Wiederholung - Integralrechnung

Freitag, 29. März 2019 12:19

Integralfunktion Stammfunktion

Hauptsatz d. Differenzial- und Integralrechnung

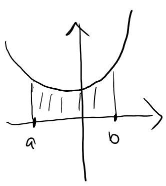
$f(x)$ auf Intervall I stetig und $f(x) \geq 0$ für $x \in I$

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

$$\int_0^2 x^2\,dx = \left[\tfrac{1}{3}x^3\right]_0^2$$

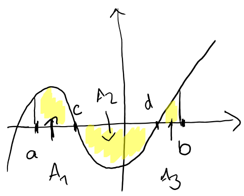
Flächen unter einer Kurve auf bestimmtes Intervall $I = [a,b]$

- Graph komplett oberhalb der x-Achse



$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

- oberhalb und unterhalb der x-Achse (K)

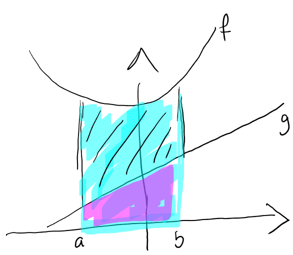


$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx - \int_c^d f(x)dx + \int_d^b f(x)dx$$

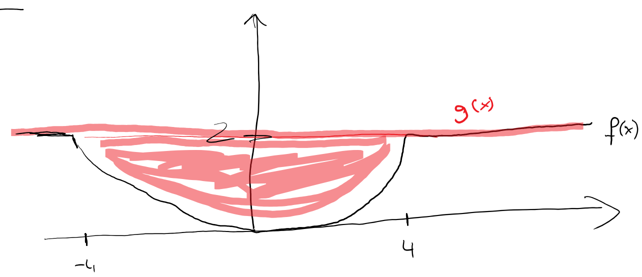
+ wenn Fläche unterhalb der x-Achse, dann ist

$$A = \int_a^b -f(x)dx$$

- Fläche zwischen zwei Graphen



$$\int_a^b (f(x) - g(x))dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)\,dx$$



$f(x) = \frac{1}{8}x^2$ $g(x) = 2$

$f(x) = \frac{1}{8}x^2$

a) Berechnen Sie den Inhalt der Querschnittsfläche des Kanals

$\frac{1}{24} \cdot 4 \cdot 4^2 = \frac{1}{6} \cdot 4^2 = 2{,}67$

$$\frac{1}{24}\cdot 4\cdot 4^2 = \frac{1}{6}\cdot 4^2 = 2{,}67$$

$$f(x) = \frac{1}{8}x^2 \qquad g(x) = 2$$

$$\int_{-4}^{4} g(x)\,dx - \int_{-4}^{4} f(x)\,dx = [2x]_{-4}^{4} - \left[\frac{1}{24}x^3\right]_{-4}^{4}$$

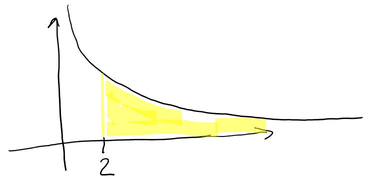
$$= [2\cdot 4 - 2\cdot(-4)] - \left[\frac{1}{24}\cdot 4^3 - \frac{1}{24}\cdot(-4)^3\right]$$

$$= 16 \quad - \quad 5{,}33$$

$$= 10{,}67$$

unbestimmtes Integral

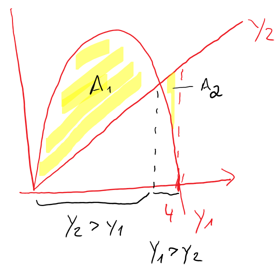
$$\lim_{t\to\infty} \int_2^t f(x)\,dx$$



$$y_1 = -(x-2)^2 + 4$$

$$y_2 = 0{,}5x$$

$$I = [0;4]$$
a b



$$-(x^2 - 4x + 4) + 4$$

$$-x^2 + 4x \cancel{-4+4}$$

$y_1 = y_2$ (für welches x)

$$-x^2 + 4x = 0{,}5x \quad | -0{,}5x$$

$$-x^2 + 3{,}5x = 0$$

$$-x(x - 3{,}5) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \quad x_2 = 3{,}5$$

$$A_1 = \int_0^{3,5} y_1 - y_2\,dx = \int_0^{3,5} -x^2 + 4x - 0{,}5x\,dx = \left[-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 0{,}25x^2\right]_0^{3,5} = 10{,}21 - 3{,}06$$

$$= 7{,}15$$

$$A_2 = \int_{3,5}^{4} y_2 - y_1\,dx = \qquad 0{,}54$$