EPE

LOGRO

AL TERMINAR LA CLASE EL ALUMNO SERÁ CAPAZ DE:

- ESBOZAR LAS GRÁFICAS DE LAS FUNCIONES BÁSICAS Y DETERMINAR SU DOMINIO Y RANGO ✓
- ANALIZAR LA MONOTONÍA Y LOS VALORES EXTREMOS DE UNA FUNCIÓN ✓
- ANALIZAR LA CONTINUIDAD, LOS CEROS, POSITIVIDAD Y NEGATIVIDAD DE UNA FUNCIÓN

3.2

EPE

Halle el dominio de la función *g*.

$$g(x)=\frac{3}{x-2}-\sqrt{x+3}$$

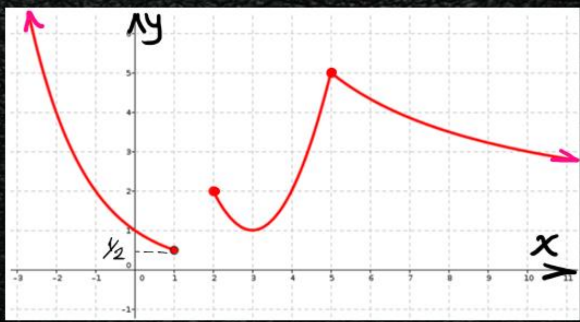
• $x-2\neq 0$
$x\neq 2$

• $x+3\geq 0$
$x\geq -3$

-3 2

$Dom(g)=[-3;+\infty[-\{2\}$

Halle el dominio y rango de la función.



$Dom(f)=\mathbb{R}-]1;2[$ ✓
$=]-\infty;1]\cup[2;+\infty[$ ✓

$Ran(f)=\mathbb{R}$

3.2

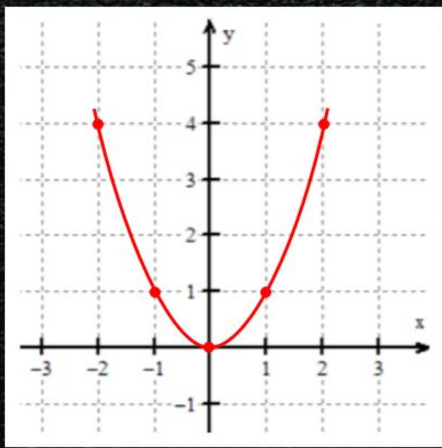
FUNCIONES BÁSICAS

EPE

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$f(x) = x^2$

x	y
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4



Dominio: R

Rango: $[0; +\infty[$ → Ver el gráfico.

El valor mínimo es 0

$y=0$

3.2

EPE

FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO

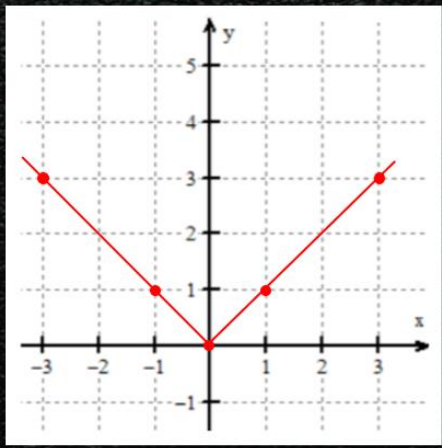
$f(x) = |x|$

•) $|2| = 2$

•) $|-2| = -(-2) = 2$

$|x| = |-x|$

x	y
-3	3
-1	1
0	0
1	1
3	3



Dominio: $\mathbb{R}$

Rango: $[0;\ +\infty[$

El mínimo absoluto de f es 0

$y = 0$

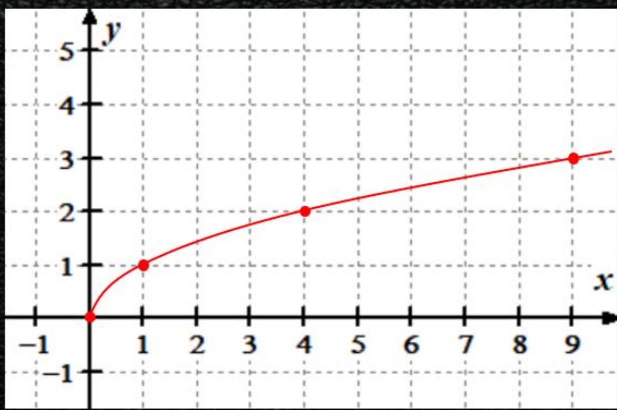
3.2

EPE

FUNCIÓN RAÍZ CUADRADA

$f(x) = \sqrt{x}$

x	y
0	0
1	1
4	2
9	3
16	4



Dominio: $[0;\ +\infty[$

Rango: $[0;\ +\infty[$

El mínimo absoluto de la función es 0.

