# Logică computațională
# Curs 7

Lector dr. Mihiș Andreea-Diana

# Rafinările rezoluției

- impun restricții asupra clauzelor care rezolvă, pentru a eficientiza procesul rezolutiv

# Notație

- $S \vdash^{st}_{\text{Res}} \square$ ”din mulțimea S de clauze s-a derivat clauza vidă prin aplicarea algoritmului rezoluției propoziținale”

# Completitudinea și corectitudinea

- Toate rafinările şi strategiile rezolutive păstrează completitudinea şi corectitudinea.
- Combinarea lor poate impune prea multe restricţii și deși mulțimea inițială de clauze este inconsistentă, s-ar putea să nu se poată deriva clauza vidă.
- sunt complete:
  - rezoluţia generală + strategia eliminării
  - rezoluţia generală + strategia mulţimii suport
  - rezoluţia generală + strategia mulţimii suport + strategia eliminării
  - rezoluția liniară + strategia eliminării
  - rezoluţia liniară + strategia mulţimii suport
- nu sunt complete:
  - rezoluția blocării + strategia eliminării
  - rezoluția blocării + strategia mulţimii suport
  - rezoluția blocării + rezoluția liniară
  - rezoluţia unitară
  - rezoluția de intrare

# Rezoluția blocării (lock resolution)

- introdusă de Boyer în 1971

- fiecare apariţie de literal din mulţimea de clauze este indexat arbitrar cu un întreg
- *restricţia:* literalii care rezolvă din clauzele părinţi trebuie să aibă **cei mai mici indici** din aceste clauze
- literalii din rezolvenţi moştenesc indicii de la clauzele părinţi, iar în cazul moştenirii a doi literali identici, se păstrează cel cu indicele mai mic

- este foarte eficientă şi uşor de implementat, se recomandă combinarea ei cu strategia saturării pe nivele

# Teorema de corectitudine și completitudine

- Teorema de completitudine

  Fie $S$ o mulţime de clauze în care fiecare literal este indexat în mod arbitrar cu un întreg. Dacă $S$ este inconsistentă, atunci există o deducţie din mulțimea $S$ a clauzei vide prin rezoluţia blocării.

- Teorema de corectitudine

  Fie $S$ o mulţime de clauze în care fiecare literal este indexat în mod arbitrar cu un întreg. Dacă din $S$ se deduce prin rezoluţia blocării clauza vidă, atunci $S$ este inconsistentă.

# Exerciții

- rezoluția blocării + strategia eliminării nu e completă
  - $S = \{p \vee q, \neg p \vee q, p \vee \neg q, \neg p \vee \neg q\}$

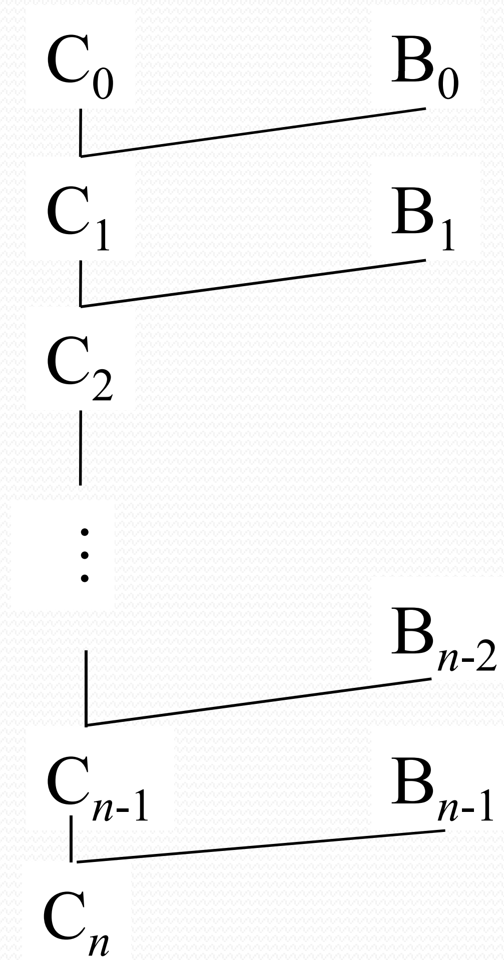
    $C_1 =_{(2)} p \vee_{(1)} q$, $C_2 =_{(3)} \neg p \vee_{(4)} q$, $C_3 =_{(5)} p \vee_{(6)} \neg q$, $C_4 =_{(8)} \neg p \vee_{(7)} \neg q$
- rezoluția blocării + strategia mulţimii suport nu e completă
  - $p \to (q \to r), r \wedge s \to t, u \to s \wedge \neg t \vdash p \wedge q \to \neg u$

    $C_1 =_{(3)} \neg p \vee_{(2)} \neg q \vee_{(1)} r$, $C_2 =_{(6)} \neg r \vee_{(5)} \neg s \vee_{(4)} t$, $C_3 =_{(8)} \neg u \vee_{(7)} s$,
    $C_4 =_{(10)} \neg u \vee_{(9)} \neg t$, $C_5 =_{(11)} p$, $C_6 =_{(12)} q$, $C_7 =_{(13)} u$

    $Y = \{C_5, C_6, C_7\}$

# Rezoluția liniară

- Loveland 1970
- procesul rezolutiv este liniar: la fiecare pas una dintre clauzele părinte este rezolventul obţinut la pasul anterior
- Arborele de derivare corespunzător procesului rezolutiv liniar are forma:




  - $C_0$ clauză vârf
  - $C_1, C_2, \ldots, C_{n-1}$ clauze centrale
  - $B_1, B_2, \ldots, B_{n-1}$ clauze laterale
  - $\forall i = 1, 2, \ldots, n$, are loc: $C_i = \text{Res}\,(C_{i-1}, B_{i-1})$

# Teorema de corectitudine și completitudine

- Mulțimea $S$ de clauze este inconsistentă, dacă și numai dacă $S \vdash_{\text{Res}}^{lin} \square$.

# Observație:

- rezoluția liniară furnizează o strategie la nivel de implementare: *căutarea cu revenire*
  - la fiecare iterație, pentru clauza centrală pot exista mai multe posibile clauze laterale
  - după ce au fost utilizate toate posibilele clauze laterale, dar nu s-a obținut , se revine la iterația precedentă
  - consistența mulțimii de clauze este demonstrată după o căutare completă fără derivarea clauzei vide

# Cazuri particulare ale rezoluției liniare

- **Rezoluția unitară** (*unit*): clauzele centrale au *cel puţin* o *clauză părinte unitară* (conţine un singur literal)
- **Rezoluția de intrare** (*input*): clauzele *laterale* sunt clauze *iniţiale* (de intrare)

**Teorema de echivalenţă** dintre rezoluţia unit şi cea input

- Fie mulţimea $S$ de clauze. $S \vdash_{\mathrm{Res}}^{input} \square$ dacă şi numai dacă $S \vdash_{\mathrm{Res}}^{unit} \square$.

- **corectitudinea**: Dacă $S \vdash_{\mathrm{Res}}^{input/unit} \square$ atunci $S$ este inconsistentă
- **incompletitudinea:** există mulţimi inconsistente de clauze din care nu se poate deriva clauza vidă folosind rezoluţia input sau rezoluţia unit.