

III. TEOREMAS DE REDES

La aplicación de los teoremas a los circuitos o redes eléctricas tiene por objetivo el simplificar el circuito o en su caso, el análisis del mismo.

III.1 TEOREMA DE INTERCAMBIO DE FUENTES

INTERCAMBIO DE UNA FUENTE DE VOLTAJE POR UNA FUENTE DE CORRIENTE.

Si entre dos puntos de una red eléctrica, sean estos **a** y **b**; existe un circuito serie formado por una impedancia (Z) y una fuente de voltaje como se muestra en la figura 1(a) o un circuito serie formado por una admitancia (Y) y una fuente de voltaje como se muestra en la figura 1(b). Se puede intercambiar este circuito serie, por un circuito paralelo formado por una fuente de corriente conectada a la misma impedancia o a la misma admitancia. Una vez realizado el intercambio de fuente el circuito paralelo deberá quedar conectado entre los puntos **a** y **b**.

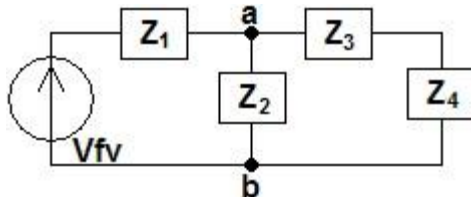


Figura 1(a). Red eléctrica en la cual entre los dos puntos **a** y **b** existe un circuito serie formado por una fuente de voltaje y una impedancia.

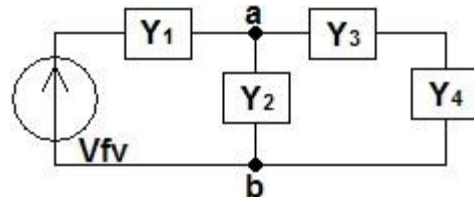


Figura 1(b). Red eléctrica en la cual entre los dos puntos **a** y **b** existe un circuito serie formado por una fuente de voltaje y una admitancia.

Para realizar el intercambio se va a considerar solamente al circuito serie formado por la fuente de voltaje y la impedancia que está entre los puntos **a** y **b**, como se muestra en la figura 2(a) o al circuito serie formado por la fuente de voltaje y la admitancia que está entre los puntos **a** y **b**, como el que se muestra en la figura 2(b).

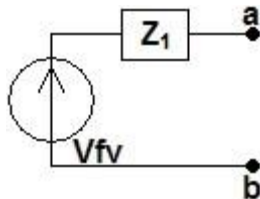


Figura 2(a). Circuito serie formado por una fuente de voltaje y una impedancia.

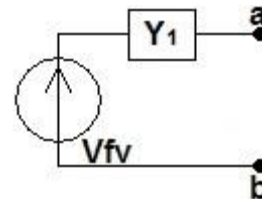


Figura 2(b). Circuito serie formado por una fuente de voltaje y una admitancia.

Lo que se va a hacer para intercambiar a la fuente de voltaje por una fuente de corriente es aplicar ley de Ohm, considerando si es una impedancia o una admitancia el elemento en serie a la fuente. Esto se indica en la ecuación 1a para cuando el elemento en serie a la fuente de voltaje es una IMPEDANCIA y en la ecuación 1b para cuando el elemento en serie a la fuente de voltaje es una ADMITANCIA.

$$I_{fv} = \frac{V_{fv}}{Z_1} [A] \quad (1a)$$

$$I_{fv} = V_{fv} Y_1 [A] \quad (1b)$$

El circuito que queda una vez realizado el intercambio de fuentes es el que se muestra en la figura 3(a) y 3(b); el cual debe quedar entre los puntos **a** y **b**.

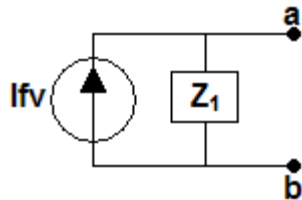


Figura 3(a) Circuito paralelo con impedancia.

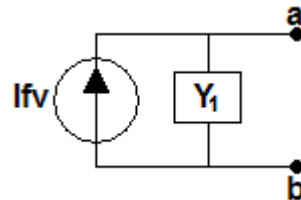


Figura 3(b) Circuito paralelo con admitancia.

Una vez realizado el intercambio de fuentes se conectan entre los puntos **a** y **b** los demás elementos del circuito que no se emplearon en el intercambio de fuentes y se observa si se pueden reducir o en su caso si es posible aplicar algún método para determinar el valor de la variable que se requiera calcular.

