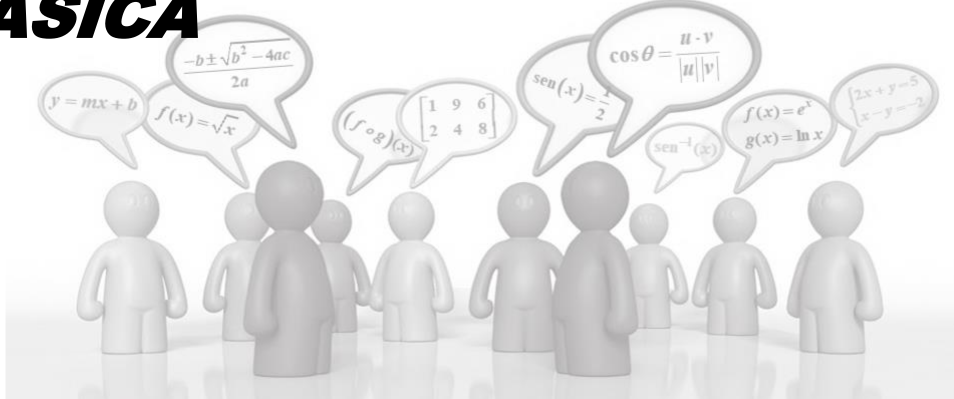
EPE

MATEMÁTICA BÁSICA



2.2

EPE

CONTENIDO

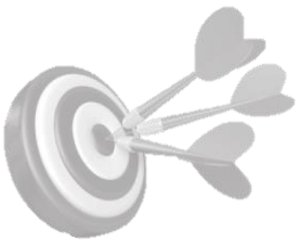
DEFINICIÓN Y ELEMENTOS DE LA ELIPSE

ECUACIONES DE LA ELIPSE

APLICACIONES DE LA ELIPSE

2.2

EPE



LOGRO

AL TERMINAR LA CLASE EL ALUMNO SERÁ CAPAZ DE:

- DEFINIR Y REPRESENTAR ALGEBRAICAMENTE Y GRAFICAMENTE UNA ELIPSE
- HALLAR LAS ECUACIONES DE UNA ELIPSE SEGÚN SUS CARACTERÍSTICAS
- RESOLVER PROBLEMAS DE CONTEXTO REAL RELACIONADOS CON LA ELIPSE

2.2

EPE

2.2

EPE

A partir de la ecuación de una parábola $(y-3)^2 = 8(x+2)$, grafique e identifique.

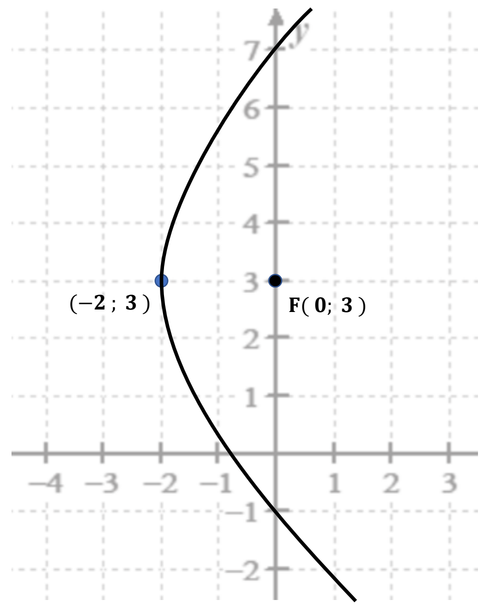
***a*) Coordenadas del vértice:**

***b*) El valor de p:**

***c*) Coordenadas del foco:**

***d*) Ecuación del eje focal:**

***e*) Ecuación de la recta directriz:**



2.2

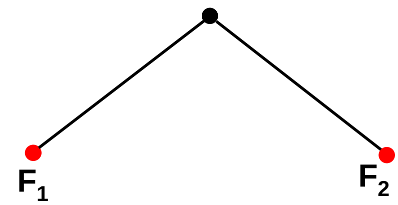
ECUACIÓN ORDINARIA DE LA ELIPSE

https://www.tublogdearquitectura.com/2011/01/cybertecture-egg-mumbai/

EPE

ELIPSE

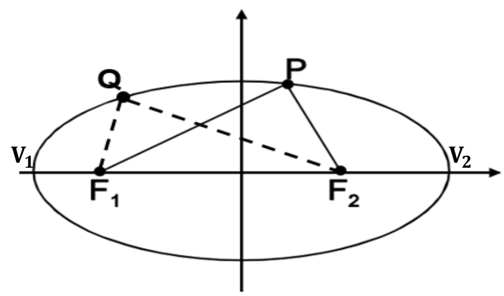
Una *elipse* es el conjunto de puntos del plano, tales que la suma de sus distancias a dos puntos fijos del plano, llamados focos, es constante.



