EPE

CONTENIDO

ANÁLISIS GRÁFICO DE FUNCIONES SENOIDALES

9.2

EPE

LOGRO

AL TERMINAR LA CLASE EL ALUMNO SERÁ CAPAZ DE:

ESBOZAR EL GRÁFICO DE LAS FUNCIONES SENOIDALES Y DETERMINAR DOMINIO, RANGO, AMPLITUD, DESFASE, PERIODO Y TRASLACIÓN VERTICAL

9.2

EPE

Dada la función f cuya regla es $f(x) = -6\cos\left(4x - \frac{\pi}{5}\right) + 3$, halle:

AMPLITUD: $A = |-6| = 6$

PERIODO: $T = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{\pi}{2}$

DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL : $\phi = x = \frac{\pi}{20}$

$\hookrightarrow 4x - \frac{\pi}{5} = 0$

$4x = \frac{\pi}{5}$

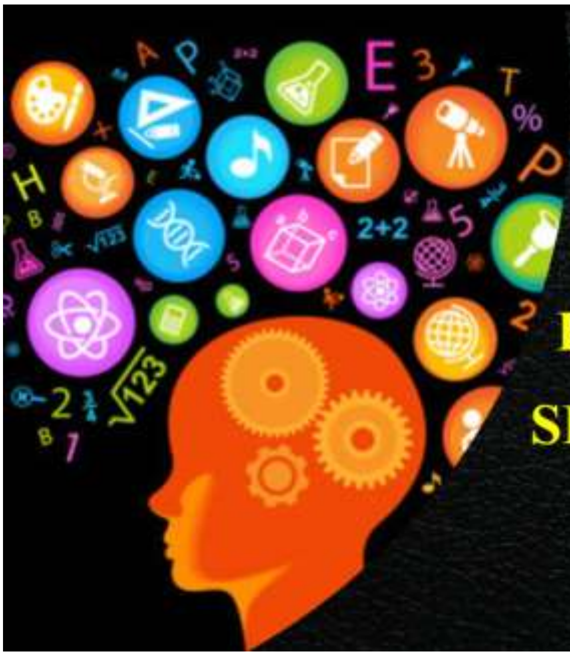
$x = \frac{\pi}{20}$

DESPLAZAMIENTO VERTICAL: $D = 3$

$\downarrow$

Eje : $y = 3$

9.2

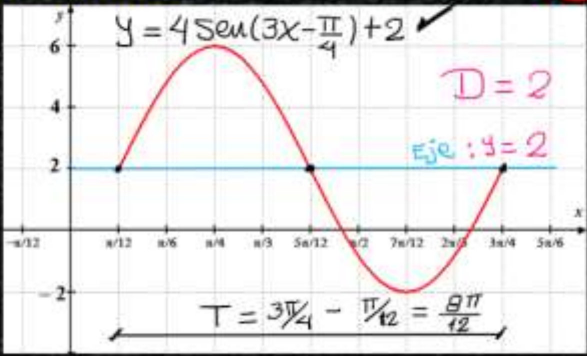


ANÁLISIS DE GRÁFICOS DE FUNCIONES SENOIDALES

EPE

ANÁLISIS GRÁFICO DE FUNCIONES SENOIDALES

En la figura adjunta se muestra la gráfica de una función senoidal $f(x) = A\text{sen}(Bx + C) + D$



Halle:

AMPLITUD: $|A| = 4 \longrightarrow A = 4$

PERIODO:

$$T = \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{12} = \frac{2\pi}{3}$$

DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL :

$\frac{\pi}{12}$ unidades hacia la derecha $\rightarrow \phi = \frac{\pi}{12}$

$\phi = x = -\frac{C}{B} = \frac{\pi}{12} \longrightarrow -\frac{C}{3} = \frac{\pi}{12}$

$C = -\frac{\pi}{4}$

DESPLAZAMIENTO VERTICAL:

2 unidades hacia arriba

$T = \frac{2\pi}{3}$ Gráfico

$T = \frac{2\pi}{B}$ Teoría

$\frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{B} \rightarrow B = 3$

9.2

EPE

ANÁLISIS GRÁFICO DE FUNCIONES SENOIDALES

En el tramo indicado , determine:

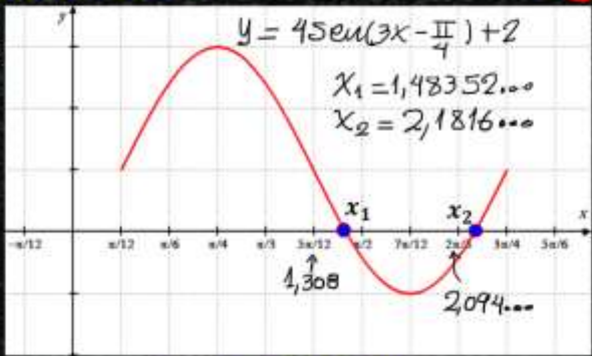
PUNTOS DE INTERSECCIÓN CON EL EJE X

$y = f(x) = 0$

$4\text{sen}(3x - \frac{\pi}{4}) + 2 = 0$

$x_1 = \frac{17\pi}{36}$ $\quad x_2 = \frac{25\pi}{36}$

$\left(\frac{17\pi}{36}; 0\right)$ $\quad \left(\frac{25\pi}{36}; 0\right)$



DECRECE: $\left]\frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{12}\right[$

CRECE: $\left]\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{4}\right[\cup \left]\frac{7\pi}{12}; \frac{3\pi}{4}\right[$

POSITIVA: $\left[\frac{\pi}{12}; \frac{17\pi}{36}\right[\cup \left]\frac{25\pi}{36}; \frac{3\pi}{4}\right]$

NEGATIVA: $\left]\frac{17\pi}{36}; \frac{25\pi}{36}\right[$

9.2

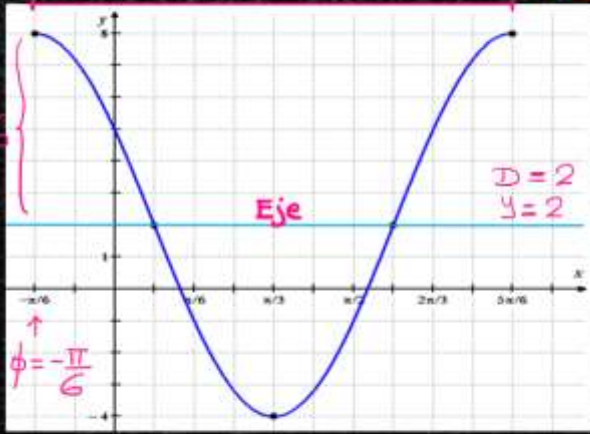
EPE

EJERCICIO

En la figura adjunta se muestra la gráfica de una función senoidal

$f(x) = A\cos(Bx + C) + D$

$T = \frac{5\pi}{6} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \pi$



6

$D = 2$

$y = 2$

$\uparrow$
$\phi = -\frac{\pi}{6}$

•) $|A| = 6 \rightarrow A = 6$

•) $T = \frac{2\pi}{B} = \pi$

$B = 2$

•) $Bx + C = 0$

$x = -\frac{C}{B} = -\frac{C}{2}$

Traslación horizontal $\phi = x = -\frac{C}{2} = -\frac{\pi}{6}$

$C = \frac{\pi}{3}$

$f(x) = 6\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 2$

$\uparrow$
Graficar

9.2

EPE

ANÁLISIS GRÁFICO DE FUNCIONES SENOIDALES

En el tramo indicado , determine:

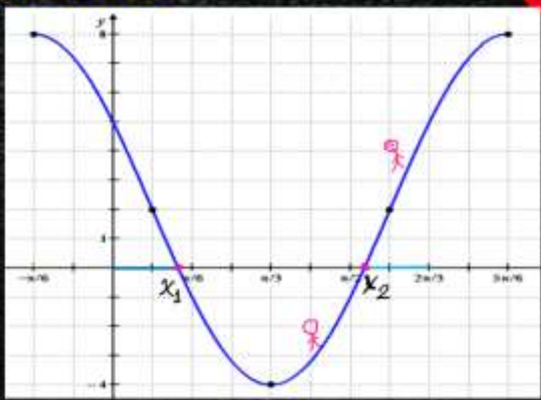
PUNTOS DE INTERSECCIÓN CON EL EJE X

$f(x) = 6\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 2$

$y = f(x) = 0 \rightarrow 6\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 2 = 0$

$x_1 = 0{,}432\ldots$

$x_2 = 1{,}663\ldots$



DECRECE: $\left]-\frac{\pi}{6}\,;\,\frac{\pi}{3}\right[$

POSITIVA: $\left[-\frac{\pi}{6}\,;\,0{,}43\right[\,,\,\left]1{,}66\,;\,\frac{5\pi}{6}\right]$

CRECE: $\left]\frac{\pi}{3}\,;\,\frac{5\pi}{6}\right[$

NEGATIVA: $\left]0{,}43\,;\,1{,}66\right[$

9.2

EPE

GRÁFICAS DE FUNCIONES SENOIDALES

Dada la función f con regla de correspondencia:

$$f(x) = 3\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - 2$$

Halle:

$[-2-3\ ;\ -2+3]$

Dominio: $\mathbb{R}$

Rango: $[-5; 1]$

Amplitud: 3

Periodo: π

TH: $\pi/6$ unidades hacia la izquierda

$\phi = -\frac{\pi}{6}$

$2x + \frac{\pi}{3} = 0$

TV: 2 unidades hacia abajo

Eje: $y = -2$

EPE

GRÁFICAS DE FUNCIONES SENOIDALES

$f(\theta) = 3\cos(\theta) - 2$

Dada la función f con regla de correspondencia:

$$f(x) = 3\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - 2$$

Halle:

$T = \frac{2\pi}{2} = \pi$

Dominio: $\mathbb{R}$

Rango: $[-5; 1]$

Amplitud: 3

Periodo: π

TH: $\pi/6$ unidades hacia la izquierda

TV: 2 unidades hacia abajo

Gráfica:

$$2x + \frac{\pi}{3} = \theta \Rightarrow x = \frac{\theta - \frac{\pi}{3}}{2}$$

Tramo principal: $-\frac{\pi}{6} \le x \le \frac{5\pi}{6}$

θ	$\cos\theta$	x	$y = 3\cos\theta - 2$
0	1	$-\frac{\pi}{6}$	1
$\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{12}$	-2
π	-1	$\frac{\pi}{3}$	-5
$\frac{3\pi}{2}$	0	$\frac{7\pi}{12}$	-2
2π	1	$\frac{5\pi}{6}$	1

ϕ

$\phi + T$

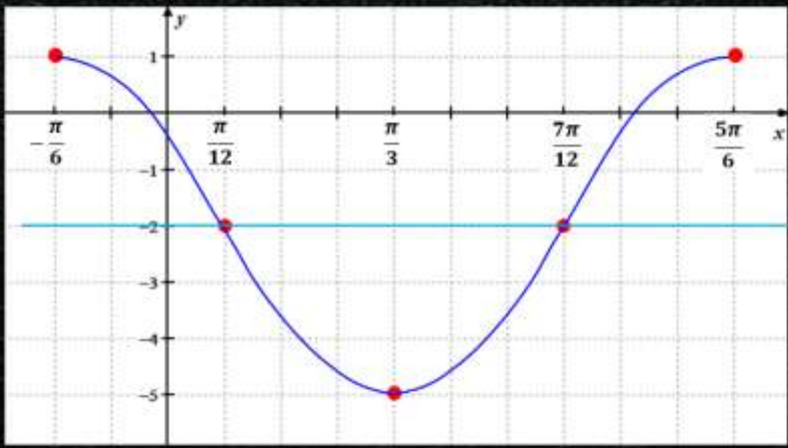
9.2

EPE

GRÁFICAS DE FUNCIONES SENOIDALES

$f(x) = 3\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - 2$

x	$f(x)$
$-\frac{\pi}{6}$	1
$\frac{\pi}{12}$	-2
$\frac{\pi}{3}$	-5
$\frac{7\pi}{12}$	-2
$\frac{5\pi}{6}$	1



