bbs.eins.mainz Berufsbildende Schule Technik	2. Klassenarbeit Mathematik	Name: Lösung
		Datum:
HBF IT 18A - I	______ von ______ Punkten erreicht: ______%	**Note:**

Allgemeines
- Bei der Bearbeitung ist ein **nachvollziehbarer, vollständiger Rechenweg** aufzuschreiben.
- Die Bewertung der Klassenarbeit ist nur bei **gut lesbarer Schrift** möglich.
- Die Lösungen müssen mit dokumentenechtem Stift (**Kugelschreiber** oder **Fine-Liner** - keine rote Mine) erstellt werden.
- Runden Sie ihre Ergebnisse auf **2 Nachkommastellen**. Wurzelausdrücke müssen nicht berechnet werden (z.B. $\sqrt{10}$).

- **Zugelassene Hilfsmittel**: Taschenrechner (nicht graphikfähig / programmierbar)
- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten

Aufgabe 1 — / 7 + 7,5 + 6,5 + 7,5 + 7,5 = 36 Pkt.

Gegeben sind die nachfolgenden Funktionsgleichungen.

(a) $f(x) = x^2 \cdot (x-4)^2$ (b) $f(x) = x^4 - 4x^2$ (c) $f(x) = x^3 - 2x^2$

(d) $f(x) = 2x^3 + 8x^2 + 8x$ (e) $f(x) = x^3 - 10x^2 + 25x$

(1) **Bestimmen** Sie *jeweils* die Nullstellen! **Markieren** Sie gegebenenfalls doppelte Nullstellen[1] entsprechend.

(2) **Geben** Sie *jeweils* das Verhalten der Funktionswerte für große x-Beträge an.
Nutzen Sie dabei die formale Schreibweise: $f(x) \xrightarrow{x \to -\infty} ?$ bzw. $f(x) \xrightarrow{x \to \infty} ?$

Aufgabe 2 — / 6 + 4 + 6 + 2 = 18 Pkt.

Über die Entwicklung der Anzahl von Touristenankünfte in Deutschland kennen wir die folgende Daten:

x (eine Einheit = 1 Jahr, 0 = 2010)	0	7
y (in Millionen)	140	178

(a) **Stellen** Sie die Funktionsgleichung einer quadratischen Funktion **auf**, die den Scheitelpunkt bei $(7|178)$ hat und durch den Punkt $(0|140)$ geht!

(b) **Beschreiben** Sie die Bedeutung des Scheitelpunkts für diese Entwicklung!

(c) Eine andere Entwicklung wird mit $g(x) = -\frac{3}{4}(x+8)(x-22)$ angegeben.
Bringen Sie $g(x)$ in Scheitelpunktform und **vergleichen** diese anschließend mit der Entwicklung aus (a).

(d) **Geben** Sie die Funktionsgleichung aus (c) in allgemeiner Form an.

[1] Kommt zweimal vor. Zum Beispiel: $x_{1/2} = 2$

Aufgabe 3 / 4 x 4 Pkt = 16 Pkt

Ergänzen Sie alle Eigenschaften, die Sie direkt aus der Funktionsgleichung ableiten können.

(a) $f(x) = -(x+4)^2 + 1$

(b) $f(x) = 4(x-6)(x+3)$

(c) $f(x) = -2x^2 + 8x - 20$

(d) $f(x) = 0,2(x-5)^2 + 7$

Gleichung	**Normalparabel/ gestreckte P./ gestauchte P.**	**Öffnungs- richtung (oben/unten)**	**Nullstellen** $x_1 = \ldots,$ $x_2 = \ldots$	**Scheitel- punkt SP(...|...)**	**y-AAS** $y_s = \ldots$
(a) (1)	Normalparabel	unten (1)	— (0,5)	(-4 | 1) (1)	/ (0,5)
(b) (1)	gestreckt	oben (1)	$x_1 = 6$ $x_2 = -3$ (1)	/ (0,5)	/ (0,5)
(c) (1)	gestreckt	unten (1)	— (0,5)	/ (0,5)	$y_s = -20$ (1)
(d) (1)	gestaucht	oben (1)	— (0,5)	(5 | 7) (1)	/ (0,5)

Aufgabe 4 / 10 + 4 Pkt. = 14 Pkt.

Mit $\mathbf{f(x) = x^3 - 5x^2 - 2x + 24}$ ist eine ganzrationale Funktion gegeben.

(a) **Berechnen** Sie die einzelnen Faktoren der Funktion.
Hinweis: Es gibt **drei** Faktoren.

(b) **Geben** Sie die Funktion in **Linearfaktorform** an.
Markieren Sie in dieser jeweils die Nullstellen.

