bbs.eins.mainz

Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der beiden Geraden. Berechnen Sie gegebenenfalls den Schnittpunkt S.

(a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

Die Richtungsvektoren sind linear unabhängig, also existiert entweder einen oder keinen Schnittpunkt. Um diesen zu bestimmen, setzen wir $g = h$ und lösen das Gleichungssystem.

$2 + 5r = 5 + 2t \qquad \Rightarrow r = \frac{3+2t}{5}$ (*)
$5 + 3r = 1 + 7t \qquad \Rightarrow 5 + 3(\frac{3+2t}{5}) = 1 + 7t$

$\Leftrightarrow 5 + \frac{9+6t}{5} = 1 + 7t \qquad | *5$
$\Leftrightarrow 25 + 9 + 6t = 5 + 35t$
$\Leftrightarrow 25 + 9 + 6t = 5 + 35t \qquad$ | -5; -6t
$\leftrightarrow 29 = 29t \qquad | : 29$
$\Leftrightarrow t = 1 \qquad \overrightarrow{mit(*)} r = \frac{3+2*1}{5} = 1$

Mit den berechneten Werten für r und t können wir nun den Schnittpunkt bestimmen:
$2 + 5 * \underbrace{1}_{r} = 7 = 5 + 2 * \underbrace{1}_{t}$

(b) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$

(c) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$

Die Gerade g geht durch den Punkt (2|-3) und hat den Richtungsvektor $\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$. Die Gerade h startet mit dem Stützvektor $\begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$ und geht durch den Punkt (0|5).

Bestimmen Sie die gegenseitige Lage der beiden Geraden und berechnen Sie gegebenenfalls den Schnittpunkt S.