

Esercizio per casa

Esercizio

Sia data la sequenza

$$\begin{cases} x_{n+1} = 2^n \left(\sqrt{1 + \frac{x_n}{2^{n-1}}} - 1 \right), n = 1, 2, \dots \\ x_1 > -1 \end{cases}$$

convergente a $\log(x_1 + 1)$.

Si costruisca quindi una function denominata `sequenza_log` che prenda come input il punto iniziale x_1 e il valore N indicante l'iterata da raggiungere e restituisca come output il vettore contenente tutte le iterate fino alla N -esima.

Si crei quindi uno script dove la funzione viene utilizzata e in particolare:

- Si applichi per i valori $x_1 = 1$ e $N = 70$.
- Si stampi a schermo i valori in formato decimale con solo 4 cifre prima della virgola di N e x_1 .
- Si stampi a schermo i valori in formato esponenziale con una cifra prima della virgola e quattro dopo dell'ultimo valore della sequenza generata con la funzione.
- Si costruisca il vettore degli errori assoluti rispetto al valore esatto verso cui la serie converge.
- Si costruisca il grafico in scala semilogaritmica dell'errore in una linea continua in nero e con ogni valore segnato da punti o cerchi anch'essi neri.

Infine, notata la non convergenza della sequenza, si costruisca una seconda funzione simile alla prima, `sequenza_log2`, con le relative dovute correzioni per assicurare la convergenza e si utilizzi tale funzione nello script andando a calcolare gli errori assoluti rispetto al valore esatto e sovrapponendo il grafico in scala semilogaritmica sopra al precedente ma utilizzando per i dati relativi a questi errori, una linea continua in rosso e con ogni valore segnato da punti o cerchi anch'essi rossi.

