



## MATEMÁTICA BÁSICA – CE82

### SEMANA 5 – SP1



**Temario:** Traslaciones verticales y horizontales, reflexiones en el eje x e y.

**Logro de la sesión:** Al término de la sesión el estudiante realiza las diferentes transformaciones a partir de funciones básicas o elementales generando así funciones cuyas graficas son más complejas.

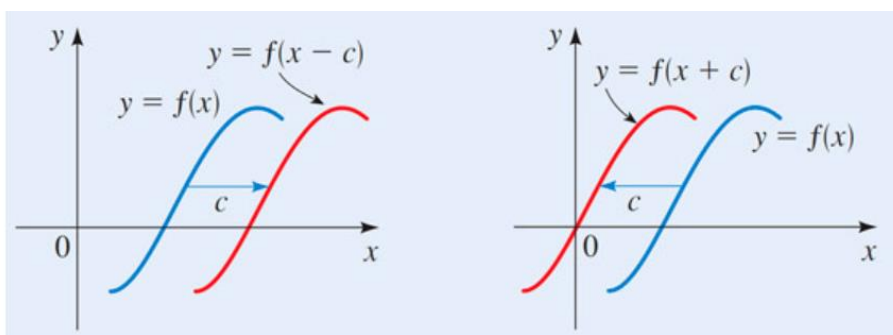
### TÉCNICAS DE GRAFICACIÓN

#### TRASLACIONES

#### TRASLACIÓN HORIZONTAL

Una traslación horizontal es **un desplazamiento** hacia la izquierda o hacia la derecha de la gráfica de ecuación  $y = f(x)$ .

Es decir, si  $c > 0$  la gráfica de la ecuación  $y = f(x - c)$  es una traslación horizontal de  $c$  unidades hacia la derecha; mientras que la de  $y = f(x + c)$ , es una traslación horizontal de  $c$  unidades hacia la izquierda.



Es una traslación horizontal de  $c$  unidades hacia la derecha.

Es una traslación horizontal de  $c$  unidades hacia la izquierda.

Para graficar **aplicando las técnicas de graficación** lo primero es identificar la función con la cual se va a empezar a trabajar (**función básica**) y luego se procede a aplicar la transformación correspondiente.

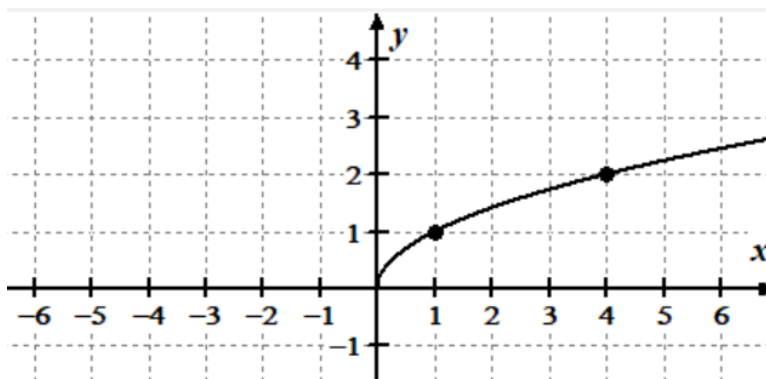
#### Ejemplo:

Esboce la gráfica de la función  $f$  cuya regla de correspondencia es  $f(x) = \sqrt{x+4}$

#### Solución:

Paso 1: Identificar la función básica, en este caso:  $f(x) = \sqrt{x}$  (marcar algunos puntos de la curva y colocar sus coordenadas)

Paso 2: Se aplica la transformación correspondiente, en este caso es una traslación horizontal (TH) de 4 unidades a la izquierda, grafique.



