II.ESTRUCTURAS PASIVAS DE DOS TERMINALES

Cuando se tiene una red o estructura eléctrica pasiva con solo dos terminales de acceso a ella; es decir, no se conoce la configuración interna de la red y solo se sabe que no tiene fuentes en su interior; resulta útil para muchos propósitos determinar el valor de la impedancia (Z) o admitancia (Y) total que refleja la red entre sus terminales.

Se pueden presentar dos casos para el cálculo de la impedancia total (Z_T) o admitancia total (Y_T) en una estructura o red eléctrica y estos son los siguientes:

1) Cuando la red eléctrica se encuentra dentro de una caja negra y no es posible observar las conexiones entre los elementos pasivos; es decir, solo se observan las terminales de acceso de la red; como se muestra en la figura 1.

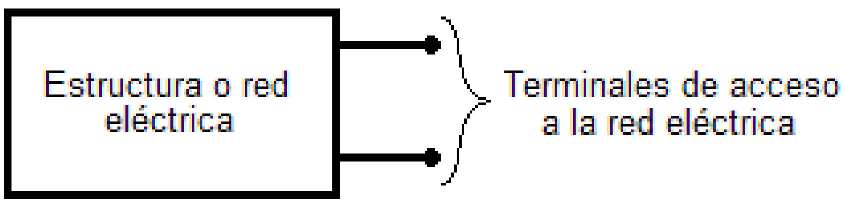


Figura 1. Caja negra con sus terminales de acceso.

Cuando solo se observan las terminales de acceso a la red eléctrica, la Z_T puede ser obtenida excitando las terminales de acceso con una fuente de voltaje de valor Vfv (no importa el valor que tenga) a una frecuencia omega (ω) diferente de cero, como se muestra en la figura 2.

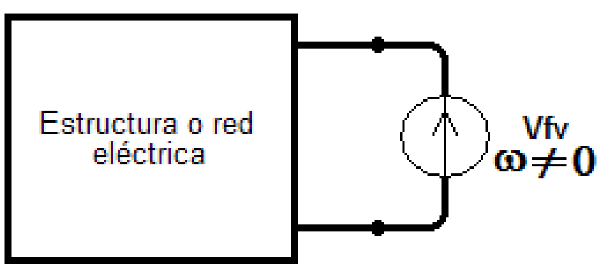


Figura 2. Circuito para determinar el valor de Z_T

Lo que se hace es colocar un amperímetro en serie a la fuente de voltaje para medir la corriente que proporciona, como se muestra en la figura 3. Una vez que se determinó el valor de la corriente midiéndola, la Z_T de la red eléctrica se determina empleando ley de Ohm como lo indica la ecuación 1.

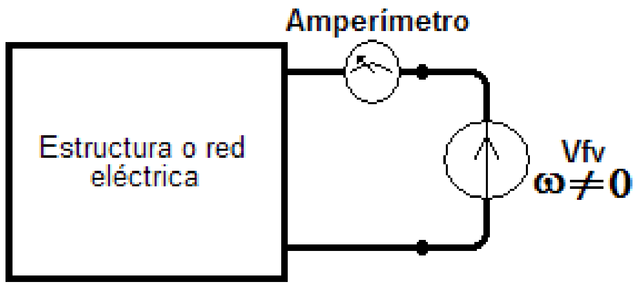


Figura 3. Circuito para determinar el valor de la corriente de la fuente.

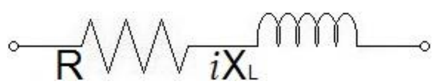
$$Z_T = \frac{Vfv}{I_A} = \frac{Voltaje\ de\ la\ \ fuente\ de\ voltaje}{Corriente\ medida\ \text{en el amperímetro}}[Ohms; \Omega] \qquad (1)$$

Es importante recordar que la impedancia de un circuito de forma general está formada por una parte real y una reactiva siendo de la forma siguiente:

$$Z = R \pm \mathrm{i}X \ [\Omega]$$

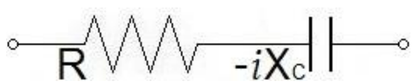
Aunque la impedancia de un circuito puede presentar las siguientes formas:

$Z = R + \mathrm{i}X_L \ \ [\Omega]$



Donde $i\mathrm{X}_\mathrm{L} = i\omega L \ [\Omega]$

$Z = R - \mathrm{i}X_C \ [\Omega]$



Donde $-i\mathrm{X}_\mathrm{C} = -\frac{i}{\omega C} \ [\Omega]$

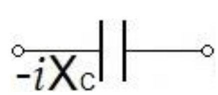
$Z = Z_R \ [\Omega]$

Donde $Z_R = R \ [\Omega]$

$Z = Z_L \ \ [\Omega]$

Donde $Z_L = i\mathrm{X}_\mathrm{L} = i\omega L \ [\Omega]$

$Z = -Z_C \ [\Omega]$



Donde

$-Z_C = -i\mathrm{X}_\mathrm{C} = -\frac{i}{\omega C} \ [\Omega]$

Para obtener el valor de la Y_T cuando solo se observan las terminales de acceso a la red eléctrica; lo que se hace es excitar las terminales de acceso con una fuente de corriente de valor Ifc (no importa el valor que tenga) a una frecuencia omega (ω) diferente de cero; como se muestra en la figura 4.

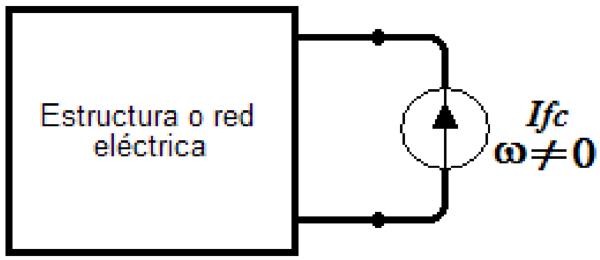


Figura 4. Circuito para obtener el valor de Y_T

Lo que se hace es colocar un voltímetro en paralelo a la fuente de corriente para medir el voltaje que proporciona, como se muestra en la figura 5. Una vez que se determinó el valor del voltaje midiéndolo, la Y_T de la red eléctrica se determina empleando ley de Ohm como se indica en la ecuación 2.

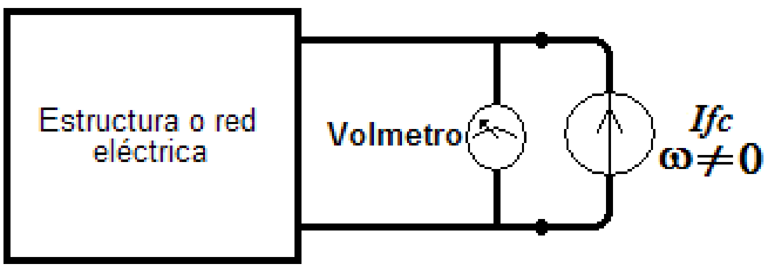


Figura 5. Circuito para determinar el valor del voltaje de la fuente.

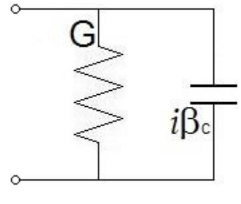
$$\mathrm{Y}_T = \frac{Ifc}{V_M} = \frac{Corriente\ de\ la\ fuente\ de\ corriente}{Voltaje\ medido\ \text{en el volmetro}} [Siemens]\ [S] \tag{2}$$

Es importante recordar que la admitancia de un circuito de forma general está formada por una parte real y una susceptiva siendo de la forma siguiente:

$$Y = G \pm i\beta\ [S]$$

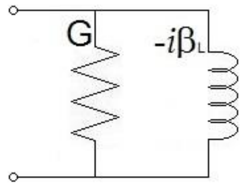
Aunque la admitancia de un circuito puede presentar las siguientes formas:

$Y = G + i\beta_C$



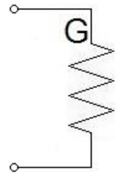
Donde: $i\beta_C = i\omega C\ [S]$

$Y = G - i\beta_L$



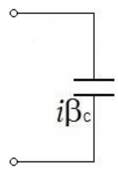
Donde: $-i\beta_L = -\dfrac{i}{\omega L}\ [S]$