9.2

EPE

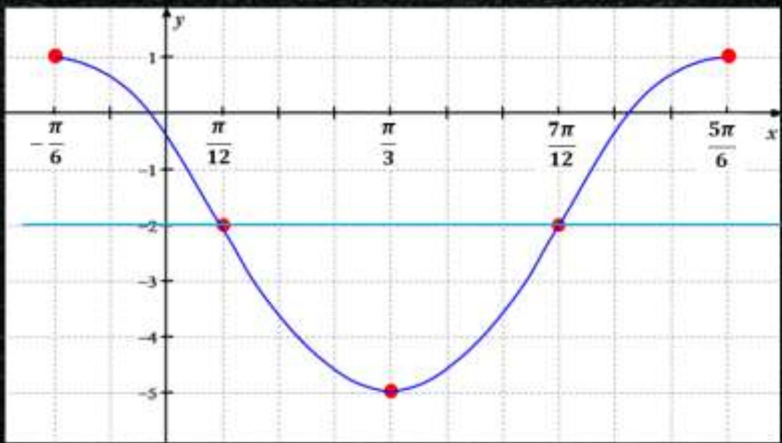
GRÁFICAS DE FUNCIONES SENOIDALES

$\emptyset \qquad \emptyset + T$

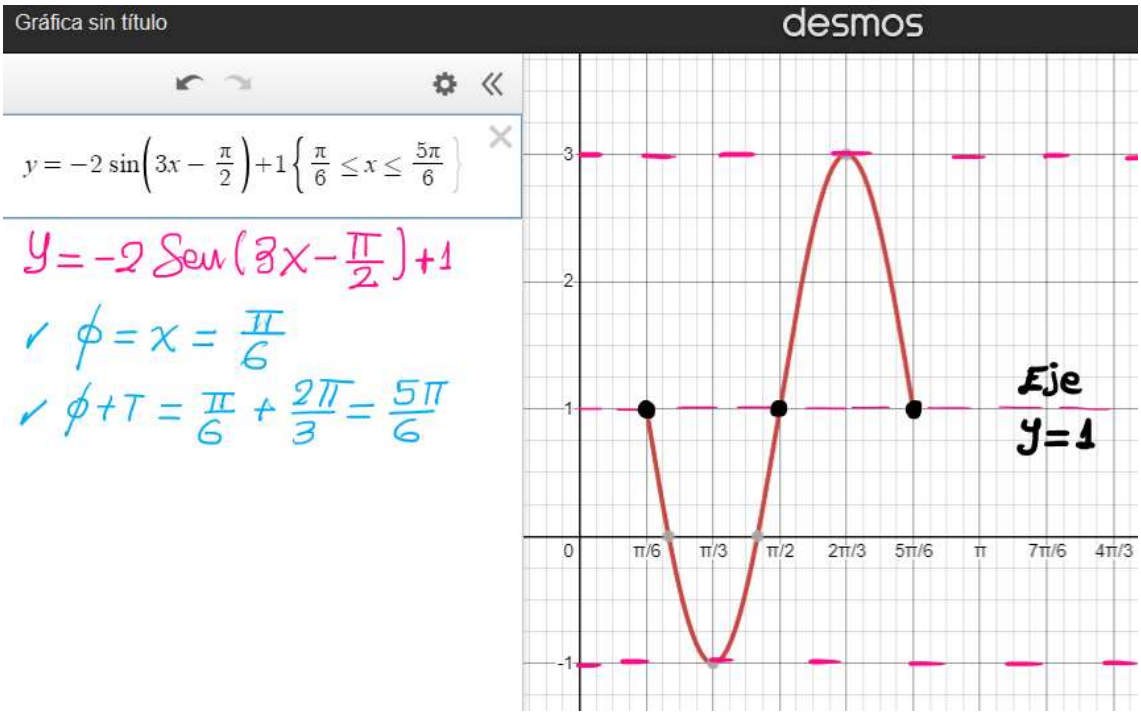
$2x + \frac{\pi}{3} = 0 \rightarrow -\frac{\pi}{6} \qquad \frac{\pi}{12} \qquad \frac{4\pi}{12} \qquad \frac{7\pi}{12} \qquad -\frac{\pi}{6} + \pi = \frac{5\pi}{6}$

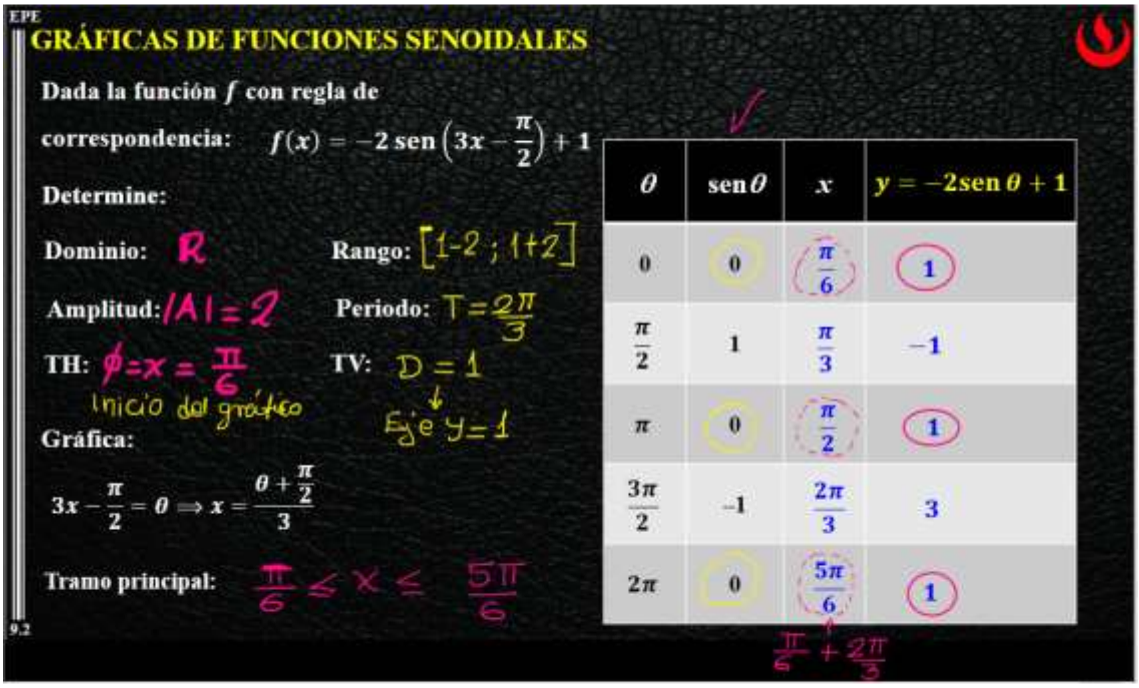
$f(x) = 3\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - 2$

