

算法竞赛笔记

Chunyin Chan

2025 年 2 月 26 日

目录

1	基础数据结构	1
1.1	Link List in Python:	1
1.2	Queue in Python	3
1.2.1	双端队列	3
1.2.2	单调队列	5
1.2.3	单调队列与动态规划	6
1.2.4	优先队列	7
1.3	Stack in Python	8
1.3.1	单调栈	8
1.4	Binary Tree in Python	9
1.4.1	DFS 遍历	10
1.4.2	哈夫曼编码	11
1.5	Heap in Python	12

1 基础数据结构

1.1 Link List in Python:

```
1 class nodes:
2     def __init__(self, val=None, pre=None, next=None):
3         self.val = val
4         self.next = next
```

EX 1

洛谷 P1996 约瑟夫问题

题目描述

n 个人围成一圈，从第一个人开始报数，数到 m 的人出列，再由下一个人重新从 1 开始报数，数到 m 的人再出圈，依次类推，直到所有的人都出圈，请输出依次出圈人的编号。

注意：本题和《深入浅出-基础篇》上例题的表述稍有不同。书上表述是给出淘汰 n-1 名小朋友，而该题是全部出圈。

输入格式

输入两个整数 n,m。

输出格式

输出一行 n 个整数，按顺序输出每个出圈人的编号。

输入输出样例

输入 #1

10 3

输出 #1

3 6 9 2 7 1 8 5 10 4

说明/提示

1 m,n 100

```
1 # 动态链表
2 class node:
3     data = None
4     next = None
5
6 n, m = map(int, input().split())
7 # init link list
8 head = node()
9 head.data = 1
10 now = head
11 for i in range(2, n+1):
12     p = node()
13     p.data = i
14     now.next = p
15     now = p
16 now.next = head
17 prev = now
18 now = head
19 while n > 0:
20     n -= 1
21     for i in range(m-1):
22         prev = now
23         now = now.next
24     print(now.data, end=' ')
25     prev.next = now.next
26     now = now.next
```

```
1 # 列表和索引计算
2 n, m = map(int, input().split())
```

```
3 people = list(range(1, n+1))
4 rst = []
5 current = 0
6 index = 0
7 while people:
8     index = (current + m - 1) % len(people)
9     rst.append(people.pop(index))
10    current = index
11 print(' '.join(map(str, rst)))
```

EX 2

洛谷 P1160 队列安排

题目描述

一个学校里老师要将班上 N 个同学排成一列，同学被编号为 $1 \sim N$ ，他采取如下的方法：

1. 先将 1 号同学安排进队列，这时队列中只有他一个人；
2. $2 \sim N$ 号同学依次入列，编号为 i 的同学入列方式为：老师指定编号为 i 的同学站在编号为 $1 \sim (i-1)$ 中某位同学（即之前已经入列的同学）的左边或右边；
3. 从队列中去掉 M 个同学，其他同学位置顺序不变。

在所有同学按照上述方法队列排列完毕后，老师想知道从左到右所有同学的编号。

输入格式

第一行一个整数 N ，表示了有 N 个同学。

第 $2 \sim N$ 行，第 i 行包含两个整数 k, p ，其中 k 为小于 i 的正整数， p 为 0 或者 1。若 p 为 0，则表示将 i 号同学插入到 k 号同学的左边， p 为 1 则表示插入到右边。