**Ejercicio 1:**

Esboce la gráfica de la función  $f$  cuya regla es

$$f(x) = (x - 2)^2$$

**Solución:**

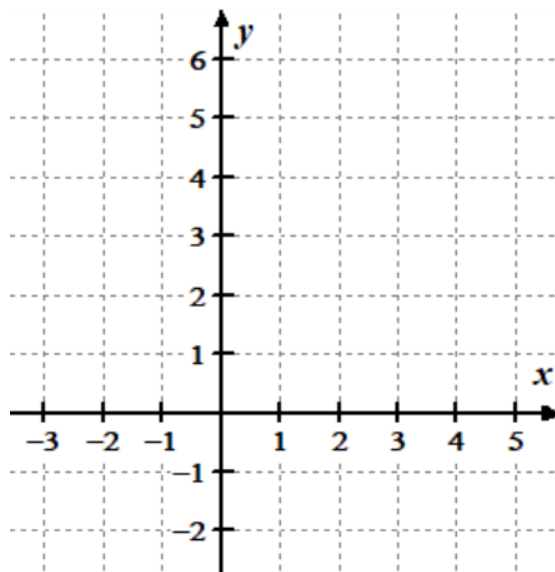
Paso 1:

Identificar la función básica, en este caso:  $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

(marcar algunos puntos de la curva y colocar sus coordenadas)

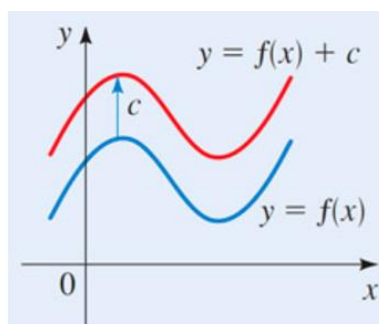
Paso 2:

Se aplica la transformación correspondiente, en este caso es una traslación horizontal (TH) de  $\underline{\hspace{2cm}}$

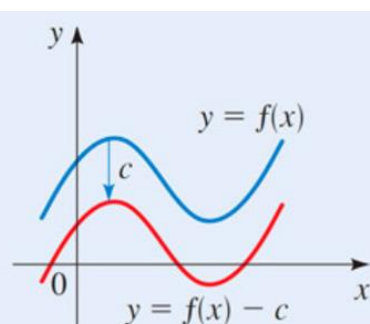
**TRASLACIÓN VERTICAL**

Una traslación vertical es un **desplazamiento** hacia arriba o hacia abajo de la gráfica de ecuación  $y = f(x)$ .

Es decir, si  $c > 0$  la gráfica de la ecuación  $y = f(x) + c$  es una traslación vertical de  $c$  unidades hacia arriba; mientras que la de  $y = f(x) - c$ , es una traslación vertical de  $c$  unidades hacia abajo.



Es una traslación vertical de  $c$  unidades hacia arriba.



Es una traslación vertical de  $c$  unidades hacia abajo.

**Ejemplo:**

Esboce la gráfica de la función  $f$  cuya regla de

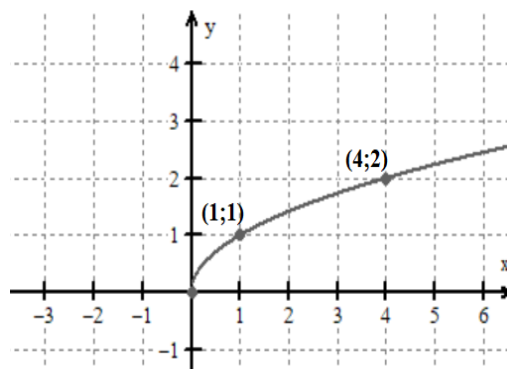
correspondencia es  $f(x) = \sqrt{x} + 3$

**Solución:**

Paso 1: Identificar la función básica, en este caso:

$$f(x) = \sqrt{x}$$

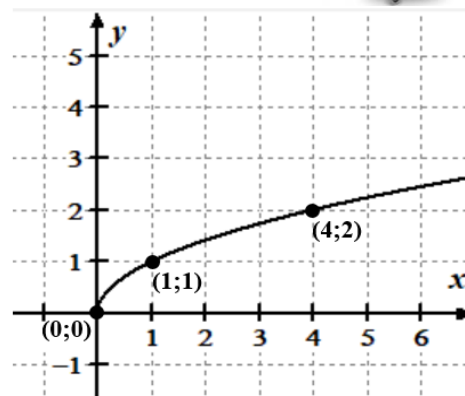
(marcar algunos puntos de la curva y colocar sus coordenadas)





Paso 2: Se aplica la transformación correspondiente, en este caso es una traslación vertical (TV) de 3 unidades hacia arriba.

