

第1題.

$$\frac{15!}{3!3!2!2!}$$

第2題.

(a) $C_{10}^{15} = \frac{15!}{5!10!}$

(b) $P_{10}^{15} = \frac{15!}{5!}$

(c) $C_1^3 \times C_9^{12} + C_2^3 \times C_8^{12} + C_3^3 \times C_7^{12}$
 $1w \quad 9m \quad 2w \quad 8m \quad 3w \quad 7m$

第3題.

by 二項式 theory $(x+y)^n = C_0^n x^n y^0 + C_1^n x^{n-1} y^1 + \dots + C_n^n x^0 y^n$

$\Rightarrow (1+1)^n = C_0^n + C_1^n + C_2^n + C_3^n + \dots + C_n^n$

所以 all of C_k^n which $0 \leq k \leq n$ $\sum_{k=0}^n C_k^n = 2^n$

第4題.

7w	0m	$C_7^{12} \cdot C_0^7$	Ans: $C_7^{12} + C_6^{12} \cdot C_1^7 + C_5^{12} \cdot C_2^7 + C_4^{12} \cdot C_3^7$
6w	1m	$C_6^{12} \cdot C_1^7$	
5w	2m	$C_5^{12} \cdot C_2^7$	
4w	3m	$C_4^{12} \cdot C_3^7$	

第5題.

5. 999999

Sum = 15, one digit = 1

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7$

$C_{7+5-1}^7 = C_{11}^7$

$\bigcirc x_1 \bigcirc x_2 \bigcirc x_3 \bigcirc x_4 \bigcirc x_5 \bigcirc$

6個位置可放 8

Ans: $6 \times C_{11}^7$ #

第6題.

worst case:

挑了 22 x 99 個人 (22 國, 每國 99)

此時在挑一人即有一國 100%

$22 \times 99 + 1 = 2179$

Ans: 2179 #

第7題.

$$\frac{8!}{8} = 7!$$

第8題.

$$\begin{aligned} (a) & 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \\ (b) & 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 5 \\ (c) & \binom{5}{3} \times 9 \times 9 = 10 \times 9 \times 9 \end{aligned}$$

第9題.

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_9 &= 100 \\ \text{but } x_1 \dots x_9 &\geq 5 \\ \Rightarrow x_1' + x_2' + x_3' + \dots + x_9' &= 55 \\ \binom{9+55-1}{55} &= \binom{63}{55} \\ \text{Ans: } \binom{63}{55} \end{aligned}$$