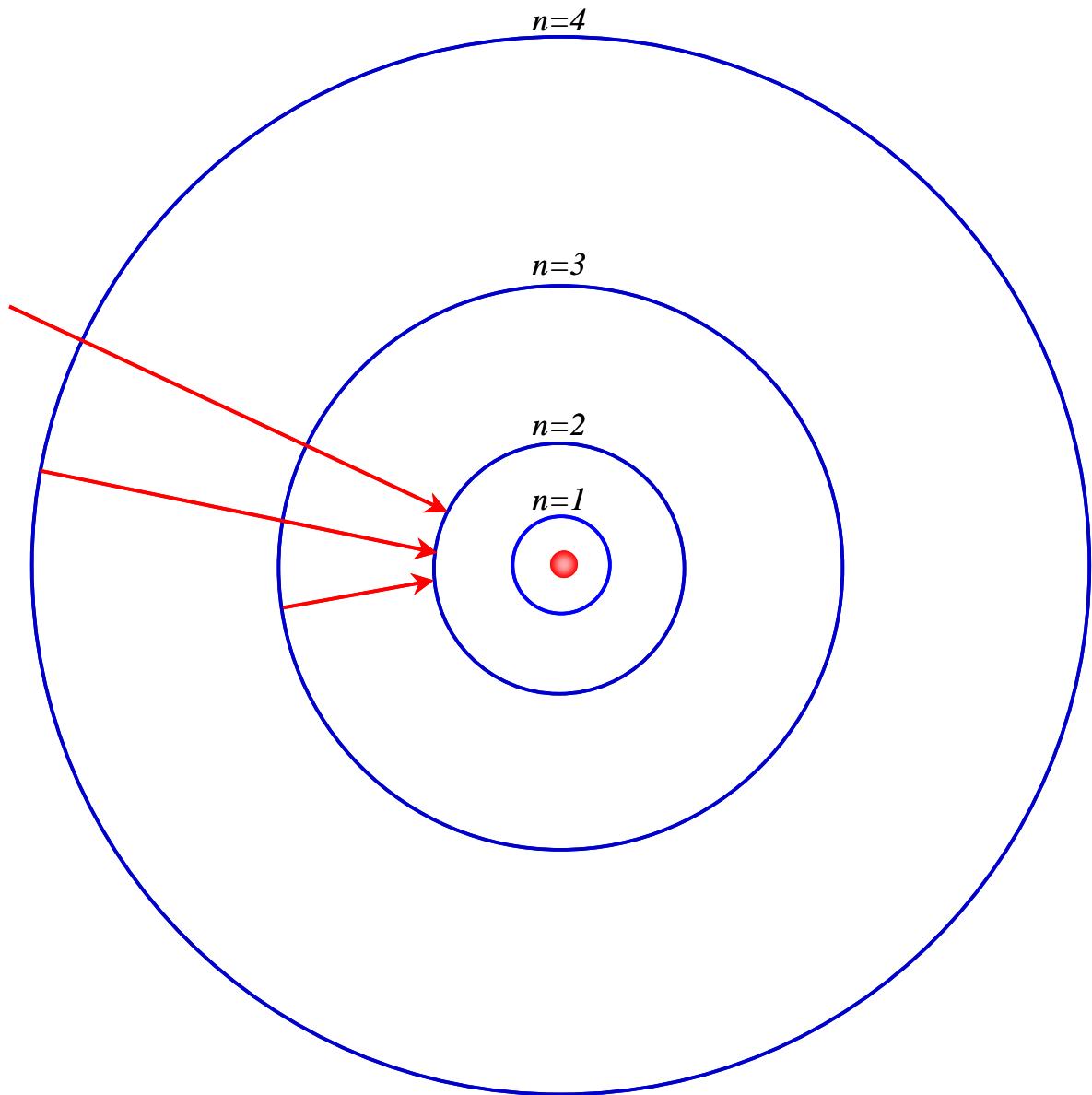
Coba kalian amati persamaan (12.32). Jika kalian menggunakan  $n_1 = 2$  maka kalian akan mendapatkan persamaan (12.34). Dengan kata lain, deret Balmer adalah spectrum yang dipancarkan oleh atom hydrogen ketika electron meloncar dari orbit dengan bilangan kuantum utama lebih dari dua ke orbit bilangan kuantum utama dua.

Di samping menjelaskan secara tepat pengamatan deret Balmer, teori atom Bohr juga meramalkan keberadaan deret-deret lain. Di antara deret tersebut adalah

- i) Deret **Lyman** yang dihasilkan oleh transisi electron dari bilangan kuantum utama lebih dari satu

ke bilangan kuatum utama satu. Panjang gelombang dalam deret Lyman memenuhi

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad (12.35)$$



Gambar 12.12 Transisi electron yang memancarkan spectrum pada deret Balmer

- ii) Deret **Paschen** yang dihasilkan oleh transisi electron dari bilangan kuatum utama lebih dari tiga ke bilangan kuatum utama tiga. Panjang gelombang dalam deret Paschen memenuhi

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad (12.36)$$

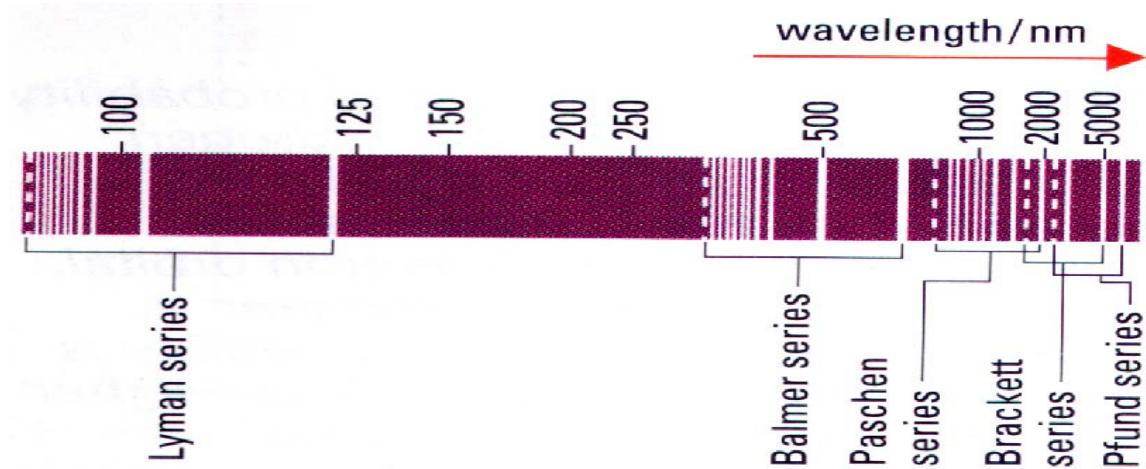
iii) Deret **Brackett** yang dihasilkan oleh transisi electron dari bilangan kuatom utama lebih dari empat ke bilangan kuatom utama empat. Panjang gelombang dalam deret Brackett memenuhi

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad (12.37)$$

iv) Deret **Pfund** yang dihasilkan oleh transisi electron dari bilangan kuatom utama lebih dari lima ke bilangan kuatom utama lima. Panjang gelombang dalam deret Pfund memenuhi

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad (12.38)$$

Gbr 12.13 adalah lokasi deret-deret yang dimiliki atom hidrogen. Deret Lyman memiliki panjang gelombang sangat pendek dan berada di daerah ultraviolet. Beberapa garis pada deret Paschen, Brackett, dan Pfund berimpitan.



*Gambar 12.13 Lokasi deret atom hidrogen*

Contoh

Tentukan panjang gelombang garis pertama deret Lyman, yaitu gelombang yang dipancarkan ketika elektron berpindah dari  $n_1 = 2$  ke  $n_2 = 1$ .

Jawab

Dengan persamaan (12.35) maka

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) = 1,097 \times 10^7 \left( 1 - \frac{1}{2^2} \right) = (1,097 \times 10^7) \times \frac{3}{4} = 8,23 \times 10^6$$

atau

$$\lambda = \frac{1}{8,23 \times 10^6} = 1,2 \times 10^{-7} \text{ m}$$

Contoh

Berapa frekuensi garis Balmer yang dipancarkan ketika elektron loncat dari keadaan dengan nilai angka kuantum utama 7 ke keadaan dengan bilangan kuantum utama 2?

Jawab

Diberikan  $n_1 = 7$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} &= R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) = (1,097 \times 10^7) \times \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{7^2} \right) = (1,097 \times 10^7) \times \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{49} \right) = (1,097 \times 10^7) \times 0,23 \\ &= 2,52 \times 10^6 \end{aligned}$$

atau

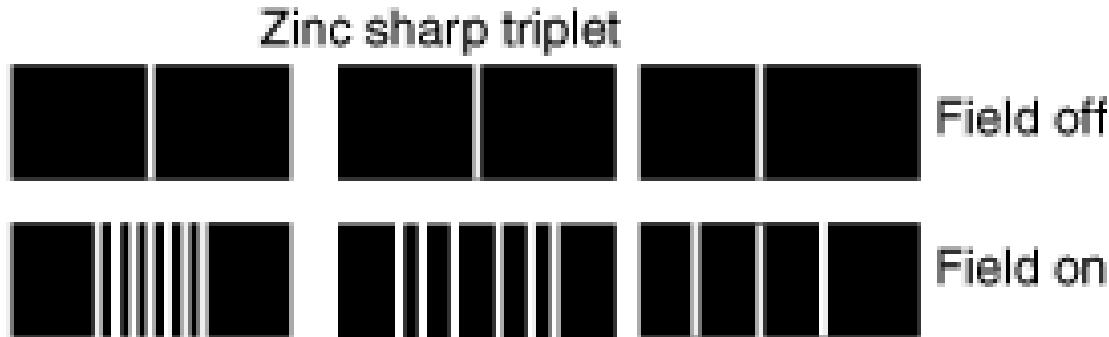
$$\lambda = \frac{1}{2,52 \times 10^6} = 3,97 \times 10^{-7} \text{ m}$$

## 12.12 Efek Zeeman

Jika ada arus yang bergerak melingkar maka dihasilkan momen magnet. Elektron yang mengitari inti atom serupa dengan arus yang bergerak dalam lintasan lingkaran sehingga menghasilkan momen magnet. Ketika atom tersebut ditempatkan dalam medan magnet luar maka terjadi interaksi antara momen magnet tersebut dengan medan magnet sehingga timbul energi interaksi. Akibatnya, energi yang dimiliki electron bukan lagi hanya diungkapkan oleh persamaan (12.29) tetapi mengandung juga komponen interaksi tersebut. Akibat dari interaksi ini maka spectrum yang semula satu garis ketika atom tidak berada dalam medan magnet berubah menjadi sejumlah garis berdekatan ketika atom ditempatkan dalam medan magnet luar yang cukup kuat. Pengamatan ini pertama kali dilaporkan oleh Zeeman sehingga dikenal dengan efek Zeeman.

Untuk menjelaskan efek Zeeman secara teoretik maka kehadiran bilangan kuantum utama  $n$  saja. Perlu diperkenalkan bilangan-bilangan kuantum lain untuk menjelaskan pengamatan tentang spectrum atom lebih lengkap. Ternyata kita perlu memperkenalkan empat bilangan kuantum untuk menjelaskan keadaan atom secara lengkap. Baik untuk atom hydrogen maupun atom-atom

berelektron banyak. Keempat bilangan kuantum tersebut sebagai berikut



*Gambar 12.14 Contoh efek Zeeman pada atom seng*

- 1) Bilangan kuantum utama,  $n$ . Bilangan ini pertama kali dipernalkan Bohr pada saat merumuskan teori atom hydrogen. Khusus untuk atom hydrogen, bilangan kuantum ini adalah satu-satunya bilangan kuantum yang menyatakan energi electron atom hydrogen, yaitu

$$E_n = -\frac{13,56}{n^2}$$

dengan  $n$  memiliki nilai dari 1 sampai  $\infty$ .

- 2) Bilangan kuantum orbital,  $\ell$ . Bilangan ini menyatakan besarnya momentum sudut yang dimiliki electron. Untuk setiap nilai  $n$ , bilangan kuantum orbital memiliki  $n$  buah nilai, yaitu dari 0 sampai  $n-1$ . Jadi, untuk  $n = 5$ , nilai  $\ell$  adalah 0, 1, 2, 3, dan 4. Jika nilai bilangan kuantum orbital sebuah electron  $\ell$  maka besar momentum sudut yang dimiliki electron tersebut adalah

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)} \frac{h}{2\pi} \quad (12.39)$$

Contoh

Sebuah electron berada dalam keadaan dengan bilangan kuantum utama  $n = 3$ . Tentukan momentum-momentum sudut yang dapat dimiliki electron tersebut.

Jawab

Diberikan  $n = 3$ .

