



MATEMÁTICA BÁSICA – CE82

SEMANA 6 – SP1



Temario: Función exponencial, función logarítmica, ecuaciones exponencial y logarítmicas.

Logro de la sesión: Al término de la sesión el estudiante reconoce una función exponencial y logarítmica, determina su regla de correspondencia, gráfica, dominio y resuelve ecuaciones exponenciales, logarítmicas.

FUNCIÓN EXPONENCIAL

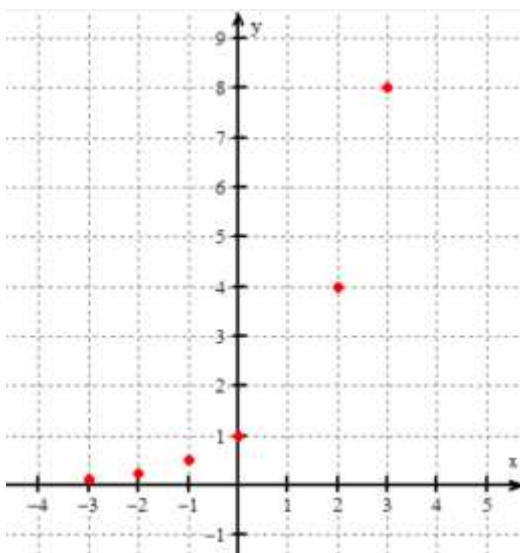
Toda función de la forma $f(x) = b^x$; donde b y x son números reales tal que $b > 0$ y diferente de uno, se denomina **función exponencial**, con base b .

Por ejemplo: $f(x) = 2^x$, $g(x) = 3^x$, $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^{-x}$, $f(x) = (0,35)^x$

Ejemplo:

Si $f(x) = 2^x$

x	$f(x)$
-3	0,125
-2	0,25
-1	0,5
0	1
1	2
2	4
3	8



Características de la función:

$$f(x) = 2^x$$

Dom f = _____

Ran f = _____

Intersección con el eje x : _____

Intersección con el eje y : _____

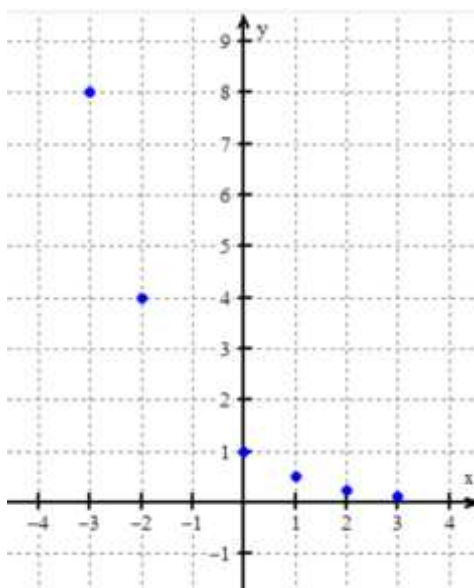
Monotonía: _____

Asíntota: _____

Ejercicio 1:

Si $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

x	$f(x)$
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	



Características de la función:

