

为何相对论容许“超光速”

Manifold

2025 年 8 月 8 日

摘 要

这不是一篇反相对论文章，而是为澄清人们对相对论中“不能超光速”的一些误解而作。笔者首先指出，相对论并未禁止所有情况下的超光速现象，而是对特定测量条件下得到的质点的运动速度有限制。然后，笔者介绍了观者与参考系的概念，从而给后面涉及狭义相对论的论述提供了基础。接着，本文讲述了对狭义相对论的基本信条的两种便于推广的等价表述，并将其推广至弯曲时空。最终，文章指出相对论基本信条所限制的是质点世界线的性质（类时曲线）以及质点相对于惯性系的速率，而不是任意参考系下的速度。因此，某些看似超光速的现象（如旋转观者观测到的远处质点）并不违反相对论的基本原则。

关键词：相对论；超光速；惯性参考系；闵氏时空；弯曲时空；类时曲线

目录

1 背景	1
2 观者与参考系浅说	2
2.1 参考系的定义	2
2.2 闵氏时空中的整体惯性系	2
3 相对论的基本信条	2
3.1 狭义相对论基本信条的等价表述之一	2
3.2 狭义相对论基本信条的等价表述之二	3
3.3 将前述基本信条的表述推广到广义相对论	4
4 最终对相对论容许超光速的解释	4

1 背景

很多人对相对论中的“质点运动不能超光速”颇有疑问，甚至举出反例来反对相对论。很经典的一例就是，例如，在平直时空的惯性坐标系中考虑距离观者 $3 \times 10^8 \text{m}$ 的一个静止质点，则观者只须以 1rad/s 的角速度自转，其观测到的质点速度便轻易达到了光速，超光速也并不困难，这岂不是与相对论关于不准超光速的基本信条矛盾了？

实际上并没有，相对论从来没有说过上一段这种速度不能超光速。认为产生矛盾的话，是因为对相对论的基本信条理解不清楚。因此，下面会具体介绍关于狭义相对论和广义相对论关于质点运动不能超光速的基本信条的准确表述。但注意，其中涉及的数学和物理内容过多，笔者只能尽可能地提供一个线索，而不是从头将所有用到的数学和物理零基础地写下来。

2 观者与参考系浅说

之所以提供这一部分，是为了生成一个清晰的对于“相对论不容许超光速”的认识线索。虽然这一部分可以很容易地从书上查到，但若不提供一点引导，恐怕理解起来是一个难题。

2.1 参考系的定义

我们说，无数观者的集合 \mathcal{R} 叫一个参考系，若它满足时空 (或其中一个开子集) 中的任一点有且仅有 \mathcal{R} 内的一个观者的世界线经过。

通俗地讲，上述定义给出的参考系可以对时空 (或其中一个开子集) 中的任一事件进行直接观测，因为在任意时空点上有且仅有一个观者的时空点与之重合。

2.2 闵氏时空中的整体惯性系

如果参考系中的所有观者相对于所在坐标系的速率为零，则称该坐标系为惯性坐标系，该参考系为惯性参考系，组成参考系的观者称为惯性观者。在不必认真区分参考系和坐标系时，惯性参考系和惯性坐标系又统称惯性系。

在闵氏时空中，惯性系的定义域是全时空 (整个 \mathbb{R}^4)，因此亦称整体惯性系。

3 相对论的基本信条

3.1 狭义相对论基本信条的等价表述之一

用惯性坐标系可定义任何粒子的速率。设 L 为粒子的世界线， p, q 为 L 上两邻点， (t_1, x_1, y_1, z_1) 和 (t_2, x_2, y_2, z_2) 分别为 p 和 q 在某惯性系 \mathcal{R} 中的坐标。令

$$dt \equiv t_2 - t_1, \quad dx \equiv x_2 - x_1, \quad dy \equiv y_2 - y_1, \quad dz \equiv z_2 - z_1, \quad (1)$$

则粒子在 p 时相对于 \mathcal{R} 系的速率定义为

$$u := \frac{\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}}{dt}, \quad (2)$$

于是由式

$$ds^2 = -dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad (3)$$

可知世界线 L 介于 p, q 之间的线元为

$$ds^2 = -(1 - u^2)dt^2. \quad (4)$$

上式表明 $u = 1$ 同 $ds^2 = 0$ (线元为类光) 等价; $u < 1$ 同 $ds^2 < 0$ (线元为类时) 等价。因此, 狭义相对论的两个重要基本信条——(1) 光子相对于任何惯性系的速率 $u = 1$; (2) 质点相对于任何惯性系的速率 $u < 1$ ——便可用 4 维语言表述如下:

- (1) 光子世界线 (是闵氏时空的) 类光曲线;
- (2) 质点世界线 (是闵氏时空的) 类时曲线。

3.2 狭义相对论基本信条的等价表述之二

我们先定义出不依赖于坐标系的 3 速以及 3 速率。具体过程省略。只需注意一点, 即下面所说的质点相对于任一瞬时观者的 3 速是指相对与其时空点重合的观者, 因观者目前只能做当时当地测量。

定义 1. 设 $L(t)$ 为任意质点, $p \in L$, 则质点相对于任一瞬时观者 (p, Z^a) 的 3 速 u^a 由式

$$u^a := h^a_b U^b / \gamma \quad (5)$$

定义, 其中 $h_{ab} \equiv \eta_{ab} + Z_a Z_b$, $\gamma \equiv -U^a Z_a$ 。

定义 2. 质点对瞬时观者的 3 速度矢量 u^a 的长度 $u = \sqrt{u^a u_a}$ 叫质点对该瞬时观者的 3 速率, 其中 $u_a := \eta_{ab} u^b = h_{ab} u^b$ 。

设 $p \in L, G$ 为由 (p, Z^a) 决定的测地线, 可以证明, 质点 L 相对于瞬时观者 (p, Z^a) 的 3 速率与 L 相对于 G 所在惯性系 \mathcal{R} 的 3 速率 [按式(2)定义] 一致。

暂时把 $L(\tau)$ 放宽为类时、类光和类空曲线, 对类时和类空情况, τ 代表线长, 对类光情况, τ 代表任一参数, 令 $U^a \equiv (\partial/\partial\tau)^a$, 仍用式(5)定义 u^a , 则

$$\begin{aligned} u^2 &= h_{ab} u^a u^b = h_{ab} (h^a_c U^c) (h^b_d U^d) / \gamma^2 = h_{cd} U^c U^d / \gamma^2 \\ &= (\eta_{cd} U^c U^d + Z_c Z_d U^c U^d) / \gamma^2 = (\eta_{cd} U^c U^d + \gamma^2) / \gamma^2, \end{aligned} \quad (6)$$

上式表明

- (1) $u < 1 \Leftrightarrow \eta_{cd} U^c U^d < 0$, 即 3 速率小于光速者走类时线;
- (2) $u = 1 \Leftrightarrow \eta_{cd} U^c U^d = 0$, 即 3 速率等于光速者走类光线;
- (3) $u > 1 \Leftrightarrow \eta_{cd} U^c U^d > 0$, 即 3 速率大于光速者走类空线。

可见, 只要用式(5)定义 3 速 (即对质点速度做当时当地测量), 则相对论基本信条“质点世界线为类时线”可用 3 维语言表述为“质点的 3 速率为亚光速”。

3.3 将前述基本信条的表述推广到广义相对论

经过 §3.1 和 §3.2 的研究，我们已经得到了很便于自然推广的相对论基本信条表述形式。对于 §3.1 中的形式，只须原封不动地照搬，即广义相对论的基本信条的 4 维语言表述为

- (1) 光子世界线 (是广义时空的) 类光曲线;
- (2) 质点世界线 (是广义时空的) 类时曲线。

虽然形式几乎完全一样，但本质还是有区别的，因为广义相对论中涉及的类光和类时线往往与闵氏时空中的不同，这是由度规不同导致的。

对于 §3.2 中的形式，只须把涉及闵氏度规 η_{ab} 的地方全部改成充分广义的度规 g_{ab} ，即实现推广。

4 最终对相对论容许超光速的解释

从前面的内容，我们已经看到，相对论的基本原则 (之一) 是“质点世界线是类时曲线”，也可以写作“对质点做当时当地测量时，质点速率不能超光速”，而从没有说过，任意定义的参考系或者坐标系下，质点的速率都不能超光速。因此像前面所说的那种旋转观者测量的远处质点超光速完全是容许的。

参考文献

- [1] 梁灿彬, 周彬. 微分几何入门与广义相对论上册. 2 版. 北京: 科学出版社, 2006. Print.