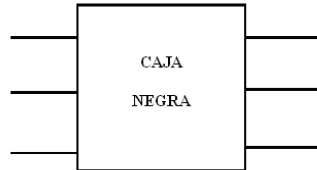


IV. REDES MULTITERMINALES

Una estructura o una red multiterminal es toda configuración eléctrica que presenta varias terminales a través de las cuales puede conectarse con otras redes. La red multiterminal puede tener cualquier tipo de configuración; así como tener o no acoplamientos entre sus elementos. Además de que puede ser una red pasiva o activa.



- **Red multiterminal pasiva**

Es aquella que no tiene ninguna fuente de excitación conectada dentro de su configuración.

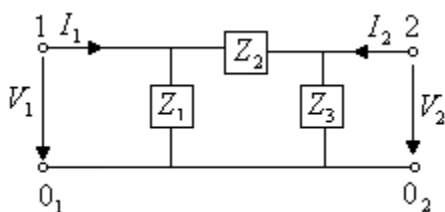
- **Red multiterminal activa**

Es aquella en la cual se tienen conectadas fuentes de excitación (voltaje y/o corriente) dentro de su configuración. Cuando la red es activa en cada una de sus terminales independientes con respecto a la terminal de referencia va a existir un voltaje (V_{0K}) o una corriente (I_{0K}) que estará en función de las fuentes internas

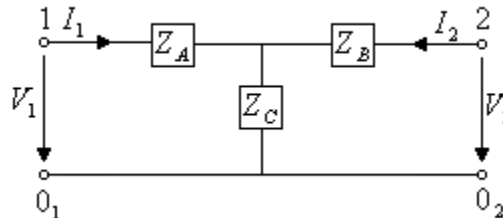
Estructuras o redes equivalentes

Este tipo de estructura debe de tener el mismo número de terminales distribuida sobre el mismo número de componentes; además la caída de tensión y la corriente en cada terminal independiente con respecto a la terminal de referencia para una frecuencia propuesta deben de ser del mismo valor, también las terminales correspondientes en una y otra red deben ser numeradas en la misma forma y en el mismo sentido.

Las redes más comunes equivalentes son: la tipo Δ o Π y la tipo "T" o "Estrella".



Red tipo " Δ " o " Π "



Red tipo "T" o "Estrella"

Parámetros Z de una red tipo Δ o Π

Las expresiones para los parámetros Z, cuando se tienen dos terminales o dos puertos son las siguientes:

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \quad (1)$$

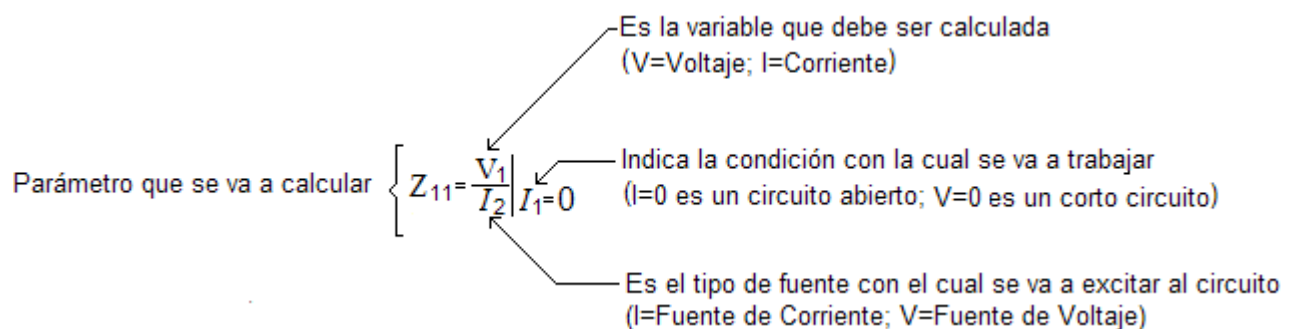
$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \quad (2)$$

Como se desea conocer el valor del parámetro Z_{11} y Z_{21} ; lo que se debe hacer para poder despejar a cada parámetro de la expresión (1) y (2) respectivamente, es la consideración de que: $I_2 = 0$. Las expresiones que se obtienen bajo esta condición son las siguientes.

$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2 = 0} \quad (3)$$

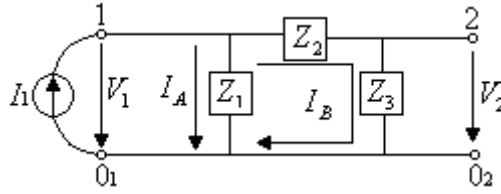
$$Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2 = 0} \quad (4)$$

Para saber cómo se determina el valor de Z_{11} y Z_{21} ; debemos de tener en cuenta lo siguiente:



Es importante el considerar que el subíndice de los términos que forman el cociente; es decir la división, determina entre que terminales se va a calcular la variable (Voltaje o Corriente) o a conectar la fuente de excitación (Voltaje o Corriente) y además en donde va a estar un circuito abierto o un corto circuito. Esto es; si tiene subíndice 1, la variable a calcular será entre la terminal "1" y la "0₁"; mientras que la fuente de excitación estará entre la terminal "1" y "0₁" y el corto circuito o circuito abierto estará entre la terminal "1" y "0₁". Si tiene subíndice 2, la variable a calcular será entre la terminal "2" y la "0₂"; mientras que la fuente de excitación estará entre la terminal "2" y "0₂" y el corto circuito o circuito abierto estará entre la terminal "2" y "0₂".