En la figura adjunta los puntos fijos F_1 y F_2 son los ________ .

P y Q son dos puntos cualesquiera de la curva y según la definición se cumple en toda elipse que:

$PF_1 + PF_2$ = ____________________= constante



2.2

EPE

ELEMENTOS DE LA ELIPSE

Centro: ______ **Vértices:** ____________

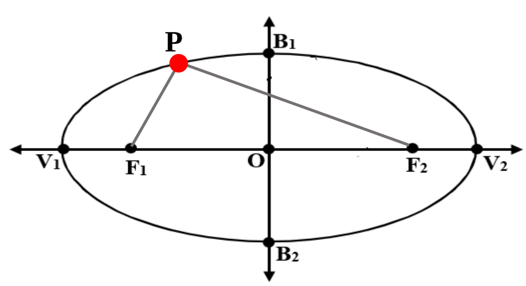
Focos: ___________

Eje mayor (Eje focal): _______________

Eje menor: ___________________

Distancia focal: ______________

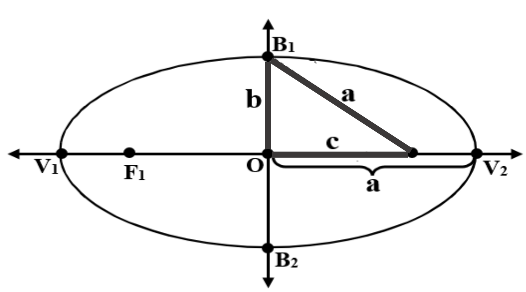
Definición:



RELACIÓN ENTRE LAS CONSTANTES

V_1V_2 = ______ **B_1B_2 =** _____ **F_1F_2 =** ______

$$b^2 + c^2 = a^2$$



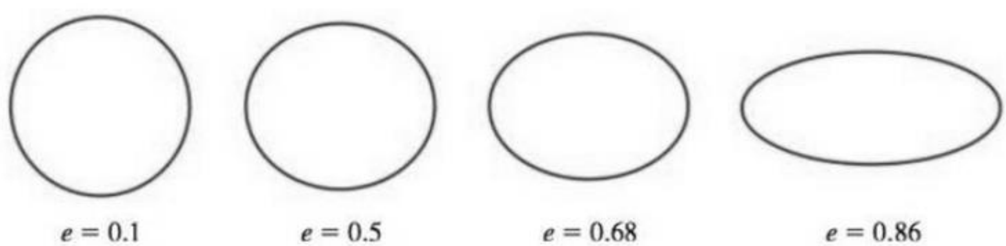
2.2

EPE

EXCENTRICIDAD DE LA ELIPSE

La excentricidad (e) de una elipse es la razón entre su semi distancia focal (c) y su semieje mayor (a). Su valor se encuentra entre cero y uno.

La excentricidad indica la forma de una elipse; una elipse será más redondeada cuanto más se aproxime su excentricidad al valor cero.



2.2

EPE

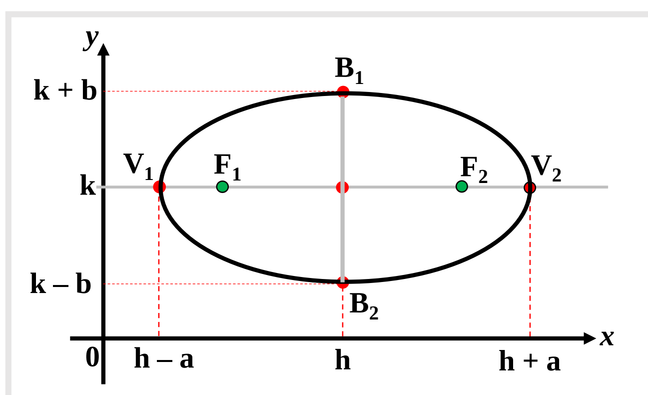
ECUACIÓN ORDINARIA DE LA ELIPSE

CENTRO: (h; k)	EJE FOCAL: PARALELO AL EJE *X*

(ELIPSE “HORIZONTAL”)

$$\frac{(x-\mathrm{h})^2}{\mathrm{a}^2}+\frac{(y-\mathrm{k})^2}{\mathrm{b}^2}=1$$

