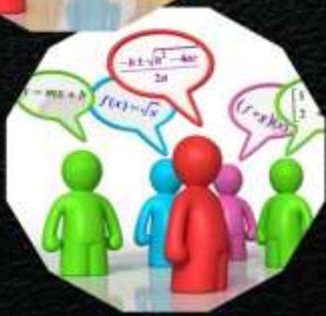
EPE

# CONTENIDO

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO Y PLANO CARTESIANO

APLICACIONES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS BÁSICAS



8.2

EPE

# LOGRO

AL TERMINAR LA CLASE EL ALUMNO SERÁ CAPAZ DE:

DEFINIR LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO Y PLANO CARTESIANO

APLICAR LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICÁS ÁNGULOS EN ELEVACIÓN Y DEPRESIÓN, LEY DE SENOS Y COSENOS

DEFINIR LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS BÁSICAS IDENTIFICANDO SU DOMINIO, RANGO, PERIODO Y GRÁFICA.

8.2

EPE

## VECTORES EN $R^2$

**Sabiendo que:** $a = \langle -5; 2\rangle$ , $b = \langle 8; -4\rangle$ y $c = 9i - 6j$

$|a| = \sqrt{29}$

$|b| = \sqrt{80}$

**Halle:** $3a + 2b = \langle -15; 6\rangle + \langle 16; -8\rangle = \langle 1; -2\rangle$

$|3a + 2b| = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5} =$

$a \cdot b = -40 + (-8)$

$a \cdot b = -48$

**El ángulo formado por los vectores *a* y *c*.**

$$\boxed{\theta = \cos^{-1}\left(\frac{a.b}{|a|\,|b|}\right)}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{-48}{\sqrt{29}\,\sqrt{80}}\right)$$

$$\theta = 146{,}15^\circ$$

**La dirección de *b*.**

$b = \langle \underset{b_x}{8}; \underset{b_y}{-4}\rangle$

Si $\theta \in IVC \rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{b_y}{b_x}\right) + 360°$


$\rightarrow 270 + \phi = \theta$

$\vee\ \theta + \beta = 360°$

$\theta = 360 - \beta$

$\theta = 360° - \tan^{-1}\left(\frac{4}{8}\right)$

$\theta = 333{,}5°$

$\tan\beta = \frac{4}{8}$

$\beta = \tan^{-1}(4/8)$

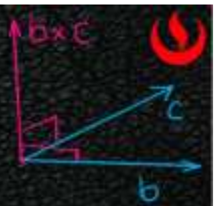
8.2

EPE

## VECTORES EN $R^3$

5

**Sabiendo que:** $a = \langle -4; 3; 12\rangle$ , $b = \langle 4; -3; 5\rangle$ y $c = 3i - 2j - 4k$




**Halle el vector unitario en la dirección de *a***

99,9 %

EF

$$\boxed{u_a = \frac{a}{|a|}}$$

$$U_a = \frac{\langle -4; 3; 12\rangle}{\sqrt{16+9+144}}$$

$$U_a = \left\langle \frac{-4}{13}; \frac{3}{13}; \frac{12}{13}\right\rangle$$

$$|U_a| = 1$$

**Halle $b \times c$**

$$b \times c = \begin{bmatrix} i & j & k \\ 4 & -3 & 5 \\ 3 & -2 & -4 \end{bmatrix}$$

$$b\times c = i\begin{vmatrix} -3 & 5 \\ -2 & -4 \end{vmatrix} - j\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} + k\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$-10 \quad 12 \quad 15 \quad -16 \quad -9 \quad -8$

$$b\times c = (12 - (-10))i - j(-16 - 15) + k(-8 - (-9))$$

$$b\times c = 22i + 31j + 1k = \langle 22; 29; 1\rangle$$

8.2

# RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO



## RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO

| | | |
|---|---|---|
| **seno** | $\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{\textbf{Cateto opuesto}}{\textbf{Hipotenusa}}$ | $= \dfrac{\text{CO}}{\text{H}}$ |
| **coseno** | $\cos\alpha = \dfrac{\textbf{Cateto adyacente}}{\textbf{Hipotenusa}}$ | $= \dfrac{\text{CA}}{\text{H}}$ |
| **tangente** | $\tan\alpha = \dfrac{\textbf{Cateto opuesto}}{\textbf{Cateto adyacente}}$ | $= \dfrac{\text{CO}}{\text{CA}}$ |


**Ejemplo: Halle seno y coseno del ángulo α.**

$$\tan\alpha = \frac{2}{3}$$


$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{2}{\sqrt{13}} \qquad \csc\alpha = \frac{1}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

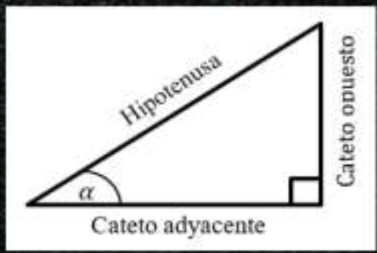
$$\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{13}} \qquad \sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{\sqrt{13}}{3}$$

$$\tan\alpha = \frac{2}{3} \qquad \cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha} = \frac{3}{2}$$

