 bbs.eins.mainz Berufsbildende Schule Technik	3. Klassenarbeit Mathematik	Name: <u>Musterlösung</u>
		Datum: <u>19.03.2019</u>
HBF IT 18A - A	_____ von <u>55</u> Punkten erreicht: _____%	Note: _____

Allgemeines

- Bei der Bearbeitung ist ein **nachvollziehbarer, vollständiger Rechenweg** aufzuschreiben.
- Die Bewertung der Klassenarbeit ist nur bei **gut lesbarer Schrift** möglich.
- Die Lösungen müssen mit dokumentenechtem Stift (**Kugelschreiber** oder **Fine-Liner** - keine rote Mine) erstellt werden.
- Runden Sie ihre Ergebnisse auf **2 Nachkommastellen**. Wurzelausdrücke müssen nicht berechnet werden (z.B. $\sqrt{10}$).
- **Zugelassene Hilfsmittel:** Taschenrechner (nicht graphikfähig / nicht programmierbar)
- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten

Aufgabe 1

/ 12 Pkt.

Gegeben ist die nachfolgende Funktion:

$$f(x) = \frac{10}{4}x^4 - 3x + 5$$

- Geben** Sie den charakteristischen Summanden sowie den y-Achsenabschnitt an.
- Treffen** Sie eine Aussage über das Verhalten der Funktion für große x-Beträge.
Hinweis: Nutzen Sie die Notation $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty}$ und $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty}$
- Entscheiden** und **begründen** Sie, ob der Funktionsgraph symmetrisch ist.
- Wie müsste die Funktion verändert werden, um eine Symmetrie zu erhalten?

Aufgabe 2

/ 8 Pkt.

Machen Sie eine Aussage über das **Verhalten** der folgenden Funktionen **für große x-Beträge**.

Hinweis: Nutzen Sie die Notation $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty}$ und $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty}$

- $f(x) = -\frac{1}{3}x^5 + 250x^2 - 30$
- $f(x) = 4,25x^2 - 2x + 0,3$
- $f(x) = -4,25x^2 + 2x - 0,3$
- $f(x) = 2x^3 - 2x^2 + 3$

Aufgabe 3

/ 14 Pkt.

(I) **Überführen** Sie die eine der in Polynomform gegebenen Funktionen in die Linearfaktorform.

$$(a) f(x) = x^3 - 4x^2 - 3x + 18$$

$$(b) g(x) = -x^3 + 2x^2 - 0,25x - 0,75$$

Hinweis: Sie benötigen die Nullstellen.

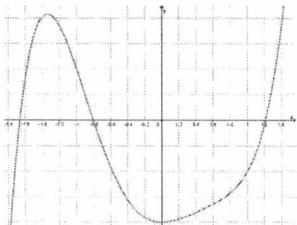
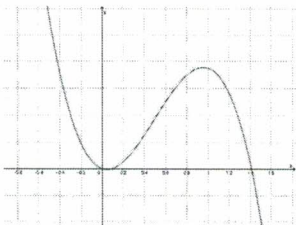
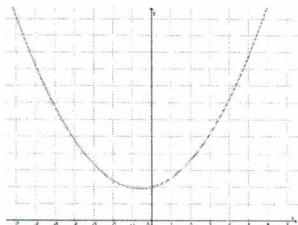
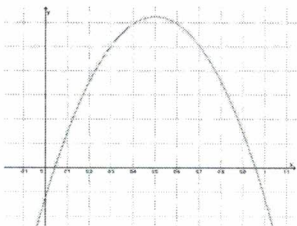
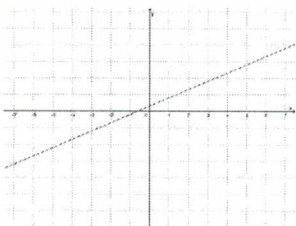
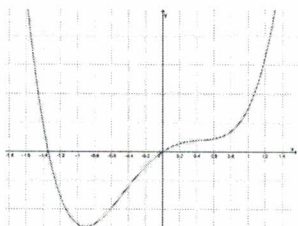
(II) **Überführen** Sie $f(x) = (x + 4)(x - 4)^3$ in die Polynomform.

Aufgabe 4

/9 Pkt.

Ordnen Sie die Graphen der Steigungsfunktionen den richtigen Ausgangsgraphen für $f(x)$ zu.

Begründen Sie ihre Entscheidung in Stichpunkten.

Ausgangsgraph von $f(x)$		
(a) 	(b) 	(c) 
Graph der Steigungsfunktion		
(1) 	(2) 	(3) 

Aufgabe 5

/ 12 Pkt.

(I) $f(x) = 4x^4 + 5x^2 - 2x$

(II) $g(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 2x + 3$

(III) $h(x) = 0.5x^3 + \frac{1}{3}x^2 - 3x$

a) **Bestimmen** Sie jeweils die Steigungsfunktion der nachfolgenden Funktionen.

b) **Berechnen** Sie zudem jeweils die Steigung des Funktionsgraphen an den Stellen

$x_0 = 2$, $x_0 = -1$ und $x_0 = 0,5$.

