

Portail Sciences et Technologies

—

Proposition cours de mathématiques

Table des matières :

1. Panorama des cours de mathématiques du semestre 1 au semestre 3
2. Descriptif des cours de mathématiques du semestre 1 au semestre 3
3. Parcours en L1
4. Cours de mathématiques conseillés du semestre 1 au semestre 3
5. Cours de mathématiques au semestre 4

1. Panorama des cours de mathématiques du semestre 1 au semestre 3 :

Maths0

Cours du Semestre 1 :

MM Calculus Analyse I : 6 ECTS

MM Algèbre linéaire I : 6 ECTS

Cours du Semestre 2 :

MM ECUE 1 Algèbre linéaire II : 3 ECTS

MM ECUE 2 Analyse II : 3 ECTS

M Analyse I : 6 ECTS

M ECUE 1' Raisonner : 3 ECTS

M ECUE 2' Arithmétique : 3 ECTS

Cours du Semestre 3 :

MM ECUE 1 Mathématiques et ingénierie : 3 ECTS

MM ECUE 2 Probas/stats : 3 ECTS

M ECUE 1' Algèbre linéaire : 3 ECTS

M ECUE 2' Structures algébriques : 3 ECTS

MM ECUE 2'' Compléments algèbre linéaire : 3 ECTS

MM ECUE 1''' : Mathématiques financières : 3 ECTS

MM ECUE 2''' : Théorie de la décision/théorie des jeux : 3 ECTS

M Analyse II : 6 ECTS

2. Descriptifs des cours du semestre 1 au semestre 3 :

Maths0 (tous) :

-Logique

-Calcul avec les nombres réels.

-Géométrie dans le plan et l'espace :

Définition d'un vecteur à partir de deux points, opérations sur les vecteurs (somme, multiplication par un scalaire) ;

Bases et repères (quelconques, orthonormés, directs) ; vecteur directeur d'une droite et base d'un plan

(de l'espace) ; Système d'équations paramétriques (pour une droite ou un plan) ; vecteur normal à une droite (dans

\mathbb{R}^2) ou à un plan (de \mathbb{R}^3) ; équation cartésienne d'une droite (du plan) ou d'un plan (de l'espace) et

système d'équations cartésiennes (pour une droite de l'espace).

-Combinatoire

Semestre 1 :

Calculus Analyse I (20h CM, 40h TD) : (tous)

Fonctions d'une variable réelle :

-Un minimum de théorie d'ensembles, applications, composition, graphe.

-Fonctions élémentaires (fonctions polynômiales et rationnelles, fonctions puissances). Fonctions trigonométriques, exp et ln.

-Calcul de limites de fonctions. Continuité.

-Dérivabilité, taux d'accroissement. Dérivée d'une composée.

-Etude des fonctions.

-Fonctions réciproques : fonctions bijectives, arcsin, arccos, arctan.

-Calcul intégral. Techniques d'intégration : définition, aire, primitives usuelles, IPP, changement de variables, primitives de fractions rationnelles (dénominateur facteurs de degré 1)

Algèbre linéaire I : (20h CM, 40h TD, tous)

- Résolution de petits systèmes d'équations linéaires. Interprétation géométrique : Droites dans le plan \mathbb{R}^2 . Droites et plans dans l'espace \mathbb{R}^3 .
- Opérations dans \mathbb{R}^n . Résolution de systèmes d'équations linéaires
- Matrices et calcul matriciel. Inverse avec les opérations de Gauss.
- Sous-espaces vectoriels de \mathbb{R}^n . Famille libre, famille génératrice, bases, coordonnées. Equations d'un sous-espace vectoriel.
- Géométrie vectorielle Euclidienne dans $\mathbb{R}^2/\mathbb{R}^3$.
- Opérations sur les vecteurs : produit scalaire, orthogonalité et norme, distance, Gram-Schmidt, inégalité de Cauchy-Schwarz et inégalité triangulaire (le cas n-dimensionnel est facultatif).
- Applications linéaires de \mathbb{R}^n vers \mathbb{R}^p . Matrices d'applications linéaires.
- Exemples dans \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3 : Projections orthogonales, symétries orthogonales. Homothéties. Rotations. Exemples pour d'autres disciplines
- Déterminant (en dimension 2 et 3). Produit vectoriel. Cramer.