EPE

## RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO

| | |
|---|---|
| **cotangente** | $\cot\alpha = \dfrac{\textbf{Cateto adyacente}}{\textbf{Cateto opuesto}} = \dfrac{CA}{CO}$ |
| **secante** | $\sec\alpha = \dfrac{\textbf{Hipotenusa}}{\textbf{Cateto adyacente}} = \dfrac{H}{CA}$ |
| **cosecante** | $\csc\alpha = \dfrac{\textbf{Hipotenusa}}{\textbf{Cateto opuesto}} = \dfrac{H}{CO}$ |




**Ejemplo: Halle tangente y cosecante del ángulo α.**

$\sec\alpha = \dfrac{29}{20}$


**Pitágoras:** $29^2 = 20^2 + b^2 \Rightarrow \ b = 21$

$\tan\alpha = \dfrac{21}{20}$ $\qquad \csc\alpha = \dfrac{29}{21}$

8.2

EPE


## RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO


**Ejemplo:**

**En la figura adjunta halle los valores de h y p.**

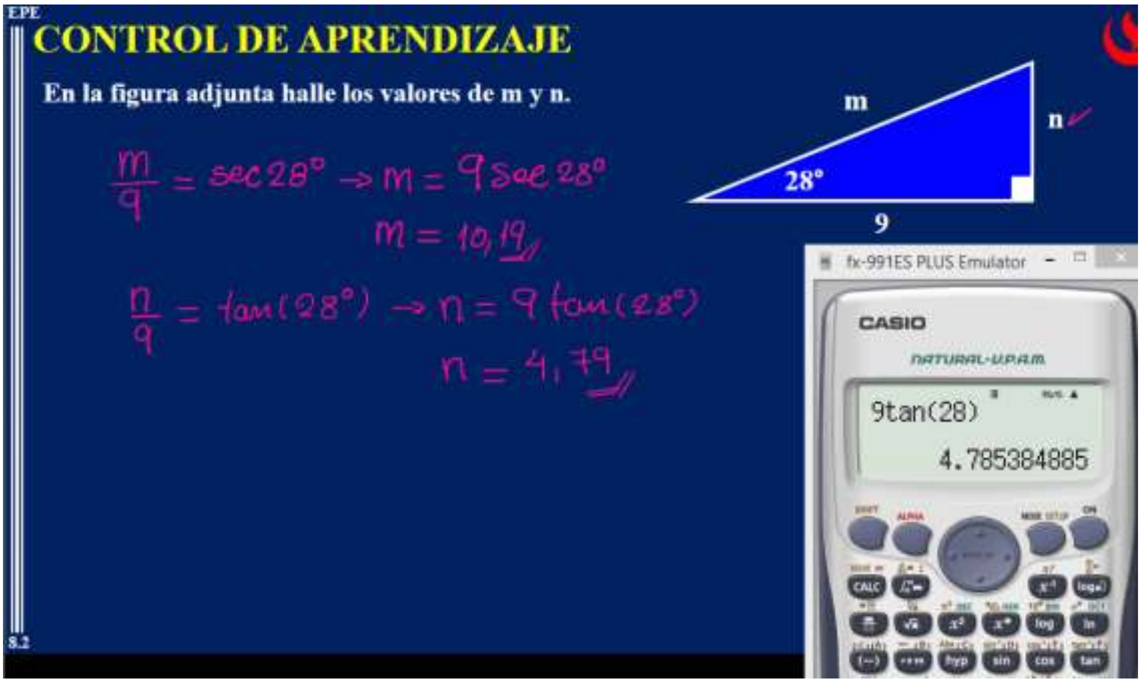

**Solución:**

**Para hallar los lados de un triángulo rectángulo se debe aplicar las razones trigonométricas adecuadas.**

$\text{sen } 20° = \dfrac{3}{h}$ $\qquad$ entonces $h = \dfrac{3}{\text{sen } 20°}$ $\qquad h = 8{,}77$

$\tan 20° = \dfrac{3}{p}$ $\qquad$ entonces $p = \dfrac{3}{\tan 20°}$ $\qquad p = 8{,}24$

8.2

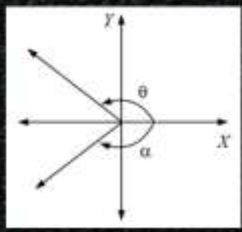

EPE
CONTROL DE APRENDIZAJE
En la figura adjunta halle los valores de m y n.
$\frac{m}{9} = \sec 28° \rightarrow m = 9\sec 28°$
$m = 10,19$
$\frac{n}{9} = \tan(28°) \rightarrow n = 9\tan(28°)$
$n = 4,79$
m
n
28°
9
fx-991ES PLUS Emulator
CASIO
NATURAL-V.P.A.M.
9tan(28)
4.785384885
8.2


RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS EN POSICIÓN NORMAL

## ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL

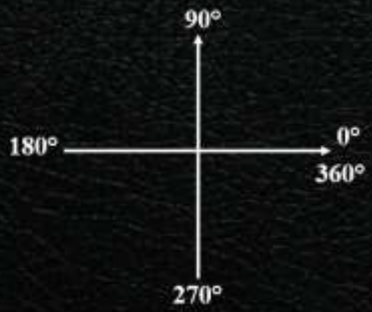
**Es aquel ángulo trigonométrico cuyo vértice coincide con el origen de coordenadas y su lado inicial coincide con el semieje positivo de las abscisas.**

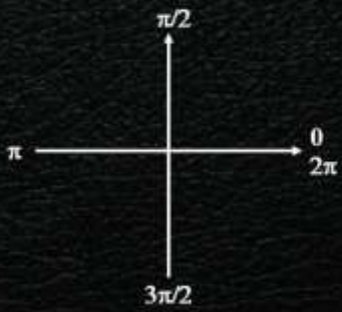
**En la figura adjunta θ es positivo y pertenece al IIC, α es negativo y pertenece al IIIC.**




## ÁNGULOS CUADRANTALES

**Son ángulos en posición normal cuyo lado final pertenece a alguno de los ejes coordenados.**



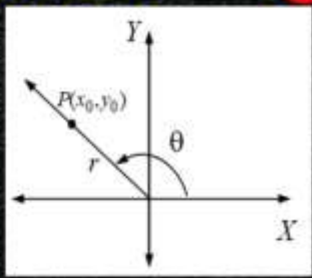





## RAZONES TRIGOMÉTRICAS DE ÁNGULOS EN POSICIÓN NORMAL

**Para ángulos en posición normal las razones trigonométricas dependen de las coordenadas de algún punto de su lado final.**

**Si θ es un ángulo en posición normal, P $(x_0; y_0)$ un punto de su lado final.**




**$x_0$ = abscisa del punto P**

**$y_0$ = ordenada del punto P**

**$r$ = radio vector del punto P**

$$r = \sqrt{(x_0)^2 + (y_0)^2}$$

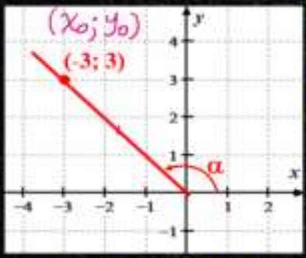
| | | |
|---|---|---|
| $\operatorname{sen}\theta = \dfrac{y_0}{r}$ | $\cos\theta = \dfrac{x_0}{r}$ | $\tan\theta = \dfrac{y_0}{x_0}$ |
| $\cot\theta = \dfrac{x_0}{y_0}$ | $\sec\theta = \dfrac{r}{x_0}$ | $\csc\theta = \dfrac{r}{y_0}$ |

EPE

## RAZONES TRIGOMÉTRICAS DE ÁNGULOS EN POSICIÓN NORMAL

**Ejemplos**

Halle: $\operatorname{sen}\alpha \sec\alpha + \tan\alpha$




$x_0 = -3$

$y_0 = 3$

$r = \sqrt{(-3)^2+(3)^2}$

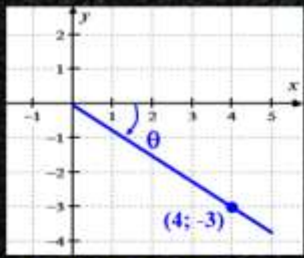
$r = 3\sqrt{2}$

$\operatorname{sen}\alpha \ \sec\alpha + \tan\alpha$

$$\frac{y_0}{r}\left(\frac{r}{x_0}\right)+\frac{y_0}{x_0}$$

$$\frac{3}{3\sqrt{2}}\left(\frac{3\sqrt{2}}{-3}\right)+\frac{3}{-3} = -2$$

Halle: $5\cos\theta - 3\cot\theta$




$x_0 = 4$

$y_0 = -3$

$r = \sqrt{(4)^2+(-3)^2}$

$r = 5$

$5\cos\theta - 3\cot\theta$

$$5\left(\frac{x_0}{r}\right) - 3\left(\frac{x_0}{y_0}\right)$$

$$5\left(\frac{4}{5}\right) - 3\left(\frac{4}{-3}\right) = 8$$

8.2

# APLICACIONES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

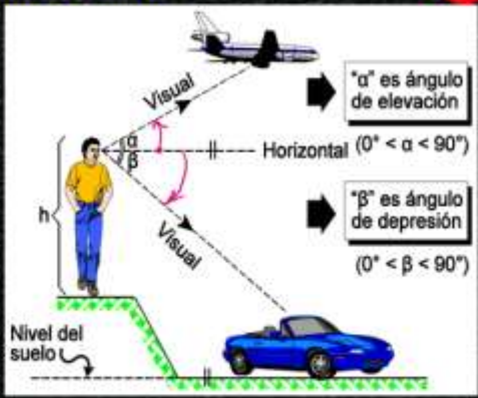
# APLICACIONES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

## ÁNGULOS DE ELEVACIÓN Y DEPRESIÓN

Son aquellos ángulos contenidos en un plano vertical y se determinan por dos líneas imaginarias llamadas visual y horizontal trazadas desde el punto que se observa.

Cuando la línea visual está por encima de la línea horizontal al ángulo formado se le denomina: ángulo de elevación.