x	$f(x)$
$-\frac{\pi}{6}$	1
$\frac{\pi}{12}$	-2
$\frac{\pi}{3}$	-5
$\frac{7\pi}{12}$	-2
$\frac{5\pi}{6}$	1



9.2


Gráfica sin título
desmos
$y=-2\sin\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)+1\left\{\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{5\pi}{6}\right\}$
$y=-2\,\text{Sen}\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)+1$
✓ $\phi = x = \frac{\pi}{6}$
✓ $\phi + T = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}$
Eje
$y=1$
3
2
1
0
-1
π/6
π/3
π/2
2π/3
5π/6
π
7π/6
4π/3


EPE
GRÁFICAS DE FUNCIONES SENOIDALES
Dada la función f con regla de correspondencia: $f(x) = -2\,\text{sen}\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)+1$
Determine:
Dominio: $\mathbb{R}$
Rango: $[1-2\,;\,1+2]$
Amplitud: $|A| = 2$
Periodo: $T = \frac{2\pi}{3}$
TH: $\phi = x = \frac{\pi}{6}$
Inicio del gráfico
TV: $D = 1$
Eje $y = 1$
Gráfica:
$3x-\frac{\pi}{2}=\theta \Rightarrow x=\frac{\theta+\frac{\pi}{2}}{3}$
Tramo principal: $\frac{\pi}{6} \le x \le \frac{5\pi}{6}$

θ	sen θ	x	$y = -2\,\text{sen}\,\theta + 1$
0	0	$\frac{\pi}{6}$	1
$\frac{\pi}{2}$	1	$\frac{\pi}{3}$	−1
π	0	$\frac{\pi}{2}$	1
$\frac{3\pi}{2}$	−1	$\frac{2\pi}{3}$	3
2π	0	$\frac{5\pi}{6}$	1

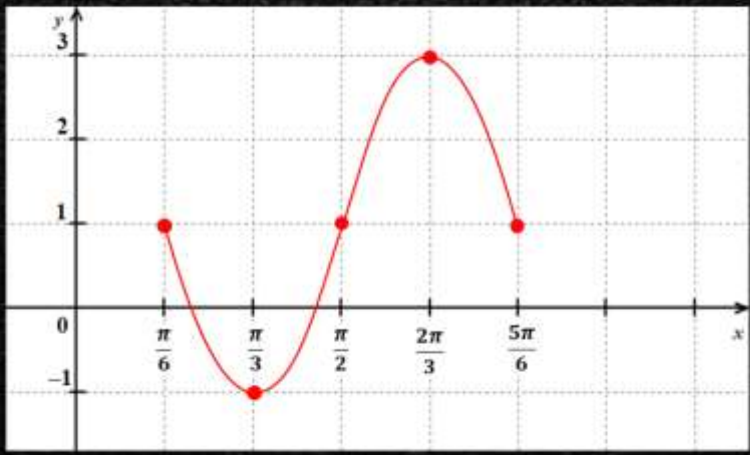
$\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi}{3}$
9.2

EPE

GRÁFICAS DE FUNCIONES SENOIDALES

$f(x) = -2\,\text{sen}\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$

x	$f(x)$
$\frac{\pi}{6}$	1
$\frac{\pi}{3}$	-1
$\frac{\pi}{2}$	1
$\frac{2\pi}{3}$	3
$\frac{5\pi}{6}$	1



9.2

EPE

GRÁFICAS DE FUNCIONES SENOIDALES

En el tramo indicado , determine:

PUNTOS DE INTERSECCIÓN CON EL EJE X

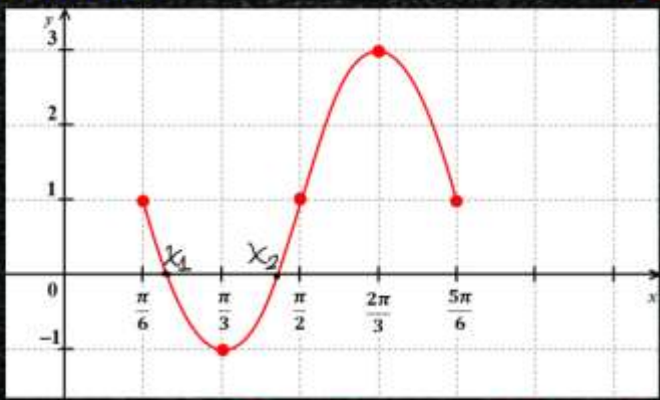
$f(x) = -2\,\text{sen}\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$