第 $N+1$ 行为一个整数 M ，表示去掉的同学数目。

接下来 M 行，每行一个正整数 x ，表示将 x 号同学从队列中移去，如果 x 号同学已经不在队列中则忽略这一条指令。

输出格式

一行，包含最多 N 个空格隔开的整数，表示了队列从左到右所有同学的编号。

输入输出样例 #1

输入 #1

4 1 0 2 1 1 0 2 3 3

输出 #1

2 4 1

说明/提示

** 【样例解释】 **

将同学 2 插入至同学 1 左边，此时队列为：

2 1

将同学 3 插入至同学 2 右边，此时队列为：

2 3 1

将同学 4 插入至同学 1 左边，此时队列为：

2 3 4 1

将同学 3 从队列中移出，此时队列为：

2 4 1

同学 3 已经不在队列中，忽略最后一条指令

最终队列：

2 4 1

【数据范围】

对于 20% 的数据， $1 \leq N \leq 10$ 。

对于 40% 的数据， $1 \leq N \leq 1000$ 。

对于 100% 的数据, $1 < M \leq N \leq 10^5$ 。

```

1  # 链表
2  class nodes:
3      def __init__(self, val=None, next=None, prev=None):
4          self.val = val
5          self.next = next
6          self.prev = prev
7
8  N = int(input())
9  people = nodes(1)
10 head = people
11 idx = {1: people}
12 for i in range(2, N+1):
13     node = nodes(i)
14     k, p = map(int, input().split())
15     k = idx[k]
16     if p == 0:
17         if k.prev:
18             k.prev.next = node
19             node.prev = k.prev
20             node.next = k
21             k.prev = node
22         if k == head:
23             head = node
24     elif p == 1:
25         if k.next:
26             k.next.prev = node
27             node.next = k.next
28             node.prev = k
29             k.next = node
30     idx[i] = node
31
32 M = int(input())
33 for i in range(M):
34     x = int(input())
35     if x in idx.keys():
36         k = idx[x]
37         if k.prev:
38             k.prev.next = k.next
39             if k.next:
40                 k.next.prev = k.prev
41         if k.next:
42             k.next.prev = k.prev
43             if k.prev:
44                 k.prev.next = k.next
45             if k == head:
46                 head = k.next
47         del idx[x]
48
49 while head:
50     print(head.val, end=' ')
51     head = head.next

```

1.2 Queue in Python

1.2.1 双端队列

```

1 from collections import deque # 双端队列
2
3 queue = deque(maxlen = 10) # 最大长度为10, None为无限制
4 queue = deque(iterable) # init queue by iterable obj.
5

```

```
6 queue.append(x) # add x to right side
7 queue.appendleft(x) # add x to left side
8
9 queue.extend(iterable) # extend right side by iterable obj.
10 queue.extendleft(iterable) # extend the left side by iterable obj.
11
12 queue.pop() # pop element from right side
13 queue.popleft() # pop element from left side
14
15 queue.remove(x) # remove x from Queue, raise error if not found
16 queue.clear() # clear Queue
17
18 queue.reverse() # reverse Queue
19 queue.insert(i, x) # insert x into queue at position i
20 queue.count(x) # count the number of queue elements = x
21 queue.index(x) # return first match position, raise error if not found
```

EX 1

洛谷 P1540 [NOIP 2010 提高组] 机器翻译

题目背景

NOIP2010 提高组 T1

题目描述

小晨的电脑上安装了一个机器翻译软件，他经常用这个软件来翻译英语文章。

这个翻译软件的原理很简单，它只是从头到尾，依次将每个英文单词用对应的中文含义来替换。对于每个英文单词，软件会先在内存中查找这个单词的中文含义，如果内存中有，软件就会用它进行翻译；如果内存中没有，软件就会在外存中的词典内查找，查出单词的中文含义然后翻译，并将这个单词和译义放入内存，以备后续的查找和翻译。

假设内存中有 M 个单元，每单元能存放一个单词和译义。每当软件将一个新单词存入内存前，如果当前内存中已存入的单词数不超过 $M - 1$ ，软件会将新单词存入一个未使用的内存单元；若内存中已存入 M 个单词，软件会清空最早进入内存的那个单词，腾出单元来，存放新单词。

假设一篇英语文章的长度为 N 个单词。给定这篇待译文章，翻译软件需要去外存查找多少次词典？假设在翻译开始前，内存中没有任何单词。

输入格式

共 2 行。每行中两个数之间用一个空格隔开。

第一行为两个正整数 M, N ，代表内存容量和文章的长度。

第二行为 N 个非负整数，按照文章的顺序，每个数（大小不超过 1000）代表一个英文单词。文章中两个单词是同一个单词，当且仅当它们对应的非负整数相同。

输出格式

一个整数，为软件需要查词典的次数。

输入输出样例 #1

输入 #1

3 7 1 2 1 5 4 4 1

输出 #1

5

说明/提示

样例解释

整个查字典过程如下：每行表示一个单词的翻译，冒号前为本次翻译后的内存状况：

1. 1: 查找单词 1 并调入内存。2. 1 2: 查找单词 2 并调入内存。3. 1 2: 在内存中找到单词 1。4. 1 2 5: 查找单词 5 并调入内存。5. 2 5 4: 查找单词 4 并调入内存替代单词 1。6. 2 5 4: 在内存中找到单词 4。7. 5 4 1: 查找单词 1 并调入内存替代单词 2。