↳ $y = 0$

3.2

EPE

FUNCIÓN RECÍPROCA

$x = \frac{1}{y}$

$f(x) = \frac{1}{x}$

$x \neq 0$

AV: $x=0$

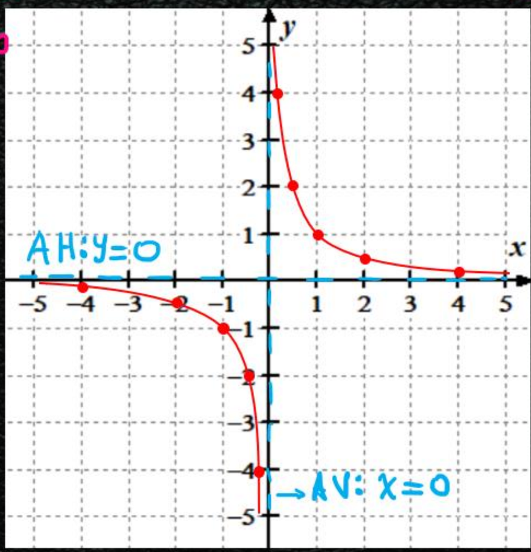
Asintota horizontal: $y=0$

x	y
0,25	4
0,5	2
1	1
2	0,5
4	0,25

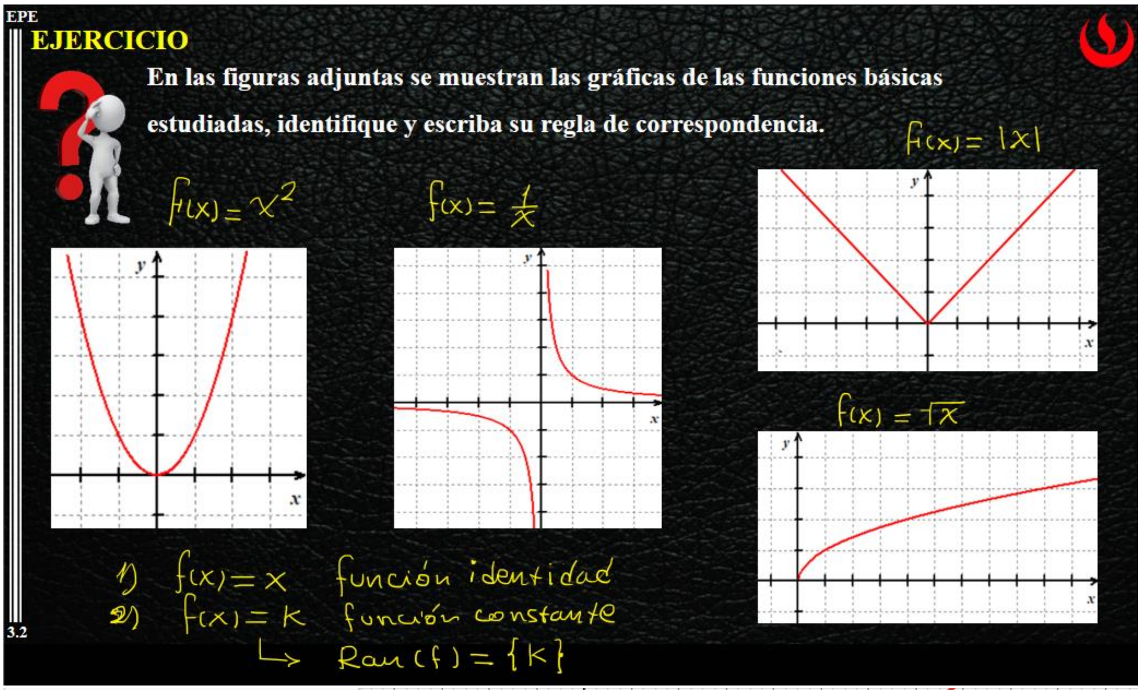
x	y
$-0,25$	-4
$-0,5$	-2
-1	-1
-2	-0,5
-4	-0,25

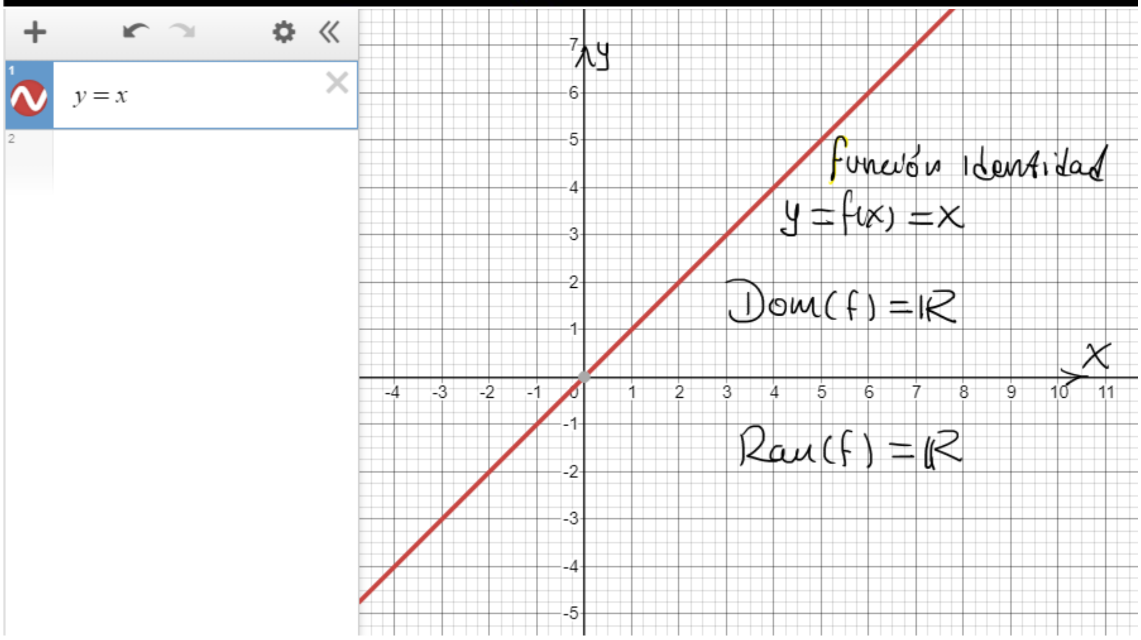
Dominio: $R - \{0\}$

Rango: $R - \{0\}$



3.2


EPE
EJERCICIO
En las figuras adjuntas se muestran las gráficas de las funciones básicas estudiadas, identifique y escriba su regla de correspondencia.
f(x) = x^2
f(x) = 1/x
f(x) = |x|
f(x) = √x
1) f(x) = x función identidad
2) f(x) = k función constante
Ran(f) = {k}
3.2