Cuando la línea visual está por debajo de la línea horizontal al ángulo formado se le denomina: ángulo de depresión.








# APLICACIONES DE LAS RAZONES TRIGOMÉTRICAS

## Ejemplo:

Una persona observa la parte superior de un edificio de 12 m de altura con un ángulo de elevación de 37°. ¿A qué distancia del edificio se realizó la observación sabiendo que la persona mide 1,8 m?

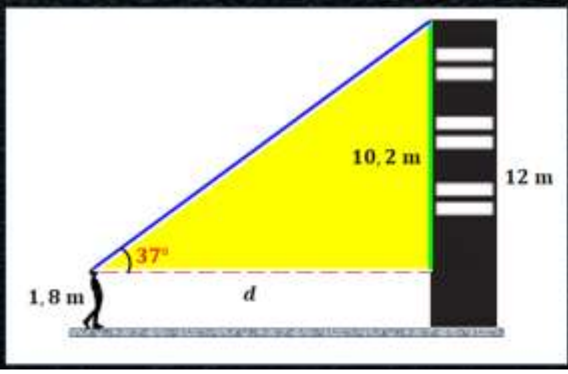
$d$ : distancia del edificio desde donde se realizó la observación en m

En la figura

$$\tan 37° = \frac{10,2}{d} \Rightarrow \quad d = \frac{10,2}{\tan 37°}$$

$$d = 13,54$$

La distancia del edificio desde donde se realizó la observación es 13,54 m aproximadamente.



EPE

## APLICACIONES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

**Ejemplo:**

**El piloto de un avión en vuelo observa la torre de control del aeropuerto a 3 km de distancia con un ángulo de depresión de 37° . Si la torre de control tiene una altura de 50 m , calcule la altitud aproximada a la que vuela el avión en ese momento**

CO < H

h-50 < 3000

**$h$ : altitud aproximada a la que vuela el avión en ese momento en m**

$h - 50 > 0 \quad \wedge \quad h - 50 < 3000$

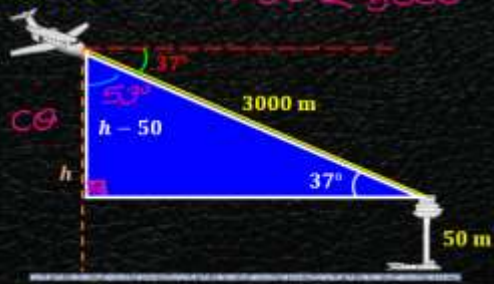
$50 < h < 3050$

**En la figura**

$\text{sen } 37° = \dfrac{h-50}{3000} \Rightarrow \quad 3000 \text{ sen } 37° = h - 50$

$h = 3000 \text{ sen } 37° + 50$

$h = 1855,445 \ldots$




**La altitud a la que vuela el avión en ese momento es 1855,45 m aproximadamente.**

8.2

EPE

## EJERCICIO

**Desde un punto B se observa la parte más alta de una torre con un ángulo de elevación de 48° y la parte más baja con un ángulo de depresión de 20°. Desde el punto A ubicado a 50 metros de B se observa la parte más alta de la torre con un ángulo de elevación de 30°, ¿cuál es la altura de la torre?**

h: Representa la altura de la torre en m.

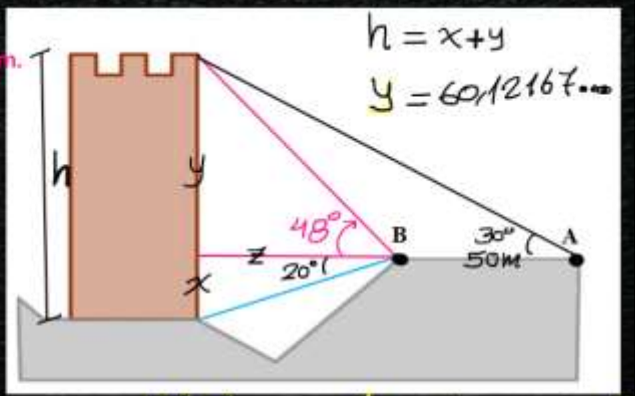
$\tan 48 = \dfrac{y}{z} \rightarrow z = \dfrac{y}{\tan 48°}$

$z = y \operatorname{ctg} 48°$

$\tan 30° = \dfrac{y}{z+50}$

$z + 50 = \dfrac{y}{\tan 30}$

$\dfrac{y}{\tan 48°} + 50 = \dfrac{y}{\tan 30°}$




$50 = y\left(\dfrac{1}{\tan 30} - \dfrac{1}{\tan 48}\right) \rightarrow y = 60,12$

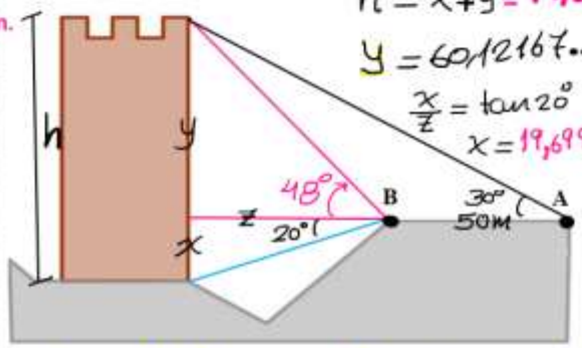
8.2

EPE

## EJERCICIO

**Desde un punto B se observa la parte más alta de una torre con un ángulo de elevación de 48° y la parte más baja con un ángulo de depresión de 20°. Desde el punto A ubicado a 50 metros de B se observa la parte más alta de la torre con un ángulo de elevación de 30°, ¿cuál es la altura de la torre?**

$h$: Representa la altura de la torre en m.




