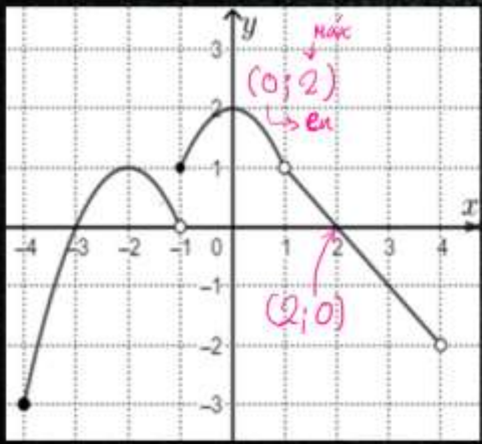

EPE
CONTENIDO
FUNCIÓN LINEAL DEFINICIÓN, GRÁFICA, DOMINIO, RANGO.
APLICACIONES DE LA FUNCIÓN LINEAL
FUNCIONES SECCIONADAS
4.2


EPE
LOGRO
AL TERMINAR LA CLASE EL ALUMNO SERÁ CAPAZ DE:
IDENTIFICAR Y REPRESENTAR ALGEBRAICAMENTE Y GRÁFICAMENTE UNA FUNCIÓN LINEAL
RESOLVER PROBLEMAS DE CONTEXTO REAL RELACIONADOS CON FUNCIONES LINEALES
IDENTIFICAR Y REPRESENTAR ALGEBRAICAMENTE Y GRAFICAMENTE UNA FUNCIÓN SECCIONADA
Recordar → Recta
y=mx+b
4.2

EPE

En la figura adjunta se muestra la gráfica de una función f cuya regla es $y = f(x)$, determine la verdad o falsedad de cada una de las siguientes proposiciones.



$f(-1) = 1 \quad (-1;\, 1)$

a) $f(-1)$ no está definida. **F**

b) Los ceros de f son -3 y 2. **V**

c) f tiene máximo absoluto en 2. **F**

es 2

d) f tiene mínimo absoluto en -4. **V**

e) f es creciente en $]-4;-2[\,,\,]-1;0[$ **V**

f) f es positiva en $]-3;1[\,,\,]-1;2]$ **F**

4.2

FUNCIÓN LINEAL

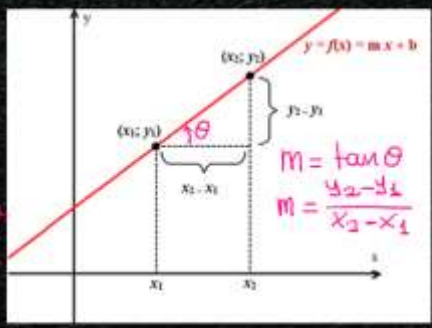
EPE

FUNCIÓN LINEAL

Una función lineal es una función f con regla de correspondencia $\boxed{f(x) = \mathrm{m}x + \mathrm{b}}$, donde m y b son constantes y $m \neq 0$. Su gráfica es una recta.

El valor de la pendiente se calcula de la siguiente forma

$$\mathrm{m} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$



Ejemplos:

$f(x) = 3x + 2 \rightarrow \mathrm{m} = 3$

$g(x) = -5x + 8 \rightarrow \mathrm{m} = -5$

$m = \frac{-5}{+1}$ Por cada aumento de una unidad de x el valor de y disminuye 5 unidades.

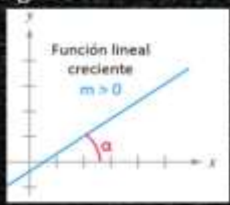
4.2

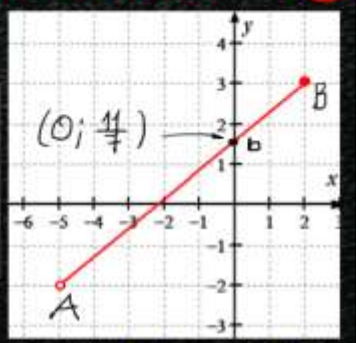
EPE

FUNCIÓN LINEAL

$f(x) = mx + b$

En la figura adjunta se tiene la gráfica de una función lineal f, halle su regla de correspondencia, dominio y rango.