En la figura 4(a) se observa el circuito que queda cuando se tienen impedancias y en la figura 4(b) el circuito que se obtiene cuando se tienen admitancias.

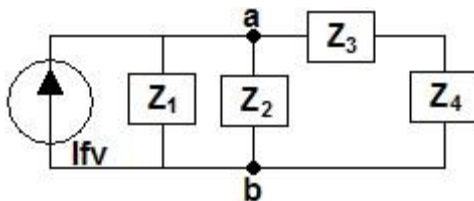


Figura 4(a). Circuito final después de realizado el intercambio de fuente con impedancias.

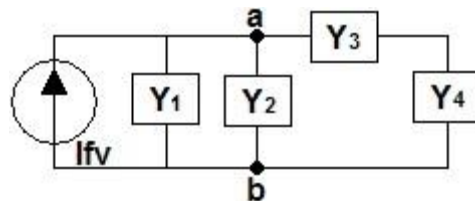


Figura 4(b). Circuito final después de realizado el intercambio de fuente con admitancias.

En ocasiones cuando se está analizando un circuito eléctrico entre dos puntos del circuito sean estos **m** y **n** es posible que no se tenga un circuito serie formado solamente por una fuente de voltaje y una impedancia; puede ser que se tengan varias fuentes de voltaje y muchas impedancias en serie entre los dos puntos **m** y **n** como se muestra en la figura 5.

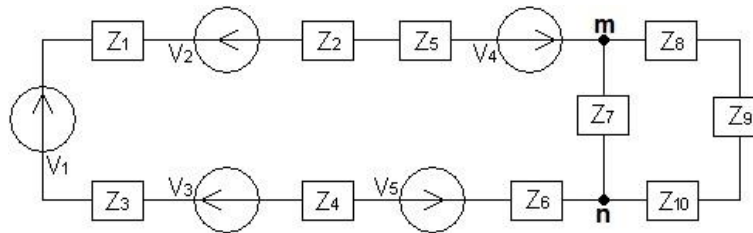


Figura 5. Red eléctrica en la cual entre dos puntos **m** y **n** existe un circuito serie formado por varias fuentes de voltaje y muchas impedancias.

Del circuito de la figura 5, se deben considerar solamente a las fuentes de voltaje y a las impedancias que están en serie entre los puntos **m** y **n**, siendo el circuito el que se muestra en la figura 6.

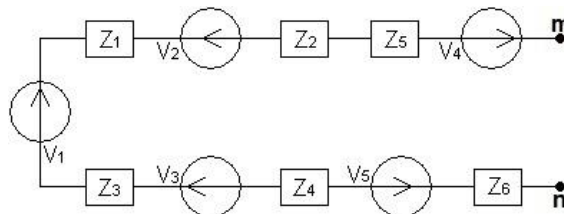


Figura 6. Circuito serie formado por varias fuentes de voltaje y muchas impedancias.

Lo que se va a hacer es reducir a las fuentes de voltaje sumándolas para obtener una sola fuente de voltaje, esto es posible debido a que están conectadas en serie; lo mismo se hace con las impedancias en serie se reducen para solo tener una impedancia. La finalidad es obtener un circuito serie entre los dos puntos **m** y **n** que este solamente formado por una fuente de voltaje y una impedancia. Como se muestra en la figura 7.

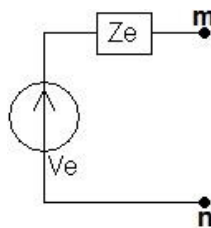


Figura 7. Circuito serie formado por una fuente de voltaje y una impedancia.

Una vez que se obtiene un circuito serie formado solamente por una fuente de voltaje y una impedancia entre los puntos **m** y **n**, se procede a intercambiar la fuente de voltaje por una fuente de corriente, aplicando la ecuación (1a) quedando un circuito como el que se muestra en la figura 8.

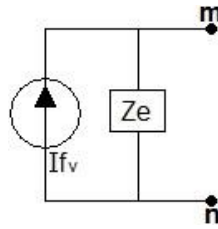


Figura 8. Circuito paralelo formado por una sola fuente de corriente y una sola impedancia.

Una vez realizado el intercambio se deben de conectar a los puntos **m** y **n** todos los demás elementos que no se consideraron para el intercambio de fuente. Como se muestra en la figura 9.

