MATEMÁTICA BÁSICA – CE82
SEMANA 5 SP2
RESPUESTAS

INTERPRETACIÓN/ REPRESENTACIÓN

1. Si $f(x) = x^3$ y $g(x) = 2x - 1$, halle $(f \circ g)(x)$

Rpta: $\boldsymbol{(f \circ g)(x) = (2x - 1)^3}$

2. Si $f(x) = 3x + 4$y $g(x) = 4x + 6$, halle $(g \circ f)(x)$

Rpta: $(g \circ f)(x) = 2x + 22$

3. Si $f(x) = 3x + 4$, halle $f^{-1}(x)$

Rpta: $f^{-1}(x) = \frac{x-4}{3}$

4. Si $g(x) = -2x - 5$, halle $g^{-1}(x)$

Rpta: $g^{-1}(x) = \frac{-x-5}{2}$

5. Si $g(x) = x^2 - 4$, con $Dom(g) = [-3; 0], Ran(g) = [-4; 5]$. Halle $g^{-1}(x)$

Rpta: $g^{-1}(x) = -\sqrt{x + 4}, con\ Dom(g^{-1}) = [-4; 5], Ran(g^{-1}) = [-3; 0]$

Dada la función f, en las siguientes reglas de correspondencia 6, 7 y 8:

a) esboce la gráfica, determine el dominio y rango,

b) halle los puntos de intersección con los ejes,

c) determine los intervalos de monotonía,

d) analice la continuidad,

e) determine los intervalos donde la función es positiva o negativa.

6. $\boldsymbol{f(x) = \begin{cases} 2x + 5, & -5 \leq x < -1 \\ 4, & -1 \leq x < 2 \\ 9 - x, & 2 \leq x < 5 \end{cases}}$

Rpta:
a) Dom *f* = [-5; 5[, Ran *f* = [-5; 3[U [4; 7]

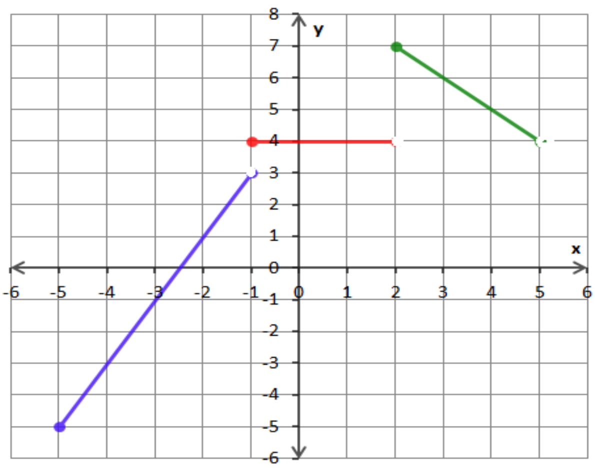
b) intersecciones: (2,5; 0) , (0; 4)

c) crece]-5; -1[, decrece:]2; 5[

d) discontinua en -1, de salto; en 2, de salto

e) *f*. positiva]-2,5; -1[,]-1; 2[,]2; 5[

***f*. negativa]-5; -2,5[**



7. $\boldsymbol{f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 4, & -4 < x \leq -1 \\ 2, & -1 < x \leq 3 \\ 7 - x, & 3 < x \leq 8 \end{cases}}$

Rpta:

a) Dom f =]-4; 8] Ran f =]-4; 5]

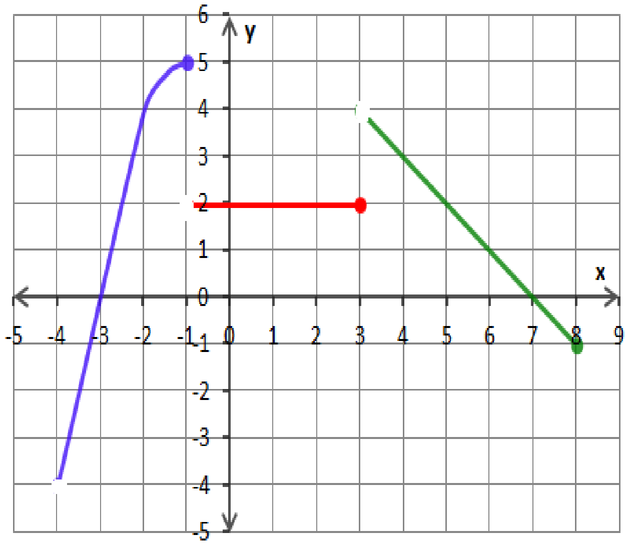
b) intersecciones: (-3,24; 0) , (7; 0)

c) crece]-4; -1[, decrece:]3; 8[

d) discontinua en -1, de salto; en 3, de salto

e) f. positiva]-3,24; -1[,]-1; 3[,]3; 7[

f. negativa]-4; -3,24[,]7; 8[



8. $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 3, & -3 \le x < 0 \\ \frac{5}{3}x - 3, & 0 \le x < 3 \\ -\sqrt{x-3} + 4, & 3 \le x < 7 \end{cases}$

