

Kompetenzbezug	B A S I C	P R O F I	E X P E R T E
Prototypen von Funktionsgleichungen quadratischer Funktionen	<p>Ich erkenne Prototypen quadratischer Funktionen: Allgemeine Form, Scheitelpunktform, Linearfaktorform</p> <p>Ich kann mit einer Wertetabelle die passende Parabel zu einer Funktion sichtbar machen.</p> <p>Ich kann bei einer Parabel den Scheitelpunkt markieren.</p> <p>(WP 5 - T 1 & 2)</p>	<p>Ich kann Charakteristika (Nullstellen und Scheitelpunkt) des Graphen, wenn möglich, anhand der Funktionsgleichung ablesen. <i>(WP 5 - T 4 WP 6 - T 3)¹</i></p> <p>Ich kann eine quadratische Ergänzung durchführen</p> <p>(WP 5 - T 2 WP 6 - T 1)</p>	<p>Ich kann eine Funktionsgleichung von einer Form in andere Formen überführen. <i>(WP 5 - T 2 WP 6 - T 2)</i></p> <p>Ich kann die Parabeln aus der Scheitelpunktform und der Linearfaktorform skizzieren.</p>
Quadratische Gleichungen	<p>Ich kenne die Ansätze zur Berechnung von Nullstellen und des y-Achsenabschnitts.</p> <p>(WP 6 - T 4)</p> <p>Ich weiß, wo ich die pq-Formel nachschlagen kann und kenne die Voraussetzungen zum Einsatz der pq-Formel.</p> <p>[Skript: 4 Nullstellen bestimmen (quadr. Funktionen)]</p>	<p>Ich kann quadratische Gleichungen durch fehlerfreie Anwendung der pq-Formel lösen.</p> <p>(WP 7 - T 1)</p> <p>Steht ein anderer Faktor als "1" vor dem x^2, kann ich die Gleichung so umformen, dass ich die pq-Formel anwenden kann. <i>(WP 6 - T 2 & 4 WP 7 - T 2)</i></p>	<p>Ich kann den Wert unterhalb der Wurzel bei der pq-Formel (Diskriminante) im Hinblick auf das Vorliegen von Nullstellen interpretieren. <i>(WP 6 - T 4 WP 7 - T 1 & 3)</i></p> <p>Ich kann Schnittpunkte zwischen Parabeln und Geraden berechnen, wenn die Gleichungen gegeben sind. <i>(WP 7 - T 3)</i></p>

¹WP - Wochenplan; T - Teil

Kompetenzbezug	B A S I C	P R O F I	E X P E R T E
	<p>Ich kann bei jeder Form unter Beachtung der <i>KlaPoPuStri zu einer Stelle x den entsprechenden Funktionswert y berechnen.</i></p> <p>(WP 5 - T 3)</p>	<p>Ich kann quadratische Gleichungen vom Typ $ax^2 + bx = 0$ und $ax^2 + c = 0$ durch Ausklammern bzw. Umformen lösen.</p> <p>[Skript: 4 Nullstellen bestimmen (quadr. Funktionen)]</p> <p>Ich kann quadratische Gleichungen vom Typ $a(x - x_1)(x - x_2) = 0$ direkt lösen.</p> <p>[Skript: 4 Nullstellen bestimmen (quadr. Funktionen)]</p>	
Modellierung mit quadratischen Funktionen	<p>Ich kenne folgenden Zusammenhang: Extrempunkt (Extremstelle und relatives Maximum bzw Minimum) und Scheitelpunkt (x-Koordinate des SP und y-Koordinate des SP).</p> <p>(WP 6 - T 5)</p> <p>Ich erkenne aus der Aufgabenstellung, welche charakteristischen Punkte gesucht sind.</p> <p>Ich kann den Verlauf einer Parabel mit den Vokabeln zur Beschreibung von Funktionsgraphen beschreiben.</p> <p>(WP 5 - T 4 WP 6 - T 3 WP 7 - T 4 & 5)</p>	<p>Modell Funktionsgleichung selbst aufstellen</p> <p>Ich kann je nach gegebenen Informationen entscheiden, welcher Prototyp am besten geeignet ist, um die notwendigen Parameter für ein Modell zu bestimmen.</p> <p>(WP 7 - T 4)</p> <p>Ich kann aus den geforderten Punkten des Graphen und den Prototypen Gleichungen aufstellen, mit deren Hilfe ich die Parameter für das Modell berechnen kann.</p> <p>(WP 7 - T 4)</p> <p>Ich kann im Modell arbeiten (Nullstellen und Funktionsstellen berechnen) und die gewonnenen Ergebnisse interpretieren.</p>	<p>Ich kann die Eignung des Modells (Funktion) für die Situation kritisch einschätzen.</p> <p>(WP 7 - T 4)</p>

