



Per ottenere una variabile normale troncata tra $a = 0$ e $b = 4$ per una distribuzione normale con media $\mu = 1.5$ e deviazione standard $\sigma = 2.0$, dobbiamo seguire una serie di passaggi che coinvolgono la funzione di distribuzione cumulativa (CDF) e la funzione di distribuzione inversa (IDF).

Processo Passo-passo per Ottenere una Variabile Normale Troncata

1. Determinare la CDF della Distribuzione Normale nei Punti di Troncamento:

Dati:

- Media $\mu = 1.5$
- Deviazione standard $\sigma = 2.0$
- Limite inferiore di troncamento $a = 0$
- Limite superiore di troncamento $b = 4$

Calcoliamo la CDF della distribuzione normale nei punti a e b :

$$\alpha = \text{CDF}_{\text{Normale}}(a; \mu, \sigma) = \text{CDF}_{\text{Normale}}(0; 1.5, 2.0)$$
$$\beta = 1 - \text{CDF}_{\text{Normale}}(b; \mu, \sigma) = 1 - \text{CDF}_{\text{Normale}}(4; 1.5, 2.0)$$

Dal testo del problema:

$$\alpha \approx 0.2266, \quad \beta \approx 0.1056$$

2. Aggiustare per l'Intervallo Troncato Utilizzando una Distribuzione Uniforme:

Per generare una variabile casuale dalla distribuzione normale troncata, prima generiamo una variabile casuale uniforme, U , all'interno dell'intervallo adattato della distribuzione normale troncata:

$$U \sim \text{Uniforme}(\alpha, 1 - \beta)$$

3. Trasformare la Variabile Casuale Uniforme per Adattarla alla Distribuzione Troncata:

Converti la variabile casuale uniforme U per adattarla alla distribuzione normale troncata utilizzando la funzione di distribuzione inversa (anche chiamata funzione quantile o IDF):

$$\text{Variabile Normale Troncata} = \text{IDF}_{\text{Normale}}(U; \mu, \sigma)$$

Qui, U è distribuito uniformemente tra α e $1 - \beta$, il che effettivamente ricampiona la distribuzione normale tra i limiti $a = 0$ e $b = 4$.

4. Passaggi Computazionali:

- Genera un numero casuale uniforme u nell'intervallo $[\alpha, 1 - \beta]$.

$$u \sim \text{Uniforme}(\alpha, 1 - \beta)$$

- Converti questo numero casuale uniforme alla scala della distribuzione normale usando la funzione inversa della CDF della distribuzione normale:

$$X = \text{IDF}_{\text{Normale}}(u; \mu, \sigma)$$

Questo valore X seguirà la distribuzione normale troncata desiderata.

Conclusione

La procedura sopra descritta illustra come simulare una variabile casuale da una distribuzione normale troncata tra 0 e 4. Trasformando una variabile casuale uniforme usando la funzione inversa della CDF di una distribuzione normale, possiamo campionare efficacemente dalla distribuzione normale troncata all'interno dei limiti desiderati.



