par J.-M. MARINO [1], E. RIVERON [2], F. BERTRAND [3]

Détermination des limites de chantier minier

Le programme réalise la sélection, sur log de teneur, des chantiers miniers passant la teneur de coupure et obéissant à des contraintes d'ouverture minimum et d'intercalaire stérile minimum. L'algorithme, mathématiquement rigoureux, est basé sur des notions simples de programmation dynamique.

Objectifs

La représentation graphique et l'estimation des gisements à partir de sondages utilisent comme données de base principales les logs de teneur; l'information est obtenue soit directement par analyses chimiques de tronçons de carottes, soit par corrélation (avec la radioactivité dans le cas de l'uranium).

L'objectif poursuivi dans la méthode exposée est de déterminer sur chaque sondage les passes susceptibles d'être exploitées dans un contexte économique et technique fixé.

Aucun développement n'est fait ici sur les méthodes de représentation ou d'estimation qui utilisent les résultats en tant que «variables utiles»; pour simplifier, on admet l'hypothèse de gisements stratiformes horizontaux reconnus par sondages verticaux, dont la mesure de la teneur est connue à intervalles constants.

1. MODÉLISATION

Le contexte économique s'exprime par la donnée d'une teneur de coupure tc. En l'absence de contrainte technique, on forme les passes exploitables (les chantiers) en regroupant les intervalles contigus pour lesquels la teneur est supérieure à la teneur de coupure tc.

Si on repère les intervalles du log par un indice i prenant des valeurs entières de 1 à N, et si on nomme chaque teneur élémentaire t (i), la contrainte économique peut être reformulée:

— on retient tous les intervalles j tels que $t(j) \geqslant tc$;
— ou bien: après calcul des valorisations $v(i) = t(i) - tc$, on retient tous les intervalles j tels que $v(j) \geqslant 0$;
— ou bien: les chantiers sont les regroupements des intervalles j qui maximisent la fonction:

$$\left\{ \begin{array}{l} V = \sum_{j=1}^{N} v(j) \\ j \in \text{chantier} \end{array} \right.$$

Le contexte technique implique généralement, en souterrain comme à ciel ouvert, deux contraintes:

— ***une ouverture minimum de chantier (OC):*** le matériel de l'exploitation souterraine ne peut fonctionner par exemple que sous une certaine hauteur libre, ou bien l'abattage ne peut séparer des produits en dessous d'une certaine épaisseur;
— ***une épaisseur minimum d'intercalaire (IC)*** entre deux chantiers qui rend compte des problèmes de tenue de terrain, ou du pouvoir de discrimination des engins d'abattage.

La formulation résultant de la contrainte économique devient donc, en y ajoutant les contraintes techniques d'exploitation:

«Les chantiers sont les regroupements des intervalles j qui maximisent la fonction:

$$V = \sum_{j=1}^{N} v(j) \text{ avec } j \in \text{chantier},$$

Les chantiers étant constitués d'au moins OC intervalles contigus et séparés d'intercalaires d'au moins IC intervalles contigus.»

2. DÉFINITIONS

OC désigne le nombre d'intervalles correspondant à l'ouverture minimum de chantier.

IC désigne le nombre d'intervalles correspondant à l'épaisseur minimum d'intercalaire entre deux chantiers.

• **Chantier:** réunion d'intervalles contigus, en nombre égal ou supérieur à OC.

• **Intercalaire:** réunion d'intervalles contigus, en nombre égal ou supérieur à IC.

• **Indicateur d'exploitation:** variable bivalente $\varepsilon(i)$ telle que:
$\varepsilon(i) = 1$ si l'intervalle i appartient à un chantier;
$\varepsilon(i) = 0$ si l'intervalle i appartient à un intercalaire.

• **Chemin de longueur i:** suite de chantiers et d'intercalaires:

— commençant par un intercalaire;
— contenant un nombre d'intervalles égal à i.

1. Ingénieur à Cogéma, division Minière de l'Hérault.
2. Chef de la Section des Etudes et Réserves de Cogéma.
3. Stagiaire Universitaire au Département des Recherches Minières.

Le chemin peut se terminer par un chantier ou bien par un intercalaire ou encore ne pas contenir de chantier.

On note que le nombre de chemins de longueur i augmente rapidement avec la valeur de i.

• **Valeur d'un chemin de longueur i:**

$$V = \sum_{\substack{j=1 \\ j \in \text{chantier}}}^{i} v(j) = \sum_{j=1}^{i} \varepsilon(j) \cdot v(j)$$

• **Chemin maximal de longueur i:**

parmi tous les chemins de longueur i, c'est celui qui maximise V.