y = x
función identidad
y = f(x) = x
Dom(f) = ℝ
Ran(f) = ℝ

EPE

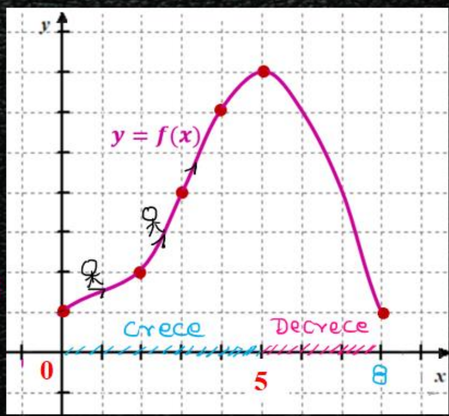
MONOTONÍA

Una función es creciente en un intervalo cuando al aumentar el valor de la variable independiente aumenta también el valor de la variable dependiente.

En símbolos: *f* es creciente en un intervalo abierto *I* del dominio, si para todo x_1 y x_2 de *I*, *f* está definida y se cumple: $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

En la figura adjunta la función *f* es creciente en: $]0; 5[$

Intervalos abiertos



$x_1 = 2 < x_2 = 3$

$f(2) < f(3)$

3.2

EPE

MONOTONÍA

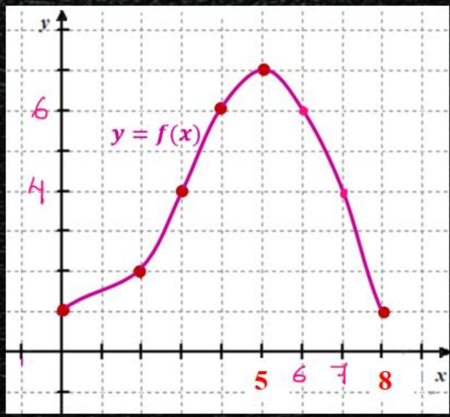
Una función es decreciente en un intervalo cuando al aumentar el valor de la variable independiente disminuye el valor de la variable dependiente.

En símbolos: f es decreciente en un intervalo abierto I del dominio, si para todo x_1 y x_2 de I, f está definida y se cumple: $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

En la figura adjunta la función f es decreciente en: $]5; 8[$

$x_1 = 6 < x_2 = 7$

$f(6) > f(7)$



3.2

EPE

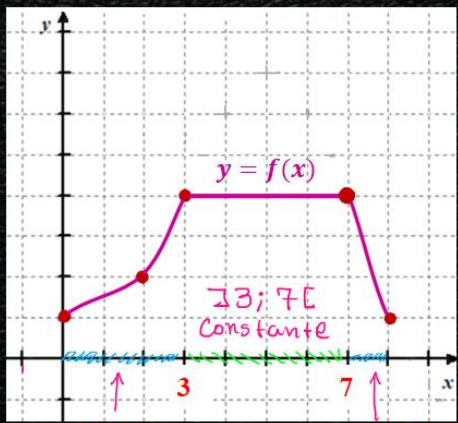
MONOTONÍA

Una función es constante en un intervalo cuando para todo valor de la variable independiente, la dependiente toma siempre el mismo valor.

En símbolos: $f(x_1) = f(x_2)$ **para todo x_1 y x_2 del intervalo.**

En la figura adjunta la función f es constante en: $]3; 7[$

Intervalo abierto



Crece]0 ; 3[

decrece]7; 8[

3.2

EPE

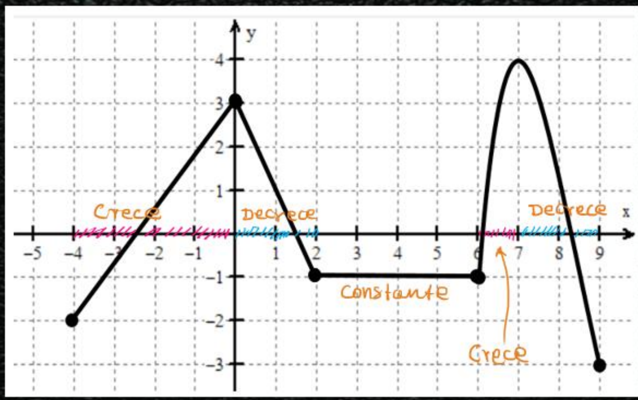
EJERCICIO

En la figura adjunta se muestra la gráfica de una función *f*. Analice la monotonía.