$\mathrm{Y} = \mathrm{Y}_{\mathrm{G}}$



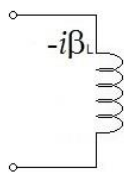
Donde: $\mathrm{Y}_{\mathrm{G}} = G\ [S]$

$\mathrm{Y} = \mathrm{Y}_{\mathrm{C}}$



Donde: $\mathrm{Y}_C = i\omega C\ [S]$

$\mathrm{Y} = -\mathrm{Y}_L$



Donde: $-\mathrm{Y}_L = -\dfrac{i}{\omega L}\ [S]$

2) Cuando se conoce la configuración interna de la red eléctrica. En este caso la Z_T y la Y_T que refleja la red entre sus terminales de acceso pueden ser determinadas de las siguientes formas:

   a) Mediante el empleo de reducciones serie, paralelo y serie-paralelo; es importante recordar siempre que este método es factible siempre que en la red no existan acoplamientos magnéticos entre sus elementos.
   b) Empleando una ecuación general la cual puede emplearse para cualquier tipo de red pasiva; es decir, pueden o no existir acoplamientos magnéticos entre los elementos que la forman.

II.1 Reducciones serie; paralelo y serie-paralelo

Se debe tener en cuenta que no deben de existir acoplamientos magnéticos entre los elementos que forman la red eléctrica.

Se sabe que la Z_T de impedancias conectadas en serie como se muestra en la figura 6; se obtiene de la siguiente manera.

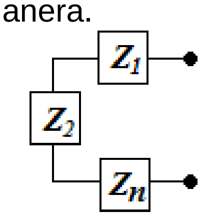


Figura 6. Impedancias conectadas en serie.

Entonces:

$$Z_T = Z_1 + Z_2 + \ldots + Z_n$$

Por lo tanto:

$$Z_T = \sum_{k=1}^{n} Z_k \; [Omhs, \Omega] \qquad (3)$$

Como:

$$Z = \frac{1}{Y}$$

Sustituyendo el valor de Z en la ecuación (3).

$$\frac{1}{Y_T} = \frac{1}{Y_1} + \frac{1}{Y_2} + \ldots + \frac{1}{Y_n}$$

Entonces:

$$1 = \left(\frac{1}{Y_1} + \frac{1}{Y_2} + \ldots + \frac{1}{Y_n} \right) Y_T$$

Como se desea conocer el valor de la ADMITANCIA TOTAL (Y_T); se tiene:

$$\mathrm{Y}_T = \frac{1}{\frac{1}{\mathrm{Y}_1} + \frac{1}{\mathrm{Y}_2} + \ldots + \frac{1}{\mathrm{Y}_n}} \; [Siemens][S] \qquad (4)$$

Si solo se tienen dos admitancias en serie como se muestra en la figura 7; se tienen los siguientes casos:

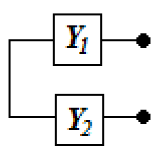


Figura 7. Dos admitancias conectadas en serie.

1. Si $Y_1 \neq Y_2$ entonces:

$$\mathrm{Y}_\mathrm{T} = \frac{1}{\frac{1}{\mathrm{Y}_1} + \frac{1}{\mathrm{Y}_2}} = \frac{1}{\frac{\mathrm{Y}_1 + \mathrm{Y}_2}{\mathrm{Y}_1 \mathrm{Y}_2}} \quad \therefore \quad \mathrm{Y}_\mathrm{T} = \frac{\mathrm{Y}_1 \mathrm{Y}_2}{\mathrm{Y}_1 + \mathrm{Y}_2} \; [Siemens][S] \qquad (5)$$

2. Si $Y_1 = Y_2$ entonces:

$$\mathrm{Y_T} = \frac{\mathrm{Y_1 Y_2}}{\mathrm{Y_1 + Y_2}} = \frac{\mathrm{Y_1 Y_1}}{\mathrm{Y_1 + Y_1}} = \frac{\mathrm{Y_1}^2}{2\mathrm{Y_1}} \quad \therefore \quad \mathrm{Y_T} = \frac{\mathrm{Y_1}}{2} \; [Siemens][S] \tag{6}$$

Para determinar el valor de la inductancia total (L_T) en un arreglo de bobinas aisladas magnéticamente y conectadas en serie, como se muestra en la figura 8. Se tiene.