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^{-x}$$

Dom f = _____

Ran f = _____

Intersección con el eje x : _____

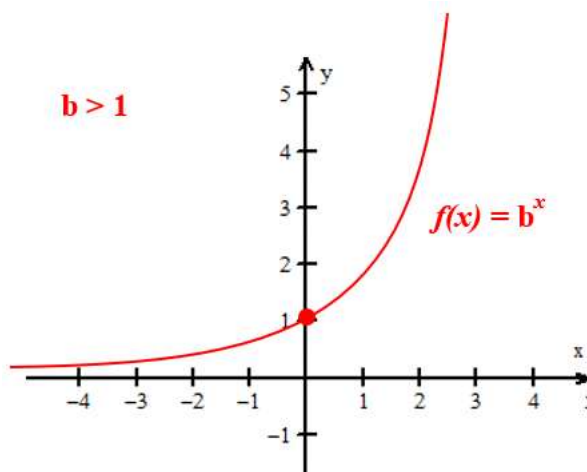
Intersección con el eje y : _____

Monotonía: _____

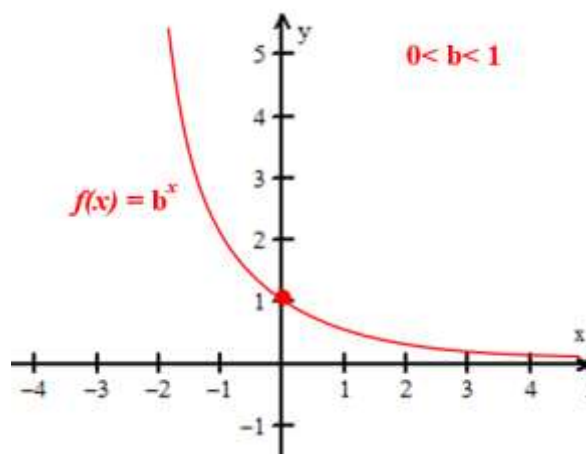
Asíntota: _____

**Conclusiones:**

Si $f(x) = b^x$ tal que la base es mayor que 1, es decir, $b > \underline{\hspace{1cm}}$



Si $f(x) = b^x$ tal que la base es un número mayor que 0 pero menor que 1, es decir, $\underline{\hspace{1cm}} < b < \underline{\hspace{1cm}}$



Función exponencial: $f(x) = b^x$

- Dominio: $\text{Dom}f = \underline{\hspace{2cm}}$ Rango: $\text{Ran}f = \underline{\hspace{2cm}}$
- No hay intersección con el eje $\underline{\hspace{1cm}}$ Intersecta al eje y en el punto: $\underline{\hspace{2cm}}$
- Si la base: $b > 1$ entonces la función es $\underline{\hspace{2cm}}$
- Si la base: $0 < b < 1$ entonces la función es $\underline{\hspace{2cm}}$
- La asíntota es el eje $\underline{\hspace{1cm}}$, cuya ecuación es $\underline{\hspace{2cm}}$

Ejercicios 2: Esboce el gráfico de las siguientes funciones

$f(x) = 3^x$										$f(x) = 4^{-x}$									
<div><div></div><div><div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><</div></div></div>																			

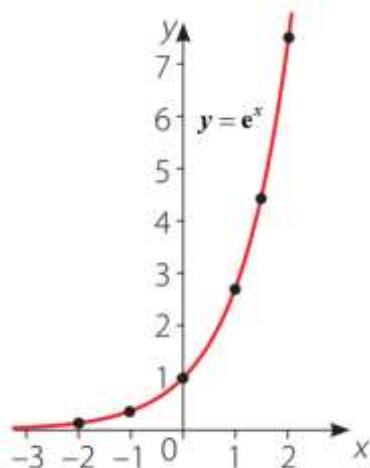


FUNCIÓN EXPONENCIAL NATURAL

Cualquier número no negativo se puede usar como base para una función exponencial. Sin embargo, uno de los más utilizados es el número irracional **e** (**constante de Euler**), cuyo valor aproximado a 14 decimales es $e = 2,71828182845905$.

La función exponencial natural es la función exponencial con base e: $f(x) = e^x$

x	$f(x)$
-2	0,135...
-1	0,367...
0	1
1	2,718...
2	7,389...



Características de la función: $f(x) = e^x$

Dom f = _____ Ran f = _____

Intersección con el eje x : _____

Intersección con el eje y : _____

Monotonía: _____

Asíntota: _____

FUNCIÓN LOGARITMO

Toda función de la forma $f(x) = \log_b x$; donde b y x son números reales tal que $b > 0$ y diferente de uno, se denomina **función logaritmo** con base b .

Y se cumple que: $\log_b x = y \Leftrightarrow b^y = x$

En consecuencia, $\log_b x$ es el exponente al cual hay que elevar la **base b** para obtener x .

