

## Réponse à la question 2

### 1) Invariants de l'algorithme

On montre que pour tous agents  $p, q$  pendant toute l'exécution :

#### a) $mSent[p][q] \leq ds[p][q] \leq p.aSent[q]$

- $mSent[p][q]$  ne contient que des messages déjà reçues par le moniteur, donc des valeurs passées alors,  $mSent[p][q] \leq ds[p][q]$
- Si un message  $(t, s, r)$  est en transit, alors  $ds[p][q] = s[q]$ , qui correspond à l'état local de  $p$  au moment de l'émission, donc  $s[q] \leq p.aSent[q]$
- Sinon  $ds = mSent[p][q]$

Donc  $mSent[p][q] \leq ds[p][q] \leq p.aSent[q]$

#### b) $mRcvd[p][q] \leq dr[p][q] \leq p.aRcvd[q]$

- $mRcvd[p][q]$  ne contient que des messages déjà reçues par le moniteur, donc des valeurs passées alors,  $mSent[p][q] \leq ds[p][q]$
- $r[q]$  reflète l'état local de  $p$  lors de l'envoi du  $t$
- $r[q] \leq p.aRcvd[q]$  car les messages reçus après émission du  $t$  n'y figurent pas

Donc  $mRcvd[p][q] \leq dr[p][q] \leq p.aRcvd[q]$

#### c) $p.aSent[q] = q.aRcvd[p] + (\text{messages 'm' en transit entre } p \text{ et } q)$

- Chaque fois que  $p$  envoie un message à  $q$ ,  $p.aSent[q]$  est incrémenté
- Si  $q$  le reçoit,  $q.aRcvd[p]$  est incrémenté
- La différence compte exactement les messages en transit

Donc c'est un invariant naturel du modèle FIFO

## d) Ordre des messages 't'

Si deux messages ('t', s, r) et ('t', s', r') transitent dans le canal entre p et le moniteur avec t avant t', alors :  $s[p][q] \leq s'[p][q] \ \& \ r[p][q] \leq r'[p][q]$

Car l'agent ne décrémente jamais ses compteurs, et que les canaux sont FIFO

## 2) Propriété Coherent(A) & Menace(A)

❖ On montre :

$A \subseteq \text{eseen}$ , si Coherent(A) et Menace(A) sont vraies alors

$\exists p \in A, q \notin A$  tel que  $dr[p][q] \neq p.aRcvd[q]$

❖ Idée intuitive :

- Coherent(A) garantit qu'à l'intérieur de A, il n'y a pas de différence de compteurs entre ce que les uns ont envoyé et ce que les autres ont reçu
- Menace(A) garantit qu'au moins un agent de A n'est pas stabilisé
- Pour que cette instabilité subsiste, il faut qu'un des flux de messages s'échappe vers l'extérieur, donc vers  $q \notin A$

❖ Preuve :

- $p.\text{active} = \text{vrai}$

Un agent actif peut encore envoyer un message vers un agent extérieur, donc message possible vers  $q \notin A$

- $ds[p][q] \neq p.aSent[q]$

Cela signifie qu'un message ('t', s, r) de p est en transit

Comme  $A \subseteq \text{eseen}$ , cela signifie que le moniteur n'a pas encore stabilisé l'état de p

Ce message peut concerner un  $q \notin A$

- $dr[p][q] \neq p.aRcvd[q]$

Alors le message m reçu p vient nécessairement de  $q \notin A$ , sinon Coherent(A) serait violé.

Dans les trois cas, on en déduit :

$\exists p \in A, q \notin A$  tel que  $dr[p][q] \neq p.aRcvd[q]$

### 3) Conclusion, correction de l'algorithme

Supposons que le moniteur déclare la terminaison.

Alors par condition de Kumar :

1. De tous les agents  $eseen$  = ensemble de tous les agents
2. Coherent( $eseen$ ) est vraie
3. Menace( $eseen$ ) est fausse

Par contraposée du point (2.), si Menace était vraie, un message transiterait vers l'extérieur, ce qui est impossible puisque  $eseen$  contient tout le monde.

Donc :

- aucun agent n'est actif
- aucun message n'est en transit
- tout message envoyé a été reçu

Ce qui est la définition de la terminaison globale

Donc l'algorithme de Kumar est correct