EPE

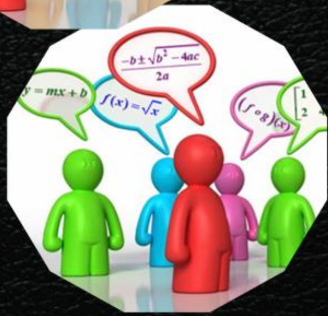
CONTENIDO

ECUACIONES LINEALES DE UNA VARIABLE

ECUACIONES CUADRÁTICAS DE UNA VARIABLE

DESIGUALDADES, INTERVALOS E INECUACIONES DE UNA VARIABLE

PLANO CARTESIANO, DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS Y PUNTO MEDIO



1.1

EPE

LOGRO

AL TERMINAR LA CLASE EL ALUMNO SERÁ CAPAZ DE:

RESOLVER ECUACIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS DE UNA VARIABLE

RESOLVER INECUACIONES LINEALES DE UNA VARIABLE

RECONOCER UN PLANO CARTESIANO, UBICAR PUNTOS, CALCULAR LA DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS Y HALLAR SU PUNTO MEDIO

1.1

ECUACIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

EPE

ECUACIONES

Una ecuación es una igualdad de expresiones matemáticas, por ejemplo:

a) $3x+4=7x-20$ *b*) $x^2-7x=6x$ *c*) $x+y=6$ *d*) $2^x=\cos(x)$

A las letras que figuran en las ecuaciones se les denomina: **VARIABLES**

Al valor o valores de dichas variables que convierte la ecuación en un enunciado verdadero se le llama: **SOLUCIÓN o SOLUCIONES**

Al conjunto de todos estas soluciones se le llama: **CONJUNTO SOLUCIÓN**

Ejemplo:

A la ecuación $3\overset{1}{x}+8=5\overset{1}{x}$ se le denomina ecuación lineal de una variable ¿Por qué?

Solo aparece la letra x como variable y su exponente es uno.

Su conjunto solución es: CS $=\{4\}$ ¿Por qué?

Porque al reemplazar $x=4$ en la ecuación se obtiene una igualdad y como es lineal solo es posible una solución.

$$3(4)+8=5(4)$$
$$20=20$$

1.1

EPE

ECUACIONES LINEALES DE UNA VARIABLE

Una ecuación lineal de una variable es una ecuación de la forma: $\boxed{ax + b = 0}$

donde a y b son números reales y x es la variable.

2	4	6	2
1	2	3	2
1		3	3
		1	

Ejemplos:

Determine el conjunto solución en cada caso:

$a)\ 6(x-4) = 2(x-1) + 3$

$$6x - 24 = 2x - 2 + 3$$

$$6x - 2x = -2 + 3 + 24$$

$$4x = 25$$

$$x = \frac{25}{4}$$ *¿Esta es la respuesta?*

$$CS = \left\{\frac{25}{4}\right\} \quad \text{o} \quad CS = \{6{,}25\}$$

$b)\ \dfrac{3x-1}{2} - \dfrac{x+1}{4} = \dfrac{2x+1}{6} + x$

Mínimo común múltiplo = 12

$$6(3x-1) - 3(x+1) = 2(2x+1) + 12x$$

$$18x - 6 - 3x - 3 = 4x + 2 + 12x$$

$$15x - 9 = 16x + 2$$

$$-9 - 2 = 16x - 15x$$

$$-11 = x$$

$$15x - 16x = 2 + 9$$

$$-x = 11$$

$$x = -11$$

$$CS = \{-11\}$$

1.1

EPE

EJERCICIOS

Halle el conjunto solución : $\dfrac{x}{1} - \dfrac{x+1}{4} = \dfrac{2x+1}{3} - \dfrac{x-4}{2} \longrightarrow ax + b = 0$

$MCM = 12$

$$12x - 3(x+1) = 4(2x+1) - 6(x-4)$$

$$12x - 3x - 3 = 8x + 4 - 6x + 24$$

$$9x - 3 = 2x + 28$$

$$9x - 2x = 28 + 3$$

$$7x = 31 \longrightarrow 7x - 31 = 0$$

$$x = \frac{31}{7}$$

$$x = 4{,}428\ldots$$

$$CS = \{4{,}43\}$$

$$CS = \left\{\frac{31}{7}\right\}$$

1.1

EPE

ECUACIONES CUADRÁTICAS DE UNA VARIABLE

Una ecuación cuadrática o de segundo grado, de una variable es una ecuación de la forma

$\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$, donde a, b *y* c son números reales y x es la variable.