Kompetenzbezug	BASIC	PROFI	EXPERTE
Basics zu ganzrationalen Funktionen	<p>Ich erkenne eine Funktionsgleichung einer ganzrationalen Funktion. <i>(WP 8 bis WP 11)</i></p> <p>Ich kann erläutern, ob eine Produktstruktur (Faktorform) oder eine Summenstruktur (Polynomform) vorliegt und kann entsprechend die Faktoren bzw. die Summanden markieren. <i>(WP 8 - T 3 WP 9 - T1)</i></p> <p>Ich kann den Grad, den charakteristischen Summanden und die Koeffizienten einer ganzrationalen Funktion benennen, wenn sie in der Polynomform gegeben ist. <i>(WP 8 - T 2 & 4 WP 9 - T 1 & 3)</i></p>	<p>Ich kenne das Potenzgesetz zur Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis ($x^2 \cdot x = x^3$). <i>(WP 11 - T 5)</i></p> <p>Ich kann eine in Faktorform gegebene Funktion durch Ausmultiplizieren in die Polynomform überführen. <i>(WP 8 - T5)</i></p>	<p>Ich kann den Grad einer Funktion auch bestimmen, wenn die Funktion in Faktorform gegeben ist. <i>(WP 11 - T 5)</i></p> <p>Ich kann den charakteristischen Summanden einer Funktion auch bestimmen, wenn die Funktion in Faktorform gegeben ist. <i>(WP 11 - T 5)</i></p>
Verhalten für große x-Beträge	<p>Wenn ich einen Graphen einer ganzrationalen Funktion sehe, kann ich das Verhalten der Funktionswerte für große x-Beträge zum Ausdruck bringen. <i>(WP 9 - T 2)</i></p>	<p>Ich erkenne anhand des charakteristischen Summanden, woher der Graph "kommt" und wohin er "geht". <i>(WP 9 - T 3 & 5)</i></p>	<p>Ich kann das Verhalten der Funktionswerte für große x-Beträge fehlerfrei durch die Symbolik (z.B. $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} \infty$) ausdrücken. <i>(WP 9 - T 5)</i></p>
Nullstellen	<p>Ich weiß, dass ich bei Vorliegen einer Faktorform die Nullstellen faktorweise berechnen kann. <i>(WP 11 - T 1 & 2 & 4)</i></p>	<p>Ich kenne die Bedingung zur Anwendung der pq-Formel und kann sie fehlerfrei anwenden. <i>(WP 9 - T 4 & 5 WP 10 - T 3)</i></p>	<p>Ich kann erläutern, warum der Grad einer ganzrationale Funktion die maximal mögliche Anzahl an Nullstellen angibt. <i>(WP 10 - T 2 & 3 & 5 WP 1 - komplett)</i></p>

