

I. CONOCIMIENTOS PREVIOS (DEFINICIONES)

Para una mejor comprensión de los circuitos eléctricos hay conceptos que se deben aprender, siendo estos los siguientes.

I.1. Corriente eléctrica

- Se define como la variación con respecto al tiempo del flujo de cargas eléctricas que pasan por un punto específico y en una dirección a través de un conductor y fluye de un potencial mayor a un potencial menor.
- La corriente circula solamente a través de **trayectorias cerradas**.
- La corriente circula por trayectorias en donde no hay oposición al paso de ella; es decir, **por el camino de menor resistencia**.

I.2. Voltaje

Caída de tensión es el trabajo que se realiza sobre la unidad de carga (1 Coulomb) para trasladarla de un punto de alto potencial a otro de bajo potencial.

Para determinar el voltaje o la caída de tensión de un elemento pasivo siempre se debe de considerar a la corriente que circula en él.

Solo se tienen dos elementos activos que forman parte de un circuito eléctrico y estos son: Fuente de Voltaje (E o V_{fv}) y Fuente de Corriente (I o I_{fc}). La simbología para cada una de las fuentes se muestra en la figura 1a y 1b respectivamente.

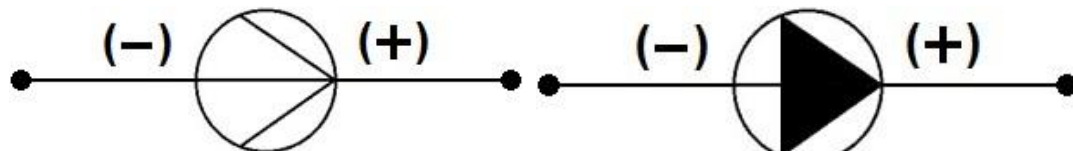


Figura 1a. Representación de una fuente de voltaje (E/V_{fv}).

Figura 2b. Representación de una fuente de corriente (I/I_{fc}).

Si se tienen fuentes de voltaje conectadas en serie estas pueden reducirse sumándolas; para evitar un resultado negativo se considerará como sentido positivo aquel que predomine al realizar la suma de las fuentes de voltaje como se muestra en las figuras 2a y 2b.

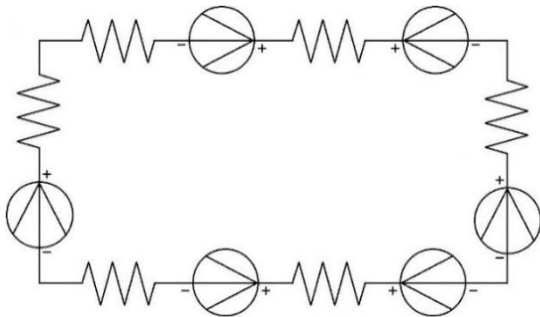


Figura 2a. Circuito eléctrico con varias fuentes de voltaje conectadas en serie.

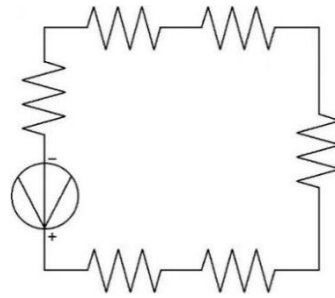


Figura 2b. Circuito eléctrico que se obtiene después de sumar las fuentes de voltaje conectadas en serie

Cuando se tienen fuentes de corriente conectadas en paralelo estas pueden reducirse sumándolas; para evitar un resultado negativo se considerará como sentido positivo aquel que predomine al realizar la suma de las fuentes de corriente como se muestra en las figuras 3a y 3b.

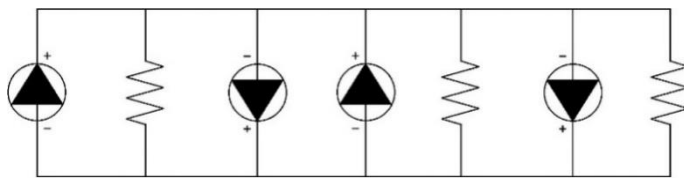


Figura 3a. Circuito eléctrico con varias fuentes de corriente conectadas en paralelo.

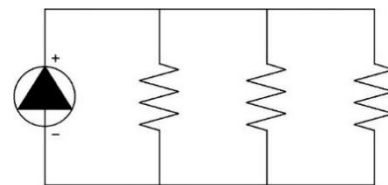


Figura 3b. Circuito eléctrico que se obtiene después de sumar las fuentes de corriente conectadas en paralelo

Las funciones senoidales de una fuente a frecuencias $\omega \neq 0$, tienen una correspondencia con un número complejo, e inversamente a cada número complejo le corresponde una función senoidal, la expresión matemática que relaciona a dichas funciones es la siguiente:

$$f(t) = A \sin(\omega t \pm \alpha) \Leftrightarrow F = K A \angle \alpha$$

Donde:

- K, es una constante para todas las funciones senoidales, siendo $K = \frac{1}{\sqrt{2}}$; pero puede ser cualquier otro valor según se indique.
- A, es la Amplitud o Voltaje Pico de la función senoidal.
- α , es el ángulo de fase de la función senoidal.

I.3. Malla.

En un circuito eléctrico, una malla es **una trayectoria cerrada** formada por elementos de circuitos pasivos y/o activos. En la figura 4 se puede observar que hay **3 mallas; es decir, se tienen 3 trayectorias cerradas**.

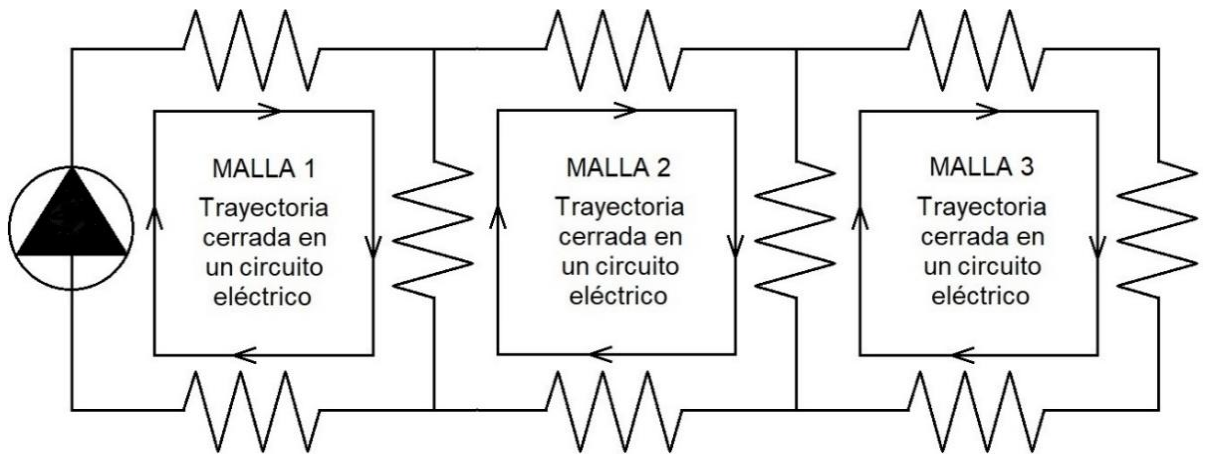


Figura 4. Circuito con arreglo de resistores, para identificar las mallas que se encuentran en él

I.4. Nodo.