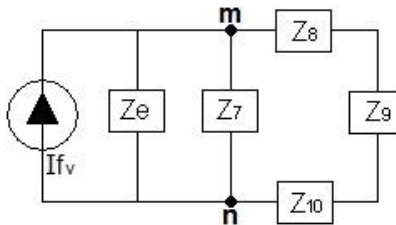


Figura 9. Circuito final después de realizado el intercambio de fuente.

Lo anterior se haría también si en lugar de tener un circuito con impedancias se tuviera a un circuito con admitancias. Es decir, si se tuviera un circuito eléctrico en el cual entre dos puntos del circuito sean estos **m** y **n** existe un circuito serie formado por varias fuentes de voltaje y muchas admitancias, como se muestra en la figura 10.

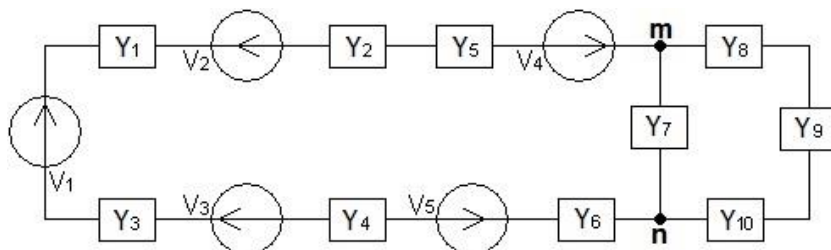


Figura 10. Red eléctrica en la cual entre dos puntos **m** y **n** existe un circuito serie formado por varias fuentes de voltaje y muchas admitancias.

Lo que se va a hacer es reducir a las fuentes de voltaje sumándolas para obtener una sola fuente de voltaje, esto es posible debido a que están conectadas en serie; mientras que a las admitancias en serie se tendrían que reducir aplicando la ecuación correspondiente para solo tener una admitancia. La finalidad es obtener un circuito serie entre los dos puntos **m** y **n** que este solamente formado por una fuente de voltaje y una admitancia. Como se muestra en la figura 11.

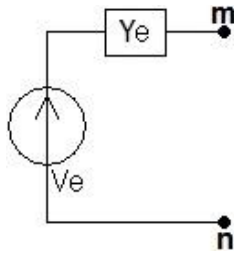


Figura 11. Circuito serie formado por una fuente de voltaje y una admitancia.

Una vez que se obtiene un circuito serie formado solamente por una fuente de voltaje y una admitancia entre los puntos m y n , se procede a intercambiar la fuente de voltaje por una fuente de corriente, aplicando la ecuación (1b) quedando un circuito como el que se muestra en la figura 12.

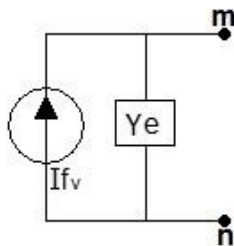


Figura 12. Circuito paralelo formado por una sola fuente de corriente y una sola admitancia.

Una vez realizado el intercambio se deben de conectar a los puntos m y n todos los demás elementos que no se consideraron para el intercambio de fuente. Como se muestra en la figura 13.

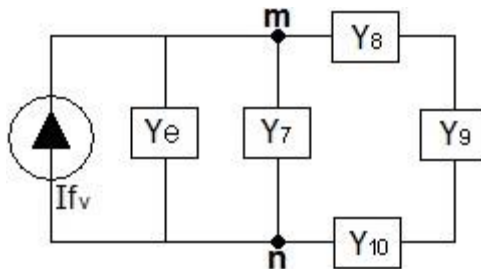


Figura 13. Circuito final después de realizado el intercambio de fuente.

INTERCAMBIO DE UNA FUENTE DE CORRIENTE POR UNA FUENTE DE VOLTAJE.

Si entre dos puntos de una red eléctrica, sean estos **a** y **b**; existe un circuito paralelo formado por una impedancia (Z) y una fuente de corriente como se muestra en la figura 14(a) o un circuito paralelo formado por una admitancia (Y) y una fuente de corriente como se muestra en la figura 14(b). Se puede intercambiar este circuito paralelo, por un circuito serie formado por una fuente de voltaje conectada a la misma impedancia o a la misma admitancia. Una vez realizado el intercambio de fuente el circuito paralelo deberá quedar conectado entre los puntos **a** y **b**.