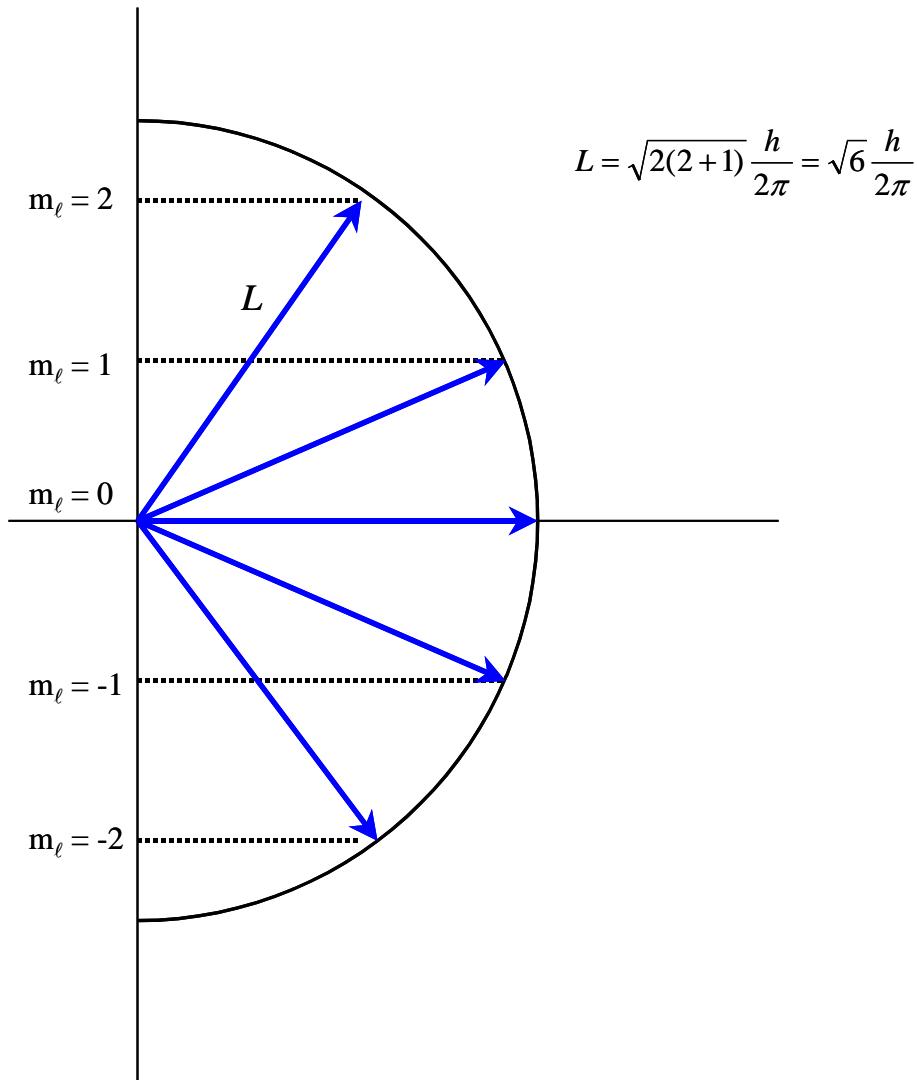
Bilangan kuantum orbital adalah  $\ell = 0, 1$ , dan  $2$ .

Momentum-momentum sudut yang mungkin dimiliki electron adalah

$$\text{Untuk } \ell = 0: L = \sqrt{\ell(\ell+1)} \frac{h}{2\pi} = \sqrt{0(0+1)} \frac{h}{2\pi} = 0$$

$$\text{Untuk } \ell = 1: L = \sqrt{1(1+1)} \frac{h}{2\pi} = \sqrt{2} \frac{h}{2\pi}$$

$$\text{Untuk } \ell = 2: L = \sqrt{2(2+1)} \frac{h}{2\pi} = \sqrt{6} \frac{h}{2\pi}$$



*Gambar 12.15 Kemungkinan arah orientasi momentum sudut electron dalam medan magnet.*

- 3) Bilangan kuantum magnetic,  $m_\ell$ . Jika sebuah momen magnet berinteraksi dengan medan magnet maka hanya komponen yang searah medan yang memberi sumbangan pada energi interaksi sedangkan komponen yang tegak lurus medan tidak memberikan sumbangan pada energi interaksi. Jika electron dengan bilangan kuantum orbital  $\ell$  ditempatkan dalam medan magnet, maka arah orientasi orbital tersebut bisa bermacam-macam. Ada yang hampir sejajar dengan medan magnet dan ada yang tegak lurus dengan medan magnet. Besarnya komponen momentum sudut yang searah dengan medan magnet memenuhi

$$L_z = m_\ell \frac{h}{2\pi}$$

Dengan bilangan kuantum magnetic  $m_\ell$  memiliki harga antara  $-\ell$  sampai  $+\ell$ . Atau nilai-nilai  $m_\ell$  yang mungkin adalah  $m_\ell = -\ell, -(\ell-1), -(\ell-2), \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, (\ell-2), (\ell-1), \ell$ .

Contoh

Elektron memiliki momentum sudut  $\ell = 3$ . Berapa bilangan kuantum magnetic yang mungkin dimiliki electron tersebut? Dan tentukan besar komponen momentum sudut dalam arah medan magnet yang berkaitan dengan bilangan kuantum magnetic tersebut?

Jawab

Nilai-nilai  $m_\ell$  yang mungkin adalah  $m_\ell = -3, -2, -1, 0, 1, 2$ , dan  $3$ .

$$\text{Untuk } m_\ell = -3: L_z = -3 \times \frac{h}{2\pi} = -\frac{3}{2} \frac{h}{\pi}$$

$$\text{Untuk } m_\ell = -2: L_z = -2 \times \frac{h}{2\pi} = -\frac{h}{\pi}$$

$$\text{Untuk } m_\ell = -1: L_z = -1 \times \frac{h}{2\pi} = -\frac{h}{2\pi}$$

$$\text{Untuk } m_\ell = 0: L_z = 0 \times \frac{h}{2\pi} = 0$$

$$\text{Untuk } m_\ell = +1: L_z = +1 \times \frac{h}{2\pi} = +\frac{h}{2\pi}$$

$$\text{Untuk } m_\ell = +2: L_z = +2 \times \frac{h}{2\pi} = +\frac{h}{\pi}$$

$$\text{Untuk } m_\ell = +3: L_z = +3 \times \frac{h}{2\pi} = +\frac{3}{2} \frac{h}{\pi}$$

Contoh

Bilangan kuantum utama electron adalah  $n = 3$ . Tentukan semua bilangan kuantum orbital dan bilangan kuantum magnetic yang mungkin dimiliki electron tersebut.

Jawab

Untuk  $n = 3$ , maka bilangan kuantum orbital yang mungkin adalah  $\ell = 0, 1$ , dan  $2$ .

Bilangan kuantum magnetic yang berkaitan dengan bilangan-bilangan kuantum orbital di atas adalah

Untuk  $\ell = 0$ ,  $m_\ell = 0$  saja

Untuk  $\ell = 1$ ,  $m_\ell = -1, 0$ , dan  $+1$

Untuk  $\ell = 2$ ,  $m_\ell = -2, -1, 0, +1$ , dan  $+2$

Contoh

Elektron melakukan transisi dari bilangan kuantum utama  $n = 3$  ke bilangan kuantum utama  $n = 2$ . Berapa garis spectrum yang muncul jika atom tidak ditempatkan dalam medan magnet dan jika ditempatkan dalam medan magnet.

Jawab

Jika tidak ditempatkan dalam medan magnet maka hanya satu garis yang muncul yang berkaitan dengan selisih energi keadaan dengan  $n = 3$  dengan keadaan dengan  $n = 2$ .

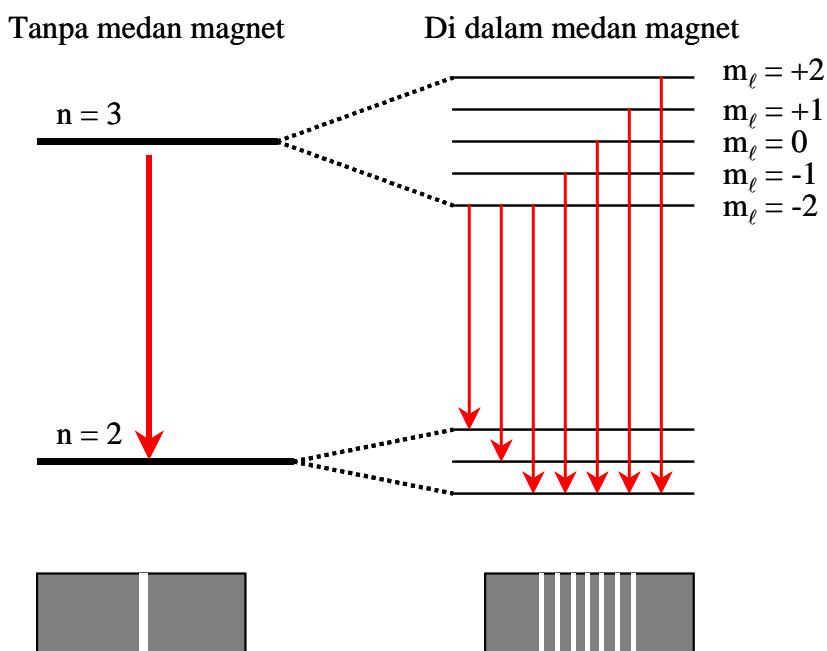
Tetapi jika ditempatkan dalam medan magnet maka muncul energi intearksi antara orbital elektron dengan medan magnet luar yang menghasilkan pemecahan keadaan dengan  $n = 2$  dan dengan  $n = 3$  atas sejumlah tingkat energi berdekatan. Tingkat energi tersebut ditentukan oleh bilangan kuantum magneti.

i) Untuk  $n = 3$ , bilangan kuantum  $\ell$  yang mungkin adalah 0, 1, dan 2. Untuk  $\ell = 0$ , hanya dihasilkan  $m_\ell = 0$ . Untuk  $\ell = 1$ , dihasilkan  $m_\ell = -1, 0$ , dan  $+1$ . Dan Untuk  $\ell = 2$ , dihasilkan  $m_\ell = -2, -1, 0, +1$ , dan  $+2$ .

ii) Untuk  $n = 2$ , bilangan kuantum  $\ell$  yang mungkin adalah 0 dan 1. Untuk  $\ell = 0$ , hanya dihasilkan  $m_\ell = 0$ . Dan untuk  $\ell = 1$ , dihasilkan  $m_\ell = -1, 0$ , dan  $+1$ .

Dari uraian di atas maka keadaan dengan bilangan kuantum utama  $n = 3$  terpecah menjadi lima keadaan dengan  $m_\ell = -2, -1, 0, +1$ , dan  $+2$ . Keadaan dengan bilangan kuantum utama  $n = 2$  terpecah menjadi tiga keadaan dengan  $m_\ell = -1, 0$ , dan  $+1$ .

Gambar tingkat energi electron menjadi sebagai berikut



*Gambar 12.16 Tingkat energi pada  $n = 3$  dan  $n = 2$  dan transisi yang mungkin*

Jarak pisah antar garis-garis spektrum yang terpisah akibat atom ditempatkan dalam medan magnet berbanding lurus dengan kuat medan magnet. Dalam bidang astronomi, fenomena ini

menjadi sangat penting. Dengan mengukur jarak pisah antar garis spektrum yang dipancarkan bintang maka kuat medan listrik di permukaan bintang tersebut dapat ditentukan.

4) Bilangan kuantum spin,  $m_s$ . Untuk elektron, bilangan kuantum ini hanya memiliki dua nilai yaitu  $m_s = -1/2$  dan  $m_s = +1/2$ . Keberadaan bilangan kuantum ini pertama kali ditunjukkan oleh P.A.M. Dirac setelah menerapkan teori relativitas Einstein pada teori kuantum. Teori yang ia bangun dinamakan teori relatifitas kuantum. Namun, sebelumnya sudah ada eksperimen yang menunjukkan keberadaan bilangan kuantum tersebut. Eksperimen tersebut dilakukan oleh Stern dan Gerlach. Penjelasan secara teoritik bilangan kuantum tersebut baru diberikan oleh Dirac.

Contoh

Sebutkan keadaan-keadaan yang mungkin untuk elektron yang memiliki bilangan kuantum utama  $n = 3$ .

Jawab

Untuk  $n = 3$ , maka bilangan kuantum orbital yang mungkin adalah  $\ell = 0, 1$ , dan  $2$ .

Untuk bilangan kuantum orbital  $\ell = 0$ , hanya ada satu  $m_\ell$ , yaitu  $m_\ell = 0$ .

Untuk bilangan kuantum orbital  $\ell = 1$ , ada tiga  $m_\ell$  yang mungkin, yaitu  $m_\ell = -1, 0$ , dan  $+1$ .

Untuk bilangan kuantum orbital  $\ell = 2$  ada lima  $m_\ell$  yang mungkin, yaitu  $m_\ell = -2, -1, 0, +1$ , dan  $+2$ .

Setiap nilai  $m_\ell$  ada dua nilai  $m_s$  yang mungkin, yaitu  $m_s = -1/2$  dan  $m_s = +1/2$ .

Jadi total keadaan yang mungkin adalah

$$(1 + 3 + 5) \times 2 = 18 \text{ keadaan}$$

Tabel berikut adalah daftar bilangan kuantum yang mungkin

<b>n</b>	<b><math>\ell</math></b>	<b><math>m_\ell</math></b>	<b><math>m_s</math></b>	<b>n</b>	<b><math>\ell</math></b>	<b><math>m_\ell</math></b>	<b><math>m_s</math></b>
3	2	-2	-1/2	3	2	2	+1/2
3	2	-2	+1/2	3	1	-1	-1/2
3	2	-1	-1/2	3	1	-1	+1/2
3	2	-1	+1/2	3	1	0	-1/2
3	2	0	-1/2	3	1	0	+1/2
3	2	0	+1/2	3	1	1	-1/2
3	2	1	-1/2	3	1	1	+1/2
3	2	1	+1/2	3	0	0	-1/2
3	2	2	-1/2	3	0	0	+1/2

### 12.13 Kaidah Seleksi

Secara umum, keadaan elektron dalam atom dinyatakan oleh empat bilangan kuantum: utama, orbital, magnetik, dan spin. Tiap keadaan berkaitan dengan energi tertentu. Elektron menyerap

energi jika berpindah dari keadaan dengan energi rendah ke keadaan dengan energi tinggi. Sebaliknya elektron memancarkan energi kerika berpindah dari keadaan dengan energi tinggi ke keadaan dengan energi rendah.