La función lineal será: $f(x) = mx + b$

Hallemos la pendiente: $m = \frac{(3-(-2))}{(2-(-5))} = \frac{5}{7}$

Reemplazando tendremos: $f(x) = \frac{5}{7}x + b$

Para hallar b, reemplazamos un punto conocido (2; 3)

$f(2) = \frac{5}{7}(2) + b = 3$ nos queda $b = \frac{11}{7}$

Por lo tanto, la función lineal será: $f(x) = \frac{5}{7}x + \frac{11}{7}$

$A(-5; -2)$

$B(2; 3)$

$m = \frac{3+2}{2+5}$

4.2

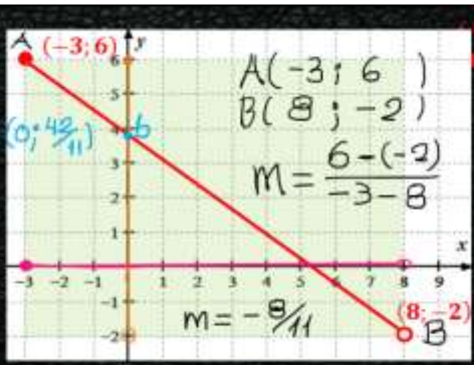
EPE

FUNCIÓN LINEAL $f(x) = mx + b$

Ejemplo:

Sea una función lineal f, cuyo dominio es $[-3; 8[$, rango es $]-2; 6]$ y su pendiente es negativa.

Halle su regla de correspondencia y esboce su gráfica.

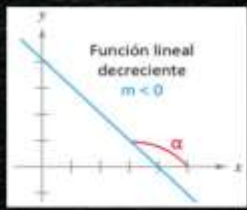


Función lineal: $f(x) = mx + b$

Pendiente: $m = \dfrac{6-(-2)}{(-3)-(8)} = \dfrac{8}{-11} = -\dfrac{8}{11}$

$f(x) = -\dfrac{8}{11}x + b$ **Reemplazamos un punto conocido $(-3; 6)$**

$-\dfrac{8}{11}(-3) + b = 6 \Rightarrow b = \dfrac{42}{11}$ $\quad f(x) = -\dfrac{8}{11}x + \dfrac{42}{11}$



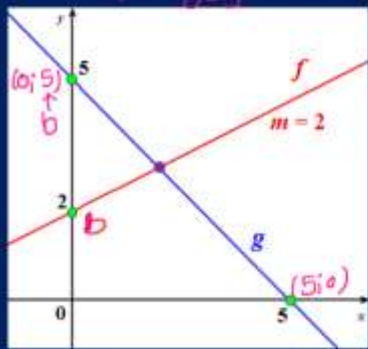
4.2

EPE

CONTROL DE APRENDIZAJE

$M = \frac{5-0}{0-5} = -1$

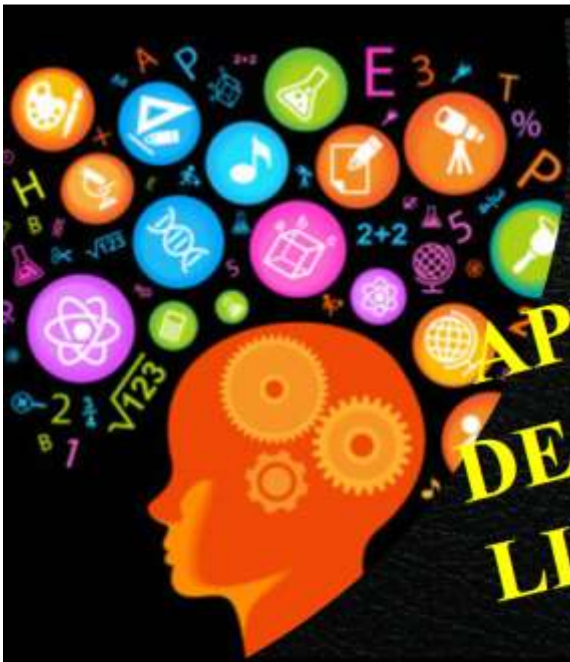
En la figura adjunta se muestra la gráfica de las funciones lineales f y g. Halle la regla de correspondencia de cada función y las coordenadas del punto de intersección de las gráficas.



