bbs.eins.mainz

Aufgabe 1 / 4 Pkt.

(a) Wie bestimmen Sie den Winkel zwischen zwei Vektoren $\vec{u}$ und $\vec{v}$? (Formel)

$\Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{\vec{u}*\vec{v}}{|\vec{u}|*|\vec{v}|}$

(b) Bestimmen Sie die Länge von $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \left|\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{2^2 + 3^3 + (-4)^2} = \sqrt{4+9+16} = \sqrt{29}$

Aufgabe 2 / 6 Pkt.

Die Gerade g verläuft durch A(-4|-2) und hat den **Richtungsvektor** $\begin{pmatrix} 11 \\ 3 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie die Geradengleichung. Geben Sie zudem einen weiteren Punkt auf der Geraden an.

Mit dem **Ortsvektor** zu $\vec{OA} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$ und dem gegebenen **Richtungsvektor** stellen wir die Geradengleichung auf.

.

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 11 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Um nun einen weiteren Punkt auf der Gerade zu bestimmen, wählen wir $r = 2$ und setzen dies in die Geradengleichung ein.

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 11 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Ein weiterer Punkt auf der Geraden wäre (18|4).

Aufgabe 3 / 10 Pkt.

Gegeben sind die Geraden

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

und

$$h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

(a) Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Geraden und geben Sie gegebenenfalls den Schnittpunkt S an.

Um die gegenseitige Lage zweier Geraden zu untersuchen, setzen wir $g = h$ und lösen das so entstehende Gleichungssystem.

$4+3r = 3-3t$ $\qquad\qquad$ $4+3*(\frac{-1+5t}{3}) = 3-3t$

$-2+3r = -3+5t \qquad \Rightarrow r = \frac{-1+5t}{3}$ (*)

$4+3*(\frac{-1+5t}{3}) = 3-3t$

$\Leftrightarrow 4+-1+5t = 3-3t$

$\Leftrightarrow 3+5t = 3-3t$ $\qquad$ | -3; +3t

$\Leftrightarrow 8t = 0 \Rightarrow t = 0 \qquad \xrightarrow{mit(*)} r = \frac{-1+5*0}{3} = -\frac{1}{3}$

Das Gleichungssystem besitzt eine Lösung, also haben g und h einen gemeinsamen Punkt. Mit den berechneten Werten für r und t können wir diesen gemeinsamen Punkt, den Schnittpunkt berechnen:

$4-\frac{1}{3}*3 = 1 = 3-3*0$

$-2-\frac{1}{3}*3 = -3 = -3+5*0$

Damit ergibt sich der Schnittpunkt S(1|-3).

(b) Erläutern sie welche Bedingungen erfüllt sein muss, dass sich zwei Geraden orthogonal schneiden?

Damit sich zwei Geraden orthogonal schneiden muss das Gleichungssystem $\vec{p}+r\vec{u} = \vec{q}+t\vec{v}$ **eine Lösung** haben. Außerdem muss das Skalarprodukt der beiden Richtungsvektoren $\vec{u}\cdot\vec{v} = 0$ sein.