Logică computațională
Curs 12

Lector dr. Mihiș Andreea-Diana

Metoda analitică a lui Quine-Mc'Clusky

- se bazează pe completarea a două tabele ajutătoare
  - unul pentru factorizare, utilizat la calcularea mulţimii monoamelor maximale
  - unul pentru identificarea mulţimii monoamelor centrale
- se aplică formei canonice disjunctive a funcției
- poate fi utilizată pentru oricâte variabile

Aplicarea metodei

1. ordonarea mulţimii suport a funcţiei cu n variabile, crescător sau descrescător după numărul de valori 1 conţinut de fiecare n-uplu

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = m_4 \vee m_6 \vee m_7 \vee m_8 \vee m_9 \vee m_{10} \vee m_{11} \vee m_{12}$$

$$S_f = \{(0,1,0,0), (0,1,1,0), (0,1,1,1), (1,0,0,0), (1,0,0,1), (1,0,1,0), (1,0,1,1), (1,1,0,0)\}$$

$$S_f = \{(0,1,1,1), (1,0,1,1), (0,1,1,0), (1,0,0,1), (1,0,1,0), (1,1,0,0), (0,1,0,0), (1,0,0,0)\}$$

Costruirea primei tabele

- Capul de tabel conţine numele variabilelor funcţiei.
- Mintermii din expresia funcţiei se vor reprezenta prin intermediul puterilor variabilelor, în tabel, fiecare pe o linie, în ordinea crescătoare/descrescătoare a numărului valorilor de 1 din *n*-uplurile suportului funcţiei.
- Se vor forma grupuri de mintermi, un grup conţinând toţi mintermii cu acelaşi număr de valori 1 ca puteri ale variabilelor.
- Aceste grupuri se vor delimita prin bare orizontale. După reprezentarea expresiei funcţiei în tabel, se trasează o dublă bară orizontală.
- Doar două grupuri vecine pot să conţină monoame vecine, deci factorizarea poate avea loc doar între monoamele a două grupuri vecine.

Operația de factorizare

- constă în introducerea unei linii noi în tabel, care conţine aceleaşi valori (0, 1 sau –) pe coloanele variabilelor comune celor două monoame care participă la factorizare şi simbolul „–” pe coloana corespunzătoare variabilei eliminate (o singură variabilă se va elimina la un moment dat).
- Monoamele care participă la factorizare vor fi bifate deoarece acestea nu sunt maximale.
- Rezultatele factorizării a două grupuri de monoame vecine vor forma un nou grup (delimitat printr-o bară orizontală) de monoame în tabel, care poate fi utilizat mai departe în alte factorizări de ordin superior.
- Sfârşitul tuturor factorizărilor dintre două grupuri vecine de monoame cu acelaşi număr de simboluri „–” se marchează cu o dublă bară orizontală, pentru a sugera grafic faptul că s-a încheiat factorizarea de un anumit ordin şi se trece la factorizare de ordin mai mare.
- Acest proces continuă până când nu se mai pot face factorizări între două grupuri vechine delimitate printr-o singură bară orizontală. Tabelul se încheie cu o triplă bară orizontală.

Factorizarea

	Grupul		x_1	x_2	x_3	x_4	
	I	√	0	1	1	1	m_7
		√	1	0	1	1	m_{11}
	II	√	0	1	1	0	m_6
		√	1	0	0	1	m_9
		√	1	0	1	0	m_{10}
		√	1	1	0	0	m_{12}
	III	√	0	1	0	0	m_4
		√	1	0	0	0	m_8
Factorizare simplă	IV=I+II		0	1	1	–	$m_7 \vee m_6 = \bar{x}_1 x_2 x_3 = max_1$
		√	1	0	–	1	$m_{11} \vee m_9$
		√	1	0	1	–	$m_{11} \vee m_{10}$
	V=II+III		0	1	–	0	$m_6 \vee m_4 = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_4 = max_2$
		√	1	0	0	–	$m_9 \vee m_8$
		√	1	0	–	0	$m_{10} \vee m_8$
			–	1	0	0	$m_{12} \vee m_4 = x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 = max_3$
			1	–	0	0	$m_{12} \vee m_8 = x_1 \bar{x}_3 \bar{x}_4 = max_4$
Factorizare dublă	VI=IV+V		1	0	–	–	$m_{11} \vee m_9 \vee m_{10} \vee m_8 = x_1 \bar{x}_2 = max_5$

Mulțimea monoamelor maximale

- $M(f) = \{\overline{x}_1 x_2 x_3,\ \overline{x}_1 x_2 \overline{x}_4,\ x_2 \overline{x}_3 \overline{x}_4,\ x_1 \overline{x}_3 \overline{x}_4,\ x_1 \overline{x}_2\}$

  $= \{max_1,\ max_2,\ max_3,\ max_4,\ max_5\}$

- Identificarea mulţimii **monoamelor centrale** se face utilizând un tabel care arată corespondenţa dintre monoamele maximale (pe coloane) şi mintermii (pe linii) care au contribuit prin factorizare la obţinerea acestora. O căsuţă se marchează cu o steluţă dacă mintermul corespunzător liniei a fost utilizat pentru obţinerea monomului maximal de pe coloană.

se încercuiesc * singure pe linie;

Monoamele centrale – conțin pe coloană ⊛

monoame maximale / mintermi	max_1	max_2	max_3	max_4	max_5
m_7	⊛				
m_{11}					⊛
m_6	*	*			
m_9					⊛
m_{10}					⊛
m_{12}			*	*	
m_4		*	*		
m_8				*	*

Mulțimea monoamelor centrale

- $C(f) = \{max_1, max_5\}$

- Cazul II

Identificarea formelor simplificate

- $g(x_1, x_2, x_3, x_4) = max_1 \vee max_5 = \overline{x}_1 x_2 x_3 \vee x_1 \overline{x}_2$

Se hașurează coloanele ce conțin ⊛ și apoi liniile ce conțin * hașurate

monoame maximale / mintermi	max_1	max_2	max_3	max_4	max_5
m_7	⊛				
m_{11}					⊛
m_6	*	*			
m_9					⊛
m_{10}					⊛
m_{12}			*	*	
m_4		*	*		
m_8				*	*

Forma simplificată

- Se observă că cel mai simplu mod de acoperi mintermii neacoperiți (liniile nehașurate) de funcția *g* este:
- $h(x_1, x_2, x_3, x_4) = max_3$
- $f'(x_1, x_2, x_3, x_4) = g(x_1, x_2, x_3, x_4) \vee h(x_1, x_2, x_3, x_4) =$

$$= \overline{x}_1 x_2 x_3 \vee x_1 \overline{x}_2 \vee x_2 \overline{x}_3 \overline{x}_4$$