



Logică computațională

Curs 5

Lector dr. Mihiș Andreea-Diana



Metoda tabelelor semantice

- introdusă de Smullyan
- se bazează pe considerații semantice
- încearcă să construiască modelele unei formule date

(FND)

- $\vdash U$ prin respingere, $\neg U$ nu are modele
- ideea:
 - descompunerea formulei inițiale în subformule
 - până la nivel de literal

Clase de formule

- clase α - formule de tip conjunctiv

$$A \wedge B$$

$$\neg (A \vee B)$$

$$\neg (A \rightarrow B)$$

- clase β - formule de tip disjunctiv

$$A \vee B$$

$$\neg (A \wedge B)$$

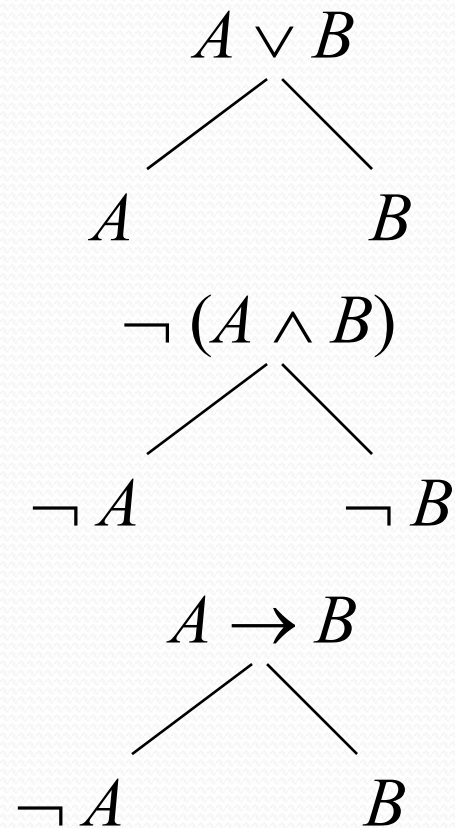
$$A \rightarrow B$$

Reguli de descompunere a formulelor

• regula α

$A \wedge B$	$\neg (A \vee B)$	$\neg (A \rightarrow B)$
A	$\neg A$	A
B	$\neg B$	$\neg B$

• regula β





Arborele binar de descompunere a unei formule

Având o formulă U , ei i se poate asocia o tabelă semantică, care este de fapt un arbore binar ce conține în nodurile sale formule și se construiește astfel:

- rădăcina arborelui este etichetată cu formula U ;
- fiecare ramură a arborelui care conține o formulă va fi extinsă cu subarborele corespunzător regulii de descompunere care se aplică formulei;
- extinderea unei ramuri se *încheie* în două situații:
 - a) dacă pe ramură apare o formulă și negația sa;
 - b) dacă au fost descompuse toate formulele de pe acea ramură

Exemplu

$$U \stackrel{\text{not.}}{=} p \wedge (q \rightarrow \neg p) \quad (1)$$

|—— regula α pentru (1)

p

|

$q \rightarrow \neg p \quad (2)$

— regula β pentru (2)

$\neg q$

$\neg p$

\odot

\otimes

$$FND(U) = (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg p) \equiv p \wedge \neg q$$



Tipuri de ramuri

- O *ramură* a tabelii se numește *închisă* (simbolizată prin \otimes) dacă ea conține o formulă și negația ei, în caz contrar *ramura* se numește *deschisă* (simbolizată prin \odot).
- O *ramură* a tabelii se numește *completă* dacă ea este fie *închisă*, fie *toate formulele* de pe acea *ramură* au fost *descompuse*.



Tipuri de tabele semantice

- O *tabelă* se numește *închisă* dacă toate ramurile sale sunt închise. Dacă o tabelă are cel puțin o ramură deschisă, atunci ea se numește *deschisă*.
- O *tabelă* se numește *completă* dacă toate ramurile ei sunt complete.

Exemplul (2)

$$U = (p \vee q) \wedge \neg(q \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow q \wedge r) \quad (1)$$

| – regula α pentru (1)

$$p \vee q \quad (2)$$

$$\neg(q \rightarrow r) \quad (3)$$


$$p \rightarrow q \wedge r \quad (4)$$

- regula β pentru (2)

p

regula α pentru (3) =

q



regula β pentru (4) \rightarrow

$\neg p$

regula α $\mathbb{P} \otimes u$ (5)

$$q \wedge r \quad (5)$$

q

r



q

† – regula α pentru (3)

q

$$\vdash r$$

- regula β pentru (4)

$$\neg p$$



$$q \wedge r \quad (6)$$

– regula α pentru (6)

q

r

⊗



Observații:

- Procesul de construire a unei tabele semantice este unul *nedeterminist* deoarece regulile de descompunere se pot aplica în orice ordine și la un moment dat se pot alege mai multe ramuri pentru extindere. Astfel unei formule i se pot asocia mai multe tabele semantice, dar acestea sunt echivalente.
- Pentru a obține tabele semantice *cât mai simple* (mai puțin ramificate) se recomandă:
 - utilizarea regulilor de tip α înaintea regulilor de tip β care realizează o ramificare;



Observații (2):

- formulele de pe aceeași ramură a unei tablele semantice sunt *legate* între ele prin conectiva logică \wedge , iar *ramificarea* corespunde conectivei logice \vee .
- tabela semantică asociată unei formule propoziționale este o reprezentare grafică a *forme* sale *normale disjunctive*. Fiecare ramură reprezintă un *cub* (conjuncția tuturor literalilor de pe acea ramură), iar arborele este *disjuncția* tuturor *ramurilor* sale.
- Unei formule *consistente* i se asociază o *tabelă completă deschisă*, iar fiecare *ramură deschisă* a tablei furnizează cel puțin un *model* pentru formula respectivă.
- O *tabelă semantică închisă* asociată unei formule indică faptul că formula este *inconsistentă*, adică nu există nicio interpretare în care formula să fie adevărată

Teorema de corectitudine și completitudine a metodei tabelelor semantice

- O formulă U este teoremă (tautologie) dacă și numai dacă există o tabelă semantică închisă pentru formula $\neg U$.

Teoremă

- $U_1, U_2, \dots, U_n \vdash Y$ (echivalent cu $U_1, U_2, \dots, U_n \models Y$) dacă și numai dacă există o tabelă semantică închisă pentru formula $U_1, U_2, \dots, U_n \wedge \neg Y$.
- $p \wedge (q \rightarrow r), r \wedge s \rightarrow t, u \rightarrow s \wedge \neg t \stackrel{?}{\vdash} p \wedge q \rightarrow \neg u$
- $\stackrel{?}{\vdash} (p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$