De las expresiones (3) y (4) se observa que estos dos parámetros se determinan bajo la condición de que $I_2 = 0$. Por lo que el circuito que se estaría empleando para el cálculo de ellos quedará de la manera siguiente:



Calculando ahora el parámetro:

$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2 = 0}$$

Se observa del circuito que para calcular a V_1 , este se obtiene de $V_1 = Z_1 I_A$; por lo que necesitamos calcular el valor de la corriente I_A . Aplicando divisor de corriente se tiene:

$$I_A = \frac{I_1 (Z_2 + Z_3)}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)}$$

Calculando el valor de V_1 :

$$V_1 = (Z_1) \left[\frac{I_1 (Z_2 + Z_3)}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} \right]$$

Entonces el valor de Z_{11} será:

$$Z_{11} = \frac{\frac{Z_1 (Z_2 + Z_3)}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} I_1}{I_1}$$

por lo tanto:

$$Z_{11} = \frac{Z_1 (Z_2 + Z_3)}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} \quad (a)$$

Calculando ahora el parámetro $Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2 = 0}$. Se observa del circuito que para calcular a V_2 , este se obtiene de $V_2 = Z_3 I_B$; por lo que necesitamos calcular el valor de la corriente I_B . Aplicando divisor de corriente se tiene:

$$I_B = \frac{I_1 Z_1}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)}$$

Calculando el valor de V_2 :

$$V_2 = (Z_3) \left[\frac{I_1 Z_1}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} \right]$$

Entonces el valor de Z_{21} será:

$$Z_{21} = \frac{\frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} I_1}{I_1}$$

Por lo tanto:

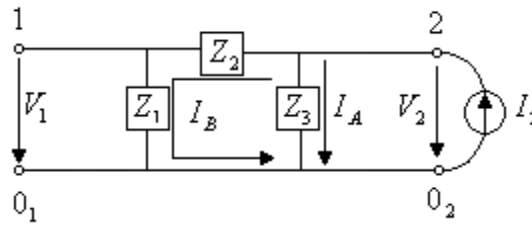
$$Z_{21} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} \quad (b)$$

Como se desea conocer el valor del parámetro Z_{12} y Z_{22} ; lo que se debe hacer para poder despejar a cada parámetro de la expresión (1) y (2) respectivamente, es la consideración de que: $I_1 = 0$. Las expresiones que se obtienen bajo esta condición son las siguientes.

$$Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} \Big|_{I_1 = 0} \quad (5)$$

$$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \Big|_{I_1 = 0} \quad (6)$$

De las expresiones (5) y (6) se observa que estos dos parámetros se determinan bajo la condición de que $I_1 = 0$. Por lo que el circuito que se estaría empleando para el cálculo de ellos quedará de la manera siguiente:



Como se sabe que: $Z_{21} = Z_{12}$; entonces solo falta determinar el valor del parámetro $Z_{22} = \frac{V_2}{I_2}$. Se observa del circuito anterior que para calcular a V_2 , este se obtiene de $V_2 = Z_3 I_A$; por lo necesitamos calcular el valor de la corriente I_A . Aplicando divisor de corriente se tiene:

$$I_A = \frac{I_2(Z_1 + Z_2)}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)}$$

Calculando el valor de V_2 :

$$V_2 = (Z_3) \left[\frac{I_2(Z_1 + Z_2)}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} \right]$$

Entonces el valor de Z_{22} será:

$$Z_{22} = \frac{\frac{Z_3(Z_1 + Z_2)}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} I_2}{I_2}$$

Por lo tanto:

$$Z_{22} = \frac{Z_3(Z_1 + Z_2)}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} \quad (c)$$

Parámetros Z de una red tipo “T” o “Estrella”.

Las expresiones para los parámetros Z, cuando se tienen dos terminales o dos puertos son las siguientes:

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \quad (7)$$

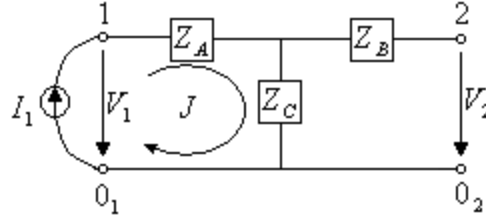
$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \quad (8)$$

Como se desea conocer el valor del parámetro Z_{11} y Z_{21} ; lo que se debe hacer para poder despejar a cada parámetro de la expresión (7) y (8) respectivamente, es la consideración de que: $I_2 = 0$. Las expresiones que se obtienen bajo esta condición son las siguientes.

$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2 = 0} \quad (9)$$

$$Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2 = 0} \quad (10)$$

De las expresiones (9) y (10) se observa que estos dos parámetros se determinan bajo la condición de que $I_2 = 0$. Por lo que el circuito que se estaría empleando para el cálculo de ellos quedará de la manera siguiente:



Calculando ahora el parámetro $Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{I_2 = 0}$; se observa del circuito que para calcular a V_1 este se obtiene de $V_1 = (Z_A + Z_C)J$; también se puede ver que: $J = I_1$, entonces solo se tiene que aplicar ley de Ohm para calcular el valor del voltaje.

$$V_1 = (Z_A + Z_C)I_1$$

Entonces Z_{11} será:

$$Z_{11} = Z_A + Z_C \quad (d)$$

Calculando ahora el parámetro $Z_{21} = \frac{V_2}{I_1} \Big|_{I_2 = 0}$; se observa del circuito que para calcular a V_2 , este se obtiene de $V_2 = Z_C J$; también se puede ver que: $J = I_1$, entonces solo se tiene que aplicar ley de Ohm para calcular el valor del voltaje.

$$V_2 = Z_C I_1$$

Entonces Z_{21} será:

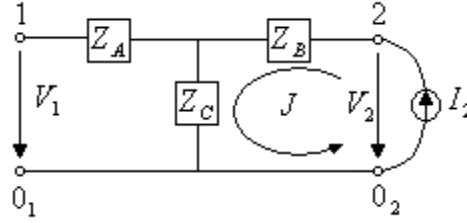
$$Z_{21} = Z_C \quad (e)$$

Como se desea conocer el valor del parámetro Z_{12} y Z_{22} ; lo que se debe hacer para poder despejar a cada parámetro de la expresión (7) y (8) respectivamente, es la consideración de que: $I_1 = 0$. Las expresiones que se obtienen bajo esta condición son las siguientes.