f es creciente en:
]−4; 0[
]6; 7[

f es decreciente en:
]0; 2[
]7; 9[

f es constante en:
]2; 6[



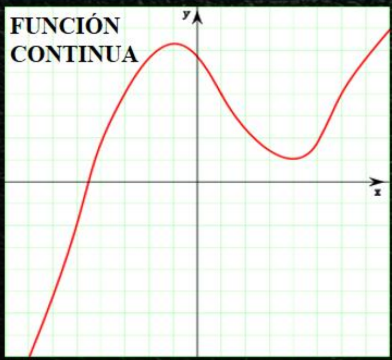
3.2

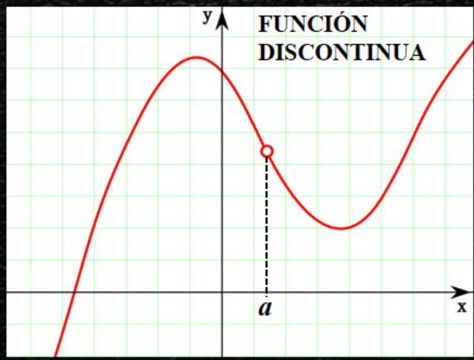
CONTINUIDAD

CONTINUIDAD

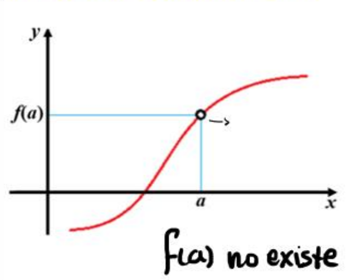
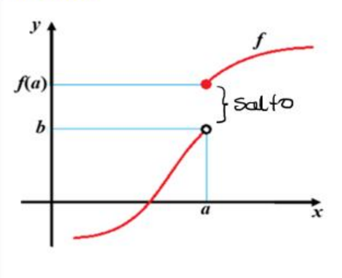
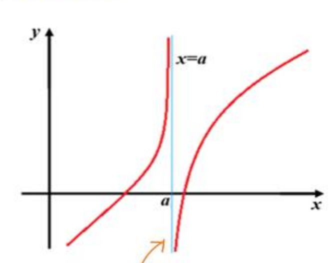
Intuitivamente se habla de continuidad cuando la gráfica de una función no se interrumpe o no produce saltos de un punto a otro.

Si una función *f* no es continua en un punto *a*, se dice que: *f* es discontinua en *a*.





TIPOS DE DISCONTINUIDAD

DISCONTINUIDAD EVITABLE O REMOVIBLE	DISCONTINUIDAD DE SALTO	DISCONTINUIDAD INFINITA
		

Asíntota Vertical.

1) $f(x) = \frac{1}{x}$ AV: $x = 0$

2) $f(x) = \frac{1}{x-2}$ AV: $x = 2$

3) $f(x) = \frac{1}{x+3}$ AV: $x = -3$

EPE

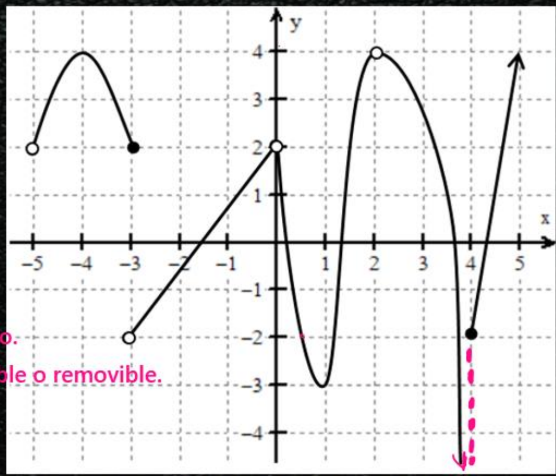
EJERCICIO

$Dom(f) =]-5; +\infty[- \{0; 2\}$

En la figura adjunta halle:

a) **Dominio y rango.**

$Ran(f) = \mathbb{R}$



b) **Puntos de discontinuidad.**

$-3, 0, 2$ y 4

c) **Tipos de discontinuidad.**

La función es discontinua en -3 de tipo salto.

La función es discontinua en 0 y 2 de tipo evitable o removible.

La función es discontinua en 4 de tipo infinita.

↳ existe una asíntota vertical: $x = 4$

3.2

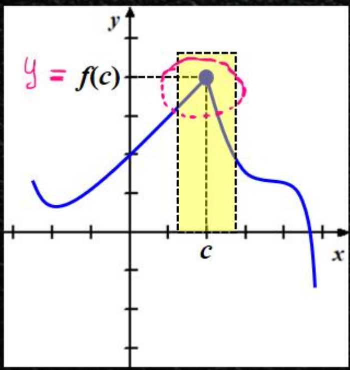
EPE

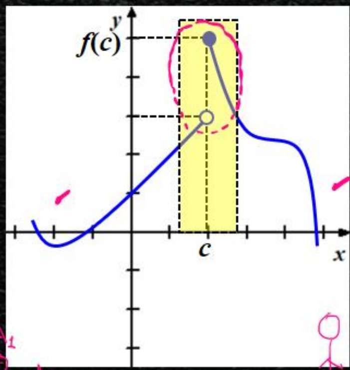
VALORES EXTREMOS

MÁXIMO RELATIVO o MÁXIMO LOCAL

Una función f tiene un máximo relativo o local en un punto c cuando: Mayor ↓ $f(x) \le f(c)$

para todo x en algún intervalo abierto dentro del dominio de f que contiene a c.