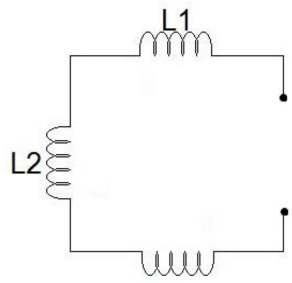


Figura 8. Bobinas conectadas en serie.

Se sabe que: $Z_T = Z_1 + Z_2 + ... + Z_n$; además la impedancia de una bobina es: $Z_L = i\omega L$; entonces:

$$i\omega L_T = i\omega L_1 + i\omega L_2 + ... + i\omega L_n$$
$$i\omega L_T = i\omega(L_1 + L_2 + ... + L_n)$$

Como se desea conocer el valor de la INDUCTANCIA TOTAL (L_T).

$$L_T = \frac{i\omega(L_1 + L_2 + ... + L_n)}{i\omega} = L_1 + L_2 + ... + L_n$$

Por lo tanto:

$$L_T = \sum_{k=1}^{n} L_k \; [Henrys;\ \mathrm{H}] \tag{7}$$

Para determinar el valor de la capacitancia total (C_T) en un arreglo de capacitores conectados en serie, como se muestra en la figura 9. Se tiene.

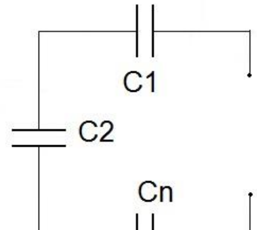


Figura 9. Capacitares conectados en serie.

Se sabe que: $Z_T = Z_1 + Z_2 + ... + Z_n$; además la impedancia de un capacitor es: $Z_C = \dfrac{1}{i\omega C}$; entonces:

$$\frac{1}{i\omega C_T} = \frac{1}{i\omega C_1} + \frac{1}{i\omega C_2} + ... + \frac{1}{i\omega C_n}$$

$$\frac{1}{i\omega C_T} = \frac{1}{i\omega}\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}\right)$$

Como se desea conocer el valor de la CAPACITANCIA TOTAL (C_T).

$$C_T = \frac{1}{\frac{1}{i\omega}\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}\right)(i\omega)} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}}$$

Por lo tanto:

$$C_T = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}} \; [Farads;\ F] \qquad (8)$$

Si solo se tienen dos capacitores en paralelo como se muestra en la figura 10; se tienen los siguientes casos:

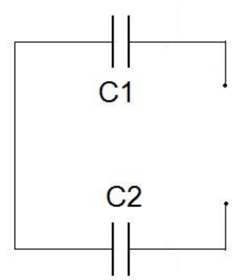


Figura 10. Dos capacitores conectados en paralelo.

1. Si $C_1 \neq C_2$ entonces:

$$C_T = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{1}{\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}} \quad \therefore \quad C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \; [Farads;\ F]$$

(9)

2. Si $C_1 = C_2$ entonces:

$$C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 C_1}{C_1 + C_1} = \frac{C_1^{\,2}}{2C_1} \quad \therefore \quad C_T = \frac{C_1}{2} \; [Farads; F] \tag{10}$$

Para determinar el valor de la resistencia total (R_T) en un arreglo de resistencias conectadas en serie, como se muestra en la figura 11. Se tiene.

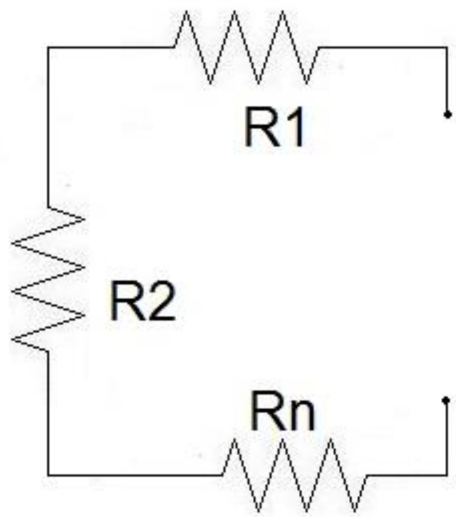


Figura 11. Resistencias conectadas en serie.