$$Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} \Big|_{I_1 = 0} \quad (11)$$

$$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \Big|_{I_1 = 0} \quad (12)$$

De las expresiones (11) y (12) se observa que estos dos parámetros se determinan bajo la condición de que $I_1 = 0$. Por lo que el circuito que se estaría empleando para el cálculo de ellos quedará de la manera siguiente:



Como se sabe que: $Z_{21} = Z_{12}$; entonces solo falta determinar el valor del parámetro

$Z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1 = 0}$. Se observa del circuito que para calcular a V_2 , este se obtiene de

este se obtiene de $V_2 = (Z_B + Z_C)J$; también se puede ver que: $J = I_1$, entonces solo se tiene que aplicar ley de Ohm para calcular el valor del voltaje.

$$V_2 = (Z_B + Z_C)I_1$$

Entonces Z_{22} será:

$$Z_{22} = Z_B + Z_C \quad (f)$$

Si ahora deseamos pasar de una configuración tipo “ Δ ” o “ Π ” a una tipo “T” o “Estrella”. Se realiza lo siguiente:

$$a = d$$

$$b = e$$

$$c = f$$

Entonces:

$$\frac{Z_1(Z_2 + Z_3)}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} = Z_A + Z_C \quad (g)$$

$$\frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} = Z_C \quad (h)$$

$$\frac{Z_3(Z_1 + Z_2)}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} = Z_B + Z_C \quad (i)$$

Sustituyendo a la expresión “h” en la “g” para despejar a Z_A se tiene:

$$\frac{Z_1(Z_2 + Z_3)}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} = Z_A + \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)}$$

$$\frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} + \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} - \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} = Z_A$$

Por lo tanto:

$$Z_A = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} \quad (13)$$

Sustituyendo a la expresión “h” en la “i” para despejar a Z_B se tiene:

$$\frac{Z_3(Z_1 + Z_2)}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} = Z_B + \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)}$$

$$\frac{Z_2 Z_3}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} + \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} - \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} = Z_B$$

Por lo tanto:

$$Z_B = \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} \quad (14)$$

Por último:

$$Z_C = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} \quad (15)$$

Para pasar de una configuración tipo “T” o “Estrella” a una tipo “ Δ ” o “ Π ” las expresiones que se obtienen son las siguientes:

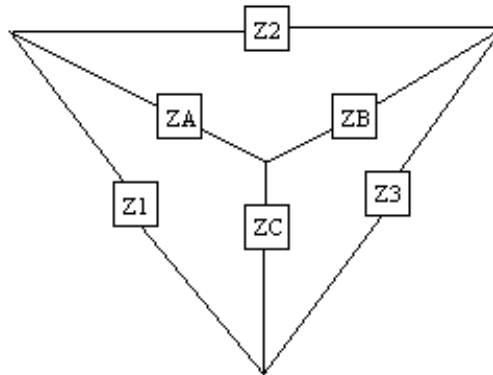
$$Z_1 = \frac{Z_A Z_B + Z_A Z_C + Z_B Z_C}{Z_B} \quad (16)$$

$$Z_2 = \frac{Z_A Z_B + Z_A Z_C + Z_B Z_C}{Z_C} \quad (17)$$

$$Z_3 = \frac{Z_A Z_B + Z_A Z_C + Z_B Z_C}{Z_A} \quad (18)$$

Partiendo de las expresiones (13), (14), (15), (16), (17) y (18), además de considerar la figura siguiente; podemos definir una sola expresión para pasar de una configuración “ Δ ” o “ Π ” a una configuración “T” o “Estrella”; así como una sola

expresión para pasar de una configuración “T” o “Estrella” a una configuración “ Δ ” o “ Π ”.



Para pasar de una configuración “ Δ ” o “ Π ” a una configuración “T” o “Estrella” se tiene:

$$Z_{Deseada} = \frac{\text{El producto entre las impedancias adyacentes a la deseada}}{\text{La suma de las impedancias } (Z_1, Z_2 \text{ y } Z_3)}$$

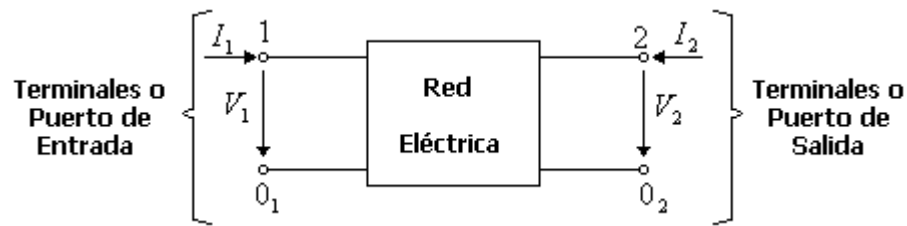
Para pasar de una configuración “T” o “Estrella” a una configuración “ Δ ” o “ Π ”. Tenemos:

$$Z_{Deseada} = \frac{\text{La suma de productos entre pares de impedancias sin que se repitan}}{\text{La impedancia opuesta a la deseada}}$$

IV.1 Redes de Dos Puertos

Este tipo de estructuras o redes eléctricas se caracteriza porque solamente van a tener una terminal independiente a la entrada con su respectiva terminal base, así como una terminal independiente a la salida con su respectiva terminal base;

distribuidas en dos puertos. Una representación de las estructuras o redes de dos puertos es la siguiente.