Pertanyaan berikutnya, apakah elektron dapat berpindah dari satu keadaan ke sembarang keadaan lain? Ternyata jawabannya tidak. Elektron hanya dapat berpindah dari satu keadaan ke keadaan lain yang memenuhi syarat tertentu. Syarat ini yang dikenal dengan **kaidah seleksi** adalah yang memenuhi

$$\Delta\ell = \pm 1 \quad (12.40)$$

Kaidah seleksi ini menyatakan bahwa hanya dapat berpindah antara dua keadaan dengan selisih bilangan kuantum orbital  $\pm 1$ . Jika mula-mula elektron memiliki  $\ell = 4$  maka transisi yang diijinkan adalah pada keadaan dengan  $\ell = 3$  atau  $\ell = 5$ . Selain itu tidak boleh.

### 12.14 Larangan Pauli

Setalah membahas cukup mendalam tentang atom hydrogen, mari kita bahas secara singkat atom yang mengandung electron lebih dari satu. Untuk atom hydrogen yang tidak berada dalam medan magnet, tingkat energi hanya bergantung pada bilangan kuantum utama,  $n$ . Namun untuk atom berlektron banyak, tingkat energi secara umum bergantung pada  $n$  dan  $\ell$ . Perbedaan ini disebabkan misalnya karena adanya interaksi antar electron yang dimiliki atom tersebut.

Dalam atom berlektron baynok, electron-elektron dipandang menempati keadaan-keadaan yang direpresentasikan oleh empat bilangan kuantum,  $n$ ,  $\ell$ ,  $m_\ell$ , dan  $m_s$ . Pertanyaan berikutnya adalah, berapa buah electron yang boleh memiliki bilangan kuantum yang sama. Apakan boleh lebih dari satu electron memiliki  $n$ ,  $\ell$ ,  $m_\ell$ , dan  $m_s$  yang persis sama? Jawaban atas pertanyaan ini diberikan oleh Wolfgang Pauli melalui prinsip larangan. Prinsip ini menyatakan

**Tidak boleh lebih dari satu electron dalam sebuah atom memiliki empat bilangan kuantum yang sama.**

Prinsip ini mengatur bagaimana penempatan electron-elektron dalam sebuah atom. Contohnya berikut ini.

#### 1) Atom helium

Atom ini memiliki dua electron. Kita menempatkan electron mulai dari kedaan dasar, yaitu  $n = 1$ . Jika  $n = 1$ , maka hanya ada  $\ell = 0$ .

Jika  $\ell = 0$  maka hanya ada  $m_\ell = 0$ .

Untuk  $m_\ell = 0$  maka ada dua nilai  $m_s$  yang mungkin, yaitu  $m_s = -1/2$  dan  $m_s = +1/2$ .

Jadi, pada atom helium, satu electron memiliki  $n = 1$ ,  $\ell = 0$ ,  $m_\ell = 0$ , dan  $m_s = -1/2$  sedangkan electron lain memiliki  $n = 1$ ,  $\ell = 0$ ,  $m_\ell = 0$ , dan  $m_s = +1/2$ .

## 2) Atom litium

Atom ini memiliki tiga electron.

Pada bilangan kuantum utama  $n = 1$ , ada dua electron yang bisa ditempatkan.

Elektron ketiga akan menempati keadaan dengan bilangan kuantum utama  $n = 2$ .

Untuk  $n = 2$ , ada dua bilangan kuantum orbital yang mungkin, yaitu  $\ell = 0$  dan  $1$ . Keadaan dengan  $\ell = 0$  memiliki energi lebih rendah. Agar electron berada dalam keadaan dasar maka electron tersebut harus menempati keadaan dengan  $\ell = 0$ .

Untuk  $\ell = 0$  maka hanya ada  $m_\ell = 0$ .

Untuk  $m_\ell = 0$  maka ada dua nilai  $m_s$  yang mungkin, yaitu  $m_s = -1/2$  dan  $m_s = +1/2$ .

Jadi, pada atom litium, dua electron menempati keadaan dengan  $n = 1$ , dan satu electron menempati keadaan dengan  $n = 2$ ,  $\ell = 0$ ,  $m_\ell = 0$ , dan  $m_s = -1/2$  atau  $m_s = +1/2$ .

## 12.15 Kulit dan Subkulit

Elektron yang memiliki bilangan kuantum utama,  $n$ , yang sama dikatakan berada pada **kulit** yang sama. Jika  $n = 1$  kita sebut kulit K, jika  $n = 2$  kita sebut kulit L, jika  $n = 3$  kita sebut kulit M, dan seterusnya. Elektron yang memiliki  $n$  dan  $\ell$  yang sama dikatakan berada pada **subkulit** yang sama. Jika  $\ell = 0$  kita namakan subkulit s, jika  $\ell = 1$  kita namakan subkulit p, jika  $\ell = 2$  kita namakan subkulit d. Mulai dari  $\ell = 3$ , nama sub kulit mengikuti alfabet f, g, h, i, dan seterusnya.

Untuk nilai  $\ell$  tertentu, nilai-nilai  $m_\ell$  yang mungkin adalah  $-\ell, -(\ell-1), \dots, -1, 0, +1, \dots +(\ell-1)$ , dan  $+\ell$ . Dengan demikian, untuk nilai  $\ell$  tertentu, variasi nilai  $m_\ell$  yang mungkin adalah  $(2\ell+1)$  buah. Tiap nilai  $m_\ell$  ada dua nilai  $m_s$  yang mungkin, yaitu  $m_s = -1/2$  atau  $m_s = +1/2$ . Dengan demikian, pada keadaan dengan nilai  $\ell$  tertentu ada  $2 \times (2\ell+1)$  electron yang bisa ditempatkan.

Jadi

- i) pada sub kulit s ( $\ell = 0$ ), jumlah electron yang dapat ditempatkan adalah  $2(2 \times 0 + 1) = 2$  elektron.
- ii) pada sub kulit p ( $\ell = 1$ ), jumlah electron yang dapat ditempatkan adalah  $2(2 \times 1 + 1) = 6$  elektron.
- iii) pada sub kulit d ( $\ell = 2$ ), jumlah electron yang dapat ditempatkan adalah  $2(2 \times 2 + 1) = 10$  elektron.
- iv) pada sub kulit f ( $\ell = 3$ ), jumlah electron yang dapat ditempatkan adalah  $2(2 \times 3 + 1) = 14$  elektron.

Dan seterusnya.

## 12.16 Konfigurasi Elektron

Secara umum, energi electron dalam atom ditentukan oleh bilangan kuantum  $n$  dan  $\ell$ . Untuk nilai  $n$  tertentu, nilai  $\ell$  yang lebih kecil memiliki energi lebih kecil. Elektron-elektron mula-mula diisi

pada keadaan dengan energi lebih rendah. Pengisian keadaan oleh electron (konfigurasi) electron biasanya dinyatakan dengan menuliskan bilangan kuantum utama yang diikuti oleh orbital dan jumlah electron yang menempati orbital tersebut yang dinyatakan dalam tanda superscript. Urutan penulisan mulai dari yang memiliki energi kecil adalah

1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 4s, dan seterusnya.

Contohnya, atom natrium memiliki 11 elektron. Orbital 1s maksimal diisi dua electron. Orbital 2s maksimal diisi dua electron. Orbital 2p maksimal diisi enam electron. Orbital 3s maksimal diisi dua electron. Jadi, konfigurasi electron pada atom natrium (diisi hingga 11 elektron) adalah

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$$

Konfigurasi electron dalam keadaan dasar sejumlah unsur ditampilkan di Tabel 12.1

Tabel 12.1 Konfigurasi electron beberapa unsur dalam keadaan dasar.

Jumlah elektron	Namam unsur	Konfigurasi elektron
1	H	1s <sup>1</sup>
2	He	1s <sup>2</sup>
3	Li	1s <sup>2</sup> 2s <sup>1</sup>
4	Be	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup>
5	B	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>1</sup>
6	C	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>2</sup>
7	N	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>3</sup>
8	O	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>4</sup>
9	F	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>5</sup>
10	Ne	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>6</sup>
11	Na	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>6</sup> 3s <sup>1</sup>
12	Mg	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>6</sup> 3s <sup>2</sup>
13	Al	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>6</sup> 3s <sup>2</sup> 3p <sup>1</sup>
14	Si	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>6</sup> 3s <sup>2</sup> 3p <sup>2</sup>
15	P	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>6</sup> 3s <sup>2</sup> 3p <sup>3</sup>
16	S	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>6</sup> 3s <sup>2</sup> 3p <sup>4</sup>
17	Cl	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>6</sup> 3s <sup>2</sup> 3p <sup>5</sup>
18	Ar	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>6</sup> 3s <sup>2</sup> 3p <sup>6</sup>
19	K	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>6</sup> 3s <sup>2</sup> 3p <sup>6</sup> 4s <sup>1</sup>
20	Ca	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>6</sup> 3s <sup>2</sup> 3p <sup>6</sup> 4s <sup>2</sup>

21	Sc	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2$
22	Ti	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^2 4s^2$
23	V	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^3 4s^2$
24	Cr	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^4 4s^2$
25	Mn	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^2$
26	Fe	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$

## 12.17 Spektrum Sinar-X

Spektrum infra merah, cahaya tampak dan ultraviolet yang dipancarkan atom-atom dihasilkan oleh transisi electron-elektron kulit terluar atom tersebut. Energi yang berubah akibat transisi tersebut bersesuaian dengan energi foton sinar inframerah sampai ultraviolet.

Jika inti atom mengandung banyak proton maka electron-elektron kulit terdalam mengalami gaya Coulomb yang sangat besar. Akibatnya, energi yang dimiliki electron tersebut sangat besar. Jika terjadi transisi electron antar kulit terdalam suatu atom yang memiliki nomor atom besar ( $Z$  besar) maka dipancarkan energi foton yang tinggi. Gelombang elektromagnetik yang dipancarkan berada dalam daerah sinar X.

Bagaimana caranya agar kita dapat mentraisi electron pada kulit terdalam dalam atom yang memiliki nomor massa besar? Caranya adalah menembakkan atom material tersebut dengan electron yang bernegara sangat tinggi. Jika electron yang ditembakkan mengenai electron yang berada pada kulit terdalam, maka electron di kulit terdalam atom dapat terpental keluar. Akibatnya, kulit terdalam menjadi tidak penuh. Elektron pada julit berikutnya jatuh mengisi tempat kosong di kulit terdalam, disertai pemancaran gelombang elektromagnetik. Untuk nomor atom besar, gelombang EM yang dipancarkan berada dalam daerah sinar-X. Gambar 59.17 adalah contoh mekanisme produksi sinar-X.

Kulit-kulit dalam atom berlektron banyak sering diberi simbol

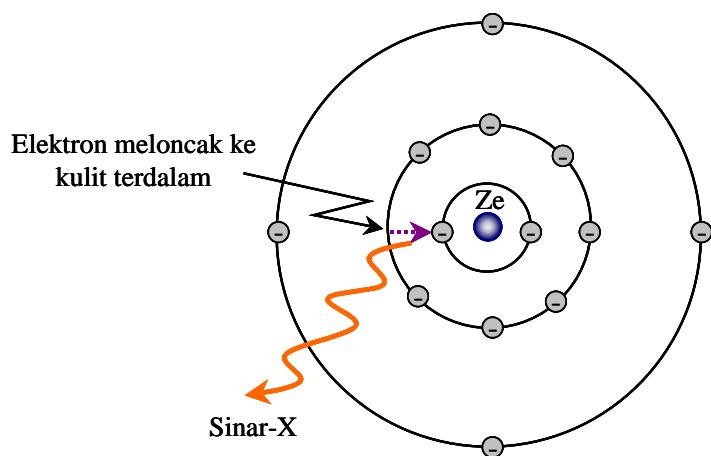
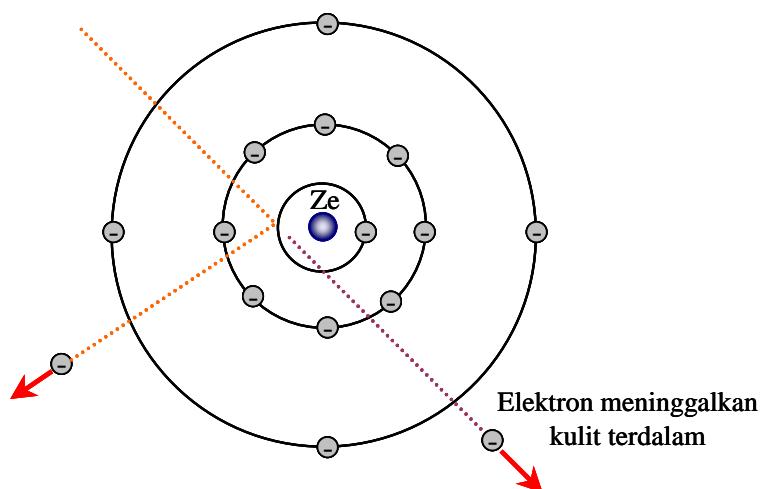
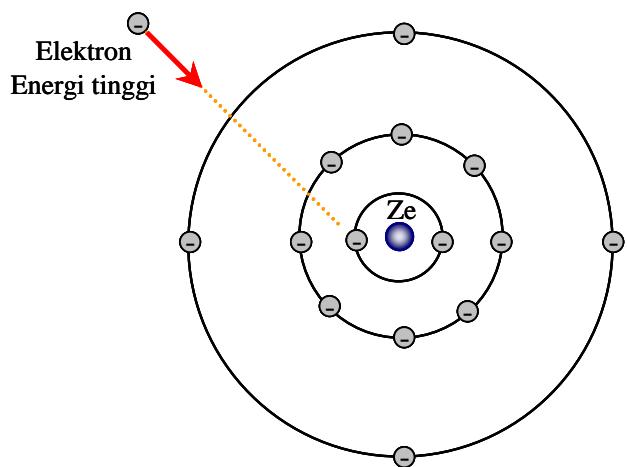
K untuk kulit terdalam ( $n = 1$ )

L untuk kulit kedua dari dalam ( $n = 2$ )

M untuk kulit ketiga dari dalam ( $n = 3$ )

Dan seterusnya.