共计查了 5 次词典。

数据范围

- 对于 10% 的数据有 $M = 1$, $N \leq 5$; - 对于 100% 的数据有 $1 \leq M \leq 100$, $1 \leq N \leq 1000$ 。

```

1 # 队列 collections.deque
2 from collections import deque
3 from array import array
4
5 M, N = map(int, input().split())
6 q = deque(maxlen=M) # 双向队列
7 qs = set() # 用作哈希表
8 count = 0 # 计数
9 inp_ary = array('i', map(int, input().split())) # 输入数据
10 l = len(inp_ary)
11 for i in range(l):
12     if inp_ary[i] not in qs:
13         if len(q) == M:
14             qs.remove(q.popleft())
15         qs.add(inp_ary[i])
16         q.append(inp_ary[i])
17         count += 1
18 print(count)

```

1.2.2 单调队列

洛谷 P1886 滑动窗口 / 【模板】单调队列

题目描述

有一个长为 n 的序列 a ，以及一个大小为 k 的窗口。现在这个从左边开始向右滑动，每次滑动一个单位，求出每次滑动后窗口中的最大值和最小值。

例如，对于序列 $[1, 3, -1, -3, 5, 3, 6, 7]$ 以及 $k = 3$ ，有如下过程：

窗口位置								最小值	最大值
[1	3	-1]	-3	5	3	6	7	-1	3
1	[3	-1	-3]	5	3	6	7	-3	3
1	3	[-1	-3	5]	3	6	7	-3	5
1	3	-1	[-3	5	3]	6	7	-3	5
1	3	-1	-3	[5	3	6]	7	3	6
1	3	-1	-3	5	[3	6	7]	3	7

输入格式

输入一共有两行，第一行有两个正整数 n, k 。第二行 n 个整数，表示序列 a

输出格式

输出共两行，第一行为每次窗口滑动的最小值第二行为每次窗口滑动的最大值

输入输出样例 #1

输入 #1

8 3 1 3 -1 -3 5 3 6 7

输出 #1

-1 -3 -3 -3 3 3 3 5 5 6 7

说明/提示

【数据范围】对于 50% 的数据， $1 \leq n \leq 10^5$ ；对于 100% 的数据， $1 \leq k \leq n \leq 10^6$ ， $a_i \in [-2^{31}, 2^{31})$ 。

```

1 from collections import deque
2 from array import array
3 import sys

```

```

4
5 # input
6 n, k = map(int, input().split())
7 a = list(map(int, input().split()))
8
9 min_q = deque()
10 max_q = deque()
11 min_rst = []
12 max_rst = []
13
14 for i in range(n):
15     # minimum queue
16     while min_q and a[min_q[-1]] > a[i]:
17         min_q.pop()
18     min_q.append(i)
19     # maximum queue
20     while max_q and a[max_q[-1]] < a[i]:
21         max_q.pop()
22     max_q.append(i)
23
24     # 开始记录
25     if i >= k - 1:
26         min_rst.append(a[min_q[0]])
27         max_rst.append(a[max_q[0]])
28
29     # 弹出窗口外的元素
30     if min_q and min_q[0] <= i - k + 1:
31         min_q.popleft()
32     if max_q and max_q[0] <= i - k + 1:
33         max_q.popleft()
34
35 # output
36 print(' '.join(map(str, min_rst)))
37 print(' '.join(map(str, max_rst)))

```

1.2.3 单调队列与动态规划

通过前缀和 + 单调队列 + 动态规划求解子序和问题

洛谷 P1714

Problem Description

给定一个序列，给定一个最大长度 m ，求一段长度不超过 m 的连续子序列，使其子序和最大

Input

第 1 行输入 n, m . 分别为序列长度和最大长度

第 2 行输入 N 个数

Output

第 1 个数是最大子序和，第 2 和第 3 个数是开始和终止位置

Case 1:

Input

5 2

1 2 3 4 5

Output

9

Case 2:

Input

6 3

1 -2 3 -4 5 -6

Output

5

Case 3

Input

5 5

1 2 3 4 5

Output

15

```

1 # 洛谷 P1714
2
3 from collections import deque
4 n, m = map(int, input().split())
5 s = list(map(int, input().split())) # 前缀和
6 dp = deque()
7 ans = s[0]
8
9 # 计算前缀和
10 for i in range(1, n):
11     s[i] = s[i-1] + s[i]
12 # 单调队列
13 dp.append(0)
14 for i in range(1, n):
15     # 去头
16     while len(dp) > 0 and dp[0] < i - m:
17         dp.popleft()
18     # 去尾, 去除>=s[i]的元素, 使得s[j] - s[i]更大
19     while len(dp) > 0 and s[dp[-1]] >= s[i]:
20         dp.pop()
21     dp.append(i)
22     if len(dp) == n:
23         ans = max(ans, s[i])
24     elif len(dp) > 1:
25         ans = max(ans, s[i] - s[dp[0]])
26     elif len(dp) == 1:
27         ans = max(ans, s[dp[0]])
28     else:
29         ans = max(ans, s[i])
30
31 print(ans)

```

1.2.4 优先队列

```

1 from queue import PriorityQueue
2 MAXSIZE = 0
3
4 q = PriorityQueue(maxsize=MAXSIZE) # 队列大小, 默认为0, <=0的队列大小为无穷
5 q1 = PriorityQueue()
6
7 q.empty() # if empty
8 q.full() # if full
9 q.qsize() # get current size
10
11 # add elem
12 # 两种添加方式不能混用
13 # 直接按照元素大小存入, 元素大小越小, 优先级越高
14 q.put(1)
15 q.put(2)
16 # q.put((priority number, data))
17 # priority number越小, 优先级越高
18 q1.put((2, 'ele'))

```

```

19 q1.put((-3, 'ele2'))
20
21 # get element, = pop()
22 q.get()

```

1.3 Stack in Python

使用 deque 作为栈.

```

hdu 1062
翻转字符串
input:
olleh !dlrow
output:
hello world!

```

```

1 from collections import deque
2 s = deque()
3 inp = list(input().split())
4 for item in inp:
5     # enter stack
6     for i in item:
7         s.append(i)
8 while len(s) > 0:
9     print(s.pop(), end='')
10 print('_', end='')

```

1.3.1 单调栈

洛谷 P2947 [USACO09MAR] Look Up S

题目描述

Farmer John's N ($1 \leq N \leq 100,000$) cows, conveniently numbered $1..N$, are once again standing in a row. Cow i has height H_i ($1 \leq H_i \leq 1,000,000$).

Each cow is looking to her left toward those with higher index numbers. We say that cow i 'looks up' to cow j if $i < j$ and $H_i < H_j$. For each cow i , FJ would like to know the index of the first cow in line looked up to by cow i .

Note: about 50

约翰的 N ($1 \leq N \leq 10^5$) 头奶牛站成一排, 奶牛 i 的身高是 H_i ($1 \leq H_i \leq 10^6$)。现在, 每只奶牛都在向右看齐。对于奶牛 i , 如果奶牛 j 满足 $i < j$ 且 $H_i < H_j$, 我们可以说奶牛 i 可以仰望奶牛 j 。求出每只奶牛离她最近的仰望对象。

Input

输入格式

1. Line 1: A single integer: N

Lines 2.. $N+1$: Line $i+1$ contains the single integer: H_i

第 1 行输入 N , 之后每行输入一个身高 H_i 。

输出格式

Lines 1.. N : Line i contains a single integer representing the smallest index of a cow up to which cow i looks.

If no such cow exists, print 0.

共 N 行, 按顺序每行输出一只奶牛的最近仰望对象, 如果没有仰望对象, 输出 0。

输入输出样例 # 1

输入 # 1

6

3

2

6

1

1

2

输出 # 1

3

3

0

6

6

0

说明/提示

FJ has six cows of heights 3, 2, 6, 1, 1, and 2.