IV.2 Parámetros “Z” o de circuito abierto

Las expresiones obtenidas para los parámetros “Z” en una estructura o red eléctrica pasiva son las siguientes:

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \quad (1)$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \quad (2)$$

Las expresiones obtenidas para los parámetros “Z” en una estructura o red eléctrica activa son las siguientes:

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + V_1^0 \quad (3)$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 + V_2^0 \quad (4)$$

Los parámetros que se determinan tanto en una red pasiva como en una red activa son los siguientes:

$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} \left. \vphantom{\frac{V_1}{I_1}} \right\} \text{ Impedancia de Entrada}$$

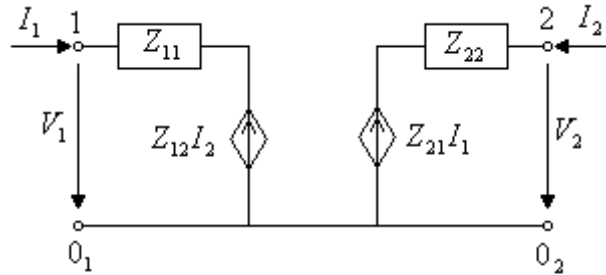
$$Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} \left. \vphantom{\frac{V_2}{I_1}} \right\} \text{ Impedancia de Transferencia Directa}$$

$$Z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} \left. \vphantom{\frac{V_1}{I_2}} \right\} \text{ Impedancia de Transferencia Inversa}$$

$$Z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} \left. \vphantom{\frac{V_2}{I_2}} \right\} \text{ Impedancia de Salida}$$

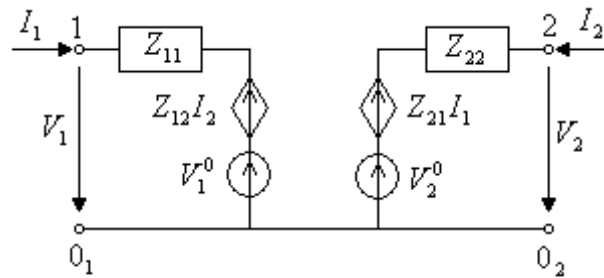
Se debe de tener en cuenta que para una red activa al momento de calcular los parámetros Z o de Circuito Abierto siempre se deberán igualar las fuentes a cero con lo cual, la fuente de corriente se convierte en un circuito abierto y la fuente de voltaje en un corto circuito. Quedando la red o estructura eléctrica con elementos pasivos únicamente.

De las expresiones (1) y (2) se puede obtener un circuito equivalente, siendo este:



Representacion Tipo "V" de Parámetros "Z" de una Red Pasiva

De las expresiones (3) y (4) se puede obtener un circuito equivalente, siendo este:



Representación Tipo "V" de Parámetros "Z" de una Red Activa

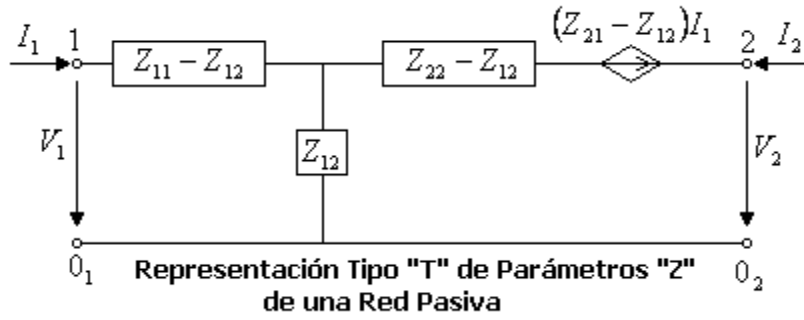
Otro tipo de representación se puede obtener a partir de las siguientes consideraciones:

$$\begin{aligned} V_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 - Z_{12}I_1 + Z_{12}I_1 \\ V_1 &= (Z_{11} - Z_{12})I_1 + Z_{12}(I_1 + I_2) \end{aligned} \quad (5)$$

Además:

$$\begin{aligned} V_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 - Z_{12}(I_1 + I_2) + Z_{12}(I_1 + I_2) \\ V_2 &= (Z_{21} - Z_{12})I_1 + (Z_{22} - Z_{12})I_2 + Z_{12}(I_1 + I_2) \end{aligned} \quad (6)$$

De las expresiones (5) y (6) que son de una red o estructura pasiva, se puede obtener un circuito equivalente, siendo este:

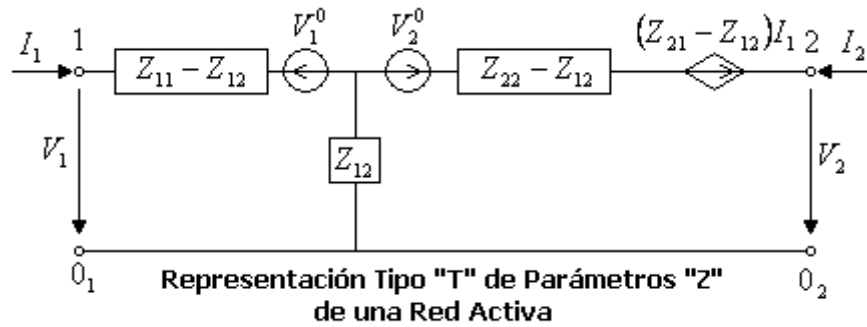


Para una red activa las expresiones que se obtienen son las siguientes:

$$V_1 = (Z_{11} - Z_{12})I_1 + Z_{12}(I_1 + I_2) + V_1^0 \quad (7)$$

$$V_2 = (Z_{21} - Z_{12})I_1 + (Z_{22} - Z_{12})I_2 + Z_{12}(I_1 + I_2) + V_2^0 \quad (8)$$

De las expresiones (7) y (8) se puede obtener un circuito equivalente, siendo este:



IV.3 Parámetros "Y" o de corto circuito

Las expresiones obtenidas para los parámetros "Y" en una estructura o red eléctrica pasiva son las siguientes:

$$I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \quad (9)$$

$$I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \quad (10)$$

Las expresiones obtenidas para los parámetros "Y" en una estructura o red eléctrica activa son las siguientes:

$$(11) \quad I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 + I_1^0$$

$$(12) \quad I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + I_2^0$$

Los parámetros que se determinan tanto en una red pasiva como en una red activa son los siguientes:

$$Y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} \left. \vphantom{\frac{I_1}{V_1}} \right\} \text{Admitancia de Entrada}$$

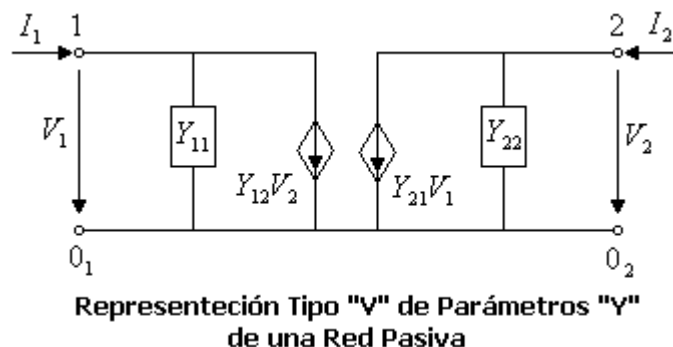
$$Y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} \left. \vphantom{\frac{I_2}{V_1}} \right\} \text{Admitancia de Transferencia Directa}$$

$$Y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} \left. \vphantom{\frac{I_1}{V_2}} \right\} \text{Admitancia de Transferencia Inversa}$$

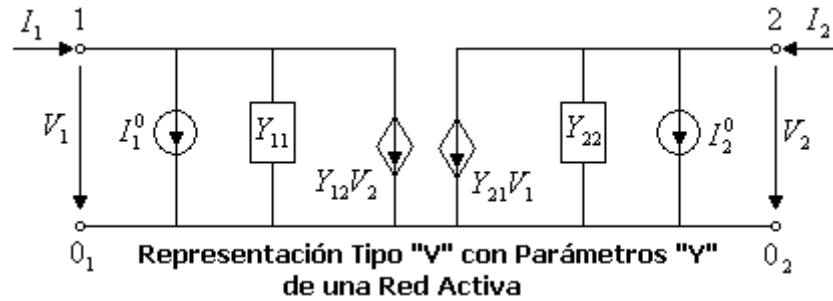
$$Y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} \left. \vphantom{\frac{I_2}{V_2}} \right\} \text{Admitancia de Salida}$$

Se debe de tener en cuenta que para una red activa al momento de calcular los parámetros Y o de Corto Circuito, siempre se deberán igualar las fuentes a cero con lo cual, la fuente de corriente se convierte en un circuito abierto y la fuente de voltaje en un corto circuito. Quedando la red o estructura eléctrica con elementos pasivos únicamente.

De las expresiones (9) y (10) se puede obtener un circuito equivalente, siendo este:



De las expresiones (11) y (12) se puede obtener un circuito equivalente, siendo este:



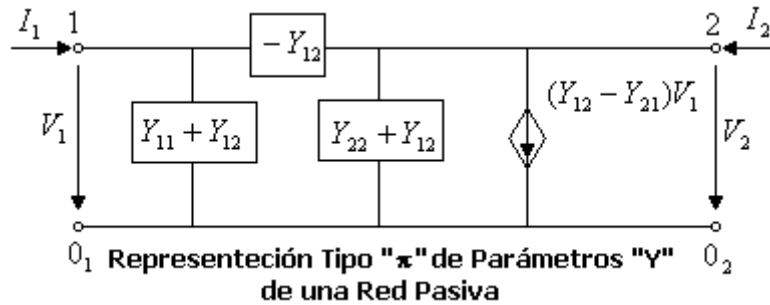
Otro tipo de representación se puede obtener a partir de las siguientes consideraciones:

$$\begin{aligned} I_1 &= Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 - Y_{12}V_1 + Y_{12}V_1 \\ I_1 &= (Y_{11} + Y_{12})V_1 - Y_{12}(V_1 - V_2) \end{aligned} \quad (13)$$

Además:

$$\begin{aligned} I_2 &= Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 - Y_{12}(V_1 - V_2) + Y_{12}(V_1 - V_2) \\ I_2 &= (Y_{21} - Y_{12})V_1 + (Y_{22} + Y_{12})V_2 - Y_{12}(V_2 - V_1) \end{aligned} \quad (14)$$

De las expresiones (13) y (14) que son de una red o estructura pasiva, se puede obtener un circuito equivalente, siendo este:

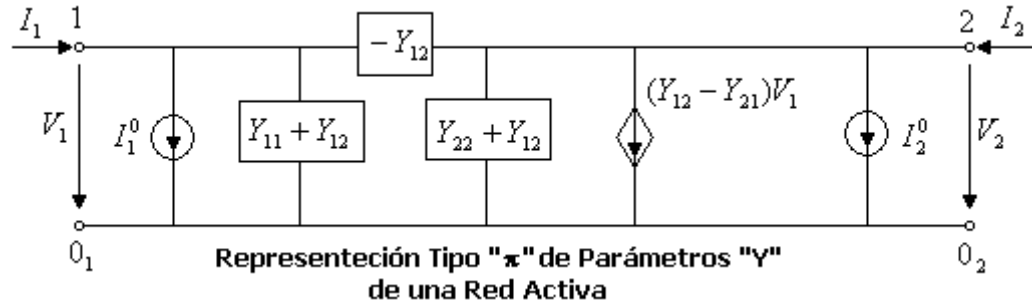


Para una red activa las expresiones que se obtienen son las siguientes:

$$I_1 = (Y_{11} + Y_{12})V_1 - Y_{12}(V_1 - V_2) + I_1^0 \quad (15)$$

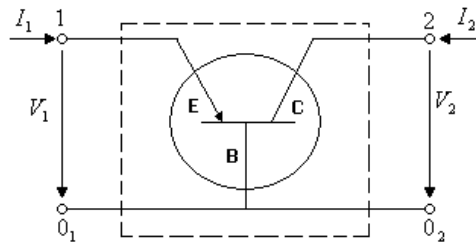
$$I_2 = (Y_{21} - Y_{12})V_1 + (Y_{22} + Y_{12})V_2 - Y_{12}(V_2 - V_1) + I_2^0 \quad (16)$$