	<p>Ich kenne den Ansatz $f(x) = 0$ zur Berechnung der Nullstellen und kann ihn erläutern</p> <p>(WP 10 - T 2 & 3 & 5)</p> <p>Ich weiß, dass sich Funktionen mit ausreichend Nullstellen durch $f(x) = (x - N_1)(x - N_2) \dots (x - N_n)$ angeben lässt.</p> <p>[Skript: 6.2 Prototypen]</p>	<p>Ich kann bei einer in Polynomform gegebenen ganzrationalem Funktion x so oft wie möglich ausklammern und die Nullstellen faktorweise berechnen.</p> <p>(WP 10 - T 1)</p> <p>Ich kenne den Ansatz Polynomdivision, weiß wann ich ihn anwenden muss und kann ihn erläutern.</p> <p>(WP 10 - T 4 & 5 WP 11 - T 2 & 3)</p>	<p>Ich kann eine Polynomdivision fehlerfrei durchführen und die restlichen Nullstellen mit der pq-Formel berechnen.</p> <p>(WP 1B - T 4 & 5 WP 11 - T 2 & 3)</p> <p>Ist ein Graph mit n Nullstellen gegeben, kann ich eine Funktion von Grad n aufstellen, die diese Nullstellen hat und durch einen vorgegebenen Punkt geht.</p> <p>(WP 11 - T 4 Ohne Funktion)</p>
--	--	--	---

Datum: 10.12.2018

Abgabe bis: 7.01.2019 11:30

Die nachfolgenden Aufgaben bilden ein Sammelsurium aus allen bisher behandelten Bereichen.

Wählen Sie vornehmlich die Aufgabenbereiche aus, bei denen Sie sich noch nicht sicher fühlen.

Es sei Ihnen selbst überlassen, die anderen Aufgaben dennoch zu bearbeiten.

Hinweis: Erfinden Sie das Rad nicht neu. Nutzen Sie, wenn Sie es möchten, ihre Lösungen der Vorstudien zur Realisierung.

Vorher

Bevor Sie eine Aufgabe beginnen...

Erstellen Sie zunächst eine Klasse mit dem Namen `IhrName`.

Lösen Sie innerhalb dieser Klasse die Aufgaben ihrer Wahl.

Am Ende...

Ergänzen Sie ihr Hauptprogramm (also die `public static void main(String[] args)`-Methode) um eine entsprechende Benutzereingabe, die abhängig vom eingegeben Wert eine ihrer Methoden/Prozeduren ausführt.

Hinweis: Sollte die aufgerufene Methode Parameter erwarten, lassen Sie diese durch den Benutzer eingeben.

Grundlagen

Einlesen und ausgeben

Schreiben Sie eine Prozedur `zahlenEinlesen`, die fünf Fließkommazahlen einliest und diese in umgekehrter Reihenfolge wieder ausgibt.

Einlesen und Berechnung

Entwickeln Sie eine Prozedur `zahlenBerechnen`, die Sie nach drei Zahlen fragt (auch negative Werte sollen erlaubt sein). Anschließend wird die Summe der drei Zahlen berechnet werden.

Nachdem die Summe ausgegeben wurde, soll nach einer neuen Zahl gefragt werden, mit der die Summe dann multipliziert wird.

Das Produkt soll ebenfalls ausgegeben werden.

Modulo

Erstellen Sie eine Methode `zeit`, die folgende Aufgabe erfüllt:

Es wird eine Anzahl von Sekunden eingegeben. Das Programm muss berechnen, wie viele Stunden, Minuten und restlichen Sekunden in dieser Sekundenzahl enthalten sind.

Datenstrukturen

kleinste von vier

Erstellen Sie eine Methode `kleinsteVonVier`, die von vier übergebenen Zahlen die Kleinste ermittelt und zurück gibt.

Division zweier Zahlen

Erstellen Sie eine Methode `division`, die folgende Aufgabe erfüllt:

Es sind zwei Zahlen einzugeben. Der Rückgabewert der Methode ist die ganzzahlige Division der größeren Zahl durch die kleinere Zahl.

Hinweis: Die Division durch 0 ist nicht erlaubt.

Mittelwert

Schreiben Sie eine Methode `mittelwert`, die den Mittelwert beliebig vieler einzugebender Zahlen berechnet.

Fallunterscheidung

Schreiben Sie eine Methode `rechnen`, die vom Benutzer zunächst zwei Zahlen fordert und im Anschluss nach Benutzerwahl eine Berechnung folgender Art durchführt:

- | | |
|-----------------|--------------------|
| 1 : Addition | 3 : Multiplikation |
| 2 : Subtraktion | 4 : Division |

Das Ergebnis soll als `double`-Zahl ausgegeben werden.