• **Valeurs de chemins maximaux particuliers:**

ces chemins maximaux particuliers sont ceux qui se terminent:

- soit par un chantier; leur valeur est désignée par SV (i);
- soit par un intercalaire; leur valeur est désignée par SO (i).

(i est l'indice de l'intervalle correspondant à la fin d'un chantier ou à la fin d'un intercalaire).

3. ALGORITHME

Le problème consiste à trouver un chemin maximal de longueur N se terminant par un intercalaire. Sa valeur SO (N) est la valorisation du sondage.

Nous allons voir que SO (N) peut être obtenu par récurrence sur SV (i), SO (i).

3.1. Calcul de SV (i)

Un chemin maximal de longueur i, se terminant par un chantier, peut être obtenu de deux façons:

- soit en ajoutant le ième intervalle au chantier qui termine le chemin maximal de longueur i – 1. C'est le cas d'un chantier supérieur à OC.
  Posons : $SV1 = SV(i-1) + \varepsilon(i) \cdot v(i)$
  Soit : $SV1 = SV(i-1) + v(i)$
  puisque dans un chantier $\varepsilon(i) = 1$;
- soit en ajoutant OC intervalles (chantier minimal) au chemin maximal de longueur i – OC, se terminant par un intercalaire. Dans ce cas, la longueur de ce chantier est OC.
  Posons :

$$SV2 = SO(i - OC) + \sum_{j=1}^{OC} \varepsilon(i - OC + j) \cdot v(i - OC + j)$$

$$\text{Soit : } SV2 = SO(i - OC) + \sum_{j=1}^{OC} v(i - OC + j).$$

La valeur SV (i) à retenir est donc: max. (SV1, SV2).

3.2. Calcul de SO (i)

De même, un chemin maximal de longueur i se terminant par un intercalaire peut être obtenu de deux façons:

- soit en ajoutant le ième intervalle à l'intercalaire qui termine le chemin maximal de longueur i – 1.
  Posons : $SO1 = SO(i-1) + \varepsilon(i) \cdot v(i)$.
  Soit : $SO1 = SO(i-1)$
  puisque $\varepsilon(i) = 0$ dans l'intercalaire;
- soit en ajoutant IC intervalles au chemin maximal de longueur i – IC se terminant par un chantier.
  Posons :

$$SO2 = SV(i - IC) + \sum_{j=1}^{IC} \varepsilon(i - IC + j) \cdot v(i - IC + j)$$

Soit : $SO2 = SV(i - IC)$.

La valeur SO (i) à retenir est donc: max. (SO1, SO2).

En opérant ainsi pour chaque valeur de l'indice i, on obtient finalement SO (N), valeur du chemin maximal lié au log.

3.3. Détermination des limites des chantiers

Nous voulons aussi connaître les limites des chantiers. Leur recherche est évidemment très liée à la façon dont on a obtenu SV (i) et SO (i), pour chaque valeur de i, c'est-à-dire selon que l'on a retenu SV1 ou SV2 et SO1 ou SO2.

A chaque étape i de la récurrence, nous allons déterminer les valeurs de deux fonctions prédécesseur, SVP (i) et SOP (i), valeurs qui ne dépendent que de la façon dont on a obtenu SV (i) et SO (i). Ce sont les indices courants du début du chantier ou de l'intercalaire dont l'extrémité est en i.

Si SV (i) = SV1, alors SVP (i) = SVP (i – 1).
Si SV (i) = SV2, alors SVP (i) = i – OC + 1.

Dans le cas où SV1 = SV2 on retient SVP (i) = SVP (i – 1) (chantier de longueur maximale).

De même :

Si SO (i) = SO1, alors SOP (i) = SOP (i – 1).
Si SO (i) = SO2, alors SOP (i) = i – IC + 1.

Dans le cas où SO1 = SO2 on retient SOP (i) = i – IC + 1 (intercalaire de longueur minimale).

Pour trouver le chemin maximal final, on part de i = N:

- le dernier intercalaire débute en SOP (N);
- le dernier chantier se termine à l'indice SOP (N) – 1; soit k, cet indice;
- le début de ce dernier chantier est à l'indice SVP (k) = SVP (SOP (N) – 1).

En I = SVP (k) – 1 on se retrouve donc à la fin d'un chemin maximal de longueur I se terminant par un intercalaire, c'est-à-dire dans une position équivalente à celle du départ en N.

On recommence donc les opérations précédentes et, cela, jusqu'à obtenir une valeur de prédécesseur SOP égale à 1.

3.4. Initialisation

Il est souhaitable que l'algorithme mette en évidence un intercalaire stérile en début et en fin de log. Pour cela, il suffit de s'assurer que v (i) est négatif pour les IC + OC – 1 premières valeurs et les IC dernières, ou sur le log soumis au calcul, que les IC + OC – 1 premières teneurs sont nulles, de même que les IC dernières.