$f(x) = mx + b$ $\quad g(x) = mx + b$

$f(x) = 2x + 2$ $\quad g(x) = -1x + 5$

1.1



APLICACIONES DE LA FUNCIÓN LINEAL

EPE

APLICACIONES DE LA FUNCIÓN LINEAL

1 El sueldo de Sara, vendedora de carros, es de 500 € fijos todos los meses más una comisión de 250 € por cada carro que venda. Halle la función que expresa el sueldo de Sara un mes que haya vendido x carros y dibuje su gráfica.

$m = 250$

x : número de carros vendidos en un mes

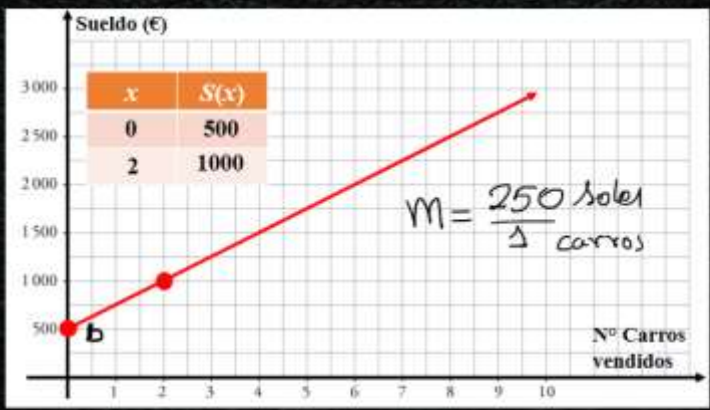
S : sueldo de Sara en soles

$S(x) = mx + b$

$$m = \frac{1000 - 500}{2 - 0} = 250$$

Función sueldo:

$S(x) = 250x + 500 , x \geq 0$



x	$S(x)$
0	500
2	1000

$$m = \frac{250 \text{ soles}}{1 \text{ carros}}$$

4.2

EPE

APLICACIONES DE LA FUNCIÓN LINEAL

2 Una compañía compró un automóvil en 21 600 dólares, si el valor de depreciación D tiene un comportamiento lineal y este adquiere un valor de 3 600 dólares al cabo de 10 años posteriores a la compra, halle:

a) La función de depreciación D en función del número de años t transcurridos desde el momento de la compra.

t : números de años transcurridos

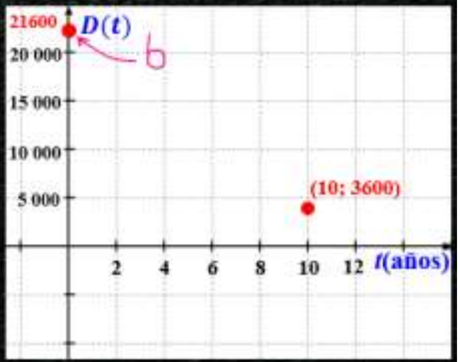
D : valor del automóvil en dólares

$D(t) = mt + b$

t	$D(t)$
0	21600
10	3600

$$m = \frac{21600 - 3600}{0 - 10} = -1800$$

$$D(t) = -1800t + 21600$$



4.2

EPE

APLICACIONES DE LA FUNCIÓN LINEAL

2 **a) La función de depreciación D en función del número de años t transcurridos**

$D(t) = -1800t + 21600$

Observa que el valor del automóvil en algún momento será cero.