Strings

Hinweis: Für die Bearbeitung dieser Aufgaben müssen Sie sich selbstständig noch einmal mit dem Datentyp `String` auseinandersetzen.

String umwandeln

Schreiben Sie eine Prozedur `umwandeln`, die einen Text vom Benutzer einliest und diesen in

Großbuchstaben umwandelt und ausgibt.

Anzahl Zeichen im String

Erzeugen Sie eine Prozedur `zeichenZaehlen`, die in einem vom Benutzer eingegebenen Text die Anzahl des durch den Benutzer vorgegebenen Zeichens bestimmt.

Beispiel: In der Zeichenkette "Dies ist das Kapitel ueber die Arbeit mit Zeichenketten" soll die Anzahl der vorkommenden 'e' bestimmt werden.

Zeichtausch

Schreiben Sie eine Prozedur `zeichentausch`, die in einer vom Benutzer einzugebenden Zeichenkette eine im Quellcode vorgegebene Zeichenkette vertauscht und die Zeichenkette anschließend auf dem Bildschirm ausgibt.

Palindrom

Schreiben Sie eine Methode `palindrom`, die für eine übergebene Zeichenkette überprüft ob diese ein Palindrom ist.

Ist dies der Fall, gibt die Methode `true` zurück, ansonsten `false`.

Arrays

Hinweis: Für die Bearbeitung dieser Aufgaben müssen Sie sich selbstständig noch einmal mit dem Datenkonstrukt **Array** auseinandersetzen.

Summe im Array Schreiben Sie eine Methode `summeArray`, die zunächst vom Benutzer eine durch diesen definierte Anzahl an Zahlen erwartet. Im Anschluss berechnet die Methode die Summe über alle Zahlen des Arrays.

Beispiel:

`int a[] = {1, 2, 3, 4};` hat die Ausgabe: 10.

Schreiben Sie ein Prozedur `indexAddition`, die zwei Arrays indexweise addiert.

Beispiel: `int a[] = {1, 2, 3}; int b[] = {2, 3, 4};` hat die Ausgabe `int c[] = {3, 5, 7};`.

Tausch von Elementen

Erstellen Sie eine Methode `wertetausch`, die in einem übergebenen Array zwei aufeinander folgende Elemente vertauscht.

Beispiel: `int a[] = {1, 2, 3, 4, 5, 6}` wird zu `int a[] = {2, 1, 4, 3, 6, 5}`.

Ist die Anzahl der Elemente ungerade, bleibt das letzte Element unverändert.

`int a[] = {1, 2, 3}` wird also zu `int a[] = {2, 1, 3}`.

Übung zur Anwendung und Vertiefung

Für jede dieser Aufgaben erzeugen Sie eine eigene Klasse mit der Bezeichnung `IhrName_Bezeichnung`.

Quadrat malen

Schreiben Sie ein Programm, das die Seitenlänge eines Quadrates erfragt und dann im Textmodus ein Quadrat dieser Größe ausgibt.

Gibt der Benutzer beispielsweise 5 ein, so soll die Ausgabe wie folgt aussehen:

```
* * * * *
*      *
*      *
*      *
* * * * *
```

Zur Lösung dieser Aufgabe verwenden Sie bitte entsprechende Prozeduren (z.B. `ersteLetzteZeile` oder `zwischenZeile`).

Geschachtelte Schleife

Schreiben Sie ein Programm, das für eine vom Benutzer definierte Zahl folgende Ausgabe erzeugt.

Benutzerdefinierte Zahl: 8

Ausgabe:

```
1 abcdefg
12 abcdef
123 abcde
1234 abcd
12345 abc
123456 ab
1234567 a
```

Ausgabe einer Ganzzahl im Wortlaut

Schreiben Sie ein Programm, das eine eingegebene Ganzzahl im Wortlaut ausgibt. Es reicht, wenn das Programm beispielsweise die Zahl 345 als 'Drei Vier Fünf' ausgibt.