Berdasarkan jenis kulit yang menjadi tujuan transisi elektron yang jatuh mengisi tempat kosong, kita mengklasifikasi garis-garis sinar-X yang dipanxarkan atom sebagai  
 Garis K: dihasilkan oleh transisi elektron dari kulit luar ke kulit K  
 Garis L: dihasilkan oleh transisi elektron dari kulit luar ke kulit L  
 Garis M: dihasilkan oleh transisi elektron dari kulit luar ke kulit M



*Gambar 12.17 Mekanisme produksi sinar-X*

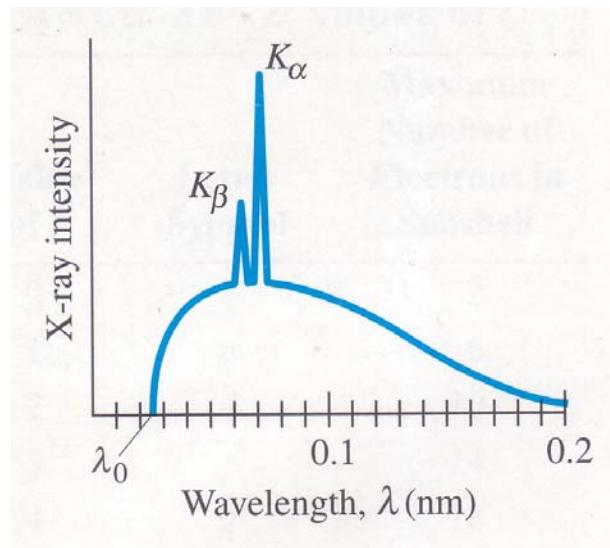
Garis K pun bisa menghasilkan panjang gelombang yang berbeda-beda.

i) Garis akibat transisi elektron dari kulit L ke kulit K disebut garis  $K_{\alpha}$

- ii) Garis akibat transisi elektron dari kulit M ke kulit K disebut garis  $K_{\beta}$
  - iii) Garis akibat transisi elektron dari kulit N ke kulit K disebut garis  $K_{\gamma}$
- Demikian pula dengan garis L.

- i) Garis akibat transisi elektron dari kulit M ke kulit L disebut garis  $L_{\alpha}$
  - ii) Garis akibat transisi elektron dari kulit N ke kulit L disebut garis  $L_{\beta}$
- Dan seterusnya

Jika permukaan logam dalam tabung hampa ditembak dengan elektron berenergi tinggi maka dihasilkan spektrum sinar-X seperti pada Gbr 12.18



*Gambar 12.18 Spektrum sinar-X yang dihasilkan jika molibdenium ditembak dengan elektron berenergi 50 keV.*

Kita amati spektrum keseluruhan terdiri dari dua macam spektrum, yaitu spektrum kontinu dan beberapa puncak tajam. Spektrum kontinu dihasilkan akibat perlambatan elektron oleh atom. Partikel yang bermuatan yang dipercepat atau diperlambat akan memancarkan gelombang elektromagnetik (bremstrahlung). Untuk elektron yang memiliki energi di atas 30 keV, jika diperlambat oleh atom maka gelombang elektromagnetik yang dipancarkan berada dalam daerah sinar-X. Puncak-puncak tajam dihasilkan oleh transisi elektron dari kulit luar ke kulit dalam. Pada Gambar 59.18 kita amati garis  $K_{\alpha}$  dan  $K_{\beta}$  dari atom milibdenium.

Lokasi garis tajam pada spektrum tidak bergantung pada energi elektron yang ditembakkan pada material tetapi semata-mata bergantung pada material target. Penyebabkanya karena garis tersebut dihasilkan akibat transisi elektron antar kulit material target.

Sebaliknya lokasi spektrum kontinu bergantung pada energi elektron yang ditembakkan pada material. Jika elektron dipercepat dalam benda potensial  $V$ , maka energi elektron ketika sampai di anoda (material target) adalah

$$E = eV$$

Jika seluruh energi tersebut diubah menjadi gelombang elektromagnetik maka panjang gelombang yang dihasilkan,  $\lambda_0$ , memenuhi

$$h\nu = eV$$

$$h \frac{c}{\lambda_0} = eV$$

atau panjang gelombang sinar-X yang dihasilkan adalah

$$\lambda_0 = \frac{hc}{eV} \quad (12.41)$$

Tidak semua energi elektron dapat diubah menjadi gelombang elektromagnetik. Jadi, tidak semua energi elektron diubah menjadi sinar-X. Akibatnya, energi foton sinar-X yang dihasilkan banyak yang lebih kecil dari energi elektron yang menumbuk material. Ini berakibat pula, panjang gelombang sinar-X yang dihasilkan banyak yang lebih besar dari  $\lambda_0$ . Secara umum, panjang gelombang sinar-X yang dihasilkan memenuhi

$$\lambda \geq \lambda_0 \quad (12.42)$$

Panjang gelombang  $\lambda_0$  sering disebut panjang gelombang “cut off”. Ini merupakan panjang gelombang yang terkecil yang dapat dihasilkan.

### 12.18 Hukum Moseley

Penjelasan tentang panjang spektrum garis sinar-X pertama kali diberikan oleh Moseley tahun 1914. Moseley mendapatkan bahwa panjang gelombang spektrum garis sinar-X memenuhi

$$\lambda \propto \frac{1}{(Z-1)^2} \quad (12.43)$$

dengan Z adalah nomor atom material target.

Hukum ini bisa dijelaskan sebagai berikut. Jika elektron kulit K terpental keluar dari atom, maka elektron-elektron pada kulit luar akan melihat inti atom dan satu elektron yang tersisi di kulit K. Elektron di kulit L, M, N, dan seterusnya melihat inti dan satu elektron yang tersisi di kulit K berperan seolah-olah sebagai inti baru dengan muatan efektif  $+Ze - e = (Z-1)e$  (muatan total inti

dikurangi muatan elektron di kulit K). Jika Z pada persamaan (59.30) diganti dengan (Z-1) kita dapatkan energi foton yang dipancarkan atom adalah

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 k^2 m(Z-1)^2 e^4}{h^3 c} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad (12.44)$$

Tampak dari persamaan (12.44) bahwa

$$\frac{1}{\lambda} \propto (Z-1)^2$$

yang persis sama dengan hukum Moseley.

Contoh

Jika panjang gelombang terpendek pada spektrum kontinu sinar-X dari suatu tabung adalah 0,030 nm, berapa tegangan antara dua elektroda tabung?

Jawab

Diberikan  $\lambda_o = 0,030 \text{ nm} = 3,0 \times 10^{-10} \text{ m}$

Dengan menggunakan persamaan (59.40) maka

$$V = \frac{hc}{e\lambda_o} = \frac{(6,626 \times 10^{-34}) \times (3 \times 10^8)}{(1,6 \times 10^{-19}) \times (3,0 \times 10^{-10})} = 4141 \text{ V}$$

Contoh

Perkirakan panjang sinar-X yang dihasilkan akibat transisi elektron dari keadaan  $n = 2$  ke keadaan  $n = 1$  dalam atom krom ( $Z = 24$ )

Jawab

Persamaan (12.31) untuk atom hidrogen dapat kita tulis sebagai berikut

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 k^2 m Z^2 e^4}{h^3 c} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) = \frac{2\pi^2 k^2 m e^4}{h^3 c} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) Z^2 = R_H \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) Z^2$$

Panjang gelombang sinar-X yang dihasilkan diperoleh dengan mengganti Z pada persamaan di atas dengan Z-1. Jadi Panjang gelombang sinar-X yang dihasilkan atom Co akibat transisi dari  $n = 2$  ke  $n = 1$  memenuhi

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) (Z-1)^2 = (1,097 \times 10^7) \times \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2} \right) \times (23)^2 = 4,35 \times 10^9$$

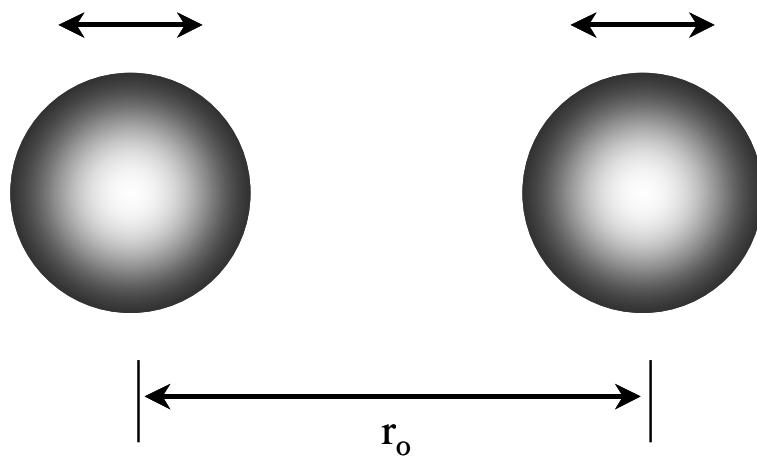
atau

$$\lambda = \frac{1}{4,35 \times 10^9} = 2,35 \times 10^{-10} \text{ m}$$

### 12.19 Energi Vibrasi Molekul

Pada atom terjadi tarik-menarik antara inti dan electron. Dengan menggunakan mekanika kuantum tarikan tersebut melahirkan tingkat-tingkat energi dalam atom. Hal serupa akan dijumpai pada molekul. Pada molekul terjadi tarik-menarik antar atom penyusun molekul. Oleh karena itu kita mengarapkan molekul juga memiliki tingkat-tingkat energi.

Jarak antar atom dalam molekul sebenarnya tidak konstan. Jarak tersebut berubah-ubah secara periodic. Peristiwa ini dinamakan vibrasi atau getaran.



*Gambar 12.19 Atom dalam molekul bervibrasi disekitar jarak seimbang*

Walaupun begitu, ada jarak seimbang antar atom-atom tersebut. Vibrasi atom-atom dalam molekul berupa getaran di sekitar titik seimbangnya. Jika jarak seimbang antar atom adalah  $r_o$  dan jarak antar atom pada suatu saat adalah  $r$  maka energi potensial vibrasi adalah

$$\begin{aligned}
 E_{vib} &= \frac{1}{2}k\Delta r^2 \\
 &= \frac{1}{2}k(r - r_o)^2
 \end{aligned} \tag{12.45}$$

dengan  $k$  adalah ‘konstanta pegas’ untuk vibrasi. Tampak bahwa energipotensial vibrasi memenuhi hukum Hooke.

Jika diselesaikan dengan menggunakan mekanika kuantum maka vibrasi molekul melahirkan tingkat-tingkat energi yang diskrit. Tingkat-tingkat energi vibrasi memenuhi

$$E_v = \left( v + \frac{1}{2} \right) hf_o \quad (12.46)$$

dengan  $f_o$  adalah frekuensi karakteristik vibrasi molekul,  $h$  adalah konstanta Planck, dan  $v$  adalah bilangan kuantum vibrasi yang memiliki nilai 0, 1, 2, .... Jika  $\mu$  adalah massa tereduksi molekul maka frekuensi karakteristik vibrasi memenuhi

$$f_o = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{\mu}} \quad (12.47)$$

dan massa tereduksi memenuhi hubungan

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \quad (12.48)$$

dengan  $m_1$  dan  $m_2$  adalah massa atom-atom yang berikatan.

Tingkat energi vibrasi terendah berkaitan dengan  $v$ , yaitu  $E_o = hf_o / 2$ . Energi ini disebut **energi titik nol** atau **zero point energy**.

Kaidah transisi untuk vibrasi adalah

$$\Delta v = \pm 1 \quad (12.49)$$

Artinya, transisi antar keadaan vibrasi hanya dapat terjadi antara dua keadaan berdekatan, yaitu dengan perbedaan bilangan kuantum  $-1$  atau  $+1$ . Energi yang dipancarkan akibat transisi dari keadaan dengan bilangan kuantum vibrasi  $v$  ke dadaan dengan bilangan kuantum vibrasi  $v-1$  adalah

$$\Delta E = \left( v + \frac{1}{2} \right) hf_o - \left( [v-1] + \frac{1}{2} \right) hf_o = hf_o$$

Contoh

Molekul hidrogem memancarkan gelombang inframerah dengan panjang gelombang sekitar 2 300 nm.

