<u>Quotientenregel</u> Wir erinnern uns an die Regel, die wir anwenden, wenn eine mit einer gebrochen-rationalen Funktion konfrontiert werden.

Dabei hat die Funktion folgende Form: $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$. Die dazugehörige Ableitung wird nach der unten stehenden Regel gebildet!

$$f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{v^2(x)}$$

Beachten Sie, dass sich die Potenz im Nenner durch das 2 immer verdoppelt. Beispiel: Im Nenner von f(x) steht $(x-3)^2$. Dann findet sich im Nenner von f'(x) der Ausdruck $(x-3)^4$.

<u>Aufgabe 1</u> Leiten Sie die nachfolgenden Funktionen mit Hilfe der Quotientenregel ab. Vereinfachen Sie das Ergebnis, falls möglich.

Wir definieren zunächst u(x), u'(x) und v(x), v'(x).

(a)
$$f(x) = \frac{2x}{(x+2)^2}$$

 $u(x) = 2x$ $u'(x) = 2$ $v(x) = (x+2)2$ $v'(x) = 2(x+2) \cdot 1$

$$f'(x) = \underbrace{\frac{2}{(x+2)^2} \underbrace{(x+2)^2 - 2x}_{v^2(x)} \underbrace{2(x+1)}_{v^2(x)}}_{v^2(x)} = \underbrace{\frac{2(x+2)^2 - 4x(x+2)}{(x+2)^4}}_{(x+2)^4}$$

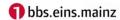
(b)
$$f(x) = \frac{x^2 - x}{x + 1}$$

 $u(x) = x^2 - x$ $u'(x) = 2x - 1$ $v(x) = x + 1$ $v'(x) = 1$

$$f'(x) = \frac{(2x - 1)(x + 1) - (x^2 - x)}{(x + 1)^2}$$

(c)
$$f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^3}$$

 $u(x) = 2x^2 - 3$ $u'(x) = 4x$ $v(x) = x^3$ $v'(x) = 3x^2$
 $f'(x) = \frac{4x \cdot x^3 - (2x^2 - 3)3x^2}{(x^3)^2} = \frac{4x^4 - 3x^2(2x^2 - 3)}{x^6}$



(d)
$$f(x) = \frac{18x}{(x^2+3)^3}$$

 $u(x) = 18x$ $u'(x) = 18$ $v(x) = (x^2+3)^3$ $v'(x) = 3(x^2+3)^2 \cdot 2x$
 $= 6x(x^2+3)^2$

$$f'(x) = \frac{18(x^2+3)^3 - 18x \cdot 6x(x^2+3)^2}{[(x^2+3)^3]^2} = \frac{18(x^2+3)^3 - 108x^2(x^2+3)^2}{(x^2+3)^6}$$

(e)
$$f(x) = \frac{-2x^2 - 2}{(x^2 - 1)^2}$$

 $u(x) = -2x^2 - 2$ $u'(x) = -4x$ $v(x) = (x^2 - 1)^2$ $v'(x) = 2(x^2 - 1) \cdot 2x$
 $= 4x(x^2 - 1)$

$$f'(x) = \frac{-4x(x^2-1)^2 - (-2x^2-2) \cdot 4x(x^2-1)}{[(x^2-1)^2]^2} = \frac{-4x(x^2-1)^2 - 4x(-2x^2-2)(x^2-1)}{(x^2-1)^4}$$

(f)
$$f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 2x + 1}$$

 $u(x) = x^2 + 2x$ $u'(x) = 2x + 2$ $v(x) = x^2 + 2x + 1$ $v'(x) = 2x + 2$

$$f'(x) = \frac{(2x+2)(x^2 + 2x + 1) - (x^2 + 2x)(2x + 2)}{(x^2 + 2x + 1)^2}$$