Sorgen Sie dafür, dass alle auftretenden Sonderfälle korrekt behandelt werden.

Eine interessante Erweiterung dieser Aufgabe besteht darin, die Zahl so auszugeben, wie sie tatsächlich ausgesprochen wird. In obigem Beispiel also "Dreihundertfünfzigvierzig".

Sieb des Erathosthenes

Eine seit über 2000 Jahren bekannte Form der Primzahlbestimmung wird als "Sieb des Eratosthenes" bezeichnet.

Angenommen, Sie sollen alle Primzahlen im Bereich von 1 bis 1000 bestimmen. Gehen Sie dazu wie folgt vor:

Erstellen Sie ein boolsches Array mit 1000 Elementen und initialisieren Sie alle Elemente auf `true`.

Ändern Sie das erste Element auf `false`.

Nun führen Sie in einer Schleife folgende Schritte aus:

- Suchen Sie das nächste Element, dessen Wert `true` ist. Falls kein weiteres Element diese Bedingung erfüllt, beenden Sie die Schleife.
 - Ändern Sie den Wert aller Elemente, deren Position ein ganzzahliges Vielfaches der aktuellen Position ist, auf `false`.
- Haben Sie beispielsweise das fünfte Element gefunden, so werden auf diese Weise die Elemente 10, 15, 20, ... 995, 1000 auf `false` gesetzt.

Geben Sie nun die Positionen aller Arrayelemente aus, deren Wert `true`. Diese sind die Primzahlen zwischen 1 und 1000.

Schreiben Sie ein Programm, das das "Sieb des Eratosthenes" realisiert und ermitteln Sie auf diese Weise alle Primzahlen zwischen 1 und 1000.

Primfaktorzerlegung

Schreiben Sie ein Programm, das zu einer eingegebenen positiven Ganzzahl eine Primfaktorzerlegung durchführt.

Wird beispielsweise 120 eingegeben, so soll die Ausgabe des Programms $120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ lauten.

Erstellen Sie zum Einlesen der Zahl und zur Primfaktorzerlegung entsprechende Methoden.

Perfekte Zahl

Schreiben Sie ein Programm, das für eine eingegebene Zahl n bestimmt, ob n eine perfekte Zahl ist.

Mathematiker bezeichnen alle positiven Ganzzahlen, deren Wert gleich der Summe ihrer echten Teiler ist, als perfekte Zahlen.

So ist beispielsweise 6 eine perfekte Zahl, denn $6 = 1 + 2 + 3$. Eine andere perfekte Zahl ist 28,

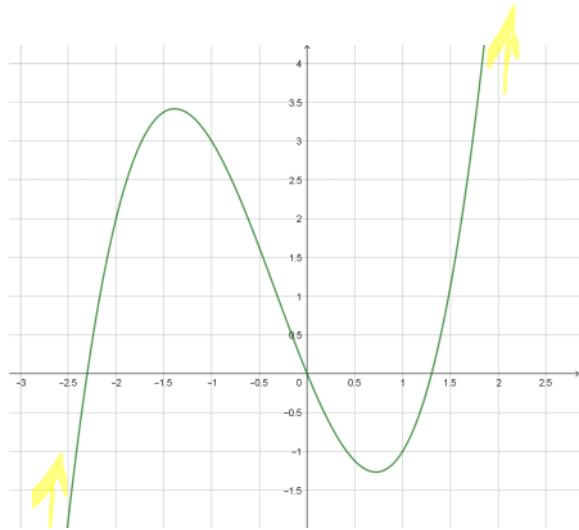
denn es gilt $28 = 1 + 24 + 7 + 14$.

Bestimmen Sie auch die nächstgrößere perfekte Zahl über 28.

