Prof. Dr. Frank Kirchner

Abgabetermin: 25.01.2017

Steffen.Planthaber@dfki.de

Übungsblatt 4

Aufgabe 1: Theorie zu Filtermethoden

Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

Eine diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung ist beispielsweise der Würfelwurf: Die Zustandsvariable x kann die Werte $X = \{1, 2, ..., 6\}$ annehmen. Die Wahrscheinlichkeiten, dass x einen Zustand aus X annnimmt (einen nicht gezinkten Würfel vorausgesetzt) ergeben sich dann zu:

$$P(X = 1) = P(X = 2) = P(X = 3) = P(X = 4) = P(X = 5) = P(X = 6) = \frac{1}{6} \quad (1)$$

In der Robotik haben beispielsweise Sensorwerte eher ein kontinuierlichen Wertebereich. Eine solche kontinuierliche Zufallsvariable besitzt eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (*Probability Density Function, PDF*). Eine typische PDF ist die eindimensionale Normalverteilung. Geben Sie die Formel für die eindimensionale Normalverteilung $p(x, \sigma^2, \mu)$ der Zufallsvariablen x mit der Varianz σ und dem Mittelwert μ an. Unter welchem Namen ist diese Funktion bekannt?

Welches Ergebnis hat das Integral jeder Verteilungsfunktion $\int p(x)dx$? Geben Sie auch eine textuelle Erklärung?

(5 Punkte)

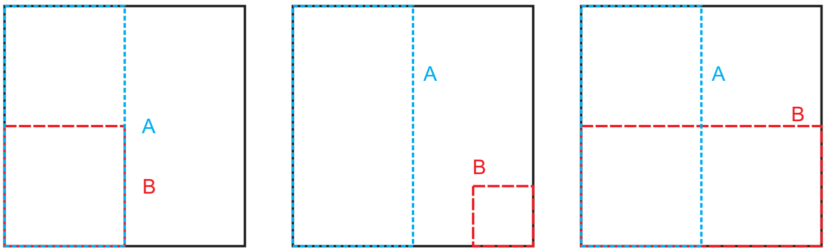
Abhängigkeit von Wahrscheinlichkeiten

Wie bezeichnet man texuell die Abhängigkeit zweier Zufallsvariablen? Wie ist die Bedingung für die stochastische Unabhängigkeit zweier Zufallsvariablen (mathematisch) definiert?

(5 Punkte)

Gegeben sei ein Zustandsraum (schwarzes Quadrat in Abb. 1). Hierin können die Zustandsvariablen A (blau gepunkteter Kasten, Wahrscheinlichkeit p(a)) und B (rot gestrichelter Kasten, p(b)) verschiedene Werte annehmen. Zeigen Sie anhand der Definition der stochastischen Unabhängigkeit, welches der drei Beispiele die Unabhängigkeit von A und B zeigt, berechnen Sie dazu alle drei Fälle. Hinweis: geben Sie zunächst die Wahrscheinlichkeiten für A bzw. B in jedem der drei Fälle an.

(10 Punkte)



(a) Fall 1 (b) Fall 2 (c) Fall 3

Abbildung 1: Darstellung zur Aufgabe der Abhängigkeit von Wahrscheinlichkeiten.

Zustand eines Systems und Markov-Annahme

Was bedeutet der vollständige Zustand eines Systems („complete state")? Was bedeutet der vollständige Zustand für vergangene Kontroll-Aktionen?
Was ist die Markov-Annahme, was sagt sie über die Zustände des Systems aus? Wann wird die Markov-Annahme nicht erfüllt bzw. wann wird sie verletzt?

(10 Punkte, Bonus)

Bayes-Theorem (Bayes Rule)

Was ist das Bayes-Theorem? Beschreiben Sie *in Worten*, was das Theorem ausdrückt.

(5 Punkte)

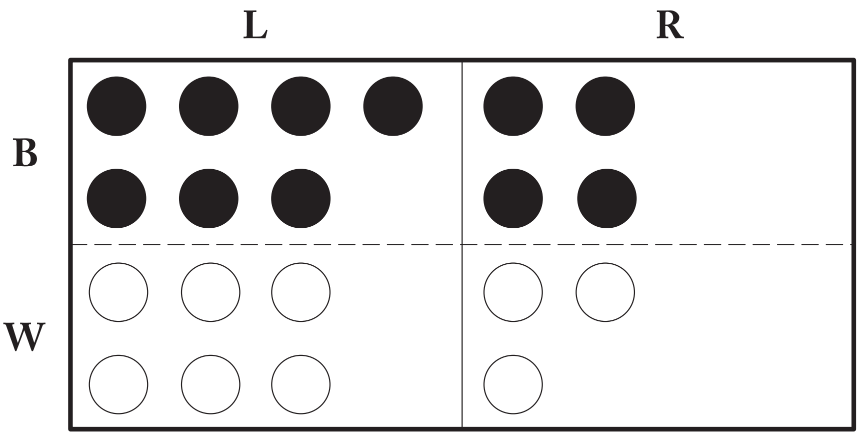


Abbildung 2: Kugelverteilung in einer unterteilten Box.

Zwanzig Kugeln befinden sich in einer unterteilten Box. Wenn (*zufällig*) rechts rein gegriffen wird, gibt es vier schwarze Kugeln und drei weiße Kugeln. Wenn (*zufällig*) links gegriffen wird, gibt es sechs weiße Kugeln und sieben schwarze Kugeln, vgl. Abb. 2.

