EPE

MATEMÁTICA BÁSICA

6.2

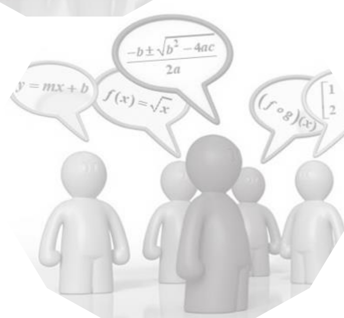
EPE

CONTENIDO

ANÁLISIS GRÁFICO DE FUNCIONES EXPONENCIALES

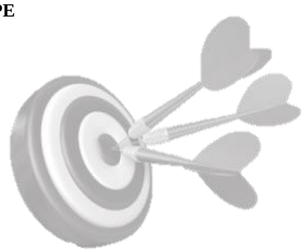
ANÁLISIS GRÁFICO DE FUNCIONES LOGARÍTMICAS

APLICACIONES DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS



6.2

EPE



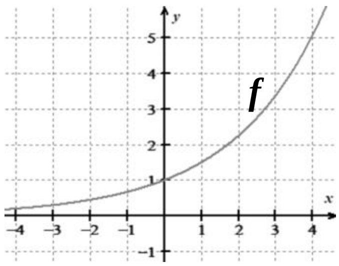
LOGRO

AL TERMINAR LA CLASE EL ALUMNO SERÁ CAPAZ DE:

- ESBOZAR LAS GRÁFICAS DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS
- ANALIZAR GRAFICAMENTE LAS CARACTERÍSTICAS DE LAS FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS
- APLICAR LAS FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS EN PROBLEMAS DE CONTEXTO REAL

6.2

EPE

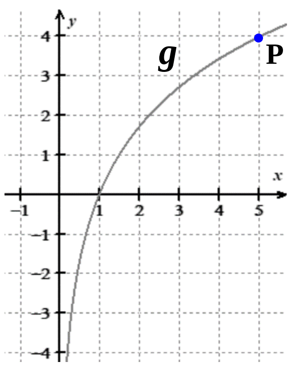


En la figura adjunta la regla de la función f es $f(x) = 1,5^x$

La ecuación de su asíntota es ___________________

Dom *f* = _________ Ran *f* = __________

Monotonía: ___________________



En la figura adjunta la regla de la función g es $g(x) = \log_{1,5} x$

La ecuación de su asíntota es ___________________

Dom *g* = _________ Ran *g* = __________

Monotonía: ___________________

Coordenadas del punto P: ___________

6.2

GRÁFICAS DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

EPE

GRÁFICAS DE FUNCIONES EXPONENCIALES

Esboce la gráfica de la función: $f(x) = 2^x - 3$

Aplicando las técnicas de graficación:

Paso 1: ____________

Paso 2:_________________________

x	$f(x) = 2^x$
-1	
0	
1	
2	
3	

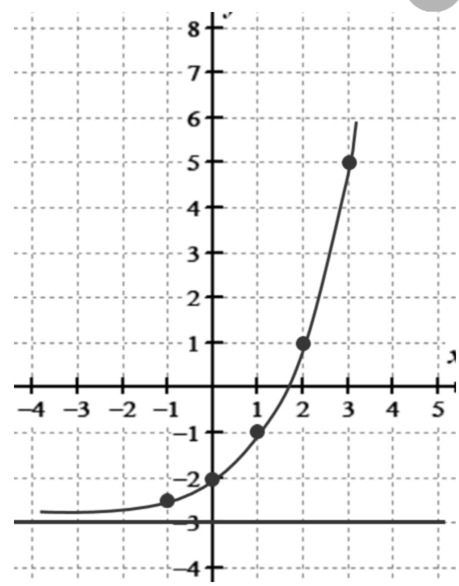
ASÍNTOTA _________

INTERSECCIÓN CON EJE *Y* ___________
(x = 0)

DOMINIO ___________

INTERSECCIÓN CON EJE *X* ___________
(y = 0)

