

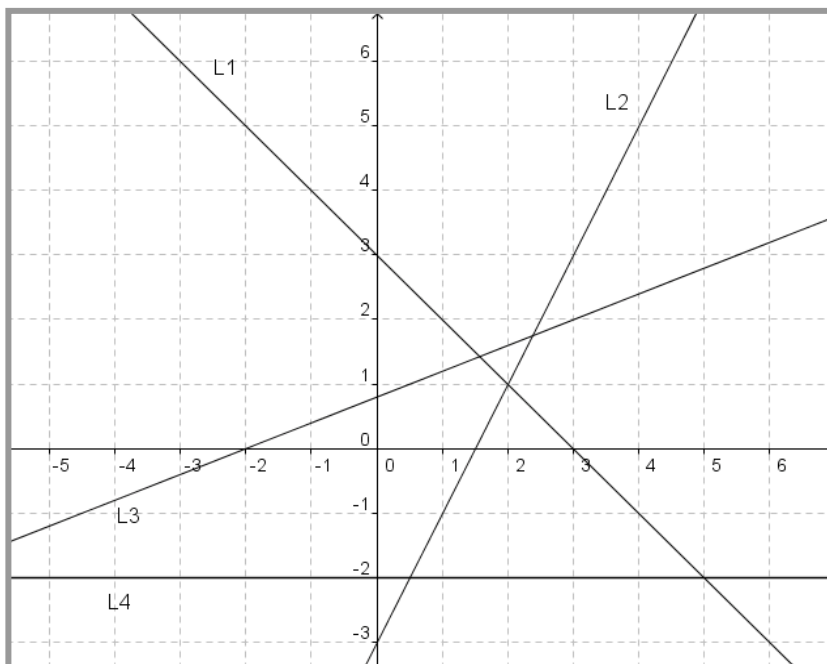


MATEMÁTICA BÁSICA – CE82
SEMANA 2 – SP1



EJERCICIOS DE REPASO SEMANA 1

1. Grafique las siguientes ecuaciones indicando puntos de corte con los ejes, la pendiente y la ordenada en el origen.
 - a. $L_1 : y - 3x + 6 = 0$
 - b. $L_3 : 2y - x + 8 = 0$
 - c. $L_4 : 2y + x + 5 = 0$
2. Determine la ecuación de la recta cuya gráfica:
 - a. pasa por el punto $(3;7)$ y que tiene pendiente 3.
 - b. pasa por el punto $(-3;-7)$ y que tiene pendiente 3.
 - c. Pasa por el punto $(-1;-6)$ y que tiene pendiente -2.
3. Determine la ecuación de la recta cuya gráfica:
 - a. pasa por los puntos $(2;3)$ y $(5;7)$
 - b. pasa por los puntos $(2;-3)$ y $(-5;-2)$
 - c. pasa por los puntos $(1;-4)$ y $(-7;-3)$
4. Encuentre las ecuaciones de las rectas L_1 , L_2 , L_3 y L_4



**Temario: LA PARÁBOLA**

Logro de la sesión: Al término de la sesión el estudiante determina la ecuación y gráfica de una parábola, reconoce sus elementos y sus aplicaciones a situaciones de contexto real.

PARÁBOLA

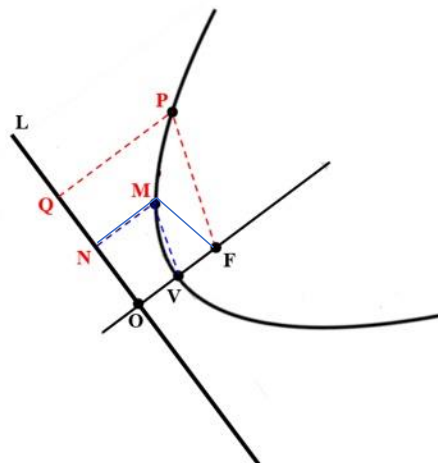
Una *parábola* es el conjunto de puntos del plano que equidistan de una recta fija del plano llamada *directriz* y un punto fijo llamado *foco*.