(marcar algunos puntos de la curva y colocar sus coordenadas)



### Ejercicio 2:

Esboce la gráfica de la función  $f$  cuya regla de correspondencia es  $f(x) = x^2 - 4$

#### Solución:

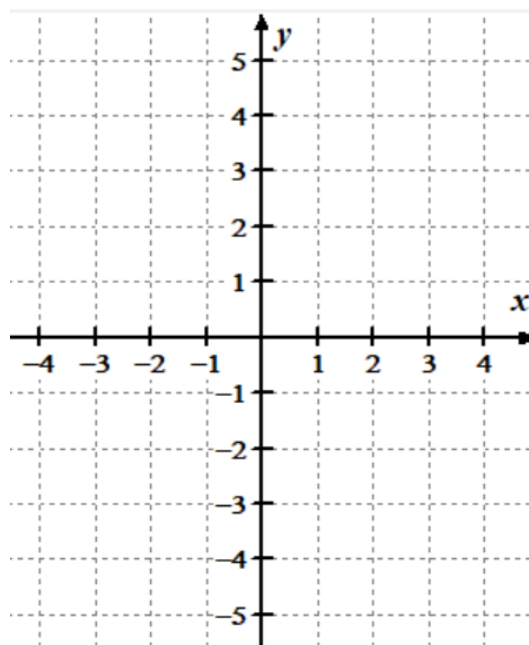
Paso 1: Identificar la función básica, en este caso:

$$f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

(marcar algunos puntos de la curva y colocar sus coordenadas)

Paso 2: Se aplica la transformación correspondiente, en este caso es \_\_\_\_\_

(marcar algunos puntos de la curva y colocar sus coordenadas)



### Ejercicio 3:

Esboce la gráfica de la función  $f(x) = (x+3)^2 - 4$ , aplicando las técnicas de graficación. Indique la transformación que aplica en cada paso, halle las coordenadas de los puntos de intersección con los ejes coordenados.



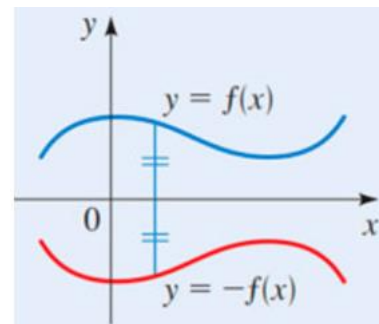
- ¿Qué pasos se deben seguir para graficar  $f(x) = |x| + 5$ ?
- ¿Qué pasos se deben seguir para graficar  $f(x) = |x + 5|$ ?
- ¿Qué pasos se deben seguir para graficar  $f(x) = |x - 2| - 3$ ?

### RESUMEN

Tipo de transformación	Fórmula
Traslación horizontal de $c$ unidades a la derecha	$y = f(x - c)$
Traslación horizontal de $c$ unidades a la izquierda	$y = f(x + c)$
Traslación vertical de $c$ unidades hacia abajo	$y = f(x) - c$
Traslación vertical de $c$ unidades hacia arriba	$y = f(x) + c$

**REFLEXIONES****REFLEXIÓN RESPECTO AL EJE X**

La gráfica con ecuación  $y = -f(x)$  es el reflejo de la gráfica de la ecuación  $y = f(x)$  con respecto al eje  $x$ .