RANGO ___________



6.2

EPE

GRÁFICAS DE FUNCIONES EXPONENCIALES

Esboce la gráfica de la función $f(x) = e^{x-2} - 3$

ASÍNTOTA _________

DOMINIO __________

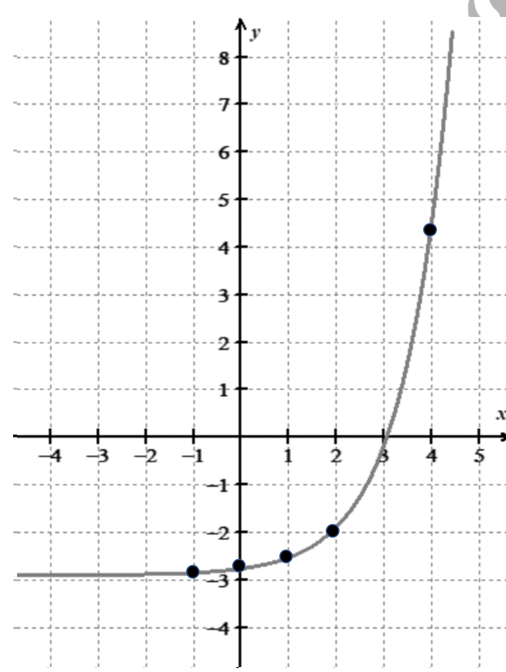
RANGO ____________

INTERSECCIÓN CON EJE *Y* ___________
(x = 0)

INTERSECCIÓN CON EJE *X* ___________
(y = 0)

TABULACIÓN

x	$f(x)$
-1	
0	
1	
2	
4	



6.2

EPE

EJERCICIO

Esboce la gráfica de la función

$$f(x) = -2^{x+1} + 5$$

¿Qué piensas aplicar, técnicas de graficación o tabulación?

ASÍNTOTA __________

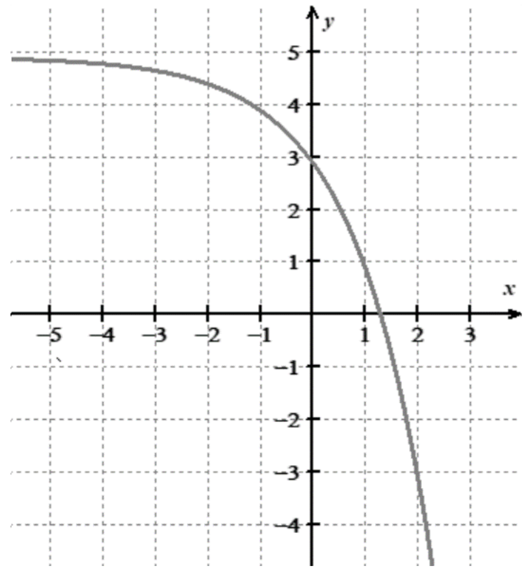
DOMINIO ____________

RANGO ______________

INTERSECCIÓN CON EJE *Y* ($x = 0$) ___________

INTERSECCIÓN CON EJE *X* ($y = 0$) ___________

x	$f(x) = -2^{x+1} + 5$
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	



6.2

EPE

GRÁFICAS DE FUNCIONES LOGARÍTMICAS

Esboce la gráfica de la función $f(x) = \log_2(x+4)$

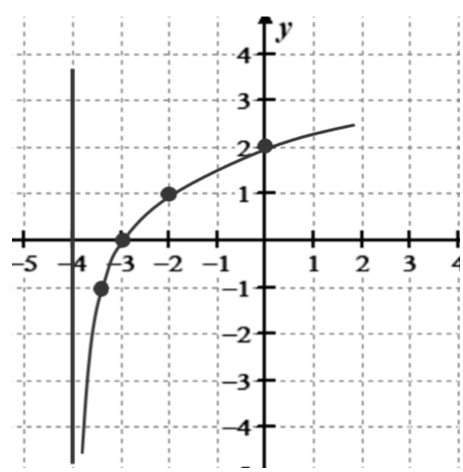
Aplicando las técnicas de graficación:

Paso 1: ______________

Paso 2: _________________

____

x	$f(x) = \log_2 x$
0,5	
1	
2	
4	



ASÍNTOTA ________

DOMINIO ___________

RANGO _________

INTERSECCIÓN CON EJE *Y* ($x = 0$) ___________

INTERSECCIÓN CON EJE *X* ($y = 0$) ___________

6.2

EPE

GRÁFICAS DE FUNCIONES LOGARÍTMICAS

Esboce la gráfica de la función $f(x) = \ln(3 - x)$

ASÍNTOTA __________

DOMINIO __________

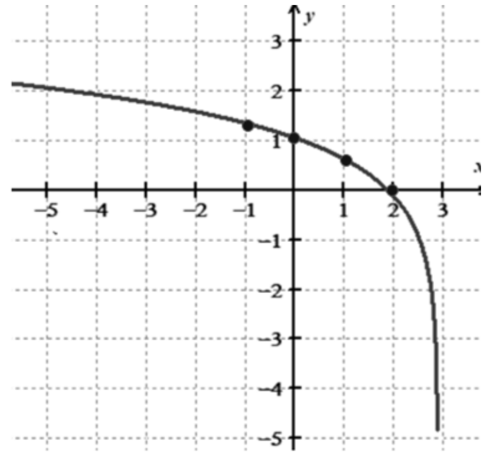
RANGO ____

INTERSECCIÓN CON EJE *Y* ________
(x = 0)