$/ \ \tan 48 = \frac{y}{z} \rightarrow z = \frac{y}{\tan 48°}$

$z = y \operatorname{ctg} 48°$

$/ \ \tan 30° = \frac{y}{z+50}$ $\quad z = 54{,}1337$

$z + 50 = \frac{y}{\tan 30}$

$\frac{y}{\tan 48°} + 50 = \frac{y}{\tan 30°}$

$50 = y\left(\frac{1}{\tan 30} - \frac{1}{\tan 48}\right) \rightarrow y = 60{,}12$

$h = x + y = 79{,}82$ m

$y = 60{,}12167\ldots$

$\frac{x}{z} = \tan 20°$

$x = 19{,}699$

8.2

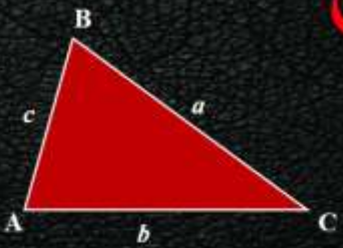
# LEY DE SENOS
# LEY DE COSENOS

EPE

## LEY DE SENOS

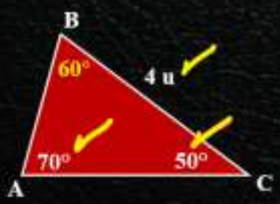
En todo triángulo, los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos.

$$\frac{a}{\operatorname{sen}A}=\frac{b}{\operatorname{sen}B}=\frac{c}{\operatorname{sen}C}$$




**Ejemplo:**

**En la figura adjunta cuánto mide los lados AB y AC.**




$$\frac{4}{\operatorname{sen}70^\circ}=\frac{AB}{\operatorname{sen}50^\circ}\Rightarrow \frac{4\operatorname{sen}50^\circ}{\operatorname{sen}70^\circ}=AB\Rightarrow \quad AB=3,26\text{ u}$$

$$\frac{4}{\operatorname{sen}70^\circ}=\frac{AC}{\operatorname{sen}60^\circ}\Rightarrow \frac{4\operatorname{sen}60^\circ}{\operatorname{sen}70^\circ}=AC\Rightarrow \quad AC=3,69\text{ u}$$

8.2

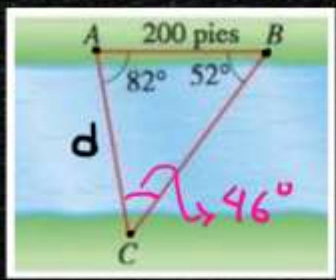
EPE

## EJERCICIO

**Para hallar la distancia de una orilla a la otra de un río, una experta en topografía escoge los puntos A y B que está 200 pies entre sí a un lado del río (ver figura). A continuación, escoge un punto de referencia C que se encuentra en la orilla opuesta, luego mide los ángulos BAC y ABC obteniendo 82° y 52° respectivamente. Calcule aproximadamente la distancia entre los puntos A y C.**

d: Representa la distancia entre los puntos A y C, en pies.

$$\frac{d}{\operatorname{Sen}52^\circ}=\frac{200}{\operatorname{Sen}46^\circ}$$




$$d=\frac{200\operatorname{Sen}52^\circ}{\operatorname{Sen}46^\circ}=219{,}09\text{ pies}$$

Redactar la respuesta. La distancia entre los puntosA y C es 219,09 pies.

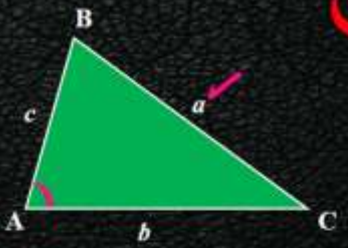
8.2

EPE

## LEY DE COSENOS

En un triángulo cualquiera, el cuadrado de un lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros lados, menos el doble del producto de dicho lado, por el coseno del ángulo comprendido entre ellos.

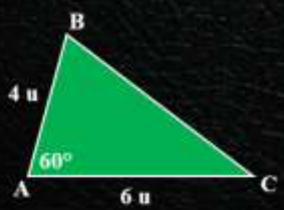
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos \text{A}$$




$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$

**Ejemplo:**

En la figura adjunta cuánto mide el lado BC.




$\text{BC}^2 = 4^2 + 6^2 - 2(4)(6)\, cos60°$

$\text{BC} = \sqrt{4^2 + 6^2 - 2(4)(6)\, cos60°}$

$\text{BC} = 5,29$ u aprox.

