Identificarea sistemelor

Proiect

Student: Ciordaș Adrian

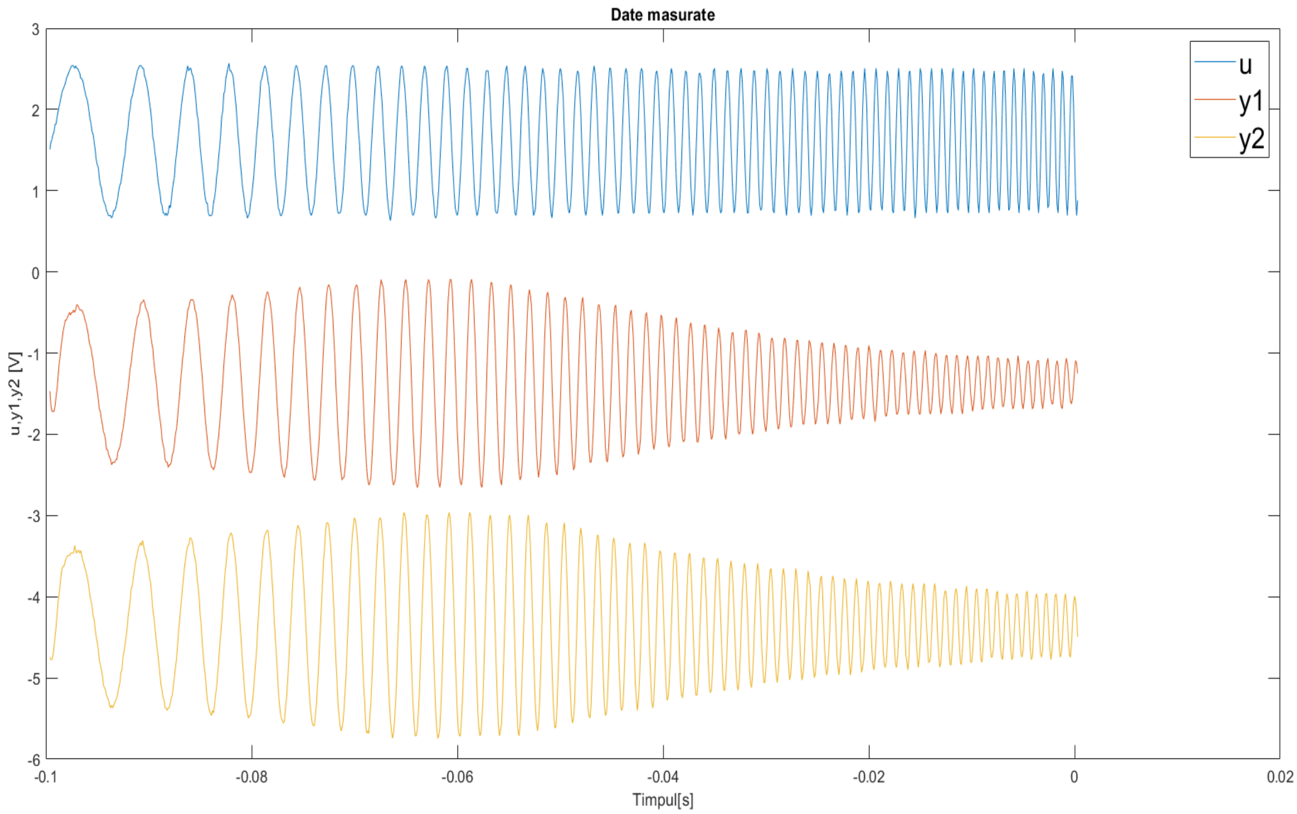
Grupa: 30134/1

Prof. coordonator: Prof. Dr. Ing. Petru Dobra

Cuprins

1.Interpretarea datelor

Datele experimentale pentru identificare:



Am notat:

u – intrarea sistemului

y1 – ieșirea sistemului fără zero

y2 – ieșirea sistemului cu zero

2. Identificarea neparametrică

Pentru identificarea neparametrică, am ales semnalul y1 .

Trebuie să determinăm funcția de transfer de ordin 2 a sistemului, care este de forma :

$$H(s) = K\frac{{\omega_n}^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + {\omega_n}^2}$$

Am notat:

K – factor de proporționalitate

ζ – factor de amortizare

ω_n – pulsația naturală

Pentru determinarea factorului de proporționalitate K vom face raportul dintre media aritmetică a valorilor semnalului de ieșire y1 și media aritmetică a valorilor semnalului de intrare u.

$$K = \frac{mean(y1)}{mean(u)}=1.0112$$

Având factorul de proporționalitate K , mai avem de calculat pulsația naturală ω_n și factorul de amortizare ζ .

Știm că,

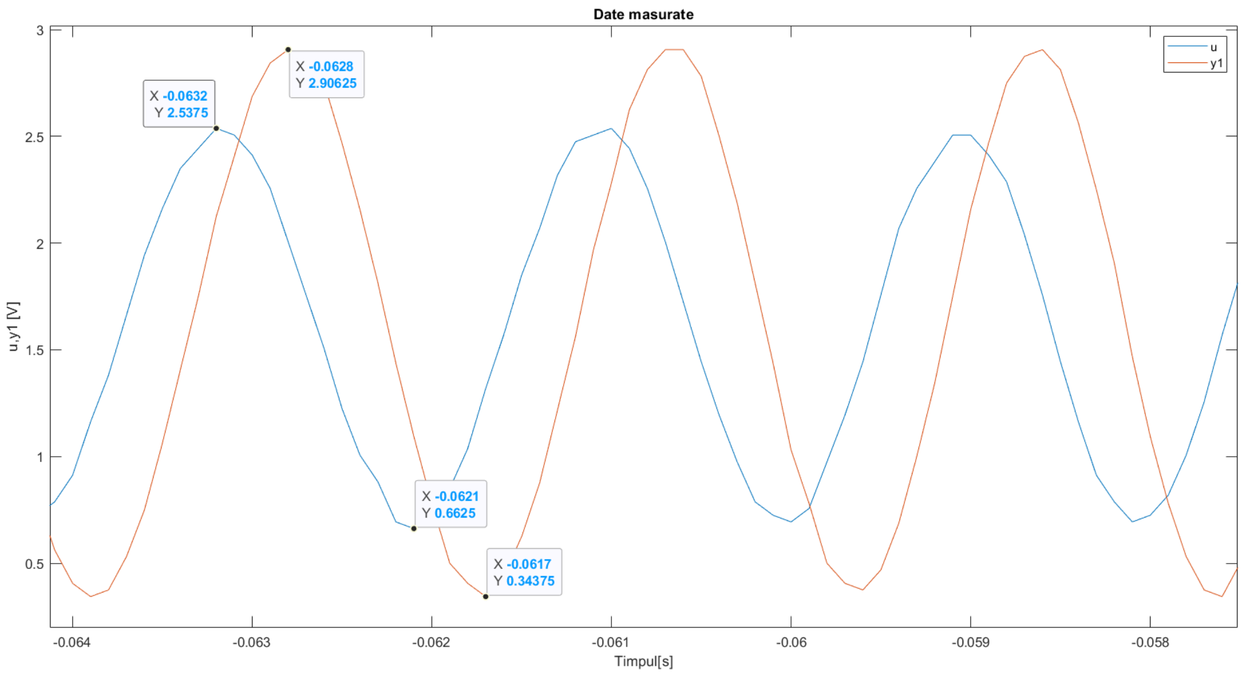
$$Mr = \frac{y1(\max)-y1(\min)}{u(\max)-u(\min)} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$$,unde