Es todo **punto o terminal común** dentro del circuito en el cual se unen dos o más elementos pasivos y/o activos, como se muestra en la figura 5.

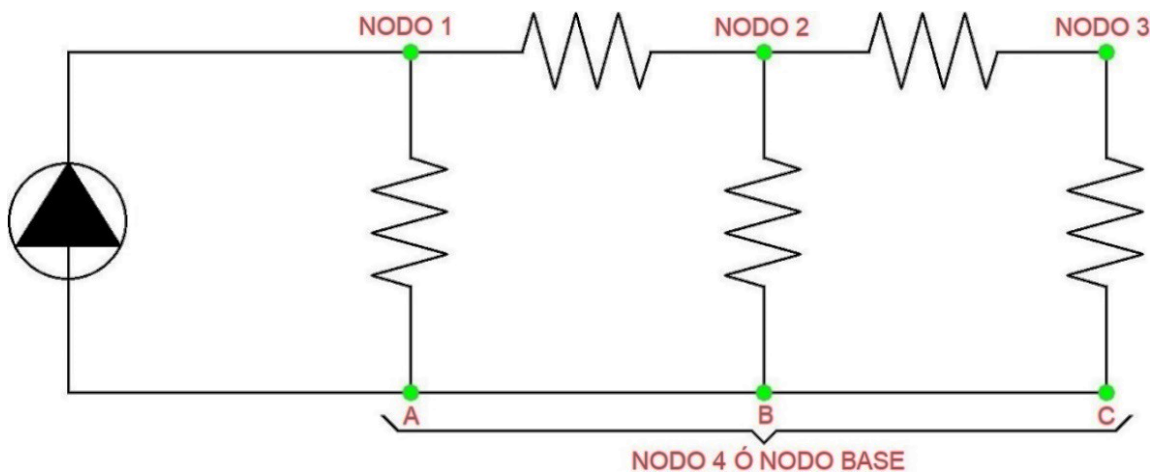


Figura 5. Circuito con arreglo de resistores, para identificar los nodos que se encuentran en él

Nota: Los puntos A, B y C están unidos por cables conductores; es decir, están sobre la misma línea, por lo que A, B y C pueden ser considerados como un solo nodo.

I.5. Corto circuito

Se define como una rama en donde no existe resistencia eléctrica, solamente la línea de conexión, con lo cual la totalidad de la corriente eléctrica viajara por dicho corto circuito. Como se muestra en la figura 6.

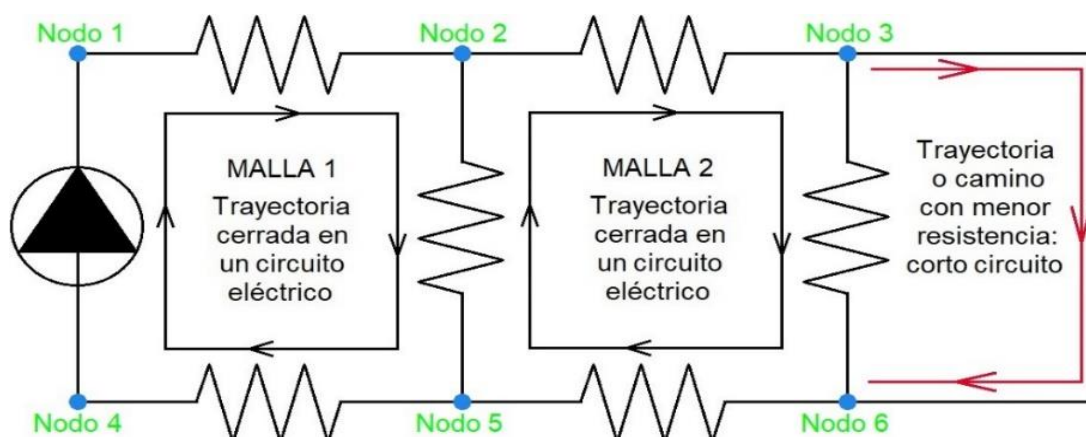


Figura 6. Circuito eléctrico con un corto circuito en él

Siempre que un corto circuito quede en paralelo a un elemento pasivo este se elimina debido que como no circula corriente a través de él, ya que toda la corriente se mueve por el corto circuito, por lo que tampoco va a tener voltaje. Con lo cual el circuito eléctrico se modifica. Lo anterior se muestra en las figuras 7a y 7b.

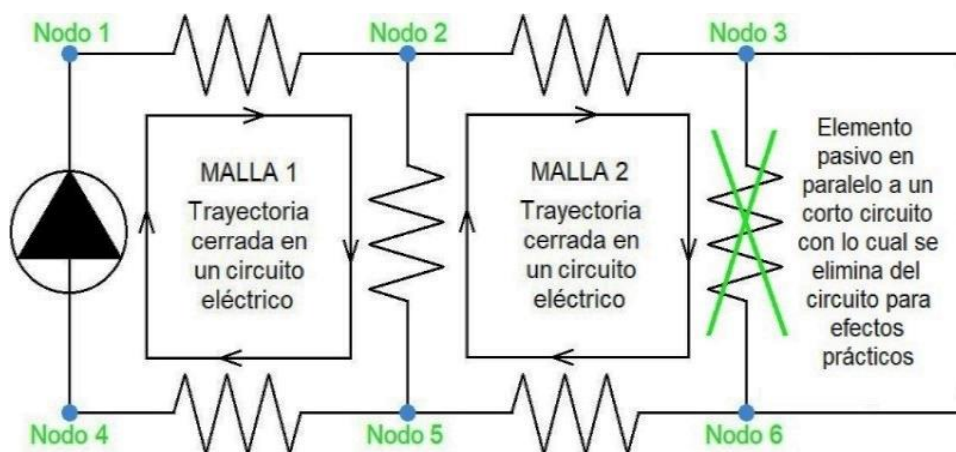


Figura 7a. Elemento pasivo que está en paralelo a un corto circuito.

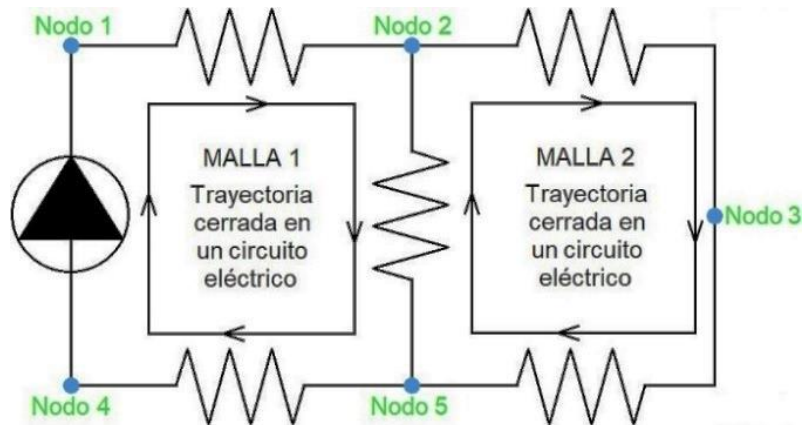


Figura 7b. Circuito eléctrico modificado por efecto del corto circuito.