En la figura adjunta la recta L es la _____

El punto F es el _____

En toda parábola se cumple: $d(P; L) =$ _____

Es decir: $PQ =$ _____, $MN =$ _____

**ELEMENTOS DE LA PARÁBOLA**

Vértice: _____ Foco: _____

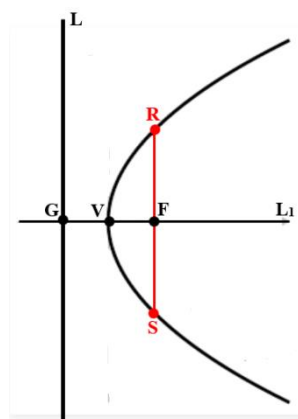
Directriz: _____

Eje de simetría (Eje focal): _____

Lado recto o ancho focal: _____

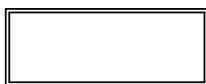
La distancia del vértice al foco es igual a la distancia del vértice a la _____, es decir: $VG =$ _____ $= |p|$

La longitud del lado recto o ancho focal es _____

**ECUACIONES DE LA PARÁBOLA****ECUACIÓN CANÓNICA**

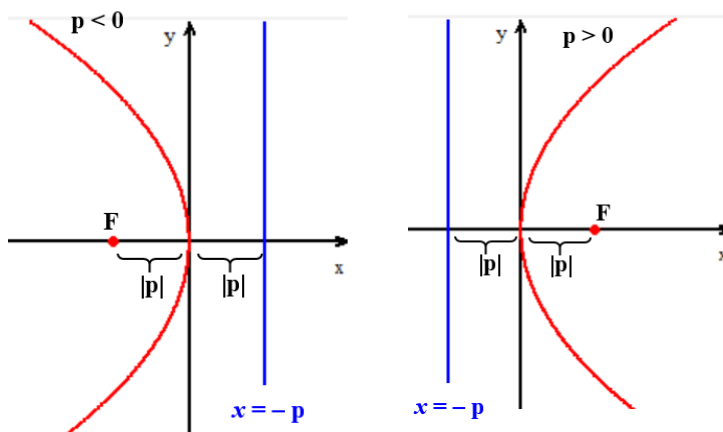
Vértice en el origen (0; 0)

Eje focal el eje x (parábola “horizontal”):



Si $p > 0$ la parábola se abre hacia la derecha

Si $p < 0$ la parábola se abre hacia la izquierda

**Ejemplo 1:**

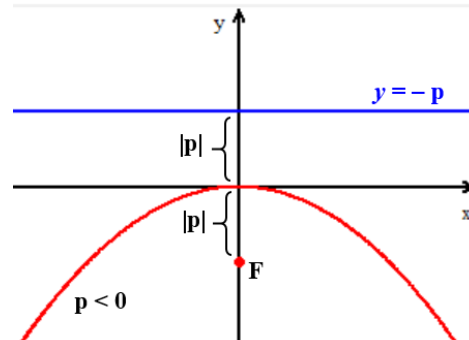
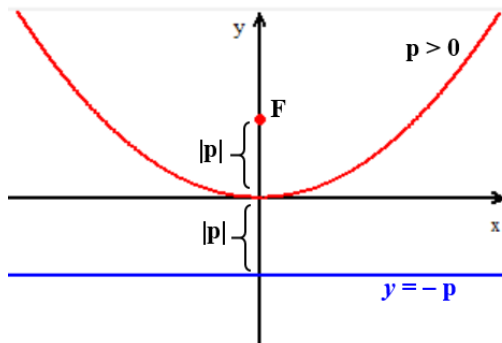
Halle la ecuación de la parábola cuyo vértice es (0;0), eje focal es el eje x, la distancia del vértice a la directriz es 4 unidades y se abre hacia la derecha.