Mr – modulul răspunsului în frecvență la rezonanță

Din formula de mai sus obținem că:

$$\zeta = \frac{\sqrt{2 \pm \sqrt{4 - \frac{4}{Mr^2}}}}{2}$$

Pentru a calcula Mr vom suprapune intrarea u si ieșirea y1 și vom alege patru indecși de pe grafic , ce vor reprezenta momentul de timp în care semnalul de ieșire y1 , respectiv semnalul de intrare u vor avea valoarea maximă , respectiv minimă



Astfel , exportând valorile obținem indecșii:

369 – momentul de timp în care y1 are valoare maximă

380 – momentul de timp în care y1 are valoare minimă

365 – momentul de timp în care u are valoare maximă

376 – momentul de timp în care u are valoare minimă

$$Mr = \frac{y1(369) - y1(380)}{u(365) - u(376)} = \ 1.3667$$

Având Mr , înlocuim in formula lui ζ

$$\zeta = \frac{\sqrt{2 \pm \sqrt{4 - \frac{4}{1.3667^2}}}}{2}$$

Obținem două valori: ζ_1= 0.3990 și $\zeta_2 = 0.9170$

Pentru a avea rezonanță trebuie ca $\zeta < \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7$, astfel alegem

$$\zeta = 0.3990$$

Ne mai rămâne de calculat ω_n , iar pentru a-l putea calcula ne vom folosi de formula:

$$\omega_n = \frac{\omega_r}{\sqrt{1-2\zeta^2}} \text{ , unde } \omega_r = \frac{2\pi}{T_r}$$

Am notat:

ω_r – pulsația de rezonanță

T_r – perioada de rezonanță

Avem nevoie întâi de perioada de rezonanță pe care o putem calcula ca fiind :

$T_r = 2(t(380) - t(369))$ = 0.0022 [s]

$$\omega_r = \frac{2\pi}{T_r} = 2.8560 * \ 10^3 \ \left[\frac{rad}{s}\right]$$

Înlocuind in formula lui ω_n obținem:

$$\omega_n = \frac{2.6180 \times 10^3}{\sqrt{1-2(0.3990)^2}} = 3.4593 \times \ 10^3 \ \left[\frac{rad}{s}\right]$$

Având toți parametrii , ne rămâne doar să înlocuim in formula lui H(s)

$$H(s) = \frac{1.21 \ \times \ 10^7}{s^2 + 2760s + 1.197 \ \times \ 10^7}$$

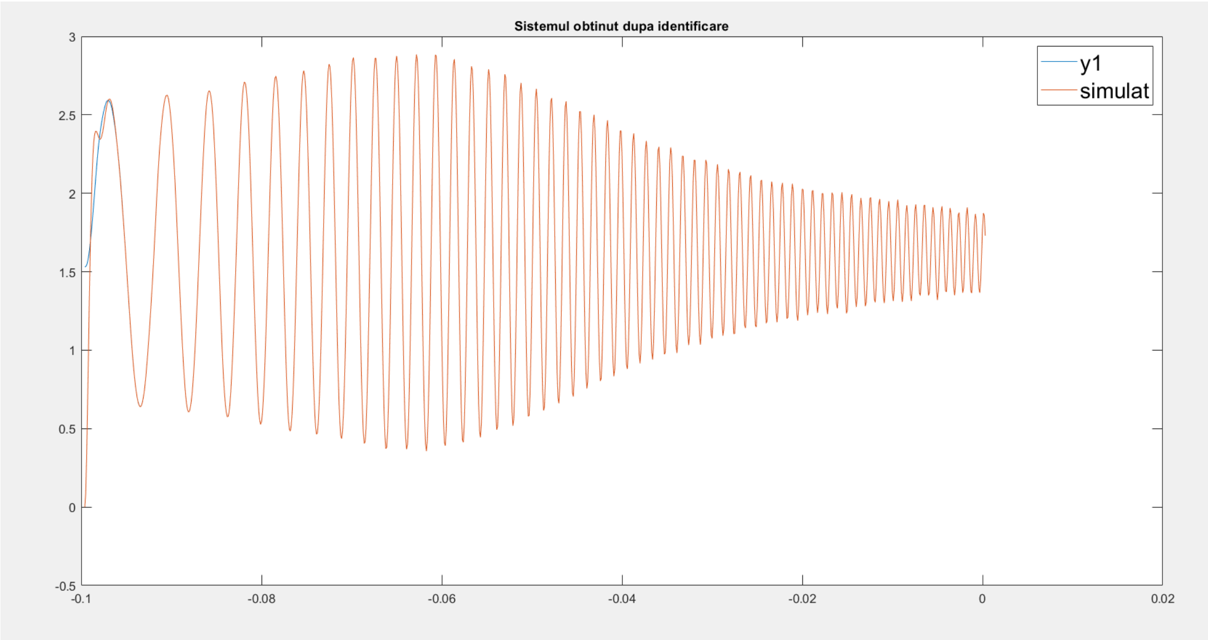
Pentru simulare ne vom folosi de modelul de tip spațiul stărilor.
Astfel, pe baza formei canonice observabile obținem matricile :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -{\omega_n}^2 & -2\zeta\omega_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1.1967e07 & -2.7604e03 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ K{\omega_n}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.2101e07 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = 0$$



Pentru validarea modelului obținut am folosit eroarea medie pătratică normalizată:

$$eMPN = \frac{norm(y1ss - y1)}{norm(y1ss - mean(y1))} = 0.0608(6.08\%)$$

3. Răspunsul în frecvență

Pentru analiza răspunsului în frecvență trebuie să calculăm diagrama Bode a sistemului care este alcătuită din două părți:

a) Caracteristica de modul
b) Caracteristica de fază

a) Caracteristica de modul

Este reprezentată printr-un grafic în care, pe axa orizontală avem pulsația ω în scară logaritmică, iar pe verticală valoarea modulului în dB.

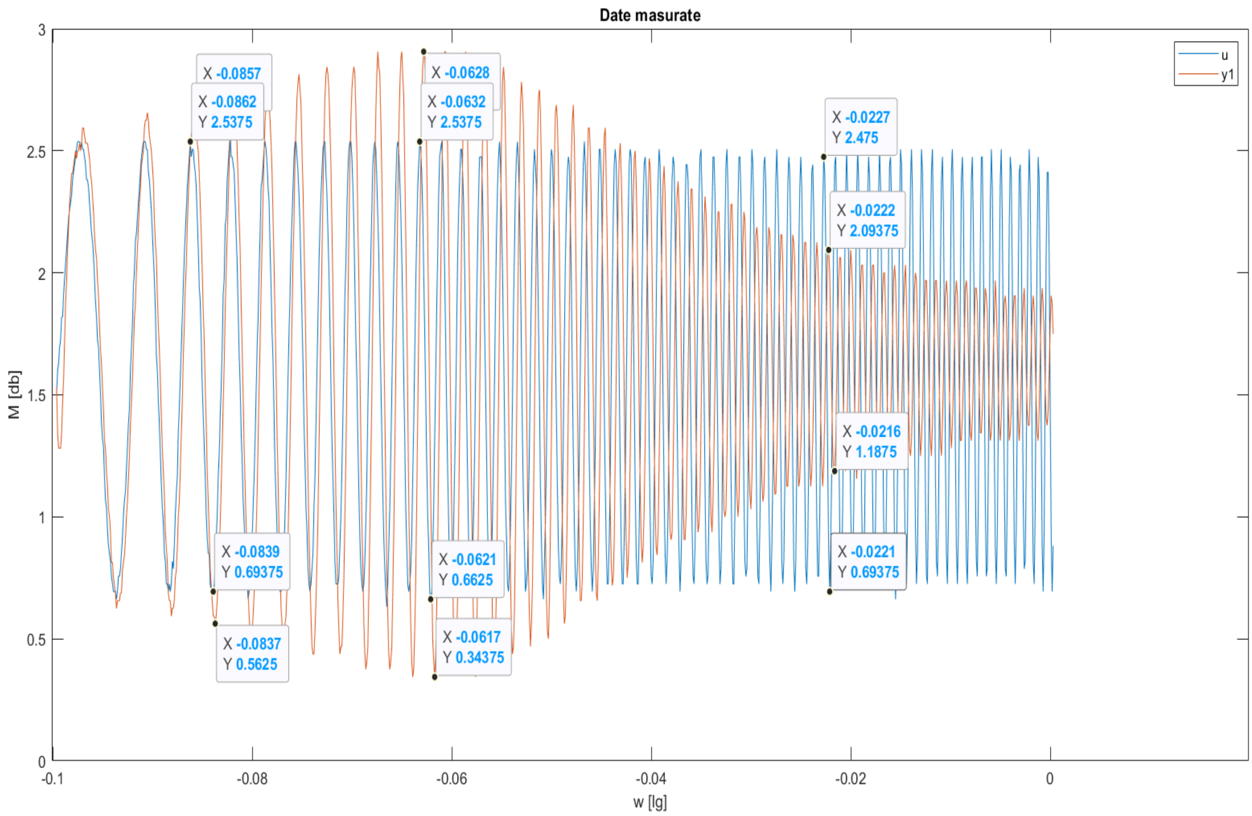
Vom începe să determinăm puncte în zona frecvențelor joase,după care în zona rezonanțelor și în zona frecvențelor înalte.

