

## Réponse à la question 2

### 1) Invariants de l'algorithme

On montre que pour tous agents p, q pendant toute l'exécution :

#### a) $mSent[p][q] \leq ds[p][q] \leq p.aSent[q]$

- $mSent[p][q]$  ne contient que des messages déjà reçus par le moniteur, donc des valeurs passées alors,  $mSent[p][q] \leq ds[p][q]$
- Si un message ('t', s, r) est en transit, alors  $ds[p][q] = s[q]$ , qui correspond à l'état local de p au moment de l'émission, donc  $s[q] \leq p.aSent[q]$
- Sinon  $ds = mSent[p][q]$

Donc  $mSent[p][q] \leq ds[p][q] \leq p.aSent[q]$

#### b) $mRcvd[p][q] \leq dr[p][q] \leq p.aRcvd[q]$

- $mRcvd[p][q]$  ne contient que des messages déjà reçus par le moniteur, donc des valeurs passées alors,  $mSent[p][q] \leq ds[p][q]$
- $r[q]$  reflète l'état local de p lors de l'envoie du t
- $r[q] \leq p.aRcvd[q]$  car les messages reçus après émission du 't' n'y figurent pas

Donc  $mRcvd[p][q] \leq dr[p][q] \leq p.aRcvd[q]$

#### c) $p.aSent[q] = q.aRcvd[p] + (\text{messages 'm' en transit entre } p \text{ et } q)$

- Chaque fois que p envoie un message à q,  $p.aSent[q]$  est incrémenté
- Si q le reçoit,  $q.aRcvd[p]$  est incrémenté
- La différence compte exactement les messages en transit

Donc c'est un invariant naturel du modèle FIFO

#### d) Ordre des messages ‘t’

Si deux messages ( $t'$ , s, r) et ( $t''$ , s', r') transitent dans le canal entre p et le moniteur avec  $t'$  avant  $t''$ , alors :  $s[p][q] \leq s'[p][q] \& r[p][q] \leq r'[p][q]$

Car l'agent ne décrémente jamais ses compteurs, et que les canaux sont FIFO

## 2) Propriété Coherent(A) & Menace(A)

❖ On montre :

$A \subseteq \text{eseen}$ , si Coherent(A) et Menace(A) sont vraies alors

$\exists p \in A, q \notin A$  tel que  $dr[p][q] \neq p.aRcvd[q]$

❖ Idée intuitive :

- Coherent(A) garantit qu'à l'intérieur de A, il n'y a pas de différence de compteurs entre ce que les uns ont envoyé et ce que les autres ont reçu
- Menace(A) garantit qu'au moins un agent de A n'est pas stabilisé
- Pour que cette instabilité subsiste, il faut qu'un des flux de messages s'échappe vers l'extérieur, donc vers  $q \notin A$

❖ Preuve :

- $p.\text{active} = \text{vrai}$

Un agent actif peut encore envoyer un message vers un agent extérieur, donc message possible vers  $q \notin A$

- $ds[p][q] \neq p.aSent[q]$

Cela signifie qu'un message ( $t'$ , s, r) de p est en transit

Comme  $A \subseteq \text{eseen}$ , cela signifie que le moniteur n'a pas encore stabilisé de p l'état

Ce message peut concerner un  $q \notin A$

- $dr[p][q] \neq p.aRcvd[q]$

Alors le message m reçu p vient nécessairement de  $q \notin A$ , sinon Coherent(A) serait violé.

Dans les trois cas, on en déduit :

$\exists p \in A, q \notin A$  tel que  $dr[p][q] \neq p.aRcvd[q]$

### 3) Conclusion, correction de l'algorithme

Supposons que le moniteur déclare la terminaison.

Alors par condition de Kumar :

1. De tous les agents eseen = ensemble de tous les agents
2. Coherent(eseen) est vraie
3. Menace(eseen) est fausse

Par contraposée du point (2.), si Menace était vraie, un message transiterait vers l'extérieur, ce qui est impossible puisque eseen contient tout le monde.

Donc :

- aucun agent n'est actif
- aucun message n'est en transit
- tout message envoyé a été reçu

Ce qui est la définition de la terminaison globale

Donc l'algorithme de Kumar est correct