Stellen Sie *alle* einzelnen Wahrscheinlichkeiten (z.B. $p(B)$, $p(W)$, $p(W|L)$, $p(L|W)$ ...) auf. (Hinweis: Die Zahl der hier anzugebenden Wahrscheinlichkeiten ist größer als zehn..., $p(L)$ ist wie Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig gezogene Kugel von der linken Seite kam.)

Zeigen Sie die Bayes-Regel $p(x|y) = \frac{p(y|x) \cdot p(x)}{p(y)}$ anhand des Beispiels (x Farbe der Kugel, y Seite der Box).

(10 Punkte)

Aufgabe 2: Partikelfilter zur Rollstuhllokalisation

Fehlerhafte Konvergenz

Kann ein Partikelfilter auch in eine Fehlerhafte Position konvergieren? Begründen Sie, warum dies (nicht) auftreten kann. Sollten Fehler möglich sein, wie können diese wieder behoben werden?

(5 Punkte)

Bestimmung des Zustandsvektors

Wie kann der aktuelle Zustand des autonomen Rollstuhls sinnvoll repräsentiert werden? Welche Parameter muss der Zustandsvektor $\mathbf{X}_t$ minimal beinhalten, damit der Zustand des Rollstuhls in der in MARS vorliegenden Umgebung, Abb. 3, vollständig beschrieben werden kann? Welche weiteren Parameter könnten zu einer besseren Zustandbeschreibung beitreagen?

(3 Punkte)

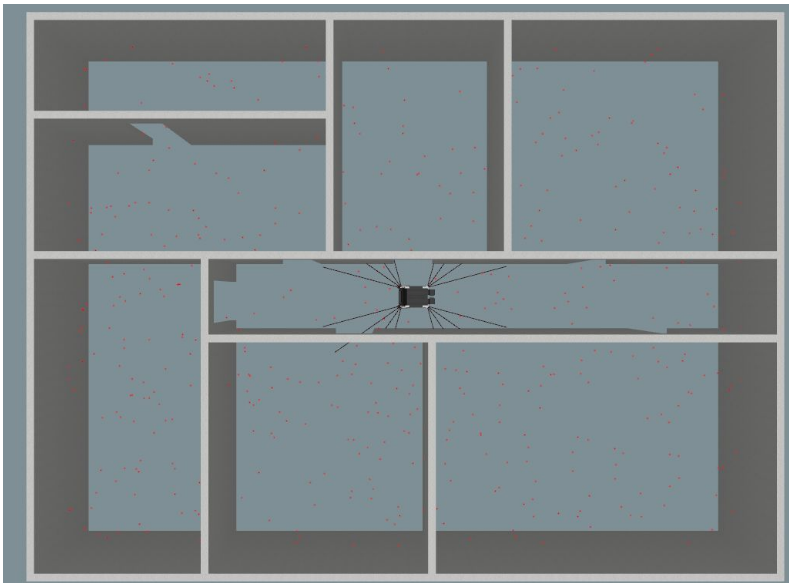


Abbildung 3: Rollstuhl mit Entfernungssensoren in der MARS-Umgebung

Bestimmung des Messvektors

Welche Größen beinhaltet der Messvektor $\mathbf{z}_t$?

(2 Punkte)

Schritte der Filterung mit einem Partikelfilter

Welches sind die Schritte bei der Anwendung eines Partikelfilters? Was sind die Übergabeparameter an den Partikelfilter? Welche Phasen werden durchlaufen?

(15 Punkte)

Aufgabe 3: Implementierung der Lokalisation mit einem Partikelfilter

In diesem Teil des Aufgabenzettels sollen Sie einen Partikelfilter implementieren, um die Lokalisation des autonomen Rollstuhls in der MARS-Umgebung zu realisieren.
Implementieren Sie die Funktionen für das Wahrnehmungsmodell und das Bewegungsmodell (Perception Model / Motion Model).
In der `behavior.cpp` um die Zeile 100 herum können Sie den Partikelfilter instantiieren.
Untersuchen Sie die Änderungen, die sich an dem Verhalten Ihres Partikelfilters ergeben, wenn Sie die folgenden Parameter ändern:

- Änderung globaler Suchraum/ lokal beschränkter Suchraum (Partikel in einer Umgebung um den Rollstuhl vs. Partikel über gesamte Karte verteilt)
- Änderungen bei unterschiedlicher Anzahl Partikel jeweils lokal und global. Wählen Sie eine sinnvolle Anzahl N_1 an Partikeln für Ihren Algorithmus aus. Wie verändert sich das Verhalten, wenn Sie die Anzahl variieren (beispielsweise: $N_2 = N_1 \cdot 100$ und $N_3 = \frac{N_1}{100}$)?
- Orientierung der Partikel zufällig machen (Bereich 0° bis +-180°)

Fertigen Sie auch Screenshots von Ihrem Rollstuhl während einer Bewegung an. Wählen Sie als Geschwindigkeit auf dem Control-Panel einen Wert von ca. 1. Sie können dazu eine Pause-Funktion in der doBehavior-Funktion nutzen.
Zur Abgabe dieses Arbeitszettels gehört auch Ihr Plugin-In. Dieses muss kompilierbar sein und die Aufgaben erfüllen!
TIP: Um den Partikelfilter zu testen kann im ersten Schritt anstatt dem Wahrnehmungsmodell für die Partikelgewichte der euklisische Abstand der Partikelposition zur realen Position (Variable “pos” der Vorgabe) genommen werden.

(30 Punkte)