3.2

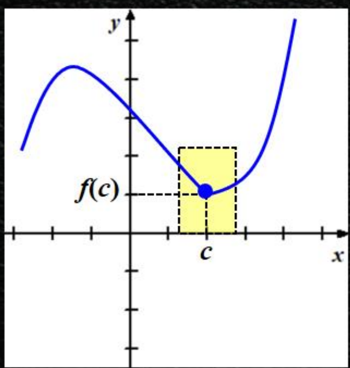
EPE

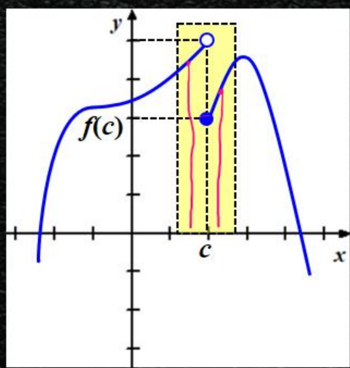
VALORES EXTREMOS

MÍNIMO RELATIVO o MÍNIMO LOCAL

Una función f tiene un mínimo relativo o local en un punto c cuando Menor ↓ $f(c) \le f(x)$

para todo x en algún intervalo abierto dentro del dominio de f que contiene a c.





3.2

EPE

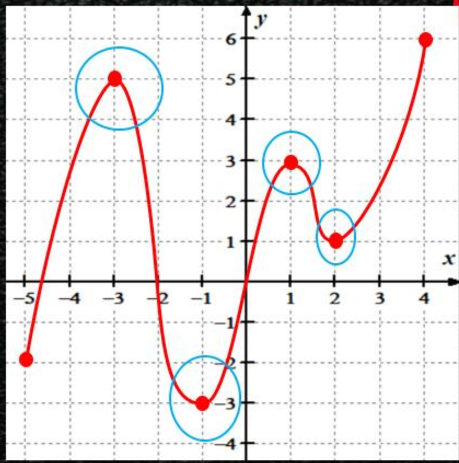
VALORES EXTREMOS

Hay máximo relativo en __-3__ y es __5__

Hay máximo relativo en __1__ y es __3__

Hay mínimo relativo en __-1__ y es __-3__

Hay mínimo relativo en __2__ y es __1__



$Ran(f) = [-3 \; ; \; 6]$

Mínimo absoluto

Máximo absoluto

3.2

EPE

VALORES EXTREMOS

MÁXIMO ABSOLUTO

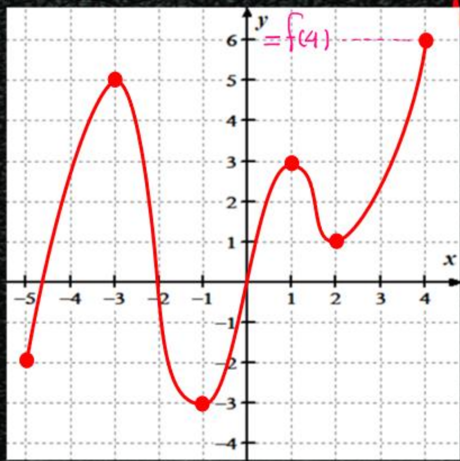
Una función f tiene máximo absoluto en un punto c cuando $f(x) \leq f(c)$ **para todo x que pertenece al dominio de f.**

MÍNIMO ABSOLUTO

Una función f tiene mínimo absoluto en un punto c cuando $f(c)$ es $f(c) \leq f(x)$ $(f(-1) = -3)$ **para todo x que pertenece al dominio de f.**

Ejemplo:

En la figura adjunta se tiene la gráfica de una función f, halle los máximos y mínimos, absolutos.



El máximo absoluto es __6__ en __4__

El mínimo absoluto es __-3__ en __-1__

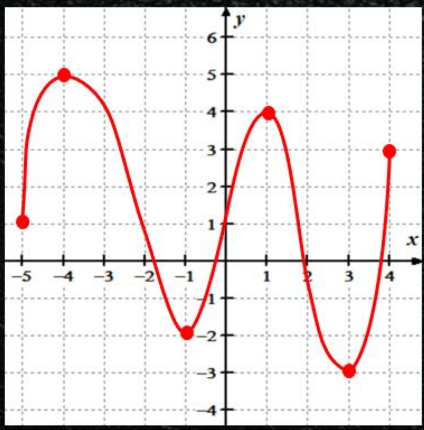
$Ran(f) = [-3 ; 6]$

3.2

EPE

EJERCICIO

$Ran(f) = [-3; 5]$

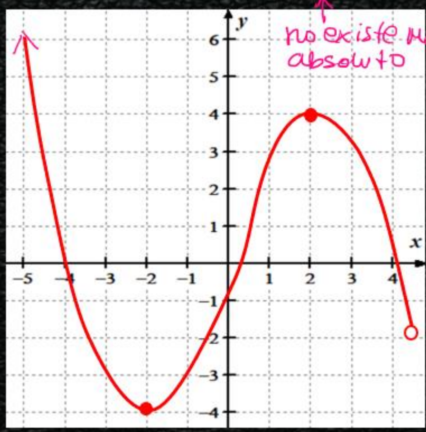


El máximo absoluto es $\underline{5}$ en $\underline{-4}$

El mínimo absoluto es $\underline{-3}$ en $\underline{3}$

$Ran(f) = [-4; +\infty[$

no existe máx absoluto



El máximo absoluto es $\underline{\nexists}$ en ____

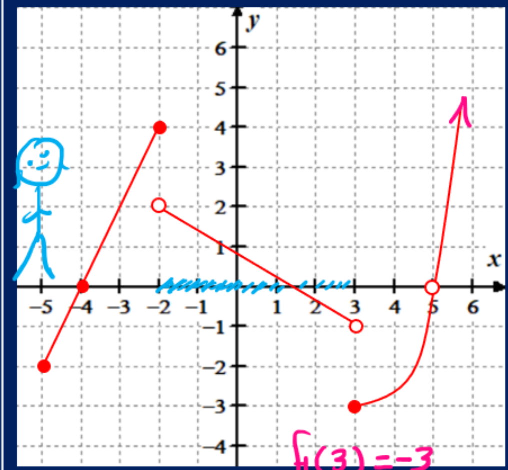
El mínimo absoluto es $\underline{-4}$ en $\underline{-2}$

