Gegeben ist die Ebene $E : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Bestimmen Sie jeweils den Punkt P für die nachfolgenden Parameter.

(a) $r = 2; s = -1$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + 2 * \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Der zugehörige Punkt ist $P(14|6|-4)$.

(b) $r = -2; s = 2$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} - 2 * \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Der zugehörige Punkt ist $P(-12|-5|1)$.

Geben Sie zwei verschiedene Parametergleichungen der Ebene E an, die durch die drei Punkte festgelegt ist.

Die Parameterform der Ebene hat folgende Form: $E : \vec{x} = \vec{p} + r\vec{u} + s\vec{v}$

(a) $A(2|1|0); B(5|5|-1); C(-4|-7|2)$

$$\vec{p} = \vec{0A} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{u_1} = \vec{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v_1} = \vec{AC} = \begin{pmatrix} -6 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{q} = \vec{0B} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{u_2} = \vec{BA} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v_2} = \vec{BC} = \begin{pmatrix} -9 \\ -12 \\ 3 \end{pmatrix}$$

So ergeben sich dann die beiden Parametergleichungen

$$E_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r * \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + s * \begin{pmatrix} -6 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$E_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix} + r * \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} + s * \begin{pmatrix} -9 \\ -12 \\ 3 \end{pmatrix}$$

(b) $A(8|1|-3); B(-11|4|3); C(6|-1|0)$

$\vec{p} = 0\vec{A} = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \vec{u_1} = \vec{AB} = \begin{pmatrix} -19 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$

$\vec{v_1} = \vec{AC} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\vec{q} = 0\vec{B} = \begin{pmatrix} -11 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{u_2} = \vec{BA} = \begin{pmatrix} 19 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix}$

$\vec{v_2} = \vec{BC} = \begin{pmatrix} 17 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix}$

So ergeben sich dann die beiden Parametergleichungen

$$E_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + r * \begin{pmatrix} -19 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + s * \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$E_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} -11 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + r * \begin{pmatrix} 19 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix} + s * \begin{pmatrix} 17 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

(c) $A(2|4|7); B(13|25|8); C(6|7|-13)$

$\vec{p} = 0\vec{A} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}, \vec{u_1} = \vec{AB} = \begin{pmatrix} 11 \\ 21 \\ 1 \end{pmatrix},$

$\vec{v_1} = \vec{AC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -20 \end{pmatrix}$

$\vec{q} = 0\vec{B} = \begin{pmatrix} 13 \\ 25 \\ 8 \end{pmatrix}, \vec{u_2} = \vec{BA} = \begin{pmatrix} -11 \\ -21 \\ -1 \end{pmatrix},$

$\vec{v_2} = \vec{BC} = \begin{pmatrix} -7 \\ -18 \\ -21 \end{pmatrix}$

So ergeben sich dann die beiden Parametergleichungen

$$E_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + r * \begin{pmatrix} 11 \\ 21 \\ 1 \end{pmatrix} + s * \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -20 \end{pmatrix}$$

$$E_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 13 \\ 25 \\ 8 \end{pmatrix} + r * \begin{pmatrix} -11 \\ -21 \\ -1 \end{pmatrix} + s * \begin{pmatrix} -7 \\ -18 \\ -21 \end{pmatrix}$$