HBF IT 18[illegible]

I

Aufgabe 1

(1)

a) $f(x) = x^2 (x-4)^2$

(1) $0 = x^2 (x-4)^2$

(1) $\Rightarrow x_{1/2} = 0$ ← doppelte (0,5)

(1) $(x-4)^2 = 0 \quad | \sqrt{\ }$

$x - 4 = 0 \quad | +4$

(1) $x_{3/4} = 4$ ← doppelte Nullstelle (0,5)

(2)

$f(x) \xrightarrow{x \to -\infty} \infty$ (1)

$f(x) \xrightarrow{x \to \infty} \infty$ (1)

b) $f(x) = x^4 - 4x^2$

(1) $= x^2 (x^2 - 4)$

(1) $0 = x^2 (x^2 - 4)$

(1) $\Rightarrow x_{1/2} = 0$ ← doppelte (0,5)

(1) $x^2 - 4 = 0 \quad | +4$

$x^2 = 4 \quad | \sqrt{\ }$

(1) $x_{3/4} = \pm 2$

$f(x) \xrightarrow{x \to -\infty} \infty$ (1)

$f(x) \xrightarrow{x \to \infty} \infty$ (1)

c) $f(x) = x^3 - 2x^2$

(1) $= x^2 (x-2)$

(1) $0 = x^2 (x-2)$

(1) $\Rightarrow x_{1/2} = 0$ ← doppelt (0,5)

$x - 2 = 0 \quad | +2$

(1) $x_3 = 2$

$f(x) \xrightarrow{x \to -\infty} -\infty$ (1)

$f(x) \xrightarrow{x \to \infty} \infty$ (1)

d)

$f(x) = 2x^3 + 8x^2 + 8x$

(1) $= 2x(x^2 + 4x + 4)$

$f(x) \xrightarrow{x \to -\infty} -\infty$ (1)

$f(x) \xrightarrow{x \to \infty} \infty$ (1)

(1) $0 = 2x(x^2 + 4x + 4)$

(1) $\Rightarrow x_1 = 0$

(1) pq - Formel $p = 4$

$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ $q = 4$

$x_{2/3} = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 4}$

(1) $x_{2/3} = -2$ ← doppelt (0,5)

e)

$f(x) = x^3 - 10x^2 + 25x$

(1) $= x(x^2 - 10x + 25)$

$f(x) \xrightarrow{x \to -\infty} -\infty$ (1)

$f(x) \xrightarrow{x \to \infty} \infty$ (1)

(1) $0 = x(x^2 - 10x + 25)$

(1) $\Rightarrow x_1 = 0$

(1) pq - Formel $p = -10$

$q = 25$

$x_{2/3} = -\frac{-10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-10}{2}\right)^2 - 25}$

$= 5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 25}$

(1) $x_{2/3} = 5$ ← doppelt (0,5)

Aufgabe 2

a) $SP(7|178)$ $P(0|140)$

$f_{SPF}(x) = a(x-x_S)^2 + y_S$

$f_{SPF}(x) = a(x-7)^2 + 178$ (2)

Punkt einsetzen:

$140 = a(0-7)^2 + 178 \quad | -178$ (1)

$-38 = a \cdot 49 \quad | :49$

$-\frac{38}{49} = a$ (1)

$\Rightarrow f_{SPF}(x) = -\frac{38}{49}(x-7)^2 + 178$ (2)

b) Nach 7 Jahren (1) erreichen die Touristenankünfte (1) mit 178 Millionen ihren Höhepunkt. (2)

c) $g(x) = -\frac{3}{4}(x+8)(x-22)$ quadratische Ergänzung

$= -\frac{3}{4}(x - 14x + 176)$ (0,5)

$= -\frac{3}{4}(x - 2 \cdot 7x - 176)$

$= -\frac{3}{4}(x - 2 \cdot 7x + 7^2 - 7^2 - 176)$ (1)

$= -\frac{3}{4}[(x - 2 \cdot 7x + 7^2) - 49 - 176]$

$= -\frac{3}{4}[(x-7)^2 - 225]$ (1)

$= -\frac{3}{4}(x-7)^2 - 168{,}75$ (0,5)

Bei dem ersten Entwicklungsmodell liegt der Scheitelpunkt bei (7|178) wohingegen der Scheitelpunkt im zweiten Modell auch bei $x=7$ aber etwas niedriger bei nur 168,75 Millionen Ankünften liegt. (2)
Zudem ist der zweite Graph ($g(x)$) stärker gestaucht (1) als die von $f(x)$.

d) $g(x) = -\frac{3}{4}(x+8)(x-22)$

$= -\frac{3}{4}(x^2 - 14x - 176)$

$= -\frac{3}{4}x^2 + \frac{42}{4}x + 132$ (2)

Aufgabe 4

$f(x) = x^3 - 5x^2 - 2x + 24$

$x_1 = -2$ ist Nullstelle - geraten (1)

$x^3 - 5x^2 - 2x + 24 : (x+2) = \underbrace{x^2 - 7x + 12}_{(1)}$

$-(x^3 + 2x^2)$

$-7x^2 - 2x$

$-(-7x^2 - 14x)$ (1)

$12x + 24$

$-(12x + 24)$

0

pq-Formel: $p = -7$ $q = 12$ (2)

$x_{2/3} = -\frac{-7}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-7}{2}\right)^2 - 12}$

$\Rightarrow x_2 = 4$ (1) $x_3 = 3$ (1)

Faktoren: 1.: $(x+2)$; 2.: $(x-4)$; 3.: $(x-3)$

b) $f(x) = (x \overset{(1)}{\underbrace{+2}_{\underset{(1)}{-(-2)}}})(x \overset{(1)}{-\underset{(0,5)}{4}})(x \overset{(1)}{-\underset{(0,5)}{3}})$