Cows 1 and 2 both look up to cow 3; cows 4 and 5 both look up to cow 6; and cows 3 and 6 do not look up to any cow.

【输入说明】6 头奶牛的身高分别为 3,2,6,1,1,2。

【输出说明】奶牛 #1,#2 仰望奶牛 #3, 奶牛 #4,#5 仰望奶牛 #6, 奶牛 #3 和 #6 没有仰望对象。

【数据规模】

对于 20% 的数据: $1 \leq N \leq 10$;

对于 50% 的数据: $1 \leq N \leq 10^3$;

对于 100% 的数据: $1 \leq N \leq 10^5, 1 \leq H_i \leq 10^6$ 。

```

1 from collections import deque
2 from array import array
3 n = int(input())
4 cows = []
5 for i in range(n):
6     cows.append(int(input()))
7 s = deque()
8 rst = array('i')
9 for i in range(n-1, -1, -1):
10     # 由于反向遍历, 栈内元素必然在当前遍历元素的右边
11     # 不比当前高的元素出栈, 保证栈底到栈顶的高度递减
12     # 目的是使得随着逐渐出栈, 栈顶元素逐渐变高, 以找到能比当前遍历元素高的元素
13     while len(s) > 0 and cows[s[-1]] <= cows[i]:
14         s.pop()
15     if len(s) == 0:
16         rst.append(0)
17     else:
18         rst.append(s[-1] + 1) # relationship between index & NO.
19     s.append(i)
20 for i in range(len(rst)-1, -1, -1):
21     print(rst[i])

```

1.4 Binary Tree in Python

```

1 class nodes:
2     def __init__(self, val=None, l=None, r=None):
3         self.val = val
4         self.l = l
5         self.r = r

```

1.4.1 DFS 遍历

```

1 # pre
2 def preorder(node):
3     if not node:
4         return
5     print(node.val, end=' ')
6     preorder(node.l)
7     preorder(node.r)
8
9 # mid
10 def inorder(node):
11     if not node:
12         return
13     inorder(node.l)
14     print(node.val, end=' ')
15     inorder(node.r)
16
17 # post
18 def postorder(node):
19     if not node:
20         return
21     postorder(node.l)
22     postorder(node.r)
23     print(node.val, end=' ')

```

```

1 # pre
2 def preorder(node):
3     if not node:
4         return
5     print(node.val, end=' ')
6     preorder(node.l)
7     preorder(node.r)
8
9 # mid
10 def inorder(node):
11     if not node:
12         return
13     inorder(node.l)
14     print(node.val, end=' ')
15     inorder(node.r)
16
17 # post
18 def postorder(node):
19     if not node:
20         return
21     postorder(node.l)
22     postorder(node.r)
23     print(node.val, end=' ')

```

```

1 # test code
2 ab = ['A', 'B', 'C', 'D', 'E', 'F', 'G', 'H', 'I']
3 n = list(nodes(i) for i in ab)
4 root = n[4]
5 root.l = n[1]
6 root.r = n[6]
7 root.l.l = n[0]
8 root.l.r = n[3]
9 root.l.r.l = n[2]
10 root.r.l = n[5]
11 root.r.r = n[-1]
12 root.r.r.l = n[-2]

```

```

1 // output
2 E B A D C G F I H
3 A B C D E F G H I
4 A C D B F H I G E

```

```

1 n = int(input())
2 global pre_tra
3 pre_tra = list(map(int, input().split()))
4 in_tra = list(map(int, input().split()))
5
6 root = nodes(pre_tra[0])
7 pre_tra = pre_tra[1:]
8 # split left and right subtree
9 mid = in_tra.index(root.val)
10 lp = in_tra[0:mid]
11 rp = in_tra[mid+1:]
12
13 def establish(root, lpart, rpart):
14     global pre_tra
15     # left part
16     if lpart and pre_tra:
17         # connect subtree
18         pivot = nodes(pre_tra[0])
19         pre_tra = pre_tra[1:]
20         root.l = pivot
21         # split left and right subtree
22         mid = lpart.index(pivot.val)
23         lp = lpart[0:mid]
24         rp = lpart[mid+1:]
25         establish(pivot, lp, rp)
26     # right part
27     if rpart and pre_tra:
28         # connect subtree
29         pivot = nodes(pre_tra[0])
30         pre_tra = pre_tra[1:]
31         root.r = pivot
32         # split left and right subtree
33         mid = rpart.index(pivot.val)
34         lp = rpart[0:mid]
35         rp = rpart[mid+1:]
36         establish(pivot, lp, rp)
37
38 establish(root, lp, rp)
39 postorder(root)

