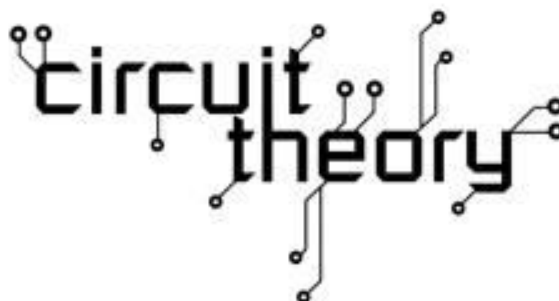




**Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής
Σχολή Μηχανικών
Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής και Υπολογιστών**

Ασκήσεις Εργαστηρίου Θεωρίας κυκλωμάτων

2η ΑΣΚΗΣΗ



**Σημειώσεις 2020, Βουτσινάς Στυλιανός
Αναθεώρηση ύλης, Επιμέλεια 2021, Καμπούρης Χρήστος**

**ΑΘΗΝΑ
2021**

Εργασία 2^η – Εξαρτημάτα RLC, μεταβατική απόκριση

1.1 Θεωρητικό μέρος

Στα κυκλώματα RLC, μπορούμε να έχουμε πλήρη εικόνα για τη συμπεριφορά τους στο πεδίο του χρόνου, όταν μελετήσουμε την **χρονική τους απόκριση**.

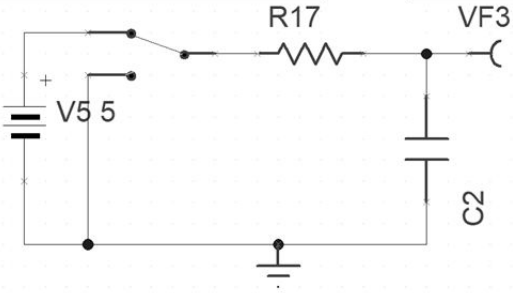
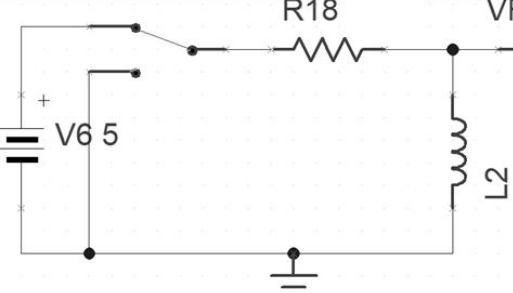
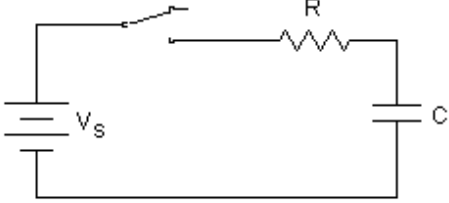
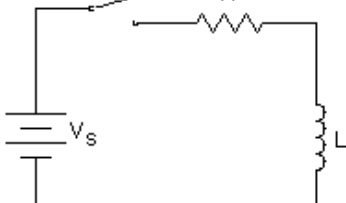
(σημ. υπάρχουν βεβαίως και άλλες αποκρίσεις όπως πχ στο πεδίο συχνοτήτων, ή για συγκεκριμένες εισόδους, ή μέσω μετασχηματισμών)

Η πλήρης απόκριση κυκλώματος προκύπτει από το άθροισμα (λόγω επαλληλίας) των αρχικών συνθηκών και της διέγερσης του κυκλώματος)

	ΠΛΗΡΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗ	
		
ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗ		ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗ
ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΜΗΔΕΝΙΚΗΣ ΕΙΣΟΔΟΥ		ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΜΗΔΕΝΙΚΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ
ΦΥΣΙΚΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗ		ZERO STATE RESPONSE
Transient φαινόμενα		Forced response
Δεν υπάρχουν πηγές ή άλλες διεγέρσεις		Υπάρχουν μόνον διεγέρσεις
Υπάρχει μόνο αποθηκευμένη ενέργεια		Όλα είναι "αφόρτιστα" χωρίς αποθηκ. ενέργεια

Στο εργαστήριο θα μελετήσουμε τη μεταβατική απόκριση, αλλά για να το επιτύχουμε αυτό θα προσομοιώσουμε αρχικά μία εξαναγκασμένη απόκριση ώστε να φορτίσουμε σε αρχικές συνθήκες τους πυκνωτές μας κλπ. Όταν συνδεσμολογήσουμε ένα κύκλωμα που περιέχει πυκνωτή και το τροφοδοτήσουμε με συνεχή τάση, τότε αυτός αφού φορτίσει πλήρως (στη μέγιστη χωρητικότητά του) συμπεριφέρεται στη συνέχεια σαν ανοικτοκύκλωμα, δηλαδή συμπεριφέρεται

σαν ανοικτός διακόπτης. Αντίστροφα, το πηνίο συμπεριφέρεται σαν βραχυκύκλωμα. Ας παρατηρήσουμε τί γίνεται την ώρα που κλείνει το κύκλωμα σε καθένα από τα παρακάτω κυκλώματα:

RC σε σειρά	RL σε σειρά
	
 <p>Κύκλωμα 1α) σε απλοποιημένη μορφή</p>	 <p>Κύκλωμα 1β) σε απλοποιημένη μορφή</p>

Μελέτη κυκλώματος RC

Αρχικές σκέψεις : ο πυκνωτής θα εκτεθεί σε διαφορά δυναμικού, και θα αρχίσει να διαρρέεται από ρεύμα, μέσω της αντίστασης. Συνεπώς θα αρχίσει να φορτίζεται. Για το κύκλωμα 1α έχουμε:

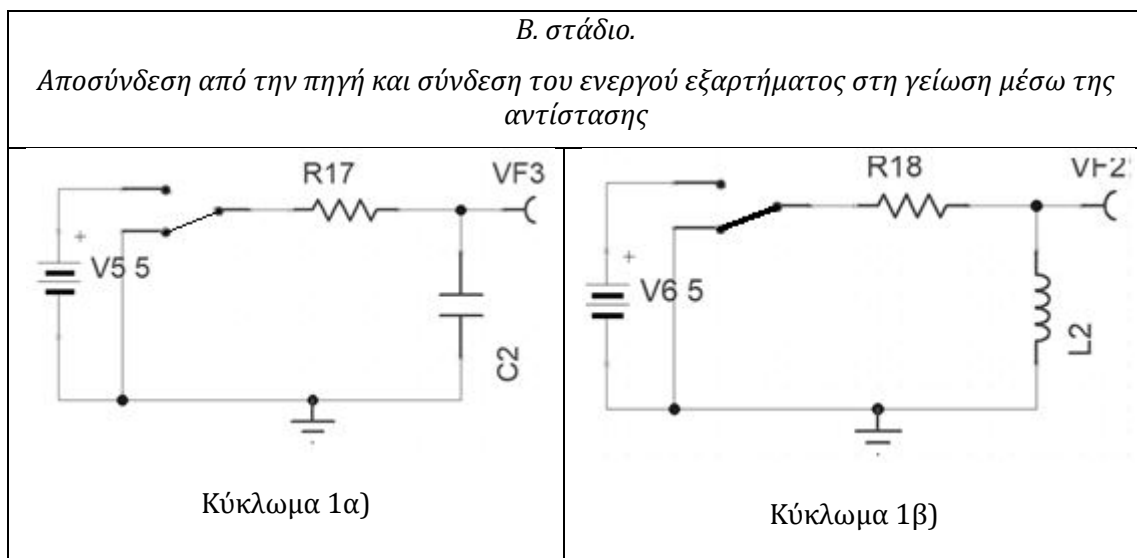
- Από τον νόμο του Kirchhoff $V_s - V_r - V_c = 0$
- Η πτώση τάσης στα άκρα της αντίστασης και του πυκνωτή δίνονται από τις σχέσεις
$$\begin{cases} V_R(t) = RI(t) \\ V_C(t) = \frac{1}{C} \int I(t) dt \end{cases}$$
- Συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις έχουμε: $V_s = RI(t) + \frac{1}{C} \int I(t) dt$.

Διαφορίζοντας και τα δύο σκέλη ως προς τον χρόνο έχουμε

$$\frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{RC} I(t) = 0$$

- Επιλύοντας την διαφορική εξίσωση θεωρώντας ότι ο πυκνωτής φορτίζει μέσω της πηγής $V_s = V$ που είναι παρούσα στο κύκλωμα, παίρνουμε σαν λύσεις για τάση και ένταση:

$$\left\{ \begin{array}{l} I(t) = \frac{V - V_c(0)}{R} e^{-\frac{1}{RC}t} \\ V_R(t) = V e^{-\frac{1}{RC}t} \\ V_c(t) = V \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t} \right), \left\{ \begin{array}{l} \text{για } t \rightarrow 0, e^{-\frac{0}{RC}} = 1 \rightarrow V_c = 0 \\ \text{για } t \rightarrow RC, e^{-\frac{RC}{RC}} = e^{-1} \rightarrow V_c = 0.632V \\ \text{για } t \rightarrow 5RC, e^{-\frac{5RC}{RC}} = e^{-5} \rightarrow V_c = 0.993V \\ \text{για } t \rightarrow \infty, e^{-\frac{\infty}{RC}} = 0 \rightarrow V_c = V \end{array} \right. \end{array} \right.$$



- Δεύτερο στάδιο : ο πυκνωτής θα έχει αποθηκευμένη ενέργεια την οποία θα διοχετεύσει στο κύκλωμα μέσω της αντίστασης. Συνεπώς θα αρχίσει να αποφορτίζεται. Για το κύκλωμα 1α έχουμε: Επιλύοντας την διαφορική εξίσωση θεωρώντας ότι ο πυκνωτής είναι φορτισμένος ($V_c(0) = -V_s = -V$) και το κύκλωμα έχει απομακρύνει την πηγή τροφοδοσίας παίρνουμε σαν λύσεις για τάση και ένταση:

$$\left\{ \begin{array}{l} I(t) = -\frac{V}{R} e^{-\frac{1}{RC}t} \\ V_R(t) = -V e^{-\frac{1}{RC}t} \\ V_c(t) = V e^{-\frac{1}{RC}t}, \left\{ \begin{array}{l} \text{για } t \rightarrow 0, e^{-\frac{0}{RC}} = 1 \rightarrow V_c = V \\ \text{για } t \rightarrow RC, e^{-\frac{RC}{RC}} = e^{-1} \rightarrow V_c = 0.368V \\ \text{για } t \rightarrow 5RC, e^{-\frac{5RC}{RC}} = e^{-5} \rightarrow V_c = 0.007V \\ \text{για } t \rightarrow \infty, e^{-\frac{\infty}{RC}} = 0 \rightarrow V_c = 0 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Πρακτικά λοιπόν, ο πυκνωτής φορτίζει και εκφορτίζει μετά από χρόνο ίσο με $5RC$.

Η σταθερά $\tau=RC$ ονομάζεται σταθερά χρόνου του κυκλώματος

Σημείωση : Η τάση στην αντίστοιχη σταθερά χρόνου, κατά την φόρτιση και την αποφόρτιση αθροιστικά, ισούται με την τάση της πηγής, δηλαδή με το σύνολο του δυναμικού στα άκρα του πυκνωτή.

	1*RC	2*RC	3*RC	4*RC	5*RC
Φόρτιση	63.2 % V_{in}	86.5% V_{in}	95% V_{in}	98% V_{in}	99.3% V_{in}
Εκφόρτιση	36.8% V_c	13.5% V_c	5% V_c	2% V_c	0.7% V_c
$V_{C_ch} + V_{C_dis}$	100% V_{π}	100% V_{π}	100% V_{π}	100% V_{π}	100% V_{π}

Μελέτη κυκλώματος RL

Για το κύκλωμα 1β αντίστοιχα έχουμε:

- Από τον νόμο του Kirchhoff $V_s - V_r - V_L = 0$
- Η πτώση τάσης στα άκρα της αντίστασης και του πηνίου, δίνονται από τις σχέσεις
$$\begin{cases} V_R(t) = RI(t) \\ V_L(t) = L \frac{I(t)}{dt} \end{cases}$$
- Συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις έχουμε: $V_s = RI(t) + L \frac{I(t)}{dt}$.
Διαφορίζοντας και τα δύο σκέλη ως προς τον χρόνο έχουμε

$$\frac{dI(t)}{dt} + \frac{R}{L}I(t) = \frac{V}{L}$$

- Επιλύοντας την διαφορική εξίσωση θεωρώντας ότι ο μεταγωγέας είναι αρχικά ανοικτός και την χρονική στιγμή $t_0=0$ ο μεταγωγέας κλείνει επομένως το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα προερχόμενο από την πηγή:

$$\left\{ \begin{array}{l} I(t) = \frac{V}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t}), \left\{ \begin{array}{l} \text{για } t \rightarrow \infty, e^{-\frac{R}{L}\infty} = 0 \rightarrow I = \frac{V}{R} \\ \text{για } t \rightarrow 0, e^{-\frac{R}{L}0} = e^0 \rightarrow I = 0A \\ \text{για } t \rightarrow \frac{L}{R}, e^{-\frac{RL}{RL}} = e^{-1} \rightarrow I = 0.632 \frac{V}{R} \end{array} \right. \\ V_R(t) = V \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \\ V_L(t) = V e^{-\frac{R}{L}t} \end{array} \right.$$

- Επιλύοντας την διαφορική εξίσωση θεωρώντας ότι ο μεταγωγέας είναι αρχικά γυρισμένος στην πηγή και την χρονική στιγμή $t_0=0$ ο μεταγωγέας μετάγεται προς την γή, επομένως μεταβάλλεται η τιμή της έντασης του ρεύματος και εμφανίζεται τάση από αυτεπαγωγή στο πηνίο:

$$\left\{ \begin{array}{l} I(t) = \frac{V}{R} e^{-\frac{R}{L}t}, \left\{ \begin{array}{l} \text{για } t \rightarrow \infty, e^{-\frac{R}{L}\infty} = 0 \rightarrow I = 0A \\ \text{για } t \rightarrow 0, e^{-\frac{R}{L}0} = e^0 \rightarrow I = \frac{V}{R} \\ \text{για } t \rightarrow \frac{L}{R}, e^{-\frac{RL}{RL}} = e^{-1} \rightarrow I = 0.368 \frac{V}{R} \end{array} \right. \\ V_R(t) = V e^{-\frac{R}{L}t} \\ V_L(t) = -V e^{-\frac{R}{L}t} \end{array} \right.$$

Πρακτικά λοιπόν, η ένταση του ρεύματος φθάνει στην μέγιστη τιμή του και αντίστοιχα μηδενίζει, αφού μεσολαβήσει χρόνος $t=5L/R$.

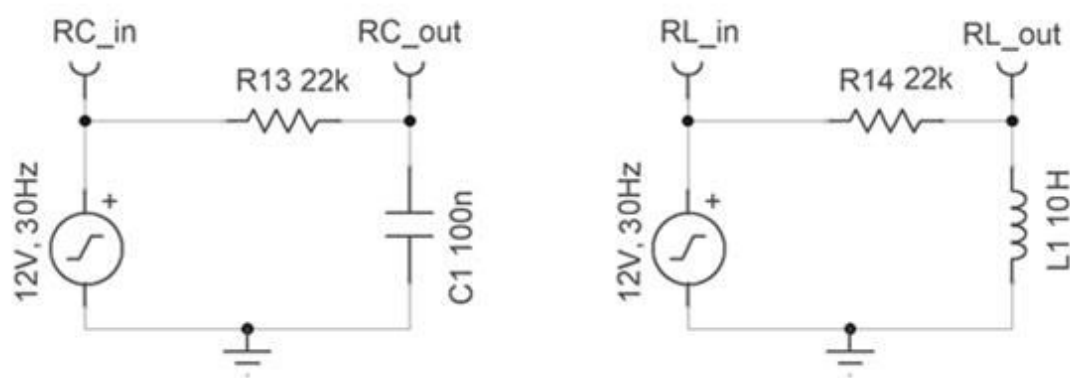
Η σταθερά $\tau=L/R$ ονομάζεται σταθερά χρόνου του κυκλώματος