También si se tiene una rama formada por elementos pasivos y esta queda en paralelo a un corto circuito la rama se elimina. Lo anterior se muestra en las figuras 8a y 8b.

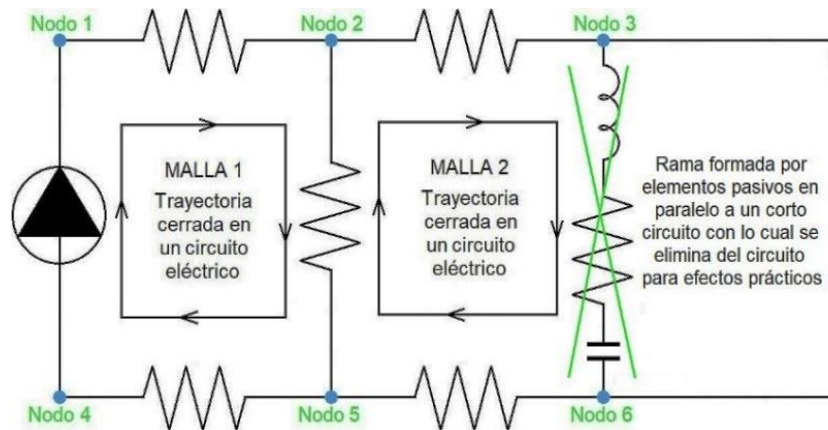


Figura 8a. Rama formada por elementos pasivos que está en paralelo a un corto circuito

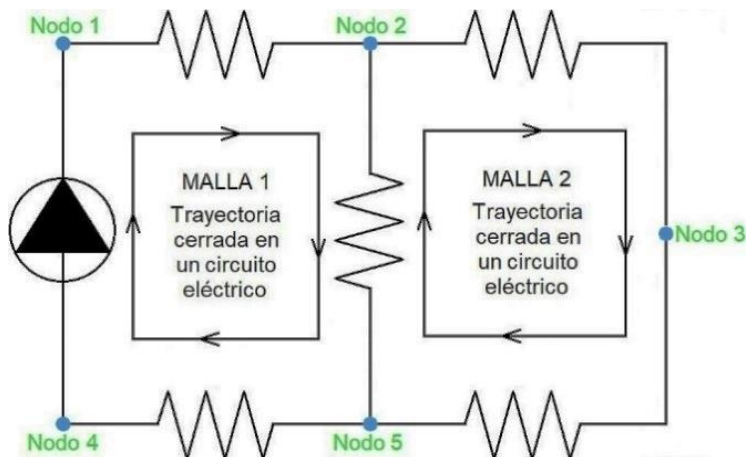


Figura 8b. Circuito eléctrico modificado por efecto del corto circuito.

I.6. Circuito abierto

Se define como una **rama en donde el paso de la corriente es imposible**. En términos prácticos, sucede porque una rama no está conectada a un segundo punto, esto es, si se consideran dos puntos del circuito sean estos: punto A y un punto B; el punto A no está conectado con el punto B como se muestra en la figura 9.

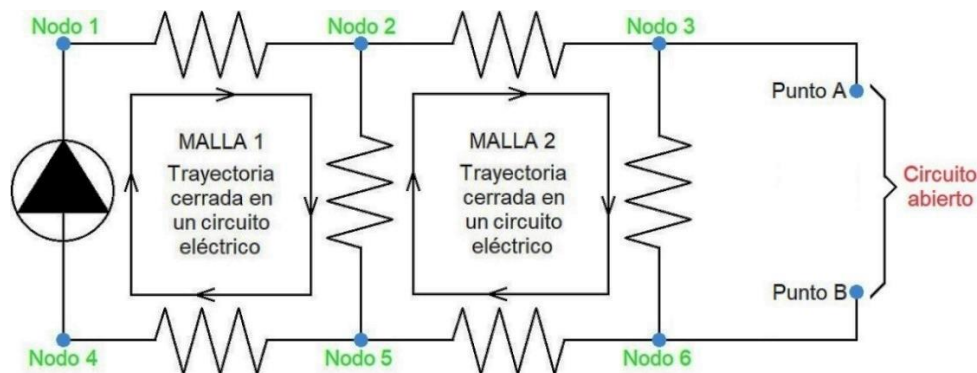


Figura 9. Circuito eléctrico con un circuito abierto en él

I.7. Ley de ohm

La Ley de Ohm establece que **"la intensidad de la corriente eléctrica que circula por un conductor eléctrico es directamente proporcional a la diferencia de potencial aplicada e inversamente proporcional a la resistencia de este"**, se puede expresar matemáticamente en la siguiente fórmula o ecuación:

$$I = \frac{V}{R} \text{ [A]} \quad (1)$$

Donde:

- I = Intensidad en amperios [A].
- V = Diferencia de potencial en voltios [V].
- R = Resistencia en ohmios [Ω].

De la ecuación (1) se pueden obtener dos ecuaciones más, una que determina el voltaje o caída de tensión de un elemento pasivo y otra para obtener el valor de una resistencia o impedancia en un circuito eléctrico; siendo estas las siguientes.

$$V = IR \text{ [V]} \quad (2)$$

$$R = \frac{V}{I} \quad [\Omega] \quad (3)$$

I.8. Ley de Kirchhoff de corriente (LKI)

La ley de corrientes de Kirchhoff o también llamada primera ley de Kirchhoff establece que: **la suma algebraica de todas las corrientes que inciden en un nodo; es decir, entran y salen por el nodo es igual a cero.**

Para fines prácticos, dicho de otra manera, por conveniencia las corrientes que entran a un nodo se consideran como negativas y las corrientes que salen del nodo como positivas. Lo anterior se ejemplifica en la figura 10 y la ecuación 4.

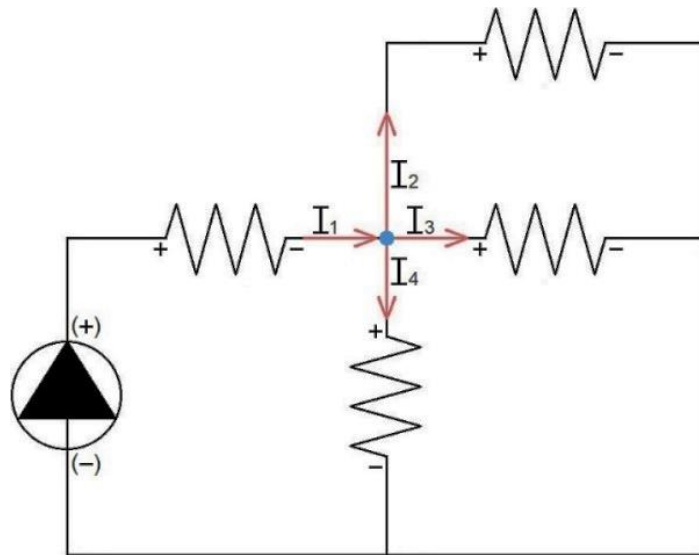


Figura 10 Entrada y salida de las corrientes en un nodo.

$$-I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0 \quad (4)$$

I.9. Ley de Kirchhoff de voltaje (LKV)

La ley de voltajes de Kirchhoff o también llamada segunda ley de Kirchhoff describe cómo se comporta el voltaje en una trayectoria cerrada o malla, es posible determinar las caídas de voltaje de cada elemento que componen a la malla que se esté analizando. Esta ley establece que: **la suma algebraica de las diferencias de potencial eléctrico en un lazo o trayectoria cerrada es igual a cero**. Lo anterior se ejemplifica en la figura 11 y la ecuación 5.

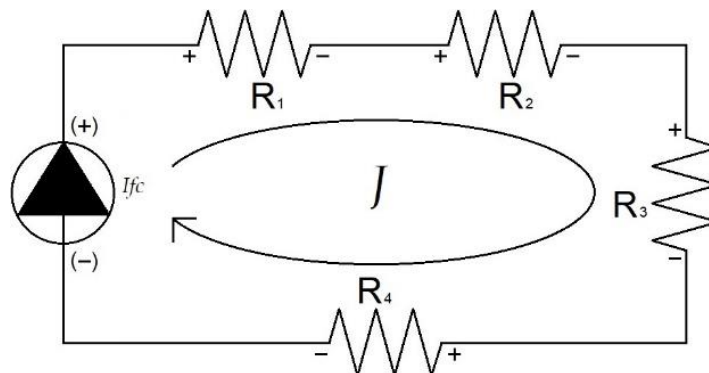


Figura 11. Caídas de tensión en una trayectoria cerrada

$$\begin{aligned} -V_{fc} + V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} + V_{R4} \\ = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

I.10. Divisor de voltaje para “n” impedancias en serie

Únicamente se utiliza el divisor de voltaje si el circuito eléctrico que se tiene está formado por una fuente de voltaje y elementos pasivos conectados en serie, además de que no deben existir acoplamientos magnéticos entre los elementos pasivos que forman al circuito eléctrico. Por conveniencia el divisor de voltaje fue desarrollado para impedancias, sin embargo, es posible emplearse si se tienen admitancias como elementos pasivos del circuito. Primero se va a considerar un circuito eléctrico serie formado por una fuente de voltaje y “n” impedancias como se muestra en la figura 12.

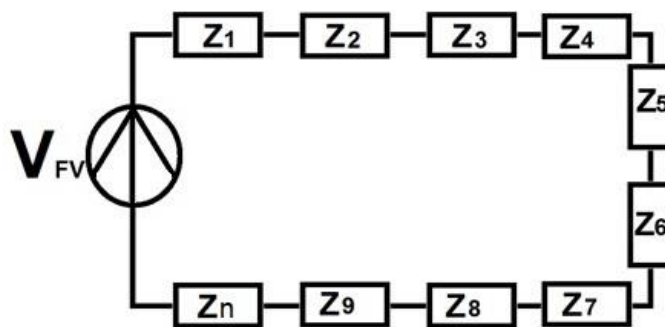


Figura 12 Fuente de voltaje conectada en serie a impedancias

La ecuación del divisor de voltaje se utiliza para calcular el voltaje en cada una o en solo una de las impedancias que forman parte del circuito que se analiza. La ecuación que se utiliza es la siguiente:

$$V_K = \frac{V_{fv} * Z_K}{Z_T} [V] \quad (6)$$

La ecuación 6 establece que el voltaje en cualquier elemento (resistencia o impedancia) es una división, en donde el numerador será siempre el producto del valor de la fuente de voltaje por el valor del elemento (resistencia o impedancia) en el cual se desea calcular el voltaje y el denominador será el valor de la resistencia o impedancia total, que en este caso por estar conectadas en serie es la suma de todas las resistencias o impedancias del circuito.

I.11. Divisor de voltaje para “n” admitancias en serie

Si ahora el circuito eléctrico en el cual se quiere aplicar la ecuación del divisor de voltaje para determinar el valor de la caída de tensión de cualquiera de sus elementos está formado por una fuente de voltaje conectada en serie a “n” admitancias como se muestra en la figura 13.

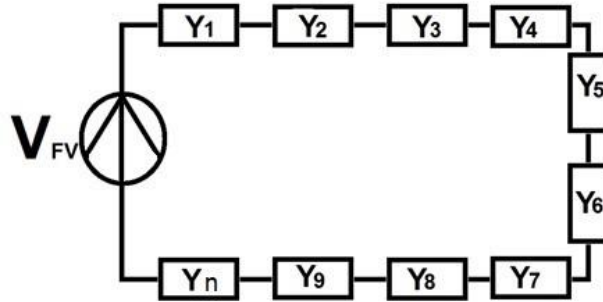


Figura 13 Fuente de voltaje conectada en serie a admitancias

Se debe adaptar la ecuación 6 para aplicarse a las admitancias. Esto es:

$$Z_K = \frac{1}{Y_K} [\Omega] \quad (7)$$

$$Z_T = \frac{1}{Y_T} [\Omega] \quad (8)$$

Si se sustituyen las ecuaciones 7 y 8 en la ecuación 6.

$$V_K = \frac{V_{fv} * \frac{1}{Y_K}}{\frac{1}{Y_T}} [V] \quad (9)$$

Reescribiendo la ecuación 9.

$$V_K = \frac{V_{fv} * Y_T}{Y_K} [V] \quad (10)$$

La ecuación 10 se utiliza para calcular el voltaje en cada una o en solo una de las admitancias que forman parte del circuito que se analiza. La cual establece que el voltaje en cualquier admitancia es una división, en donde el numerador será siempre el producto del valor de la fuente de voltaje por el valor de la admitancia total (en este caso es el inverso de la suma de los inversos por ser admitancias conectadas en serie) y el denominador será el valor de la admitancia en la cual se desea conocer el voltaje.

I.12. Divisor de voltaje para solo dos admitancias en serie

Cuando solamente se tienen dos admitancias conectadas en serie, se pueden presentar los dos siguientes casos:

- Cuando la admitancia Y_1 sea un valor diferente al de la admitancia Y_2 como se muestra en la figura 14.

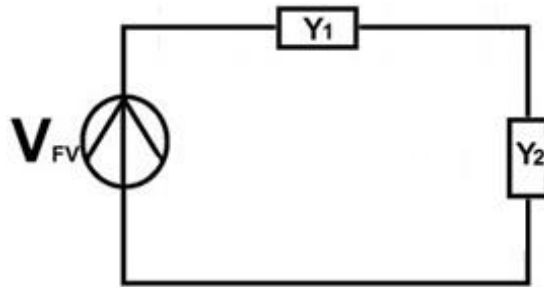


Figura 14. Fuente de voltaje conectada en serie a 2 admitancias de diferente valor una con respecto de la otra.

Aplicando la ecuación 10, se tiene.

$$V_1 = \frac{V_{fv} * Y_T}{Y_1} = \frac{(V_{fv}) \left(\frac{1}{\frac{1}{Y_1} + \frac{1}{Y_2}} \right)}{Y_1} = \frac{(V_{fv}) \left(\frac{1}{\frac{Y_1 + Y_2}{Y_1 Y_2}} \right)}{Y_1}$$

$$V_1 = \frac{(V_{fv}) \left(\frac{Y_1 Y_2}{Y_1 + Y_2} \right)}{Y_1} = \frac{(V_{fv}) (Y_1 Y_2)}{Y_1 (Y_1 + Y_2)} [V]$$

Se obtiene la ecuación 11, que, puede ser empleada cuando solo se tienen dos admitancias en serie a una fuente de voltaje y son de diferente valor siendo esta la siguiente.

$$V_1 = \frac{(Vfv)(Y_2)}{Y_1 + Y_2} [V] \quad (11)$$

La ecuación 11 establece que el voltaje en Y_1 es una división, en donde el numerador será siempre el producto del valor de la fuente de voltaje por la admitancia contraria a la cual deseamos conocer el valor del voltaje y el denominador será la suma de las dos admitancias conectadas en serie.

- Cuando la admitancia Y_1 sea de igual valor al de la admitancia Y_2 como se muestra en la figura 15.

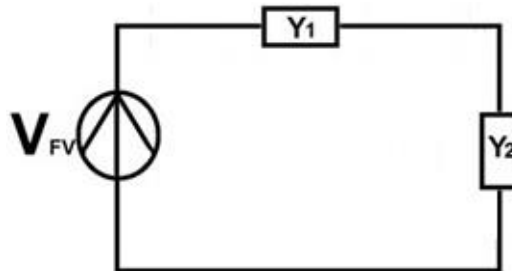


Figura 15. Fuente de voltaje conectada en serie a 2 admitancias de igual valor.

Aplicando la ecuación 11, se tiene.

$$V_1 = \frac{(Vfv)(Y_2)}{Y_1 + Y_2} \text{ si } Y_1 = Y_2 \Rightarrow V_1 = \frac{(Vfv)(Y_1)}{Y_1 + Y_1} = \frac{(Vfv)(Y_1)}{2Y_1}$$

Se obtiene la ecuación 12, que, puede ser empleada cuando solo se tienen dos admitancias en serie a una fuente de voltaje y son de igual valor siendo esta la siguiente.

$$V_1 = \frac{(Vfv)}{2} [V] \quad (12)$$

La ecuación 12 establece que el voltaje en Y_1 es una división, en donde el numerador será siempre el valor de la fuente de voltaje y el denominador el número 2.

I.13. Divisor de corriente para “n” admitancias en paralelo

Únicamente se utiliza el divisor de corriente si el circuito eléctrico que se tiene está formado por una fuente de corriente y elementos pasivos conectados en paralelo, además de que no deben existir acoplamientos magnéticos entre los elementos pasivos que forman al circuito eléctrico. Por conveniencia el divisor de corriente fue desarrollado para admitancias, sin embargo, es posible emplearse si se tienen impedancias como elementos pasivos del circuito.

Primero se va a considerar un circuito eléctrico paralelo formado por una fuente de corriente y “n” admitancias como se muestra en la figura 16.

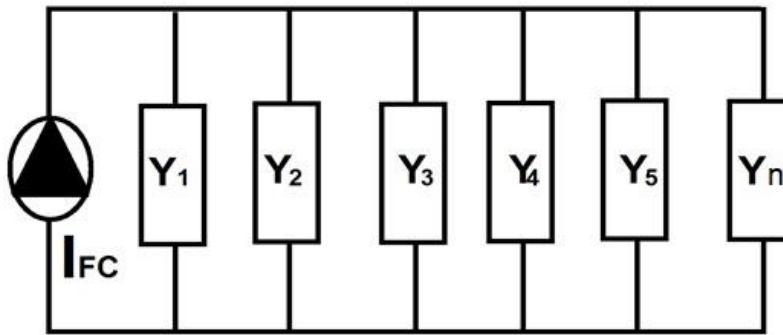


Figura 16 Fuente de corriente conectada en paralelo a “n” admitancias.

La ecuación del divisor de corriente se utiliza para calcular la corriente en cada una o en solo una de las admitancias que forman parte del circuito que se analiza. La ecuación que se utiliza es la siguiente:

$$I_K = \frac{I_{fc} * Y_K}{Y_T} [A] \quad (13)$$

La ecuación 13 establece que la corriente en cualquier admitancia es una división, en donde el numerador será siempre el producto del valor de la fuente de corriente por el valor de la admitancia en el cual se desea calcular la corriente y el denominador será el valor de la admitancia o total, que en este caso por estar conectadas en paralelo es la suma de todas las admitancias del circuito.

I.14. Divisor de corriente para “n” impedancias en paralelo

Si ahora el circuito eléctrico en el cual se quiere aplicar la ecuación del divisor de corriente para determinar el valor de la corriente de cualquiera de sus elementos está formado por una fuente de corriente conectada en paralelo a “n” impedancias como se muestra en la figura 17.

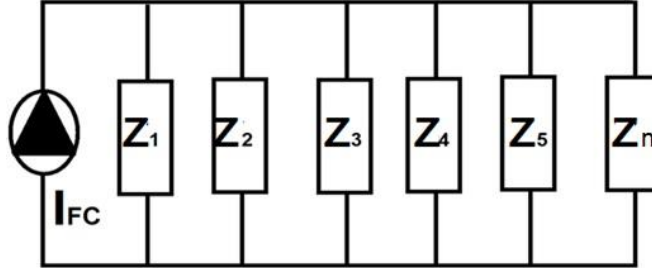


Figura 17 Fuente de corriente conectada en paralelo a “n” impedancias.

Se debe adaptar la ecuación 13 para aplicarse a las impedancias. Esto es:

$$Y_K = \frac{1}{Z_K} [S] \quad (14)$$

$$Y_T = \frac{1}{Z_T} [S] \quad (15)$$

Si se sustituyen las ecuaciones 14 y 15 en la ecuación 13.

$$I_K = \frac{V_{fv} * \frac{1}{Z_K}}{\frac{1}{Z_T}} [A] \quad (16)$$

Reescribiendo la ecuación 16.

$$I_K = \frac{V_{fv} * Z_T}{Z_K} [A] \quad (17)$$

La ecuación 17 se utiliza para calcular la corriente en cada una o en solo una de las impedancias que forman parte del circuito que se analiza. La cual establece que la corriente en cualquier impedancia es una división, en donde el numerador será siempre el producto del valor de la fuente de corriente por el valor de la impedancia total (en este caso es el inverso de la suma de los inversos por ser impedancias conectadas en paralelo) y el denominador será el valor de la impedancia en la cual se desea conocer la corriente.

I.15. Divisor de corriente para solo dos impedancias en paralelo

Cuando solamente se tienen dos impedancias conectadas en paralelo, se pueden presentar los dos siguientes casos:

- Cuando la impedancia Z_1 sea un valor diferente al de la impedancia Z_2 como se muestra en la figura 18.

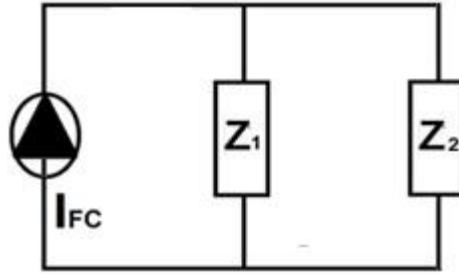


Figura 18. Fuente de corriente conectada en paralelo a 2 impedancias de diferente valor una con respecto de la otra.