Semestre 2 : (supposant qu'on pourra organiser les cours sur 12 semaines en supprimant la période enjeux 2)

ECUE 1 Méthodes mathématiques algèbre linéaire II (12h CM et 24h TD) :

- Nombres complexes I :
 - (a) notation algébrique, opérations, conjugué et module, calcul de l'inverse, calcul des racines carrées.
 - (b) notation trigonométrique, formules d'Euler, exponentielle imaginaire, argument et notation exponentielle, calcul du produit et de l'inverse (en notation exponentielle), racines n-ièmes de l'unité, racines n-ièmes d'un nombre complexe quelconque, résolution d'une équation de deuxième degré ;
 - (c) Liens avec le calcul vectoriel, interprétation géométrique de \mathbb{C} et affixe d'un point (du plan).
- Valeurs propres. Vecteurs propres.
- Changement de bases. Diagonalisation. Diagonalisation de matrices symétriques réelles.

ECUE 2 Méthodes mathématiques analyse II (12h CM et 24h TD) :

- Equations différentielles linéaires à coefficient constant, ordre 1 et 2.
- Développements limités.
- Fonctions de plusieurs variables. Calcul de dérivées partielles.

Gradient, plan tangent, lignes de niveau, extréma locaux.

ECUE 1' Raisonner (12h CM et 24h TD) :

- Rudiments de logique : implications, équivalences, quantificateurs, négation
- Théorie d'ensembles : sous-ensemble, union, intersection, complémentaire, produit Cartésien, ensemble des parties d'un ensemble, lois de De Morgan
- Fonctions : composition, bijection, injections, image, surjection, réciproque d'un ensemble, application réciproque
- Cardinalité : dénombrement.
- Nombres complexes II :
- Utilisation de C en géométrie plane : problèmes d'angles et de distances, transformations du plan (translations, rotations, symétries, homothéties).
- Résolution d'équations de second degré à coefficients complexes

ECUE 2' Arithmétique (12h CM et 24h TD) :

- Relations : relations d'équivalences, partition, relations d'ordre
- Arithmétique des entiers et des polynômes (en une variable) : divisibilité, nombres premiers, ppcm, pgcd, calcul modulaire, $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, division Euclidienne, algorithme d'Euclides, petit thm de Fermat, thm de Bezout-Bachet
- Décomposition en éléments simples d'une fraction rationnelle.
(avec TP sur Python ?)

M Analyse I (24h CM et 48h TD) :

- Nombres réels : axiomatique.
- Suites réelles, convergence (avec epsilons), thm de la limite monotone, thm des suites adjacentes, thm de Bolzano-Weierstrass.
- Continuité de fonctions (thm des valeurs intermédiaires et thm des bornes) en une variable réelle et limites.
- Dérivées de fonctions (démonstrations des thm des opérations, thm des accroissements finis et applications).
- Equivalents et notations de Landau. Développements limités et applications au calcul de limites. Taylor.
- Intégration : Construction de l'intégrale de Riemann. Sommes de Riemann.
- Fonctions convexes d'une variable.

Semestre 3 :

ECUE 1 MM Mathématiques et ingénierie/Calculus II (12h CM et 24h TD) :

- Fonctions de plusieurs variables.
- Introduction aux intégrales multiples.
- Changement de variables.
- Courbes paramétrées.

ECUE 2 MM Probas/stats (12h CM et 24h TD) :

- Notion d'événements aléatoires, dénombrement
- Variables aléatoires discrètes et lois discrètes (lois de Bernoulli, binomiale, géométrique, Poisson)
- Loi uniforme, exponentielle, gaussienne
- Indicateurs statistiques (moyenne, médiane, variance...)
- Statistiques descriptives (diagramme en bâtons, histogrammes...)
- Intervalles de confiance

ECUE 1' M Algèbre linéaire (12h CM et 24h TD) :

- Espaces vectoriels et applications linéaires dans le contexte général (et avec preuves) :
définition, bases, changement de bases, applications linéaires, matrices.
Rang, noyau, image, thm du rang. Isomorphismes.
- Matrices élémentaires, LU
- Formes linéaires et hyperplans
- Déterminant d'une matrice/d'un endomorphisme (par récurrence), trace.
- Matrices orthogonales, cas en dimension 2 et 3.