$y = f(x) = 0$

$-2\,\text{Sen}\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) + 1 = 0$

$x_1 = 2\pi/9$

$x_2 = 4\pi/9$



DECRECE: $]\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}[\ ,\ ]\frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}[$

CRECE: $]\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}[$

POSITIVA: $[\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{9}[$ y $]\frac{4\pi}{9}; 5\pi/6]$

NEGATIVA: $]\frac{2\pi}{9}; \frac{4\pi}{9}[$

9.2

EPE

CIERRE DE CLASE

$f(x) = 3\,Sen(2x - \frac{\pi}{2}) + 2$ ✓ 20/

En la figura adjunta se muestra la gráfica de una función senoidal.

$$f(x) = A\text{sen}(Bx + C) + D$$

Halle: $\phi = x = -C/B$

Eje de simetría: $y = 2$

Amplitud: $|A| = 3 \quad A = 3$

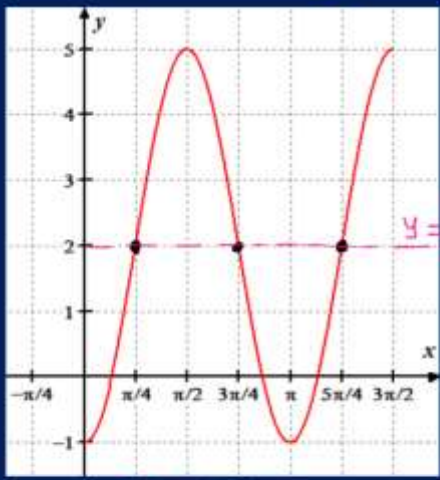
Periodo: $T = \pi = \frac{2\pi}{B} \rightarrow B = 2$

Desfase: $\phi = x = \frac{\pi}{4} = -\frac{C}{B} = -\frac{C}{2}$

$C = -\frac{\pi}{2}$

Traslación vertical:

$D = 2$



$D = 2$

$y = 2$

$T = \frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \pi$

9.2

EPE

1

Esboce la gráfica de la función

$$g(x) = \begin{cases} \ln(-x+1) - 2 \; ; \; x < 1 \\ 2^x + 1 \; ; \; x \geq 1 \end{cases}$$