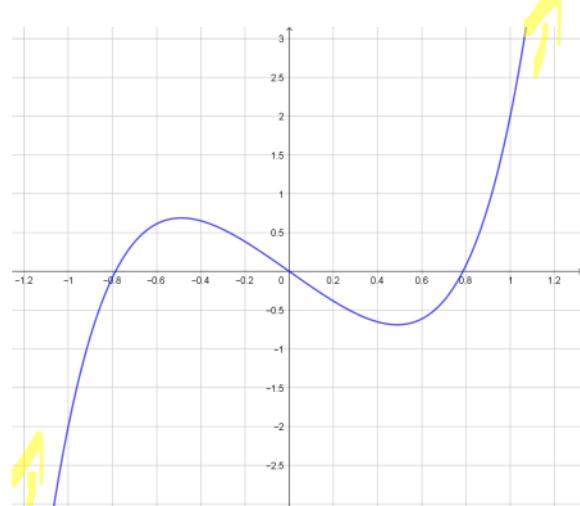
Teilbarkeit durch 2

Schreiben Sie ein Programm, das zu einer einzugebenden Zahl im Bereich von 1 ... 10000 ermittelt, wie oft diese durch 2 teilbar ist.

Verwenden Sie eine **while**-Anweisungen und geben Sie das Resultat in der Konsole aus.



a) $f(x) = \underline{x^3} - x^2 - 3x$

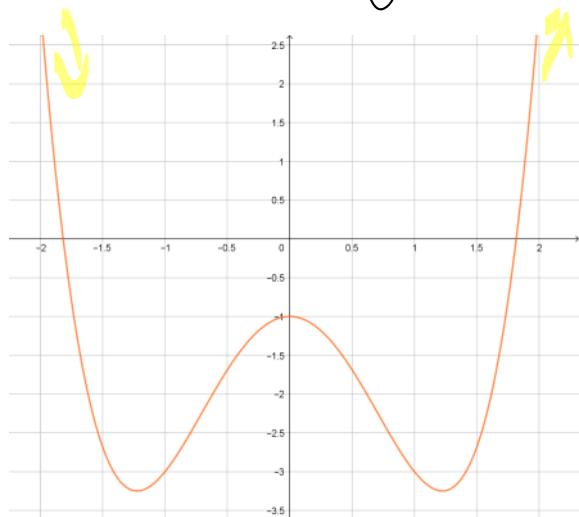


c) $f(x) = 2\underline{x^5} + 2x^3 - 3x$

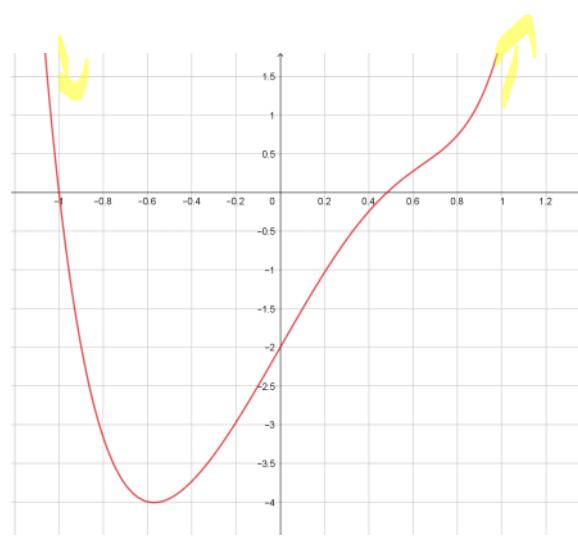
Bei ungeraden exponent und positivem Leitkoeffizient

Startet der Graph im Negativen

Der Graph geht ins Positive



d) $f(x) = \underline{x^4} - 3x^2 - 1$

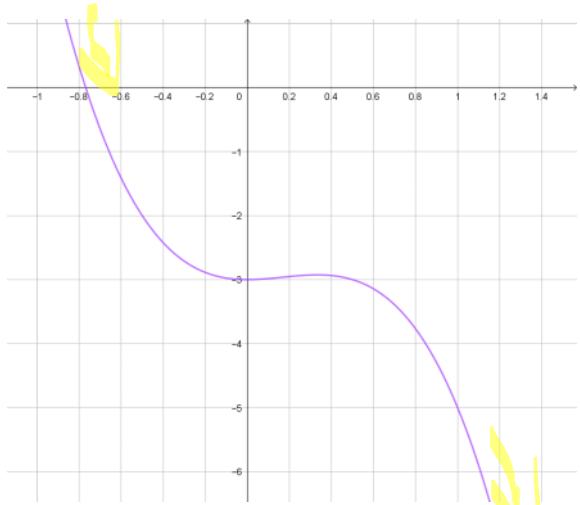


b) $f(x) = \underline{3x^6} - 4x^3 + 5x - 2$

Bei ungeraden Exponenten und positiven Leitkoeffizient

Startet der Graph im positiven und geht ins

Positive :)

