bbs.eins.mainz Berufsbildende Schule Technik	3. Klassenarbeit Mathematik	Name: Musterlösung Datum: 19.03.2019
HBF IT 18A - B	______ von 55 Punkten erreicht: ______%	**Note:**

Allgemeines

- Bei der Bearbeitung ist ein **nachvollziehbarer, vollständiger Rechenweg** aufzuschreiben.
- Die Bewertung der Klassenarbeit ist nur bei **gut lesbarer Schrift** möglich.
- Die Lösungen müssen mit dokumentenechtem Stift (**Kugelschreiber** oder **Fine-Liner** - keine rote Mine) erstellt werden.
- Runden Sie ihre Ergebnisse auf **2 Nachkommastellen**. Wurzelausdrücke müssen nicht berechnet werden (z.B. $\sqrt{10}$).

- **Zugelassene Hilfsmittel**: Taschenrechner (nicht graphikfähig / nicht programmierbar)
- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten

Aufgabe 1

/ 12 Pkt.

Gegeben ist die nachfolgende Funktion:

$$f(x) = -\frac{10}{4}x^5 - 3x + 5$$

(a) **Geben** Sie den charakteristischen Summanden sowie den y-Achsenabschnitt an.

(b) **Treffen** Sie eine Aussage über das Verhalten der Funktion für große x-Beträge.
Hinweis: Nutzen Sie die Notation $f(x) \xrightarrow{x\to-\infty}$ und $f(x) \xrightarrow{x\to\infty}$

(c) **Endscheiden** und **begründen** Sie, ob der Funktionsgraph symmetrisch ist.

(d) Wie müsste die Funktion verändert werden, um eine Symmetrie zu erhalten?

Aufgabe 2

/ 8 Pkt.

Machen Sie eine Aussage über das **Verhalten** der folgenden Funktionen **für große x-Beträge**.
Hinweis: Nutzen Sie die Notation $f(x) \xrightarrow{x\to-\infty}$ und $f(x) \xrightarrow{x\to\infty}$

(a) $f(x) = \frac{1}{3}x^5 + 250x^2 - 30$

(b) $f(x) = -4,25x^2 - 2x + 0,3$

(c) $f(x) = -\frac{1}{3}x^5 - 250x^2 + 30$

(d) $f(x) = 2x^4 - 2x^2 + 3$

Aufgabe 3

/ 14 Pkt.

(I) **Überführen** Sie die eine der in Polynomform gegebenen Funktionen in die Linearfaktorform.

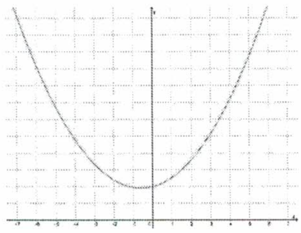
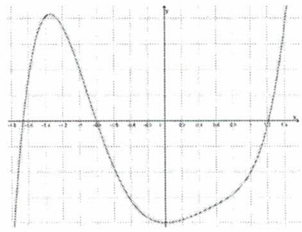
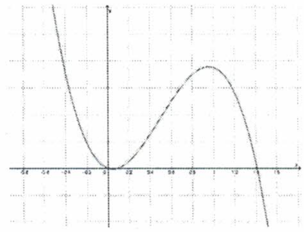
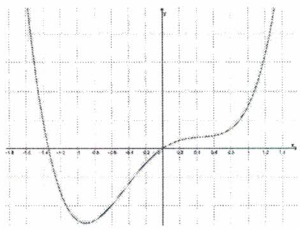
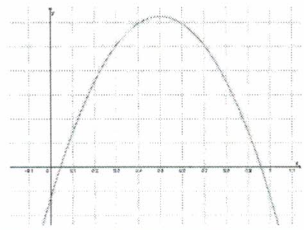
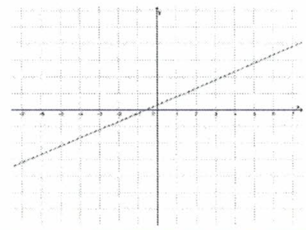
(a) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 0,25x + 0,75$ (b) $g(x) = -x^3 + 4x^2 + 3x - 18$

Hinweis: Sie benötigen die Nullstellen.

(II) **Überführen** Sie $\mathbf{f(x) = (x+4)^3(x-4)}$ in die Polynomform.

Aufgabe 4 / 9 Pkt.

Ordnen Sie die Graphen der Steigungsfunktionen den richtigen Ausgangsgraphen für $f(x)$ zu.
Begründen Sie ihre Entscheidung in Stichpunkten.

Ausgangsgraph von $f(x)$		
(a) 	(b) 	(c) 
Graph der Steigungsfunktion		
(1) 	(2) 	(3) 

Aufgabe 5 / 12 Pkt.

(I) $f(x) = 4x^4 + 5x^2 - 2x$

(II) $g(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 2x + 3$

(III) $h(x) = 0.5x^3 + \frac{1}{3}x^2 - 3x$

a) **Bestimmen** Sie jeweils die Steigungsfunktion der nachfolgenden Funktionen.
b) **Berechnen** Sie zudem jeweils die Steigung des Funktionsgraphen an den Stellen $x_0 = -2$, $x_0 = 1$ und $x_0 = -0,5$.