Ejercicio 1:

Halle la ecuación de la parábola cuyo vértice es (0;0), eje focal es el eje x y pasa por Q (– 4;6).

**Vértice en el origen (0; 0) y Eje focal el eje y (parábola “vertical”):**

Si $p > 0$ la parábola se abre hacia arriba
 Si $p < 0$ la parábola se abre hacia abajo

**Ejemplo 2:**

Halle la ecuación de la parábola cuyo vértice es (0;0), eje focal es el eje y, su lado recto mide 8 u y se abre hacia arriba.

Ejercicio 2:

Halle la ecuación de la parábola cuyo vértice es (0;0), eje focal es el eje y y pasa por Q (– 4; – 8).



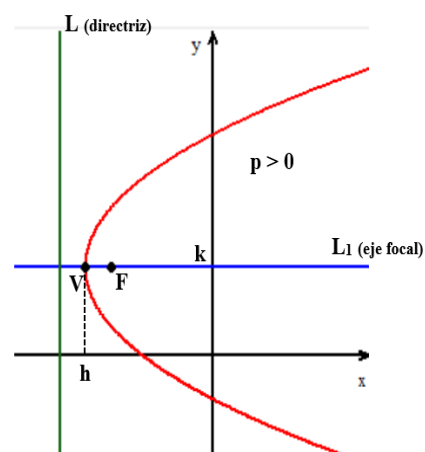
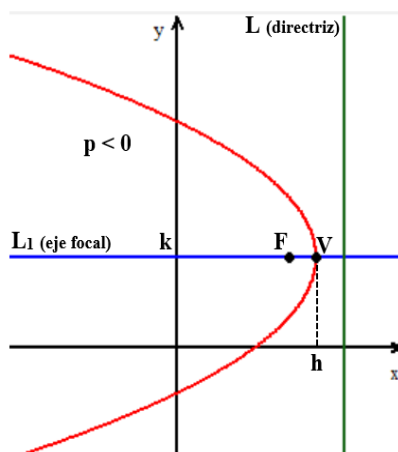
- ¿Escriba la ecuación de una parábola en su forma canónica?
- La ecuación $y = 4px^2$ es una parábola, ¿se abre hacia arriba o hacia abajo?
- En la forma canónica de la ecuación de una parábola ¿Cómo sabe usted si el eje focal es el eje x o el eje y?

ECUACIÓN ORDINARIA**Vértice en (h; k) y eje focal paralelo al eje x (parábola “horizontal”):**

$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$



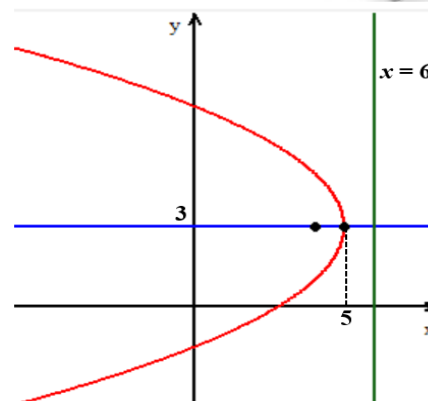
Si $p > 0$ la parábola se abre hacia la derecha
 Si $p < 0$ la parábola se abre hacia la izquierda