$$-1800t + 21600 = 0$$
$$\Rightarrow t = 12$$

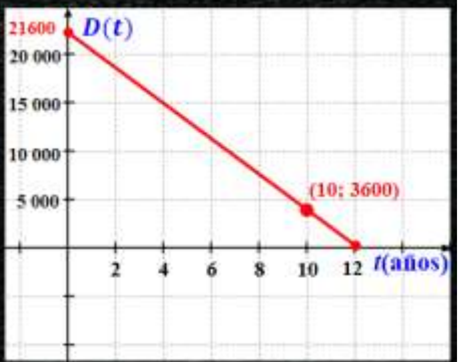
Función de depreciación: $\boxed{D(t) = -1800t + 21600 \quad 0 \le t \le 12}$

b) El valor del automóvil después de transcurrido 4 años.

Para $t = 4 \Rightarrow D(4) = -1800(4) + 21600 = 14\,400$

Luego de 4 años el valor del automóvil es de 14 400 dólares.

c) Esboce la gráfica de la función.



4.2

EPE

APLICACIONES DE LA FUNCIÓN LINEAL

3 En una agencia de alquiler de coches cobran, para un modelo concreto, 50 € fijos más 0,2 € por cada kilómetro recorrido. En otra agencia, por alquilar el mismo modelo, cobran 20 € fijos más 0,3 € por cada kilómetro recorrido.

a) Obtén, en cada uno de los dos casos, la expresión analítica de la función que da el gasto total según los kilómetros recorridos (declare variables)

x : número de kilómetros recorridos, $x \geq 0$

G : gasto total en Euros $G \geq 20$

Agencia A ➡ $GA(x) = 50 + 0,20x$

x	GA
0	50
10	50+2=52

$m = 0,20$

Agencia B ➡ $GB(x) = 20 + 0,30x$

x	GB
0	20
10	23

$m = 0,30$

4.2

EPE

APLICACIONES DE LA FUNCIÓN LINEAL

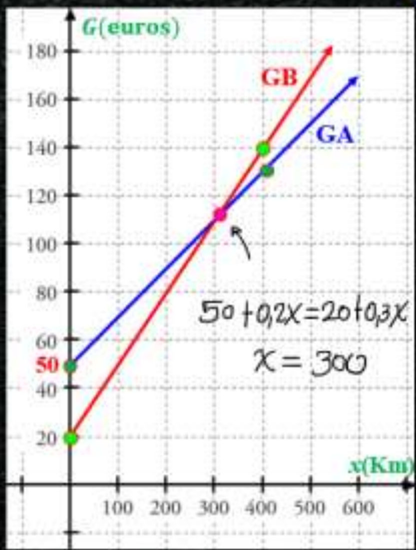
3 b) Represente, en un mismo plano, las dos funciones anteriores.

Agencia A $GA(x) = 50 + 0,20x$

x	$GA(x)$
0	50
400	130

Agencia B $GB(x) = 20 + 0,30x$

x	$GB(x)$
0	20
400	140



4.2

EPE

APLICACIONES DE LA FUNCIÓN LINEAL

3 c) Analice cuál de las dos opciones es más ventajosa, según los kilómetros que vas a recorrer.

Determinamos las coordenadas del punto de intersección: $GA(x) = GB(x)$

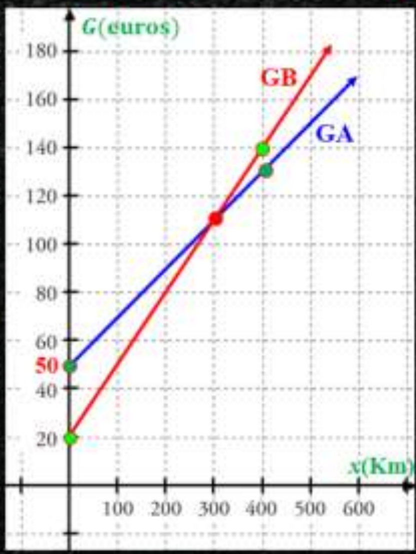
$$50 + 0,20x = 20 + 0,30x \Rightarrow x = 300$$