Se sabe que: $Z_T = Z_1 + Z_2 + ... + Z_n$; entonces: $R_T = R_1 + R_2 + ... + R_n$.Por lo tanto:

$$R_T = \sum_{k=1}^{n} R_k \;\; [Ohms;\; \Omega] \tag{11}$$

Se sabe que la admitancia total de admitancias conectadas en paralelo, como se muestra en la figura 12; se obtiene de la siguiente manera.

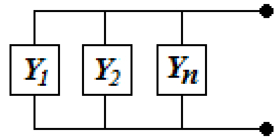


Figura 12. Admitancias conectadas en paralelo.

Se sabe que:

$$Y_T = Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n$$

Por lo tanto:

$$Y_T = \sum_{k=1}^{n} Y_k \; [Siemens] \, [S] \qquad (12)$$

Como:

$$Y = \frac{1}{Z}$$

Sustituyendo en la ecuación (12) de la Y_T se tiene.

$$\frac{1}{Z_T} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \ldots + \frac{1}{Z_n}$$

Entonces:

$$1 = \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \ldots + \frac{1}{Z_n} \right) Z_T$$

Como se desea conocer el valor de la IMPEDANCIA TOTAL (Z_T); se tiene:

$$Z_T = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \ldots + \frac{1}{Z_n}} \; [Ohms; \; \Omega] \qquad (13)$$

Si solo se tienen dos impedancias en paralelo como se muestra en la figura 13; se tienen los siguientes casos:

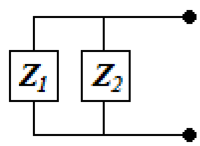


Figura 13. Dos impedancias conectadas en paralelo.

3. Si $Z_1 \neq Z_2$ entonces:

$$Z_T = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}} = \frac{1}{\frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 Z_2}} \quad \therefore \quad Z_T = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \; [Ohms; \Omega] \qquad (14)$$

4. Si $Z_1 = Z_2$ entonces:

$$Z_T = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{Z_1 Z_1}{Z_1 + Z_1} = \frac{{Z_1}^2}{2Z_1} \quad \therefore \quad Z_T = \frac{Z_1}{2} \ [Ohms; \Omega] \qquad (15)$$

Para determinar el valor de la invertancia total (Γ_T) así como la inductancia total (L_T) en un arreglo de bobinas aisladas magnéticamente y conectadas en paralelo; como se muestra en la figura 14. Se tiene.

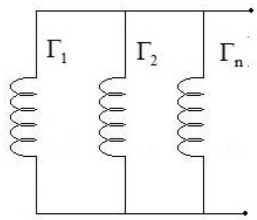


Figura 14. Bobinas conectadas en paralelo (Invertancias).

Se sabe que: $Y_T = Y_1 + Y_2 + ... + Y_n$; además la admitancia de una bobina es la siguiente: $Y_L = \frac{\Gamma}{i\omega}$; entonces:

$$\frac{\Gamma_T}{i\omega} = \frac{\Gamma_1}{i\omega} + \frac{\Gamma_2}{i\omega} + ... + \frac{\Gamma_n}{i\omega}$$

$$\frac{\Gamma_T}{i\omega} = \frac{1}{i\omega}(\Gamma_1 + \Gamma_2 + ... + \Gamma_n)$$

Como se desea conocer el valor de la INVERTANCIA TOTAL (Γ_T).

$$\Gamma_T = \frac{1}{i\omega}(\Gamma_1 + \Gamma_2 + ... + \Gamma_n)(i\omega) = \Gamma_T = \Gamma_1 + \Gamma_2 + ... + \Gamma_n$$

Por lo tanto:

$$\Gamma_T = \sum_{k=1}^{n} \Gamma_k \ [Yrneh; H^{-1}] \qquad (16)$$

Se sabe que:

$$\Gamma = \frac{1}{L}$$

Sustituyendo en la ecuación (16) de la Γ_T, se tiene.