INTERSECCIÓN CON EJE *X* ________
(y = 0)

Tabulación

x	$f(x)$
– 1	
0	
1	
2	



6.2

EPE

EJERCICIO

Esboce la gráfica de la función

$$f(x) = 4 - \log_3(x + 3)$$

¿Qué piensas aplicar, técnicas de graficación o tabulación?

ASÍNTOTA ___________

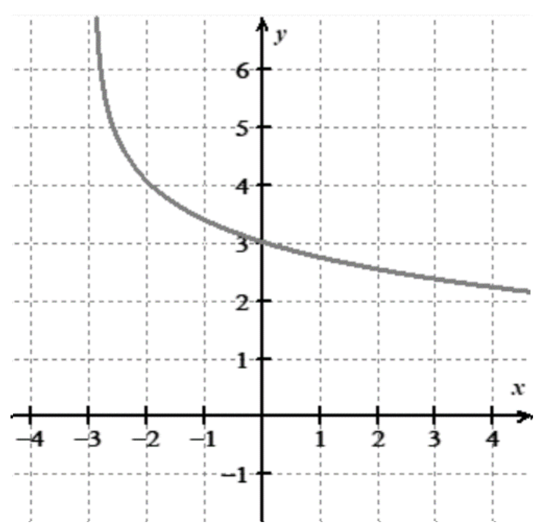
DOMINIO ___________

RANGO ___________

INTERSECCIÓN CON EJE *Y* _______
(x = 0)

INTERSECCIÓN CON EJE *X* _______
(y = 0)

x	$f(x) = 4 - \log_3(x + 3)$
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	



6.2

EPE

CONTROL DE APRENDIZAJE

P1) La función $f(x) = 4 + e^{x+3}$ determine la verdad o falsedad de cada alternativa

A) Su dominio es R **B) Tiene asíntota horizontal *y* = 4**

C) Su rango es R **D) Es creciente en todo su dominio**

P2) Si al graficar la función g cuya regla es $g(x) = 2 - \ln(x+5)$ se utiliza las técnicas de graficación, entonces los pasos a seguir son:

Paso 1: ____

Paso 2: ____

Paso 3:____

Paso 4: ____

6.2

APLICACIONES DE FUNCIÓN EXPONENCIAL Y FUNCIÓN LOGARITMO

EPE

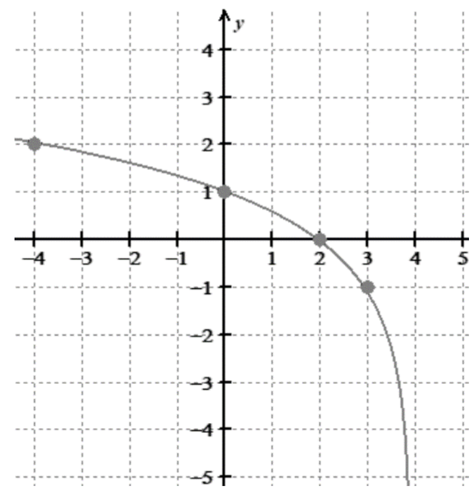
APLICACIONES DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

1

EJEMPLO

En la figura adjunta se muestra la gráfica de la función $f(x) = A + B\log_2(-x + C)$.

Halle la regla de correspondencia de f.



6.2

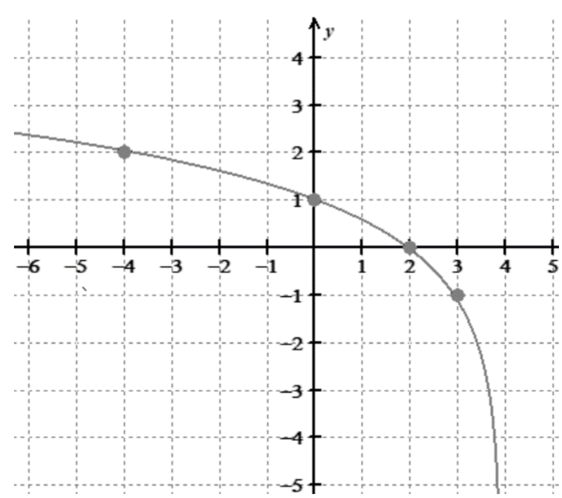
EPE

APLICACIONES DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

2

EJERCICIO

Con los datos del problema anterior halle $f^{-1}(x)$, dominio, rango y esboce su gráfica. $f(x) = -1 + \log_2(-x + 4)$



