

EPE



# MATEMÁTICA BÁSICA

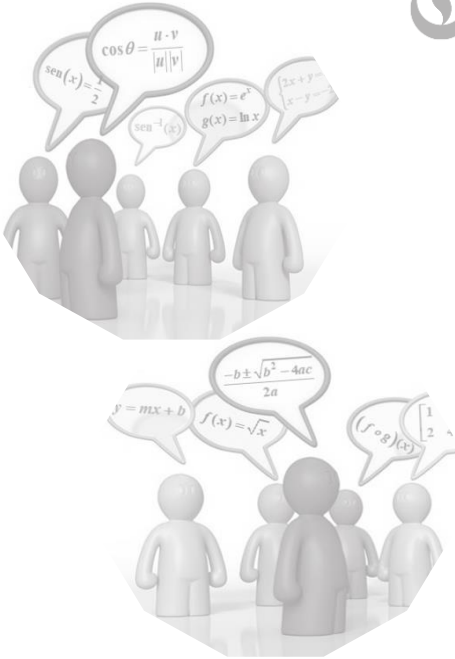


5.2

EPE



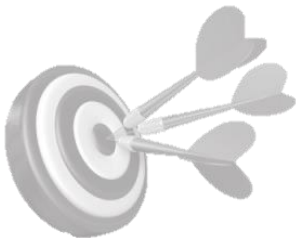
## CONTENIDO



5.2



# LOGRO



EFFECTUAR  
OPERACIONES ENTRE  
FUNCIONES  
INDICANDO SU  
DOMINIO Y REGLA DE  
CORRESPONDENCIA

EFFECTUAR LA  
COMPOSICIÓN DE  
FUNCIONES  
INDICANDO SU  
DOMINIO Y REGLA  
DE  
CORRESPONDENCIA

ANALIZAR LA  
INJECTIVIDAD DE  
UNA FUNCIÓN Y  
HALLAR SU INVERSA  
INDICANDO SU  
REGLA DE  
CORRESPONDENCIA Y  
DOMINIO

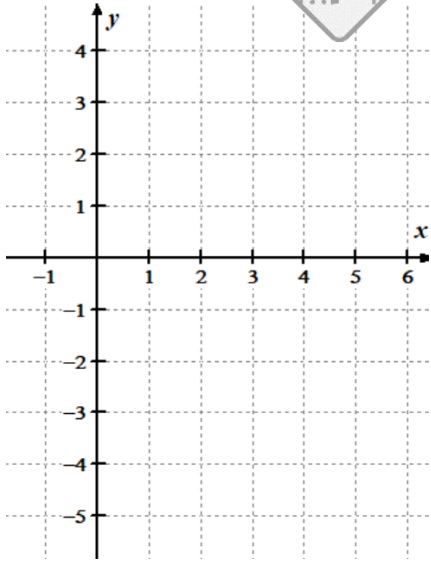


REPASO



EPE

Esboce la gráfica de la función  $f$  cuya regla es  $f(x) = -x^2 + 6x - 5$



5.2



**CONOCIMIENTOS  
PREVIOS**

**intervalos [ 1 ; 9 ] y ] - 2 ; 6 ]**

**Halle el conjunto solución**

$$x^2 + 2 < 11$$

$$3 < 4 - x < 5$$



# OPERACIONES CON FUNCIONES

EPE

**OPERACIONES CON FUNCIONES**Dadas las funciones  $f$  y  $g$  con dominios  $\text{Dom } f$  y  $\text{Dom } g$  tal que $f + g$  Regla de correspondencia:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$\text{Dominio: } \text{Dom}(f + g) = \text{Dom } f \cap \text{Dom } g$$

 $f - g$  Regla de correspondencia:

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$\text{Dominio: } \text{Dom}(f - g) = \text{Dom } f \cap \text{Dom } g$$

Ejemplo:

$$f(x) = x^2 + 1, x \in ]-2; 4]$$

$$g(x) = 4x - 5, x \in [-1; 7[$$

5.2



EPE

**OPERACIONES CON FUNCIONES**Dadas las funciones  $f$  y  $g$  con dominios  $\text{Dom } f$  y  $\text{Dom } g$  tal que $fg$  Regla de correspondencia:

$$(fg)(x) = f(x) g(x)$$

$$\text{Dominio: } \text{Dom}(fg) = \text{Dom } f \cap \text{Dom } g$$

Ejemplo:

$$f(x) = 2x + 3, x \in ]-5; 6]$$

$$g(x) = x - 2, x \in [-9; 4[$$

 $f/g$  Regla de correspondencia:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

Dominio:

$$\text{Dom}\left(\frac{f}{g}\right) = \text{Dom } f \cap \text{Dom } g - \{x | g(x) = 0\}$$

5.2



EPE

**OPERACIONES CON FUNCIONES**

Dadas las funciones  $f$  y  $g$  cuyas reglas de correspondencia son  $f(x) = \sqrt{x-1}$  y  $g(x) = x^2 - 3x, x \in ]-1; 5]$ , respectivamente. Determine la regla de correspondencia y el dominio de las funciones  $f \cdot g$  y  $f/g$ .

$$\Rightarrow (fg)(x) = \sqrt{x-1}(x^2 - 3x)$$

$$f(x) = \sqrt{x-1}, \quad x \in [1; \infty[$$

$$g(x) = x^2 - 3x, \quad x \in ]-1; 5]$$

5.2

EPE

**EJERCICIO**

Dadas las funciones  $f$  y  $g$  cuyas reglas de correspondencia son  $f(x) = x^2 - 4$ ;  $x \in [-3; 6]$  y  $g(x) = x - 2; x \in ]-1; 7[$ , halle:

$$\text{a) } f + g$$

$$\text{b) } fg$$

5.2

EPE

**EJERCICIO**

Dadas las funciones  $f$  y  $g$  cuyas reglas de correspondencia son  $f(x) = x^2 - 4$ ;  $x \in [-3; 6]$  y  $g(x) = x - 2$ ;  $x \in ]-1; 7[$ , halle:

c)  $g/f$ d)  $f/g$ 

5.2

EPE

**CONTROL DE APRENDIZAJE**

P1) Dadas las funciones  $f$  y  $g$  cuyas reglas de correspondencia son  $f(x) = x^2$ ;  $x \in [-1; 2]$  y  $g(x) = x - 2$ ;  $x \in ]3; 5[$ , halle si es que existe  $f - g$

A)  $x^2 + x - 2$

B)  $x^2 - x - 2$

C)  $x^2 - x + 2$

D) No existe

P2) Dadas las funciones  $f$  y  $g$  cuyas reglas de correspondencia son  $f(x) = 4 - x^3$  y  $g(x) = 3x + 2$ ;  $x \in ]-3; 4[$ , halle:  $(f + g)(-1)$

A) 6

B) 4

C) 2

D) 0



5.2



# COMPOSICIÓN DE FUNCIONES

EPE

## COMPOSICIÓN DE FUNCIONES



La operación de aplicar sucesivamente dos o más funciones en un orden determinado da origen a otra función llamada composición de funciones.

Suponga que  $f(x) = \sqrt{x}$  y  $g(x) = x^2 + 1$  a partir de estas dos funciones se puede definir

una nueva función  $h$  como  $h(x) = f(g(x)) =$

### DEFINICIÓN

Dadas las funciones  $f$  y  $g$ , tal que  $\text{Dom}f \cap \text{Rang}g \neq \{ \}$ , la composición  $f$  de  $g$ , denotada  $f \circ g$  se define mediante la siguiente regla de correspondencia  $(f \circ g)(x) = f(g(x))$

$$\begin{array}{l} f(x) = 5x - 4 \\ g(x) = x + 7 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} (f \circ g)(x) = \\ (g \circ f)(x) = \end{array}$$



EPE



COMPOSICIÓN DE FUNCIONES

Ejemplos: Halle la regla de correspondencia en cada una de las composiciones que se indica en el cuadro adjunto.

$f(x)$	$g(x)$	$(f \circ g)(x)$	$(g \circ f)(x)$
$f(x) = x^2 + 1$	$g(x) = \cos x$		
$f(x) = e^x + 3$	$g(x) = x - 3$		
$f(x) = x - 1$	$g(x) = x^2$		

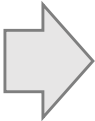
5.2

EPE



COMPOSICIÓN DE FUNCIONES

DOMINIO DE LA  
COMPOSICIÓN



$$\text{Dom}(f \circ g) = \{x \in R / x \in \text{Dom}g \wedge g(x) \in \text{Dom}f\}$$

Ejemplo:

Dadas las funciones  $f$  y  $g$  con regla de correspondencia:  $f(x) = 2x + 3; x \in [-7; 5]$  y  $g(x) = 3x - 4, x \in [0; 5]$ . Halle  $f \circ g$

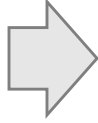
$(f \circ g)(x) = f(g(x)) =$

$\text{Dom}(f \circ g) =$

5.2

EPE

## COMPOSICIÓN DE FUNCIONES

DOMINIO DE LA  
COMPOSICIÓN

$$\text{Dom}(g \circ f) = \{x \in R / x \in \text{Dom}f \wedge f(x) \in \text{Dom}g\}$$

Ejemplo:

Dadas las funciones  $f$  y  $g$  con regla de correspondencia:  $f(x) = 2x + 3; x \in [-7; 5]$  y $g(x) = 3x - 4, x \in [0; 5]$ . Halle  $g \circ f$ 

$$\Rightarrow (g \circ f)(x) = g(f(x)) =$$

$$\Rightarrow \text{Dom}(g \circ f) =$$

5.2



EPE

## CONTROL DE APRENDIZAJE

$$f(x) = e^x$$

$$g(x) = x^3$$



$$(f \circ g)(x) =$$

$$(g \circ f)(x) =$$

$$h(x) = x^2$$

$$g(x) = \text{sen}(x)$$



$$(h \circ g)(x) =$$

$$(g \circ h)(x) =$$



$$f(x) = x^2 - 1$$

$$g(x) = 3x + 1$$



$$(f \circ g)(x) = 9x^2 + 6x$$

$$(g \circ f)(x) = 3x^2 + 2$$

5.2

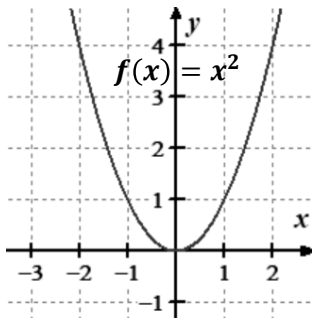




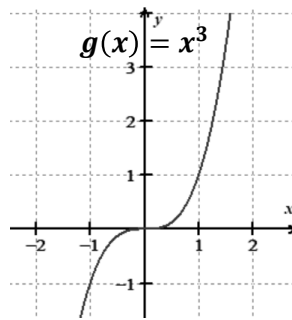
EPE

**FUNCIÓN INYECTIVA****CRITERIO DE LA RECTA HORIZONTAL (CRH)**

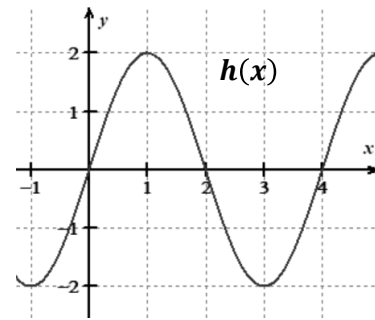
Una función  $f$  es inyectiva o uno a uno si y sólo si cualquier recta \_\_\_\_\_  
corta a su gráfica a lo más en \_\_\_\_\_.



Por el (CRH)



Por el (CRH)



Por el (CRH)

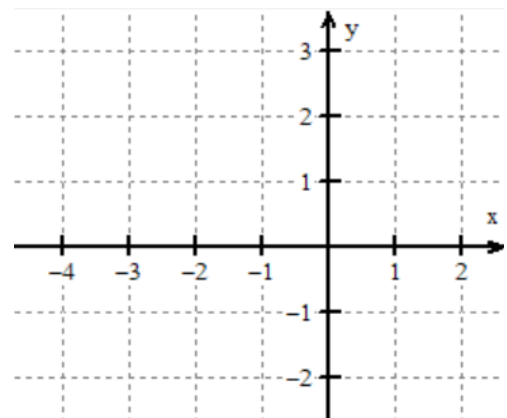
5.2

EPE

**FUNCIÓN INYECTIVA**

**Ejemplo:** Determine si la función  $f$  con regla de correspondencia  $f(x) = |x + 1| - 2$   
definida en el intervalo  $]-\infty; 0]$  es inyectiva. Justifique su respuesta.

**Función básica:**

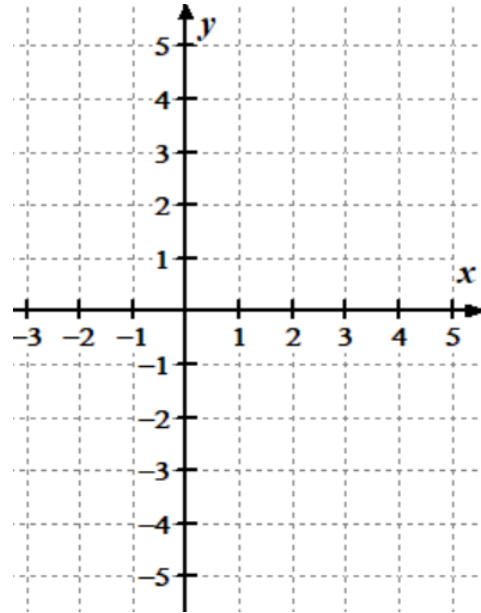


5.2

EPE

**FUNCIÓN INYECTIVA****Ejemplo:**

Determine si la función  $g$  con regla de correspondencia  $g(x) = 2 - (x - 1)^2$  definida en el intervalo  $[1; +\infty[$  es inyectiva.

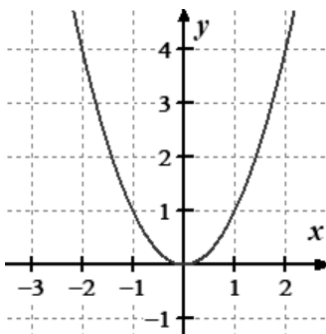


5.2

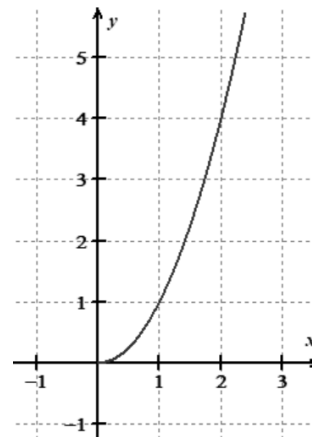
EPE

**CONTROL DE APRENDIZAJE**

¿La función  $f$  con regla de correspondencia  $f(x) = x^2$  es inyectiva?



¿La función  $f$  con regla de correspondencia  $f(x) = x^2$ ,  $x \in [0; +\infty[$  es inyectiva?



5.2



# FUNCIÓN INVERSA

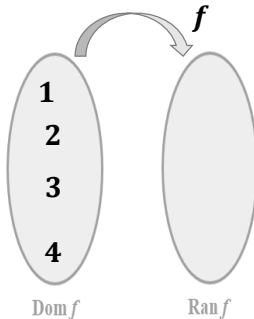
**EPE**

## FUNCIÓN INVERSA

**Sea  $f$  una función, tal que:**

$$f = \{(1; 9), (2; 8), (3; 7), (4; 6)\}$$

En el diagrama adjunto coloque los elementos del dominio y rango y luego asocie mediante flechas.



### ¿ES INYECTIVA?

Debido a que es inyectiva , al permutar los elementos de cada par ordenado se obtiene una nueva función a esta función se le llama inversa de la función  $f$  y se le representa por  $f^{-1}$ .

$$f^{-1} = \{(9; 1), (8; 2), (7; 3), (6; 4)\}$$

**Observa que:**

$$\text{Dom } f^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\mathbf{Ran} f^{-1} = \underline{\hspace{10cm}}$$

**PROPIEDAD**

$$\text{Dom } f^{-1} = \text{Ran } f$$

$$\mathbf{Ran} f^{-1} = \mathbf{Dom} f$$

EPE



# GRÁFICA DE LA FUNCIÓN INVERSA

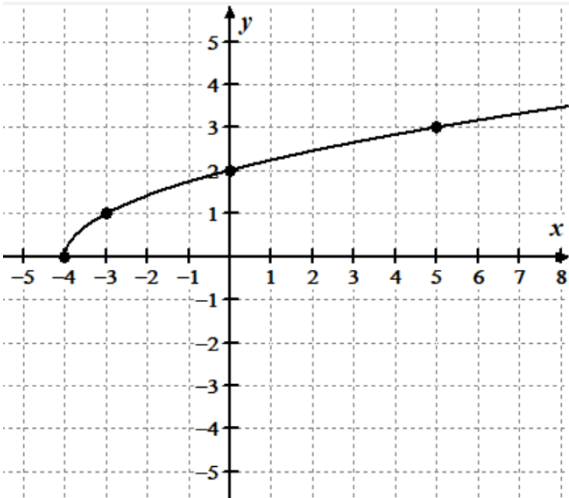
Conociendo la gráfica de una función  $f$  (inyectiva) se puede determinar la gráfica de su inversa haciendo una reflexión de la gráfica de  $f$  respecto a la recta  $y = x$ .

En la figura adjunta se muestra la gráfica de la función  $f$  cuya regla es  $f(x) = \sqrt{x + 4}$ .

Coloque las coordenadas de los puntos indicados y grafique  $f^{-1}$ .

$x$	$f(x)$

$x$	$f^{-1}(x)$



5.2

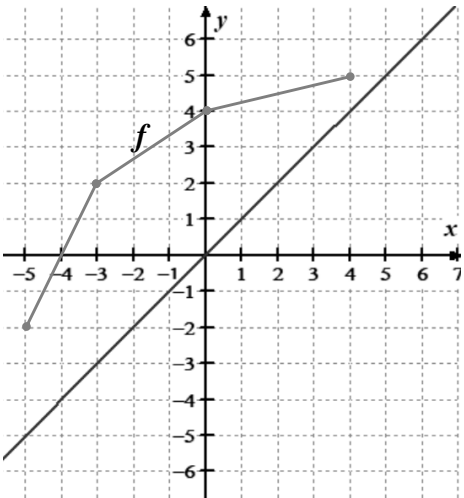
EPE



# EJERCICIO



En la figura adjunta se muestra las gráfica de la función  $f$  , ¿es inyectiva?  
Grafique en el mismo plano la inversa de  $f$ .



5.2

EPE



**REGLA DE CORRESPONDENCIA DE LA FUNCIÓN INVERSA**

Dada la función  $y = f(x)$ ,  $f(x) = 3x + 7$  para determinar la regla de correspondencia de  $f^{-1}$ , se debe seguir los siguientes pasos:

- Paso 1: Verifique que  $f$  es inyectiva

Paso 1:  $f(x) = 3x + 7$
- Paso 2: Escriba en lugar de  $f(x)$  la variable  $y$ .

Paso 2:
- Paso 3: Despeje la variable  $x$  en términos de  $y$ .

Paso 3:
- Paso 4: Cambie la variable  $y$  por  $x$  y viceversa.

Paso 4:
- Paso 5: Cambie la variable  $y$  por  $f^{-1}(x)$ .

Paso 5:

5.2

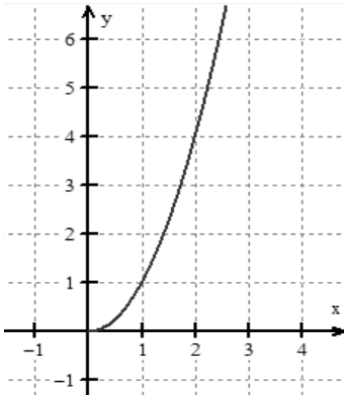
EPE



**REGLA DE CORRESPONDENCIA DE LA FUNCIÓN INVERSA**

Dada la función  $f$  con regla de correspondencia  $f(x) = x^2$ , definida en el intervalo  $[0; +\infty[$ . Halle la regla de correspondencia de  $f^{-1}$  e indique su dominio y su rango. Esboce la gráfica.

- Paso 1:
- Paso 2:
- Paso 3:
- Paso 4:
- Paso 5:



5.2

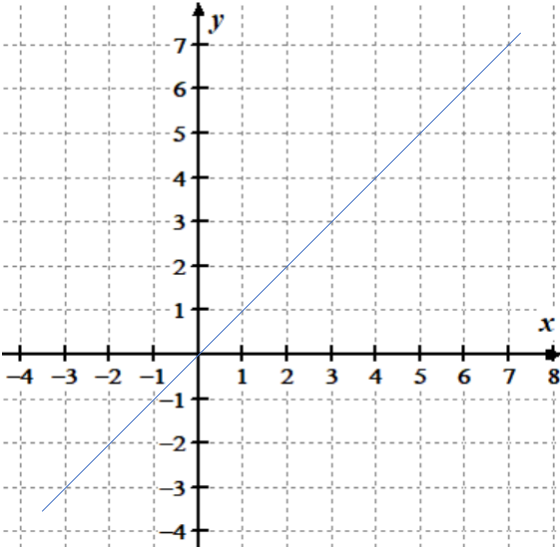


EPE

EJERCICIO



Dada la función  $f$  con regla de correspondencia  $f(x) = 2x + 3; x \in [-3; 2[$ .  
Halle la regla de correspondencia de  $f^{-1}$  e indique su dominio y su rango.  
Esboce la gráfica de  $f$  y  $f^{-1}$  en un mismo plano.



5.2

EPE

**Ejemplo:** En el cuadro adjunto se muestran funciones usuales y las respectivas reglas de correspondencia de sus inversas.



FUNCIÓN	DOMINIO
$f(x) = x^2$	$[0; +\infty[$
$f(x) = x^2$	$] -\infty; 0]$
$f(x) = \text{sen } x$	$[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$
$f(x) = \text{cos } x$	$[0; \pi]$
$f(x) = e^x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \ln x$	$] 0; +\infty[$



FUNCIÓN INVERSA	DOMINIO

5.2

EPE



# CONTROL DE APRENDIZAJE

Dada la función  $f$  cuya regla de correspondencia es  $f(x) = -5x + 8, x \in ]-2; 3]$ .

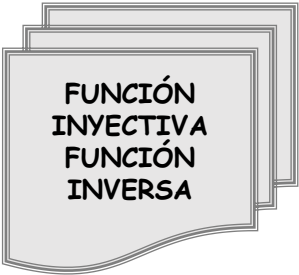
A)  $f^{-1}(x) = \frac{8 - x}{5}$

B)  $\text{Dom } f^{-1} = ]-7; 18]$



5.2

EPE



5.2

EPE

## BIBLIOGRAFÍA

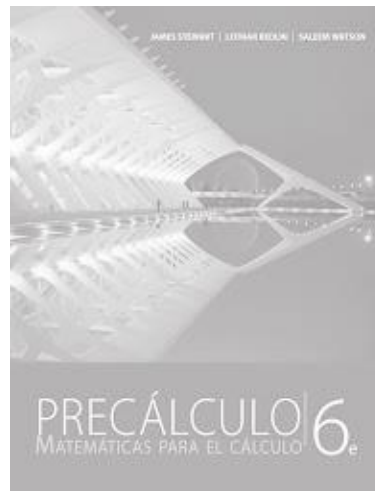
STEWART, James (2012).

**PRECÁLCULO: MATEMÁTICAS PARA EL CÁLCULO.**

Sexta edición. México, D.F. Cengage Learning.

Operaciones y composición de funciones páginas 190 - 198

Función Inyectiva, Función Inversa páginas 199 - 207



5.2

EPE

## ACTIVIDADES DE LA SEMANA

Inicio de TAREA 4, fecha de entrega: domingo 20 de junio,

ASESORÍA 4, clase programada con el AAD

CONTROL DE RECUPERACIÓN 3, se evalúa en la asesoría 4

## CONSULTAS



5.2

EPE

5.2



PRÓXIMA  
CLASE

# FUNCIÓN EXPONENCIAL

## FUNCIÓN LOGARITMO

EPE

5.2



Gracias