```

1.4.2 哈夫曼编码

poj 1521

Question:

输入一个字符串，分别输出ASCII(8bit / character)和哈夫曼编码的长度，以及压缩比

Sample Input

AAAAABCD

THE_CAT_IN_THE_HAT

END

Sample Output

64 13 4.9

144 51 2.8

```
1 from queue import PriorityQueue
2 s = input()
3 while s != 'END':
4     chaSet = set(item for item in s)
5     q = PriorityQueue()
6
7     # 只有一个字符的情况，建哈夫曼树至少需要两个节点
8     if len(s) == 1:
9         print('8_1_8')
10    else:
11        for item in chaSet:
12            q.put(s.count(item))
13        rst = 0
14        while q.qsize() > 1:
15            a = q.get()
16            b = q.get()
17            q.put(a + b)
18            # 每增加一层，编码长度加1
19            rst += a + b
20
21        # clear queue
22        q.get()
23        print('{ }_{}_{}'.format(str(8 * len(s)),
24                                str(rst),
25                                str(8 * len(s) / rst)))
26
27    s = input()
```

1.5 Heap in Python

```
1 import heapq
2
3 # heapq创建的是小根堆，通过对元素取负可以转换为大根堆
4
5 # create a heap
6 # convert a list to heap
7 lst = [2, 8, 1, 63, 8, 1, 0, 4]
8 heapq.heapify(lst)
9 # 此后堆heap的任何操作都要通过库函数操作
10 print(lst)
11
12 # heapq.heappush(heap, item)
13 heapq.heappush(lst, 5)
14 print(lst)
15
16 # heapq.heappop(heap)
17 # -> pop and return the min element of heap
18 print(heapq.heappop(lst))
19 print(lst)
20
21 # heapq.heappushpop(heap, item)
22 # -> push item into heap, and return the min element
23 print(heapq.heappushpop(lst, 4))
24 print(lst)
```

P3378 【模板】堆

题目描述

给定一个数列，初始为空，请支持下面三种操作：

1. 给定一个整数 x ，请将 x 加入到数列中。
2. 输出数列中最小的数。
3. 删除数列中最小的数（如果有多个数最小，只删除 1 个）。

输入格式

第一行是一个整数，表示操作的次数 n 。

接下来 n 行，每行表示一次操作。每行首先有一个整数 op 表示操作类型。

- 若 $op = 1$ ，则后面有一个整数 x ，表示要将 x 加入数列。
- 若 $op = 2$ ，则表示要求输出数列中的最小数。
- 若 $op = 3$ ，则表示删除数列中的最小数。如果有多个数最小，只删除 1 个。

输出格式

对于每个操作 2 ，输出一行一个整数表示答案。

输入输出样例 1

输入 1

```
5
1 2
1 5
2
3
2
```

输出 1

```
2
5
```

说明/提示

【数据规模与约定】

- 对于 30% 的数据，保证 $n \leq 15$ 。
- 对于 70% 的数据，保证 $n \leq 10^4$ 。
- 对于 100% 的数据，保证 $1 \leq n \leq 10^6$ ， $1 \leq x < 2^{31}$ ， $op \in \{1, 2, 3\}$ 。

```
1 import heapq
2 lt = list()
3 heapq.heapify(lt)
4 n = int(input())
5 for i in range(n):
6     op = list(map(int, input().split()))
7     if len(op) == 2:
```

```
8     heapq.heappush(lt, op[1])
9 elif len(op) == 1:
10     if op[0] == 2:
11         rst = heapq.nsmallest(1, lt)
12         print(rst[0])
13     elif op[0] == 3:
14         heapq.heappop(lt)
```