(ecuación ordinaria)



EJE MAYOR: V_1V_2 =

EJE MENOR: B_1B_2 =

DISTANCIA FOCAL: F_1F_2 =

$\boxed{\mathrm{a} > \mathrm{b}}$

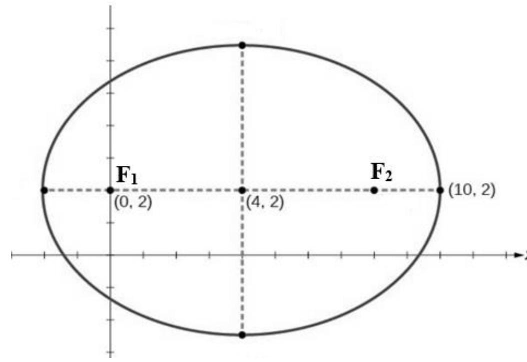
2.2

EPE

ECUACIÓN ORDINARIA DE LA ELIPSE

Ejemplo

De la figura adjunta determine la ecuación de la elipse, sabiendo que F_1 es un foco.



Pitágoras

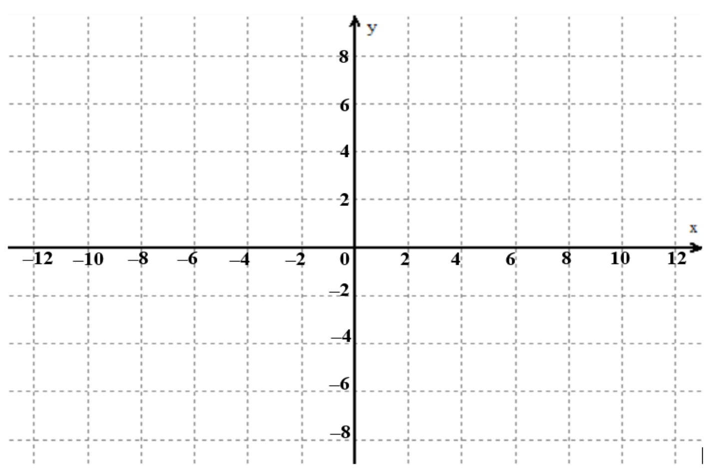
Ecuación

2.2

EPE

EJERCICIO

Grafique la elipse cuyos vértices son (12; 2) y (–10; 2), su eje menor mide 8 u, halle su ecuación. Halle las coordenadas de los puntos de intersección con los ejes coordenados.

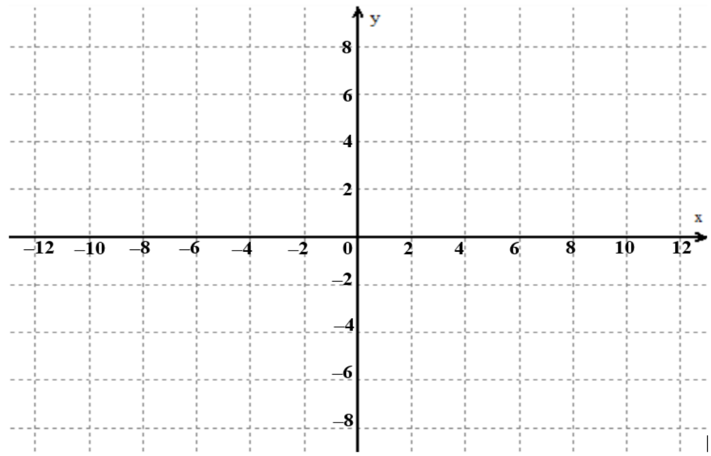


2.2

EPE

EJERCICIO

Grafique la elipse cuyo centro es (0;0), un vértice es (10;0), un foco es (8;0), halle su ecuación y excentricidad.