Version A

Aufgabe 1

$$f(x) = \frac{10}{4}x^4 - 3x + 5$$

a) char. Summand $a_n x^n = \frac{10}{4}x^4$ (2)

y-AAS $a_0 = 5$ (1)

b) $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} \infty$ (1)

$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} \infty$ (1)

c) Die Funktion ist nicht symmetrisch, da sie sowohl gerade wie auch ungerade Exponenten hat. (2)

d) Würde man den Term $-3x$ streichen, wäre der Funktionsgraph achsensymmetrisch. (2)

Aufgabe 2

a) $f(x) = -\frac{1}{3}x^5 + 250x^2 - 30$

$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} \infty$ (1)

$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} -\infty$ (1)

b) $f(x) = 4,25x^2 - 2x + 0,3$

$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} \infty$ (1)

$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} \infty$ (1)

c) $f(x) = -4,25x^2 + 2x - 0,3$

$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} -\infty$ (1)

$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} -\infty$ (1)

d) $f(x) = 2x^3 - 2x^2 + 3$

$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} -\infty$ (1)

$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} \infty$ (1)

Aufgabe 3

(11) a) $f(x) = x^3 - 4x^2 - 3x + 18$

Rate Nullstelle : $x_1 = -2$

$$f(-2) = (-2)^3 - 4 \cdot (-2)^2 - 3 \cdot (-2) + 18 = 0$$

Poly nom division

$$\begin{array}{r} x^3 - 4x^2 - 3x + 18 : (x + 2) = \underbrace{x^2 - 6x + 9}_{=9} \\ \underline{-(x^3 + 2x^2)} \quad \downarrow \\ -6x^2 - 3x \\ \underline{-(-6x^2 - 12x)} \quad \downarrow \\ 9x + 18 \\ \underline{-(9x + 18)} \\ 0 \end{array}$$

weitere Nullstelle mit pq-Formel: $p = -6$ $q = 9$

$$x_{2/3} = -\frac{-6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-6}{2}\right)^2 - 9}$$

$$= 3 \pm \sqrt{9-9}$$

$$x_2 = x_3 = 3$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 4x^2 - 3x + 18 = (x+2)(x-3)^2 \quad (8)$$

$$b) g(x) = -x^3 + 2x^2 - 0,25x - 0,75$$

Rate Nullstelle: $x_1 = 1$

$$g(1) = -(1)^3 + 2 \cdot (1)^2 - 0,25 \cdot (1) - 0,75 = 0$$

Polyraddivision

$$\begin{array}{r} -x^3 + 2x^2 - 0,25x - 0,75 : (x-1) = \underbrace{-x^2 + x + 0,75}_{=0} \\ \underline{-(-x^3 + x^2)} \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \quad x^2 - 0,25x \quad \downarrow \\ \quad \underline{-(x^2 - x)} \quad \downarrow \\ \quad \quad 0,75x - 0,75 \\ \quad \quad \underline{-(0,75x - 0,75)} \\ \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

Weitere Nullstellen mit pq-Formel: $p=-1$ $q=-0,75$

$$\begin{aligned} x_{2/3} &= -\frac{-1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + 0,75} \\ &= \frac{1}{2} \pm \sqrt{1} \end{aligned}$$

$$x_2 = \frac{1}{2} + 1 = 1,5 \quad x_3 = \frac{1}{2} - 1 = -0,5$$

$$g(x) = -x^3 + 2x^2 - 0,25x - 0,75 = (x-1)(x-1,5)(x+0,5) \quad \textcircled{8}$$

$$(II) \quad f(x) = (x+4)(x-4)^3$$

$$= (x+4)(x^3 - 12x^2 + 48x - 64)$$

$$= x^4 - 12x^3 + 48x^2 - 64x + 4x^3 - 48x^2 + 192x - 256$$

$$\underline{\underline{= x^4 - 8x^3 + 128x - 256}} \quad \textcircled{6}$$

Aufgabe 4

(a) $\rightarrow (3)$ \rightarrow Grad ungerade \rightarrow Grad gerade

- Graph steigt (Steigung positiv)

- Graph fällt (Steigung negativ)

- Graph steigt (Steigung positiv)

(3)

(b) $\rightarrow (1)$ \rightarrow Grad ungerade \rightarrow Grad gerade

- Graph fällt (Steigung negativ)

- Graph steigt (Steigung positiv)

- Graph fällt (Steigung negativ)

(3)

(c) $\rightarrow (2)$ \rightarrow Grad gerade \rightarrow Grad ungerade

- Graph fällt (Steigung negativ)

- Graph steigt (Steigung positiv)

(3)

Aufgabe 5

$$f(x) = 4x^4 + 5x^2 - 2x \quad g(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 2x + 3$$

$$h(x) = 0.5x^3 + \frac{1}{3}x^2 - 3x$$

a) $f'(x) = 16x^3 + 10x - 2$ (3)

$g'(x) = -x^2 - 2$ (3)

$h'(x) = 1.5x^2 + \frac{2}{3}x - 3$ (3)

b)

x	-1	0.5	2
f'(x)	-28	5	146

(1)

x	-1	0.5	2
g'(x)	-3	-2.25	-6

(1)

x	-1	0.5	2
h'(x)	-2.16	-2.29	4.3

(1)