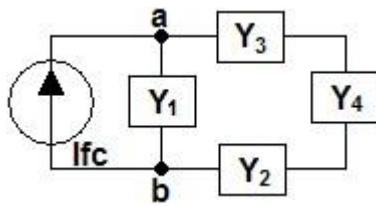


Figura 14(a). Red eléctrica en la cual entre dos puntos **a** y **b** existe un circuito paralelo formado por una fuente de voltaje y una admitancia.

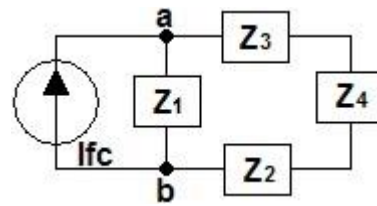


Figura 14(b). Red eléctrica en la cual entre dos puntos **a** y **b** existe un circuito paralelo formado por una fuente de voltaje y una impedancia.

Para realizar el intercambio se va a considerar solamente: al circuito paralelo formado por la fuente de corriente y la impedancia que está entre los puntos **a** y **b**, como se muestra en la figura 15(a) o al circuito paralelo formado por la fuente de corriente y la admitancia que está entre los puntos **a** y **b**, como el que se muestra en la figura 15(b).

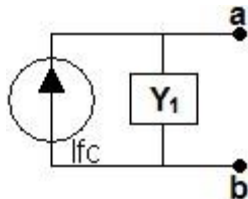


Figura 15(a). Circuito paralelo formado por una fuente de corriente y una admitancia.

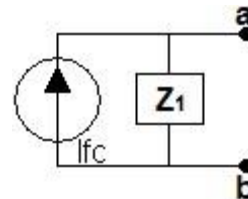


Figura 15(b). Circuito paralelo formado por una fuente de corriente y una impedancia.

Lo que se va a hacer para intercambiar a la fuente de corriente por una fuente de voltaje es aplicar ley de Ohm, considerando si es una impedancia o una admitancia el elemento en paralelo a la fuente. Esto se indica en la ecuación 2a para cuando el elemento en paralelo a la fuente de corriente es una ADMITANCIA y en la ecuación 2b para cuando el elemento en paralelo a la fuente de corriente es una IMPEDANCIA.

$$V_{fc} = \frac{I_{fc}}{Y_1} [V] \quad (2a)$$

$$V_{fc} = I_{fc} Z_1 [V] \quad (2b)$$

El circuito que queda una vez realizado el intercambio de fuentes es el que se muestra en la figura 16(a) y 16(b); el cual debe quedar entre los puntos **a** y **b**.

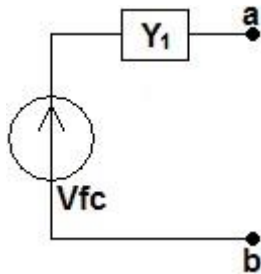


Figura 16(a) Circuito serie con admitancia

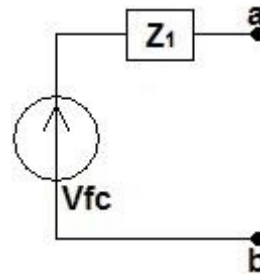


Figura 16(b) Circuito serie con impedancia

Una vez realizado el intercambio de fuentes se conectan entre los puntos **a** y **b** los demás elementos del circuito que no se emplearon en el intercambio de fuentes y se observa si se pueden reducir o en su caso si es posible aplicar algún método para determinar el valor de la variable que se haya solicitado calcular.

En la figura 17(a) se observa el circuito que queda cuando se tienen admitancias y en la figura 17(b) el circuito que se obtiene cuando se tienen impedancias.

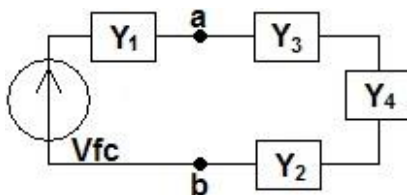


Figura 17(a). Circuito final después de realizado el intercambio de fuente con admitancias.

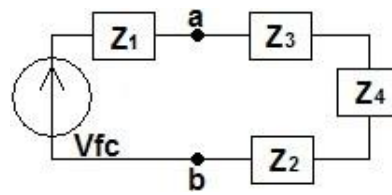


Figura 17(b). Circuito final después de realizado el intercambio de fuente con impedancias.