Observa del gráfico:

Si $0 \leq x < 300$ ⇨ La Agencia B es más ventajosa, ya que el gasto es menor

Si $x = 300$ ⇨ En cualesquiera de las agencias el gasto es el mismo

Si $300 < x$ ⇨ La agencia A es más ventajosa, ya que el gasto es menor



4.2

EPE

CONTROL DE APRENDIZAJE

P1) Qué se puede afirmar de la función $f(x) = -2x + 4;\ x \in [-1; 2]$

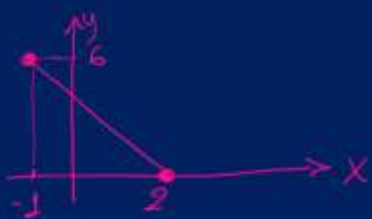
~~A)~~ Es decreciente   ~~B)~~ Ran $f = [0;6]$ C) Pasa por (4; 0) F   ~~D)~~ Es una función lineal

P2) Qué valores debe tomar k para que la función $f(x) = (k-2)x + 3$ sea creciente.

~~A)~~ $]2; \infty[$ B) $]-\infty; 2[$ C) $]-2; \infty[$ D) $]-\infty; -2[$

$k - 2 > 0$

$\Rightarrow k > 2$



4.2

FUNCIONES SECCIONADAS

EPE

FUNCIONES SECCIONADAS

Estructura de las funciones seccionadas

$$f(x)=\begin{cases} f_1(x);\ x\in Domf_1 \\ f_2(x);\ x\in Domf_2 \\ f_3(x);\ x\in Domf_3 \\ \vdots \end{cases}$$

Dominio y rango de las funciones seccionadas

$$Domf = Domf_1 \cup Domf_2 \cup Domf_3 \cup \ldots$$

$$Ranf = Ranf_1 \cup Ranf_2 \cup Ranf_3 \cup \ldots$$

Ejemplos:

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & ,x<0 \\ 2-x & ,0\le x<4 \\ \sqrt{x-4} & ,4\le x<13 \end{cases}$$

$$g(x)=\begin{cases} -x^2+4 & ,x<1 \\ 2\sqrt{x} & ,1\le x<9 \end{cases}$$

4.2

EPE

GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN SECCIONADA

$$f(x)=\begin{cases}-x^2+4 & ,x<1\\ 2\sqrt{x} & ,1\le x<9\end{cases}$$

$f_1(x) = -x^2+4 \quad x < 1$

$f_2(x) = 2\sqrt{x} \quad 1 \le x < 9$

Para graficar se tabula

$f_1(x)=-x^2+4$

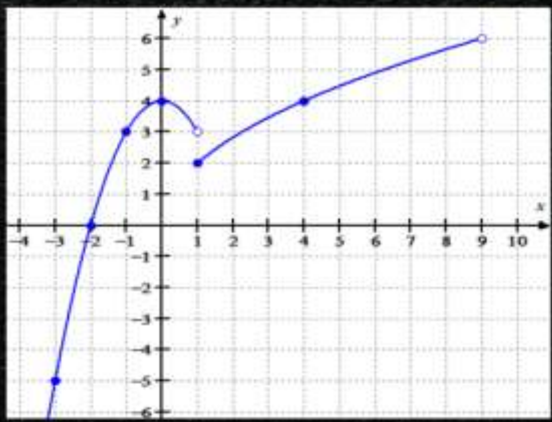
$x<1$

x	y
1	3
0	4
-2	0
-3	-5

$f_2(x)=2\sqrt{x}$

$1\le x<9$

x	y
1	2
4	4
9	6



4.2

EPE

GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN SECCIONADA

$$f(x)=\begin{cases}x^2 & ,x<0\\ 2-x & ,0\le x<4\\ \sqrt{x-4} & ,4\le x<13\end{cases}$$

Observa que $f(x)$ está formada por __3__ funciones.