Pentru determinarea modulului și a pulsației vom folosi formulele:

$$M = \frac{y1(\max) - y1(\min)}{u(max) - u(\min)}$$

$$\omega = \frac{\pi}{t(y1\max) - t(y1\min)}$$

Prin y1max ne referim la indexul pentru care y1 are valoare maximă, iar prin y1min la indexul pentru care y1 are valoare minimă.



Se procedează la fel pentru toate punctele, iar după export obținem:

La frecvente joase:

$$M_1 = \frac{y1(28) - y1(61)}{u(24) - u(59)} = 1.0678$$

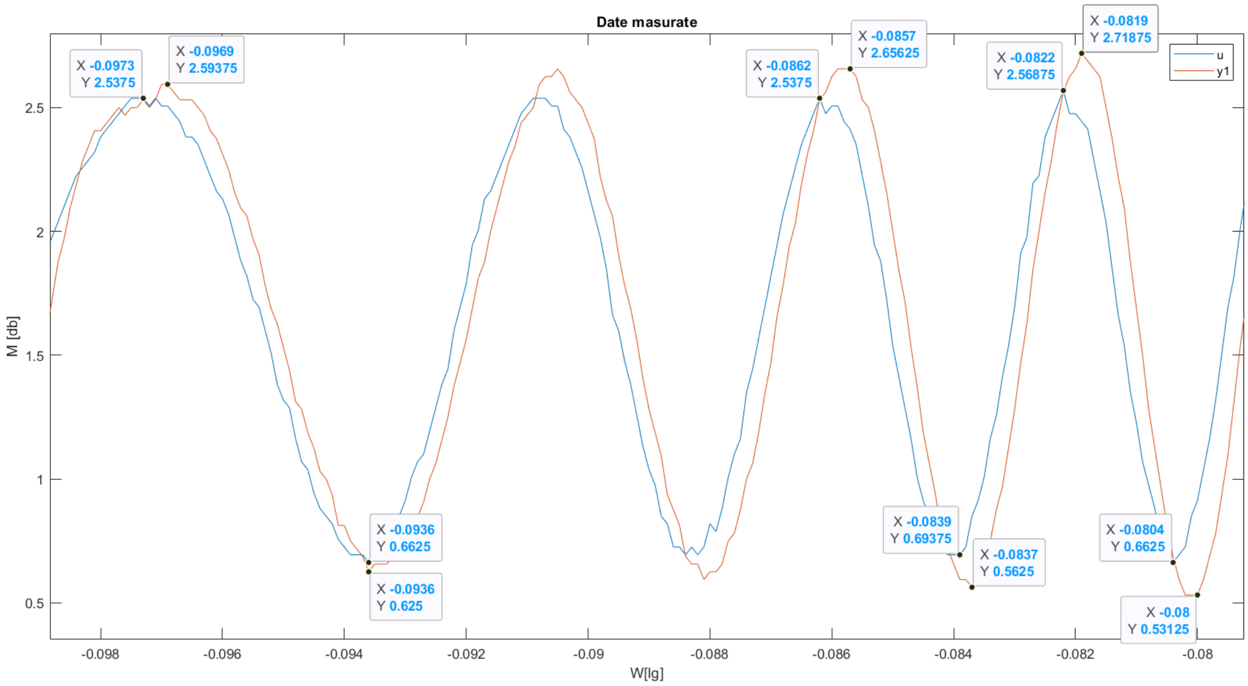
$$\omega_1 = \frac{\pi}{t(61) - t(28)} = 951.9978$$

$$M_2 = \frac{y1(140) - y1(160)}{u(135) - u(157)} = 1.1356$$

$$\omega_2 = \frac{\pi}{t(160) - t(140)} = 1.5708e3$$

$$M_3 = \frac{y(178) - y1(197)}{u(175) - u(194)} = 1.1667$$

$$\omega_3 = \frac{\pi}{t(197) - t(178)} = 1.6535e3$$



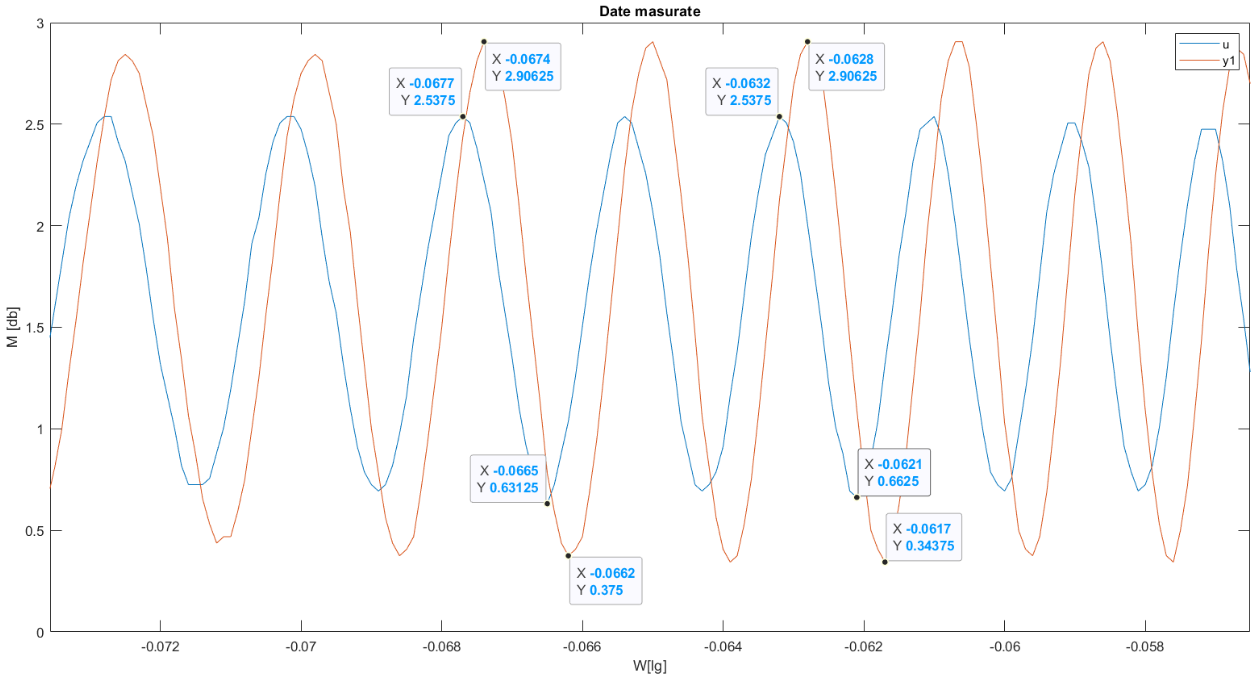
La rezonanță :