ECUE 2' M Structures algébriques (12h CM et 24h TD) :

-Groupes : définition, exemples de groupes abéliens et de groupes non abéliens (comme le groupe des permutations), sous-groupes, (iso)morphismes de groupes, sous-groupes engendrés par un ensemble, ordre d'un élément, théorème de Lagrange, groupes cycliques.

-Anneaux et corps : définitions, exemples d'anneaux, sous-anneaux, multiple, diviseur, élément inversible, corps, anneaux intègres, idéal, (iso)morphismes d'anneaux, rappels sur les congruences, définition de l'anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ (via classes résiduelles), le corps \mathbb{F}_p , théorème des restes chinois. $K[x]/(f(x))$ ($K=\mathbb{Q}/\mathbb{R}/\mathbb{C}$)

ECUE 2'' Compléments algèbre linéaire (12h CM et 24h TD)

- Méthode des moindres carrés
- Projection orthogonale, matrice de projection
- Décomposition de l'espace en sous-espaces vectoriels orthogonaux
- Décomposition en valeurs singulières
- Régression

(avec des TP sur Python)

M Analyse II :

-Intégrales généralisées : définition ; cas des fonctions positives : théorème de comparaison, théorème d'équivalence, critère de Riemann ; fonctions à signe quelconque : par IPP, [éventuellement théorème d'Abel]

-Séries numériques : définition CV et CVA, semi-CV ; cas des séries positives : sommes partielles majorées, règle d'Alembert et Cauchy, comparaison série intégrale, critère de Riemann, théorème de comparaison, théorème d'équivalence ; séries à signe quelconque : critère spécial des séries alternées, [éventuellement comparaison restes et sommes partielles, transformation d'Abel et produit de deux séries CVA]

-Suites et séries de fonctions : suites de fonctions : CVS, CVU, continuité, dérivabilité et intégration ; séries de fonctions : CVS, CVN, CVU, continuité, dérivabilité et intégration

-Séries entières : lemme d'Abel, rayon de convergence, continuité, dérivabilité et intégration ; fonctions développables en séries entières ; [éventuellement utilisation pour résoudre des équ diff linéaires d'ordre 2]

Intégrales à paramètres : étude de la définition, continuité et dérivabilité sur des exemples

ECUE 1''' : Mathématiques financières

- Outils mathématiques : fonctions exponentielles de base a , compléments sur les suites numériques, suites arithmétiques, suites géométriques, suites arithmético-géométriques.
- Intérêts : intérêt simple, intérêt composé, taux équivalent, taux effectif, taux proportionnel, taux continu, capitalisation, actualisation.
- Annuités : valeur acquise et valeur actuelle d'une suite d'annuités, annuités constantes, annuités variables.
- Emprunts indivis : tableau d'amortissement, échéances constantes, échéances variables, taux effectif global.
- Emprunts obligataires : amortissement à taux fixe, analyse du risque.
- Introduction aux produits dérivés : les options.

ECUE 2''' : Théorie de la décision/théorie des jeux

- Choix, préférence, utilité

— motivation : notion de cohérence en choix social
 — fonction de choix, caractère finiment non-vide, cohérence
 — relation de préférence, réflexivité, complétude, transitivité, choix associé — fonction d'utilité, préférence associée
 — résultat d'équivalence dans le cas fini

- Maximisation de l'utilité

— motivation : cas de deux biens
 — préférence rationnelle, non-unicité de l'utilité
 — contrainte de budget, utilité maximale, budget minimal
 — courbe d'indifférence, cône tangent aux contraintes
 — condition nécessaire géométrique d'optimalité du premier ordre

- Kuhn, Tucker, Marshall, Hicks

— paramétrisation des courbes d'indifférence taux marginal de substitution (TMS) — monotonie et convexité des préférences
 — existence de l'utilité maximale
 — Théorème KKT (inégalités)
 — principe d'égalisation marginale
 — demande Marshallienne, propriétés
 — effet revenu, effet prix
 — minimisation de la dépense demandes hicksiennes