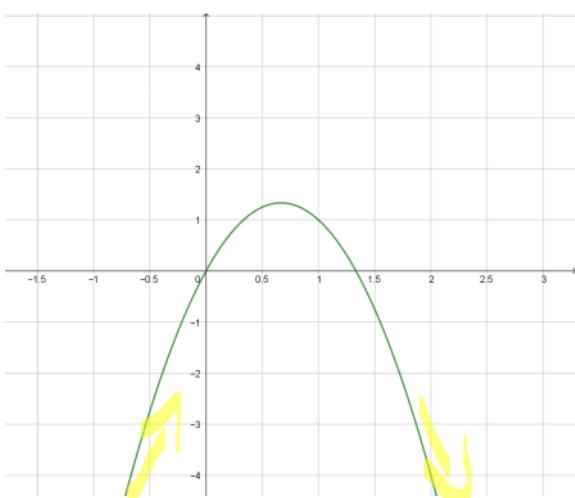
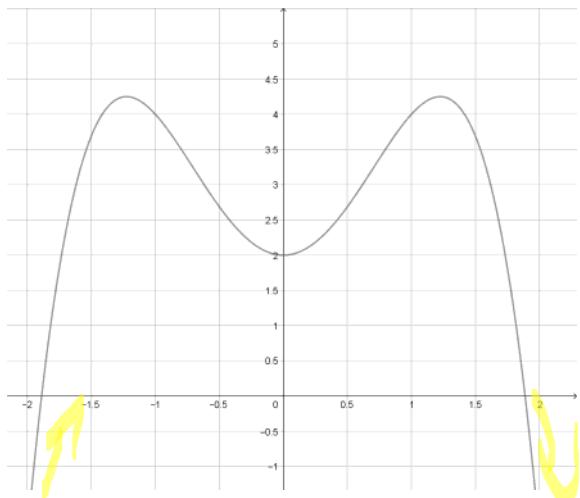


