

ARBORI ECHILIBRAȚI

(BALANCED TREES)

Analiza arborilor binari de căutare

- operațiile specifice se execută în timp dependent de înălțimea arborelui (complexitate timp $O(h)$).
- în cel mai rău caz pentru n elemente înălțimea este $n - 1$ (arbore degenerat) $\Rightarrow \theta(n)$ complexitate în caz defavorabil.
- cazul ideal: arbore echilibrat a cărui înălțime să fie $O(\log_2 n)$.
 - ideea: la fiecare nod să păstrăm *echilibrarea*.
 - când un nod își pierde *echilibrul* \Rightarrow **reechilibrare** (prin rotații specifice).
- sunt mai multe moduri de definire a echilibrării \Rightarrow variante de arbori de căutare echilibrați.
 - **arbori AVL**, arbori splay, arbori roșu-negru, B-arbori, etc.
 - caracteristică comună: înălțimea arborelui este $O(\log_2 n)$.

ARBORI AVL

Definiție 1 Un **Arbore AVL** (Adelson Velski Landis) este un ABC care satisface următoarea proprietate (**invariant AVL**):

- dacă x este un nod al AVL, atunci:
 - înălțimea subarborelui stâng al lui x diferă de înălțimea subarborelui drept al lui x cu 0, 1 sau -1 (0, 1 sau -1 se numește **factor de echilibrare**).

Proprietate. Înălțimea unui arbore AVL cu n noduri este $\theta(\log_2 n)$.

- $N(h)$ - numărul minim de noduri ale unui arbore AVL de înălțime h .
 - $N(0)=1$
 - $N(1)=2$
 - $N(h)=N(h-1)+N(h-2)+1$
- În AVL cheile (elementele) memorate în noduri sunt distincte.

- 6 situații de reechilibrare (Knuth);
- 4 tipuri de rotații pentru reechilibrare:
 1. o singură rotație spre stânga (SRS);
 2. dublă rotație spre stânga (DRS);
 3. o singură rotație spre dreapta (SRD);
 4. dublă rotație spre dreapta (DRD).

Observație

Tabelele de dispersie cu rezolvare coliziuni prin liste independente își pot memora listele folosind arbori AVL.

Probleme

1. Descrieți în Pseudocod următoarele rotații: DRS, SRD, DRD.
2. Dați exemple concrete în care apare necesitatea următoarelor tipuri de rotații: SRS, SRD, DRS, DRD.
3. Dați exemple concrete în care apare necesitatea următoarelor tipuri de rotații: **SRS** (vezi la curs), SRD, DRS, DRD la adăugare.
4. Analizați ce se întâmplă la operația de ștergere dintr-un AVL: identificați situațiile de reechilibrare (similar cu cele studiate la curs pentru adăugare).
5. Dați exemple concrete în care apare necesitatea următoarelor tipuri de rotații: **SRS** (vezi la curs), SRD, DRS, DRD la ștergere.