**Ejemplo:**

Esboce la gráfica de la función  $f$  cuya regla es  $f(x) = -\sqrt{x}$

**Solución:**

Paso 1:

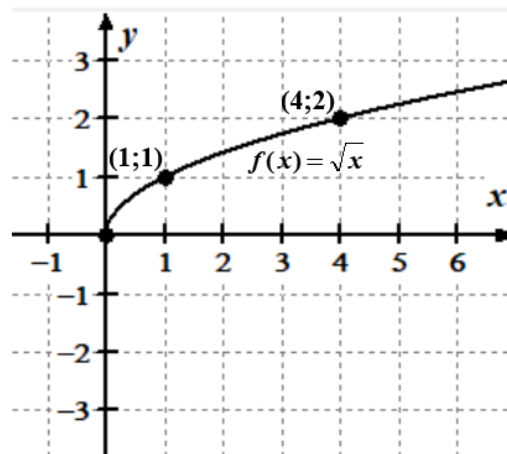
Identificar la función básica, en este caso:  $f(x) = \sqrt{x}$

Paso 2:

Se aplica la transformación correspondiente, en este caso es

una reflexión respecto al eje  $x$ :  $f(x) = -\sqrt{x}$

(marcar algunos puntos de la curva y colocar sus coordenadas)

**Ejercicio 4:**

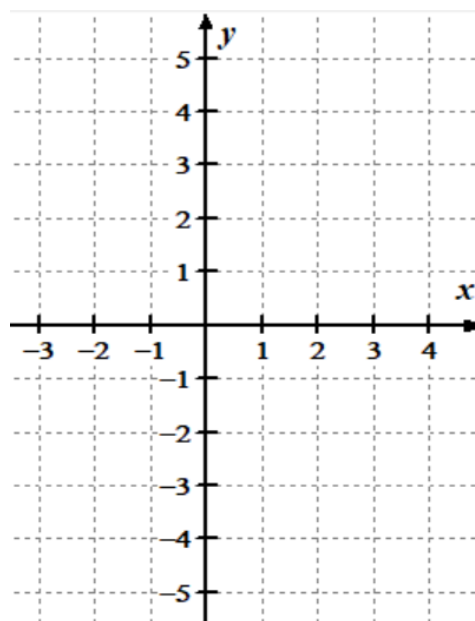
Esboce la gráfica de la función  $f$  cuya regla es  $f(x) = -x^2$

Paso 1: Identificar la función básica:

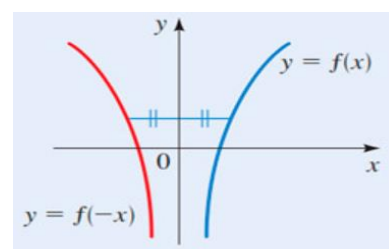
Función: \_\_\_\_\_

Paso 2: Se aplica la transformación correspondiente, en este caso es una reflexión respecto al eje  $x$ .

Función: \_\_\_\_\_

**REFLEXIÓN RESPECTO AL EJE Y**

La gráfica con ecuación  $y = f(-x)$  es el reflejo de la gráfica de la ecuación  $y = f(x)$  con respecto al eje  $y$ .



**Ejemplo:**

Esboce la gráfica de la función  $f$  cuya regla de correspondencia es  $f(x) = \sqrt{-x}$

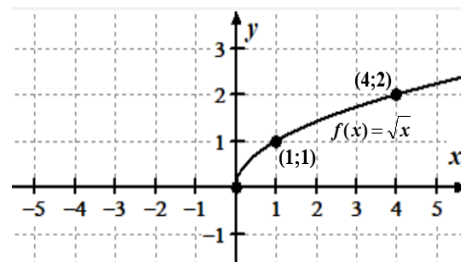
**Solución:**

Paso 1:

Identificar la función básica, en este caso:  $f(x) = \sqrt{x}$

Paso 2: Se aplica la transformación correspondiente, en este caso es una reflexión respecto al eje  $y$ .

