

Examen scris la analiza matematica  
-sesiune iarna 2019-

1. Determinati seria Taylor asociata functiei  $f$  in punctul  $x_0 = 0$ .

$$f : (-2, 2) \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = \ln \frac{x+2}{2-x}$$

Aduceti expresia gasita la forma cea mai simpla.

2. Determinati valorile parametrului  $\alpha > 0$  pentru care integrala improprie este convergenta

$$I(\alpha) = \int_0^1 \frac{x-1}{x^\alpha-1} dx$$

Calculati apoi valoarea  $I(3)$ .

3. Se da functia  $f : \overline{B}(O_2, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3+y^3}{x^2+y^2} & , (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Aratati ca  $f$  este continua in  $(0, 0)$ .  
b) Determinati valorile extreme ale lui  $f$ . Atinge functia aceste valori? Justificati raspunsurile.
4. a) Definiti notiunea de sir fundamental de numere reale.  
b) Dati exemplu de un sir fundamental si nemonoton. Justificare.