Σημείωση : Το άθροισμα των ρευμάτων του πηνίου στον ίδιο χρόνο μελέτης (πχ στα 3τ), κατά την μεταγωγή του διακόπτη προς την πηγή όσο και προς τη γή, ισούται με το συνολικό ρεύμα του κυκλώματος V/R .

	1*L/R	2* L/R	3* L/R	4* L/R	5* L/R
Κλ. Διακ.	63.2 % I_{max}	86.5% I_{max}	95% I_{max}	98% I_{max}	99.3% I_{max}
Αν. διακ.	36.8% I_{max}	13.5% I_{max}	5% I_{max}	2% I_{max}	0.7% I_{max}
$I_{openSw}+I_{closedSw}$	100% I_{max}	100% I_{max}	100% I_{max}	100% I_{max}	100% I_{max}

1.2 Εργαστηριακό μέρος

Υλοποιήστε τα κυκλώματα του σχήματος 6. Συνδεσμολογήστε πηγή τετραγωνικού παλμού τάσης 12V και το κανάλι A και B του παλμογράφου στην είσοδο και την έξοδο του κάθε κυκλώματος. Καταγράψτε τις μετρήσεις σας στους παρακάτω πίνακες για την μετάβαση από τα $0V \rightarrow 12V$. Στην συνέχεια επαναλάβετε τις μετρήσεις για την μετάβαση από τα $12V \rightarrow 0V$. Τέλος εμφανίσατε τα δεδομένα γραφικά, ξεχωριστά αλλά και σε υπέρθεση. Σχολιάστε τις μετρήσεις σας.



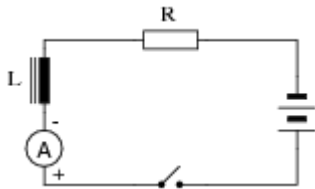
Σχήμα6

Vπηγής = 12V				Συχνότητα πηγής 30Hz		
RC				σταθερά χρόνου= ?		
R (Ω)	$\tau=RC$ sec	$V_c(1\tau)$ Volt	$V_c(2\tau)$ Volt	$V_c(3\tau)$ Volt	$V_c(4\tau)$ Volt	$V_c(5\tau)$ Volt
1k						
4k7						
12k						
22k						

Vπηγής = 12V				Συχνότητα πηγής 30Hz		
RL				σταθερά χρόνου= ?		
R (Ω)	$\tau=L/R$	$V_L(1\tau)$	$V_L(2\tau)$	$V_L(3\tau)$	$V_L(4\tau)$	$V_L(5\tau)$
3k3						
4k7						
12k						
22k						

1.3 Ερωτήσεις

- Όταν ένας μηχανικός χρειάζεται ένα κύκλωμα για να παρέχει χρονοκαθυστέρησης, σχεδόν πάντα επιλέγει ένα κύκλωμα RC αντί για ένα κύκλωμα RL. Εξηγήστε γιατί.
- Περιγράψτε την μέγιστη τιμή του ρεύματος, καθώς επίσης τι θα παρατηρηθεί στο ρεύμα με το κλείσιμο του διακόπτη στο παρακάτω κύκλωμα:



- Τι τιμή αντίστασης απαιτείται σε ένα RC κύκλωμα με τιμή πυκνωτή 50μF, προκειμένου να υπάρχει χρονοκαθυστέρηση ενός δευτερολέπτου;