Aplicando la ecuación 17, se tiene.

$$I_1 = \frac{I_{fc} * Z_T}{Z_1} = \frac{(I_{fc}) \left(\frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}} \right)}{Z_1} = \frac{(I_{fc}) \left(\frac{1}{\frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 Z_2}} \right)}{Z_1}$$
$$I_1 = \frac{(I_{fc}) \left(\frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)}{Z_1} = \frac{(I_{fc})(Z_1 Z_2)}{Z_1 (Z_1 + Z_2)} = \frac{(I_{fc})(Z_1 Z_2)}{(Z_1)(Z_1 + Z_2)}$$

Se obtiene la ecuación 18, que, puede ser empleada cuando solo se tienen dos admitancias en serie a una fuente de voltaje y son de diferente valor siendo esta la siguiente.

$$I_1 = \frac{(V_{fv})(Z_2)}{Z_1 + Z_2} \quad [A] \quad (18)$$

La ecuación 18 establece que el voltaje en Z_1 es una división, en donde el numerador será siempre el producto del valor de la fuente de corriente por la impedancia contraria a la cual deseamos conocer el valor del voltaje y el denominador será la suma de las dos impedancias conectadas en paralelo.

- Cuando la impedancia Z_1 sea de igual valor al de la admitancia Z_2 como se muestra en la figura 19.

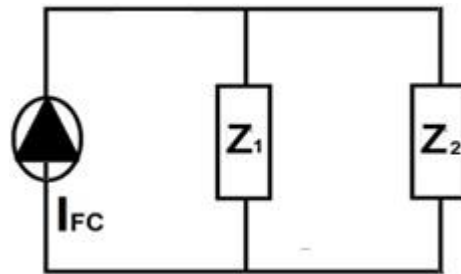


Figura 19. Fuente de corriente conectada en paralelo a 2 impedancias de igual valor.

Aplicando la ecuación 18, se tiene.

$$I_1 = \frac{(Vfv)(Z_2)}{Z_1 + Z_2} \quad \text{si } Z_1 = Z_2 \Rightarrow V_1 = \frac{(Ifc)(Z_1)}{Z_1 + Z_1} = \frac{(Ifc)(Z_1)}{2Z_1}$$

Se obtiene la ecuación 19, que, puede ser empleada cuando solo se tienen dos impedancias en paralelo a una fuente de corriente y son de igual valor siendo esta la siguiente.

$$I_1 = \frac{(Ifc)}{2} \quad [A] \quad (19)$$

La ecuación 19 establece que la corriente en Z_1 es una división, en donde el numerador será siempre el valor de la fuente de corriente y el denominador el número 2.

I.16. Método de la corriente circulante de malla

Este está diseñado para circuitos eléctricos formados por impedancias y es el único que se puede emplear cuando existen acoplamientos magnéticos entre las impedancias que forman parte del circuito. Consiste en considerar que por cada malla independiente circula una corriente llamada corriente circulante de malla, la cual es la variable que se debe calcular y a partir de ella se puede obtener la caída de tensión o el voltaje de un elemento o entre dos puntos determinados del circuito eléctrico. Para un mejor análisis del método se recomienda agrupar en cajones de impedancias y asignarles un sentido de corriente el cual por conveniencia será el mismo que la corriente circulante de malla; recordando que cada cajón de impedancia solo puede estar formado por tres elementos pasivos y estos deben ser diferentes no pueden repetirse.

Se deben de escribir tantas ecuaciones como mallas tenga el circuito eléctrico que se esté analizando.

I.17. Impedancia propia de una malla

Es importante establecer que como se está calculando la impedancia de una malla no interesan las fuentes de voltaje o corriente que existan en el circuito, solamente se consideran las impedancias que forman a la malla. La ecuación que se emplea para determinar la impedancia propia de una malla es la siguiente:

$$Z_{mm} = \sum_{K=1}^{Ne} [k, m]^2 Z_{kk} + \sum_{k=1}^{Ne} \sum_{l=1}^{Nb} [k, m] [l, m] Z_{kl} \quad (20)$$

Simplificando la ecuación 20 en la parte correspondiente al segundo término que la forma, se tiene:

$$Z_{mm} = \sum_{K=1}^{Ne} [k, m]^2 Z_{kk} + \sum_{k \neq 1}^{Nb} [k, m] [l, m] Z_{kl} \quad (21)$$

La ecuación 21 establece que:

- Para el primer término de la ecuación se deben sumar solamente las impedancias que forman a la malla que se está analizando, en este caso no interesan los sentidos asignados a las impedancias que forman a la malla ni el sentido asignado a la corriente circulante de malla, solo se suman respetando el signo que tenga cada una de ellas
- Para el segundo término de la ecuación como corresponde a los acoplamientos que existan en la malla que se analiza, se debe multiplicar por “2” al valor del acoplamiento que se está analizando y se debe de considerar a las dos impedancias que forman el acoplamiento, además se tiene que examinar como es el sentido de la corriente circulante de malla con respecto al sentido de la corriente de cada una de las impedancias acopladas en dicha malla.

I.18. Impedancia mutua entre mallas

Se debe establecer que como se está calculando la impedancia mutua entre mallas no interesan las fuentes de voltaje o corrientes que existan en el circuito y que además el análisis se realiza siempre entre dos mallas. La ecuación que se emplea para determinar la impedancia mutua entre mallas es la siguiente:

$$Z_{mn} = \sum_{k=1}^{Ne} [k, m][k, n] Z_{kk} + 2 \sum_{k=1}^{Ne} \sum_{l \neq k}^{Nb} [k, m][l, m] Z_{kl} + \sum_{k=1}^{Ne} \sum_{l \neq k}^{Nb} [k, m][l, n] Z_{kl} \quad (22)$$

Simplificando la ecuación 22 en la parte correspondiente al segundo término que la forma se tiene.

$$Z_{mn} = \sum_{k=1}^{Ne} [k, m][k, n] Z_{kk} + 2 \sum_{k \neq l}^{Nb} [k, m][l, m] Z_{kl} + \sum_{k=1}^{Ne} \sum_{l \neq 1}^{Nb} [k, m][l, n] Z_{kl} \quad (23)$$

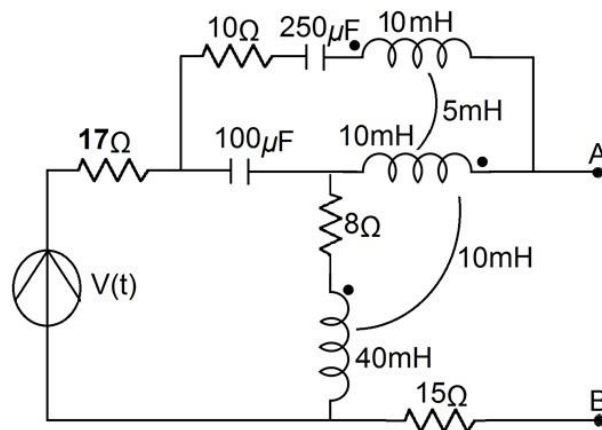
La ecuación 23 establece que:

- Para el primer término de la ecuación se deben sumar solamente las impedancias que forman parte al mismo tiempo de las dos mallas; dicho de otra manera, las impedancias que están entre o en medio de las dos mallas que se están analizando. Pero se considera el sentido de la corriente circulante de cada malla con respecto al sentido de las impedancias para saber si se respeta el signo que tiene cada impedancia o se cambia de signo.
- Para el segundo término se deben considerar solo los acoplamientos que estén en medio o entre las dos mallas que se están analizando y se multiplican por “2”, en este caso se consideran los sentidos de las corrientes circulantes de mallas con respecto a cada una de las corrientes asignadas a las impedancias que forman al acoplamiento que está en medio o entre mallas para establecer el signo que debe tener el acoplamiento.
- Para el tercer término de la ecuación como corresponde a los acoplamientos que existan entre impedancias de las cuales una de las impedancias que forman al acoplamiento que se analiza está conectada solo a una de las mallas y la otra

impedancia en la otra malla. Se tienen que considerar el sentido de la corriente
 circulante de malla con el respectivo sentido de la impedancia del
 acoplamiento
 que se esté analizando para determinar el signo del acoplamiento

I.19. Ejemplo del cálculo del voltaje en un circuito eléctrico con acoplamientos.