$\sqrt{-4}$ no existe

El conjunto solución de estas ecuaciones se puede determinar de varias maneras:

a) Fórmula: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, a la expresión $b^2 - 4ac$ se le llama discriminante.

Ejemplo:

Halle el conjunto solución de la ecuación: $6x^2 + x - 15 = 0$

Solución:

$a = 6$

$b = 1$

$c = -15$

$$x = \frac{-(1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4(6)(-15)}}{2(6)}$$

$$x = \frac{-(1) \pm 19}{12}$$

$$x_1 = \frac{-1 - 19}{12} = \frac{-20}{12} = -\frac{5}{3}$$

$$x_2 = \frac{-1 + 19}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

$$CS = \left\{-\frac{5}{3}; \frac{3}{2}\right\}$$

1.1

EPE

ECUACIONES CUADRÁTICAS DE UNA VARIABLE

b) Factorización

Halle el conjunto solución:

$x^2 + 5x - 24 = 0$

Solución: $x^2 + 5x - 24 = 0$

$x \quad -3$

$x \quad 8$

$(x - 3)(x + 8) = 0$

$(x - 3) = 0 \rightarrow x = 3$

$(x + 8) = 0 \rightarrow x = -8$

$CS = \{-8; 3\}$

c) Uso de calculadora para resolver ecuaciones cuadráticas. Halle el conjunto solución en cada caso.

a) $6x^2 + x - 15 = 0$

$CS = \left\{-\frac{5}{3}; \frac{3}{2}\right\}$

b) $4x^2 + 12x + 9 = 0$

$CS = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$

c) $x^2 + 2x + 5 = 0$

$CS = \{\ \}$

1.1

EPE

CONTROL DE APRENDIZAJE

Halle el conjunto solución :

$$x(x-5)=3(x^2-2x)+2(x^2-3)+1$$

$$CS=\left\{\frac{5}{4};-1\right\}$$

$$x^2-5x=3x^2-6x+2x^2\underbrace{-6+1}$$

$$x^2-5x=5x^2-6x-5$$

$$0=5x^2-x^2-6x+5x-5$$

$$0=4x^2-1x-5$$

F. General

Symbolab

Calculadora

1.1

EPE

DESIGUALDADES

Una desigualdad es una relación de orden entre dos expresiones cuando éstas son distintas. Las relaciones de orden que utilizamos son:

Menor que	$<$	Mayor que	$>$
Menor o igual que	$\leq$	Mayor o igual que	$\geq$

Ejemplos:

DESIGUALDAD	LECTURA
$20 > 10$	20 es mayor que 10
$a \leq b$	a es menor o igual que b
$3 < a \leq 8$	a es mayor que 3 pero menor o igual que 8
$-2 \leq b$	b es mayor o igual que -2

1.1

EPE

PROPIEDADES

(I) Al intercambiar los miembros de una desigualdad, se modifica el sentido de la misma.

Ejemplo: $5 < 7 \Leftrightarrow 7 > 5$

(II) Al sumar o restar un mismo número a ambos miembros de una igualdad, esta no cambia de sentido. Ejemplo: $5 < 7 \Rightarrow 5 + 8 < 7 + 8$ ✓

(III) Al multiplicar los dos miembros de una desigualdad por un mismo número positivo, se obtiene otra desigualdad que será de igual sentido. Ejemplo: $5 < 7 \Rightarrow 5(9) < 7(9)$

(IV) Al multiplicar los dos miembros de una desigualdad por un mismo número negativo, se obtiene otra desigualdad que será de sentido opuesto.

Ejemplo: $5 < 7 \Rightarrow 5(-10) > 7(-10)$

•) $2 < 5$ } Por -1

1ra $-2 > -5$

1.1

INTERVALOS

$x \in \,]2; 7] \rightarrow 2 < x \leq 7$

Son subconjuntos de los números reales que cumplen con ciertas relaciones de orden.