2.2

EPE

ECUACIÓN ORDINARIA DE LA ELIPSE

CENTRO: (h; k)	EJE FOCAL: PARALELO AL EJE *Y*

(ELIPSE "VERTICAL")

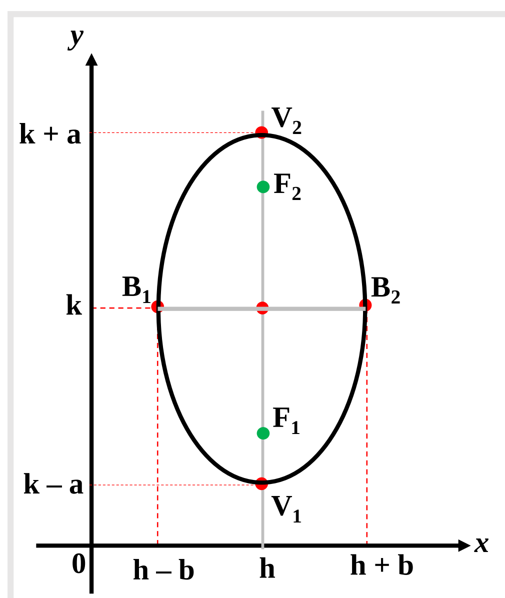
$$\frac{(x-\mathrm{h})^2}{\mathrm{b}^2}+\frac{(y-\mathrm{k})^2}{\mathrm{a}^2}=1$$

(ecuación ordinaria)

EJE MAYOR: V_1V_2 =

EJE MENOR: B_1B_2 =

DISTANCIA FOCAL: F_1F_2 =



2.2

EPE

ECUACIÓN ORDINARIA DE LA ELIPSE

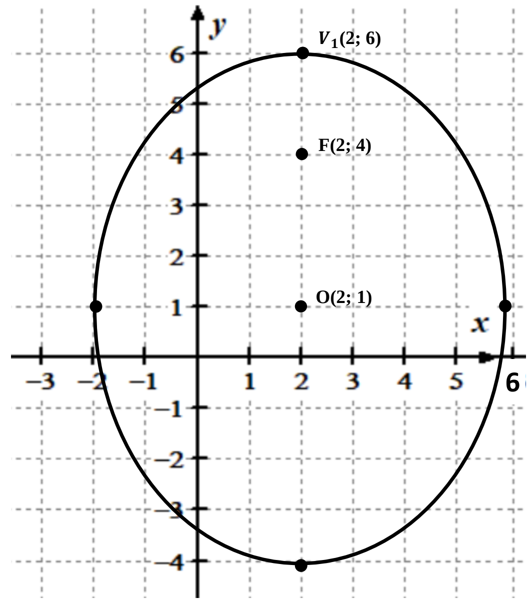
Ejemplo

Grafique la elipse cuyo centro es (2; 1), un vértice es (2; 6), un foco es (2; 4), halle su ecuación.

Datos:

Pitágoras

Ecuación



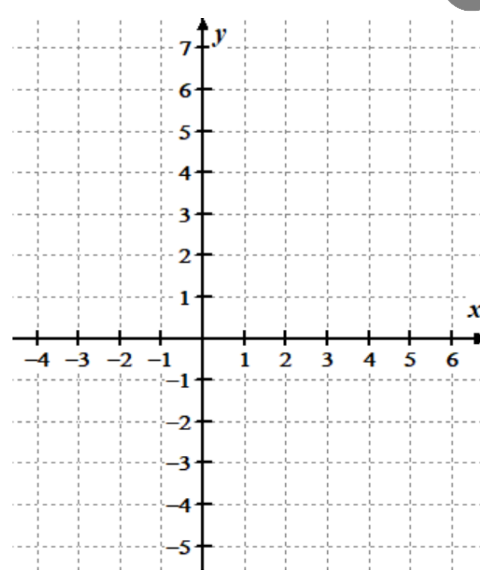
2.2

EPE

EJERCICIO

La ecuación de una elipse es:

Grafique y halle las coordenadas de los puntos de intersección con los ejes coordenados.



2.2

EPE

CONTROL DE APRENDIZAJE

ECUACIÓN	CENTRO	a	b	“TIPO”
$\frac{(x-1)^2}{25}+\frac{(y-3)^2}{9}=1$				
$\frac{(x+3)^2}{16}+\frac{(y-5)^2}{49}=1$				
$\frac{(x)^2}{9}+\frac{(y)^2}{4}=1$				

2.2

ECUACIÓN GENERAL DE LA ELIPSE

EPE

ECUACIÓN GENERAL DE LA ELIPSE

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$$

A ≠ 0; B ≠ 0; A ≠ B; A y B del mismo signo.

Ejemplo

La ecuación de una elipse es $\dfrac{(x-3)^2}{4} + \dfrac{(y+1)^2}{5} = 1$ **, halle su ecuación general.**

$$\boxed{\begin{aligned}(x+y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2\\ (x-y)^2 &= x^2 - 2xy + y^2\end{aligned}}$$

2.2

EPE

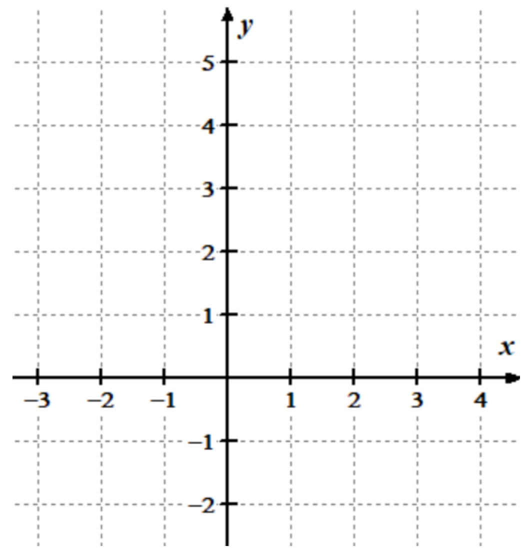
EJERCICIO

La ecuación general de una elipse es $9x^2 + 4y^2 - 18x - 16y - 11 = 0$ **, halle su ecuación ordinaria y determine las coordenadas del centro, focos, vértices y puntos de intersección con el eje de coordenadas. Esboce la gráfica.**

2.2

EPE

$$\frac{(x-1)^2}{4}+\frac{(y-2)^2}{9}=1$$



2.2

EPE

OBSERVACIONES

La ecuación de una elipse se puede escribir se diversas formas y según esta escritura se le da un nombre especial:

$$\frac{(x-1)^2}{4}+\frac{(y-2)^2}{9}=1$$ **Ecuación ordinaria**

$$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{10}=1$$ **Ecuación canónica**

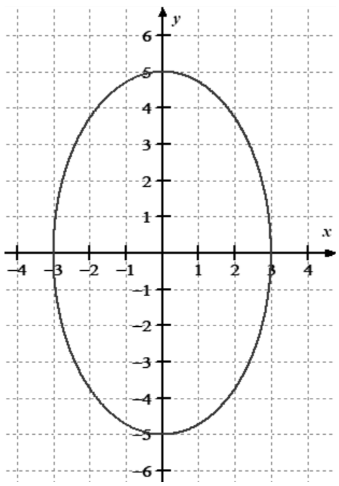
$$9x^2+4y^2-18x-16y-11=0$$ **Ecuación general de la elipse**

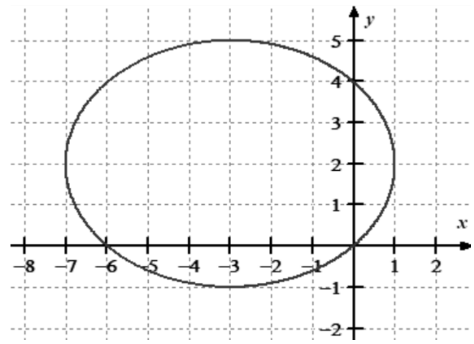
2.2

EPE

CONTROL DE APRENDIZAJE

Escriba la ecuación ordinaria de cada una de las siguientes elipses:





2.2

APLICACIONES DE LA ELIPSE

EPE

APLICACIONES DE LA ELIPSE

INNOVACIÓN ARQUITECTÓNICA: EDIFICIO "THE MAURITIUS COMMERCIAL BANK"

El Banco Comercial de Mauricio, es un edificio de oficinas, se encuentra ubicado en la ciudad de Ebene, isla de Mauricio, África. La forma elíptica del edificio se consigue mediante el uso de elementos curvados prefabricados; columnas de hormigón y estructuras de acero curvadas. Entre las instalaciones del edificio se encuentran 2 auditorios, una sala de conferencias con 100 asientos y diversas oficinas distribuidas con capacidad para 1100 personas.

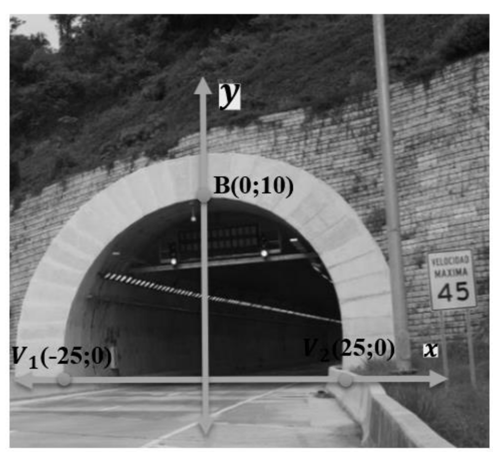
2.2

EPE

APLICACIONES DE LA ELIPSE

Un arco semielíptico sobre un túnel, para un camino en un sentido a través de una montaña, tiene un eje mayor de 50 pies y una altura en el centro de 10 pies.

a) Si se ubica un sistema de referencia en el centro como se observa en la figura), determine las coordenadas del punto más alto del túnel y de los extremos de la base.



Punto más alto:

Extremos:

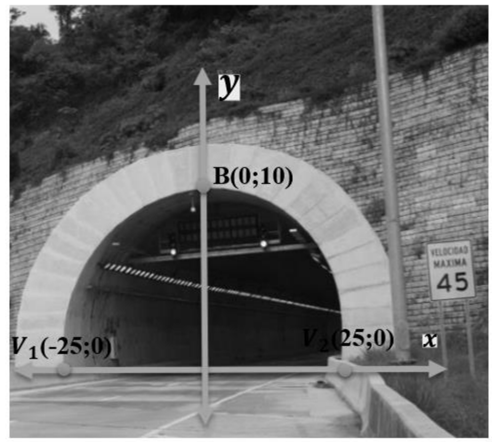
2.2

EPE

APLICACIONES DE LA ELIPSE

Un arco semielíptico sobre un túnel, para un camino en un sentido a través de una montaña, tiene un eje mayor de 50 pies y una altura en el centro de 10 pies.

b) Escriba la ecuación del arco semielíptico y coloque restriciones.



Definición de variables

$x =$

$y =$

Restricción:

Ecuación:

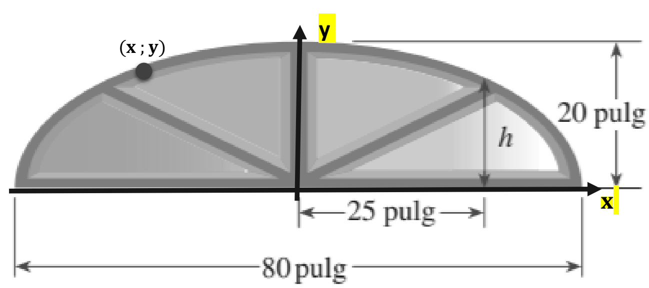
2.2

EPE

APLICACIONES DE LA ELIPSE

Una ventana arriba de una entrada se construye en la forma de la mitad superior de una elipse, como se muestra en la figura.

La ventana es de 20 pulgadas de alto en su punto más alto y de 80 pulgadas de ancho. Halle la altura de la ventana a 25 pulgadas del centro de la base.



Establecer un sistema de coordenadas

Definición de variables

$x =$

$y =$

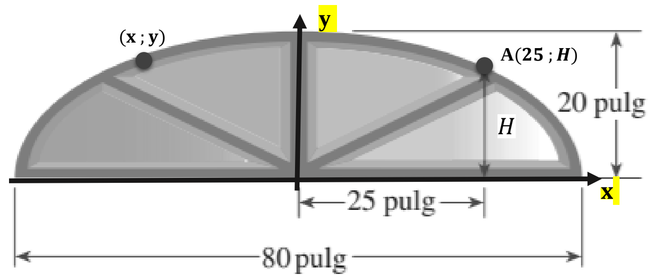
Restricción

2.2

EPE

APLICACIONES DE LA ELIPSE

Halle la altura de la ventana a 25 pulgadas del centro de la base.



Ecuación

Ecuación canónica

Redacción

Consideramos el punto

2.2

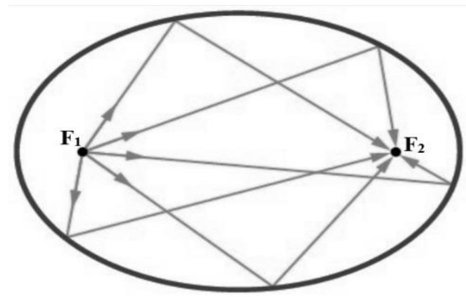
PROPIEDAD DE REFLEXIÓN DE LA ELIPSE

https://www.tublogdearquitectura.com/2011/01/cybertecture-egg-mumbai/

EPE

PROPIEDAD DE REFLEXIÓN DE LA ELIPSE

Si desde uno de los focos de una elipse sale un rayo o una onda que impacta en la elipse está se refleja y pasa por el otro foco de la elipse.



Algunos edificios, llamados cámaras de susurros, están diseñados con cúpulas elípticas, de modo que una persona que susurra en un foco puede ser fácilmente escuchada por alguien que se encuentra en el otro foco.

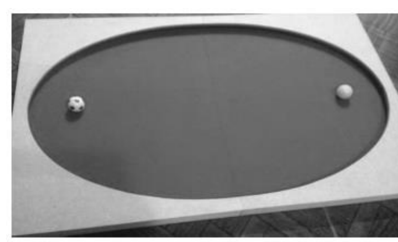
https://www.geogebra.org/m/svq68yqx

2.2

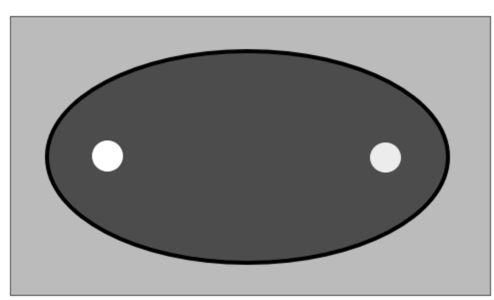
EPE

PROPIEDAD DE REFLEXIÓN DE LA ELIPSE

Un carpintero desea hacer una mesa de billar elíptica para su hijo y en una tabla de 2,60 m por 1,30 m hace el diagrama que se muestra en la figura adjunta, dejando 5 cm entre el contorno de la elipse y el borde de la madera.



PREGUNTA 1: Si la bola amarilla está en uno de los focos y la bola blanca está en el otro foco de la elipse, ¿Qué sucede cuando se taquea fuertemente (sin efecto) la bola amarilla y choca con la banda? Justifique su respuesta.



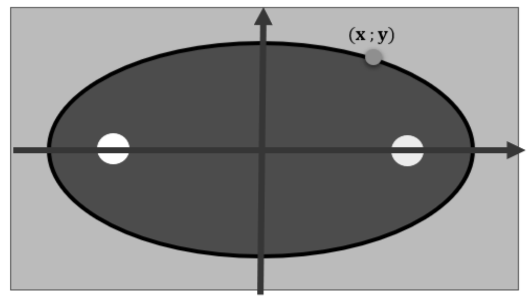
2.2

EPE

PROPIEDAD DE REFLEXIÓN DE LA ELIPSE

PREGUNTA 2: Si colocas un sistema de coordenadas rectangulares (plano cartesiano) cuyo origen de coordenadas coincide con el centro de la elipse (esboce el gráfico) y el eje de abscisas es paralelo al lado mayor, determine las coordenadas de los vértices, las coordenadas de los focos, la ecuación de la elipse.

Un carpintero desea hacer una mesa de billar elíptica para su hijo y en una tabla de 2,60 m por 1,30 m hace el diagrama que se muestra en la figura adjunta, dejando 5 cm entre el contorno de la elipse y el borde de la madera.



Definición de variables

$x =$

$y =$

a =

b =

Ecuación

$$\boxed{\frac{x^2}{1,25^2}+\frac{y^2}{0,6^2}=1}$$

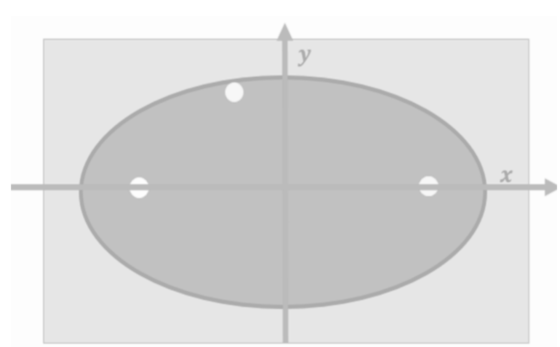
2.2

EPE

PROPIEDAD DE REFLEXIÓN DE LA ELIPSE

PREGUNTA 3: Si la bola amarilla (bola de la derecha) se taquea fuertemente (sin efecto), choca con la banda y luego con la bola blanca colocándose en su posición, ¿qué distancia recorre? Justifique su respuesta, esboce un gráfico.

Un carpintero desea hacer una mesa de billar elíptica para su hijo y en una tabla de 2,60 m por 1,30 m hace el diagrama que se muestra en la figura adjunta, dejando 5 cm entre el contorno de la elipse y el borde de la madera.



2.2

EPE

CONTROL DE APRENDIZAJE

La ecuación de una elipse es $\frac{(x-3)^2}{4}+\frac{(y+1)^2}{5}=1$ **marque las opciones correctas:**

A) El centro es $(3;-1)$

B) El eje mayor mide 10 u.

C) El eje menor mide 4 u.

D) La excentricidad es 0,6

E) La distancia focal es 6 u.

2.2

EPE

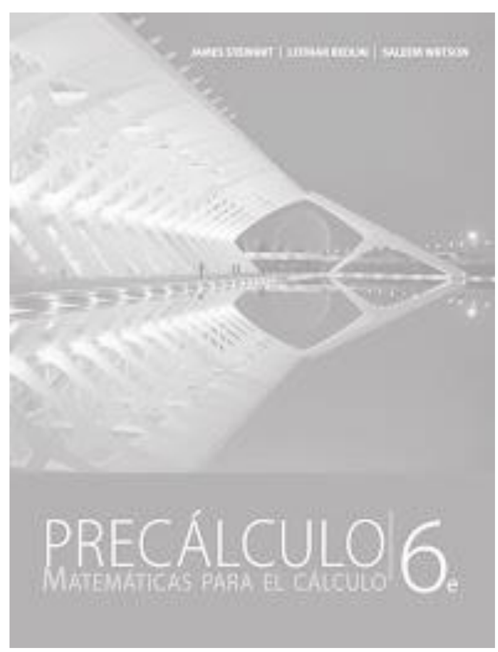
BIBLIOGRAFÍA

STEWART, James (2012).

PRECÁLCULO: MATEMÁTICAS PARA EL CÁLCULO.

Sexta edición. México, D.F. Cengage Learning.

CAPÍTULO 11 ELIPSE páginas 732 - 741



2.2

EPE

DEFINICIÓN Y ELEMENTOS DE LA ELIPSE

ECUACIÓN ORDINARIA DE LA ELISE

ECUACIÓN GENERAL DE LA PARABOLA

APLICACIONES DE LA ELIPSE

PROPIEDADES DE REFLEXIÓN DE LA ELIPSE

2.2

EPE

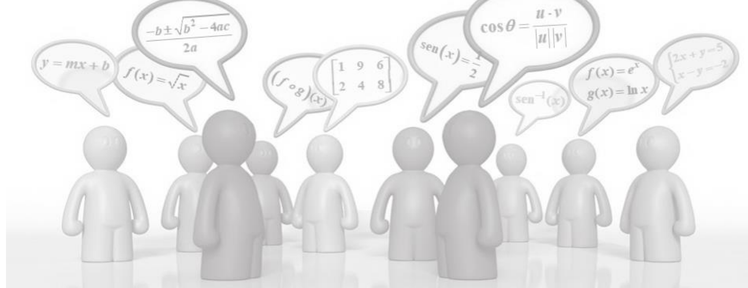
ACTIVIDADES DE LA SEMANA 2

Inicio de TAREA 2, fecha de entrega: domingo 30 de mayo

ASESORÍA 1, clase programada con el AAD

CONTROL DE RECUPERACIÓN 1, se evalúa en la asesoría 1

CONSULTAS



2.2

EPE

PRÓXIMA CLASE

FUNCIONES

GRÁFICAS-DOMINIO-RANGO

2.2

EPE

2.2