fpga\_synth  
von Dominic Strübi / Claudio Rutishauser / Marco Heinzen



Juni 2019, Et18b, DTP2, ZHAW

# Inhalt

[Inhalt 2](#_Toc9361658)

[Einleitung 3](#_Toc9361659)

[Experiment und Berechnungen 3](#_Toc9361660)

[Dichte von Stahl 3](#_Toc9361661)

[Vergleich der dynamischen Viskosität 4](#_Toc9361662)

[Rapsöl: 4](#_Toc9361663)

[Messungen: 4](#_Toc9361664)

[Dynamische Viskositäten: 4](#_Toc9361665)

[Rizinusöl: 4](#_Toc9361666)

[Messungen: 4](#_Toc9361667)

[Dynamische Viskositäten: 4](#_Toc9361668)

[Berechnung kinematische Viskosität 4](#_Toc9361669)

[Resultate Rapsöl: 5](#_Toc9361670)

[Resultate Rizinusöl: 5](#_Toc9361671)

[Stationäre Sinkgeschwindigkeit 5](#_Toc9361672)

[Resultat Rapsöl: 5](#_Toc9361673)

[Reynolds-Zahl 5](#_Toc9361674)

[Resultate Rapsöl: 6](#_Toc9361675)

[Resultate Rizinusöl: 6](#_Toc9361676)

[Diskussion und Zusammenfassung 6](#_Toc9361677)

[Literaturverzeichnis & Referenzen 6](#_Toc9361678)

[Appendix: Matlab viskosität matlab script by Jonathan Vogt 2019 7](#_Toc9361679)

[viskositaet 7](#_Toc9361680)

[Berechnung Roh von Stahl mit fehler 7](#_Toc9361681)

[Messungen der Fallzeiten und Streuung 7](#_Toc9361682)

[Dynamische Viskosität 8](#_Toc9361683)

[Kinematische Viskosität 8](#_Toc9361684)

[Stationäre Sinkgeschwindigkeit 9](#_Toc9361685)

[Raynold Zahl 10](#_Toc9361686)

Einleitung   
*In einem Behälter befindet sich ein Fluid, dessen Viskosität bekannt ist, und dessen dynamische Viskosität und Reynolds Zahl berechnet werden soll. Dazu tauchen wir eine kleine massive Stahlkugel mit dem Radius r und der Dichte K in die Flüssigkeit ein und lassen die Kugel aus der Ruhe heraus in das Fluid sinken. (Abbildung 1). Hat die Kugel eine gewisse Strecke zurückgelegt, sinkt sie mit einer konstanten Geschwindigkeit v, die man durch eine Messung von zurückgelegter Strecke s und dafür benötigter Zeit t bestimmen können. Die Gewichtskraft wird die Kugel nach unten beschleunigen, während die Auftriebskraft und die Reibung dieser Bewegung entgegenwirken.*

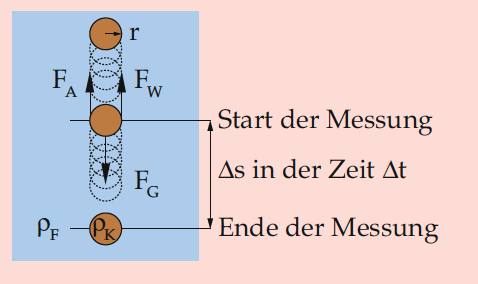


Abbildung 1: Darstellung der sinkenden Kugel. Hierbei sind FA die

Auftriebskraft, FW die Reibungskraft, FG die Gewichtskraft, \_F die Dichte

# Experiment und Berechnungen

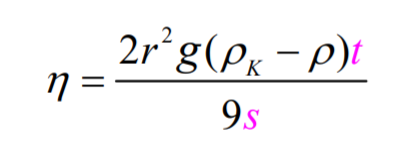
(Berechnungen siehe MATLAB Skript, Excel File: Messungen)  
In unserem Experiment werden die Viskositäten verschiedener Öle experimentell ermittelt. Mithilfe des Versuchsaufbaus (siehe Titelblatt) und verschiedenen Stahlkugeln (2-4mm) wird die Sinkgeschwindigkeit gemessen (Zeit für eine bestimmte Strecke). Hierbei wird darauf geachtet, dass die Zeit erst bei einer stationären Geschwindigkeit startet, dh. dass die resultierende Beschleunigung konstant ist.

Dichte von Stahl  
Zuerst werden 6 Kugeln gewogen und deren Durchmesser gemessen, damit lässt sich die Dichte berechnen. Da es sich um eine Kugel handelt, kann durch folgende Rechnung die Dichte berechnet werden:

Gemessen: 1.567g (+/- 0.001) --> Sechs Kugeln mit Durchmesser von 4mm  
=>  Stahl = 7.794 +/- 0.009 (Berechnung siehe MATLAB)  
Dies entspricht den zu erwarteten Werten von 7000-8000

## Vergleich der dynamischen Viskosität

Die dynamische Viskosität wird wie folgt berechnet:



Dabei steht g für die Erdbeschleunigung, für die Dichte der Kugel, , für die Dichte des Mediums und s und t für den zurückgelegten Weg in gegebener Zeit.

Die berechneten Dynamischen Viskositäten werden für die jeweiligen Messungen der verschiedenen Kugelgrössen verglichen. Da es sich um eine Materialkonstante handelt, sollte für jeden Kugeldurchmesser derselben Wert erhalten werden.  
Für alle Berechnungen wird für den Weg 400 +/-2 mm verwendet. Dieser Weg wurde mit Maßstab am Objekt gemessen. Für die Zeiten wurden stets zehn Messungen gemacht und der Mittelwert mit Fehler berechnet.

Rapsöl:

### Messungen:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kugel-Durchmesser | Messungen Zeit in Sekunden [s] | | | | | | | | | | Mittelwert mit Fehler [s] |
| 2 mm | 2.65 | 2.6 | 2.64 | 2.63 | 2.59 | 2.58 | 2.66 | 2.67 | 2.55 | 2.69 | 2.63 +/- 0.10 |
| 3 mm | 1.53 | 1.48 | 1.45 | 1.43 | 1.58 | 1.40 | 1.45 | 1.59 | 1.46 | 1.43 | 1.48 +/- 0.15 |
| 4 mm | 1.02 | 1.04 | 1.00 | 0.99 | 1.03 | 1.1 | 1.02 | 1.04 | 0.98 | 1.03 | 1.02 +/- 0.05 |

### Dynamische Viskositäten:

2mm Kugel: 98.7 mPas+/- 9.2 %  
3mm Kugel: 125 mPas+/- 12 %  
4mm Kugel: 153 mPas+/- 7.3 %

## Rizinusöl:

### Messungen:

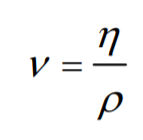
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kugel-Durchm. | Messungen [s] | | | | | | | | | | Mittelwert mit Fehler [s] |
| 2 mm | 26.45 | 26.63 | 26.54 | 26.58 | 26.53 | 26.33 | 26.52 | 26.47 | 26.51 | 26.49 | 26.47 +/- 0.19 |
| 3 mm | 12.83 | 12.90 | 12.50 | 12.85 | 12.92 | 12.53 | 12.79 | 12.88 | 12.55 | 12.48 | 12.72 +/- 0.41 |
| 4 mm | 7.49 | 7.76 | 7.74 | 7.54 | 7.80 | 7.78 | 7.45 | 7.72 | 7.68 | 7.70 | 7.67 +/- 0.28 |

### Dynamische Viskositäten:

2mm Kugel: 989 mPas+/- 8.4 %  
3mm Kugel: 1069 mPas+/- 7.2 %  
4mm Kugel: 1145 mPas+/- 6.7 %

## Berechnung kinematische Viskosität

Mithilfe der oben berechneten dynamischen Viskosität kann die kinematische Viskosität sehr einfach berechnet werden.



Dabei steht v für die kinematische Viskosität, n für die dynamische und p für die Dichte des Mediums.

### Resultate Rapsöl:

2mm Kugel: 0.110 m2/s+/- 9.2 %  
3mm Kugel: 0.139 m2/s+/- 12 %  
4mm Kugel: 0.170 m2/s+/- 7.3 %

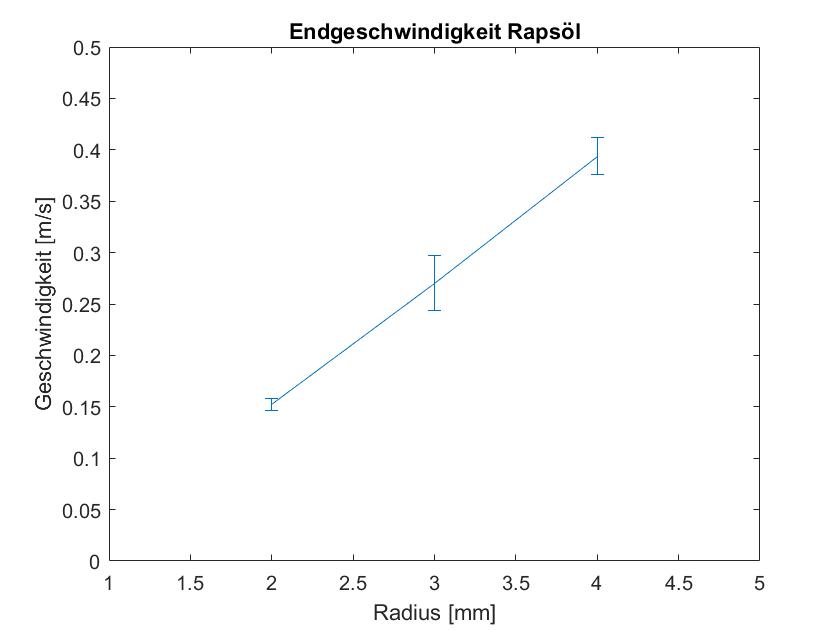
### Resultate Rizinusöl:

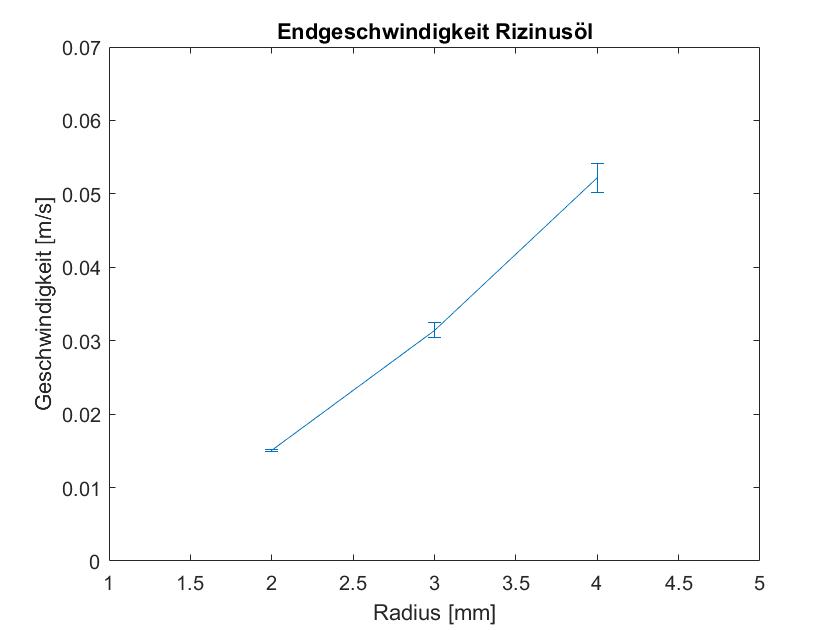
2mm Kugel: 1.05 m2/s +/- 8.4 %  
3mm Kugel: 1.38 m2/s +/- 7.2 %  
4mm Kugel: 1.22 m2/s+/- 6.7 %

## Stationäre Sinkgeschwindigkeit

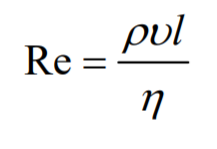
Die Stationäre Sinkgeschwindigkeit einer Kugel ist abhängig vom Durchmesser der Kugel, der Dichte der Kugel und des Mediums. Sie wurde aus den Messungen direkt berechnet. Zur Visualisierung der Fehlerrechnung wurden zu jeder Messung Error Balken hinzugefügt  
(Gemessen: Zeit der Kugel / Strecke

Resultat Rapsöl:

  
  
Resultat Rizinusöl:



## Reynolds-Zahl

*Um eine stationäre Strömung als laminar oder turbulent charakterisieren zu können, experimentierte der Physiker und Ingenieur Osborne Reynolds (1842–1912) mit gefärbten Wasserströmungen in einem zylindrischen Rohr. Er fand dabei heraus, dass ab einer gewissen Fließgeschwindigkeit Verwirbelungen eintreten. Die kritische Geschwindigkeit, über der die Strömung durch eine Röhre turbulent wird, hängt jedoch auch von der Dichte und der Viskosität des Fluids, sowie vom Durchmesser l der Röhre ab. Reynolds definierte daher zur Charakterisierung von Fluidströmungen durch ein zylindrisches Rohr die dimensionslose Reynolds-Zahl Re. Dabei ist v die mittlere Strömungsgeschwindigkeit des Fluids. Die Reynolds-Zahl [Re] kennzeichnet das Verhalten einer Strömung. Experimente haben gezeigt, dass die Strömung durch ein Rohr bis zu einer Reynolds-Zahl von etwa 2000 meist laminar ist, bei Re > 3000 wird die Strömung meist turbulent. Im Zwischenbereich ist die Strömung instabil und kann von einem Typ zum anderen übergehen. Die genaue Ausbildung der Strömung hängt von den Anfangsbedingungen und von technischen Details (z. B. der Oberflächenrauigkeit der Röhre) ab. Daher ist der kritische Wert der Reynolds-Zahl nicht zu berechnen, sondern muss für jedes Strömungsproblemexperimentell bestimmt werden.*  
Bei unserem Experiment betrachten wir die Strömung gerade umgekehrt, also von der Kugel aus, dabei wechseln wir einfach den Radius der Röhre mit dem Durchmesser der Kugel, sowie die mittlere Strömungsgeschwindigkeit des Fluids mit der stationären Sinkgeschwindigkeit.  
  
Wenn die Reynolds Zahl um einiges kleiner ist als 100 handelt es sich bei unserem Experiment um eine laminare Strömung. Da wir bei unseren Berechnungen von einer Laminaren Strömung ausgehen, sollte dies für alle Kugeln und Flüssigkeiten stimmen.

Resultate Rapsöl:

2mm Kugel: 2.8 +/- 11 %  
3mm Kugel: 5.8 +/- 16 %  
4mm Kugel: 9.3 +/- 9.0 %

### Resultate Rizinusöl:

2mm Kugel: 0.03 +/- 9.8 %  
3mm Kugel: 0.08 +/- 8.6 %  
4mm Kugel: 0.17 +/- 8.1 %

# Diskussion und Zusammenfassung

Experimentell findet man, dass diese Näherung nur für kleine Produkte aus Kugelradius mal Geschwindigkeit gültig ist, da dieses Produkt den Bereich definiert, in dem die laminare Strömung und stationäre Sinkgeschwindigkeit eine gute Beschreibung der Bewegung ist. Für Geschwindigkeiten im Bereich von wenigen Zentimetern pro Sekunde und Kugelradien von mehreren Millimetern liefert die Näherung jedoch sehr gute Ergebnisse.

Trotz relativ grossen Messfehlern (+/- 10%) haben wir ein verwendbares Endresultat erreicht, welches plausibel ist und bei welchem die Werte im erwarteten Bereich liegen

Literaturverzeichnis & Referenzen   
Literatur und Abbildung 1:

Physik, Tipler, Paul A. / Mosca, Gene / Wagner, Jenny (Hrsg.) (2015): Physik für Wissenschaftler und Ingenieure. 7. deutsche Auflage. Verlagsort: Springer Verlag, Berlin Heidelberg.

Grafiken:  
Screenshots: Jonathan Vogt  
Photographie: Marco Heinzen

# Appendix: Matlab viskosität matlab script by Jonathan Vogt 2019

viskositaet 7

Berechnung Roh von Stahl mit fehler 7

Messungen der Fallzeiten und Streuung 7

Dynamische Viskosität 8

Kinematische Viskosität 8

Stationäre Sinkgeschwindigkeit 9

Raynold Zahl 10

## viskositaet

clc, clear

## Berechnung Roh von Stahl mit fehler

%Messungen  
m = 1.567/6; %g (sechs Kugeln)  
m\_d = 0.001; %g (Abweichung +/-)  
d = 0.2; %cm Radius (4mm Kugel)  
d\_d = 0.005; %cm (Abweichung +/-)  
%Berechnungen  
rho\_stahl = m/((4/3)\*pi\*d^3)  
%Fehler  
rho\_stahl\_err = sqrt(3\*((d\_d/d)^2)+((m\_d/m)^2)) %Abweichung in Prozent

rho\_stahl =  
  
 7.7936  
  
  
rho\_stahl\_err =  
  
 0.0435

## Messungen der Fallzeiten und Streuung

%Messungen Rapsöl  
Ra\_2 = [2.65,2.60,2.64,2.63,2.59,2.58,2.66,2.67,2.55,2.69]; %Rapsöl 2mm Kugel  
Ra\_3 = [1.53,1.48,1.45,1.43,1.58,1.40,1.45,1.59,1.46,1.43]; %Rapsöl 3mm Kugel  
Ra\_4 = [1.02,1.04,1.00,0.99,1.03,1.01,1.02,1.04,0.98,1.03]; %Rapsöl 4mm Kugel  
Ra = [Ra\_2; Ra\_3; Ra\_4];  
%Messungen Rizinusöl  
Ri\_2 = [26.36,26.55,26.5,26.39,26.58,26.53,26.33,26.52,26.47,26.51];  
Ri\_3 = [12.83,12.9,12.5,12.85,12.92,12.53,12.79,12.88,12.55,12.48];  
Ri\_4 = [7.49,7.76,7.74,7.54,7.8,7.78,7.45,7.72,7.68,7.7];  
Ri = [Ri\_2; Ri\_3; Ri\_4];  
R = [Ra; Ri];  
%Standartabweichung berechnen, mit 2.26 multiplizieren (95%, 10 Messungen)  
for k = 1:1:2  
 for i = 1:1:3  
 Mittelwert(k,i) = mean(R(i+3\*(k-1),:));  
 Abweichung(k,i) = std(R(i+3\*(k-1),:))\*2.26;  
 end  
end  
Mittelwert  
Abweichung

Mittelwert =  
  
 2.6260 1.4800 1.0160  
 26.4740 12.7230 7.6660  
  
  
Abweichung =  
  
 0.1006 0.1472 0.0467  
 0.1921 0.4145 0.2849

## Dynamische Viskosität

g = 9.81; %m/s^2 Erdbeschleunigung  
roh\_raps = 0.90; %g/cm^3 Dichte Rapsöl  
roh\_riz = 0.94; %g/cm^3 Dichte Rizinusöl  
s = 0.4; %m zurückgelegter Weg im Medium  
s\_d = 0.002; %m Messfehler des Weges  
r = [0.002, 0.003, 0.004]; %m Durchmesser der Kugel  
r\_d = 0.0001; %m Messfehler des Durchmessers  
% Berechnung Rapsöl  
dViskos(1,:) = (2 .\* ((r./2).^2).\*g.\* (rho\_stahl - roh\_raps).\*1000.\*Mittelwert(1,:))./(9\*s); %Faktor 1000 für Si einheit kg/m^3 der Dichte  
dViskos\_err(1,:) = sqrt(2.\*(r\_d./r).^2 + rho\_stahl\_err^2 + (Abweichung(1,:)./Mittelwert(1,:)).^2 + (s\_d/s)^2);  
%Berechnung Rizinus  
dViskos(2,:) = (2 .\* ((r./2).^2).\*g.\* (rho\_stahl - roh\_riz).\*1000.\*Mittelwert(2,:))./(9\*s); %Faktor 1000 für Si einheit kg/m^3 der Dichte  
dViskos\_err(2,:) = sqrt(2.\*(r\_d./r).^2 + rho\_stahl\_err^2 + (Abweichung(2,:)./Mittelwert(2,:)).^2 + (s\_d/s)^2);  
dViskos  
dViskos\_err %Abweichung in Prozent

dViskos =  
  
 0.0987 0.1251 0.1527  
 0.9889 1.0693 1.1454  
  
  
dViskos\_err =  
  
 0.0916 0.1185 0.0726  
 0.0835 0.0721 0.0674

## Kinematische Viskosität

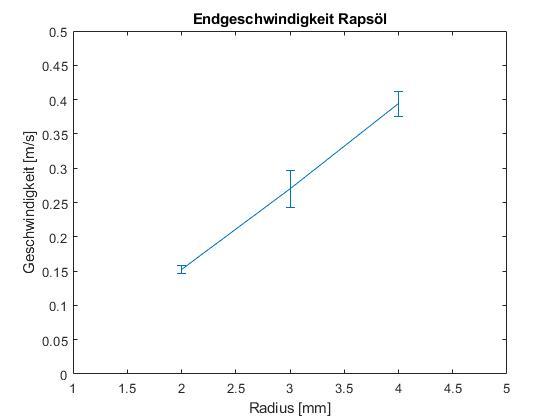
Berechnung Rapsöl

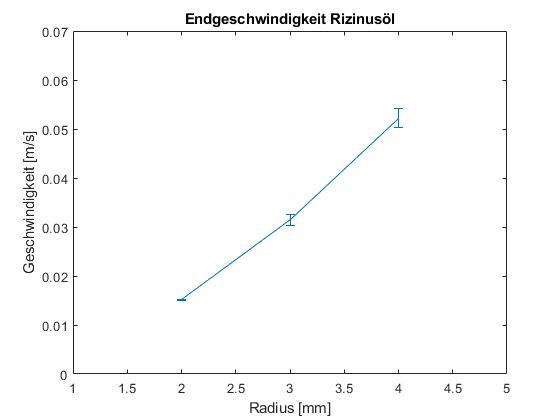
kViskos(1,:) = dViskos(1,:)/roh\_raps;  
%Berechnung Rizinus  
kViskos(2,:) = dViskos(2,:)/roh\_riz;  
kViskos

kViskos =  
  
 0.1096 0.1390 0.1697  
 1.0520 1.1375 1.2185

## Stationäre Sinkgeschwindigkeit

figure (1) %Raps  
err = sqrt((s\_d/s)^2 + (Abweichung(1,:)./Mittelwert(1,:)).^2).\*(s./Mittelwert(1,:));  
errorbar(r\*1000,s./Mittelwert(1,:),err)  
axis([1 5 0 0.5])  
title('Endgeschwindigkeit Rapsöl')  
ylabel('Geschwindigkeit [m/s]')  
xlabel('Radius [mm]')  
%Rizinus  
figure (2)  
err = sqrt((s\_d/s)^2 + (Abweichung(2,:)./Mittelwert(2,:)).^2).\*(s./Mittelwert(2,:));  
errorbar(r\*1000,s./Mittelwert(2,:),err)  
axis([1 5 0 0.07])  
title('Endgeschwindigkeit Rizinusöl')  
ylabel('Geschwindigkeit [m/s]')  
xlabel('Radius [mm]')





## Raynold Zahl

v = s./Mittelwert;  
  
Re\_raps = roh\_raps.\*1000.\*v(1,:).\*r./dViskos(1,:) %Faktor 1000 für Si einheit kg/m^3 der Dichte  
Re\_raps\_err = sqrt((s\_d./s).^2 + (Abweichung(1,:)./Mittelwert(1,:)).^2 + (r\_d./r).^2 + dViskos\_err(1,:).^2)  
Re\_riz = roh\_riz.\*1000.\*v(2,:).\*r./dViskos(2,:) %Faktor 1000 für Si einheit kg/m^3 der Dichte  
Re\_riz\_err = sqrt((s\_d./s).^2 + (Abweichung(2,:)./Mittelwert(2,:)).^2 + (r\_d./r).^2 + dViskos\_err(2,:).^2)

Re\_raps =  
  
 2.7791 5.8328 9.2826  
  
  
Re\_raps\_err =  
  
 0.1112 0.1583 0.0896  
  
  
Re\_riz =  
  
 0.0287 0.0829 0.1713  
  
  
Re\_riz\_err =  
  
 0.0977 0.0860 0.0811

[*Published with MATLAB® R2018b*](https://www.mathworks.com/products/matlab)