

1 Rechnen mit Binärzahlen

In der Mathematik können wir beliebig große Zahlen darstellen. Innerhalb eines Computers ist der Speicherplatz aber beschränkt und somit auch die Anzahl der möglichen Stellen einer Binärzahl. Betrachten wir folgendes Beispiel:

| # Bit | Dez | Bin |
|-------|-----|-----|
| 3 | 0 | 000 |
| | 1 | 001 |
| | 2 | 010 |
| | 3 | 011 |
| | 4 | 100 |
| | 5 | 101 |
| | 6 | 110 |
| | 7 | 111 |

Bei drei zur Verfügung stehenden Bits lassen sich also insgesamt nur acht verschiedene Zahlen (0-7) darstellen.

Wie werden Binärzahlen addiert?

In einem Stellenwertsystem, unabhängig von der Basis, können wir addieren, wie wir es aus der Grundschule kennen.

Dabei dürfen wir aber lediglich die zur Verfügung stehenden Ziffern verwenden.

Im Oktal können wir nur die Ziffern 0 – 7 verwenden.

Für das Binärsystem ergeben sich somit folgende Regeln:

$$\begin{aligned} 0 + 0 &= 0 \\ 0 + 1 &= 1 \\ 1 + 0 &= 1 \\ 1 + 1 &= 0 \end{aligned}$$

Man mag sich fragen, was ist da bei $1 + 1 = 0$ passiert?

Wie auch im Dezimalsystem kommt es zu einem **Übertrag**, wenn unsere Summe den Wert der *Basis* des Stellenwertsystems annimmt.

Wir betrachten das folgende Beispiel:

Dezimal: $7 + 11 = 18$

Binär: $111 + 1011 = 10010$

Wie kommen wir darauf:

$$\begin{array}{r} \\ + \\ \hline \text{Übertrag} \\ \\ \hline \end{array}$$

Was fällt bezüglich der Anzahl der Stellen der beiden Summanden und der Summe auf?

Die Regeln der Addition lassen sich wie folgt festhalten:

| x_1 | x_2 | E | O |
|-------|-------|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |