MATEMÁTICA BÁSICA – CE82
SEMANA 6 – SP1

Temario: Ecuaciones exponenciales y logarítmicas. Cálculo de dominio de funciones exponencial y logarítmica.

Logro de la sesión: Al término de la sesión el estudiante resuelve ecuaciones exponenciales y logarítmicas. Calcula asertivamente el dominio de diversas funciones exponenciales y logarítmicas.

ECUACIONES EXPONENCIALES

Estas ecuaciones se resuelven usando leyes de exponentes o de logaritmos. Una ecuación exponencial es aquella en la cual la incógnita aparece en el exponente.

Para resolver se aplica la definición: $b^y = x \Leftrightarrow y = \log_b x$, luego se escribe el conjunto solución.

Ejemplo:

Resuelva la ecuación $3^{x+1} - 4 = 0$

Solución:

- Paso 1: Reescriba la ecuación para que uno de sus lados tenga una única expresión exponencial con la variable como parte del exponente.

$$3^{x+1} = 4$$

- Paso 2: Se aplica la definición. $x + 1 = \boldsymbol{log_3 4}$
- Se escribe le conjunto solución: CS $= \{\boldsymbol{-1 + log_3 4}\}$

Ejercicios 1: Resuelva las siguientes ecuaciones

1. $5^{3x-2} + 3 = 9$ $\qquad C.S. = \left\{\frac{2+log_5 6}{3}\right\}$

2. $e^{\frac{x+1}{2}} - 3 = 2$ $\qquad C.S. = \{-1 + 2ln(5)\}$

ECUACIONES LOGARÍTMICAS

En las ecuaciones logarítmicas la variable aparece dentro del argumento de un logaritmo.

Para resolver se aplica la definición: $\log_b x = y \Leftrightarrow b^y = x$, luego se escribe el conjunto solución.

Nota: Antes de comenzar a resolver es importante determinar el conjunto de valores que puede tomar la variable (CVA)

Ejemplo:

Resuelva la ecuación $\log_2(2x+3) + 2 = 0$

Solución:

- Paso 1: Determine el conjunto de valores admisibles (CVA)

CVA: $2x + 3 > 0$ resolviendo la desigualdad se obtiene $\boldsymbol{x > \frac{-3}{2}}$, CVA $= \left]\frac{-3}{2}; +\infty\right[$

- Paso 2: Obtenga una única expresión logarítmica de un lado de la igualdad.

$$\log_2(2x+3) = \mathbf{-2}$$

- Paso 3: Aplique la definición: $\log_b x = y \Leftrightarrow b^y = x$

$$2x+3=\mathbf{2^{-2}}$$

- Paso 4: Despeje la incógnita, verifique que pertenece al CVA y escriba el conjunto solución.

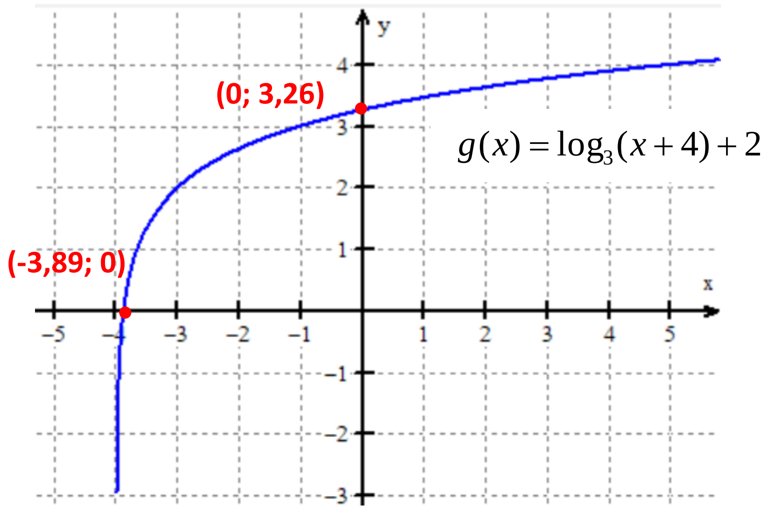
Verificando $\frac{-11}{8} \in CVA$, por lo tanto C.S.=$\left\{\frac{-11}{8}\right\}$

Ejercicios 2: Resuelva las siguientes ecuaciones

1. $3+\log_3(2x-5)=5$ **C.S.=$\{7\}$**

2. $6+5\ln(4x-3)=2$ $\quad C.S.=\left\{\frac{3+e^{0,8}}{4}\right\}$

3. Halle las coordenadas de los puntos de intersección de la gráfica con los ejes coordenados.



CÁLCULO DE DOMINIO DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

Recordar:

FUNCIÓN	DOMINIO	RANGO
$f(x)=b^x$	**R**	$]0;+\infty[$
$f(x)=\log_b x$	$]0;+\infty[$	**R**

Ejemplos: Halle el dominio en cada uno de los siguientes casos

1. $f(x)=\log_2(4x-12)$ **4x-12>0** $Dom\ f=]3;+\infty[$	2. $g(x)=2^{x-4}+3$ **Dom g = R**
3. $p(x)=\ln(x+3)$ **x+3>0** $Dom\ p=]-3;+\infty[$	4. $q(x)=\frac{5}{2^x-8}$ $2^x-8\neq 0$ $Dom\ q=R-\{3\}$

Ejercicios 3: Halle el dominio en cada uno de los siguientes casos:

1. $f(x)=\log_3(4x-6)$ **Solución:** **4x-6>0** $\mathbf{Dom\ f} = \left]\frac{3}{2};+\infty\right[$	2. $g(x)=\ln(9-x)+\ln(x-2)$ **Solución:** **9-x>0 ∧ x-2>0** $\boldsymbol{Dom\ g} =]\,2;9\,[$
3. $f(x)=\dfrac{\sqrt{5-x}}{\log_2 x-2}$ **Solución:** $5-x>0 \wedge\ x>0 \wedge\ \log_2 x-2\neq 0$ $\boldsymbol{Dom\ f} =]0;5]-\{4\}$	4. $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{3^x-27}$ **Solución:** $x>0\ \wedge\ 3^x-27\neq 0$ $\boldsymbol{Dom\ f} =]0;+\infty[-\{3\}$

CIERRE DE CLASE

A. Sea la función $f(x)=2^{\sqrt{x}}$, luego ¿su dominio es $]-\infty;0[$? **No**, ¿Por qué? $\boldsymbol{Dom\ f} = [0;+\infty[$

B. Sea la función $y=e^{-\frac{1}{x}}$, luego ¿es cierto que $]-\infty;\infty[$ es su dominio? **No**

C. La función $y=\ln(4-x)$, ¿su dominio es? $]-\infty;4[$ Explique ¿por qué? **4-x>0**

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Resuelva cada una de las siguientes ecuaciones

ECUACIÓN	CONJUNTO SOLUCIÓN	ECUACIÓN	CONJUNTO SOLUCIÓN
a) $4^{2-x}+5=13$	$C.S.=\{2-\log_4 8\}$	c) $\log_3\left(\frac{x}{2}+3\right)=2$	$C.S.=\{12\}$
b) $e^{3x-1}-2=3$	$C.S.=\left\{\frac{1+\ln 5}{3}\right\}$	d) $\ln(4-x)=5$	$C.S.=\{4-e^5\}$

2. Halle las coordenadas de los puntos de intersección de la gráfica con los ejes coordenados. $f(x)=4-2^{x-2}$