- Dilemme, jeux
 - le dilemme des tradeuses
 - jeu non collaboratif à deux joueuses
 - forme normale, tableau des gains en jeu fini
 - équilibre de Nash
 - tradeuse informée : jeu séquentiel, forme extensive — forme normale d'un jeu séquentiel
 - stratégies dominées
 - jeu à somme nulle, point-selles et propriétés
- Le hasard s'en mêle
 - cas des jeux finis à somme nulle
 - stratégies mixtes
 - théorème de Von Neumann
 - caractérisation et calcul des équilibres par programmation linéaire

3. Parcours en L1 :

Semestre 1 : Tous les étudiants du Portail ST suivent les mêmes cours : Calculus Analyse I et Algèbre linéaire I.

Semestre 2 : Tous les étudiants du Portail ST suivent le cours (MM ECUE Algèbre linéaire II + MM ECUE Analyse II) et complètent éventuellement avec un ou deux cours de plus de mathématiques.

Parcours à 1 cours de math :

Parcours A : (MM ECUE Algèbre linéaire II + MM ECUE Analyse II)

Parcours à 2 cours de math :

Parcours B : (MM ECUE Algèbre linéaire II + MM ECUE Analyse II) + (M ECUE Raisonnements + M ECUE Arithmétique)

Parcours C : (MM ECUE Algèbre linéaire II + MM ECUE Analyse II) + M Analyse I

Parcours à 3 cours de math :

Parcours D : (MM ECUE Algèbre linéaire II + MM ECUE Analyse II) + (ECUE Raisonnements + ECUE Arithmétique) + Analyse I

=Parcours DL math-info = Parcours DL math-phys =Parcours DL math-SV

4. Parcours conseillés du semestre 1 au semestre 3 :

Cours de mathématiques		Chimie	Electronique	Informatique	Physique	Sciences de la Terre	Mathématiques	MIASHS	DL math-X
MM Calculus Analyse I 6ECTS		S1	S1	S1	S1	S1	S1	S1	S1
MM Algèbre linéaire I 6ECTS		S1	S1	S1	S1	S1	S1	S1	S1
MM 1 ECUE Algèbre linéaire II 3ECTS		S2	S2	S2	S2	S2	S2	S2	S2
MM 2 ECUE Analyse II 3ECTS		S2	S2	S2	S2	S2	S2	S2	S2
M 1' ECUE Raisonnements 3ECTS				S2			S2	S2 option 1	S2
M 2' ECUE Arithmétique 3ECTS				S2			S2	S2 option 1	S2
M Analyse I 6ECTS					S2		S2	S2 option 2	S2
Cours de mathématiques	Math mineure X	Chimie	Electronique	Informatique	Physique	Sciences de la	Mathématiques	MIASHS	DL math-

en licence	(phys,info, écogestion)					Terre			X
MM ECUE 1 Math et ingénierie 3ECTS		S3	S3			S3	S3		S3
MM ECUE 2 Probas/stats 3ECTS		S3	S3			S3			
M ECUE 1' Algèbre lin. 3ECTS	S3			S3	S3		S3	S3	S3
M ECUE 2'' Struct. Alg. 3 ECTS	S3			S3			S3		S3
MM ECUE 2''' Compl. alg. lin. 3ECTS							S3	S3 mass	
M Analyse II 6ECTS	S3						S3		S3
ECUE 1'' Math. fin. 3ECTS							S3 option	S3 mass	
ECUE 2'''' Analyse de la décision/Théorie de jeux 3ECTS							S3 option	S3	

5. Cours de mathématiques au semestre 4

Cours de mathématiques du S4 en licence	Math mineur e info	Math mineure phys	Math mineure écogestion	Informatiqu e mineure math	Physique mineure math	Mathématiques	MIASHS	DL math-X
2D Géométrie						S4 option capes		
Probas/stats	S4	S4	S4			S4		S4
MM Approche aléatoire							S4	
Résolution numérique	S4	S4	S4			S4	S4 mass	S4
Algèbre				Mineure ?		S4 option autre		
Topologie dans \mathbb{R}^n et calcul diff	S4	S4	S4		Mineure ?	S4		S4
MM Systèmes dynamiques, calcul diff et optimisation							S4 mass	