$f_1(x) = x^2 \quad ,x < 0$

$f_2(x) = 2 - x \ ,0 \le x < 4$

$f_3(x) = \sqrt{x-4} \quad ,4 \le x < 13$

Para graficar se elabora un cuadro de tabulación para cada función.

EPE

FUNCIONES SECCIONADAS

Ran(f) =]-2; +∞[

$f_1(x) = x^2$

$x < 0$

x	y
0	0
-1	1
-2	4
-3	9

$f_2(x) = 2 - x$

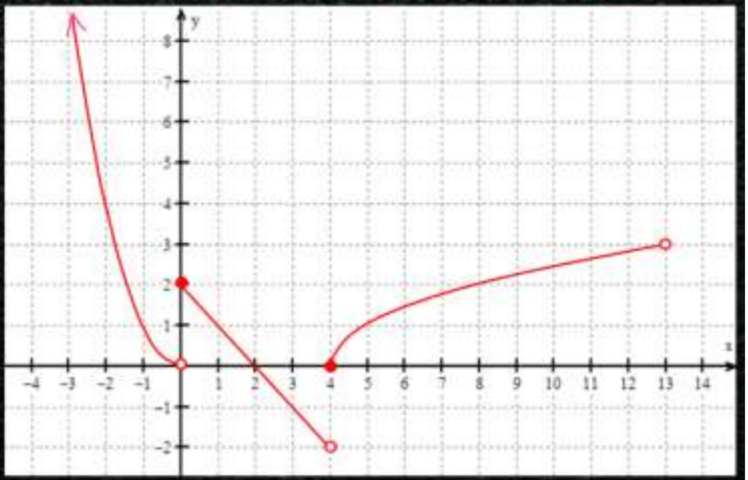
$0 \leq x < 4$

x	y
0	2
1	1
2	0
4	-2

$f_3(x) = \sqrt{x-4}$

$4 \leq x < 13$

x	y
4	0
5	1
13	3



Dom(f) =]-∞; 13[

4.2

EPE

FUNCIONES SECCIONADAS

DOMINIO:

]-∞; 13[

RANGO:

]-2; +∞[

CEROS:

2 y 4

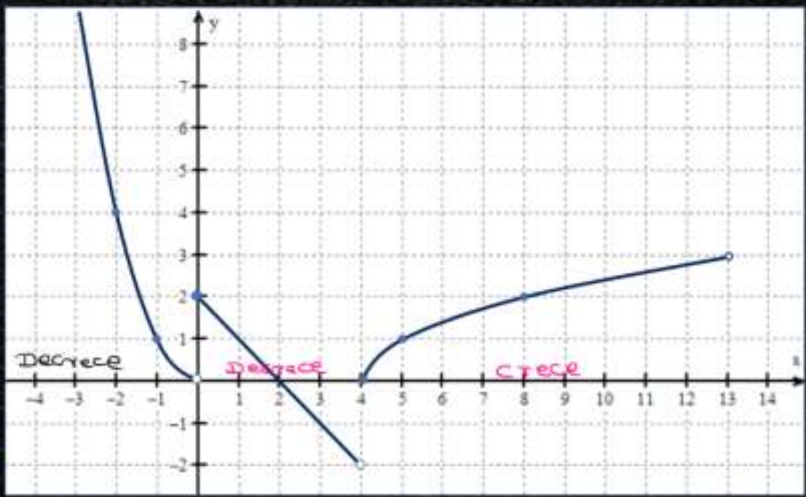
CRECE:

]4; 13[

DECRECE:

]-∞; 0[y

]0; 4[



4.2

EPE

FUNCIONES SECCIONADAS

POSITIVA:

$]-\infty;\ 0[\ ,[0;2[\ ,$
$]4;\ 13[$

NEGATIVA:

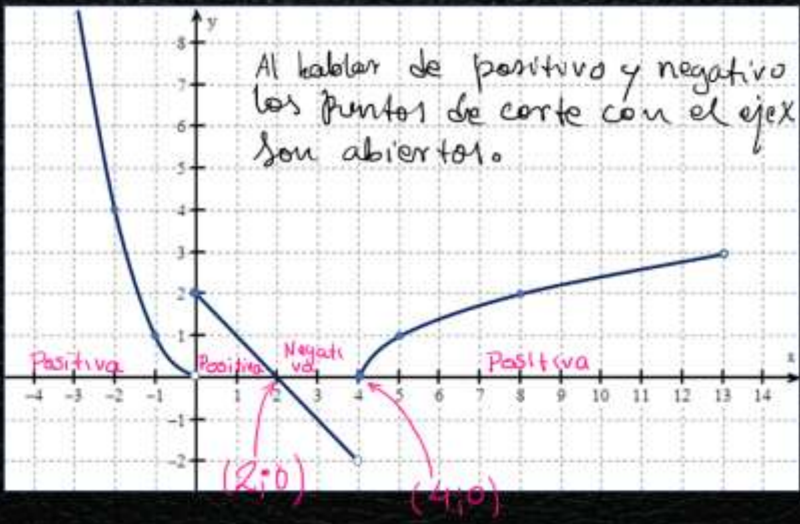
$]2;\ 4[$

INTERSECCIÓN CON EJE X:

$(2;0)$ y $(4;0)$

INTERSECCIÓN CON EJE Y:

$(0;2)$

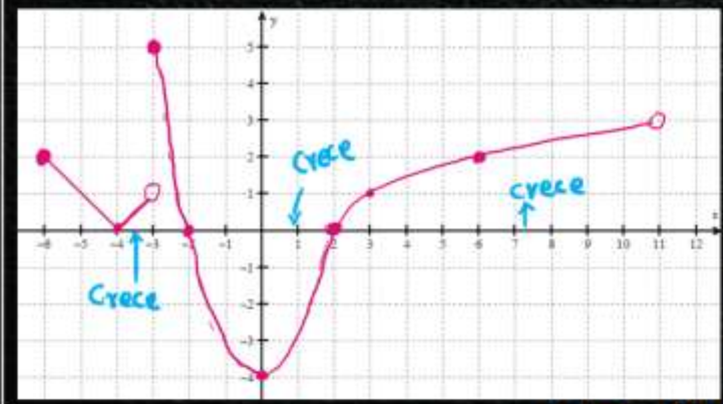


4.2

EPE

EJERCICIO

Dada la función: $g(x)=\begin{cases} |x+4| & ,-6\le x<-3 \\ x^2-4 & ,-3\le x<2 \\ \sqrt{x-2} & ,2\le x<11 \end{cases}$



DOMINIO: $[-6;\ 11[$

RANGO: $[-4;\ 5]$

CEROS: $-4;-2;\ 2$

CRECE: $]-4;-3[$
$]0;\ 11[$

DECRECE: $]-6;-4[$
$]-3;\ 0[$

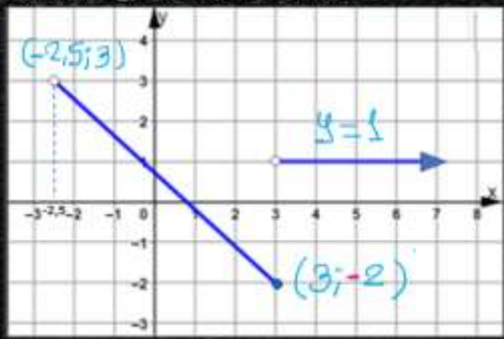
Intervalos abiertos.

4.2

EPE

EJERCICIO

La figura muestra la gráfica de una función seccionada f, analice cada tramo y determine la regla de correspondencia, indicando los dominios restringidos de cada tramo.



