

Examen scris la analiza matematica
-sesiune iarna 2020-

1. Studiați natura seriei cu termeni pozitivi

$$\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{\ln n}{n} \right)^a,$$

în funcție de valorile parametrului $a \in \mathbb{R}$.

2. Determinați constanta $\alpha > 0$ pentru care funcția

$$f : (-1, \infty)^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = \sqrt{(1+x)(1+y)^\alpha}$$

verifică egalitatea

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 0) + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 0) = 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0).$$

3. Calculați integrala dublă

$$\iint_A \frac{xy}{\sqrt{2-x^2}} \, dx dy,$$

unde $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$.

4. a) Definiți notiunea de rază de convergență a unei serii de puteri.
b) Dați exemplu de o serie de puteri având rază de convergență $r = 0$. Justificare.