3.2

PC1

EPE

CONTROL DE APRENDIZAJE



$f(3) = -3$

En la figura adjunta se muestra la gráfica de una función f cuya regla es $y = f(x)$, marque todas las proposiciones correctas:

$Ran(f) = [-3; +\infty[$

A) El mínimo absoluto de f es -3.

B) f decrece en $]-2; 3[$

C) f tiene discontinuidad removible en 5.

D) f no está definida en 3. F

E) f tiene máximo relativo en -2. F

1	1	1	$-0{,}75$
A	B	C	D

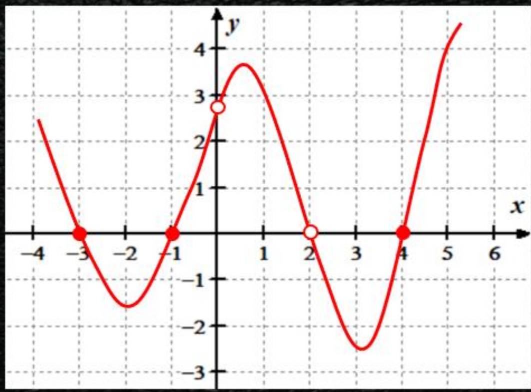
CEROS DE UNA FUNCIÓN

→ Recordar Semana1

Los ceros de una función f, son los valores de x que pertenecen al dominio de f, tal que $f(x) = 0$.

Observación: Determinar los ceros de una función, es equivalente a determinar las intersecciones de la gráfica de $y = f(x)$ con el eje de abscisas.

En la figura adjunta los ceros son: $-3, -1$ y 4



CEROS DE UNA FUNCIÓN

Dosmo Geogebra Symbolab

Ejemplos

a) Determine los ceros de la siguiente función $f(x) = (x^2 - 16)(x^2 + 1)$

$Dom(f) = R$

$x^2 - 16 = 0 \quad \wedge \quad x^2 + 1 = 0$ — No tiene soluciones reales

$(x+4)(x-4) = 0$

$x = -4, \quad x = 4$

Por lo tanto, los ceros de la función son: -4 y 4

---

b) Determine los ceros de las siguiente función $g(x) = (x^2 - 25)\sqrt{4 - x}$

PC1

$4 - x \geq 0$

$4 \geq x$

$x \leq 4$

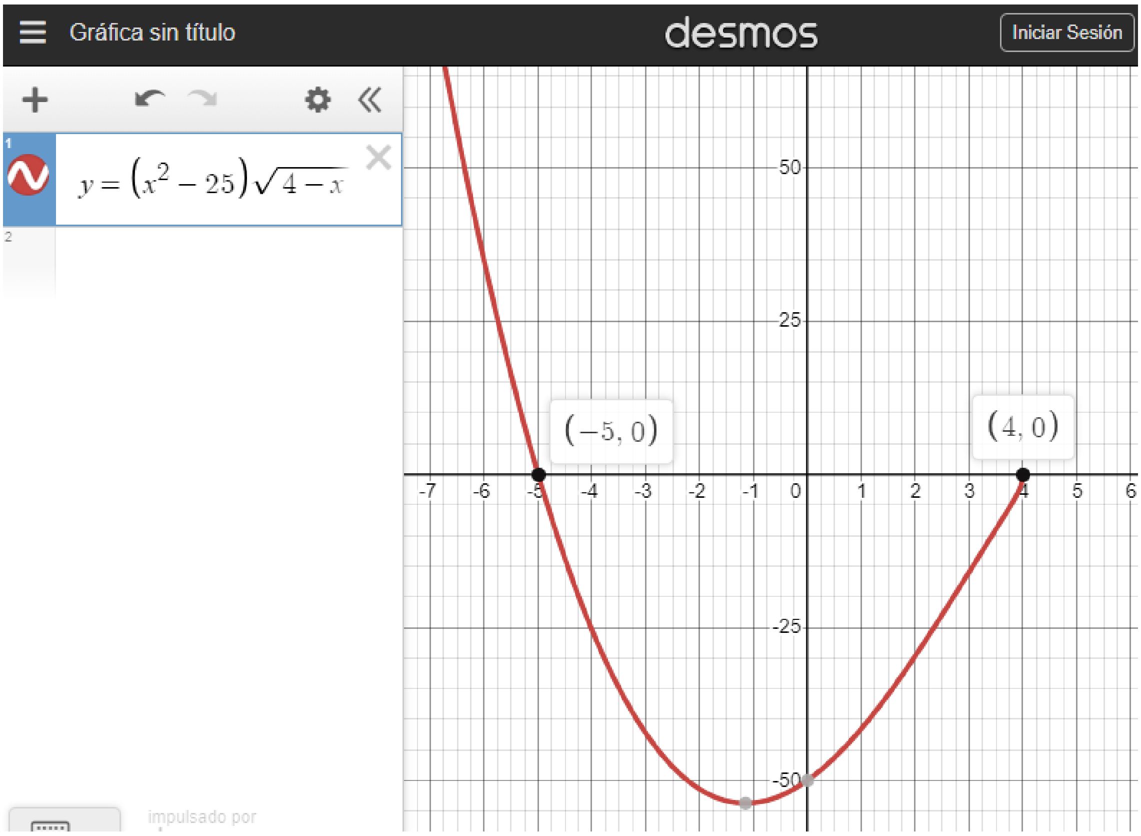
$Dom(f) =]-\infty; 4]$

$x^2 - 25 = 0 \quad \wedge \quad 4 - x = 0$

$(x+5)(x-5) = 0 \qquad x = 4$

$x = -5, \quad x = 5$ — No pertenece al dominio

Por lo tanto, los ceros de la función son: -5 y 4



$$\left(x^2-25\right)\sqrt{4-x}=0$$

Gráfica » Ejemplos »

Solución

Resolver eliminando potencias

$\left(x^2-25\right)\sqrt{4-x}=0 \quad : \quad x=4, x=-5$

Pasos

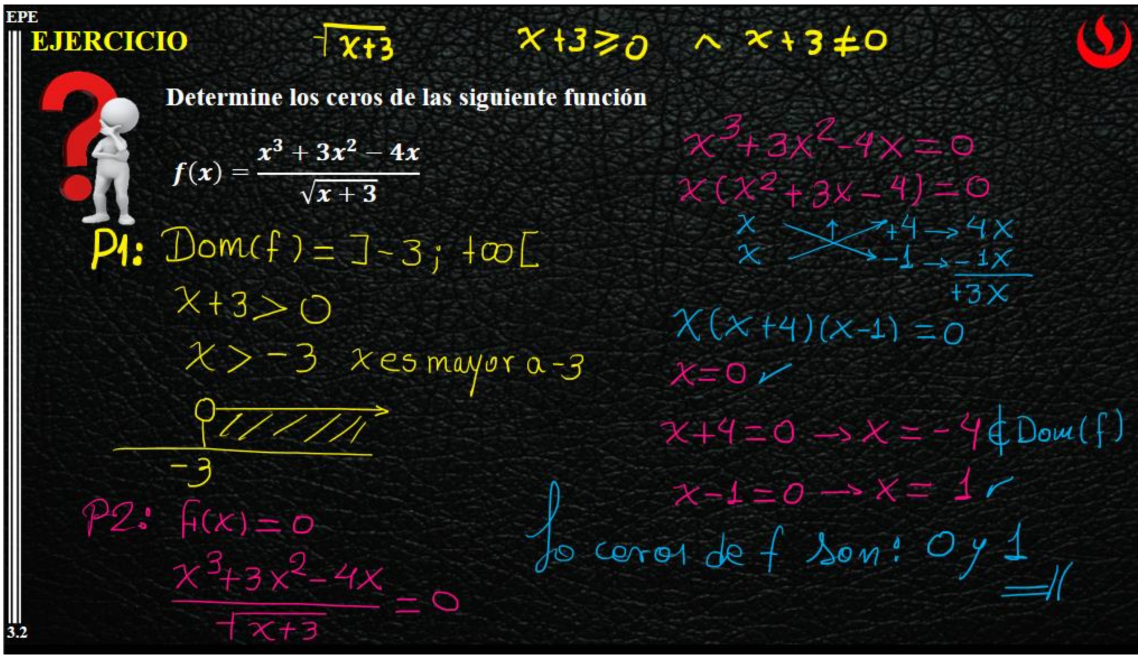
$$\left(x^2-25\right)\sqrt{4-x}=0$$

Factorizar $\left(x^2-25\right)\sqrt{4-x}$: $\quad \sqrt{4-x}\left(x+5\right)\left(x-5\right)$

$$\sqrt{4-x}\left(x+5\right)\left(x-5\right)=0$$

Utilizando el teorema de factor cero: si $ab=0$ entonces $a=0$ o $b=0$

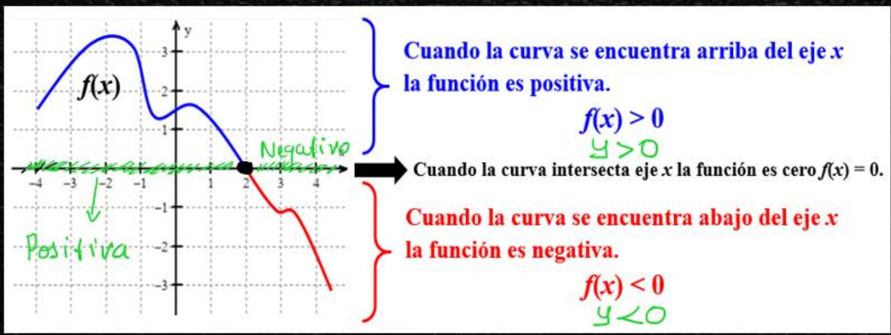
$\sqrt{4-x}=0$ or $x+5=0$ or $x-5=0$


EPE
EJERCICIO
$\sqrt{x+3}$ $x+3\geq 0 \wedge x+3\neq 0$
Determine los ceros de las siguiente función
$f(x)=\dfrac{x^3+3x^2-4x}{\sqrt{x+3}}$
P1: Dom(f) =]-3; +∞[
$x+3>0$
$x>-3$ x es mayor a -3
-3
P2: $f(x)=0$
$\dfrac{x^3+3x^2-4x}{\sqrt{x+3}}=0$
$x^3+3x^2-4x=0$
$x(x^2+3x-4)=0$
x +4 → 4x
x -1 → -1x
+3x
$x(x+4)(x-1)=0$
$x=0$ ✓
$x+4=0 \rightarrow x=-4 \notin$ Dom(f)
$x-1=0 \rightarrow x=1$ ✓
lo ceros de f son: 0 y 1
3.2


POSITIVIDAD Y NEGATIVIDAD DE UNA FUNCIÓN

POSITIVIDAD Y NEGATIVIDAD DE UNA FUNCIÓN

- **Una función f es positiva en un intervalo I, de su dominio, si para toda x que pertenece a I se cumple: $f(x) > 0$**
- **Una función f es negativa en un intervalo I, de su dominio, si para toda x que pertenece a I se cumple: $f(x) < 0$**



POSITIVIDAD Y NEGATIVIDAD DE UNA FUNCIÓN

Ejemplo:

Determine los intervalos donde f es positiva o negativa.

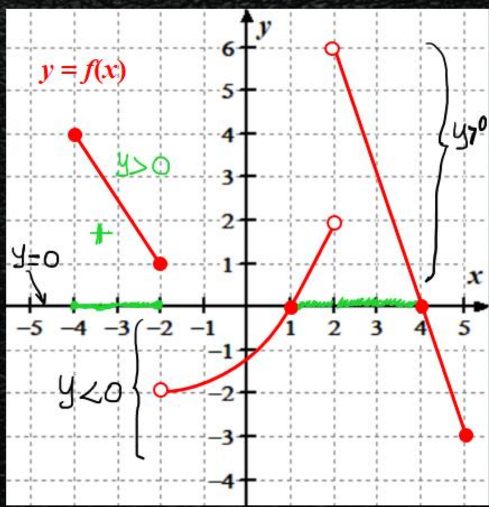
La función f es positiva en: $[-4; -2]$

$]1; 2[$

$]2; 4[$

La función f es negativa en: $]-2; 1[$

$]4; 5]$



EPE

Ejemplo:

Determine los intervalos donde f es positiva o negativa.

$$f(x)=\frac{x^4-9x^2}{\sqrt{2-x}}$$

$$f(x)>0 \qquad \frac{x^4-9x^2}{\sqrt{2-x}}>0 \quad\Rightarrow\quad \frac{x^2(x^2-9)}{\sqrt{2-x}}>0$$

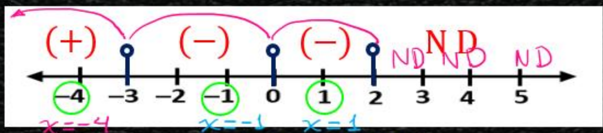
Hallemos el dominio

$$2-x>0$$
$$2>x$$
$$x<2$$

$$Dom(f)=\,]-\infty\,;2\,[$$

$$\frac{x^2(x-3)(x+3)}{\sqrt{2-x}}>0 \Rightarrow \text{Números críticos:} \begin{cases} 0\in Dom\,f \\ 3\notin Dom\,f \\ -3\in Dom\,f \\ 2\notin Dom\,f \end{cases}$$

$x^2=0$
$x-3=0$
$x+3=0$
$2-x=0$



$\frac{+\ (-)\ (-)}{+}$ $\qquad$ $\frac{+\ (-)\ (+)}{+}$ $\qquad$ $\frac{+\ (-)\ (+)}{+}$

La función $f(x)$ es positiva en : $]-\infty\,;-3\,[$

La función $f(x)$ es negativa en : $]-3\,;0\,[\,,\,]\,0\,;2\,[$

3.2

EPE

CONTROL DE APRENDIZAJE

En la figura adjunta se muestra la gráfica de una función f cuya regla es $y=f(x)$, marque todas las proposiciones correctas:

A) f tiene mínimo absoluto en -3.

B) f es discontinua en 3.

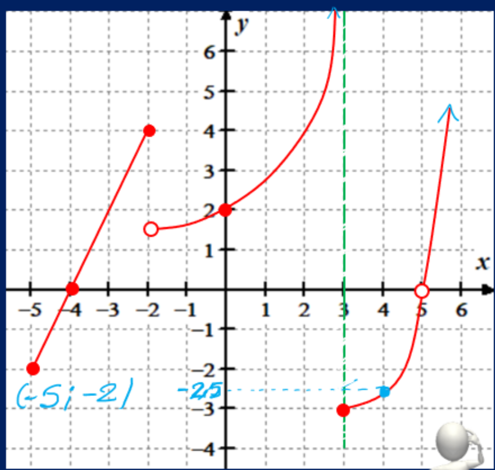
C) f es negativa en $[-5;-4[\,,\,[3;5[$

D) f decrece en $]-2;3[$ F

E) $f(4)>f(-5)$ F

-2

$-2{,}5>-2$ Falso



3.2

EPE

ACTIVIDADES DE LA SEMANA 3

Control 2

ASESORÍA 2, clase programada con el AAD → hablar con Reynaldo

CONTROL DE RECUPERACIÓN 2, se evalúa en la asesoría 2

EVALUACIÓN VIRTUAL 1 → Modelo PC1

→ Inicia sábado → cierra domingo

CONSULTAS

7 → 7:50
Reposo

8. → 8:45
Actividad 1
→ con nota
→ ver sus videos de tarea 1

3.2

PRÓXIMA CLASE

ACTIVIDAD 1

PRÁCTICA CALIFICADA 1