$$M_4 = \frac{y1(323) - y1(335)}{u(320) - u(332)} = 1.3279$$

$$\omega_4 = \frac{\pi}{t(335) - t(323)} = 2.6180e3$$

$$M_5 = \frac{y1(369) - y1(380)}{u(365) - u(376)} = 1.3667$$

$$\omega_5 = \frac{\pi}{t(380) - t(369)} = 2.8560e3$$



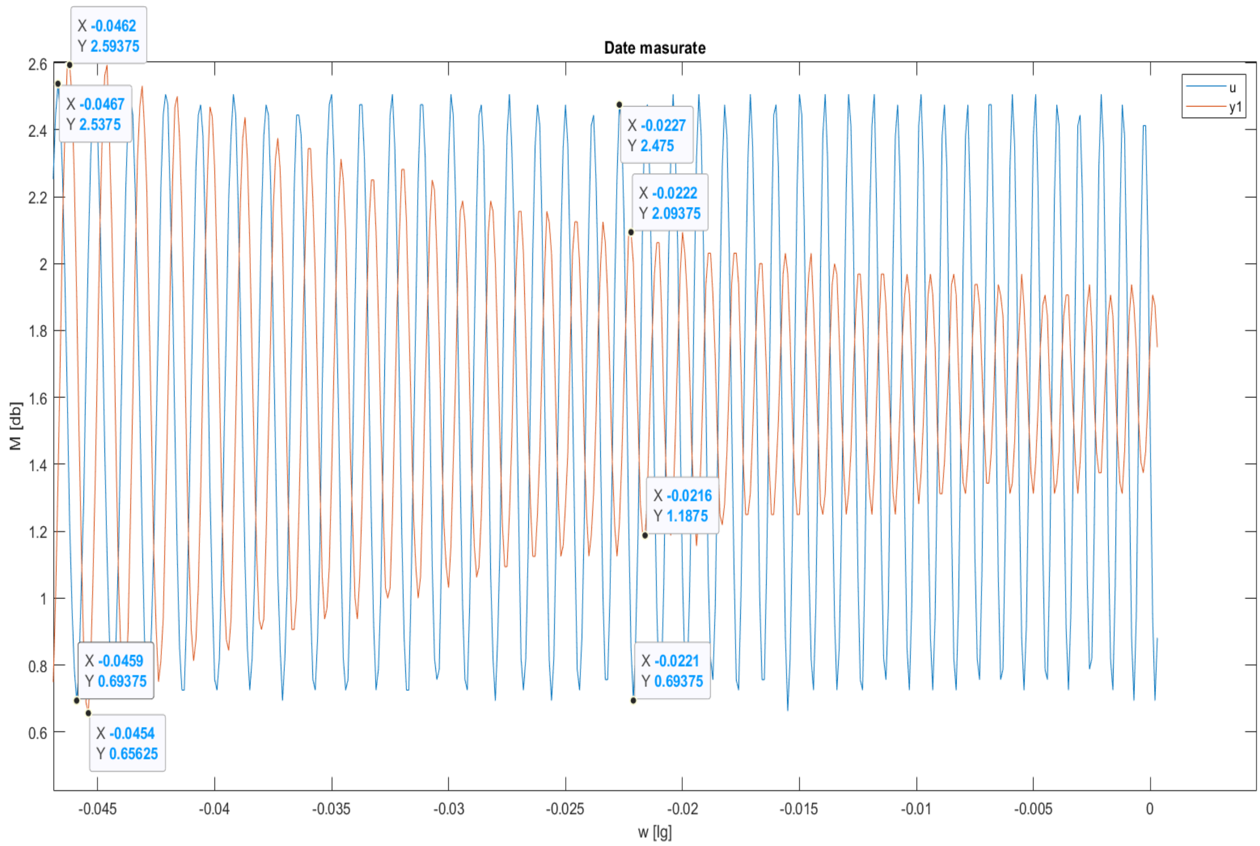
La frecvențe înalte:

$$M_6 = \frac{y1(535) - y1(543)}{u(530) - u(538)} = 1.0508$$

$$\omega_6 = \frac{\pi}{t(543) - t(535)} = 3.9270e3$$

$$M_7 = \frac{y1(775) - y1(781)}{u(770) - u(775)} = 0.5577$$

$$\omega_7 = \frac{\pi}{t(781) - t(775)} = 5.2360e3$$

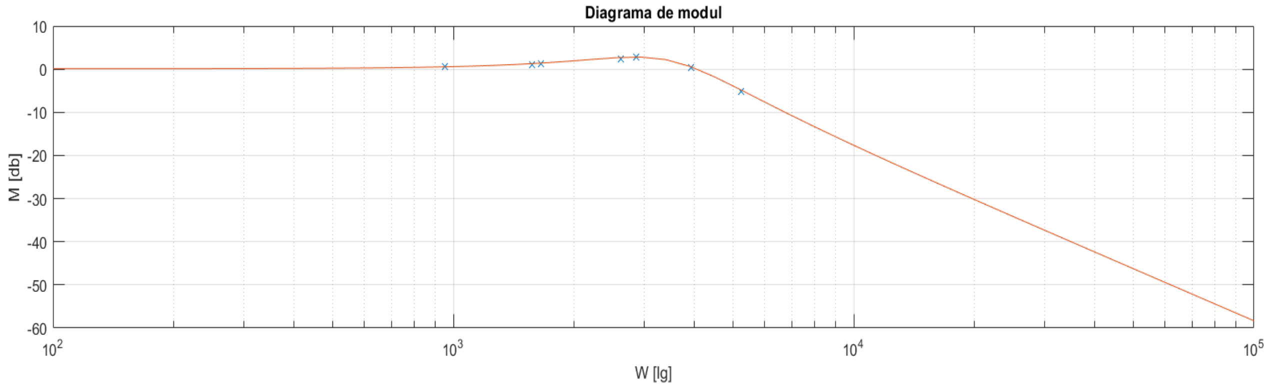


Înainte de afișarea punctelor va trebui să transformăm valorile modulelor în dB.

$$M^{dB} = 20log_{10}(M)$$

Pentru a valida rezultatele obținute vom afișa cu “x” punctele peste diagrama Bode obținută din Matlab .

Afișarea o vom face cu ajutorul funcției semilogx unde axa X este reprezentată în scală logaritmică.



b) Caracteristica de fază

Aceasta este reprezentată printr-un grafic, în care pe axa orizontală avem pulsația ω în scală logaritmică, iar pe verticală faza în grade.

Procedeul de calcul este asemănător cu al modulului , va trebui să luăm puncte la frecvențe joase, la rezonanță și la frecvențe înalte.

Pulsația este aceeași ca la modul.