$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + ... + \frac{1}{L_n}$$

Entonces:

$$1 = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + ... + \frac{1}{L_n}\right)(L_T)$$

Como se desea el valor de la INDUCTANCIA TOTAL (L_T).

$$L_T = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \ldots + \frac{1}{L_n}} [\text{Henrys;H}] \tag{17}$$

Si solo se tienen dos bobinas conectadas en paralelo como se muestra en la figura 15; se tienen los siguientes casos:

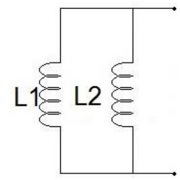


Figura 15. Dos bobinas conectadas en paralelo.

1. Si $L_1 \neq L_2$ entonces:

$$L_T = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}} = \frac{1}{\frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2}} \quad \therefore \quad \mathrm{L}_T = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} [Henrys, H] \tag{18}$$

2. Si $L_1 = L_2$ entonces:

$$L_T = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} = \frac{L_1 L_1}{L_1 + L_1} = \frac{L_1^{\ 2}}{2L_1} \quad \therefore \quad \mathrm{L}_T = \frac{L_1}{2} [Henrys; H] \tag{19}$$

Para determinar el valor de la capacitancia total (C_T) en un arreglo de capacitores conectados en paralelo, como se muestra en la figura 16. Se tiene.

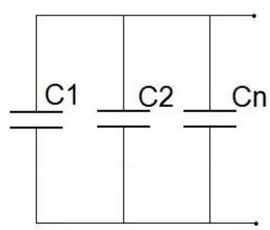


Figura 16. Capacitores conectados en paralelo.

Se sabe que: $Y_T = Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n$; además la admitancia de un capacitor es la siguiente: $Y_C = i\omega C$; entonces:

$$i\omega C_T = i\omega C_1 + i\omega C_2 + \ldots + i\omega C_n$$
$$i\omega C_T = i\omega(C_1 + C_2 + \ldots + C_n)$$

Como se desea conocer el valor de la CAPACITANCIA TOTAL (C_T)

$$C_T = \frac{i\omega(C_1 + C_2 + \ldots + C_n)}{i\omega} = C_T = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$$

Por lo tanto:

$$\mathrm{C_T} = \sum_{k=1}^{\mathrm{n}} C_{\mathrm{k}} \; [Farads; F] \tag{20}$$

Para determinar el valor de la conductancia total (G_T) en un arreglo de conductancias conectadas en paralelo, como se muestra en la figura 17. Se tiene.

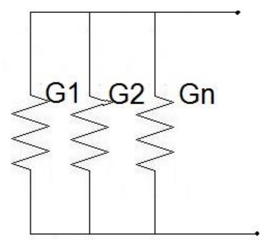


Figura 17. Conductancias conectadas en paralelo.

Se sabe que: $Y_T = Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n$; entonces: $G_T = G_1 + G_2 + \ldots + G_n$ .Por lo tanto:

$$\mathrm{G_T} = \sum_{k=1}^{\mathrm{n}} G_{\mathrm{k}} \; [\mathrm{Siemens}]\,[S] \tag{21}$$

Se sabe que:

$$G = \frac{1}{R}$$

Sustituyendo en la expresión (21) de la G_T , se tiene.

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

Entonces:

$$1 = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}\right)(R_T)$$

Por lo tanto:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}} \left[Ohms; \Omega\right] \quad (22)$$

Si solo se tienen dos resistencias conectadas en paralelo como se muestra en la figura 18; se tienen los siguientes casos:

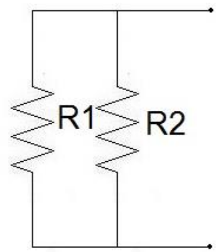


Figura 18. Dos resistencias conectadas en paralelo.