- (a) Berapa jarak antara dua tingkat energi berdekatan yang dimiliki molekul hydrogen?  
 (b) Berapa energi vibrasi terendah?

Jawab

Berdasarkan kaidah transisi vibrasi bahwa transisi hanya boleh terjadi antara dua keadaan berdekatan maka radiasi yang dipancarkan molekul hydrogen di atas merupakan selisih dari dua energi berdekatan. Dengan demikian, jarak antara dua tingkat energi berdekatan adalah

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6,625 \times 10^{-34}) \times (3 \times 10^8)}{(2300 \times 10^{-9})} = 8,64 \times 10^{-20} \text{ J}$$

Jika dinyatakan dalam satuan eV maka beda tingkat energi tersebut adalah

$$\Delta E = \frac{8,64 \times 10^{-20}}{1,6 \times 10^{-19}} = 0,54 \text{ eV}$$

b) Selisih dua tingkat energi berdekatan memenuhi  $hf_o$ . Jadi,  $hf_o = 0,54 \text{ eV}$ . Tingkat energi terendah atau energi titik nol adalah  $hf_o/2 = 0,54/2 = 0,27 \text{ eV}$

## 12.20 Energi Rotasi Molekul

Di samping energi vibrasi, bentuk energi lain yang dapat dimiliki molekul adalah energi rotasi. Untuk atom tunggal, energi rotasi diabaikan karena ukuran atom yang sangat kecil (mendekati titik). Tetapi untuk molekul, ada dimensi yang dimiliki akibat atom-atom penyusun molekul memiliki jarak tertentu. Dengan demikian, energi rotasi muncul pada molekul.

Energi kinetik rotasi molekul memenuhi

$$E_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2I} (I\omega)^2 = \frac{1}{2I} \mathbf{L}^2 \quad (12.50)$$

dengan  $\omega$  : kecepatan sudut rotasi,  $I$  : momen inersia molekul, dan  $\mathbf{L}$  : momentum sudut molekul

Jika dikaji dari teori kuantum, rotasi molekul melahirkan tingkat-tingkat energi yang diskrit. Momentum sudut yang dimiliki nilai yang terkuantisasi menurut hubungan

$$\mathbf{L} = \sqrt{L(L+1)} \frac{\hbar}{2\pi} \quad (12.51)$$

Dengan  $h$  adalah konstanta Planck,  $L$  disebut bilangan kuantum momentum sudut rotasi = 0, 1, 2, 3, ... Dengan demikian, energi kinetik rotasi molekul memiliki nilai-nilai diskrit yang memenuhi

$$E_{rot} = \frac{1}{8\pi^2 I} L(L+1)h^2 \quad (12.52)$$

Kaidah transisi yang berlaku untuk ritasi adalah

$$\Delta L = \pm 1 \quad (12.53)$$

Dengan demikian, jika molekul melakukan transisi dari keadaan dengan bilangan kuantum  $L$  ke keadaan dengan bilangan kuantum  $L-1$  maka dilepas energi sebesar

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{1}{8\pi^2 I} L(L+1)h^2 - \frac{1}{8\pi^2 I} (L-1)[(L-1)+1]h^2 \\ &= \frac{h^2}{8\pi^2 I} [L^2 + L - L^2 + L] \\ &= \frac{h^2}{4\pi^2 I} L \end{aligned} \quad (12.54)$$

Contoh

Transisi rotasi dari  $L = 1$  ke  $L = 0$  molekul CO menyebabkan pemancaran gelombang mikro dengan panjang gelombang  $\lambda_1 = 2,60$  mm. Hitunglah

- a) momen inersia molekul CO
- b) panjang ikatan molekul CO (jarak natara atom C dan O)
- c) panjang gelombang tiga transisi berikutnya.

Jawab

dengan menggunakan persamaan (61.10) energi yang dipancarkan akibat transisi dari keadaan dengan bilangan kuantum  $L$  ke bilangan kuantum  $L-1$  adalah

$$\Delta E = \frac{h^2}{4\pi^2 I} L$$

Untuk transisi dari  $L = 1$  ke  $L = 0$  maka

$$\Delta E = \frac{h^2}{4\pi^2 I} \times 1 = \frac{h^2}{4\pi^2 I}$$

Tetapi

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda_1}$$

sehingga

$$\frac{hc}{\lambda_1} = \frac{h^2}{4\pi^2 I}$$

atau

$$I = \frac{h\lambda_1}{4\pi^2 c}$$

$$= \frac{(6,625 \times 10^{-34}) \times (2,6 \times 10^{-3})}{4 \times (3,14)^2 \times (3 \times 10^8)} = 1,5 \times 10^{-46} \text{ kg m}^2$$

b) massa atom C adalah  $m_1 = 12u = 12 \times (1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}) = 2 \times 10^{-26} \text{ kg}$   
massa atom O adalah  $m_2 = 16u = 16 \times (1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}) = 2,7 \times 10^{-26} \text{ kg}$

Gambar

Sebelum menentukan momen inersia, kita tentukan lokasi pusat massa. Jika dianggap atom O berada pada pusat koordinat maka lokasi atom C berada pada posisi d yang sama dengan jarak dua atom. Posisi pusat massa diukur dari jarak atom O adalah

$$r_1 = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{16u \times 0 + 12u \times d}{16u + 12u} = 0,43d$$

Jarak atom C dari pusat massa adalah

$$r_2 = d - r_1 = d - 0,43d = 0,57d$$

Momen inersia molekul CO adalah

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 = 16u \times (0,43d)^2 + 12u \times (0,57d)^2$$

$$= 6,86ud^2$$

maka

$$d = \sqrt{\frac{I}{6,86u}} = \sqrt{\frac{1,5 \times 10^{-46}}{6,86 \times (1,66 \times 10^{-27})}} = 1,15 \times 10^{-10} \text{ m}$$

c) Energi foton akibat transisi dua keadaan berdekatan memenuhi

$$\Delta E = \frac{h^2}{4\pi^2 I} L$$

Tetapi

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda_1}$$

sehingga

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{h^2}{4\pi^2 I} L$$

Dengan demikian

$$\lambda \propto \frac{1}{L}$$

atau

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{L_2}{L_1}$$

Tuga transisi berikutnya berkaitan dengan  $L = 2$ ,  $L = 3$ , dan  $L = 4$ . Jadi, untuk transisi dari  $L = 2$  ke  $L = 1$  maka panjang gelombang memenuhi

$$\lambda = \frac{L_1}{L} \lambda_1 = \frac{1}{2} \times 2,60 = 1,30 \text{ mm}$$

$L = 3$  ke  $L = 2$  maka panjang gelombang memenuhi

$$\lambda = \frac{L_1}{L} \lambda_1 = \frac{1}{3} \times 2,60 = 0,87 \text{ mm}$$

$L = 4$  ke  $L = 3$  maka panjang gelombang memenuhi

$$\lambda = \frac{L_1}{L} \lambda_1 = \frac{1}{4} \times 2,60 = 0,65 \text{ mm}$$

## Soal dan Penyelesaian

- 1) Jika cahaya dengan spectrum sangat lebar (panjang gelombang dari yang sangat pendek hingga sangat panjang ada) dilewatkan pada gas hydrogen pada suhu kamar maka garis-garis absorpsi yang diamati hanya garis pada deret Lyman. Mengapa tidak diamati garis absorpsi deret lainnya?

Jawab

Pada suhu kamar atom hydrogen berada dalam keadaan dasar. Jadi, electron berada pada orbit

dengan  $n = 1$ . Ketika terjadi absorpsi cahaya, maka electron akan meloncar dari  $n = 1$  ke  $n > 1$ . Loncatan yang berasal dari  $n = 1$  menghasilkan garis absorpsi deret Lyman.

Garis absorpsi deret Balmer akan diamati jika mula-mula electron berada pada  $n = 2$  dan lemniscate ke  $n > 1$ . Tetapi keadaan dengan  $n = 2$  bukan keadaan dasar.

Jadi kita tidak akan mengamati spectrum absorpsi deret Balmer. Demikian juga spectrum absorpsi deret Paschen, Brackett, dan Pfund tidak diamati.

2) Berapa nilai  $e/m$  untuk partikel yang bergairah dalam lintasan lingkaran dengan jari-jari 7,00 m dan dalam medan magnet 0,86 T jika lintasan tersebut dapat diluruskan oleh medan listrik 300 V/m

Jawab

Diberikan

$$B = 0,86 \text{ T}$$

$$R = 7,00 \text{ mm} = 7,00 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$E = 300 \text{ V/m}$$

Gunakan persamaan (59.5)

$$\frac{e}{m} = \frac{E}{B^2 r} = \frac{300}{(0,86)^2 \times (7,00 \times 10^{-3})} = 5,8 \times 10^4 \text{ C/kg}$$

3) Dalam suatu eksperimen, Millikan mengukur muatan beberapa tetesan minyak sebagai berikut

$$6,536 \times 10^{-19} \text{ C} \quad 13,13 \times 10^{-19} \text{ C} \quad 19,71 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$8,204 \times 10^{-19} \text{ C} \quad 16,48 \times 10^{-19} \text{ C} \quad 22,89 \times 10^{-19} \text{ C}$$

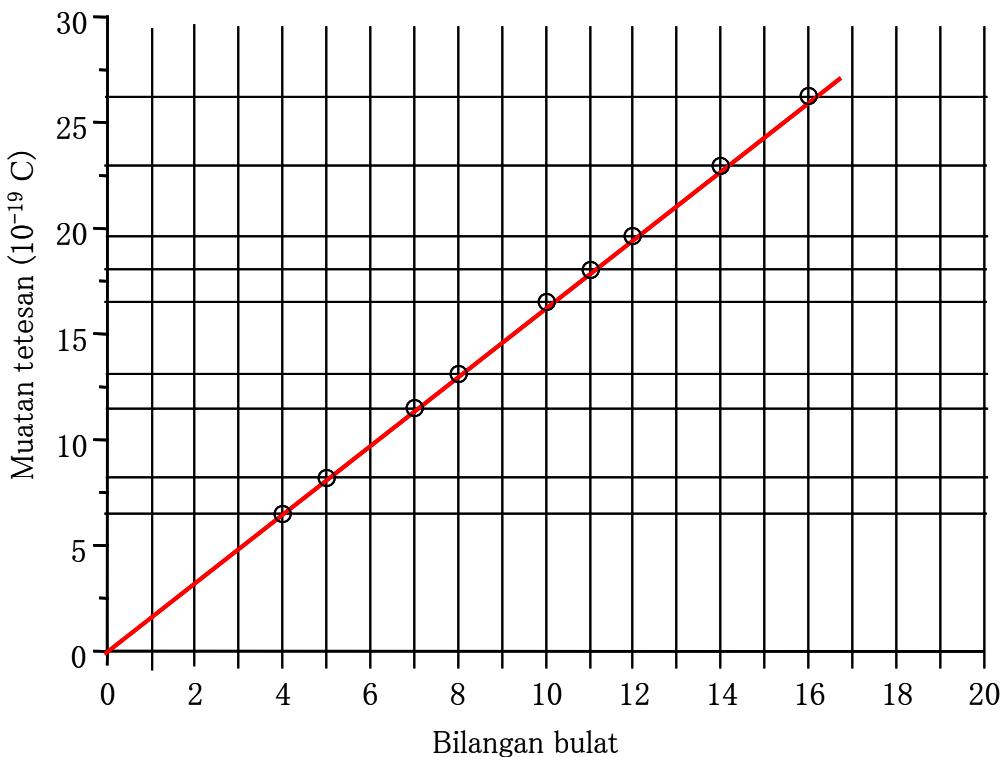
$$11,50 \times 10^{-19} \text{ C} \quad 18,08 \times 10^{-19} \text{ C} \quad 26,13 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Berapakah muatan elementer yang berdasarkan data-data di atas?

Jawab

Cara menentukan muatan elementer sebagai berikut.

- i) Gambar grafik dengan sumbu datar adalah bilangan bulat mulai dari nol pada titik pangkal koordinat dan sumbu tegak adalah muatan tetesan.
- ii) Tarik garis vertikal melalui setiap bilangan bulat pada sumbu datar.
- iii) Tarik garis horizontal melalui setiap nilai muatan pada sumbu vertikal.
- iv) Pangkal koordinat haruslah pada angka (0,0)
- v) Tarik garis melalui pangkal koordinat sedemikian rupa sehingga garis tersebut selalu melewati titik potong antara garis vertikal dan garis horizontal.
- vi) Data yang terukur berada pada perpotongan garis horizontal dan vertikal tersebut.



Gambar 12.20

Pada Gbr 12.20, garis yang melewati perpotongan garis vertikal dan horisontal adalah garis merah.

vii) Persamaan garis yang dibuat memenuhi

$$Q = en$$

dengan

Q : muatan tetesan

e : muatan elementer

n : jumlah muatan elementer

Dari persamaan ini tampak bahwa kemiringan kurva Q terhadap n merupakan besar muatan elementer tersebut. Dari Gbr 12.20, kemiringan kurva adalah

$$e = \frac{6,536 \times 10^{-19}}{4} = 1,634 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Nilai ini sangat dekat dengan nilai muatan elementer elektron.