Rpta:

a)Dom f= [-3; 7[Ran f= [-6; 4]

b) intersecciones: (0; -3), (-1,73; 0) , (1,8; 0)

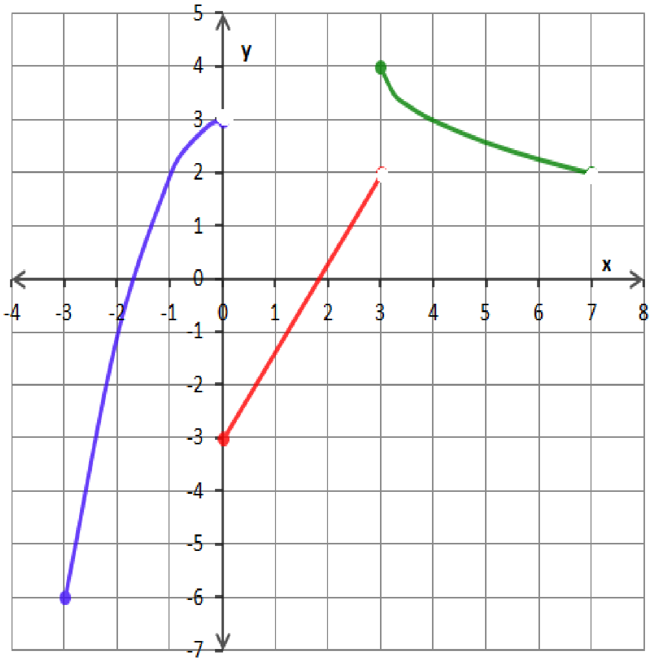
c) crece]-3; 0[,]0; 3[

decrece:]3; 7[

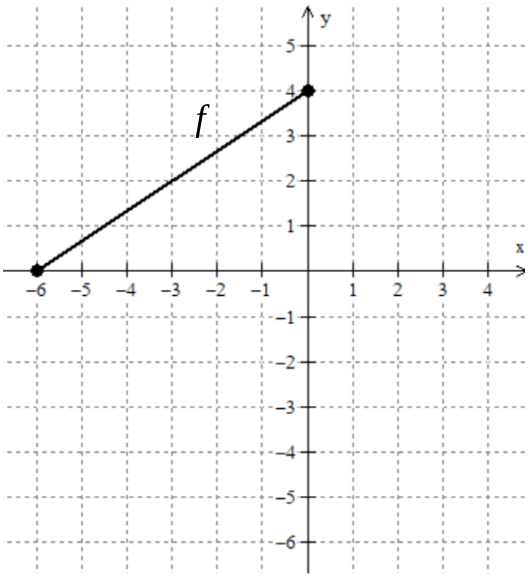
d) discontinua en 0, de salto; en 3, de salto

