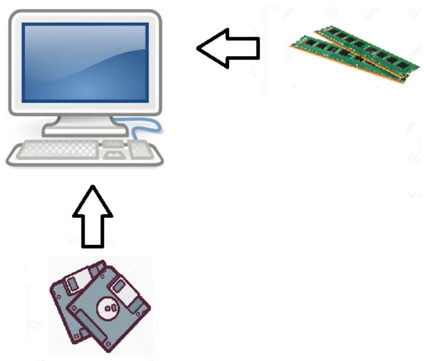
1 Datendarstellung im Computer



Wo werden Daten gespeichert?

Datendarstellung im Speicher

Der Computer verwendet zur Darstellung <u>aller Daten</u> das **Binärsystem**.
In diesem Binärsystem gibt es nur die Werte **0** und **1**. Das bedeutet, wir können nur zwei Zustände speichern.

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, die eine Realisierung einfach und zuverlässig ermöglichen:

- Relais
- Röhre
- Transistor (Chips)
- Magnetfeldern
- Lichtreflexionen

Bits und Bytes

Eine Stelle im Binärsystem - also 0 oder 1 - heißt **Bit** (*binary digit*).
Um aber mehrere verschiedene Werte zu ermöglichen, wird im Binärsystem analog zum Dezimalsystem vorgegangen. Man fasst mehrere Bits zu einer **Bitfolge** zusammen.
Besteh eine solche Bitfolge aus <u>8 Bit</u>, so spricht man auch von einem **Byte**.
In der EDV ist Byte die gebräuchliche Basiseinheit.

<u>**Ihre Aufgabe**</u> Überlegen Sie, wie viele verschiedene Zustände lassen sich mit **1 Byte** darstellen?

Größere Einheiten von Bytes

Sicher sind verschiedene Kenngrößen von diversen Speichermedien bekannt. In der nachfolgenden Tabelle sind die Bezeichnungen sowie die korrespondierende Anzahl an Bytes angegeben.

Bezeichnung	**Symbol**	**# Bytes**
Byte		1 Byte
Kilobyte	KB	1024 Byte
Megabyte	MB	1024 KB
Gigabyte	GB	1024 MB
Terabyte	TB	1024 GB

Zahlen-/Stellenwertsysteme

Zur Darstellung und zum Rechnen mit Zahlen bedient man sich eines Zahlen- bzw. Stellenwertsystems.
Innerhalb eines solchen Zahlensystems bestimmt die Position der Ziffer in der Zahlenfolge (also die “Stelle“) den Wert. Daher kommt auch die

Bezeichnung Stellenwertsystem.
Das gebräuchliche Zahlensystem der “realen Welt“ ist das Dezimalsystem. In diesem stehen uns nur die Symbole {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} zur Verfügung.

In Zukunft werden wir diese Symbole immer mit Ziffer bezeichnen.

Die erste Zahl, die mit diesen *Ziffern* nicht mehr dargestellt werden kann, ist die 10. Sie bildet also im Dezimalsystem die ***Basis*** Hier gilt:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 5 \\ \swarrow & \downarrow & \searrow \\ 1\text{“Hunderter“} & 2\text{“Zehner“} & 5\text{“Einer“} \\ 1 \cdot 100 & 2 \cdot 10 & 5 \cdot 1 \\ 1 \cdot 10^2 & 2 \cdot 10^1 & 5 \cdot 10^0 \end{array}$$

Bleiben wir bei dem Beispiel 125. Im Schaubild wird bereits deutlich, dass man zur Berechnung der Zahl wie folgt vorgeht

$$125 = 1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 1 = 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

Bei der Berechnung ist also nicht nur die Ziffer relevant, sondern auch die Stelle an der sie steht. In jedem Zahlensystem kann also jeder Stellenwert berechnet werden mit

$$\text{Ziffer} * \underbrace{\text{Basis}^{\text{Stelle}}}_{\text{Bündelungseinheit}}$$

Dual-/Binärsystem

Die Darstellung von Zahlen im **Dualsystem** funktioniert analog zum Dezimalsystem. Der Unterschied ist, dass als *Basis* des Zahlensystems nicht die 10 verwendet wird, sondern die **2**.
Dadurch ergibt sich dann auch die folgende Bezeichnung für die einzelnen Stellen:

“Achter“	“Vierer“	“Zweier“	“Einer“
8	4	2	1
2^3	2^2	2^1	2^0

Für den späteren Unterrichtsverlauf ist es nützlich, die Werte der Zweierpotenzen zu kennen.

Hinweis: Da sich die Ziffern der verschiedenen Zahlensysteme teilweise überschneiden, ist es wichtig zu verdeutlichen, in welchem Zahlensystem man sich befindet. Daher geben wir die Basis als Index der Zahlenfolge an.
z.B.: 10110101_2 wäre eine Zahlenfolge im Binärsystem.

Ihre Aufgabe Überlegen Sie, wie viele Zustände (bzw. Zahlen) Sie im Binärsystem mit 2 Stellen (Bits), mit 3 Stellen (Bits) oder gar mit 8 Stellen (Bits) darstellen kann?

Hexadezimalsystem

Das eben behandelte Dual-/Binärsystem bildet die Grundlage für jegliche Operationen, die ein Computer ausführt.
Da der Umgang mit dem Dualsystem ungewohnt und auch unübersichtlich ist, hat sich in der EDV das **Hexadezimalsystem** etabliert.
Die Basis dieses Systems ist $\mathbf{16}$. Dementsprechend stehen uns die Ziffern {0-9} und {A, B, C, D, E und F} zur Verfügung. **Ihre Aufgabe**: Überlegen Sie, welcher Bezug zum Binärsystem möglich ist?