On initialise dans ces conditions les récurrences comme suit:

— $SV(i) = \sum_{j=1}^{OC} v(i - OC + j)$
  pour i = OC à IC + OC – 1 ;
— SVP (IC + OC – 1) = IC ;
— SO (i) = 0 pour i = IC à IC + OC – 1 ;
— SOP (IC + OC – 1) = 1.

Le calcul commence alors pour i = IC + OC.

3.5. Etude d'un exemple simple

Soit un log de N = 15 intervalles. La teneur de coupure est tc = 1, l'ouverture minimum de chantier est OC = 3 et l'épaisseur minimum d'intercalaire est IC = 2.

Le tableau I résume les différentes étapes du calcul.

TABLEAU I

Exemple de fonctionnement de l'algorithme (N = 15, tc = 1, OC = 3, IC = 2).

	Initialisation				Calcul										
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
t (i)	0	0	0	0	4	3	3	0	0	3	4	5	2	0	0
v (i)	−1	−1	−1	−1	3	2	2	−1	−1	2	3	4	1	−1	−1
SV1					0	3	6	6	5	7	10	14	17	16	15
SV2					1	4	7	3	0	1	8	16	15	11	6
SV (i)			−3	−3	1	4	7	6	5	7	10	16	17	16	15
SVP (i)				2	3	4	5	5	5	5	5	10	10	10	10
SO1					0	0	0	1	4	7	7	7	7	10	16
SO2					−3	−3	1	4	7	6	5	7	10	16	17
SO (i)		0	0	0	0	0	1	4	7	7	7	7	10	16	17
SOP (i)				1	1	1	6	7	8	8	8	11	12	13	14

					Chantier n° 1					Chantier n° 2					
ε (i)	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0

La valeur maximale du chemin de longueur N = 15 est 17.
Le dernier intercalaire a comme limites SOP (15) = 14 et 15.
Le dernier chantier a donc comme limites SVP (14 − 1) = 10 et 14 − 1 = 13.
L'intercalaire précédent: SOP (10 − 1) = 8 et 10 − 1 = 9.
Le chantier précédent: SVP (8 − 1 = 5 et 8 − 1 = 7.
L'intercalaire précédent: SOP (5 − 1) = 1 et 5 − 1 = 4.
La solution comme on pourrait s'y attendre intuitivement se compose d'un 1er chantier de i = 5 à 7, et d'un 2e chantier de i = 10 à 13.
La puissance cumulée est Σ h = (7 − 5 + 1) + (13 − 10 + 1) = 7 et l'accumulation cumulée Σ ht = Σ v + tc. Σ h = 17 + (1 × 7) = 24.

3.6. Etude d'un exemple plus complexe

L'exemple du paragraphe précédent conduit à une solution particulièrement évidente. L'exemple traité sur le tableau II permet d'apprécier l'intérêt de l'algorithme pour la résolution des cas habituellement posés.

TABLEAU II

Autre exemple de fonctionnement de l'algorithme (N = 15, tc = 1, OC = 3, IC = 2).

	Initialisation				Calcul										
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
t (i)	0	0	0	0	3	3	3	1	0	2	4	0	2	0	0
v (i)	−1	−1	−1	−1	2	2	2	0	−1	1	3	−1	1	−1	−1
SV1					−1	2	5	6	5	6	9	8	10	9	8
SV2					0	3	6	4	1	0	6	9	9	5	5
SV (i)			−3	−3	0	3	6	6	5	6	9	9	10	9	8
SVP (i)				2	3	4	5	5	5	5	5	10	10	10	10
SO1					0	0	0	0	3	6	6	6	6	9	9
SO2					−3	−3	0	3	6	6	5	6	9	9	10
SO (i)		0	0	0	0	0	0	3	6	6	6	6	9	9	10
SOP (i)				1	1	1	6	7	8	9	9	11	12	13	14

					Chantier n° 1					Chantier n° 2					
ε (i)	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0

La valeur maximale du chemin de longueur N = 15 est 10.
On observe que la solution se compose comme dans le cas précédent d'un 1er chantier de i = 5 à 7, et d'un 2e chantier de i = 10 à 13.
Cette solution a une valeur supérieure d'une unité aux configurations de chantier suivantes:

- 1 chantier unique de i = 5 à 11;
- 1 chantier unique de i = 5 à 13;
- 2 chantiers de i = 5 à 8 et i = 11 à 13.

La puissance cumulée est Σ h = 7 comme précédemment et l'accumulation cumulée Σ ht = Σ v + tc. Σ h = 10 + (1 × 7) = 17.