Ejemplos:

$\log_2 8 = 3$... ¿Por qué? _____

$\log_3 9 = 2$... ¿Por qué? _____

Ejercicio 3:

Halle (sin calculadora) cada uno de los siguientes logaritmos:

a) $\log_4 16 =$ _____

b) $\log_{10} 1000 =$ _____

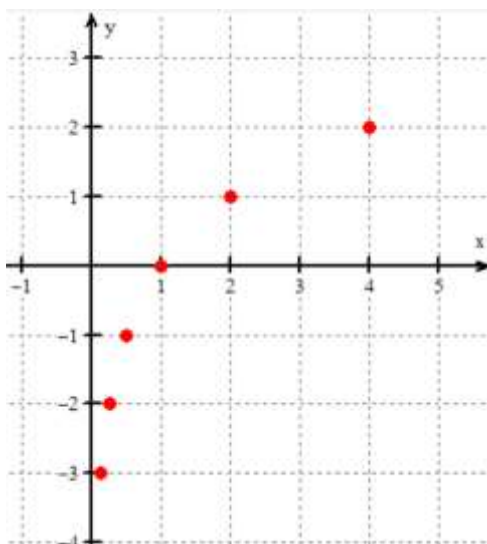
c) $\log_2 0,5 =$ _____

d) $\log_5 5 =$ _____

Ejemplo:

Si $f(x) = \log_2 x$

x	$f(x)$
0,125	
0,25	
0,5	
1	
2	
4	
8	



Características de la función:

$f(x) = \log_2 x$

Dom f = _____

Ran f = _____

Intersección con el eje x : _____

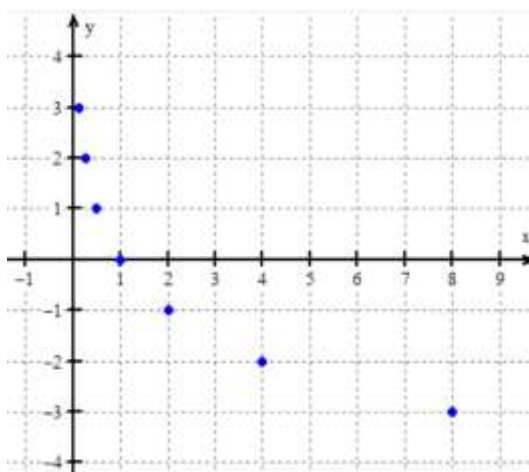
Intersección con el eje y : _____

Monotonía: _____

Asíntota: _____

**Ejercicio 4:**Si $f(x) = \log_{0,5} x$

x	$f(x)$
0,125	
0,25	
0,5	
1	
2	
4	
8	



Características de la función:

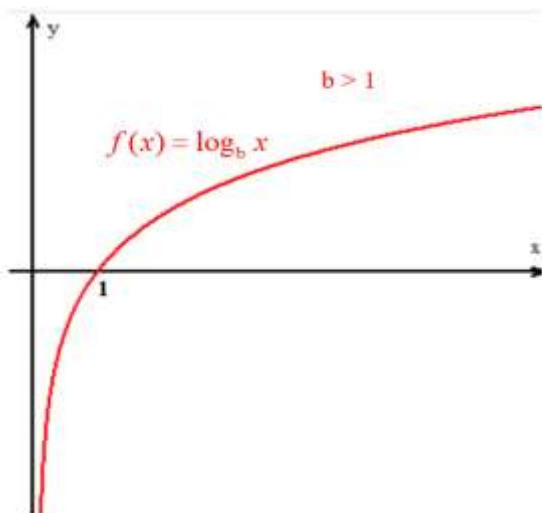
$$f(x) = \log_{0,5} x$$

$$\text{Dom}f = \underline{\hspace{2cm}}$$

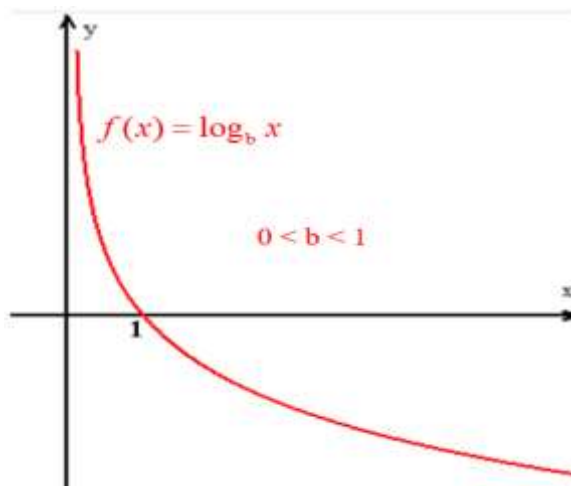
$$\text{Ran}f = \underline{\hspace{2cm}}$$