Del siguiente circuito eléctrico determinar el valor del voltaje entre los puntos A y B (V_{AB}).



$$V(t) = 113.138 \sin(10^3 t + 90^\circ) [v]$$

Lo que debe hacerse primero es identificar los datos que el circuito por sí mismo proporciona siendo en este caso:

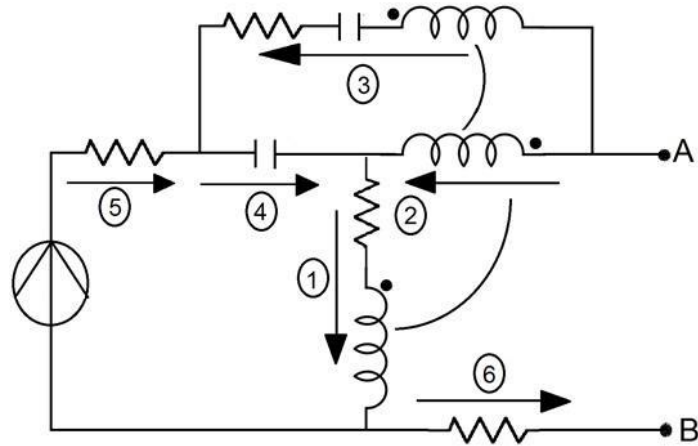
$$\omega = 10^3 = 1000 \left[\frac{rad}{s} \right]$$

$$V_1 = \frac{113.138}{\sqrt{2}} \angle 90^\circ = 80 \angle 90^\circ = 80i [V]$$

Posteriormente lo que debe hacerse es agrupar en cajones de impedancias (estos solo deben de contener elementos pasivos) y asignar sentido a la corriente de cada uno de los cajones de impedancias del circuito recordando que únicamente se

pueden agrupar tres elementos diferentes, es decir, en cada cajón de impedancias solo pueden existir como máximo tres elementos pasivos (resistencia, bobina y capacitor).

Agrupando en cajones de impedancias y asignando sentido a cada uno de ellos.



De los sentidos de corriente asignados a los elementos en donde existen bobinas acopladas se determina que:

$$L_{12} > 0$$

$$L_{23} < 0$$

Calculando ahora el valor de cada uno de los cajones de impedancias

$$Z_1 = R_1 + i\omega L_1 = 8 + [i(1000)(40 \times 10^{-3})] = 8 + 40i \text{ } [\Omega]$$

$$Z_2 = i\omega L_2 = i(1000)(10 \times 10^{-3}) = 10i \text{ } [\Omega]$$

$$Z_3 = R_1 + i\omega L_1 - \frac{i}{\omega C_3} = 10 + [i(1000)(10 \times 10^{-3})] - \left[\frac{i}{1000 * 250 \times 10^{-6}} \right]$$

$$Z_3 = 10 + 6i \text{ } [\Omega]$$

$$Z_4 = -\frac{i}{\omega C_4} = -\frac{i}{1000 * 100 \times 10^{-6}} = -10i \text{ } [\Omega]$$

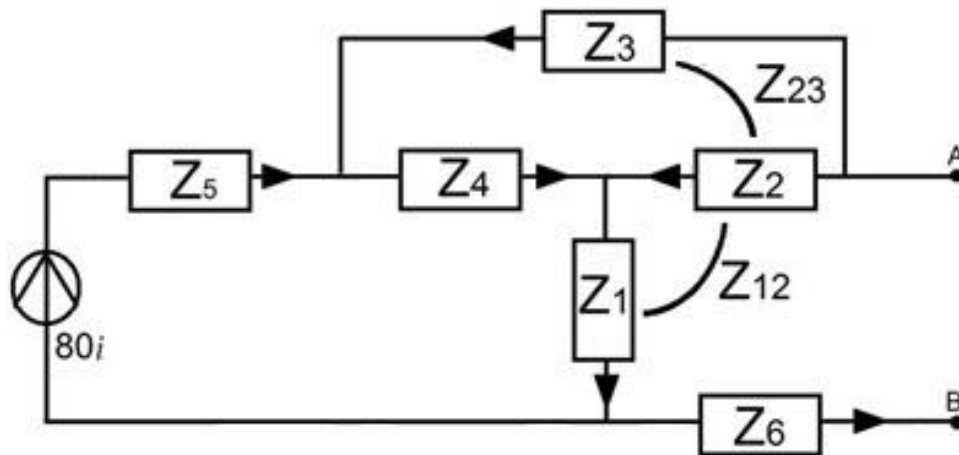
$$Z_5 = R_5 = 17 \text{ } [\Omega]$$

$$Z_6 = R_6 = 15 \text{ } [\Omega]$$

$$Z_{12} = i\omega L_{12} = i(1000)(10 \times 10^{-3}) = 10i \text{ } [\Omega]$$

$$Z_{23} = i\omega(-L_{23}) = i(1000)(-5 \times 10^{-3}) = -5i \text{ } [\Omega]$$

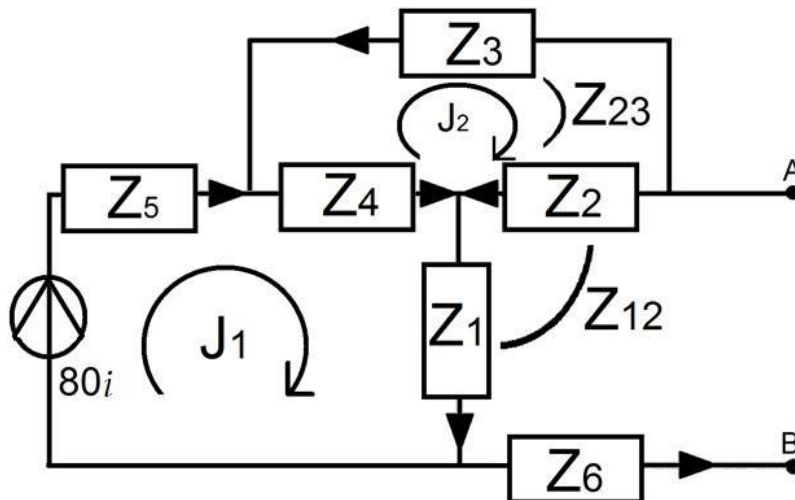
Al reescribir el circuito eléctrico con cajones de impedancias, ya no se deben de colocar las marcas de polaridad de las bobinas acopladas. Por lo que este queda de la siguiente manera.