**Ejemplo 3:**

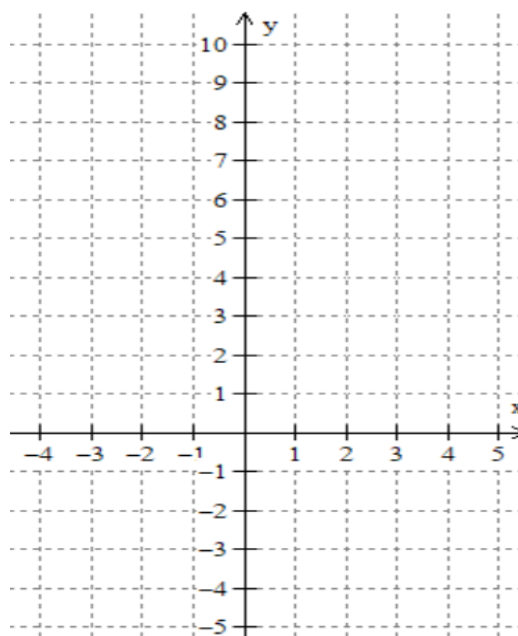
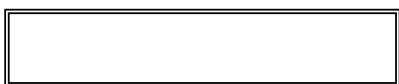
En la figura adjunta se tiene una parábola cuya directriz es la recta $x = 6$, halle:

- Coordenadas del vértice:
- El valor de p :
- Ecuación de la parábola:
- Coordenadas del foco:
- Coordenadas de los puntos de intersección con los ejes:

**Ejercicio 3:**

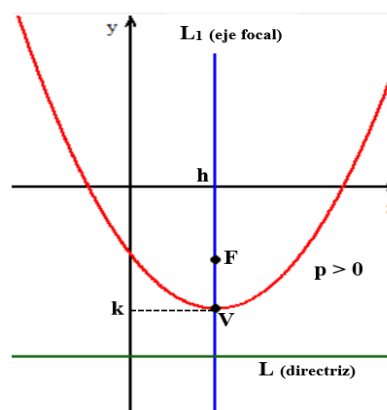
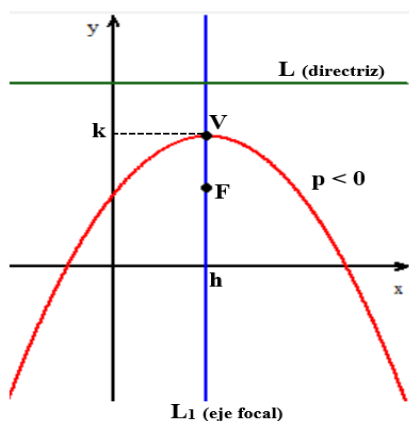
El vértice de una parábola es $(-3; 2)$ y su foco es $(-1; 2)$.

Halle la ecuación de la parábola, el ancho focal, la ecuación del eje focal, la ecuación de la directriz, las coordenadas de los puntos de intersección con los ejes coordenados, esboce la gráfica.

**Vértice en $(h; k)$ y eje focal paralelo al eje y (parábola “vertical”):**

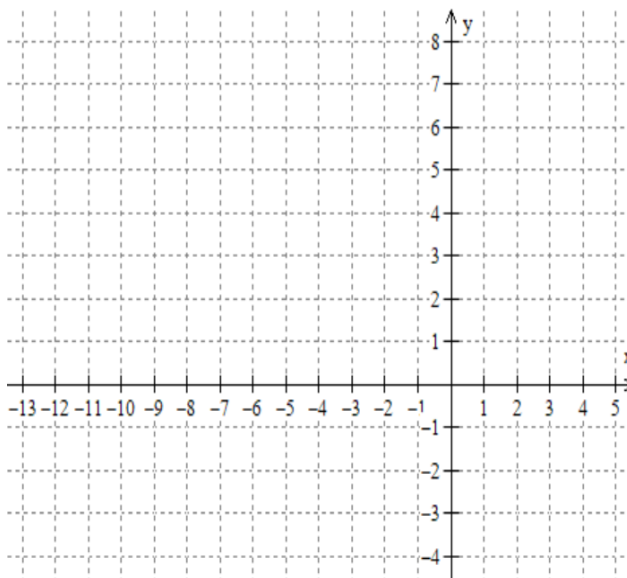
Si $p > 0$ la parábola es abre hacia arriba