De las expresiones (15) y (16) se puede obtener un circuito equivalente, siendo este:



IV.4 Parámetros "h" o Híbridos Directos

Este tipo de parámetros se determinan a partir de un transistor y las variables a calcular están en función de la corriente de entrada I_1 y del voltaje de salida V_2 .



Las expresiones que se obtienen para una red pasiva se muestran a continuación; se parte de la consideración siguiente:

$$V_1 = f(I_1, V_2)$$

$$I_2 = f(I_1, V_2)$$

Entonces:

$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2 \quad (17)$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \quad (18)$$

Las expresiones que se obtienen para una red activa son las siguientes:

$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2 + V_1^0 \quad (19)$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2 + I_2^0 \quad (20)$$

Los parámetros que se determinan tanto en una red pasiva como en una red activa son los siguientes:

$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0} \left. \vphantom{\frac{V_1}{I_1}} \right\} \text{ Impedancia de Entrada con las Terminales de Salida en Corto}$$

$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2 = 0} \left\} \text{Ganancia Directa en Corriente o Factor de Amplificación } (\alpha_{21})$$

$$h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1 = 0} \left\} \text{Ganancia Inversa en Voltaje}$$

$$h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1 = 0} \left\} \text{Admitancia de Salida con las Terminales de Entrada Abiertas}$$

En este tipo de parámetros siempre: $h_{12} = -h_{21}$.

Haciendo una analogía con electrónica los parámetros cambiarían los números por letras en dónde; la primera letra representa el tipo de parámetro y la segunda letra el tipo de configuración con la cual se está trabajando al transistor. Esto es:

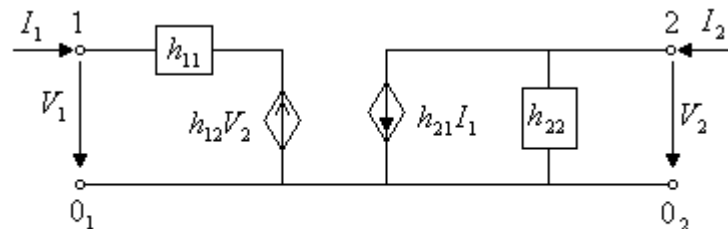
$h_{11} = h_{ib}$; donde $i = input = entrada$, y " b " porque la configuración es a base común

$h_{21} = h_{fb}$; donde $f = forward = directo$, y " b " porque la configuración es a base común

$h_{12} = h_{rb}$; donde $r = reverse = inverso$, y " b " porque la configuración es a base común

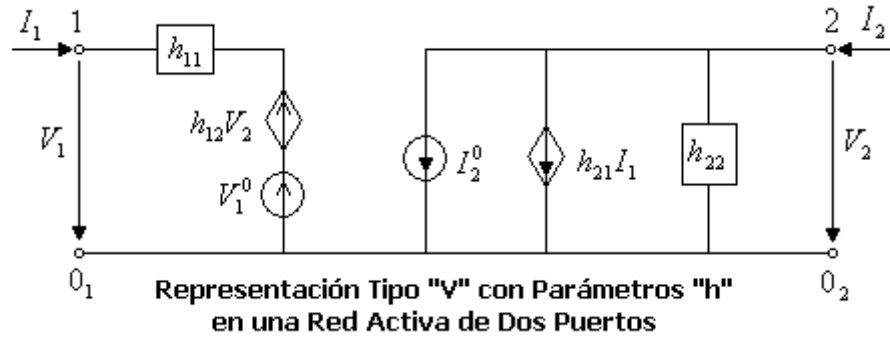
$h_{22} = h_{ob}$; donde $o = output = salida$, y " b " porque la configuración es a base común

El circuito que se obtiene a partir de las expresiones (17) y (18) es el siguiente:



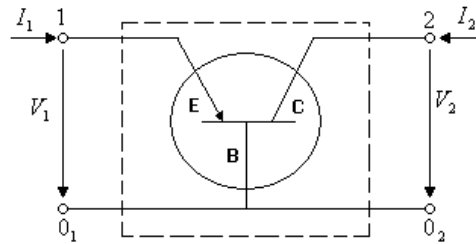
Representación Tipo "V" con Parámetros "h" de una Red Pasiva de Dos Puertos

El circuito que se obtiene a partir de las expresiones (19) y (20) es el siguiente:



IV.5 Parámetros "g" o Híbridos Inversos

Este tipo de parámetros se determinan a partir de un transistor y las variables a calcular están en función de la corriente de entrada V_1 y del voltaje de salida I_2 .