4) Cari energi ionisasi  $\text{Li}^{2+}$

Jawab

Ion  $\text{Li}^{2+}$  hanya memiliki satu elektron dan inti yang terdiri dari tiga proton ( $Z = 3$ ) sehingga kita

dapat menerapkan teori atom Bohr. Energi ionisasi dapat dihitung dengan menggunakan persamaan (59.28) dengan mengambil  $n = 1$

Jadi, energi ionisasi adalah

$$-\frac{(kZe^2 / 2a_{HB})}{n^2} = -\frac{[(9 \times 10^9) \times 3 \times (1,602 \times 10^{-19})^2 / (2 \times (5,35 \times 10^{-11})]}{1} = -6,5 \times 10^{-18} \text{ J}$$
$$= -40,4 \text{ eV}$$

5) Garis kuning dengan panjang gelombang 589-nm yang dihasilkan atom natrium sebenarnya terdiri dari dua garis yang sangat dekat. Pemisahan ini disebabkan oleh efek Zeeman. Bagaimana menjelaskan ini?

Jawab

Efek Zeeman hanya diamati jika ada medan magnet yang mengenai elektron. Pemisahan garis natrium tetap ada meskipun pada atom tersebut tidak diberikan medan magnet? Lalu dari mana medan magnet tersebut muncul?

Jawabannya sebagai berikut. Elektron bergerak mengitari inti. Jika kita melihat dari elektron maka akan tampak inti mengitari elektron dalam arah berlawanan. Karena inti bermuatan maka gerakan inti menyebabkan munculnya arus yang mengelilingi elektron. Berdasarkan hukum Biot-Savart, maka pada posisi elektron muncul medan magnet. Nah medan magnet inilah yang menyebabkan munculnya efek Zeeman pada spektrum natrium.

6) Manakah dari konfigurasi elektron berikut ini yang dilarang?

- a)  $1s^2 2s^2 2p^4 3s^2 4p^2$
- b)  $1s^2 2s^2 2p^8 2s^1$
- c)  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5 4s^2 4d^5 4f^1$

Jawab

Prinsip larangan Pauli menyatakan bahwa tidak boleh dua elektron atau lebih menempati keempat bilangan kuantum yang sama. Akibat prinsip ini maka orbital ns maksimal ditempati dua elektron, orbital np maksimal ditempati enam elektron, orbital nd maksimal ditempati sepuluh elektron, dan seterusnya

Pada a) tiap orbital s maksimal ditempati dua elektron dan orbital p ditempati kurang dari 6 elektron. Jadi konfigurasi tersebut diperbolehkan

Pada b) orbital 2p ditempati oleh 8 elektron. Ini melanggar prinsip Pauli. Jadi konfigurasi tersebut terlarang.

Pada c) orbital s maksimal ditempati 2 elektron, orbital p maksimal ditempati 6 elektron, orbital d ditempati 5 elektron dan orbital f hanya ditempati satu elektron. Tidak ada satupun yang melanggar prinsip Pauli. Jadi konfigurasi tersebut diperbolehkan.

7) Untuk  $n = 6$ , berapa nilai  $\ell$  yang mungkin?

Jawab

$\ell$  memiliki nilai dari 0 samai n-1.

Jadi nilai  $\ell$  yang mungkin adalah: 0, 1, 2, 3, 4, dan 5

8) Untuk  $n = 5$  dan  $\ell = 4$ , berapa nilai  $m_\ell$  dan  $m_s$  yang mungkin?

Jawab

Nilai  $m_\ell$  hanya bergantung pada  $\ell$  dan tidak bergantung pada  $n$

Untuk nilai  $\ell$  tertentu, nilai  $m_\ell$  yang mungkin adalah:  $-\ell, -(\ell-1), \dots, -1, 0, +1, \dots, +(\ell-1), +\ell$

Jadi, untuk  $\ell = 4$ , nilai  $m_\ell$  yang mungkin adalah: -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4

Nilai  $m_s$  tidak bergantung pada bilangan kuantum lainnya. Selalu ada dua kemungkinan nilai  $m_s$  yaitu  $-1/2$  dan  $+1/2$

9) Berapa banyak elektron yang dapat menempati subkulit  $n = 6$  dan  $\ell = 3$ ?

Jawab

Untuk  $\ell = 3$ , nilai nilai  $m_\ell$  yang mungkin adalah: -3, -2, -1, 0, 1, 2, dan 3 (ada 7  $m_\ell$  yang mungkin)

Tiap nilai  $m_\ell$  ada dua nilai  $m_s$  yang mungkin yaitu  $-1/2$  dan  $+1/2$ .

Dengan demikian, maksimum elektron yang dapat menempati subkulit tersebut adalah  $2 \times 7 = 14$  elektron

10) Berapa banyak keadaan yang mungkin untuk elektron yang memiliki bilangan kuantum  $n = 4$ ? Tuliskan bilangan kuantum untuk tiap keadaan yang mungkin

Jawab

Untuk  $n = 4$ , nilai  $\ell$  yang mungkin adalah: 0, 1, 2, dan 3

Untuk  $\ell = 0$ , nilai  $m_\ell$  yang mungkin adalah 0 (satu nilai)

Untuk  $\ell = 1$ , nilai  $m_\ell$  yang mungkin adalah -1, 0, dan 1 (tiga nilai)

Untuk  $\ell = 2$ , nilai  $m_\ell$  yang mungkin adalah -2, -1, 0, 1, dan 2 (lima nilai)

Untuk  $\ell = 3$ , nilai  $m_\ell$  yang mungkin adalah -3, -2, -1, 0, 1, 2, dan (tujuh nilai)

Jadi jumlah variasi  $m_\ell$  yang mungkin adalah  $1 + 3 + 5 + 7 = 16$  macam

Tiap nilai  $m_\ell$  mengandung dua kemungkinan nilai  $m_s$  yaitu  $-1/2$  dan  $+1/2$ . Jadi total keadaan elektron yang mungkin untuk  $n = 4$  adalah:  $2 \times 16 = 32$  keadaan

Daftar bilangan-bilangan kuantum yang mungkin tersebut adalah sebagai berikut

$n$	$\ell$	$m_\ell$	$m_s$	$n$	$\ell$	$m_\ell$	$m_s$
4	0	0	-1/2	4	2	2	-1/2
4	0	0	+1/2	4	2	2	+1/2
4	1	-1	-1/2	4	3	-3	-1/2
4	1	-1	+1/2	4	3	-3	+1/2
4	1	0	-1/2	4	3	-2	-1/2
4	1	0	+1/2	4	3	-2	+1/2
4	1	1	-1/2	4	3	-1	-1/2

4	1	1	+1/2	4	3	-1	+1/2
4	2	-2	-1/2	4	3	0	-1/2
4	2	-2	+1/2	4	3	0	+1/2
4	2	-1	-1/2	4	3	1	-1/2
4	2	-1	+1/2	4	3	1	+1/2
4	2	0	-1/2	4	3	2	-1/2
4	2	0	+1/2	4	3	2	+1/2
4	2	1	-1/2	4	3	3	-1/2
4	2	1	+1/2	4	3	3	+1/2

11) Sebuah atom hidrogen memiliki  $\ell = 4$ . Berapakah kemungkinan nilai n,  $m_\ell$ , dan  $m_s$ ?

Jawab

Untuk nilai n tertentu, harga  $\ell$  yang mungkin adalah 0, 1, 2, ..., (n-1). Tampak bahwa n harus lebih besar dari  $\ell$ .

Jika dibalik, untuk  $\ell = 4$ , nilai n yang mungkin adalah 5, 6, 7, ... dan seterusnya.

Untuk  $\ell = 4$ , nilai  $m_\ell$ , yang mungkin adalah: -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, dan 4.

Dan nilai  $m_s$  tidak bergantung pada bilangan-bilangan kuantum lainnya, selalu  $-1/2$  atau  $+1/2$

12) Hitung besar momentum sudut jika elektron pada atom hidrogen berada pada keadaan n = 4 dan  $\ell = 3$ .

Jawab

Momentum sudut hanya bergantung pada bilangan kuantum  $\ell$ , yaitu

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)} \frac{h}{2\pi} = \sqrt{3(3+1)} \frac{h}{2\pi} = \frac{\sqrt{12}}{2} \frac{h}{\pi} = \sqrt{3} \frac{h}{\pi}$$

13) Berapa jumlah elektron maksimum yang menempati subkulit g?

Jawab

Sub kulir g berkaitan dengan  $\ell = 4$ .

Jumlah maksimum elektron yang dapat menempati sub kulit tersebut adalah  $2 \times (2\ell+1) = 2 \times (2 \times 4 + 1) = 18$

14) Pada transisi berikut ini, yang manakah yang diijinkan dan yang manakah yang dilarang?

- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| a) 4p $\rightarrow$ 3p | b) 2p $\rightarrow$ 1s |
| c) 3d $\rightarrow$ 2d | d) 4d $\rightarrow$ 3s |
| e) 4s $\rightarrow$ 2p |                        |

Jawab

Berdasarkan kaidah transisi, transisi yang diijinkan hanya yang memenuhi:  $\Delta\ell = \pm 1$ .

- a) Transisi terjadi dari  $\ell = 1$  (orbital p) ke  $\ell = 1$  (orbital p).  $\Delta\ell = 0$  (dilarang)
- b) Transisi terjadi dari  $\ell = 1$  (orbital p) ke  $\ell = 0$  (orbital s).  $\Delta\ell = -1$  (diijinkan)

- c) Transisi ini tidak mungkin. Tidak mungkin ada orbital 2d ( $n = 2$  dan  $\ell = 2$ ).  $\ell$  harus lebih kecil dari  $n$ .
- d) Transisi terjadi dari  $\ell = 2$  (orbital d) ke  $\ell = 0$  (orbital s).  $\Delta\ell = 2$  (dilarang)
- e) Transisi terjadi dari  $\ell = 0$  (orbital s) ke  $\ell = 1$  (orbital p).  $\Delta\ell = 1$  (dijinkan)

15) Salah satu bentuk energi potensial molekul diatomic diberikan oleh potensial Lennard-Jones

$$U = \frac{A}{r^{12}} - \frac{B}{r^6}$$

dengan A dan B adalah konstan dan r adalah jarak antara dua atom. Dinyatakan dalam A dan B cari

- (a) jarak  $r_0$  kerika energi potensial minimum  
 (b) energi  $E_0$  yang diperlukan untuk memecah molekul tersebut menjadi atom bebas  
 (c) cari  $r_0$  dalam meter jika  $A = 0,124 \times 10^{-120} \text{ eV m}^{12}$  dan  $B = 1,488 \times 10^{-60} \text{ eV m}^{12}$

Jawab

a) Energi potensial minimum diperoleh dengan mendiferensial U dan menjadikan sama dengan nol. Jadi

$$\frac{dU}{dr} = -12 \frac{A}{r^{13}} + 6 \frac{B}{r^7} = 0$$

atau

$$-12 \frac{A}{r^6} + 6B = 0$$

atau

$$r = \left( \frac{2A}{B} \right)^{1/6}$$

Jadi, jarak antar dua atom agar energi minimum adalah  $r_o = \left( \frac{2A}{B} \right)^{1/6}$

b) Energi minimum ikatan antara dua atom diperoleh dengan mensubstitusi  $r_0$  ke dalam persamaan potensial, yaitu

$$\begin{aligned} U &= \frac{A}{r_o^{12}} - \frac{B}{r_o^6} \\ &= \frac{A}{[(2A/B)^{1/6}]^{12}} - \frac{B}{[(2A/B)^{1/6}]^6} = \frac{A}{(2A/B)^2} - \frac{B}{(2A/B)} \end{aligned}$$

$$= \frac{A}{(2A/B)^2} - \frac{B(2A/B)}{(2A/B)^2} = \frac{A - 2A}{(2A/B)^2} = -\frac{A}{4A^2/B^2} = -\frac{B^2}{4A}$$

Dalam keadaan terpisah, yaitu  $r = \infty$ , energi potensial molekul adalah

$$U = \frac{A}{\infty^{12}} - \frac{B}{\infty^6} = 0$$

Selisih energi minimum dan energi saat molekul dalam keadaan terpisah sama dengan energi ikat, atau energi yang diperlukan untuk memecah molekul. Jadi, besar energi ikat adalah  $B^2/4A$ .

c) Jarak atom saat energi minimum adalah

$$r_o = \left( \frac{2A}{B} \right)^{1/6} = \left( \frac{2 \times 0,124 \times 10^{-120}}{1,488 \times 10^{-60}} \right)^{1/6} = 0,74 \times 10^{-10} \text{ m}$$

16) Molekul cesium-iodine (CsI) memiliki jarak pisah antar atom 0,127 nm. Tentukan energi rotasi terendah dan frekuensi foton yang diserap jika terjadi transisi dari  $L = 0$  ke  $L = 1$ .

Jawab

Diberikan  $d = 0,127 \text{ nm}$

Kita tentukan jarak atom dari pusat massa.

Massa atom Cs adalah  $m_1 = 133 \text{ u}$

Massa atom I adalah  $m_2 = 127 \text{ u}$

Jika atom Cs ditempatkan di pusat koordinat maka atom I berada pada posisi  $x_2 = d = 0,127 \text{ nm}$ .

