

S. 68 Nr. 2 a-c

Gegeben ist die Ebene $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$.

(a) $r = 0; s = 1$

Setzen wir die Werte ein, erhalten wir den Ortsvektor zu einem Punkt auf der Ebene E .

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Die dazugehörigen Punktkoordinaten sind $\underline{P(6|2|7)}$.

(b) $r = 1; s = -3$

Setzen wir die Werte ein, erhalten wir den Ortsvektor zu einem Punkt auf der Ebene E .

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Die dazugehörigen Punktkoordinaten sind $\underline{P(-4|-5|-6)}$.

(c) $r = -2; s = 2$

Setzen wir die Werte ein, erhalten wir den Ortsvektor zu einem Punkt auf der Ebene E .

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Die dazugehörigen Punktkoordinaten sind $\underline{P(5|2|-2)}$.

S. 68 Nr. 6

Geben Sie zwei verschiedene Parametergleichungen der Ebene E an, die durch die Punkte A , B und C festgelegt ist.

Um zwei verschiedene Parametergleichungen zu erhalten, wählen wir für jede Ebene jeweils einen anderen Stützvektor \vec{p} bzw. \vec{q} . Mit diesem bestimmen wir die benötigten Spannvektoren \vec{u} , \vec{v} .

Für die Parametergleichung gilt

$$E_1: \vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u}_1 + s \cdot \vec{v}_1 \quad \left| \quad E_2: \vec{x} = \vec{q} + r \cdot \vec{u}_2 + s \cdot \vec{v}_2 \right.$$

(a) $A(2|0|3), B(1|-1|5), C(3|-2|0)$

$$\vec{p} = 0\vec{A} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{u}_1 = \vec{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{v}_1 = \vec{AC} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{q} = 0\vec{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{u}_2 = \vec{BA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \vec{BC} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

So ergeben sich dann die beiden Parametergleichungen

$$E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

(b) $A(0|0|0), B(2|1|5), C(-3|1|-3)$

$$\vec{p} = 0\vec{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{u}_1 = \vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{v}_1 = \vec{AC} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{q} = 0\vec{B} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{u}_2 = \vec{BA} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \vec{BC} = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}$$

So ergeben sich dann die beiden Parametergleichungen

$$E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}$$

(c) $A(1|1|1), B(2|2|2), C(-2|3|5)$

$$\vec{p} = 0\vec{A} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{u}_1 = \vec{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{v}_1 = \vec{AC} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{q} = 0\vec{B} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{u}_2 = \vec{BA} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \vec{BC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

So ergeben sich dann die beiden Parametergleichungen

$$E_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s * \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$E_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + r * \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + s * \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

(c) $A(2|5|7)$, $B(7|5|2)$, $C(1|2|3)$

$$\vec{p} = 0\vec{A} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}, \vec{u}_1 = \vec{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}, \vec{v}_1 = \vec{AC} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{q} = 0\vec{B} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{u}_2 = \vec{BA} = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \vec{BC} = \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

So ergeben sich dann die beiden Parametergleichungen

$$E_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} + r * \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} + s * \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$E_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + r * \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + s * \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$