En ocasiones cuando se está analizando un circuito eléctrico entre dos puntos del circuito sean estos **m** y **n** es posible que no se tenga un circuito paralelo formado solamente por una fuente de corriente y una admitancia; puede ser que se tengan varias fuentes de corriente y muchas admitancias en paralelo entre los dos puntos **m** y **n** como se muestra en la figura 18.

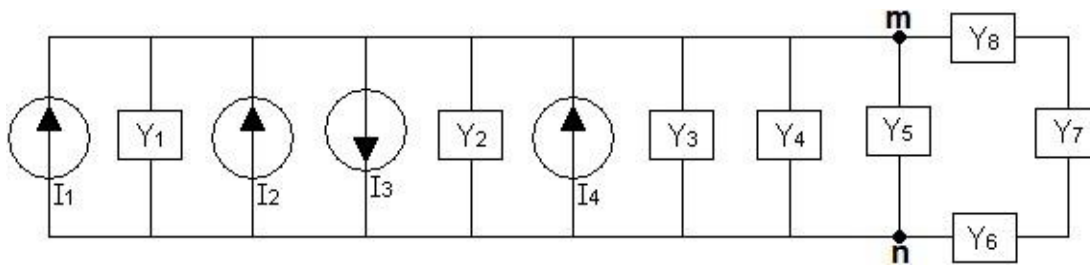


Figura 18. Red eléctrica en la cual entre dos puntos **m** y **n** existe un circuito paralelo formado por varias fuentes de corriente y muchas admitancias.

Del circuito de la figura 18, se deben considerar solamente a las fuentes de corriente y a las admitancias que están en paralelo entre los puntos **m** y **n**, siendo el circuito el que se muestra en la figura 19.

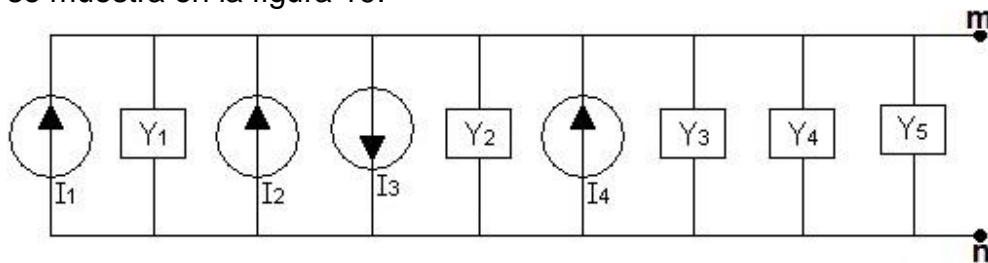


Figura 19. Circuito paralelo formado por varias fuentes de corriente y muchas admitancias.

Lo que se va a hacer es reducir a las fuentes de corriente sumándolas para obtener una sola fuente de corriente, esto es posible debido a que están conectadas en paralelo; lo mismo se hace con las admitancias en paralelo se reducen para solo tener una admitancia. La finalidad es obtener un circuito paralelo entre los dos puntos **m** y **n** que este solamente formado por una fuente de corriente y una admitancia. Como se muestra en la figura 20.

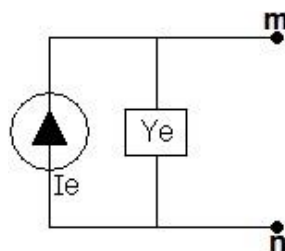


Figura 20. Circuito paralelo formado por una sola fuente de corriente y una sola admitancia.

Una vez que se obtiene un circuito paralelo formado solamente por una sola fuente de corriente y una sola admitancia entre los puntos **m** y **n**, se procede a intercambiar la fuente de corriente por una fuente de voltaje, aplicando la ecuación (2a) quedando un circuito como el que se muestra en la figura 21.

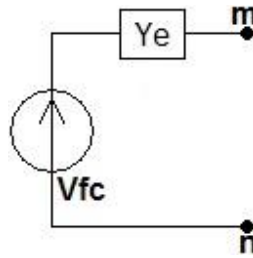


Figura 21. Circuito serie formado por una fuente de voltaje y una admitancia.

Una vez realizado el intercambio se deben de conectar a los puntos m y n todos los demás elementos que no se consideraron para el intercambio de fuente. Como se muestra en la figura 22.

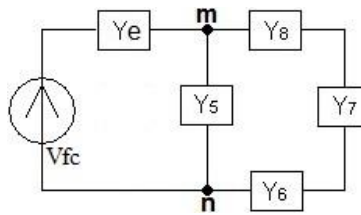


Figura 22. Circuito final después de realizado el intercambio de fuente.