Pentru a calcula faza folosim formula:

$$Ph = [t(umin) - t(ymin)] * \omega \; [rad]$$

La frecvențe joase:

$$Ph_1 = [t(59) - t(61)] * \omega_1 = -0.1904[rad] = -10.9091^{\circ}$$

$$Ph_2 = [t(157) - t(160)] * \omega_2 = -0.4712 \; [rad] = -27^{\circ}$$

$$Ph_3 = [t(194) - t(197)] * \omega_3 = -0.4960 \; [rad] = -28.4211^{\circ}$$

La rezonanță:

$$Ph_4 = [t(332) - t(335)] * \omega_4 = \ -0.7854\ [rad] = \ -45^{\circ}$$

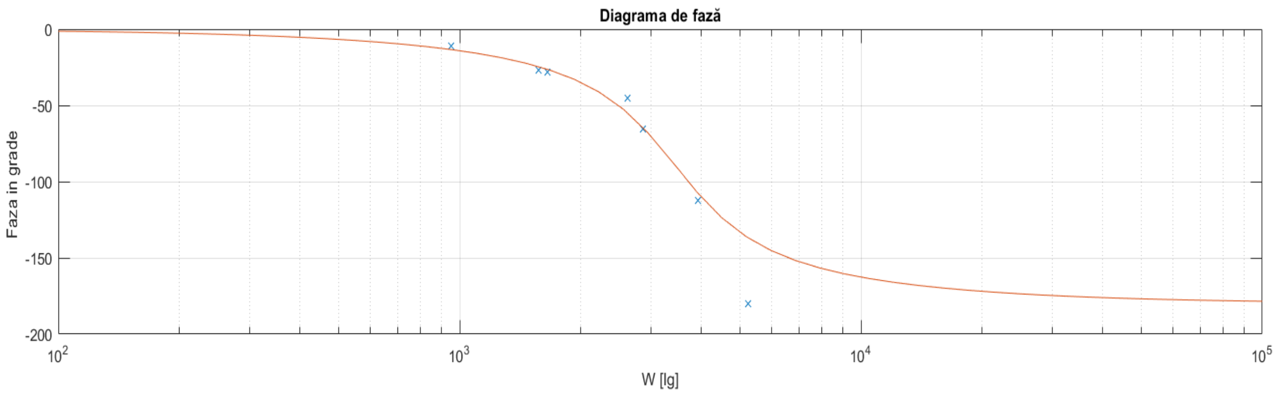
$$Ph_5 = [t(376) - t(380)] * \omega_5 = \ -1.1424\ [rad] = \ -65.4545^{\circ}$$

La frecvențe înalte:

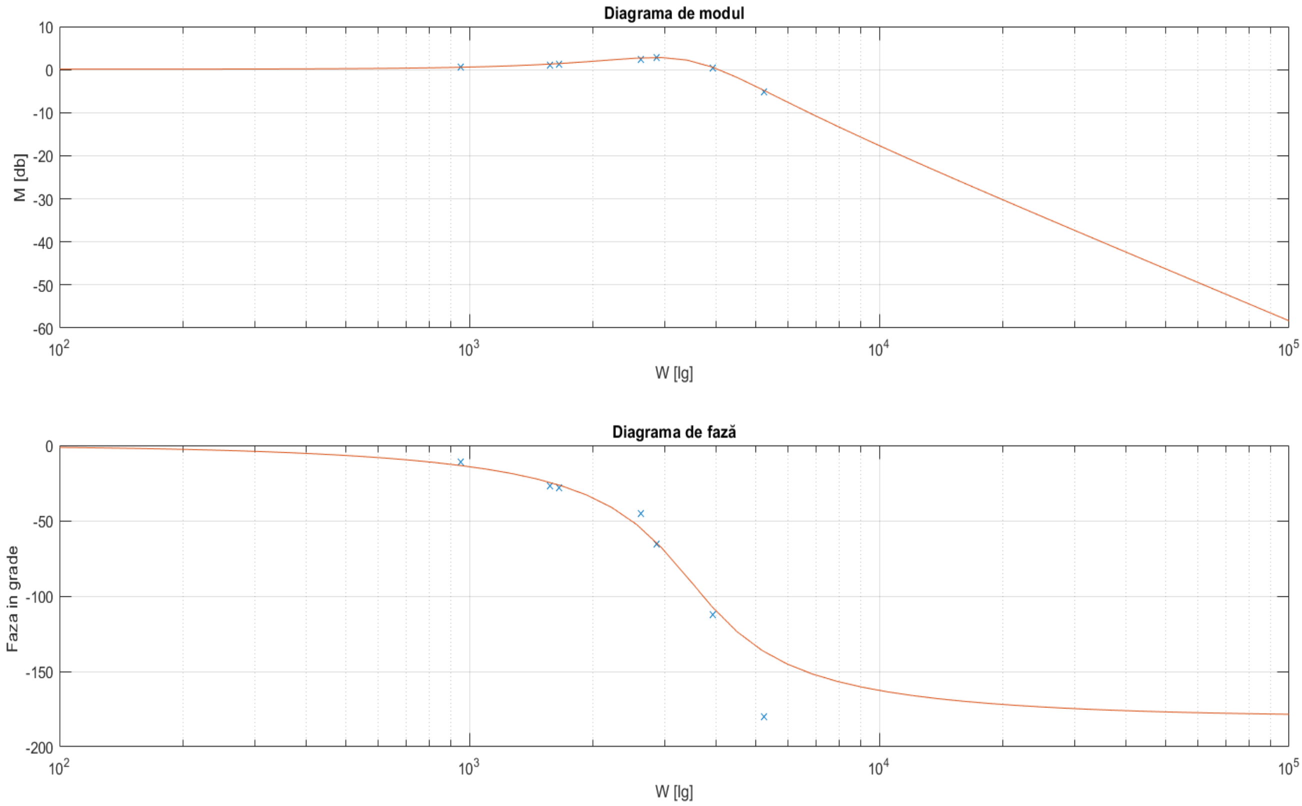
$$Ph_6 = [t(538) - t(543)] * \omega_6 = \ -1.9635\ [rad] = \ -112.5^{\circ}$$

$$Ph_7 = [t(775) - t(781)] * \omega_7 = \ -3.1416\ \ [rad] = \ -180^{\circ}$$

La fel ca la modul, pentru validarea rezultatelor obținute vom afișa cu "x" punctele peste diagrama Bode din Matlab.



Astfel , cu ambele caracteristici calculate ne rămâne doar să afișăm rezultatul final:



	W	M	Mdb	Ph
1	951.9978	1.0678	0.5698	-10.9091
2	1.5708e3	1.1356	1.1045	-27
3	1.6535e3	1.1667	1.3389	-28.4211
4	2.6180e3	1.3279	2.4631	-60
5	2.8560e3	1.3667	2.7133	-65.4545
6	3.9270e3	1.0508	0.4308	-112.5
7	5.2360e3	0.5577	-5.0721	-180

4.Identificarea parametrică

Semnal Y1

Metodele parametrice sunt niște metode recursive care identifică sistemul treptat, la fiecare iterație corectând sistemul aproximat.

Ca metode de validare se folosesc autocorelația (ARX, ARMAX) si intercorelația (OE , IV).

În cadrul proiectului am utilizat metodele ARMAX și OE .

a)Metoda ARMAX:

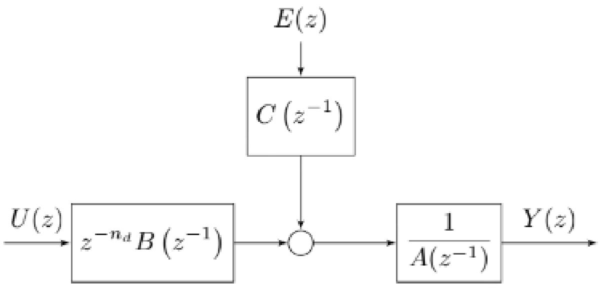


Figure 3: Structura corespunzătoare metodei ARMAX.