Intersección con el eje x : $\underline{\hspace{2cm}}$ Intersección con el eje y : $\underline{\hspace{2cm}}$ Monotonía: $\underline{\hspace{2cm}}$ Asíntota: $\underline{\hspace{2cm}}$ **Conclusiones:**

Si $f(x) = \log_b x$ tal que la base es mayor que 1, es decir, $b > \underline{\hspace{1cm}}$



Si $f(x) = \log_b x$ tal que la base es un número mayor que 0 pero menor que 1, es decir, $\underline{\hspace{1cm}} < b < \underline{\hspace{1cm}}$

**Función logaritmo:** $f(x) = \log_b x$

- Dominio: $\text{Dom}f = \underline{\hspace{2cm}}$ Rango: $\text{Ran}f = \underline{\hspace{2cm}}$
- No hay intersección con el eje $\underline{\hspace{1cm}}$ Intersecta al eje x en el punto: $\underline{\hspace{2cm}}$
- Si la base: $b > 1$ entonces la función es $\underline{\hspace{3cm}}$
- Si la base: $0 < b < 1$ entonces la función es $\underline{\hspace{3cm}}$
- La asíntota es el eje $\underline{\hspace{1cm}}$, cuya ecuación es $\underline{\hspace{2cm}}$



LOGARITMO COMÚN y LOGARITMO NATURAL

La función logaritmo con **base 10** se llama **logaritmo común** y se representa por: $f(x) = \log x$

Ejemplos: $\log x = 2 \Rightarrow 10^2 = x$, $\log x = -3 \Rightarrow 10^{-3} = x$, $\log x = a \Leftrightarrow 10^a = x$

La función logaritmo con **base e** se llama **logaritmo natural** y se representa por: $f(x) = \ln x$

Ejemplos: $\ln x = 2 \Rightarrow e^2 = x$, $\ln x = -3 \Rightarrow e^{-3} = x$, $\ln x = a \Leftrightarrow e^a = x$

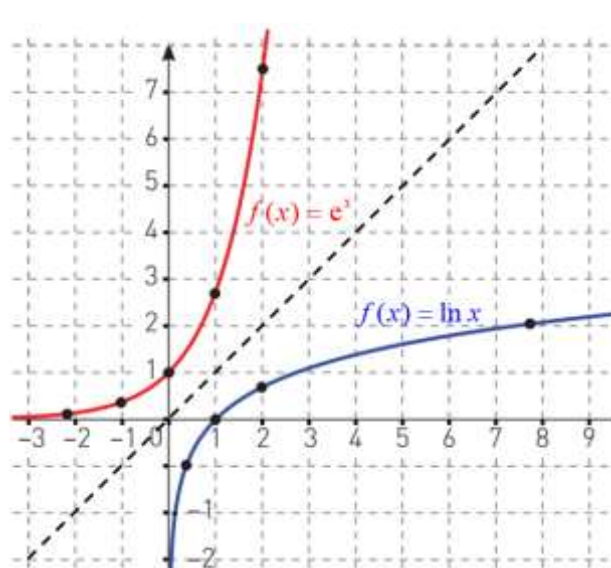
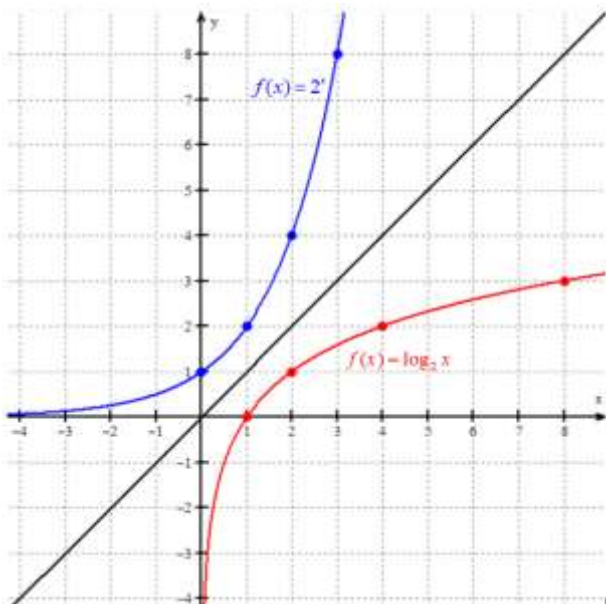
FUNCIÓN EXPONENCIAL Y FUNCIÓN LOGARITMO

La función exponencial $f(x) = b^x$ y función logaritmo $f(x) = \log_b x$ son mutuamente inversas, por lo tanto, cumplen con las propiedades de las funciones inversas.