Lo anterior se haría también si en lugar de tener un circuito con admitancias se tuviera a un circuito con impedancias. Es decir, si se tuviera un circuito eléctrico en el cual entre dos puntos del circuito sean estos m y n existe un circuito paralelo formado por varias fuentes de corriente y muchas impedancias, como se muestra en la figura 23.

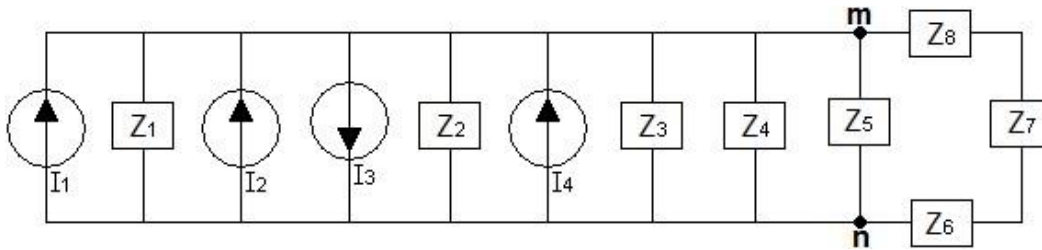


Figura 23. Red eléctrica en la cual entre dos puntos m y n existe un circuito paralelo formado por varias fuentes de corriente y muchas impedancias.

Lo que se va a hacer es reducir a las fuentes de corriente sumándolas para obtener una sola fuente de corriente, esto es posible debido a que están conectadas en paralelo; lo mismo se hace con las impedancias en paralelo se reducen para solo tener una admitancia. La finalidad es obtener un circuito paralelo entre los dos puntos m y n que este solamente formado por una fuente de corriente y una admitancia. Como se muestra en la figura 24.

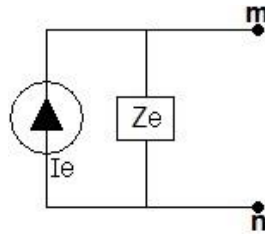


Figura 24. Circuito paralelo formado por una sola fuente de corriente y una sola impedancia.

Una vez que se obtiene un circuito paralelo formado solamente por una sola fuente de corriente y una sola impedancia entre los puntos m y n , se procede a intercambiar la fuente de corriente por una fuente de voltaje, aplicando la ecuación (2b) quedando un circuito como el que se muestra en la figura 25.

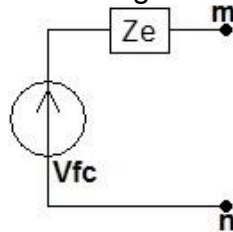


Figura 25. Circuito serie formado por una fuente de voltaje y una impedancia.

Una vez realizado el intercambio se deben de conectar a los puntos m y n todos los demás elementos que no se consideraron para el intercambio de fuente. Como se muestra en la figura 26.

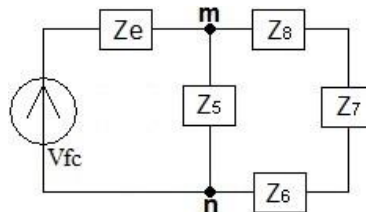


Figura 26. Circuito final después de realizado el intercambio de fuente.

III.2 TEOREMA DE SUPERPOSICIÓN

Este teorema establece que: el efecto total en uno de los elementos que forman parte de un circuito eléctrico, cuando esta tiene más de una fuente, ya sea de corriente, voltaje o ambas; es igual a la suma de los efectos parciales en dicho elemento considerando cada una de las fuentes por separado. **Es importante recordar que este teorema solo se puede aplicar si en el circuito eléctrico existen dos o más fuentes de excitación.**

Un ejemplo de un circuito para aplicar el teorema de superposición es el que se muestra en la figura 19.

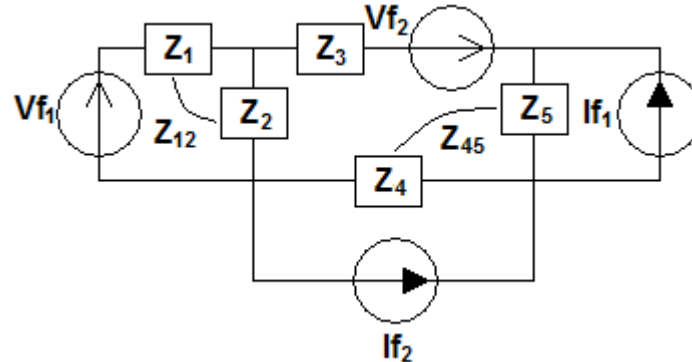


Figura 19. Circuito inicial con el cual se debe trabajar.