Si $p < 0$ la parábola es abre hacia abajo

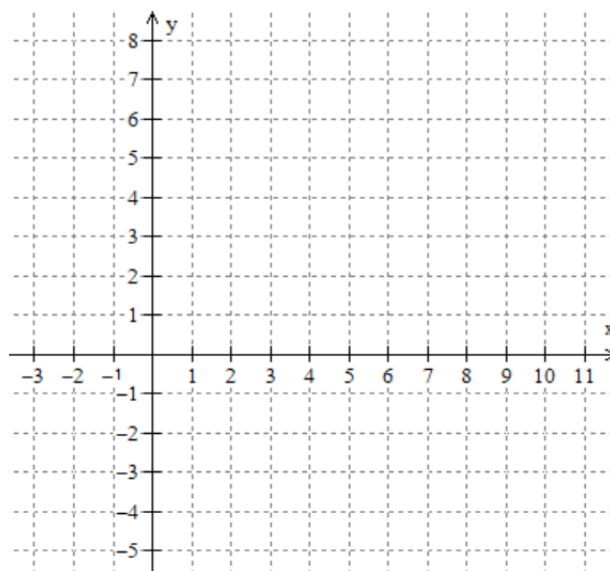


**GRÁFICA DE UNA PARÁBOLA CONOCIENDO SU ECUACIÓN****Paso 1:** Escriba la ecuación en su forma ordinaria.**Paso 2:** Determine las coordenadas del vértice.**Paso 3:** Determine el valor de p (para saber su concavidad), las coordenadas del foco y el lado recto.**Paso 4:** Halle las coordenadas de los puntos de intersección con los ejes coordenados.**Paso 5:** Marque los puntos hallados en un plano cartesiano y luego trace la curva.**Ejemplo 4:**

El vértice de una parábola es $(-4; 6)$ y su foco es $(-4; 4,5)$. Halle la ecuación de la parábola, el ancho focal, la ecuación del eje focal, la ecuación de la directriz. Esboce la gráfica.

**Ejercicio 4:**

El foco de una parábola es $(5; -2)$ y la ecuación de su directriz es $y + 4 = 0$. Halle la ecuación de la parábola, el ancho focal, la ecuación del eje focal, la ecuación de la directriz, las coordenadas de los puntos de intersección con los ejes coordenados, esboce la gráfica.

**ECUACIÓN GENERAL:** $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ Si $A = 0$ y $C \neq 0$ la parábola es “horizontal”. Eje focal paralelo al _____Si $A \neq 0$ y $C = 0$ la parábola es “vertical”. Eje focal paralelo al _____**Ejemplo 5:**La ecuación de una parábola es $(y - 3)^2 = 6(x - 2)$ halle su ecuación general.

**Ejemplo 6:**

La ecuación general de una parábola es $x^2 + 6x - 16y + 57 = 0$ halle su ecuación ordinaria.

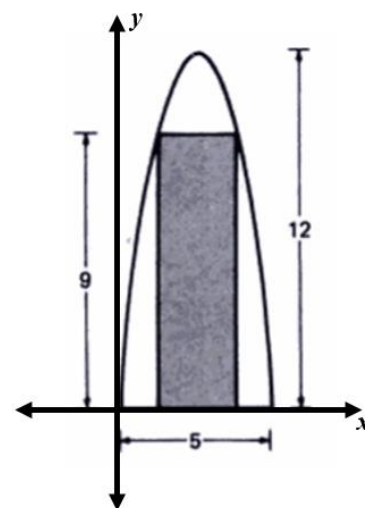
Ejercicio 5:

Halle la ecuación general de la parábola cuyo vértice es $(-2; -1)$, pasa por el punto P $(2; -5)$ y su eje de simetría es paralelo al eje y.