8.2

EPE

## EJERCICIO

Un túnel se ha de construir por una montaña. Para estimar la longitud del túnel, un topógrafo hace las mediciones que se ven en la figura adjunta. Use la información del topógrafo para aproximar la longitud del túnel.


x: longitud del túnel en pies.

$x^2 = 212^2 + 388^2 - 2(212)(388)\cos 82{,}45°$

$x = \sqrt{\quad}$

$x = 416,98$ pies

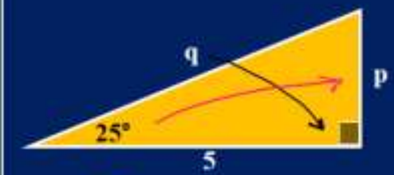
La longitud del túnel es de 416,98 pies aprox.

8.2

EPE

## CONTROL DE APRENDIZAJE

**Marque las proposiciones correctas:**




A) $p = 5\tan 25°$ V

B) $q = 5\cos 25°$ F

C) $\dfrac{q}{\text{sen}90°} = \dfrac{p}{\text{sen}25°}$ V

✓ $\dfrac{p}{5} = \tan 25°$

✓ $\dfrac{5}{q} = \cos 25° \rightarrow q = \dfrac{5}{\cos 25°}$

✓

8.2

EPE

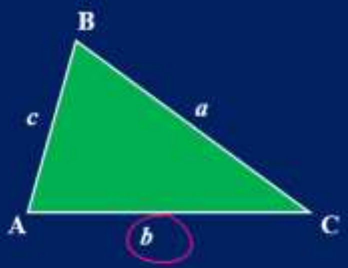
## CONTROL DE APRENDIZAJE

**Marque las proposiciones correctas:**


A) $p = 5\tan 25°$

B) $q = 5\cos 25°$

C) $\dfrac{q}{\text{sen}90°} = \dfrac{p}{\text{sen}25°}$




D) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$ ✓ V

E) $b^2 = a^2 + c^2 - 2bc\cos B$ F

$2ac$

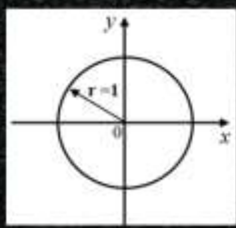
8.2

# FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

EPE

## CIRCUNFERENCIA TRIGONOMÉTRICA

Es aquella circunferencia cuyo radio coincide con el origen de coordenadas y su radio es igual a uno. La ecuación de la CT es: $x^2 + y^2 = 1$



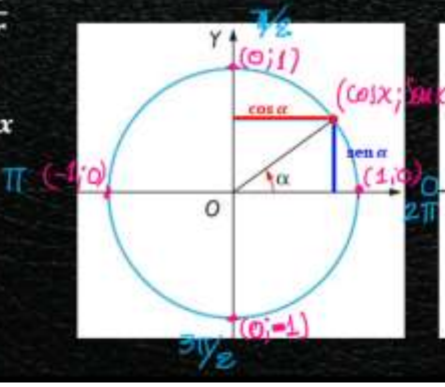

## LÍNEAS SENO Y COSENO

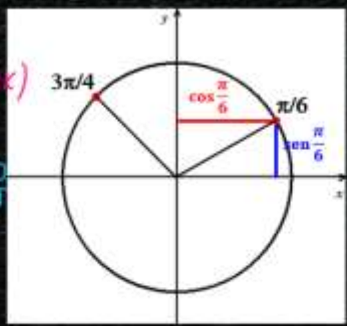
Sabemos que:

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{y}{r} \qquad \cos\alpha = \frac{x}{r}$$

Como r = 1 entonces:

$$\operatorname{sen}\alpha = y \qquad \cos\alpha = x$$



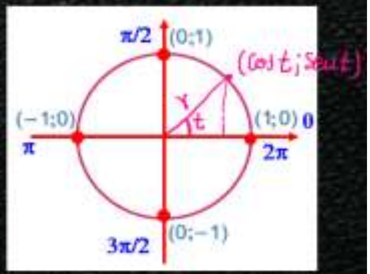




8.2

## CIRCUNFERENCIA TRIGONOMÉTRICA

**Halle con su calculadora:**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\text{sen}0 = \mathbf{0}$ | $\text{sen}\frac{\pi}{2} = \mathbf{1}$ | $\text{sen}\,\pi = \mathbf{0}$ | $\text{sen}\frac{3\pi}{2} = \mathbf{-1}$ | $\text{sen}\,2\pi = \mathbf{0}$ |
| $\cos 0 = \mathbf{1}$ | $\cos\frac{\pi}{2} = \mathbf{0}$ | $\cos\pi = \mathbf{-1}$ | $\cos\frac{3\pi}{2} = \mathbf{0}$ | $\cos 2\pi = \mathbf{1}$ |




**Halle con su calculadora:**

Radianes

a) $\text{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ b) $\text{sen}\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi\right) = \frac{1}{2}$

$\text{Sen}(x+4\pi) = \text{Sen}\,x$

**conclusión:** $\text{sen}(x + 2\pi) = \text{sen}(x)$

c) $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ d) $\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