Cuando se toma una fuente para determinar el efecto que produce sobre el elemento en cuestión; todas las demás fuentes que tenga la red se van a igualar a cero. Esto implica que, **todas las demás fuentes de voltaje del circuito se van a sustituir por un corto circuito y todas las demás fuentes de corriente del circuito se van a sustituir por un circuito abierto**; como se muestra en la figura 20.

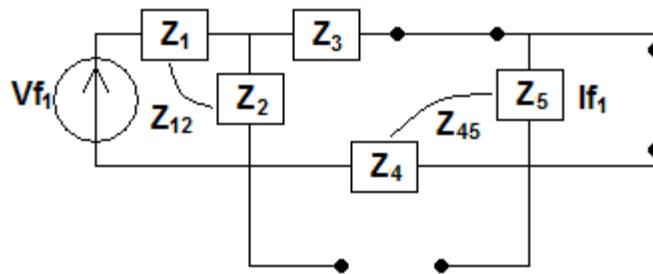


Figura 20. Circuito modificado una vez que se establece cual Es la primera fuente a considerar.

El procedimiento anterior se realiza para cada una de las fuentes que tenga el circuito; no hay un orden definido para considerar a la primera fuente. El orden en que se consideran las fuentes para calcular el efecto que producen en los elementos del circuito es aleatorio.

III.3 TEOREMA DE THEVENIN

Cuando se tiene un circuito o red eléctrica en el estado senoidal y esta se puede descomponer en dos secciones llamadas sección 'A' y sección 'B' tales que:

- La sección 'A' es un circuito o estructura eléctrica formada por elementos pasivos y activos, además que entre sus elementos pueden existir acoplamientos magnéticos.
- La sección 'B' debe estar formada únicamente por elementos pasivos que pueden tener acoplamientos magnéticos entre ellos y no debe tener ningún acoplamiento magnético con elementos de la sección 'A'; a esta sección se le conoce generalmente como carga.

Un ejemplo de lo anterior se muestra en la figura 21.

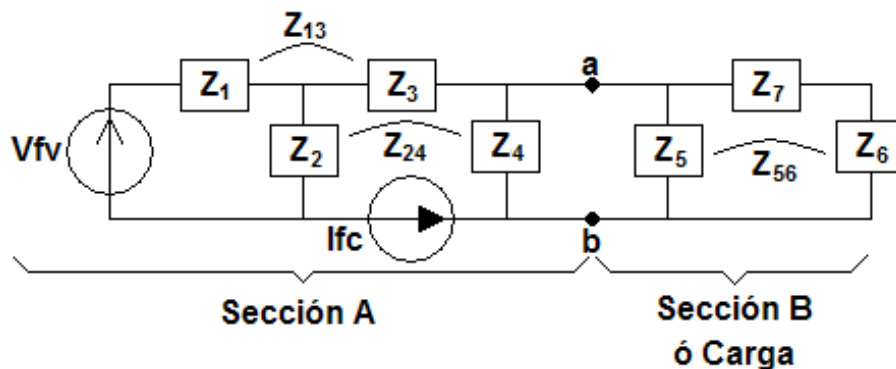


Figura 21. Circuito eléctrico dividido en dos secciones

El teorema de Thévenin establece que toda la sección 'A' puede ser reemplazada por una sola fuente de voltaje (Voltaje de Thévenin, E_{TH}) la cual va estar conectada en serie a una sola impedancia (Impedancia de Thévenin, Z_{TH}). El circuito equivalente de *Thévenin* junto con la carga o sección 'B', se muestra en la figura 22.