Si $f(x) = b^x$ entonces: $\text{Dom}f = \underline{\hspace{2cm}}$ y $\text{Ran}f = \underline{\hspace{2cm}}$; asíntota: $\underline{\hspace{2cm}}$

Si $f(x) = \log_b x$ entonces: $\text{Dom}f = \underline{\hspace{2cm}}$ y $\text{Ran}f = \underline{\hspace{2cm}}$; asíntota: $\underline{\hspace{2cm}}$

Relación gráfica: Las curvas son simétricas respecto a la recta $y = x$.



Relación analítica

- | | | |
|--|---|---|
| a) $\log_b x = a \Rightarrow b^a = x$ | b) $\log_3 x = 2 \Rightarrow 3^2 = x$ | c) $\ln x = -1 \Rightarrow e^{-1} = x$ |
| d) $b^x = a \Rightarrow x = \log_b a$ | e) $5^x = 7 \Rightarrow x = \log_5 7$ | f) $e^x = 9 \Rightarrow x = \ln 9$ |
| g) $8^x = 4 \Rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$ | h) $e^x = 2 \Rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$ | i) $3^x = 6 \Rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$ |
| j) $\log_4 x = 3 \Rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$ | k) $\log_7 x = -2 \Rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$ | l) $\ln x = 8 \Rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$ |

Propiedades fundamentales: $\log_b b = \underline{\hspace{1cm}}$ y $\log_b 1 = \underline{\hspace{1cm}}$

Ejemplos: $\log_4 4 = \underline{\hspace{1cm}}$ $\log_5 1 = \underline{\hspace{1cm}}$ $\log 10 = \underline{\hspace{1cm}}$ $\ln e = \underline{\hspace{1cm}}$

**PROPIEDADES DE LOGARITMOS**

PROPIEDAD	APLICACIÓN
$\log_b(m) + \log_b(n) = \log_b(m \cdot n)$	a) $\log_7 4 + \log_7 8 = \log_7(\quad) = \log_7(\quad)$ b) $\log_3 21 = \log_3(7 \cdot 3) = \log_3 \quad + \log_3 \quad$
$\log_b(m) - \log_b(n) = \log_b\left(\frac{m}{n}\right)$	a) $\log_7 4 - \log_7 8 = \log_7(\quad) = \log_7(\quad)$ b) $\log_2\left(\frac{8}{9}\right) = \log_2 \quad - \log_2 \quad$
$\log_b(m)^k = k \log_b(m)$	a) $\log_3(x)^5 = ____ \log_3(x)$ b) $9 \log_4(x) = \log_4(x) ____$

Ejercicios 5:

a) $\log_3 7 + \log_3 5 =$	b) $\ln 12 - \ln 3 + \ln 2 =$	c) $\ln(x^2)^5 =$
d) $\log x^6 - \log x^4 - 2 \log x =$	e) $\log_2 8^6 - \log_3 9^5 =$	f) $\ln(e)^5 =$

CIERRE DE CLASE

- A. La función $f(x) = 3^{-x}$, ¿es creciente?
- B. La función $g(x) = e^x$ ¿Tiene asíntota vertical?
- C. La función $h(x) = \ln x$ ¿es negativa?

Problema (Competencia Razonamiento Cuantitativo)

Una colonia de ranas está en un proceso de extinción de forma exponencial. El gráfico muestra la cantidad de ejemplares que aún quedan vivos por mes.



- A) ¿Cuántas ranas había inicialmente?
- B) Escribe una función del tipo $r(t) = k(b)^t$ con la que se pueda calcular la cantidad de ranas vivas que hay cada mes.
- C) ¿Qué porcentaje de ranas se muere cada mes?