Dezimal	Dual	Hexa
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7

Dezimal	Dual	Hexa
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

Ein Byte (8 Bit) lässt sich also durch genau zwei Hexadezimal-Stellen darstellen. Die Schreibweise hat den Vorteil, dass Sie zugleich übersichtlich und nah an der Binärdarstellung des Computers ist.
Um zu verdeutlichen, dass eine Zahl Hexadezimal ist, stellt man ihr den *Präfix* **0x** voran, oder man hängt den *Suffix* **hex** an.

Ihre Aufgabe: Stellen Sie die Zahl $213_8, 213_{16}, 1001011_2$ im Dezimalsystem (Basis 2) dar.

Übung: Berechnen Sie den Dezimalwert der folgenden Zahlen:

(a) $A73_{16}$	(b) 1001101_2
(c) 11010_2	(d) $D5_{16}$

2 Wechsel aus dem Dezimalsystem

Wir haben nun gelernt, dass es verschiedene Zahlensysteme gibt. Aus diesen können wir den Dezimalwert der dargestellten Zahl berechnen.
Bei kleineren Zahlen ist die Bestimmung der einzelnen Potenzen (**Bündelungseinheit**en) durch raten möglich.

$$10 = 8 + 2 = 1 * 2^3 + 1 * 2^1 = \underbrace{1}_{2^3}\underbrace{0}_{2^2}\underbrace{1}_{2^2}\underbrace{0}_{2^0}\,{}_2$$

Jetzt müsste es auch möglich sein, diese Umwandlung aus dem Dezimalsystem heraus vorzunehmen. Dafür wurden diverse Vorgehen entwickelt. Zunächst betrachten wir ein Vorgehen, dass ähnlich dem eben angesprochenen 'Ausprobieren' vorgeht.

Subtraktionsverfahren

Im Prinzip kann das **Subtraktionsverfahren** als eine Formalisierung des 'Ausprobierens' verstanden werden.

Ausgangspunkt ist die gegebene Dezimalzahl. Hier wird die größte Bündelungseinheit ermittelt, die in die gegebene Dezimalzahl passt.
Anschließend wird von der Dezimalzahl diese Bündelungseinheit subtrahiert. Die Differenz wird unsere nächste zu betrachtende Zahl.
Es wird nun geschaut, ob die nächst niedrigere Bündelungseinheit in die Differenz passt.
Für jede Bündelungseinheit, die in die Ausgangszahl bzw. die nachfolgenden Differenzen passt, wird eine Eins notiert. Passt eine Bündelungseinheit nicht, so wird eine Null notiert.

Wir enden also mit einer Folge von 0en und 1en. In dieser wird die **größte Bündelungseinheit**

bbs.eins.mainz
Berufsbildende Schule Technik

als *MSB* (most significant bit) und die **kleinste Bündelungseinheit** als *LSB* (least significant bit) bezeichnet.

Beispiel: $171_{10} = ?_2$

	Bündelungseinheit passt?	
$171 - 128 = 43$	1	MSB
$43 - 64 =$ `	0	
$43 - 32 = 11$	1	
$11 - 16 =$ `	0	
$11 - 8 = 3$	1	
$3 - 4 =$ `	0	
$3 - 2 = 1$	1	
$1 - 1 = 0$	1	LSB

Das Ergebnis wird von oben nach unten abgelesen und ergibt die Zahlenfolge bzw. die Binärdarstellung der Ausgangszahl. In diesem Fall $171_{10} = 10101011_2$

Um das Subtraktionsverfahren also sinnvoll anwenden zu können, ist es unabdingbar, dass wir die Bündelungseinheiten kennen.

Bündelungseinheit	2^{Stelle}
1024	2^{10}
512	2^9
256	2^8
128	2^7
64	2^6
32	2^5
16	2^4
8	2^3
4	2^2
2	2^1
1	2^0

Übung Bestimmen Sie die Binärdarstellung mit Hilfe des Subtraktionsverfahren.

(a) 213_{10}	(b) 238_{10}
(c) 146_{10}	(d) 54_{10}

Divisionsverfahren

Ein Verfahren, bei dem die Kenntnis der Bündelungseinheiten irrelevant ist, ist das **Divisionsverfahren**.
Hierbei wird die Ausgangszahl durch 2 ganzzahlig geteilt. Das heißt, der berechnete Quotient wird abgerundet und dazugehörig wird der Rest bestimmt. Bei der ersten Teilung liefert der Rest das *LSB*. Der Quotient wird erneut durch 2 geteilt und es wie zuvor verfahren. Entsprechend gibt der letzte Bit das MSB.
Es wird solange gerechnet, bis der Quotient 0 ist.

Wir betrachten das folgende Beispiel: $171_{10} = ?_2$

	Rest	
$171 : 2 = 85$	1	LSB
$85 : 2 = 42$	1	
$42 : 2 = 21$	0	
$21 : 2 = 10$	1	
$10 : 2 = 5$	0	
$5 : 2 = 2$	1	
$2 : 2 = 1$	0 $1 : 2 = 0$	1MSB

Wie bereits erwähnt ergibt der Rest die Zahldarstellung in Binär, wobei das Ergebnis von <u>unten nach oben</u> gelesen die Binärzahl darstellt. In unserem Fall also $171_{10} = 10101011_2$.

<u>**Ihre Aufgabe**</u> Bestimmen Sie die Binärdarstellung mit Hilfe des Subtraktionsverfahren.

(a) 213_{10}	(b) 238_{10}
(c) 146_{10}	(d) 54_{10}