**conclusión:** $\cos(x + 2\pi) = \cos(x)$

$\text{Cos}(x+6\pi) = \text{Cos}\,x$

PERIODO: $T = 2\pi$





## FUNCIONES PERIÓDICAS

**Las funciones periódicas son funciones que se comportan en una manera cíclica (repetitiva) sobre un intervalo especifico (llamado periodo).**

**Una función $f$ es periódica si existe un número real T tal que $f(x + T) = f(x)$ para todas las $x$ que pertenecen al dominio de la función.**

**Para el caso de las funciones trigonométricas básicas acabamos de ver que luego de completar una vuelta en la circunferencia unitaria los valores del seno o coseno se repiten, esto significa que: $\text{sen}(x + 2\pi) = \text{sen}(x)$ y $\cos(x + 2\pi) = \cos(x)$ por tal motivo el periodo de las funciones $f(x) = \text{sen}x$ o $f(x) = \cos x$ es T = $2\pi$.**



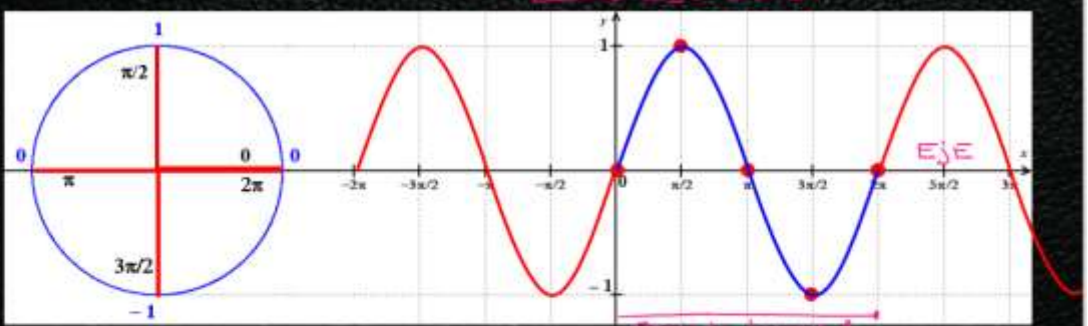
## FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS BÁSICAS

### FUNCIÓN SENO

Eje x

$-1 \le \text{Sen}\,x \le 1$

**Regla de correspondencia:** $y = f(x) = \text{sen}x + 0$ → Eje: $y = 0$




Periodo principal

$\text{Dom}(\text{sen}x) = R$ $\text{Ran}(\text{sen}x) = [-1;1]$ **Periodo:** $T = 2\pi$

**Máximo valor:** 1 **Mínimo valor:** $-1$ **Extensión:** $-1 \le \text{sen}x \le 1$

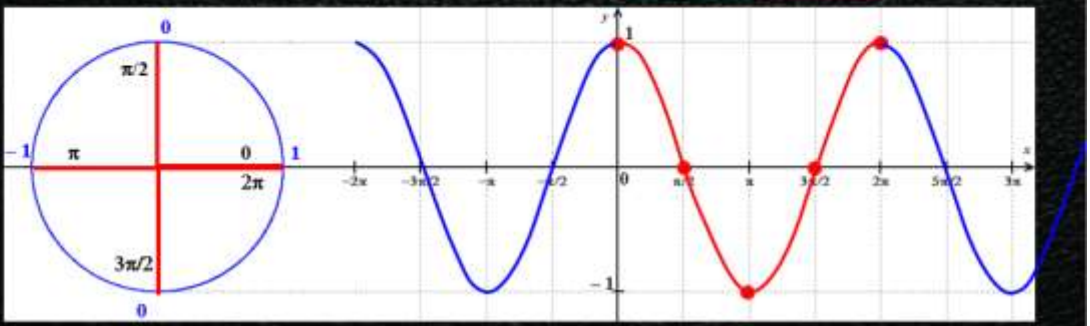
EPE

## FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS BÁSICAS

### FUNCIÓN COSENO

**Regla de correspondencia:** $y = f(x) = \cos x$

$T = 2\pi$




**Dom(cos$x$)** = $R$ **Ran(cos$x$)** = $[-1;1]$ **Periodo:** $T = 2\pi$

**Máximo valor:** 1 **Mínimo valor:** −1 **Extensión:** $-1 \le \cos x \le 1$

8.2

EPE

## FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS BÁSICAS

**Esboce la gráfica de la función *f* en su tramo principal [0; 2π[**

$A = 4$ Eje : $y = -2$

$f(x) = 4\,\text{sen}\,x - 2$

| $x$ | 4sen$x$ − 2 |
|---|---|
| 0 | −2 |
| π/2 | 2 |
| π | −2 |
| 3π/2 | −6 |
| 2π | −2 |