1. Si $R_1 \neq R_2$ entonces:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}} \quad \therefore \quad \mathrm{R}_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \left[Ohms, \Omega\right] \quad (23)$$

2. Si $R_1 = R_2$ entonces:

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 R_1}{R_1 + R_1} = \frac{{R_1}^2}{2R_1} \quad \therefore \quad \mathrm{R}_T = \frac{R_1}{2} \left[Ohms; \Omega\right] \quad (24)$$

II.2 Empleo de ecuación general

En este caso no importa si existen acoplamientos magnéticos entre los elementos que forman la red eléctrica.

Si se considera la red eléctrica formada por impedancias como la mostrada en la figura 19.

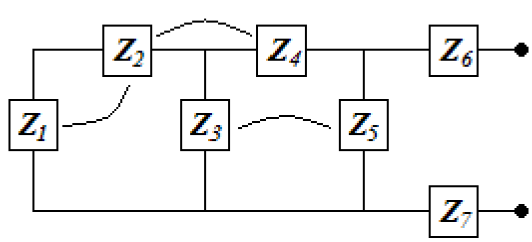


Figura 19. Red eléctrica en la cual se conoce su configuración.

Para poder determinar el valor de la Z_T lo que se hace es conectar una fuente de voltaje de valor Vfv (no importa el valor que tenga) a una frecuencia ω diferente de cero. Como se muestra en la figura 20; siempre la malla 1 será aquella donde esté conectada la fuente de voltaje.

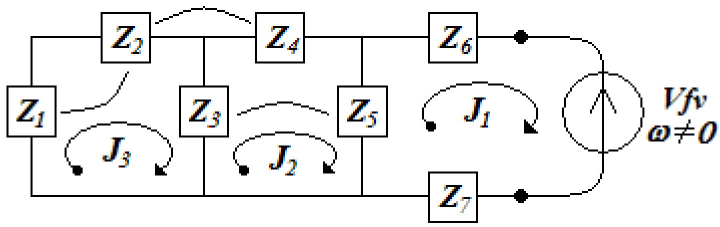


Figura 20. Circuito empleado para determinar el valor de Z_T

Las ecuaciones de malla son las siguientes:

$$\xi_{11}J_1 + \xi_{12}J_2 + \xi_{13}J_3 = Vfv$$
$$\xi_{21}J_1 + \xi_{22}J_2 + \xi_{23}J_3 = 0$$
$$\xi_{31}J_1 + \xi_{32}J_2 + \xi_{33}J_3 = 0$$

Se sabe que:

$$Z_T = \frac{Vfv}{Ifv} \qquad (25)$$

donde:

$$Ifv = J_1$$

Calculando el valor de J_1, de las ecuaciones de malla.

$$J_1 = \frac{\begin{vmatrix} Vfv & \xi_{12} & \xi_{13} \\ 0 & \xi_{22} & \xi_{23} \\ 0 & \xi_{32} & \xi_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \xi_{11} & \xi_{12} & \xi_{13} \\ \xi_{21} & \xi_{22} & \xi_{23} \\ \xi_{31} & \xi_{32} & \xi_{33} \end{vmatrix}} = \frac{Vfv\begin{vmatrix} \xi_{22} & \xi_{23} \\ \xi_{32} & \xi_{33} \end{vmatrix}}{Det\ \xi} \quad \Rightarrow \quad J_1 = \frac{Vfv\begin{vmatrix} \xi_{22} & \xi_{23} \\ \xi_{32} & \xi_{33} \end{vmatrix}}{\Delta\ \xi}$$

Se observa que:

$$\begin{vmatrix} \xi_{22} & \xi_{23} \\ \xi_{32} & \xi_{33} \end{vmatrix} = cof\ \xi_{11}$$

Sustituyendo en la ecuación de la corriente de la malla uno.

$$J_1 = \frac{Vfv\ cof\ \xi_{11}}{\Delta\ \xi}$$

Despejando tenemos:

$$\frac{\Delta \xi}{cof\ \xi_{11}} = \frac{Vfv}{J_1}$$

De la ecuación (25):

$$Z_T = \frac{Vfv}{Ifv} = \frac{Vfv}{J_1} = \frac{\Delta \xi}{cof\ \xi_{11}}$$

Por lo tanto:

$$Z_T = \frac{\Delta \xi}{cof\ \xi_{11}} [Ohms; \Omega] \qquad (26)$$

Se sabe que:

$$Y_T = \frac{1}{Z_T} = \frac{1}{\frac{\Delta \xi}{cof\ \xi_{11}}}$$

Por lo tanto:

$$Y_T = \frac{cof\ \xi_{11}}{\Delta \xi} [Siemens][S] \qquad (27)$$

Si ahora se considera la red eléctrica formada por admitancias como la mostrada en la figura 21 para su análisis se tiene.