$g_1(x) = \ln(-x+1) - 2$

DOMINIO : $\mathbb{R}$

RANGO : $\mathbb{R}$

ASÍNTOTAS: AV: $x = 1$; AH: $y = 1$

$-x+1=0$

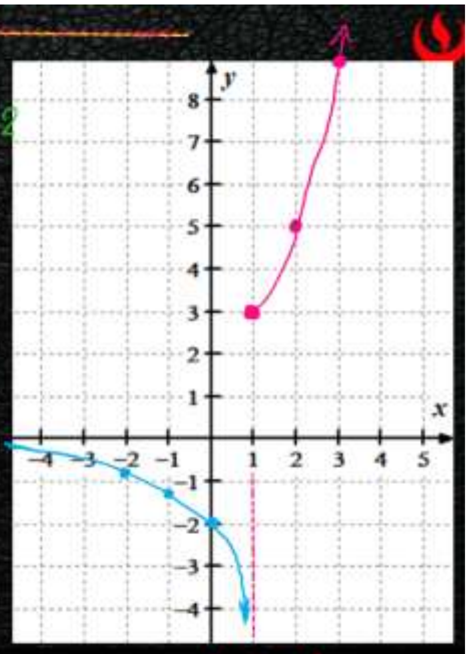
x	$g_1(x)$
-2	-0,901
-1	-1,306
0	-2

-6,389 | 0

INTERSECCIÓN CON EJE Y: $(0;-2)$

INTERSECCIÓN CON EJE X: $(-6,389;0)$

x	$g_2(x)$
1	3
2	5
3	9



9.2

EPE

2

Dada la función $f(x) = -2^{x-2} + 3$

x	$f(x)$
-1	2,875
1	2,5
3	1
5	-5

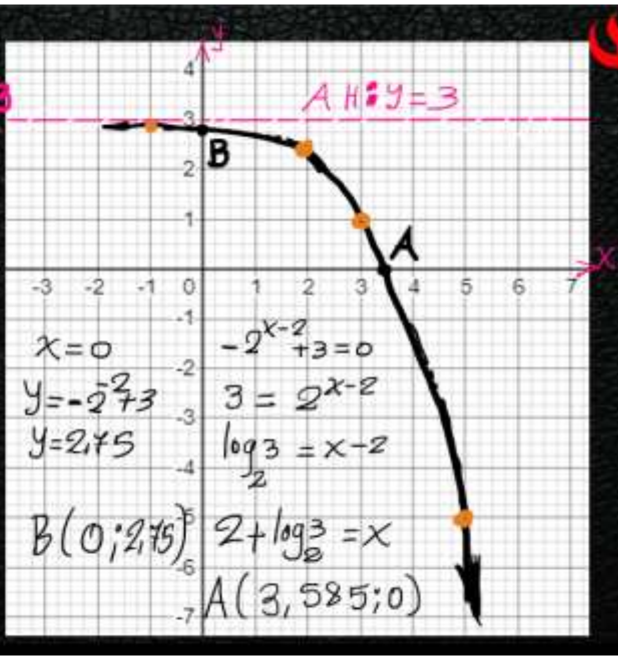
AH: $y=3$

Determine el punto de intersección con el eje las abscisas.

$A(3,59;0)$

Halle el intervalo donde la función es negativa.

$]3,59; +\infty[$



9.2

2 Dada la función $f(x) = -2^{x-2} + 3$

Halle el rango de la función y la ecuación de su asíntota.

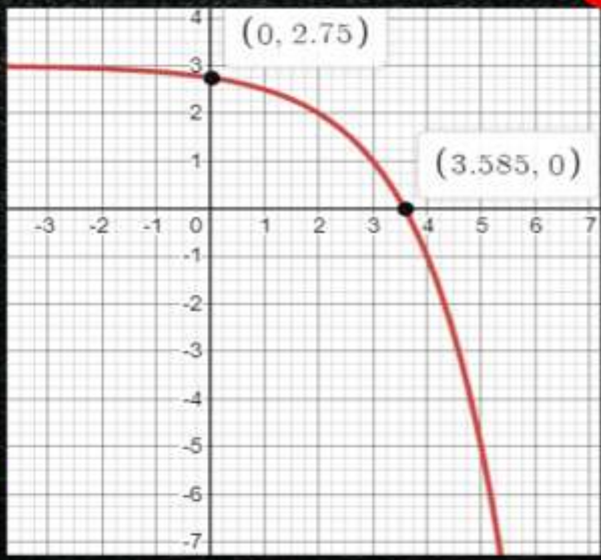
$Ran(f) =]-\infty; 3[$

$AH: y = 3$

¿La función f es creciente en todo su dominio?.

Falso

Es creciente en su dominio



---

3 La **temperatura T** (en grados Fahrenheit) del motor de un auto, **t minutos** después de estacionarlo , satisface la siguiente ecuación:

T: Temperatura en °F

t: Tiempo en min

$$\ln\left(\frac{T-20}{200}\right) = -0{,}11\,t$$

De la ecuación despeje T

$$\frac{T-20}{200} = e^{-0{,}11t} \qquad 20 < T \leq 220$$

$$T - 20 = 200e^{-0{,}11t}$$

$$T = 20 + 200e^{-0{,}11t} \quad , t \geq 0$$

Halle la temperatura del motor después de 20 minutos de estacionar el auto.

$$T(20) = 20 + 200\,e^{-0{,}11(20)} = 42{,}16\,°F$$

La temperatura del motor después de 20 min es 42,16 °F aprox.

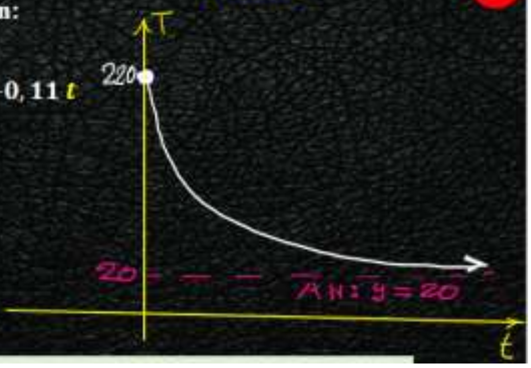
---

3 La **temperatura T** (en grados Fahrenheit) del motor de un auto, **t minutos** después de estacionarlo , satisface la siguiente ecuación:

$$\ln\left(\frac{T-20}{200}\right) = -0{,}11\,t$$

De la ecuación despeje T

$$T(t) = 20 + 200e^{-0{,}11t}$$



EPE

4

$A_{2\times3}\,B_{3\times2} = P_{2\times2}$

Sean las matrices $A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -4 \\ 5 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

