Bestimmen Sie die Nullstellen der folgenden Funktionen:

$$f(x) = 6e^{3x} - 2e^x \qquad f(x) = \tfrac{1}{7}e^{3x} - 5 \qquad f(x) = -12e^{-4x} + 6e^{-2x}$$

$$f(x) = 6e^{3x} - 2e^x = 2e^x(3e^{2x} - 1)$$

$$0 = \underbrace{2e^x}_{\text{nie 0}}\underbrace{(3e^{2x} - 1)}_{=0}$$

$$
\begin{aligned}
0 &= 3e^{2x} - 1 && |+1 \\
1 &= 3e^{2x} && |:3 \\
\tfrac{1}{3} &= e^{2x} && |\ln \\
\ln(\tfrac{1}{3}) &= 2x && |:2 \\
\tfrac{\ln(\tfrac{1}{3})}{2} &= x && \Rightarrow \boxed{x = -0,55}
\end{aligned}
$$

$$f(x) = \tfrac{1}{7}e^{3x} - 5$$

$$
\begin{aligned}
0 &= \tfrac{1}{7}e^{3x} - 5 && |+5 \\
5 &= \tfrac{1}{7}e^{3x} && |\cdot 7 \\
35 &= e^{3x} && |\ln \\
\ln(35) &= 3x && |:3 \\
\tfrac{\ln(35)}{3} &= x && \Rightarrow \boxed{x = 1,18}
\end{aligned}
$$

$$f(x) = -12e^{-4x} + 6e^{-2x} = -6e^{-2x}(2e^{-2x} - 1)$$

$$0 = \underbrace{-6e^{-2x}}_{\text{nie 0}}\underbrace{((2e^{-2x} - 1))}_{=0}$$

$$
\begin{aligned}
0 &= 2e^{-2x} - 1 && |+1 \\
1 &= 2e^{-2x} && |:2 \\
\tfrac{1}{2} &= e^{2x} && |\ln \\
\ln(\tfrac{1}{2}) &= -2x && |:(-2) \\
-\tfrac{\ln(\tfrac{1}{2})}{2} &= x && \Rightarrow \boxed{x = 0,35}
\end{aligned}
$$