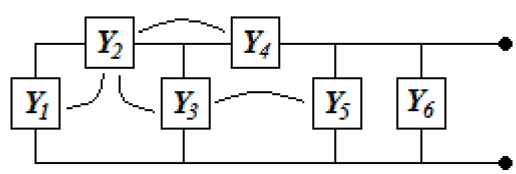


Figura 21. Red eléctrica de la cual se conoce su configuración.

Para poder determinar el valor de la Y_T lo que se hace es conectar una fuente de corriente de valor Ifc (no importa el valor que tenga) a una frecuencia ω diferente de cero, como se muestra en la figura 22. Siempre el nodo 1 será aquel donde esté conectada la fuente de corriente.

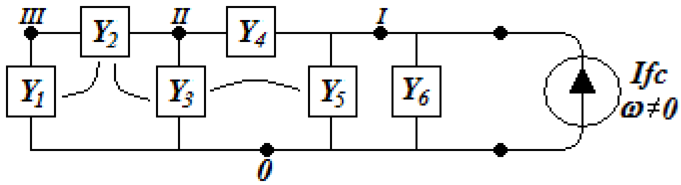


Figura 22. Circuito para calcular el valor de Y_T

Las ecuaciones de nodo son las siguientes:

$$y_{11}U_1 + y_{12}U_2 + y_{13}U_3 = Ifc$$
$$y_{21}U_1 + y_{22}U_2 + y_{23}U_3 = 0$$
$$y_{31}U_1 + y_{32}U_2 + y_{33}U_3 = 0$$

Se sabe que:

$$Y_T = \frac{Ifc}{Vfc} \tag{28}$$

Donde:

$$Vfc = U_1$$

Calculando el valor de U_1 de las ecuaciones de nodo.

$$U_1 = \frac{\begin{vmatrix} Ifc & y_{12} & y_{13} \\ 0 & y_{22} & y_{23} \\ 0 & y_{32} & y_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{vmatrix}} = \frac{Ifc \begin{vmatrix} y_{22} & y_{23} \\ y_{32} & y_{33} \end{vmatrix}}{Det\ y} \Rightarrow U_1 = \frac{Ifc \begin{vmatrix} y_{22} & y_{23} \\ y_{32} & y_{33} \end{vmatrix}}{\Delta y}$$

Se observa que:

$$\begin{vmatrix} y_{22} & y_{23} \\ y_{32} & y_{33} \end{vmatrix} = cof\ y_{11}$$

Sustituyendo en la ecuación de la caída de tensión U_1 se tiene:

$$U_1 = \frac{Ifc\ cof\ y_{11}}{\Delta y}$$

Despejando tenemos:

$$\frac{\Delta\, y}{cof\ \ y_{11}} = \frac{Ifc}{U_1}$$

De la ecuación (28):

$$Y_T = \frac{Ifc}{Vfc} = \frac{Ifc}{U_1} = \frac{\Delta\, y}{cof\ \ y_{11}}$$

Por lo tanto:

$$\mathrm{Y}_T = \frac{\Delta\ \mathrm{y}}{cof\ \ \mathrm{y}_{11}}[Siemens][S] \qquad (29)$$

Se sabe que:

$$Z_T = \frac{1}{Y_T} = \frac{1}{\dfrac{\Delta\, y}{cof\ \ y_{11}}}$$

Por lo tanto:

$$Z_T = \frac{cof\ \ y_{11}}{\Delta\, y}[Ohms; \Omega\ ] \qquad (30)$$