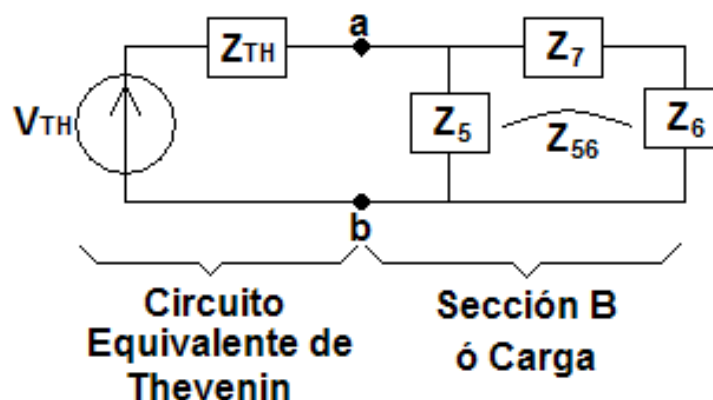


Figura 22. Circuito equivalente de Thévenin junto con la Sección B.

Es importante el establecer que antes de calcular en la sección A, ya sea el Voltaje de Thévenin (V_{TH}) o la Impedancia de Thévenin (Z_{TH}); la sección 'B' o carga del circuito debe ser siempre retirada.

- Para determinar E_{TH} , se calcula el voltaje que existe entre las terminales **a** y **b** por cualquiera de los métodos ya conocidos (Mallas, Nodos, Leyes de Kirchhoff, Divisor de Voltaje, Divisor de Corriente, Intercambio de fuentes, Superposición, Ley de Ohm, etc.).
- Para calcular la Z_{TH} ; que es la impedancia total de la sección 'A' en donde las terminales de acceso serán **a** y **b**. Se debe primero hacer pasivo al circuito, es decir, solo debe tener: resistencias, bobinas y capacitores. Esto se logra cuando las fuentes de voltaje se sustituyen por un corto circuito y las fuentes de corriente por un circuito abierto. Una vez realizado lo anterior la impedancia total se determina por reducciones serie-paralelo o por ecuación general.

En este caso se analizó el teorema de Thévenin usando un circuito formado por **impedancias**, pero, lo mismo se tendría que realizar si el circuito está formado por **admitancias**.

III.4 TEOREMA DE NORTON

El teorema de Norton establece que toda la sección 'A' de un circuito o red eléctrica puede ser sustituida por una sola fuente de corriente (Corriente de Norton, I_N) la cual va a estar conectada en paralelo a una sola admitancia (Admitancia de Norton, Y_N).

El circuito equivalente de Norton junto con la carga o sección 'B', se muestra en la figura 23.

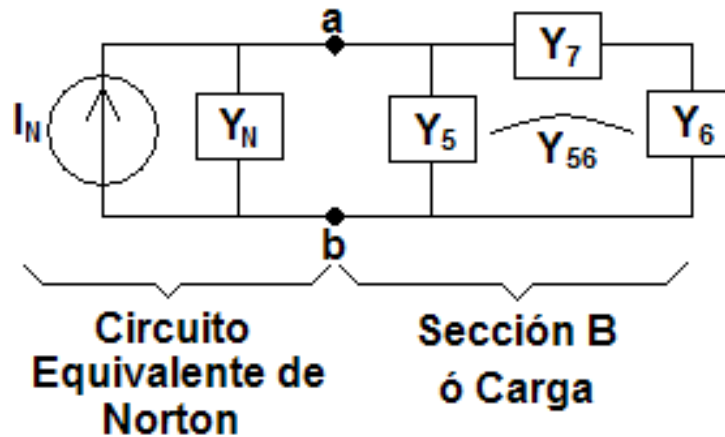


Figura 23. Circuito equivalente de Norton junto con la Sección B

Es importante recordar que antes de calcular en la sección A, ya sea La Corriente de Norton (I_N) o la Admitancia de Norton (Y_N); la sección 'B' o carga del circuito debe ser siempre retirada.

- Para calcular la I_N ; se va a colocar un corto circuito entre los puntos **a** y **b**; y se va a calcular la corriente que circula a través del corto circuito, por cualquiera de los métodos ya conocidos (Mallas, Nodos, Leyes de Kirchhoff, Divisor de Voltaje, Divisor de Corriente, Intercambio de fuentes, Superposición, Ley de Ohm, etc.).
- Para determinar el valor de la Y_N , que es la admitancia total de la sección A, cuyas terminales de acceso serán **a** y **b**. Primero se pasiva a la sección A; es decir, las fuentes de voltaje se sustituyen por un corto circuito y las fuentes de corriente por un circuito abierto. La admitancia total se determina por reducciones serie-paralelo o por ecuación general.

En este caso se analizó el teorema de Norton usando un circuito formado por **admitancias**, pero, lo mismo se tendría que realizar si el circuito está formado por **impedancias**.