Cuando existen acoplamientos magnéticos en un circuito eléctrico este solo puede resolverse por dos métodos:

- Mallas si el circuito está formado por impedancias.
- Nodos si el circuito está formado por admitancias.

En este caso por ser impedancias los elementos que forman el circuito se va a emplear el método de mallas para poder determinar la corriente de los elementos del circuito y con ello calcular el voltaje entre los puntos A y B. El circuito que se va a emplear es el siguiente.



Del circuito anterior se observa que solo tiene dos trayectorias cerradas es por ello por lo que solo se tienen dos mallas. En este caso, no se especifica la trayectoria que debe de seguirse para calcular el voltaje entre los puntos "A" y "B", por lo que se va a determinar el voltaje considerando cada una de las posibles trayectorias con que cuenta el circuito (para este circuito se tiene 4 trayectorias posibles).

Se debe considerar que para este circuito eléctrico el resultado es único sin importar la trayectoria empleada para calcular el valor de V_{AB} siendo estas las siguientes:

- $V_{AB} = V_{Z_2} + V_{Z_1} + V_{Z_6}$
- $V_{AB} = V_{Z_3} - V_{Z_5} + 80i + V_{Z_6}$
- $V_{AB} = V_{Z_3} + V_{Z_4} + V_{Z_1} + V_{Z_6}$
- $V_{AB} = V_{Z_2} - V_{Z_4} - V_{Z_5} + 80i + V_{Z_6}$

El signo de cada uno de los voltajes del elemento está determinado por la trayectoria de su corriente y la trayectoria en que se desea calcular el voltaje entre los puntos A y B. En este caso:

- $V_{Z_1} = Z_1 I_1 + Z_{12} I_2$
- $V_{Z_2} = Z_2 I_2 + Z_{21} I_1 + Z_{23} I_3$
- $V_{Z_3} = Z_3 I_3 + Z_{32} I_2$
- $V_{Z_4} = Z_4 I_4$
- $V_{Z_5} = Z_5 I_5$
- $V_{Z_6} = Z_6 I_6$

Los valores de cada impedancia ya se calcularon con anterioridad solo falta establecer como es el valor para cada una de las corrientes de los elementos.

- $I_1 = J_1$
- $I_2 = J_2$
- $I_3 = -J_2$
- $I_4 = J_1 - J_2$
- $I_5 = J_1$
- $I_6 = 0$

Aplicando el método de mallas para determinar el valor de la corriente de cada malla, primero se deben de calcular las impedancias propias y mutuas de cada una de las mallas.

$$\xi_{11} = Z_1 + Z_4 + Z_5 = 8 + 40i - 10i + 17 = 25 + 30i \text{ } [\Omega]$$

$$\begin{aligned} \xi_{22} &= Z_2 + Z_3 + Z_4 + 2(-Z_{23}) = 10i + 10 + 6i - 10i + 2(5i) \\ &= 10 + 16i \text{ } [\Omega] \end{aligned}$$

$$\xi_{12} = -Z_4 + Z_{12} = -(-10i) + 10i = 20i \text{ } [\Omega]$$

Las ecuaciones de mallas quedan de la siguiente forma.

$$\begin{aligned}(25 + 30i)J_1 + 20iJ_2 &= 80i \\ 20iJ_1 + (10 + 16i)J_2 &= 0\end{aligned}$$

Calculando el valor de cada corriente de malla.

$$J_1 = \frac{\begin{vmatrix} 80i & 20i \\ 0 & 10 + 16i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 25 + 30i & 20i \\ 20i & 10 + 16i \end{vmatrix}} = \frac{-1280 + 800i}{170 + 700i} [A]$$

$$J_2 = \frac{\begin{vmatrix} 25 + 30i & 80i \\ 20i & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 25 + 30i & 20i \\ 20i & 10 + 16i \end{vmatrix}} = \frac{1600}{170 + 700i} [A]$$

Determinando el valor de cada una de las caídas de tensión

$$V_{AB} = (Z_2 I_2 + Z_{21} I_1 + Z_{23} I_3) + (Z_1 I_1 + Z_{12} I_2) + (Z_6 I_6)$$

$$V_{AB} = \left\{ \left[(10i) \left(\frac{1600}{170 + 700i} \right) \right] + \left[(10i) \left(\frac{-1280 + 800i}{170 + 700i} \right) \right] + \left[(-5i) \left(\frac{-1600}{170 + 700i} \right) \right] \right\} \\ + \left\{ \left[(8 + 40i) \left(\frac{-1280 + 800i}{170 + 700i} \right) \right] + \left[(10i) \left(\frac{1600}{170 + 700i} \right) \right] \right\} + [(15)(0)]$$

$$V_{AB} = -40.20 + 62i [v]$$

$$V_{AB} = (Z_3 I_3 + Z_{32} I_2) - (Z_5 I_5) + 80i + (Z_6 I_6)$$

$$V_{AB} = \left\{ \left[(10 + 6i) \left(\frac{-1600}{170 + 700i} \right) \right] + \left[(-5i) \left(\frac{1600}{170 + 700i} \right) \right] \right\} - \left\{ \left[(17) \left(\frac{-1280 + 800i}{170 + 700i} \right) \right] \right\} + 80i$$

$$V_{AB} = -40.20 + 62i [v]$$

$$V_{AB} = (Z_3 I_3 + Z_{32} I_2) - (Z_4 I_4) + (Z_1 I_1 + Z_{12} I_2) + (Z_6 I_6)$$

$$V_{AB} = \left\{ \left[(10 + 6i) \left(\frac{-1600}{170 + 700i} \right) \right] + \left[(-5i) \left(\frac{1600}{170 + 700i} \right) \right] \right\} + \left\{ \left[(-10i) \left(\frac{-1280 + 800i}{170 + 700i} - \frac{1600}{170 + 700i} \right) \right] \right\} \\ + \left\{ \left[(8 + 40i) \left(\frac{-1280 + 800i}{170 + 700i} \right) \right] + \left[(10i) \left(\frac{1600}{170 + 700i} \right) \right] \right\}$$

$$V_{AB} = -40.20 + 62i \text{ [v]}$$

$$V_{AB} = (Z_2 I_2 + Z_{21} I_1 + Z_{23} I_3) - (Z_4 I_4) - (Z_5 I_5) + 80i + (Z_6 I_6)$$

$$V_{AB} = \left\{ \left[(10i) \left(\frac{1600}{170 + 700i} \right) \right] + \left[(10i) \left(\frac{-1280 + 800i}{170 + 700i} \right) \right] + \left[(-5i) \left(\frac{1600}{170 + 700i} \right) \right] \right\} \\ - \left\{ \left[(-10i) \left(\frac{-1280 + 800i}{170 + 700i} - \frac{1600}{170 + 700i} \right) \right] - \left[(17) \left(\frac{-1280 + 800i}{170 + 700i} \right) \right] \right\} + 80i$$

$$V_{AB} = -40.20 + 62i \text{ [v]}$$