Am ales coeficienții [na, nb,nc, nk] = [2, 2, 2,0] si obțin funcția de transfer in z :

Discrete-time ARMAX model: A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})e(t)

A(z^{-1}) = 1 - 1.657 z^-1 + 0.7618 z^-2

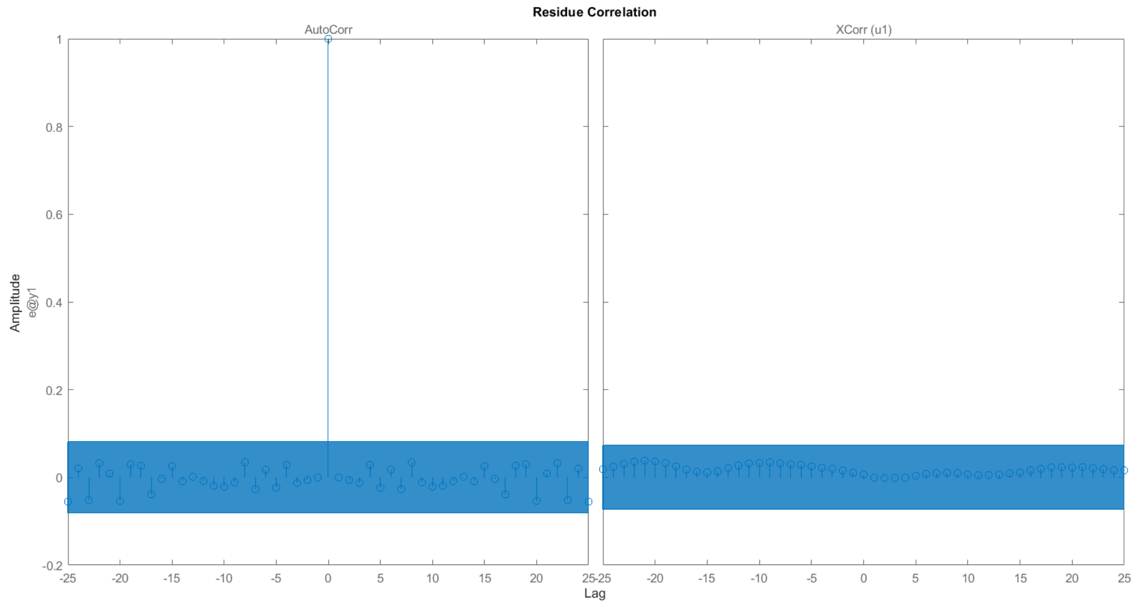
B(z^{-1}) = 0.005653 + 0.1 z^-1

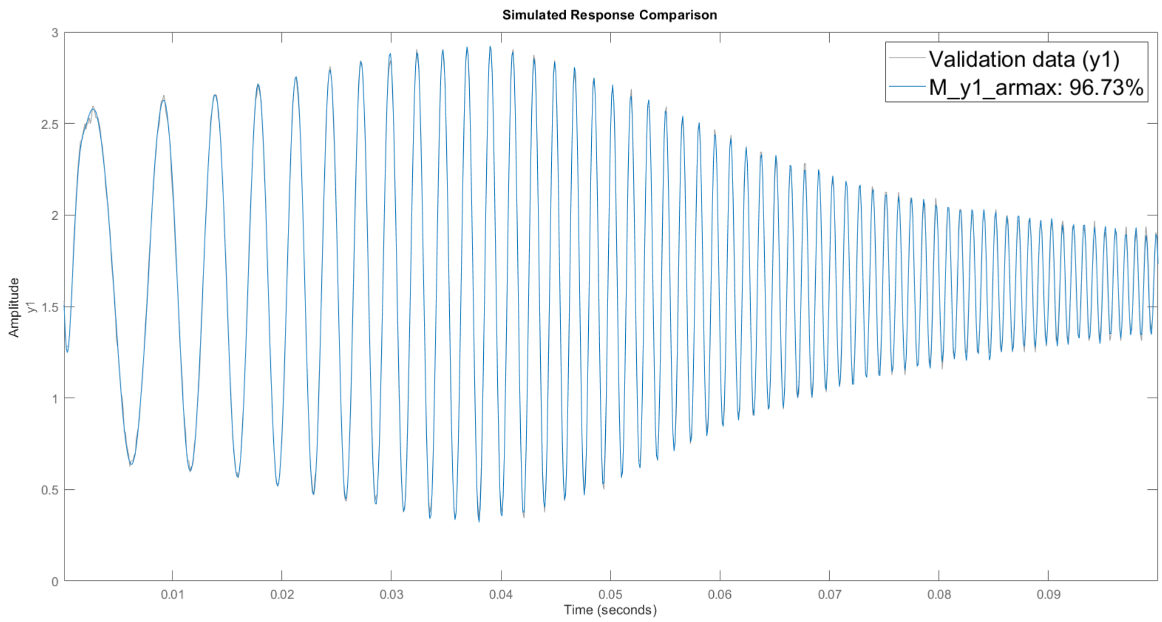
C(z^{-1}) = 1 - 1.474 z^-1 + 0.6205 z^-2

$$\mathrm{H}(z^{-1}) = \frac{0.005653 + 0.1\,z^{-1}}{1 - 1.657\,z^{-1} + 0.7618\,z^{-2}}$$

$$H(z)= \frac{0.005653\, z^2 + 0.1\, z}{z^2 - 1.657\, z + 0.7618}$$

$$H(s)= \frac{0.005653\, s^2 + 650.1\, s + 1.219e07}{s^2 + 2720\, s + 1.206e07}$$





Din figura tragem concluzia ca modelul este validat atât pentru autocorelație cât și prin intercorelație, trecând ambele teste, având o suprapunere pe datele de validare de 96.73% și o eroare de 3.27% .

b)Metoda OE:

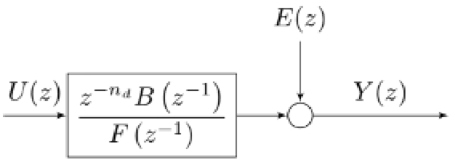


Figure 5: Structura corespunzătoare metodei OE.

Discrete-time OE model: y(t) = [B(z^{-1})/F(z^{-1})]u(t) + e(t)

B(z^{-1}) = 0.005568 + 0.1002 z^-1

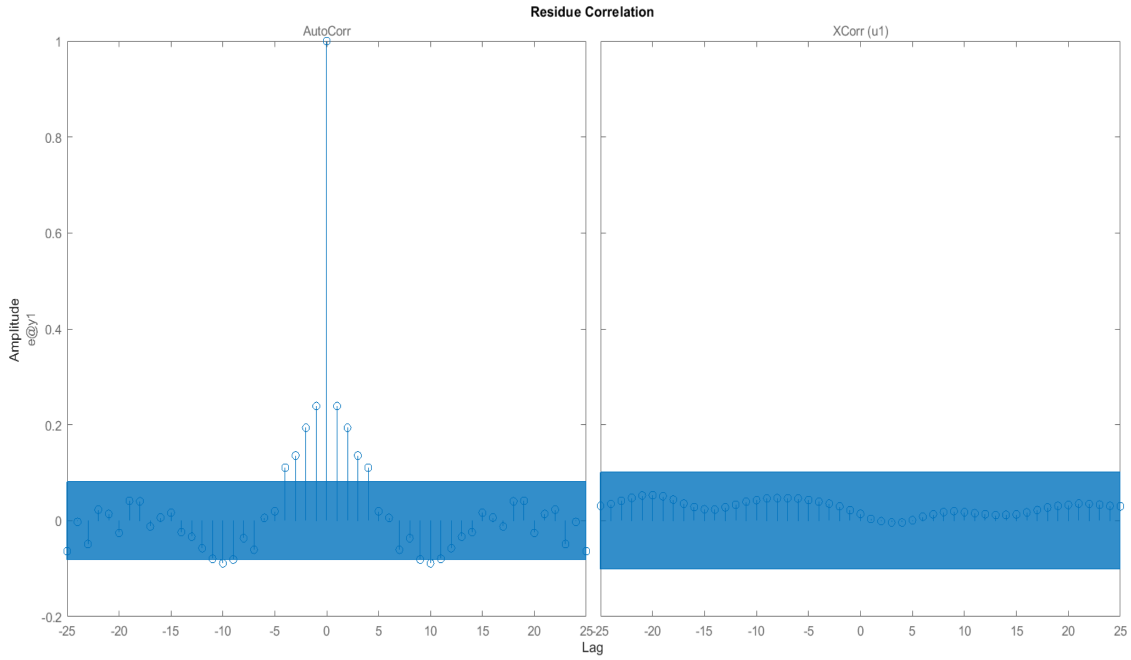
F(z^{-1}) = 1 - 1.657 z^-1 + 0.7616 z^-2