4. MISE EN ŒUVRE DU LOGICIEL

Un programme de calcul par ordinateur a été établi en Fortran dès 1972 et tourne depuis en routine, pour le compte de différentes exploitations de Cogéma et de ses filiales minières. Il fonctionne aussi sur micro-ordinateur.

Les options disponibles sont:

— calcul à plusieurs teneurs de coupure;
— salissage périphérique: on impose que les débuts et fins de chantier soient à une teneur inférieure à la teneur de coupure;
— sélection de chantiers de minerai pauvre à l'intérieur des intercalaires délimitant les chantiers de minerai riche, soit en cascade, soit en optimisation globale pour les minerais pauvres à valorisation significative (projet).

Les variables associées aux chantiers déterminés sur sondages sont ensuite utilisées dans les représentations graphiques pour des interprétations et des estimations.

Des adaptations sont évidemment à faire lorsque les sondages recoupent obliquement les minéralisations.

TABLEAU I

Exemple de fonctionnement de l'algorithme
(N = 15, tc = 1, OC = 3, IC = 2).

Initialisation					Calcul										
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
t (i)	0	0	0	0	4	3	3	0	0	3	4	5	2	0	0
v (i)	−1	−1	−1	−1	3	2	2	−1	−1	2	3	4	1	−1	−1
SV1					0	3	6	6	5	7	10	14	17	16	15
SV2					1	4	7	3	0	1	8	16	15	11	6
SV (i)			−3	−3	1	4	7	6	5	7	10	16	17	16	15
SVP (i)				2	3	4	5	5	5	5	5	10	10	10	10
SO1					0	0	0	1	4	7	7	7	7	10	16
SO2					−3	−3	1	4	7	6	5	7	10	16	17
SO (i)		0	0	0	0	0	1	4	7	7	7	7	10	16	17
SOP (i)				1	1	1	6	7	8	8	8	11	12	13	14

					Chantier n° 1					Chantier n° 2					
ε (i)	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0

La valeur maximale du chemin de longueur N = 15 est 17.
Le dernier intercalaire a comme limites SOP (15) = 14 et 15.
Le dernier chantier a donc comme limites SVP (14 − 1) = 10 et 14 − 1 = 13.
L'intercalaire précédent: SOP (10 − 1) = 8 et 10 − 1 = 9.
Le chantier précédent: SVP (8 − 1 = 5 et 8 − 1 = 7.
L'intercalaire précédent: SOP (5 − 1) = 1 et 5 − 1 = 4.
La solution comme on pourrait s'y attendre intuitivement se compose d'un 1er chantier de i = 5 à 7, et d'un 2^{e} chantier de i = 10 à 13.
La puissance cumulée est Σ h = (7 − 5 + 1) + (13 − 10 + 1) = 7 et l'accumulation cumulée Σ ht = Σ v + tc. Σ h = 17 + (1 × 7) = 24.

TABLEAU II
Autre exemple de fonctionnement de l'algorithme
(N = 15, tc = 1, OC = 3, IC = 2).

Initialisation					Calcul										
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
t (i)	0	0	0	0	3	3	3	1	0	2	4	0	2	0	0
v (i)	−1	−1	−1	−1	2	2	2	0	−1	1	3	−1	1	−1	−1
SV1					−1	2	5	6	5	6	9	8	10	9	8
SV2					0	3	6	4	1	0	6	9	9	5	5
SV (i)			−3	−3	0	3	6	6	5	6	9	9	10	9	8
SVP (i)				2	3	4	5	5	5	5	5	10	10	10	10
SO1					0	0	0	0	3	6	6	6	6	9	9
SO2					−3	−3	0	3	6	6	5	6	9	9	10
SO (i)		0	0	0	0	0	0	3	6	6	6	6	9	9	10
SOP (i)				1	1	1	6	7	8	9	9	11	12	13	14

					Chantier n° 1					Chantier n° 2					
ε (i)	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0

La valeur maximale du chemin de longueur N = 15 est 10.
On observe que la solution se compose comme dans le cas précédent d'un 1^er^ chantier de i = 5 à 7, et d'un 2^e^ chantier de i = 10 à 13.
Cette solution a une valeur supérieure d'une unité aux configurations de chantier suivantes:

- 1 chantier unique de i = 5 à 11;
- 1 chantier unique de i = 5 à 13;
- 2 chantiers de i = 5 à 8 et i = 11 à 13.

La puissance cumulée est $\Sigma h = 7$ comme précédemment et l'accumulation cumulée $\Sigma ht = \Sigma v + tc. \Sigma h = 10 + (1 \times 7) = 17$.