Las expresiones que se obtienen para una red pasiva se muestran a continuación; se parte de la consideración siguiente:

$$I_1 = f(V_1, I_2)$$

$$V_2 = f(V_1, I_2)$$

Entonces:

$$I_1 = g_{11}V_1 + g_{12}I_2 \quad (21)$$

$$V_2 = g_{21}V_1 + g_{22}I_2 \quad (22)$$

Las expresiones que se obtienen para una red activa son las siguientes:

$$I_1 = g_{11}V_1 + g_{12}I_2 + I_1^0 \quad (23)$$

$$V_2 = g_{21}V_1 + g_{22}I_2 + V_2^0 \quad (24)$$

Los parámetros que se determinan tanto en una red pasiva como en una red activa son los siguientes:

$$g_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{I_2=0} \left. \vphantom{\frac{I_1}{V_1}} \right\} \text{ Aditancia de Entrada con las Terminales de Salida Abiertas}$$

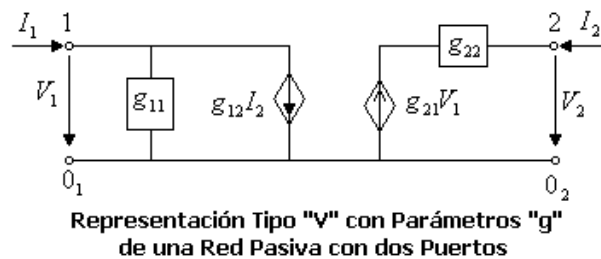
$$g_{21} = \left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{I_2=0} \left\} \text{Ganancia Directa en Voltaje o Factor de Amplificación } (\mu_{21})$$

$$g_{12} = \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_1=0} \left\} \text{Ganancia Inversa en Corriente}$$

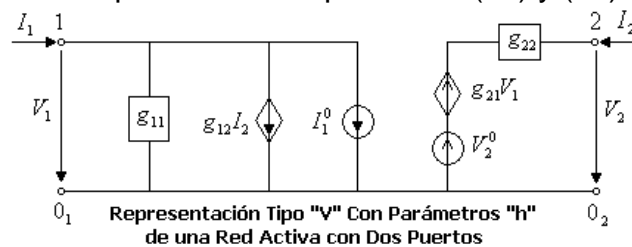
$$g_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{V_1=0} \left\} \text{Impedancia de Salida con las Terminales de Entrada en Corto}$$

En este tipo de parámetros siempre: $g_{12} = -g_{21}$

El circuito que se obtiene a partir de las expresiones (21) y (22) es el siguiente:

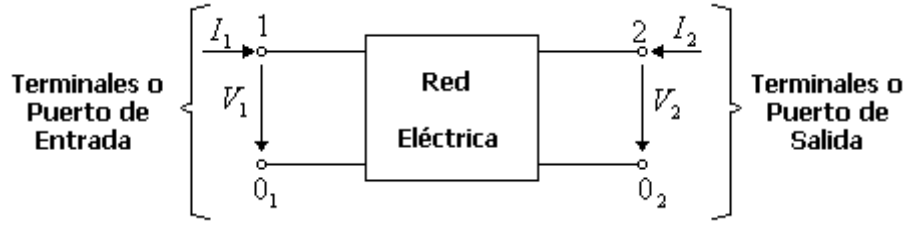


El circuito que se obtiene a partir de las expresiones (23) y (24) es el siguiente:



IV.6 Parámetros Transmisión Directa (A, B, C y D)

Este tipo de parámetros tiene como característica que siempre se va a alimentar al circuito a través del puerto de entrada o terminales de entrada y a la salida lo que se va a tener es un corto circuito, o un circuito abierto; dependiendo de la variable que se vaya a calcular, es decir, si se debe calcular voltaje las terminales de salida estarán abiertas y si se debe de calcular corriente las terminales de salida estarán en corto circuito.



Se pueden obtener estos parámetros, partiendo de las expresiones de los parámetros Z; es decir, de las ecuaciones (3) y (4). Se tiene:

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + V_1^0 \quad (3)$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 + V_2^0 \quad (4)$$

De la expresión (4), despejando a I_1 , se tiene:

$$I_1 = \frac{1}{Z_{21}}V_2 - \frac{Z_{22}}{Z_{21}}I_2 - \frac{1}{Z_{21}}V_2^0 \quad (25)$$

Sustituyendo la expresión (25) en la expresión (3) y despejando a V_1 , tenemos:

$$V_1 = Z_{11} \left[\frac{1}{Z_{21}}V_2 - \frac{Z_{22}}{Z_{21}}I_2 - \frac{1}{Z_{21}}V_2^0 \right] + Z_{12}I_2 + V_1^0$$

$$V_1 = \frac{Z_{11}}{Z_{21}}V_2 - \frac{Z_{11}Z_{22}}{Z_{21}}I_2 - \frac{Z_{11}}{Z_{21}}V_2^0 + Z_{12}I_2 + V_1^0$$

$$V_1 = \frac{Z_{11}}{Z_{21}}V_2 - \left(\frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}} \right) I_2 - \frac{Z_{11}}{Z_{21}}V_2^0 + V_1^0$$

De esta última expresión se puede establecer que:

$$Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21} = \Delta Z$$

Entonces:

$$V_1 = \frac{Z_{11}}{Z_{21}}V_2 - \frac{\Delta Z}{Z_{21}}I_2 - \frac{Z_{11}}{Z_{21}}V_2^0 + V_1^0$$

(26)

Partiendo de las expresiones (25) y (26) se determinan los valores para los parámetros de transmisión directa:

$$\begin{aligned}
 A = \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \left. \vphantom{\frac{Z_{11}}{Z_{21}}} \right\} \text{Factor de Multiplicación } (\mu_{21}) \\
 B = \frac{\Delta Z}{Z_{21}} & \left. \vphantom{\frac{\Delta Z}{Z_{21}}} \right\} \text{Impedancia del Circuito} \\
 C = \frac{1}{Z_{21}} & \left. \vphantom{\frac{1}{Z_{21}}} \right\} \text{Admitancia del Circuito} \\
 D = \frac{Z_{22}}{Z_{21}} & \left. \vphantom{\frac{Z_{22}}{Z_{21}}} \right\} \text{Factor de Multiplicación } (\alpha_{21})
 \end{aligned}$$