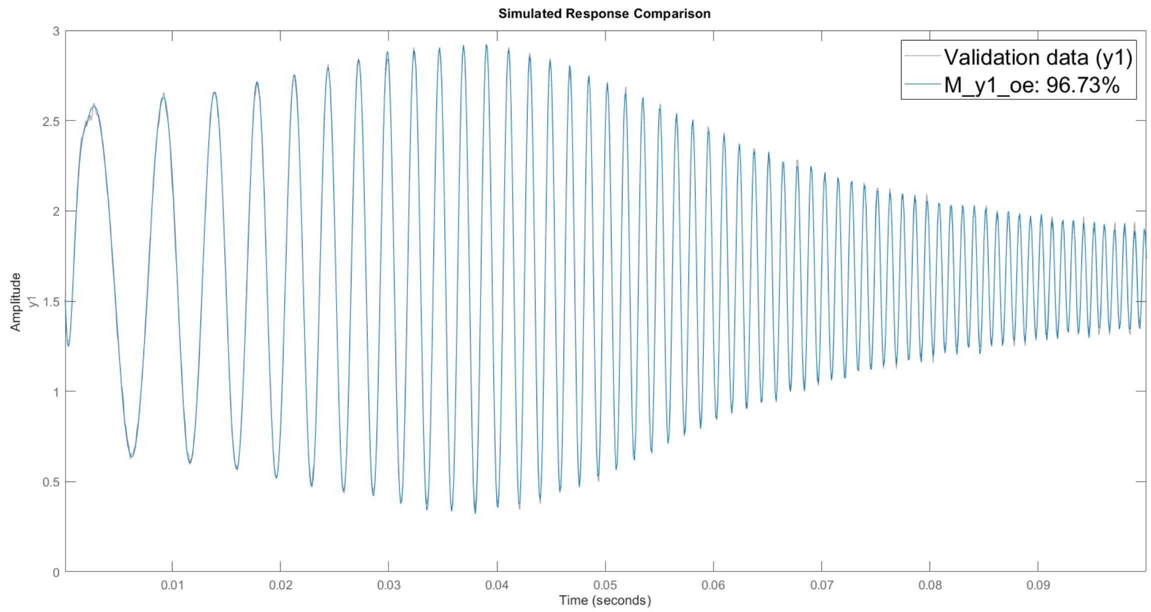
Am ales coeficienții [nb, nf, nk] = [2, 2, 0] si obțin funcția de transfer in z :

$$\mathrm{H}(z^{-1}) = \frac{0.005568 + 0.1002\, z^{-1}}{1 - 1.657\, z^{-1} + 0.7616\, z^{-2}}$$

$$\mathrm{H}(z) = \frac{0.005568\, z^{2} + 0.1002\, z}{z^{2} - 1.657\, z + 0.7616}$$

$$\mathrm{H(s)} = \frac{0.005568\, s^{2} + 649.7\, s + 1.22e07}{s^{2} + 2723\, s + 1.207e07}$$





Din figura tragem concluzia ca modelul este validat doar pentru intercorelație, trecând doar unul dintre teste, având o suprapunere pe datele de validare de 96.73%, având o eroare de 3.27%.

Semnal Y2

a)Metoda ARMAX:

Am ales coeficienții [na, nb,nc, nk] = [2, 3, 2,0] si obțin funcția de transfer in z :

Discrete-time ARMAX model: A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})e(t)

A(z^{-1}) = 1 - 1.654 z^-1 + 0.7595 z^-2

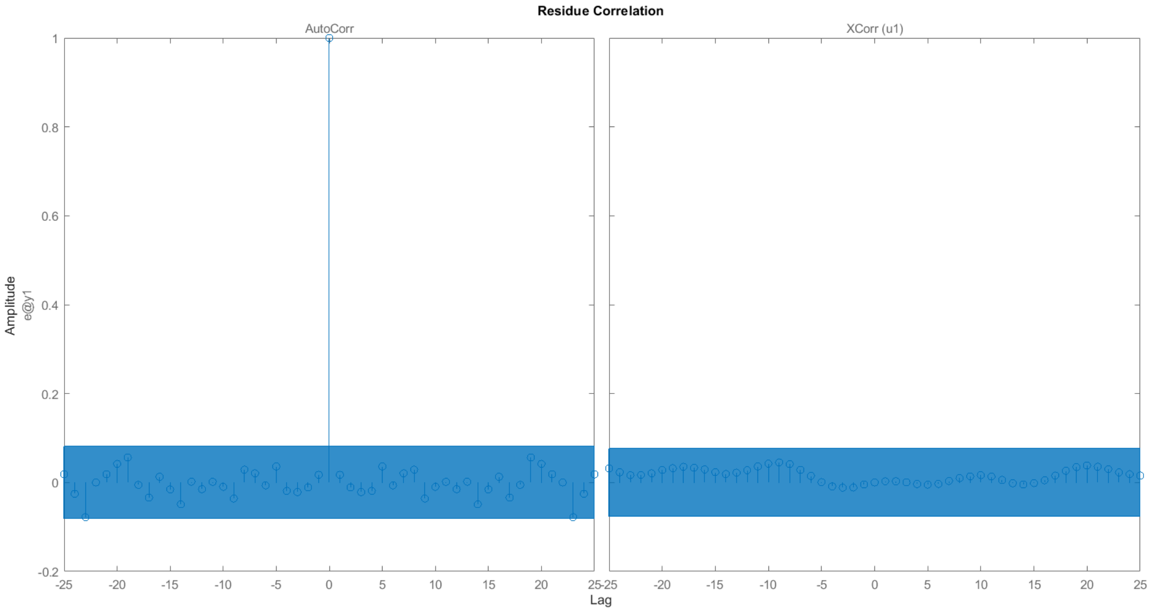
B(z^{-1}) = 0.08995 + 0.08345 z^-1 - 0.06609 z^-2

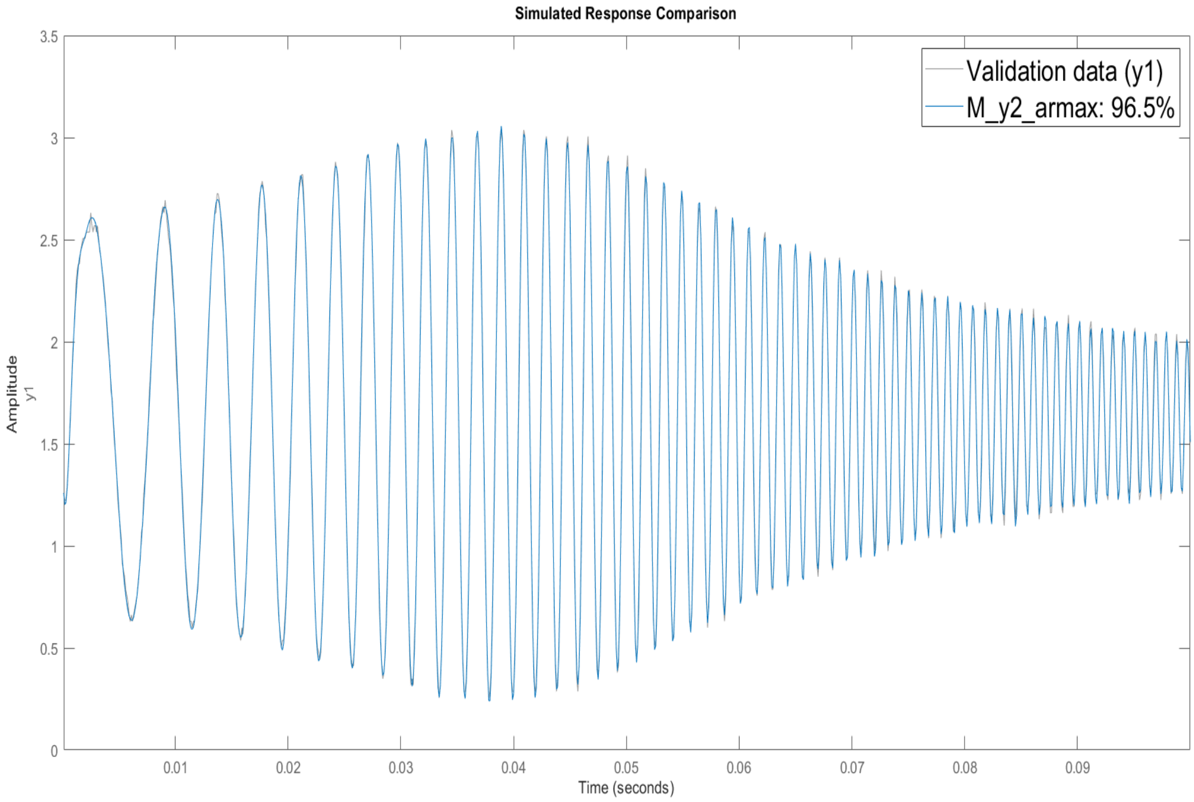
C(z^{-1}) = 1 - 1.451 z^-1 + 0.5918 z^-2