e) $f(x) = -4x^3 + 2x^2 - 3$

g) $f(x) = -7x^5 + 2x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 4$

Bei ungeraden Exponenten und negativen Koeffizienten

Startet der Graph in positiv und geht ins Negative



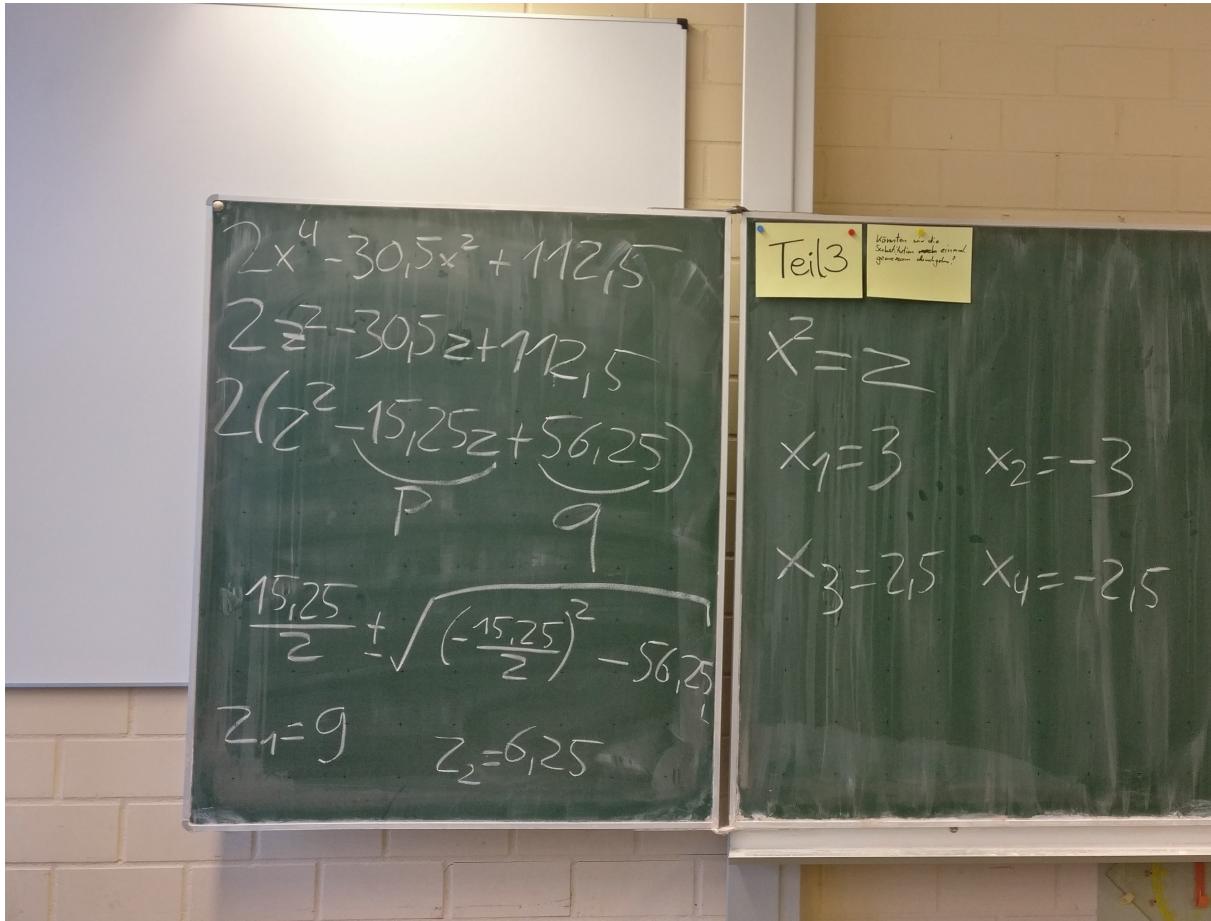
f) $f(x) = -x^4 + 3x^2 + 2$

h) $f(x) = -3x^2 + 4x$

Bei geraden Exponent mit negativen Leitkoeffizienten geht der Graph in negativ und geht ins negativ

Leitkoeffizient startet der Graph

Besprechung vom 11. Dezember 2018



Teil 4

wie läuft die Polynomdivision mit einem Teller durch und was steht da?

$$\begin{array}{r} (x - N_1) \\ \underline{-2} \\ \hline -2x^3 - 4x^2 + 2x + 4 : (x + 2) = -2x^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (-2x^3 - 4x^2) \\ \underline{-(-2x^3 - 4x)} \\ \hline 0 + 2x + 4 \end{array}$$


$$2) -2x^2$$

$$\begin{array}{r} Q(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 10x - 8 : (x - 2) = x^3 - 3x^2 + 10x - 8 \\ \underline{-(x^4 - 2x^3)} \\ \hline -3x^2 + 10x \\ \underline{-(-3x^2 + 6x)} \\ \hline + 4x - 8 \\ \underline{-(4x - 8)} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(x - 2) \cdot (x^3 - 3x^2 + 10x - 8)$$

Besprechung vom 18. Dezember 2018

Teil 2

Wie faktoriert man die Nullstellen einer quadratischen Funktion?

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$f(x) = (x-2)(x^2 - 6x + 9)$$
$$x_{2/3} = 3 \pm \sqrt{9 - 9}$$
$$x_{2/3} = 3$$

Teil 3

Wie zerlegt ich eine Funktion in ihre Faktoren?

Teil 4

Wie findet man die Nullstellen zu aufgabe III?

(II) $f(x) = (x - \frac{1}{3})(x+2)^2(x - \frac{7}{3})$