CLASIFICACIÓN DE LOS INTERVALOS

Intervalo abierto: $]a; b[$

Representación de conjunto:

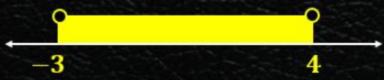
$x \in \,]a; b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$

Representación gráfica:

Ejemplo: $x \in \,]-3;\ 4[$

Significa: $-3 < x < 4$

Gráfica:

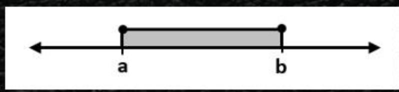


Intervalo cerrado: $[a; b]$

Representación de conjunto:

$x \in [a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$

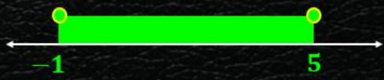
Representación gráfica:



Ejemplo: $x \in [-1; 5]$

Significa: $-1 \leq x \leq 5$

Gráfica:

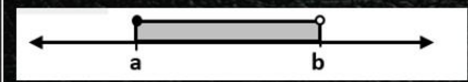


CLASIFICACIÓN DE LOS INTERVALOS

Intervalo semiabierto por la derecha:

Representación de conjunto:

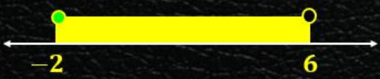
$x \in [a; b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$



Ejemplo: $x \in [-2; 6[$

Significa: $-2 \leq x < 6$

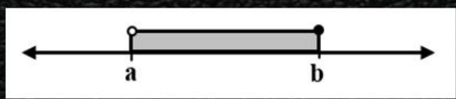
Gráfica:



Intervalo semiabierto por la izquierda:

Representación de conjunto:

$x \in \,]a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$



Ejemplo: $x \in \,]1; 8]$

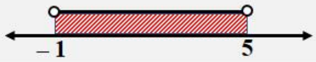
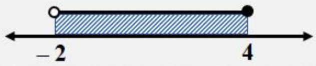
Significa: $1 < x \leq 8$

Gráfica:

EPE

CLASIFICACIÓN DE LOS INTERVALOS

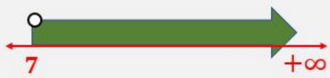
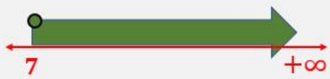
Ejemplo: Complete el cuadro adjunto:

INTERVALO	DESIGUALDAD	GRÁFICA
$[1;8]$	$1 \leq x \leq 8$	
$]-1;5[$	$-1 < x < 5$	
$[2;7[$	$2 \leq a < 7$	
$]-2;4]$	$-2 < x \leq 4$	

EPE

INTERVALOS INFINITOS

$x \leq 8 \cong -\infty < x \leq 8$

INTERVALO	DESIGUALDAD	GRÁFICA
$a \in]-\infty;8]$	$a \leq 8$	
$b \in]7;+\infty[$	$b > 7$	
$c \in]-\infty;5[$	$c < 5$	
$h \in [7;\ +\infty[$	$h \geq 7$	

EPE

OPERACIONES CON INTERVALOS

Siendo los intervalos un subconjunto de los números reales (ℝ), es posible realizar entre ellos operaciones como: Unión e Intersección.

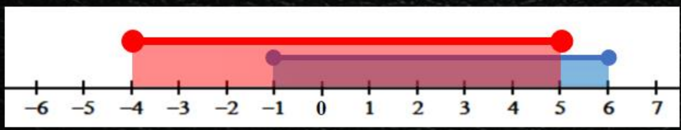
UNIÓN DE INTERVALOS

La unión de dos intervalos A y B que se representa por $A \cup B$ está formado por todos los elementos de ambos intervalos.

Ejemplo:

$A = [-1; 6]$ **y** $B = [-4; 5]$ **entonces** $A \cup B$ **se forma por todos los elementos de A y B**

Lo recomendable para realizar la operación es graficar:



$A \cup B = [-4; 6]$

$A \cap B = [-1; 5]$

1.1

EPE

OPERACIONES CON INTERVALOS

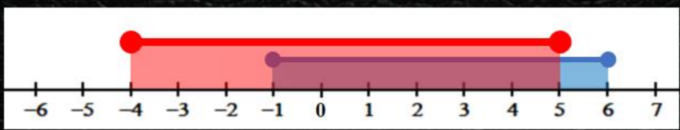
INTERSECCIÓN DE INTERVALOS

La intersección de dos intervalos A y B que se representa por $A \cap B$ está formado por los elementos comunes de ambos intervalos.