6.2

EPE

APLICACIONES DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

3 EJEMPLO

En una olla a presión se hierve agua y se empieza a enfriar de acuerdo con la Ley de enfriamiento de Newton, de modo que la temperatura en el tiempo está dada por: $T(t) = 30 + 60e^{-0{,}0673t}$ donde *t* se mide en minutos y *T* en °C.

a. ¿Cuál es la temperatura inicial del agua?

b. ¿Cuál es la temperatura del agua a los 22 minutos?

c. ¿Después de cuánto tiempo la temperatura del agua será de 40 °C?

d. Trace la gráfica de T , escriba la ecuación de la asíntota y diga qué representa a largo plazo.

6.2

EPE

APLICACIONES DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

3 EJEMPLO

a. ¿Cuál es la temperatura inicial del agua?

$T(t) = 30 + 60e^{-0{,}0673t}$ **donde *t* se mide en minutos y *T* se mide en °C**

Definiendo variables:

***t* : Tiempo desde que empieza a enfriar el agua en minutos**

***T* : Temperatura del agua en un determinado tiempo *t* en °C**

La temperatura inicial del agua ocurre cuando *t* = 0

$T(0) =$ ________________ $\Rightarrow$ $T(0) =$ _____

La temperatura inicial del agua es ______

b. ¿Cuál es la temperatura del agua a los 22 minutos?

$T(22) =$ _________________ $\Rightarrow$ $T(22) =$ ______

La temperatura del agua a los 22 minutos es _________

6.2

EPE

APLICACIONES DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

3 EJEMPLO

c. ¿Después de cuánto tiempo la temperatura del agua será de 40 °C?

$T(t) = 30 + 60e^{-0{,}0673t}$ **donde** t **se mide en minutos y** T **se mide en °C.**

t = ?

$T(t) = 40$ $\qquad\qquad 40 =$ ________________

$t =$ __________

La temperatura del agua será de 40 °C después de ________minutos aprox.

6.2

EPE

APLICACIONES DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

3 EJEMPLO

d. Trace la gráfica de T **, escriba la ecuación de la asíntota y diga qué representa a largo plazo.**

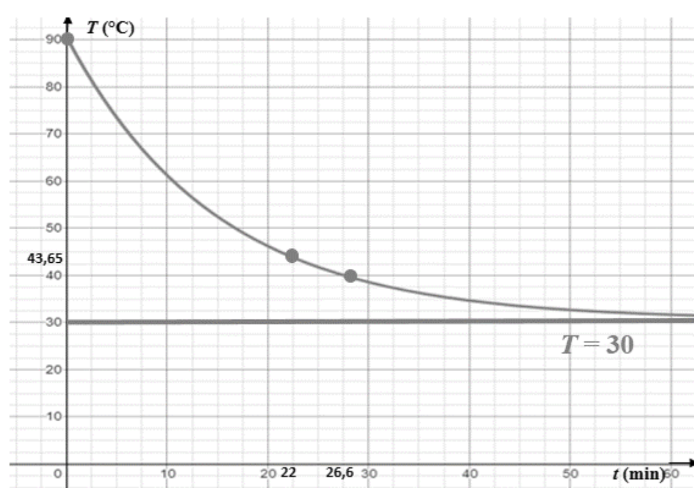
$T(t) = 30 + 60e^{-0{,}0673t}$ **donde** t **se mide en minutos y** T **se mide en °C.**

De los ítems anteriores tenemos los siguientes puntos $(t\,;T)$

$(0\,;90)$, $(22\,;43{,}65)$ **y** $(26{,}6\,;40)$

Como se trata de una función exponencial:

Asíntota T = _____



La asíntota representa a largo plazo la temperatura del agua cuando se enfría y tiende a 30°C.

