2 Vereinfachen von Schaltnetzen - KNF

In der vergangenen Woche haben wir uns mit der Vereinfachung der *DNF* (also der SOP) auseinandergesetzt. Hierfür haben wir das KV-Diagramm erstellt und die Einsen überdeckt.
Heute wollen wir uns die **KNF** (also die POS) anschauen und versuchen diese zu vereinfachen. Das Vorgehen ist ähnlich zur Vereinfachung einer SOP, nur dass wir diesmal nicht die Einsen, sondern die **<u>Nullen</u>** überdecken. Außerdem stellen wir die Terme ein wenig anders auf.
Aber jetzt erstmal Eins nach dem Anderen.

Betrachten wir die nachfolgende Funktionstabelle mit drei Eingabevariablen x_1, x_2 und x_3.

i	x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

Ihre Aufgabe

Versuchen Sie die nachfolgende Funktion mit Hilfe der booleschen Algebra zu vereinfachen.

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3})\ (\overline{x_1} + x_2 + \overline{x_3})\ (\overline{x_1} + \overline{x_2} + \overline{x_3})$$

Ihnen sollte auffallen, dass das nicht so einfach und schnell geht, wie man sich das manchmal wünscht.
Stellen Sie sich also mal vor, sie haben eine komplexere Funktion. Ganz klar: Es muss ein Verfahren geben um die

2.1 Überdeckung der Nullen

Betrachten wir also die Funktion

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, x_4) = {} & (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4) \wedge \\ & (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4) \wedge \\ & (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4) \wedge \\ & (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4) \wedge \\ & (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4) \end{aligned}$$

> Möchten Sie beispielsweise den Term $(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4)$ in die K-Map übertragen, wählen Sie die Zelle aus, deren **Belegung**, auf den Term angewendet als **Ausgabe 0** hat.
> In unserem Fall wäre das die Belegung $\underbrace{1}_{x_1}\underbrace{1}_{x_2}\underbrace{0}_{x_3}\underbrace{0}_{x_4}$.
> Sie würden also in der Zelle 1100 den Wert 0 eintragen.

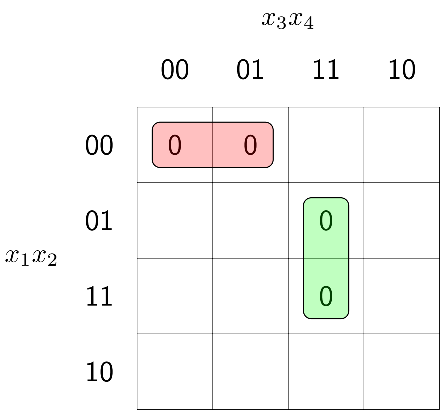
Ihre Aufgabe

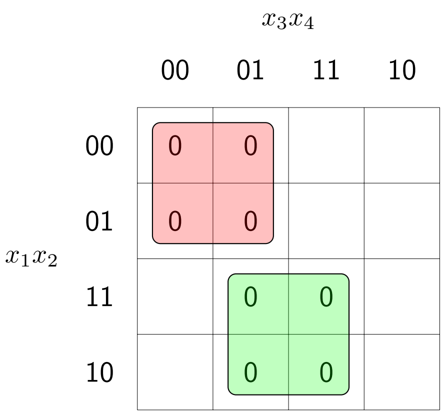
Befüllen Sie die dazugehörige **K-Map**.
Hinweis: Beachten Sie, dass Sie diesmal Nullen eintragen.

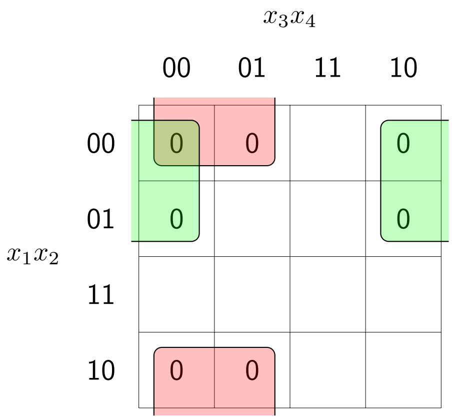
x_1x_2 \ x_3x_4	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

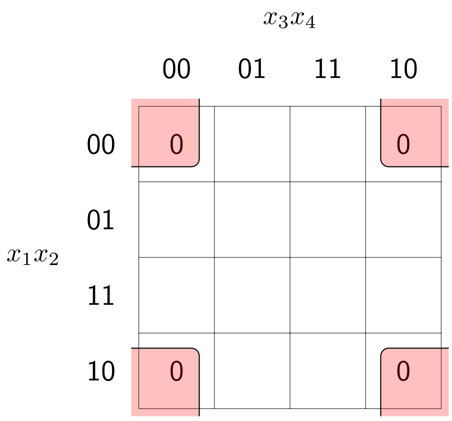
Erneut ist unser Ziel, die Schaltfunktion zu vereinfachen. Hierfür versuchen wir wieder, so viele 0en wie möglich (aber die Anzahl muss immer einer 2er Potenz entsprechen) zu überdecken. Dabei sind folgende Überdeckungen zulässig:

+ zwei nebeneinander/übereinander liegende 0en
+ vier zusammenhängende 0en
+ zwei bzw. vier über die Außenkanten nebeneinander/übereinander liegende 0en
+ zwei oder vier in den Ecken befindliche 0en









Ihre Aufgabe

Versuchen Sie für die zu Beginn dieses Abschnitts aufgestellt **K-Map** eine entsprechende Überdeckung der 0en zu finden.

2.2 Vereinfachen mit Hilfe der Überdeckung

Mit Hilfe dieser Überdeckung können wir nun die Schaltfunktion aufstellen. Dabei bestimmen wir für jeden Überdeckungsblock einen Term. Dieser besteht aus der konträren Belegung der Eingabevariablen und verknüpft diese jeweils mit $\vee$. Die einzelnen Terme verknüpfen wir mit $\wedge$ und erhalten so eine boolesche Funktion in *konjuktiver Normalform* (**KNF**)

x_1 \ x_2x_3	00	01	11	10
0			0	
1		0	0	

Hieraus ergibt sich

$$f(x_1, x_2, x_3) = \underbrace{(\overline{x_2} \vee \overline{x_3})}_{grün} \wedge \underbrace{(\overline{x_1} \wedge \overline{x_3})}_{rot}$$

.

Ihre Aufgabe

Erstellen Sie mit Hilfe der zuletzt aufgestellten K-Map die vereinfachte Funktion zu der zu Beginn von 2.1 genannten Funktion.