Ejemplo:

$A = [-1; 6]$ y $B = [-4;5]$ **entonces** $A \cap B$ **se forma por todos los elementos de A y B.**

Lo recomendable para realizar la operación es graficar:



$A \cap B = [-1; 5]$

EPE

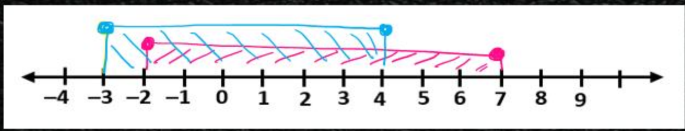
EJERCICIOS

Halle $A \cup B$ y $A \cap B$ en cada caso

a) $A = [-2;7]$ y $B = [-3;4]$

$A \cup B = [-3; 7]$

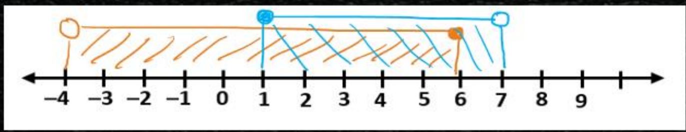
$A \cap B = [-2; 4]$



b) $A =]-4; 6]$ y $B = [1; 7[$

$A \cup B =]-4; 7[$

$A \cap B = [1; 6]$



1.1

EPE

CONTROL DE APRENDIZAJE

A) Represente como intervalo cada uno de los siguientes enunciados

I. x es menor que 4 pero mayor o igual que – 5 $\longrightarrow$ $x \in [-5; 4[$

II. x es mayor o igual que 20 $\longrightarrow$ $x \in [20; +\infty[$

III. x toma valores entre 12 y 20 $\longrightarrow$ $x \in]12; 20[$

IV. x toma valores desde el 12 hasta el 20 $\longrightarrow$ $x \in [12; 20]$

B) Interprete:

I. $x \in]-2;\ 8]$ x toma valores mayor a -2 pero menor o igual a 8.

II. $y \in [3;\ \infty[$ y es mayor o igual a 3.

III. $h \in]-\infty; 4]$ h es menor o igual a 4.

1.1

INECUACIONES

Una inecuación es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas.

Las soluciones de una inecuación son los valores de las incógnitas que hacen cierta la desigualdad.

$5^2 - 4(5) < 6+5$

$5 < 11$ Verdad

Ejemplo:

$x^2 - 4x < 6 + x$, una solución es $x = 5$ ¿Por qué? $(5)^2 - 4(5) < 6 + 5 \rightarrow 5 < 11$ V

¿Es $x = 7$ una solución? $(7)^2 - 4(7) < 6 + 7 \rightarrow 21 < 13$ Falso

¿Es $x = -1$ una solución? $(-1)^2 - 4(-1) < 6 + (-1) \rightarrow 5 < 5$ Falso

Al conjunto de todos los valores de x que verifican la inecuación se le llama:

CONJUNTO SOLUCIÓN

EPE

INECUACIONES LINEALES CON UNA VARIABLE

$ax + b < 0$ | $ax + b > 0$ | $ax + b \leq 0$ | $ax + b \geq 0$

El conjunto solución de estas inecuaciones se determina despejando la variable, aplicando las propiedades de desigualdades.

Ejemplo:

Resuelva las inecuaciones: a) $4x - 3 < 2x + 7$

Solución:

$4x - 3 < 2x + 7$

$4x - 2x < 3 + 7$

$2x < 10 \rightarrow x < 5$

$\mathrm{CS} =]-\infty; 5[$

b) $6x - 3 \leq 10x + 21$

Solución:

$6x - 3 \leq 10x + 21$

$6x - 10x \leq 21 + 3$

$-4x \leq 24 \rightarrow x \geq -6$

ojo

ojo

$-3 - 21 \leq 10x - 6x$

$-24 \leq 4x$

$-6 \leq x$

$\mathrm{CS} = [-6; +\infty[$

1.1

EPE

EJERCICIOS

$(x-3)^2 = (x-3)(x-3) = x^2 - 3x - 3x + 9$

Resuelva cada una de las siguientes inecuaciones:

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

a) $4x - 3 \leq 10x - 21$

$-3 + 21 \leq \underbrace{10x - 4x}$

$18 \leq 6x$

$\frac{18}{6} \leq x$

$3 \leq x$

$CS = [3; +\infty[$

b) $(x - 3)^2 \leq x^2$

$x^2 - 6x + 9 \leq x^2$

$x^2 - 6x + 9 - x^2 \leq 0$

$-6x + 9 \leq 0$

$9 \leq 6x$

$\frac{9}{6} \leq x \rightarrow \frac{3}{2} \leq x$

$CS = [\,3/2\,; +\infty\,[$

1.1

EPE

CONTROL DE APRENDIZAJE

Halle el conjunto solución de:

$$\frac{3x-1}{3} - \frac{x-2}{4} > 2 - \frac{x+1}{6}$$

$$4(3x-1) - 3(x-2) > 24 - 2(x+1)$$

$$11x > 20$$

$$x > \frac{20}{11}$$

$$x \in \left]\frac{20}{11}, +\infty\right[$$

$$\frac{3x-1}{3} - \frac{x-2}{4} > 2 - \frac{x+1}{6}$$

$$4(3x-1) - 3(x-2) > 24 - 2(x+1)$$

$$12x - 4 - 3x + 6 > 24 - 2x - 2$$

$$9x + 2 > 22 - 2x$$

$$11x > 20$$

$$x > \frac{20}{11}$$

$$x \in \left]\frac{20}{11}; +\infty\right[$$

1.1

PLANO CARTESIANO

DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

PUNTO MEDIO

EPE

PLANO CARTESIANO

Tarea ⟶ Foto ✓

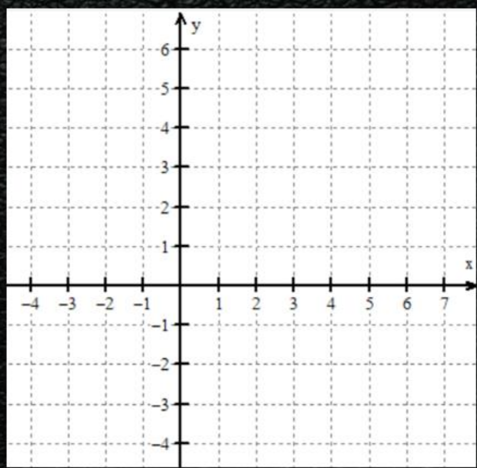
El plano cartesiano está formado por dos rectas numéricas que se intersectan formando un ángulo de 90°.

A dichas rectas se les llama EJES,

en especial a la recta horizontal se le llama eje de ABSCISAS o simplemente eje x

A la recta vertical se le llama eje de ORDENADAS o simplemente eje y.

Al punto de intersección de los ejes se le llama ORIGEN DE COORDENADAS



1.1

UBICACIÓN DE PUNTOS EN EL PLANO CARTESIANO

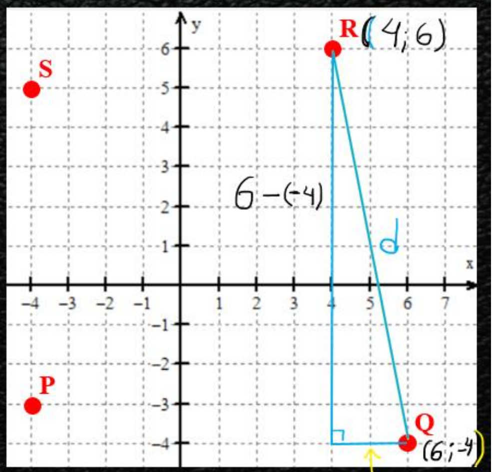
Todo punto del plano está determinado por un par ordenado que se llama COORDENADAS y se representa por (x; y).

El primer número se llama abscisa del punto y el segundo número se llama ordenada del punto.

Ejemplo

En la figura adjunta ubique los puntos:

P (– 4; – 3); Q (6; – 4); R (4; 6); S (– 4; 5).



$d = \sqrt{(6-4)^2 + (6-(-4))^2}$

DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

Ejemplo:

Ubique en el plano cartesiano los puntos P (–3; 4) y Q (5; –2). Halle la distancia entre P y Q.