6.2

EPE

APLICACIONES DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

4 EJERCICIO

La ley del olvido (Hermann Ebbinghaus) establece que si una tarea se aprende en un inicio a un nivel de desempeño P_o, entonces, después de cierto intervalo de tiempo t por efecto del olvido, el nivel del desempeño esperado P cumple con la siguiente expresión:

$$\log P = \log P_o - k \log(t+1)$$

tal que

k= constante que depende del tipo de tarea

t = número de meses que han transcurrido desde un momento de referencia.

a) Exprese P en términos de Po; k y t , sin logaritmos.

b) Si la nota de un estudiante en una prueba de matemática fue de 16, qué nota se espera (considerando que k=0,2) pueda obtener el mismo estudiante si rinde la misma prueba dentro de un año.

6.2

EPE

APLICACIONES DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

4 La ley del olvido (Hermann Ebbinghaus)

$$\log P = \log P_o - k \log(t+1)$$

P_o = nota inicial en una prueba de matemática

t = número de meses que han transcurrido desde un momento de referencia

P = nota esperada en una prueba de matemática

k = constante que depende del tipo de tarea

a) Exprese P en términos de Po; k y t, sin logaritmos.

b) Si la nota de un estudiante en una prueba de matemática fue de 16, qué nota se espera (considerando que k=0,2) pueda obtener el mismo estudiante si rinde la misma prueba dentro de un año.

6.2

EPE

APLICACIONES DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

5 EJERCICIO

Un medicamento se elimina del cuerpo a través de la orina. La dosis inicial es de 10 mg y la cantidad que queda en el cuerpo disminuye el 80 % cada hora.

a) Escriba una ecuación en la forma $C(t) = a(b)^t$, donde C es la cantidad de medicamento en el cuerpo al cabo de *t* horas.

6.2

EPE

APLICACIONES DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

5

Para que el fármaco haga efecto en el cuerpo, debe haber por lo menos 2,6 mg del mismo, determine cuánto tiempo debe pasar para que esto ocurra. $C(t) = 10(0.2)^t$

6.2

EPE

CONTROL DE APRENDIZAJE

P1) Una sustancia se desintegra de acuerdo a la función $Q(t) = 100(2)^{-\frac{t}{5}}$, donde Q (en gramos) es la cantidad presente de sustancia al cabo de *t* años. ¿ Cuál será la cantidad presente al cabo de 15 años ?

A) 12,5 gramos B) 3,125 gramos C) 10,5 gramos D) 8,25 gramos

P2) Una colonia de bacterias crece de acuerdo a la siguiente función $N(t) = 100e^{0,045t}$, donde *N* se mide en gramos y *t* se mide en días. ¿Qué tiempo le tomará alcanzar 140 gramos?

A) 5 días B) 6 días C) 7,5 días D) 8 días

6.2

EPE

GRAFICAR FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS EN SU FORMA GENERAL

ANALIZAR LAS GRÁFICAS DE LAS FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

RESOLVER PROBLEMAS DE CONTEXTO REAL UTILIZANDO LAS FUNCIONES LOGARÍTMICAS Y EXPONENCIALES

6.2

EPE

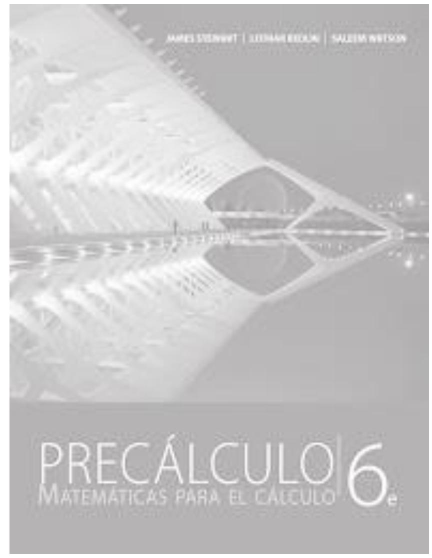
BIBLIOGRAFÍA

STEWART, James (2012).

PRECÁLCULO: MATEMÁTICAS PARA EL CÁLCULO.

Sexta edición. México, D.F. Cengage Learning.

F. exponencial, F. logaritmo, Ecuaciones exponencial y logaritmo: Pág. 302 - 356



6.2

EPE

ACTIVIDADES DE LA SEMANA 6

Control 4 , segunda sesión de clases

ASESORÍA 5, clase programada con el AAD

CONTROL DE RECUPERACIÓN 4, se evalúa en la asesoría 5

EVALUACIÓN VIRTUAL 2

CONSULTAS

6.2

EPE

PRÓXIMA CLASE

ACTIVIDAD 2

PRÁCTICA CALIFICADA 2

6.2

EPE

6.2