Lokasi pusat massa dari atom Cs memenuhi

$$r_1 = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{133u \times 0 + 127u \times d}{133u + 127u} = 0,496d$$

$$= 0,496 \times 0,127 = 0,063 \text{ nm} = 6,3 \times 10^{-11} \text{ m}$$

Jarak atom I dari pusat massa adalah

$$r_2 = d - r_1 = 0,127 - 0,063 = 0,064 \text{ nm} = 6,4 \times 10^{-11} \text{ m}$$

Momen inersia molekul CsI menjadi

$$\begin{aligned} I &= m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 = 133u \times (6,3 \times 10^{-11})^2 + 127u \times (6,4 \times 10^{-11})^2 \\ &= 1,05 \times 10^{-18} u \\ &= (1,05 \times 10^{-18}) \times (1,66 \times 10^{-27}) = 1,74 \times 10^{-45} \text{ kg m}^2 \end{aligned}$$

b) Energi rotasi memenuhi

$$E_{rot} = \frac{1}{8\pi^2 I} L(L+1)h^2$$

Energi rotasi terendah berkaitan dengan  $L = 0$ , yaity  $E_{rot} = 0$ .

Perubahan energi yang berkaitan dengan transisi dari keadaan dengan  $L = 1$  ke  $L = 0$  adalah

$$\Delta E = \frac{h^2}{4\pi^2 I} L$$

dengan  $L = 1$ . Menginat  $\Delta E = hf$  maka

$$hf = \frac{h^2}{4\pi^2 I} L$$

atau

$$f = \frac{h}{4\pi^2 I} L = \frac{6,625 \times 10^{-34}}{4 \times (3,14)^2 \times (1,74 \times 10^{-45})} \times 1 \\ = 9,7 \times 10^9 \text{ Hz}$$

17) Inti-inti atom dalam molekul O<sub>2</sub> terpisah sejauh  $1,2 \times 10^{-10}$  m. Massa tiap atom oksigen adalah  $2,66 \times 10^{-25}$  kg. Tentukan

- a) Energi rotasi molekul oksigen yang berkaitan dengan bilangan kuantum  $L = 0, 1$ , dan  $2$ .
- b) Konstanta pegas efektif antara atom dalam molekul oksigen adalah  $L = 1\ 177 \text{ N/m}$ . Tentukan energi vibrasi yang berkaitan dengan  $v = 0, 1$ , dan  $2$ .

Jawab

a) Jarak masing-masing atom ke pusat madda adalah

$$r_1 = r_2 = 1,2 \times 10^{-10} / 2 = 6,0 \times 10^{-11} \text{ m}$$

Momen inersia molekul oksigen

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 = 2mr_1^2 = 2 \times (2,66 \times 10^{-25}) \times (6,0 \times 10^{-11})^2 \\ = 1,9 \times 10^{-45} \text{ kg m}^2$$

Tingkat energi molekul

$$E_{rot} = \frac{1}{8\pi^2 I} L(L+1)h^2$$

Untuk  $L = 0$  maka

$$E_{rot} = 0$$

Untuk  $L = 1$  maka

$$E_{rot} = \frac{1}{8\pi^2 (1,9 \times 10^{-45})} \times 1 \times (1+1) \times (6,625 \times 10^{-34})^2$$

$$= 5,86 \times 10^{-24} \text{ J}$$

Untuk  $L = 2$  maka

$$\begin{aligned} E_{rot} &= \frac{1}{8\pi^2 (1,9 \times 10^{-45})} \times 2 \times (2+1) \times (6,625 \times 10^{-34})^2 \\ &= 1,76 \times 10^{-23} \text{ J} \end{aligned}$$

b) Massa tereduksi molekul O<sub>2</sub> adalah

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} = \frac{2}{m}$$

atau

$$\mu = \frac{m}{2} = 1,33 \times 10^{-25} \text{ kg}$$

Frekuensi fundamental vibrasi molekul adalah

$$f_o = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{\mu}} = \frac{1}{(2 \times 3,14)} \sqrt{\frac{1177}{1,33 \times 10^{25}}} = 1,5 \times 10^{13} \text{ Hz}$$

Energi vibrasi molekul

$$E_{vib} = \left(v + \frac{1}{2}\right) hf_o$$

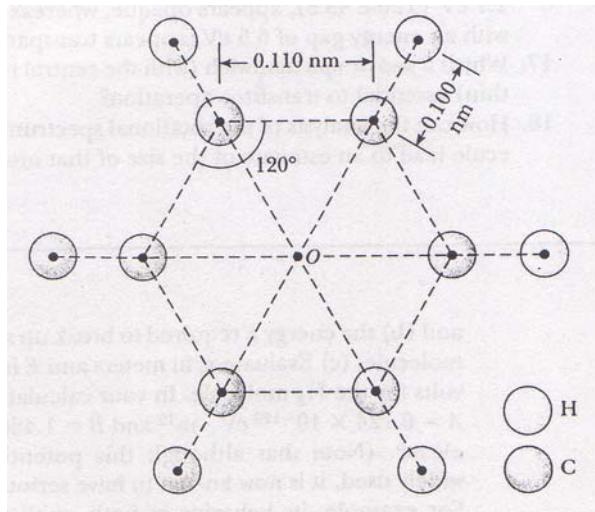
Dari  $f_o$  yang diperoleh maka

$$hf_o = (6,625 \times 10^{-34}) \times (1,5 \times 10^{13}) = 9,9 \times 10^{-21} \text{ J}$$

Energi yang berkaitan dengan  $v = 0$  adalah

$$E_{vib} = \left(0 + \frac{1}{2}\right) hf_o = \frac{1}{2} hf_o = \frac{1}{2} \times (9,9 \times 10^{-21}) = 4,95 \times 10^{-21} \text{ J}$$

- 18) Gambar 12.21 ini adalah model molekul benzena. Semua atom berada dalam satu bidang. Atom karbon dan atom hydrogen membentuk heksagonal. Jarak antar atom karbon terdekat adalah 0,110 nm dan jarak dari atom hydrogen ke atom karbon yang berikatan langsung adalah 0,100 nm. Tentukan energi rotasi di sekitar sumbu yang tekah lurus pusat molekul. Massa atom hydrogen dan karbon masing-masing  $1,67 \times 10^{-27}$  kg dan  $1,99 \times 10^{-26}$  kg.



**Gambar 12.21**

Jawab

Pertama kita tentukan momen inersia molekul.

Dua atom karbon berdekatan dengan pusat molekul membentuk segi tiga sama kaki. Dengan demikian, jarak atom karbon ke pusat molekul sama dengan jarak antar dua atom karbon berdekatan yaitu 0,110 nm.

Jarak semua atom karbon ke pusat molekul adalah  $0,110 \text{ nm} = 1,10 \times 10^{-10} \text{ m}$

Jarak semua atom hydrogen ke pusat molekul adalah  $0,110 + 0,100 = 0,210 \text{ nm} = 2,10 \times 10^{-10} \text{ m}$

Momen inersia molekul terhadap sumbu yang tegak lurus bidang molekul dan melalui pusat molekul adalah

$$\begin{aligned}
 I &= 6m_H r_H^2 + 6m_C r_C^2 \\
 &= 6 \times (1,67 \times 10^{-27}) \times (2,10 \times 10^{-10})^2 + 6 \times (1,99 \times 10^{-26}) \times (1,10 \times 10^{-10})^2 \\
 &= 1,9 \times 10^{-45} \text{ kg m}^2
 \end{aligned}$$

Energi rotasi molekul di sekitar sumbu adalah

$$\begin{aligned}
 E_{rot} &= \frac{1}{8\pi^2 I} L(L+1) h^2 \\
 &= \frac{1}{8\pi^2 (1,9 \times 10^{-45})} L(L+1) (6,625 \times 10^{-34})^2 \\
 &= 2,93 L(L+1) \times 10^{-24} \text{ J}
 \end{aligned}$$

19) Massa atom yang membentuk molekul diatomic adalah  $m_1$  dan  $m_2$ .

(a) Jika jarak antar inti atom adalah  $d$  tentukan bahwa momen inersia terhadap pusat massa memenuhi  $I = \mu d^2$ .

- (b) Hitung momen inersis molekul NaCl di sekitar pusat massanya jika  $d = 0,28$  nm.  
 (c) Hitunglah panjang gelombang yang diradiasi molekul NaCl yang melakukan transisi rotasi dari  $L = 2$  ke  $L = 1$ .

Jawab

- (a) untuk menentukan lokasi titik pusat massa, mari kita tempatkan atom pertama pada posisi  $x_1 = 0$  dan atom kedua pada posisi  $x_2 = d$ . Jarak atom pertama dari pusat massa (jarak pusat massa dari pusat koordinat) adalah

$$r_1 = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 \times 0 + m_2 \times d}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} d$$

Jarak atom kedua dari pusat massa

$$\begin{aligned} r_2 &= d - r_1 = d - \frac{m_2}{m_1 + m_2} d \\ &= \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2} d - \frac{m_2}{m_1 + m_2} d = \frac{m_1}{m_1 + m_2} d \end{aligned}$$

Momen inersia molekul

$$\begin{aligned} I &= m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \\ &= m_1 \left( \frac{m_2}{m_1 + m_2} d \right)^2 + m_2 \left( \frac{m_1}{m_1 + m_2} d \right)^2 \\ &= \frac{m_1 m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} d^2 + \frac{m_2 m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} d^2 = m_1 m_2 \frac{m_1 + m_2}{(m_1 + m_2)^2} d^2 \\ &= \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} d^2 = \mu d^2 \end{aligned}$$

- b) Massa atom Na = 23u dan massa atom Cl = 35u. Momen inersia NaCl adalah

$$\begin{aligned} I &= \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} d^2 = \frac{23u \times 35u}{23u + 35u} \times d^2 = 13,9 u d^2 \\ &= 13,9 \times (1,67 \times 10^{-27}) \times (0,28 \times 10^{-9})^2 = 1,8 \times 10^{-45} \text{ kg m}^2 \end{aligned}$$

- c) Energi yang dilepas ketika transisi dari  $L = 2$  ke  $L = 1$  dihitung dengan rumus

$$\Delta E = \frac{h^2}{4\pi^2 I} L$$

dengan  $L = 2$

Kita dapatkan

$$\Delta E = \frac{(6,625 \times 10^{-34})^2}{4\pi^2 (1,8 \times 10^{-45})} \times 2 = 1,24 \times 10^{-23} \text{ J}$$

- 20) Perkirakan energi ikat KCl dengan menganggap bahwa muatan K dan Cl besarnya masing-masing +1,0e dan jarak pisah keduanya adalah 0,28 nm

Jawab

Energi ikat sama dengan energi potensial elektrostatik, yaitu

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{d} \\ &= (9 \times 10^9) \frac{(1,6 \times 10^{-19}) \times (1,6 \times 10^{-19})}{0,28 \times 10^{-9}} \\ &= 8,2 \times 10^{-19} \text{ J} \end{aligned}$$

Jika dinyatakan dalam elektronvolt maka

$$U = \frac{8,2 \times 10^{-19}}{1,6 \times 10^{-19}} = 5,125 \text{ eV}$$

- 21) Perkirakan energi ikat molekul H<sub>2</sub> dengan menganggap bahwa ke dua elektron menghabiskan sekitar 33 persen waktunya di tengah-tengah dua atom. Jarak antara dua atom H adalah 0,074 nm

Jawab

Muatan total 2 elektron adalah 2e.

Dua elektron menghabiskan sekitar 33% waktunya di tengah atom. Kita dapat menyatakan bahwa di tengah-tengah antara dua atom terdapat muatan sebesar

$$q' = 0,33 \times (2e) = 0,66e$$

Akibatnya, ke dua atom H memiliki muatan total Q = 2e - 0,66e = 1,34e

Muatan satu atom H menjadi q = 1,34e/2 = 0,67e

Jarak antara dua atom d = 0,074 nm

Jarak antara atom dengan muatan di tengah molekul adalah r = d/2

Energi potensial molekul menjadi

$$U = U_{\text{atom1-pusat}} + U_{\text{atom2-pusat}} + U_{\text{atom1-atom2}}$$

$$U = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq}{d}$$

$$U = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q'}{r} + \frac{q'}{r} - \frac{q}{d} \right) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( 2\frac{q'}{r} - \frac{q}{d} \right)$$

$$U = -\frac{0,67e}{4\pi\epsilon_0} \left( 2\frac{0,66e}{d/2} - \frac{0,67e}{d} \right) = -\frac{0,67e}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{1,97e}{d}$$

Bila dinyatakan dalam elektron volt maka

$$U = -\frac{0,67e}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{1,97}{d} = -(9 \times 10^9) \times 0,67 \times (1,6 \times 10^{-19}) / (0,074 \times 10^{-9})$$

$$= 13,9 \text{ eV}$$

22) Hitung jarak antar atom Na dan Cl dalam NaCl jika panjang gelombang yang dipancarkan akibat tiga transisi rotasi yang berurutan adalah 23,1 mm, 11,6 mm, dan 7,71 nm

Jawab

Panjang gelombang transisi rotasi memenuhi

$$\lambda \propto \frac{1}{L}$$

Panjang gelombang terbesar berkaitan dengan L terkecil.

