

Examen scris la analiza matematica
-sesiune iarna 2018-

1. Studiați convergența seriei cu termeni pozitivi în funcție de valorile parametrului $a > 0$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a^{1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{n}}$$

2. Studiați convergența integralei improprii și calculați apoi valoarea acesteia

$$\int_0^1 (\ln x)^2 dx$$

3. Determinați constanta $a \in \mathbb{R}$ pentru care funcția

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = e^y(x \sin x + ay \cos x)$$

verifică relația

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) = 0, \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

4. a) Definiți noțiunea de derivată într-un punct după direcția unui vector, a unei funcții de variabilă vectorială (din \mathbb{R}^m).

b) Dați exemplu de o funcție neconstantă $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ și calculați derivata sa în punctul $(1, 0, 1)$ după direcția vectorului $(0, 1, 0)$.