$f(x) = \sqrt{-x}$  (marcar algunos puntos de la curva y colocar sus coordenadas)

**Observaciones:**

- Cuando se quiere graficar ecuaciones donde la variable  $x$  está afectada del signo menos se debe hacer primero todas las transformaciones que se requieran con signo positivo y en el último paso recién se cambia  $x$  por  $-x$  (reflexión respecto al eje  $y$ ).
- Para graficar aplicando las técnicas de graficación lo primero que se debe hacer es escribir cada paso que se va a realizar en forma ordenada y anotar que transformación se va a aplicar.

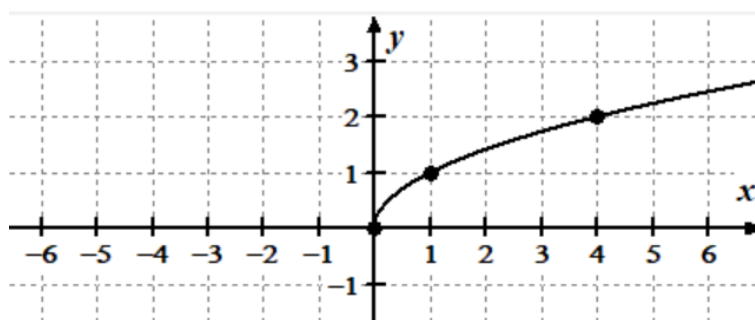
**Ejercicio 5:**

Esboce la gráfica de la función  $f$  cuya regla es  $f(x) = \sqrt{4-x}$

Paso 1: Identificar la función básica, función: \_\_\_\_\_

Paso 2: Grafique  $f(x) = \sqrt{4+x}$  se aplica la transformación correspondiente, en este caso es \_\_\_\_\_

Paso 3: Grafique  $f(x) = \sqrt{4-x}$  se aplica la transformación correspondiente, en este caso es \_\_\_\_\_

**Ejemplo:**

Describe que pasos se deben seguir para graficar  $f(x) = -\sqrt{x+1} + 3$ .

**Solución:**

Paso 1: Identificamos la función básica, que en este caso es  $f_1(x) = \sqrt{x}$ .

Paso 2: Luego graficamos  $f_2(x) = -\sqrt{x}$  ..... \_\_\_\_\_

Paso 2: Luego graficamos  $f_3(x) = -\sqrt{x+1}$  ..... \_\_\_\_\_



Paso 3: Luego graficamos  $f_4(x) = -\sqrt{x+1} + 3$  \_\_\_\_\_

### Ejercicio 6:

Describa que pasos se deben seguir para graficar  $g(x) = 7 - \sqrt{4-x}$ .

#### Solución:

Paso 1: Identificamos la función básica, que en este caso es  $g_1(x) = \sqrt{x}$

Paso 2:

Paso 3:

Paso 4:

Paso 5:

### Ejercicio 7:

Utilice las técnicas de graficación para graficar la función  $f(x) = 4 - (x-3)^2$ , indique cada uno de los pasos que está realizando, halle las coordenadas de los puntos de intersección con los ejes coordenados.

### CIERRE DE CLASE



- A. ¿Qué pasos se deben seguir para graficar:  $y = |x| + 5$  ?
- B. ¿Qué pasos se deben seguir para graficar :  $y = |x+4| + 5$  ?
- C. ¿Qué pasos se deben seguir para graficar:  $y = -|x+4| + 5$  ?

### EJERCICIOS

Complete los pasos que se deben seguir para graficar la función  $f(x) = 5 - \sqrt{1-x}$

Paso 1: Identificamos la función básica, que en este caso es: \_\_\_\_\_

Paso 2: Luego graficamos  $g_2(x) = \sqrt{1+x}$  ..... \_\_\_\_\_

Paso 3: Luego graficamos  $g_3(x) = -\sqrt{1+x}$  .... \_\_\_\_\_

Paso 4: Luego graficamos  $g_4(x) = -\sqrt{1+x} + 5$  \_\_\_\_\_

Paso 5: Finalmente cambiamos  $x$  por  $-x$ :  $g(x) = -\sqrt{1-x} + 5$  \_\_\_\_\_