bbs.eins.mainz

Aufgabe 1 / 4 Pkt.

(a) Wie bestimmen Sie das Skalarprodukt zwei Vektoren $\vec{u}$ und $\vec{v}$?

$\Rightarrow \vec{u} * \vec{v} = u_1 * v_1 + u_2 * v_2 + u_3 * v_3$

(b) Bestimmen Sie die Länge von $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \left| \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{(-3)^2 + 2^2 + 5^2} = \sqrt{9 + 4 + 25} = \sqrt{38}$$

Aufgabe 2 / 6 Pkt.

Die Gerade g verläuft durch A(3|6) und hat den **Stützvektor** $\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie die Geradengleichung. Geben Sie zudem einen weiteren Punkt auf der Geraden an.

Da wir den **Stützvektor** haben, benötigen wir noch den Richtungsvektor. Hierfür verwenden wir den **Stützvektor** sowie den Punkt A.

$$\vec{u} = \vec{PA} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Jetzt können wir die Geradengleichung aufstellen.

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Um nun einen weiteren Punkt auf der Gerade zu bestimmen, wählen wir $r = 2$ und setzen dies in die Geradengleichung ein.

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 11 \end{pmatrix}$$

Ein weiterer Punkt auf der Geraden wäre (5|11).

bbs.eins.mainz

Aufgabe 3 / 10 Pkt.

Gegeben sind die Geraden

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

und

$$h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -8 \end{pmatrix}$$

(a) Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Geraden und geben Sie gegebenenfalls den Schnittpunkt S an.

Um die gegenseitige Lage zweier Geraden zu untersuchen, setzen wir $g = h$ und lösen das so entstehende Gleichungssystem.

$-3 + 2r = 1 + t$ $\qquad$ $-3 + 2 * (2 - 8t) = 1 + t$

$5 + r = 7 - 8t$ $\qquad \Rightarrow r = 2 - 8t$ (*)

$-3 + 2 * (2 - 8t) = 1 + t$

$\Leftrightarrow -3 + 4 - 16t = 1 + t$

$\Leftrightarrow 1 - 16t = 1 + t$ $\qquad$ | -1; -t

$\Leftrightarrow -17t = 0 \Rightarrow t = 0 \quad \xrightarrow{mit(*)} r = 2 - 8 * 0 = 2$

Das Gleichungssystem besitzt eine Lösung, also haben g und h einen gemeinsamen Punkt. Mit den berechneten Werten für r und t können wir diesen gemeinsamen Punkt, den Schnittpunkt berechnen:

$-3 + 2 * 2 = 1 = 1 + 1 * 0$

$5 + 1 * 2 = 7 = 7 - 8 * 0$

Damit ergibt sich der Schnittpunkt S(2|7).

(b) Erläutern sie welche Bedingungen erfüllt sein muss, dass sich zwei Geraden orthogonal schneiden?

Damit sich zwei Geraden orthogonal schneiden muss das Gleichungssystem $\vec{p} + r\vec{u} = \vec{q} + t\vec{v}$ **eine Lösung** haben. Außerdem muss das Skalarprodukt der beiden Richtungsvektoren $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ sein.