**Dominio:** $R$

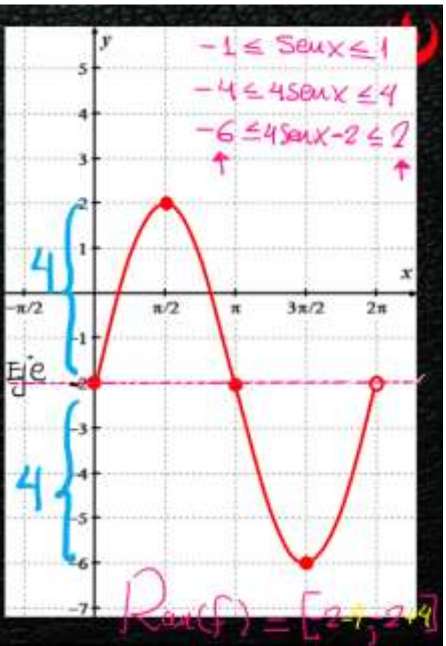
**Rango:** $[-6;2]$

**Periodo:** $2\pi$

**En el tramo indicado determine:**

**Decrece:** $\left]\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right[$

**Crece:** $\left]0;\frac{\pi}{2}\right[\ ;\ \left]\frac{3\pi}{2};2\pi\right[$




$-1 \le \text{sen}x \le 1$

$-4 \le 4\text{sen}x \le 4$

$-6 \le 4\text{sen}x - 2 \le 2$

Ran(f) = [2−4 ; 2+4]

8.2

EPE

## FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS BÁSICAS

$A = |-3| = 3$

**Esboce la gráfica de la función $f$ en su tramo principal $[0; 2\pi[$**

$f(x) = -3\,\text{sen}\,x + 1$ → Eje: $y = 1$

| $x$ | $-3\text{sen}x + 1$ |
|---|---|
| 0 | 1 |
| $\pi/2$ | $-2$ |
| $\pi$ | 1 |
| $3\pi/2$ | 4 |
| $2\pi$ | 1 |

**Dominio:** $R$

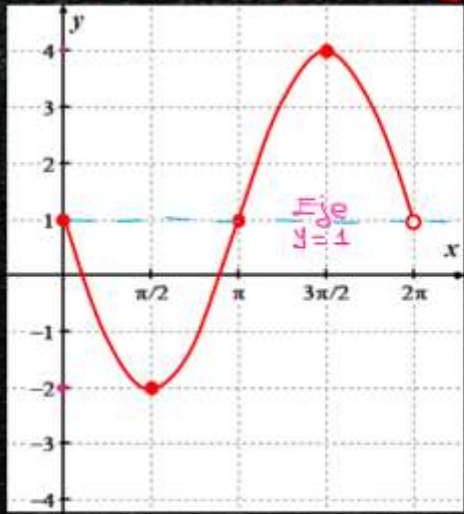
**Rango:** $[-2\,;4]$

**Periodo:** $2\pi$

**En el tramo indicado determine:**

**Decrece:** $\left]0\,;\frac{\pi}{2}\right[\;;\;\left]\frac{3\pi}{2}\,;2\pi\right[$

**Crece:** $\left]\frac{\pi}{2}\,;\frac{3\pi}{2}\right[$




8.2

EPE

## FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS BÁSICAS

$A = |-2| = 2$

**Esboce la gráfica de la función $f$ en su tramo principal $[0; 2\pi[$**

$f(x) = -2\cos x + 3$ → Eje $y = 3$

| $x$ | $-2\cos x + 3$ |
|---|---|
| 0 | 1 |
| $\pi/2$ | 3 |
| $\pi$ | 5 |
| $3\pi/2$ | 3 |
| $2\pi$ | 1 |

**Dominio:** $R$

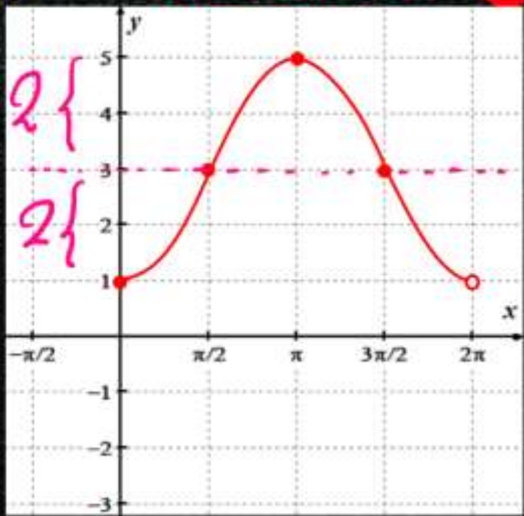
**Rango:** $[1\,;5]$ → Máx

**Periodo:** $2\pi$

**En el tramo indicado determine:**

**Decrece:** $]\pi\,;2\pi[$

**Crece:** $]0\,;\pi[$




Máx valor : 5
Min valor : 1

8.2

EPE

## CONTROL DE APRENDIZAJE


P1) Dada la función $f(x) = \sin x$ , marque las opciones correctas:

A) Dom $f$ = R B) Ran $f$ = [– 1; 1] C) T = 2π D) Crece en ]0; π[

FALSA

P2) Halle el rango de la función $f(x) = 5\cos x - 3$

A) [– 8; 2] B) [– 5; 3] C) [– 3;8] D) [– 1;1]

$[-3-5\ ;\ -3+5]$

$-8\ ;\ 2$

8.2

PRÓXIMA CLASE

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS

ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

FUNCIONES SENOIDALES