Version 3

Aufgabe 1

$f(x) = -\frac{10}{4}x^5 - 3x + 5$

a) charakteristischer Summand $a_n x^n = -\frac{10}{4}x^5$ ②

y-AAS $a_0 = 5$ ①

b) $f(x) \xrightarrow{x \to -\infty} \infty$ ① ①

$f(x) \xrightarrow{x \to \infty} -\infty$ ① ①

c) Die Funktion ist nicht symmetrisch, da sie sowohl gerade wie auch ungerade Exponenten hat. ① ②

d) Um eine Punktsymmetrie zu erhalten, müsste man den Term $+5$ entfernen (da x^0 ein gerader Exponent ist). ②

Aufgabe 2

a) $f(x) = \frac{1}{3}x^5 + 250x^2 - 30$

$f(x) \xrightarrow{x \to -\infty} -\infty$ ①

$f(x) \xrightarrow{x \to \infty} \infty$ ①

b) $f(x) = -4{,}25x^2 - 2x + 0{,}3$

$f(x) \xrightarrow{x \to -\infty} -\infty$ ①

$f(x) \xrightarrow{x \to \infty} -\infty$ ①

c) $f(x) = -\frac{1}{3}x^5 - 250x^2 + 30$

$f(x) \xrightarrow{x \to -\infty} \infty$ ①

$f(x) \xrightarrow{x \to \infty} -\infty$ ①

d) $f(x) = 2x^4 - 2x^2 + 3$

$f(x) \xrightarrow{x \to -\infty} \infty$ ①

$f(x) \xrightarrow{x \to \infty} \infty$ ①

Aufgabe 3

(1) a) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 0{,}25x + 0{,}75$

Rate Nullstelle : $x_1 = 1$

$$f(-1) = (1)^3 - 2\cdot(1)^2 + 0{,}25(1) + 0{,}75 = 0$$

Polynomdivision

$$x^3 - 2x^2 + 0{,}25x + 0{,}75 : (x-1) = x^2 - x - 0{,}75$$

$$-(x^3 - x^2)$$

$$-x^2 + 0{,}25x$$

$$-(-x^2 + x)$$

$$-0{,}75x + 0{,}75$$

$$-(-0{,}75x + 0{,}75)$$

$$0$$

weitere Nullstellen mit pq-Formel : $p = -1$ $q = -0{,}75$

$$x_{2/3} = - \frac{-1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + 0{,}75}$$

$$= \frac{1}{2} \pm \sqrt{1}$$

$x_2 = 1{,}5$ $\quad x_3 = -0{,}5$

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 0{,}25x + 0{,}75 = (x-1)(x-1{,}5)(x+0{,}5)$$ 8

b) $g(x) = -x^3 + 4x^2 + 3x - 18$

Rate Nullstelle : $x_1 = -2$

$$g(-2) = -(-2)^3 + 4\cdot(-2)^2 + 3\cdot(-2) - 18 = 0$$

Polynomdivision:

$$-x^3+4x^2+3x-18 : (x+2) = -x^2+6x-9 \quad | \cdot (-1)$$

$$\hookrightarrow x^2-6x+9$$

$$\begin{array}{l}
-(-x^3-2x^2) \\
\hline
\quad 6x^2+3x \\
\quad -(6x^2+12x) \\
\hline
\qquad -9x-18 \\
\qquad (-9x-18) \\
\hline
\qquad\quad 0
\end{array}$$

Weitere Nullstelle mit pq-Formel: $p=-6$ $q=9$

$$x_{2/3} = -\frac{-6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-6}{2}\right)^2-9}$$

$$= 3 \pm \sqrt{9-9}$$

$$x_2 = x_3 = 3$$

$$g(x) = -x^3+4x^2+3x-18 = (x+2)(x-3)^2$$ 8

(II) $f(x) = (x+4)^3(x-4)$

$$= (x^3+12x^2+48x+64)(x-4)$$

$$= x^4+12x^3+48x^2+64x-4x^3-48x^2-192x-256$$

$$= \underline{\underline{x^4+8x^3-128x-256}}$$ 6

Aufgabe 4

(a) ⟶ (3) Grad gerade → Grad ungerade

Graph fällt (Steigung negativ)

Graph steigt (Steigung positiv) 3

(b) ⟶ (1) Grad ungerade → Grad gerade

Graph steigt (Steigung positiv)

Graph fällt (Steigung negativ) 3

Graph steigt (Steigung positiv)

(c) ⟶ (2) Grad ungerade → Grad gerade

Graph fällt (Steigung negativ)

Graph steigt (Steigung positiv) 3

Graph fällt (Steigung negativ)

Aufgabe 5

$f(x) = 4x^4 + 5x^2 - 2x$ $g(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 2x + 3$ $h(x) = 0{,}5x^3 + \frac{1}{3}x^2 - 3x$

a) $f'(x) = 16x^3 + 10x - 2$ 3 $g'(x) = -x^2 - 2$ 3 $h'(x) = 1{,}5x^2 + \frac{2}{3}x - 3$

b)

x	-2	-0,5	1
f'(x)	-150	-9	24

1

x	-2	-0,5	1
g'(x)	-6	-2,25	-3

1

x	-2	-0,5	1
h'(x)	$\frac{5}{3}$	-5,96	-0,8

1