

Examen scris la analiza matematica
-sesiune iarna 2017-

1. Studiati convergenta seriei numerice in functie de valorile parametrului $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n^{\alpha}+1} \right)^3$$

2. Scrieti seria Taylor asociata functiei $f(x) = (x+1)\ln(x+1)$ in punctul $x_0 = 0$. Determinati multimea sa de convergenta.

3. Se da multimea $A = \overline{B}(O_3, 1) \setminus \{O_3\}$ si functia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y, z) = \frac{(x+y+z)^2}{x^2+y^2+z^2}$$

- a) Exista limita functiei f in origine?
b) Determinati valorile extreme ale lui f pe multimea A. Atinge functia f aceste valori? Justificati raspunsurile.
4. a) Definiti notiunea de bila deschisa in spatiul \mathbb{R}^m .
b) Teorema lui Fermat pentru functii reale de variabila vectoriala (enunt si demonstratie)