$A^T = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$

Calcule $3B - 2A^t$

$$3B-2A^T = \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ -3 & -9 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 10 \\ 4 & -2 \\ -8 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & -4 \\ -7 & -7 \\ 14 & 6 \end{bmatrix}$$

Calcule el determinante de B^tA , si existe

$$B^TA = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 & 2 & -4 \\ 5 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

$B^T_{2\times3}\,A_{2\times3}$

no son iguales

no existe B^TA

$A_{m\times n}\,B_{p\times q} = P_{m\times q}$

$n = p$

Calcule el determinante de AB , si existe

$$P = AB = \begin{bmatrix} -16 & -10 \\ 10 & 13 \end{bmatrix}$$

$\det AB = -16(13) - (-100) = -108$

9.2

EPE

5

Una población de aves cuenta inicialmente con 50 aves y se triplica cada 2 años.

Determine la función que modela el crecimiento de la población de aves, sabiendo que es de la forma $P(t) = P_0 3^{kt}$

$t = 0 \qquad t = 2$

$P_0 = 50 \qquad P(2) = 150$ ✓

¿Cuántas aves hay después de 4 años?

¿Después de cuánto tiempo la población de aves será de 1 000 aves?

INTERPRETACIÓN / REPRESENTACIÓN

$P(t)$: cantidad de aves.

t: tiempo en años, $t \geq 0$

$P(t) = 50 \cdot 3^{kt}$

$P(2) = 50 \cdot 3^{k(2)} = 150 \rightarrow 3^{2k} = 3^1$

$k = 1/2$

$$\boxed{\therefore P(t) = 50\, 3^{\frac{1}{2}t}}$$

CÁLCULO / COMUNICACIÓN

$P(4) = 50 \cdot 3^{\frac{1}{2}(4)} = 450$ aves.

Después de 4 años existen 450 aves.

9.2

CÁLCULO / COMUNICACIÓN

$P(t) = 50\, 3^{\frac{1}{2}t} \rightarrow 1000 = 50\, 3^{\frac{t}{2}}$

$20 = 3^{t/2}$

$\frac{t}{2} = \log_3 20 \rightarrow t = 2\log_3 20 = 5{,}45$ años

Después de 5,45 años aproximadamente la población es de 1000 aves.

EPE

6 Sean los vectores $a = \langle -2\,; 3-n \rangle$ y $b = \langle -3; -2 \rangle$. Determine :

El valor de n, de manera que los vectores sean ortogonales.

$a \cdot b = 0 \to (-2)(-3) + (3-n)(-2) = 0$

$6 - 6 + 2n = 0 \to n = 0$

El valor de n, de manera que los vectores sean paralelos.

$a = kb$

$\frac{-2}{-3} = \frac{3-n}{-2}$

$-\frac{4}{3} = 3 - n \to n = 3 + \frac{4}{3} = \frac{13}{3}$

El valor de n, de manera que la magnitud del vector a sea 5

$|a| = \sqrt{(-2)^2 + (3-n)^2} = 5$

$4 + (3-n)^2 = 25$

$(3-n)^2 = 21$

$3 - n = \pm\sqrt{21}$

$3 \pm \sqrt{21} = n$

9.2

EPE

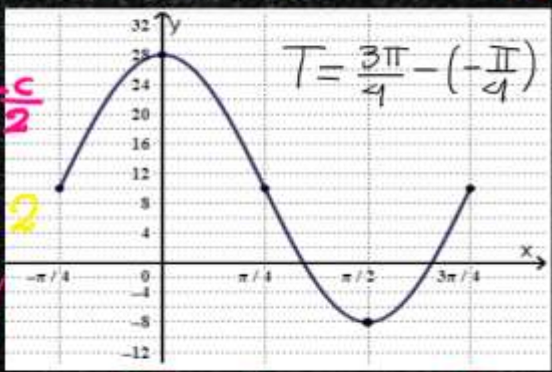
7 Dado la gráfica de una onda sensorial de tensión, que tiene la siguiente forma:

$U(x) = A\,\mathrm{sen}(Bx + C) + D$

$\hookrightarrow Bx + C = 0$

Determine y complete lo siguiente:

$x = \phi = -\frac{c}{2}$



$T = \frac{3\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right)$

Amplitud: $A = 18$

Periodo: $T = \pi = \frac{2\pi}{B}$ $B = 2$

Desfase: $\phi = x = -\pi/4$ inicio del gráfico

Desplazamiento vertical: $D = 10$

$-\frac{\pi}{4} = -\frac{c}{2} \to c = \pi/2$

El máximo valor de la onda es 28 **en** 0

$U(x) = 18\,\mathrm{sen}(2x + \frac{\pi}{2}) + 10$

9.2