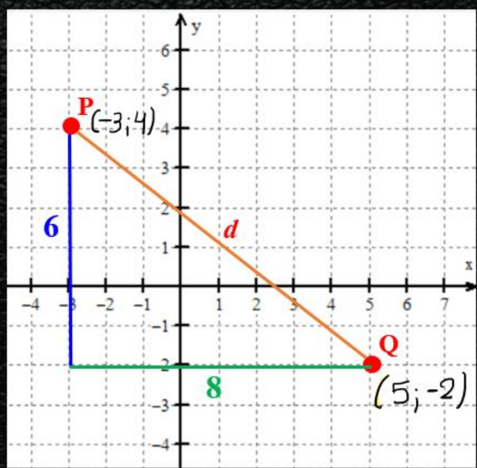
APLICANDO EL TEOREMA DE PITÁGORAS

$d^2 = 8^2 + 6^2 \quad \rightarrow d = 10$

CONCLUSIÓN:

Dados los puntos P (x_1; y_1) y Q (x_2; y_2) la distancia d entre los puntos P y Q se calcula aplicando la fórmula:

$$d(PQ) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$



$d = \sqrt{(-3-5)^2 + (4-(-2))^2} = 10$

EPE

PUNTO MEDIO

Ejemplo:

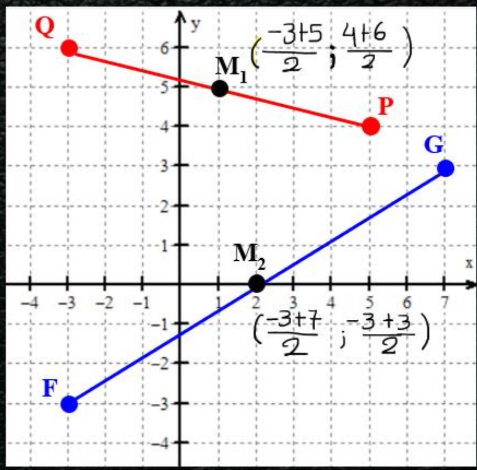
En cada caso halle las coordenadas del punto medio del segmento determinado por los puntos indicados.

a) P (5; 4) y Q (–3; 6). **b) F (–3; –3) y G (7; 3).**

$M_1(1; 5)$ **$M_2(2; 0)$**

Conclusión: Dos puntos P $(x_1; y_1)$ y Q $(x_2; y_2)$ determinan un segmento, las coordenadas del punto medio M se calculan aplicando la fórmula:

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2}\right)$$



1.1

EPE

EJERCICIOS

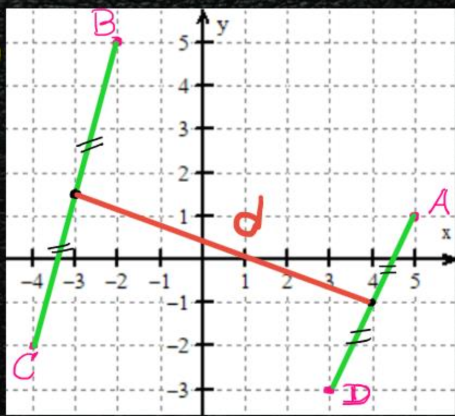
Grafique en el plano cartesiano el cuadrilátero cuyos vértices son A (5; 1), B (–2; 5), C (–4; –2), D (3; –3). Halle la distancia del punto medio de BC al punto medio de AD.

$$M_{BC}\left(\frac{-2-4}{2};\frac{5+(-2)}{2}\right)=\left(-3;\frac{3}{2}\right)$$

$$M_{AD}\left(\frac{5+3}{2};\frac{-3+1}{2}\right)=(4;-1)$$

$$d=\sqrt{(-3-4)^2+\left(\frac{3}{2}-(-1)\right)^2}$$

$$d=7{,}43$$



1.1

EPE

CONTROL DE APRENDIZAJE

a) El eje de ordenadas es una recta horizontal (V) (F)

b) El punto (0; 8) pertenece al IIC (V) (F)

c) El punto (– 6; 0) pertenece al eje x (V) (F)

d) Halle la distancia del punto A(– 8; 7) al punto B(4; 2)

$$d = \sqrt{(-8-4)^2 + (7-2)^2} = \underline{\underline{13}}$$

$$d = \sqrt{144 + 25}$$

EPE

ACTIVIDADES DE LA SEMANA 1

Inicio de TAREA 1, fecha de entrega: miércoles 26 de mayo,

Control de prueba

$\uparrow$

5.2 5,2

CONSULTAS