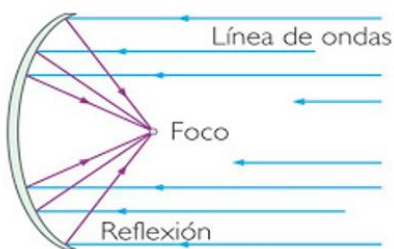
Problema 1 (Competencia Razonamiento Cuantitativo)

Una puerta en forma de arco parabólico tiene 12 pies de altura en el centro y 5 pies de ancho en la base (ver figura adjunta). Una caja rectangular de 9 pies de alto tiene que ser deslizada a través de la puerta.

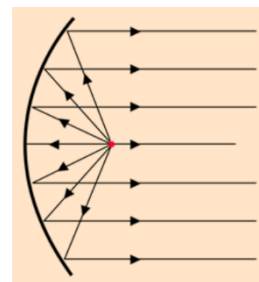
- Según el sistema de referencia, determine las coordenadas del punto más alto de la puerta.
- Escriba la ecuación del arco parabólico, defina sus variables y coloque restricciones.
- ¿Cuál es el máximo ancho posible que puede tener la caja?
- Una caja de 3 pies de ancho y 4 pies de alto ¿podrá pasar por la puerta?

**PROPIEDAD DE REFLEXIÓN**

Todos los rayos que inciden en una superficie parabólica y que son paralelos al eje focal son reflejados hacia el foco de la parábola.

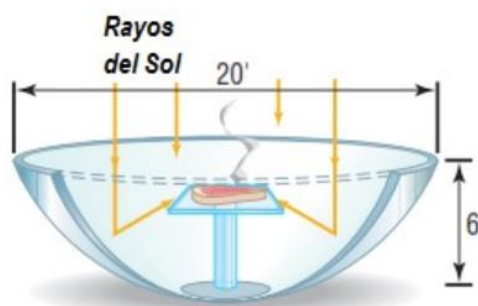


Todos los rayos procedentes del foco de una parábola hacia su superficie serán dirigidos hacia el exterior como rayos paralelos al eje focal.

**Problema 2 (Competencia Razonamiento Cuantitativo)**

Un espejo tiene la forma de un paraboloide de revolución y se usará para concentrar los rayos del sol en su foco, creando así una fuente de calor. El espejo tiene 20 pies de abertura y 6 pies de profundidad.

- ¿Dónde se concentrará la fuente de calor?
- Escoja un sistema de coordenadas rectangular adecuado y escriba una ecuación para una sección transversal del espejo. (defina variables y coloque restricciones).



**CIERRE DE CLASE**

- A. ¿Cuándo una parábola se abre hacia arriba?
- B. ¿Qué es el lado recto?
- C. ¿En la ecuación $(y-3)^2 = 2(4-2x)$ el valor de p es?
- D. En la ecuación $(x-3)^2 = 2(2y+6)$ ¿cuáles son las coordenadas del vértice?

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Ejercicio 6. La ecuación general de una parábola es $4x^2 - 20x - 24y + 97 = 0$, halle las coordenadas del vértice, la distancia del vértice al foco, coordenadas de los puntos de intersección con los ejes coordenados, longitud del lado recto, ecuación del eje focal, ecuación de la directriz. Esboce el gráfico de la curva.

Problema 3 (Competencia Razonamiento Cuantitativo)

Un cañón dispara una bala como se ve en la figura. La trayectoria de la bala es una parábola con vértice en el punto más alto de la trayectoria. La bala cae al suelo a 1600 pies del cañón y el punto más alto que alcanza es 3200 pies sobre el suelo.

A) Determine las coordenadas de los puntos A y B.

Además, ubique en la figura el vértice de la parábola y determine sus coordenadas.

B) Halle la ecuación de la parábola, defina sus variables y coloque las restricciones.

C) ¿A qué altura se encuentra un punto Q ubicado a una distancia horizontal de 600 pies del punto de lanzamiento?

D) Cuando la bala se encuentra a la mitad de la altura máxima, ¿a qué distancia horizontal se encuentra del punto de lanzamiento? ¿Está subiendo o bajando?