e) f. positiva]-1,73; 0[,]1,8; 3[,]3; 7[

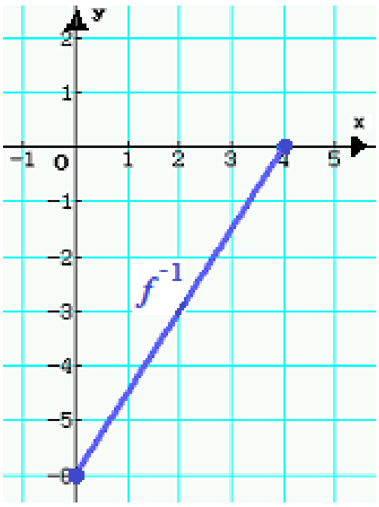
f. negativa]-3; -1,73[,]0; 1,8[



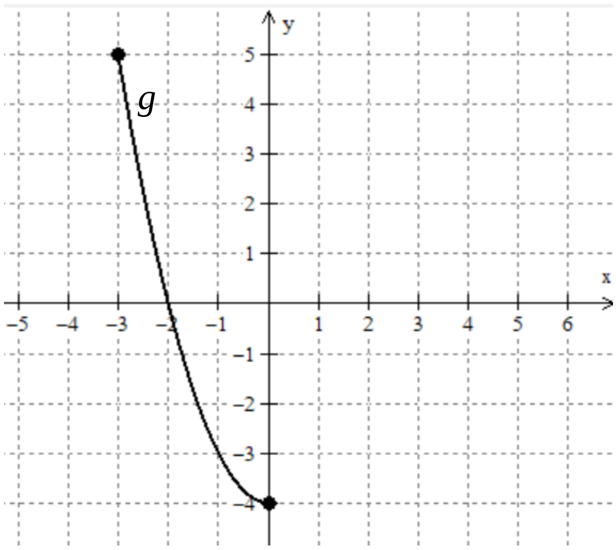
9. Grafique f^{-1}



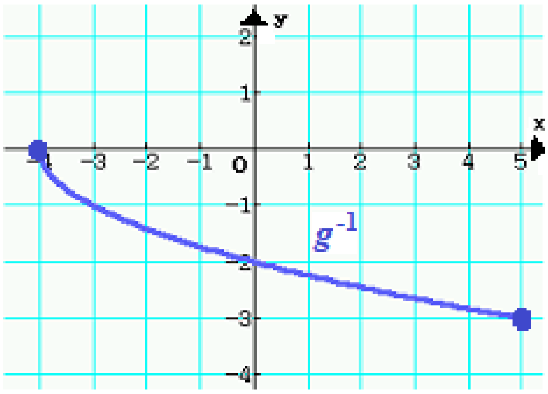
Rpta:



10. Grafique g^{-1}



Rpta:



CÁLCULO

1. Si $f(x) = \sqrt{x+1}$ y $g(x) = x^2 - 1$, ¿$f\left(g(3)\right) = g\left(f(3)\right)$?

Rpta.: Las funciones son diferentes: *f*(*g*(3))=3; *g*(*f*(3))=15

2. Si $f(x) = \sqrt{x+1}$ y $g(x) = x^2 - 1$, halle el dominio de $(g \circ f)(x)$

Rpta: Dom(*g* o *f*) (*x*)= [-1; +∞[

3. Si $f(x) = \sqrt{x-4}$, halle el dominio y rango de $f^{-1}(x)$

Rpta: $f^{-1}(x) = 4 + x^2$, $Dom(f^{-1}(x)) = [0\,;\ +\infty[$, $Ran(f^{-1}(x)) = [4\,;\ +\infty[$

4. Si $f(x) = x^3 - 2, x \in [-1\,;2]$, halle $f^{-1}(x)$

Rpta: $\boldsymbol{f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+2},\ Dom(f^{-1}(x)) = [-3\,;\ 6],\ Ran(f^{-1}(x)) = [-1\,;\ 2]}$

5. Si $f(x) = (x-2)^2, x \in [2\,;6]$, halle $f^{-1}(x)$

Rpta: $\boldsymbol{f^{-1}(x) = \sqrt{x} + 2,\ Dom(f^{-1}(x)) = [0\,;\ 16],\ Ran(f^{-1}(x)) = [2\,;\ 6]}$

6. Si $f(x) = 2x - 3, x \in [-1\,;5]$ y $g(x) = 3x - 2\,; x \in [-2\,;2]$, halle el dominio de $(f \circ g)(x)$

Rpta: $\boldsymbol{Dom(fog)(x) = \left[\frac{1}{3};\ 2\right]}$

ANÁLISIS

1. Determine dos funciones f y g tales que $(f \circ g)(x) = \sqrt{x^2+4}$

Rpta: $f(x) = \sqrt{x}$; $\boldsymbol{g(x) = x^2 + 4}$

2. Determine dos funciones f y g tales que $(f \circ g)(x) = x^3 - 8$

Rpta: $\boldsymbol{f(x) = x - 8}$; $\boldsymbol{g(x) = x^3}$

3. ¿Las funciones $f(x) = 2x - 5$ y $g(x) = \frac{x+5}{2}$ son mutuamente inversas?

Rpta: SI, porque sus inversas son iguales: $\boldsymbol{f^{-1}(x) = \frac{x+5}{2}}$; $\boldsymbol{g^{-1}(x) = 2x - 5}$

4. ¿La función $f(x) = (x-3)^2$ tiene inversa?

Rpta: No tiene inversa, $\boldsymbol{f}$ no es inyectiva, usando el método de la recta horizontal.

5. Halle dos funciones f y g tales que $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$.

Rpta: $\boldsymbol{f(x) = 2x + 1}$; $\boldsymbol{g(x) = 3x + 2}$