Otra forma de obtener los parámetros de transmisión directa es a partir de las siguientes expresiones:

$$V_1 = AV_2 - BI_2 \quad (27)$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2 \quad (28)$$

Despejando a los parámetros de transmisión directa, se tiene:

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{-I_2=0} \left. \vphantom{\frac{V_1}{V_2}} \right\} \text{Ganancia en Voltaje o Factor de Multiplicación } (\mu_{21})$$

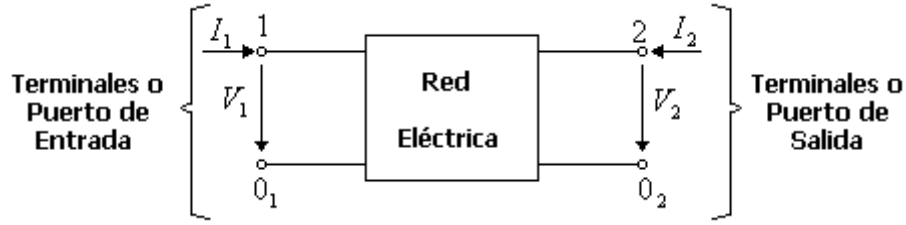
$$C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{-I_2=0} \left. \vphantom{\frac{I_1}{V_2}} \right\} \text{Admitancia del Circuito}$$

$$B = \left. \frac{V_1}{-I_2} \right|_{V_2=0} \left. \vphantom{\frac{V_1}{-I_2}} \right\} \text{Impedancia del Circuito}$$

$$D = \left. \frac{I_1}{-I_2} \right|_{V_2=0} \left. \vphantom{\frac{I_1}{-I_2}} \right\} \text{Ganancia en Corriente o Factor de Multiplicación } (\alpha_{21})$$

IV.7 Parámetros Transmisión Inversa (A', B', C' y D')

Este tipo de parámetros tiene como característica que siempre se va a alimentar al circuito a través del puerto de salida o terminales de salida y a la entrada lo que se va a tener es un corto circuito, o un circuito abierto; dependiendo de la variable que se vaya a calcular, es decir, si se debe calcular voltaje las terminales de entrada estarán abiertas y si se debe de calcular corriente las terminales de entrada estarán en corto circuito.



Se pueden obtener estos parámetros, partiendo de las expresiones de los parámetros Z; es decir; de las ecuaciones (3) y (4). Se tiene:

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + V_1^0 \quad (3)$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 + V_2^0 \quad (4)$$

De la expresión (3), despejando a I_2 , se tiene:

$$I_2 = \frac{1}{Z_{12}}V_1 - \frac{Z_{11}}{Z_{12}}I_1 - \frac{1}{Z_{12}}V_1^0 \quad (29)$$

sustituyendo la expresión (29) en la expresión (4) y despejando a V_2 , tenemos:

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22} \left[\frac{1}{Z_{12}}V_1 - \frac{Z_{11}}{Z_{12}}I_1 - \frac{1}{Z_{12}}V_1^0 \right] + V_2^0$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + \frac{Z_{22}}{Z_{12}}V_1 - \frac{Z_{11}Z_{22}}{Z_{12}}I_1 - \frac{Z_{22}}{Z_{12}}V_1^0 + V_2^0$$

$$V_2 = \frac{Z_{22}}{Z_{12}}V_1 - \left(\frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{12}} \right) I_1 - \frac{Z_{22}}{Z_{12}}V_1^0 + V_2^0$$

De esta última expresión se puede establecer que:

$$Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21} = \Delta Z$$

Entonces:

$$V_2 = \frac{Z_{22}}{Z_{12}}V_1 - \frac{\Delta Z}{Z_{12}}I_1 - \frac{Z_{22}}{Z_{12}}V_1^0 + V_2^0 \quad (30)$$

Partiendo de las expresiones (29) y (30) se determinan los valores para los parámetros de transmisión directa:

$$\begin{aligned}
 A' &= \frac{Z_{22}}{Z_{12}} \left. \vphantom{\frac{Z_{22}}{Z_{12}}} \right\} \text{Ganancia en Voltaje} \\
 B' &= \frac{\Delta Z}{Z_{12}} \left. \vphantom{\frac{\Delta Z}{Z_{12}}} \right\} \text{Impedancia del Circuito} \\
 C' &= \frac{1}{Z_{12}} \left. \vphantom{\frac{1}{Z_{12}}} \right\} \text{Admitancia del Circuito} \\
 D' &= \frac{Z_{11}}{Z_{12}} \left. \vphantom{\frac{Z_{11}}{Z_{12}}} \right\} \text{Ganancia en Corriente}
 \end{aligned}$$

Otra forma de obtener los parámetros de transmisión directa es a partir de las siguientes expresiones:

$$V_2 = A'V_1 - B'I_1 \quad (31)$$

$$I_2 = C'V_1 - D'I_1 \quad (32)$$

Despejando a los parámetros de transmisión directa, se tiene:

$$\begin{aligned}
 A' &= \left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{-I_1=0} \left. \vphantom{\frac{V_2}{V_1}} \right\} \text{Ganancia en Voltaje} \\
 C' &= \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{-I_1=0} \left. \vphantom{\frac{I_2}{V_1}} \right\} \text{Admitancia del Circuito} \\
 B' &= \left. \frac{V_2}{-I_1} \right|_{V_1=0} \left. \vphantom{\frac{V_2}{-I_1}} \right\} \text{Impedancia del Circuito} \\
 D' &= \left. \frac{I_2}{-I_1} \right|_{V_1=0} \left. \vphantom{\frac{I_2}{-I_1}} \right\} \text{Ganancia en Corriente}
 \end{aligned}$$