$$\mathrm{H}(z^{-1}) = \frac{0.08995 + 0.08345\, z^{-1} - 0.06609\, z^{-2}}{1 - 1.654\, z^{-1} + 0.7595\, z^{-2}}$$

$$\mathrm{H(z)} = \frac{0.08995\, z^{2} + 0.08345\, z - 0.06609}{z^{2} - 1.654\, z + 0.7595}$$

$$\mathrm{H(s)} = \frac{0.08995\, s^{2} + 2361\, s + 1.24e07}{s^{2} + 2751\, s + 1.216e07}$$





Din figură tragem concluzia că modelul este validat doar pentru autocorelație, trecând doar unul dintre teste, având o suprapunere pe datele de validare de 96.5%, având o eroare de 3.5%.

b)Metoda OE:

Am ales coeficienții [nb, nf, nk] = [3, 2, 0] si obțin funcția de transfer in z :

Discrete-time OE model: y(t) = [B(z^{-1})/F(z^{-1})]u(t) + e(t)

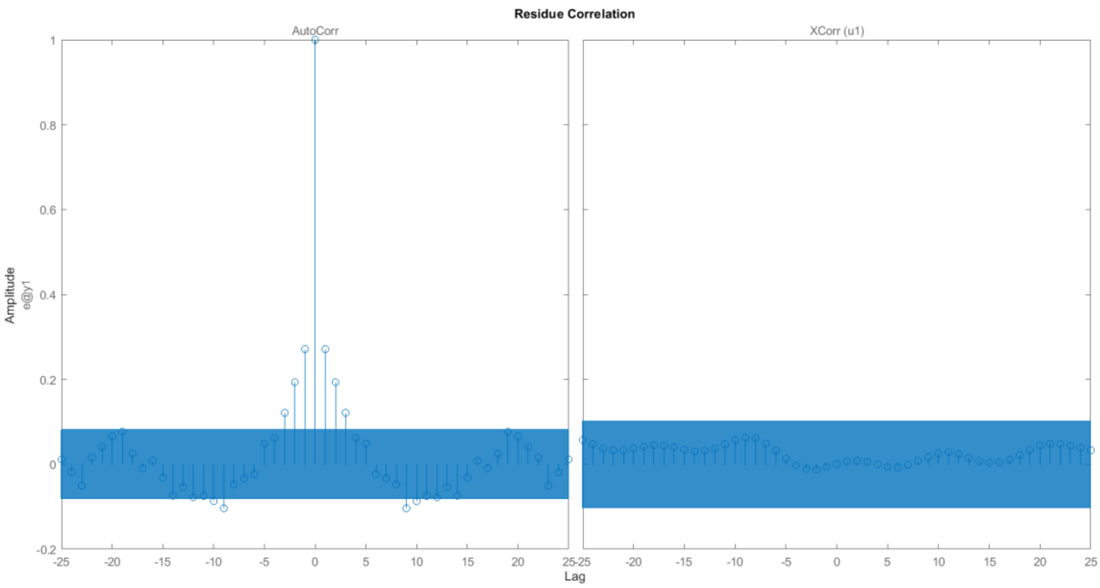
B(z^{-1}) = 0.09035 + 0.08183 z^-1 - 0.06463 z^-2

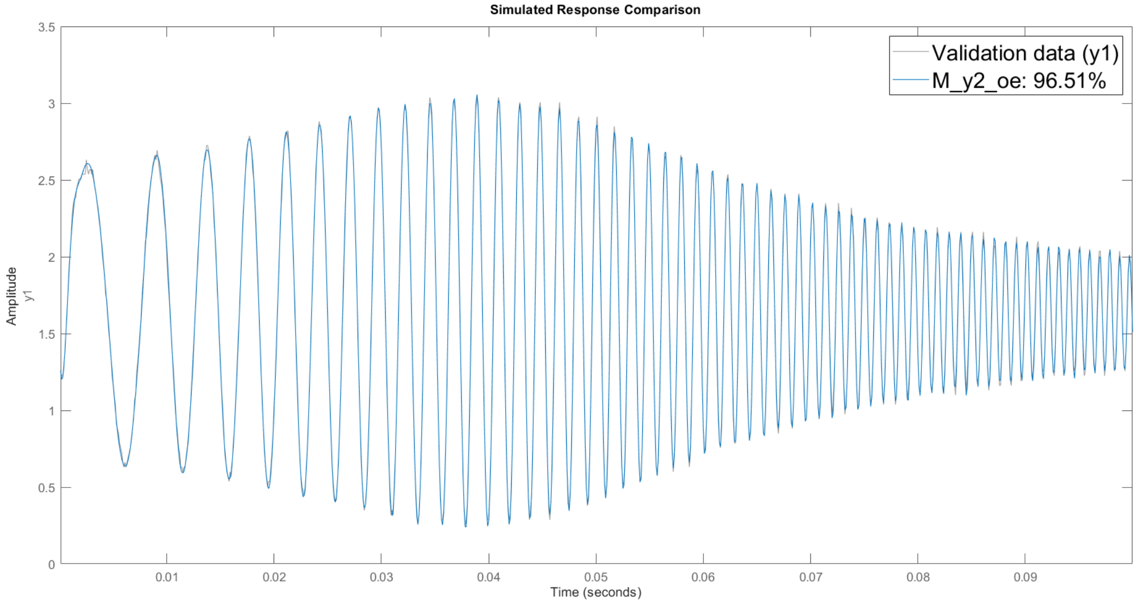
F(z^{-1}) = 1 - 1.654 z^-1 + 0.7597 z^-2

$$\mathrm{H}(z^{-1}) = \frac{0.09035 + 0.08183\, z^{-1} - 0.06463\, z^{-2}}{1 - 1.654\, z^{-1} + 0.7597\, z^{-2}}$$

$$\mathrm{H}(z) = \frac{0.09035\, z^{2} + 0.08183\, z - 0.06463}{z^{2} - 1.654\, z + 0.7597}$$

$$\mathrm{H(s)} = \frac{0.09035\, s^{2} + 2350\, s + 1.243e07}{s^{2} + 2749\, s + 1.219e07}$$





Se poate observa că semnalul trece testul de intercorelație,însă are o suprapunere pe datele de validare de 96.51%, având o eroare de 3.49%