Misalkan transisi tersebut berkaitan dengan bilangan kuantum momentum sudut L, L+1, dan L+2, maka

$$\lambda_1 \propto \frac{1}{L}$$

$$\lambda_2 \propto \frac{1}{L+1}$$

$$\lambda_3 \propto \frac{1}{L+2}$$

Maka

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{L+1}{L} \quad \text{atau} \quad \frac{23,1}{11,6} = \frac{L+1}{L}$$

atau

$$23,1L = 11,6L + 11,6$$

atau

$$11,5L = 11,6$$

atau

$$L = 1$$

Jadi transisi yang terjadi adalah

Dari L=1 ke L=0 menghasilkan  $\lambda_1 = 23,1 \text{ mm}$

Dari L=2 ke L=1 menghasilkan  $\lambda_1 = 11,6 \text{ mm}$

Dari L=3 ke L=2 menghasilkan  $\lambda_1 = 7,71 \text{ mm}$

Lihat transisi dari L = 1 ke L = 0

Energi transisi memenuhi

$$\Delta E = \frac{h^2}{8\pi^2 I} L = \frac{h^2}{8\pi^2 I} \times 1 = \frac{h^2}{8\pi^2 I}$$

Tetapi  $hc / \lambda_1$

Jadi

$$\frac{hc}{\lambda_1} = \frac{h^2}{8\pi^2 I}$$

atau

$$I = \frac{h\lambda_1}{8\pi^2 c} = \frac{(6,625 \times 10^{-34}) \times (23,1 \times 10^{-3})}{8 \times (3,14)^2 \times (3 \times 10^8)} = 6,5 \times 10^{-46} \text{ kg m}^2$$

Massa atom Na:  $m_1 = 23 \text{ u}$

Massa atom Cl:  $m_2 = 35 \text{ u}$

Massa tereduksi

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{23u \times 35u}{23u + 35u} = 13,9u$$

Jarak antara dua atom

$$d = \sqrt{\frac{I}{\mu}} = \sqrt{\frac{6,5 \times 10^{-46}}{13,9u}} = \sqrt{\frac{6,5 \times 10^{-46}}{13,9 \times (1,66 \times 10^{-27})}} = 1,68 \times 10^{-10} \text{ m} = 0,168 \text{ nm}$$

### Soal Latihan

- 1) Sebuah molekul HCl bergetar dengan frekuensi alamiah  $8,1 \times 10^{13} \text{ Hz}$ . Berapa beda energi (dalam joule dan elektronvolt) antara berbagai energi yang mungkin dimiliki osilasi molekul tersebut?
- 2) Hitung panjang gelombang puncak radiasi dari benda berikut ini: (a) es yang bersuhu  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ , (b) lampu yang bersuhu  $3000 \text{ K}$ , (c) helium pada suhu  $4 \text{ K}$ . Pada spectrum elektromagnetik manakah puncak radiasi tersebut berada.
- 3) Berapa jangkauan energi dalam electronvolt foton yang dimiliki cahaya tampak yang memiliki panjang gelombang antara  $400 \text{ nm}$  sampai  $700 \text{ nm}$ .
- 4) Berapa energi foton (dalam eV) yang dipancarkan gelombang radio dari pemancar FM 107,1

MHz

- 5) Sekitar 0,1 eV diperlukan untuk memotong ikatan hidrogen dalam molekul protein. Berapa frekuensi minimum dan panjang gelombang maksimum foton yang dapat digunakan untuk memotong ikatan hidrogen tersebut?
- 6) Berapa frekuensi minimum cahaya yang digunakan untuk melepas elektron dari permukaan logam yang memiliki fungsi kerja  $4,3 \times 10^{-19}$  J?
- 7) Berapa panjang gelombang minimum cahaya yang dapat melepaskan elektron dari permukaan logam yang memiliki fungsi kerja 3,10 eV?
- 8) Dalam percobaan efek fotolistrik, tidak diamati arus yang mengalir ketika permukaan logam disinari dengan gelombang yang panjangnya lebih dari 570 nm. (a) Berapa fungsi kerja material tersebut? (b) berapa tegangan yang harus dipasang antar elektroda agar tidak ada elektron yang lolos ke elektroda sebelahnya jika logam tersebut disinari dengan cahaya 400 nm?
- 9) Berapa energi kinetik maksimum elektron yang lepas dari permukaan barium ( $W = 2,48$  eV) ketika disinari dengan cahaya putih (memiliki panjang gelombang pada jangkauan 400 nm hingga 700 nm)?
- 10) Ketika cahaya UV yang memiliki panjang gelombang 225 nm dijatuhkan pada permukaan logam maka elektron yang lepas dari permukaan logam memiliki energi kinetik maksimum 1,40 eV. Berapa fungsi kerja logam tersebut?
- 11) Panjang gelombang ambang bagi terjadinya emisi elektron dari permukaan logam adalah 320 nm. Berapa energi kinetik maksimum elektron yang keluar dari permukaan logam jika disinari dengan radiasi dengan panjang gelombang (a) 250 nm dan (b) 350 nm.
- 12) Ketika gelombang 230 nm dijatuhkan pada permukaan logam maka dihasilkan arus listrik. Ketika dipasang tegangan penhenti antara dua elektroda maka arus menjadi nol ketika diterapkan tegangan 1,64 V. Berapa fungsi kerja logam?
- 13) Tetesan oli memiliki massa  $4,9 \times 10^{-15}$  kg diam dalam ruang antara dua pelat sejajar horizontal yang diberi beda potensial 750 V. Jarak antara dua pelat adalah 5,0 mm. Hitung muatan listrik pada tetesan tersebut.
- 14) Tetesan minyak yang memiliki massa  $2,8 \times 10^{-15}$  kg berada dalam keadaan diam antara dua pelat yang terpisah sejauh 1,0 cm jika kedua pelat tersebut diberi beda potensial 340 V. Berapa kelebihan elektron yang dimiliki tetesan minyak tersebut?
- 15) Tetesan minyak dimasukkan dalam ruang antara dua pelat sejajar horizontal yang terpisah sejauh 5,0 mm. Beda potensial antara dua pelat adalah 780 V sehingga salah satu tetesan tepat diam antara dua pelat. Ketika tegangan tiba-tiba dihilangkan, tetesan yang diam tadi jatuh sejauh 1,50 mm dalam waktu 11,2 s. Jika massa jenis minyak adalah  $900 \text{ kg/m}^3$  dan viskositas udara adalah  $1,8 \times 10^{-5} \text{ N s m}^{-2}$ , hitunglah: (a) massa tetesan dan (b) muatan listrik tetesan.
- 16) Berapa energi yang dibutuhkan untuk meenginisiasi atom hidron yang mula-mula elektron berada pada keadaan  $n = 2$ .
- 17) Tentukan keadaan awal dan keadaan akhir transisi atom hidrogen yang menghasilkan gasris dengan panjang gelombang 1026 nm dan 656 nm.

- 18) Tiga garis dengan panjang gelombang paling besar pada deret Paschen berkaitan dengan transisi dari mana ke mana?
- 19) Di matahari, atom helium yang terionisasi ( $\text{He}^+$ ) melakukan transisi dari  $n = 6$  ke  $n = 2$  dengan memancarkan foton. Dapatkah foton tersebut diserap oleh atom hidrogen yang ada di permukaan matahari?
- 20) Berapa panjang gelombang terbesar yang dapat mengionisasi atom hidrogen yang sedang berada dalam keadaan dasar?
- 21) Jika elektron terikat pada proton oleh gaya gravitasi bukan oleh gaya Coulomb, berapakah jari-jari atom hidrogen dan energi orbir pertama?
- 22) Energi ionisasi neon ( $Z=10$ ) adalah 21,6 eV sedangkan natrium ( $Z=11$ ) adalah 4,1 eV. Jalaskan mengapa terjadi perbedaan energi ionisasi yang sangat besar padahal nomor atom sangat berdekatan?
- 23) Daftarkan bilangan-bilangan kuantum untuk setiap elektron dalam atom nitrogen ( $Z = 7$ ).
- 24) Jika atom hidrogen memiliki  $m_e = -3$ , berapa kemungkinan nilai  $n$ ,  $\ell$  dan  $m_s$ ?
- 25) Atom hidrogen berada dalam keadaan  $6h$ . Tentukan (a) bilangan kuantum utama, (b) energi keadaan tersebut, (c) bilangan kuantum momentum sudut, dan (d) berbagai kemungkinan bilangan kuantum magnetik.
- 26) Energi ionisasi elektron terluar atom boron adalah 8,26 eV. (a) Gunakan model atom Bohr untuk memperkirakan muatan inti efektif ( $Z_{\text{eff}}$ ).
- 27) Manakah dari konfigurasi electron berikut ini yang diperbolehkan dan yang dilarang? (a)  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^3$ , (b)  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5 4s^2$   
 (c)  $1s^2 2s^2 2p^6 2d^1$
- 28) Perkirakan panjang gelombang sinar-X yang dihasilkan akibat transisi dari  $n = 2$  ke  $n = 1$  dalam atom molibdenium ( $Z = 42$ ).
- 29) Berapa panjang gelombang terpendek yang dihasilkan elektron yang menagbark tabung TV jika beda potensial yang terpasang dalam tabung adalah 30 kV?
- 30) Campuran besi dan material yang tidak diketahui ditembakkan dengan berkas elektron berenergi tinggi. Panjang gelombang  $K\alpha$  yang dihasilkan adalah 194 nm untuk besi dan 229 nm untuk material yang tidak dikenal. Dari unsur apakah material tak dikenal tersebut?
- 31) Molekul CO melakukan transisi rotasi dari keadaan dengan  $L = 1$  ke keadaan dengan  $L = 2$  akibat penyerapan foton dengan frekuensi  $2,30 \times 10^{11}$  Hz. Tentukan momen inersia molekul tersebut.
- 32) Dalam molekul CO, pada transisi dari  $L$  berapa ke  $L$  berapakah sehingga perubahan energinya sama dengan energi transisi vibrasi dari  $v=0$  ke  $v = 1$ ?
- 33) Molekul HCl dieksitasi ke tingkat energi rotasi pertama yang berkaitan dengan  $L = 1$ . Jika jarak antar inti atom adalah 0,1275 nm, berapa kecepatan sudut molekul di sekitar pusat massanya?
- 34) Jika konstanta pegas vibrasi molekul HCl adalah 480 N/m, tentukan perbedaan energi dua tingkat energi berdekatan dan tentukan energi titik nol.

- 35) Spektrum rotasi molekul HCl mengandung sejumlah garis dengan panjang gelombang 0,0604, 0,0690, 0,0804, 0,0964, dan 0,1204 mm. Berapa momen inersia molekul tersebut?
- 36) Jarak antar atom oksigen di dalam molekul O<sub>2</sub> adalah  $1,2 \times 10^{-10}$  m. Tentukan energi gelombang elektromagnetik yang diserap ketika terjadi transisi rotasi dari L = 1 ke L = 2.
- 37) Tentukan momen inersia untuk molekul-molekul berikut ini: (a) H<sub>2</sub> (d = 0,074 nm), (b) O<sub>2</sub> (d = 0,121 nm), (c) NaCl (d = 0,24 nm), (d) CO (d = 0,113 nm)
- 38) Energi sebesar  $h^2 / 8\pi^2 I$  sering disebut energi rotasi karakteristik. Misalkan untuk molekul N<sub>2</sub>, energi tersebut adalah  $2,48 \times 10^{-4}$  eV, berapakah jarak antar atom N?
- 39) (a) Hitung energi rotasi karakteristik molekul O<sub>2</sub> jika jarak antar atom O adalah 0,121 nm.  
 (b) Berapa energi dan panjang gelombang foton yang dipancarkan jika terjadi transisi dari L = 3 ke L = 2?
- 40) Dalam spektrum absorpsi molekul HCl tampak bahwa jarak antara dua tingkat energi berdekatan adalah  $2,6 \times 10^{-3}$  eV. (a) Tentukan momen inersia molekul HCl dan (b) jarak antara atom H dan Cl
- 41) Sejumlah molekul organik telah ditemukan di angkasa luar. Mengapa molekul tersebut ditemukan dengan menggunakan teleskop radio, bukan dengan teleskop optik?
- 42) Jika molekul diatomik mengalami transisi dari keadaan dengan L = 2 ke L = 1 terpancar foton dengan panjang gelombang 63,8 μm. Berapa momen inersia molekul terhadap sumbu yang melalui pusat massa dan tegak lurus sumbu moleku?
- 43) Jika molekul NaF mengalami transisi dari L = 3 ke L = 2 terpancar foton dengan panjang gelombang 3,8n mm. Atom Na memiliki massa  $3,82 \times 10^{-26}$  kg dan atom F memiliki massa  $3,15 \times 10^{-26}$  kg. Hitung jarak antara inti Na dan F.
- 44) Untuk molekul hidrogen, “konstanta pegas” vibrasi adalah 576 N/m. Massa atom hidrogen adalah  $1,67 \times 10^{-27}$  kg. Hitunglah energi titik nol untuk vibrasi molekul H<sub>2</sub>.
- 45) Ketika molekul OH melakukan transisi vibrasi dari v=0 ke v= 1, energi vibrasi internal bertambah sebesar 0,463 eV. Hitunglah frekuensi karakteristik vibrasi dan “konstanta pegas”.
- 46) Spektrum rotasi HCl memiliki panjang gelombang berikut ini: 60,4 μm, 69,0 μm, 80,4 μm, 96,4 μm, dan 120,4 μm. Cari momen inersia molekul HCl pada sumbu pusat massa