$y = mx + b$

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{10}{11}x + \frac{8}{11} & ; -2,5 < x \leq 3 \\ 1 & ; 3 < x \end{cases}$$

•) $m = \dfrac{3-(-2)}{-2,5-3}$

$m = \dfrac{5}{-5,5} = -\dfrac{10}{11}$

$\dfrac{5}{-\frac{11}{2}}$

•) $\boxed{y = -\frac{10}{11}x + b}$

$-2 = -\frac{10}{11}(3) + b$ ✓

$+\frac{30}{11} - 2 = b \rightarrow \boxed{b = \frac{8}{11}}$

4.2

EPE

Ejemplo:

En cierto país el impuesto que se impone al sueldo de una persona es progresivo y se determina de la siguiente manera: por un ingreso menor o igual a \$15 000 se paga el 12% del sueldo. Por un sueldo mayor el impuesto a pagar es 12% por los primeros \$ 15000 más el 15% del exceso.

Encuentre una función I definida por secciones que especifique el impuesto total sobre el sueldo de una persona.

I :: Impuesto en dólares al Sueldo $\quad I \geq o$

x :: Sueldo en dólares $\quad x \geq o$

$$I(x) = \begin{cases} 0{,}12x & 0 \leq x \leq 15000 \\ 0{,}12(15000) + 0{,}15(x - 15000) & x > 15000 \end{cases}$$

4.2

EPE

Ejemplo:

En cierto país el impuesto que se impone al sueldo de una persona es progresivo y se determina de la siguiente manera: por un ingreso menor o igual a $15 000 se paga el 12% del sueldo. Por un sueldo mayor el impuesto a pagar es 12% por los primeros $ 15000 más el 15% del exceso.

Halle el impuesto que paga una persona cuyo sueldo mensual es de $ 14 000

Si la persona gana $14 000, su Impuesto será: $= I(x) = (0{,}12)(14000) = 1680$

El Impuesto que paga una persona cuyo sueldo es de $ 14 000 será de $ 1680:

Halle el impuesto que paga una persona cuyo sueldo mensual es de $ 28 000

Si la persona gana $28 000, su Impuesto será:

$= I(x) = (0{,}12)(15000) + (0{,}15)(28000 - 15000) = 3750$

El Impuesto que paga una persona cuyo sueldo es de $ 28 000 será de $ 3750:

4.2

EPE

EJERCICIO

$t=0 \quad t=4$

Según un estudio de uso de Internet entre el año 1997 y el 2001, se determinó que el porcentaje $p(t)$ de compradores de autos nuevos que utilizaban Internet para buscar o comprar modelos a través de este medio, en el año t, está dado por la función:

$$p(t) = \begin{cases} 10t + 15 & , 0 \le t < 1 \checkmark \\ 15t + 10 & , 1 \le t \le 4 \checkmark \end{cases}$$

donde t es el tiempo en años y $t = 0$ representa el año 1997.

a) Halle $p(0{,}5)$ e interprete. $P(0{,}5) = 10(0{,}5)+15 = 20\%$

El 20% de las personas buscan o compran autos por internet.

b) En el año 2000, ¿cuál fue el porcentaje de compradores que usaron internet?

$t = 3 \rightarrow P(3) = 15(3)+10 = 55\%$

El 55% de las personas buscan o compran autos por internet en el tercer año.

4.2

EPE

CONTROL DE APRENDIZAJE

Dada la función:

$$f(x)=\begin{cases} 2x+3 & ,-5<x<-2 \\ x^2-1 & ,-2\le x<3 \\ \sqrt{x+1} & ,\ x>3 \end{cases}$$

$-5 \quad -2 \quad 3 \quad +\infty$

$x=2$

Marque las opciones correctas:

$\mathrm{Dom}(f)=]-5;+\infty[-\{3\}$

a) $\mathrm{Dom}\, f =]-5;\infty[$

b) $f(2)=3$ $\quad (2;3) \rightarrow f(x)=2^2-1=3$

c) $f(-3)=-9$ $\quad f(-3)=2(-3)+3=-3$

d) $f(3)=2$ $\quad f(3)$ no existe

4.2