bbs.eins.mainz
Berufsbildende Schule Technik

Wochenplan Nr.: 10 Erledigt: Zeitraum: 03.12 - 09.12

Die Aufgaben gliedern sich nach folgender Schwierigkeitsstufe.

(I) Grundlagen (II) Forstgeschritten (III) Experte

Pflicht: Sie bearbeiten *pro Teil* jeweils **eine Aufgabe** vom Schwierigkeitsgrad ihrer Wahl.
Wahl: Zur Vertiefung und Festigung stehen ihnen die übrigen Aufgaben zur Verfügung.

Teil 1: Geben Sie zu einer der nachfolgenden ganzrationalen Funktionen den *größten gemeinsamen Teiler* aller Summanden an. **Klammern** Sie diesen aus.

(I) $f(x) = 2x^4 + 27x^3 + 15x$

(II) $f(x) = 7x^6 - 2x^4 + 3x^3 + 6,5x^2$

(III) $f(x) = \frac{1}{4}x^5 + 2x^3 - \frac{1}{2}x^2$

Teil 2: Entscheiden Sie welches Verfahren für die Bestimmung der Nullstellen der nachfolgenden ganzrationalen Funktion geeignet ist.
Benennen Sie es und **begründen** Sie ihre Entscheidung.

$f(x) = 3x^2 + 4x - 5$

$f(x) = 12x^4 - 8x^2 + 3$

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 4x + 3$

Teil 3: Ermitteln Sie die Nullstellen einer der ganzrationalen Funktion durch *Substitution*.

(I) $f(x) = 2x^4 - 30,5x^2 + 112,5$

(II) $f(x) = -x^4 + 7x^2 - 12$

(III) $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + x^2 + \frac{5}{4}$

Teil 4: Führen Sie eine *Polynomdivision* mit gegebenem Teiler durch.

(I) $f(x) = -2x^3 - 4x^2 + 2x + 4$	$(x+2)$
(II) $f(x) = 4x^3 + 6x^2 - 12x - 5$	$(x+\frac{5}{2})$
(I) $f(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 10x - 8$	$(x-2)$

Teil 5: Untersuchen Sie eine der nachfolgenden ganzrationalen Funktionen auf *Nullstellen*.

(I) $f(x) = x^3 - 1,5x^2 - 8,5x + 15$	(II) $f(x) = 0,5x^4 + 2x^2 - 4$

(III) $f(x) = x^3 - 0,25x^2 - 8,88x + 8,75$

Teil 1

(I) $f(x) = 2x^4 + 27x^3 + 15x$

größter gemeinsamer Teiler: x

$\Rightarrow f(x) = x(2x^3 + 27x^2 + 15)$

(II) $f(x) = 7x^6 - 2x^4 + 3x^3 + 6{,}5x^2$

größter gemeinsamer Teiler: x^2

$\Rightarrow f(x) = x^2(7x^4 - 2x^2 + 3x + 6{,}5)$

(III) $f(x) = \frac{1}{4}x^5 + 2x^3 - \frac{1}{2}x^2$

größter gemeinsamer Teiler: $\frac{1}{2}x^2$

$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x^2(\frac{1}{2}x^3 + 4x - 1)$

Teil 2

$f(x) = 3x^2 + 4x - 5$

$\rightarrow$ nutze pq-Formel für Nullstellen

weil: quadratische Funktion

$f(x) = 12x^4 - 8x^2 + 3$

$\rightarrow$ nutze Substitution für Nullstellen

weil: größter Exponent ist 4

nur gerade Exponenten

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 4x + 3$

→ nutze Polynomdivision für Nullstellen weil Grad 3 und andere Verfahren nicht anwendbar

Teil 3

(1) $f(x) = 2x^4 - 30{,}5x^2 + 112{,}5$

$z = x^2$

$f(z) = 2z^2 - 30{,}5z + 112{,}5$

$= 2(z^2 \underbrace{-15{,}25}_{p} z + \underbrace{56{,}25}_{q})$ pq-Formel

$$z_{1/2} = -\frac{-15{,}25}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-15{,}25}{2}\right)^2 - 56{,}25}$$

$$= \frac{15{,}25}{2} \pm \sqrt{\frac{121}{64}}$$

$$z_1 = \frac{15{,}25}{2} + \sqrt{\frac{121}{64}} = 9$$

$$z_2 = \frac{15{,}25}{2} - \sqrt{\frac{121}{64}} = 6{,}25$$

Weil $z = x^2$ ersetzen wir wieder

$x^2 = 9 \quad \vert \sqrt{}$	$x^2 = 6{,}25 \quad \vert \sqrt{}$
$x_1 = +3 \quad x_2 = -3$	$x_3 = 2{,}5 \quad x_4 = -2{,}5$

(II) $f(x) = -x^4 + 7x^2 - 12$

$z = x^2$

$f(z) = -z^2 + 7z - 12$

$= -(z^2 \underbrace{-7}_{p}z + \underbrace{12}_{q})$ pq-Formel

$z_{1/2} = -\frac{-7}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-7}{2}\right)^2 - 12}$

$= \frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}}$

$z_1 = \frac{7}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}} = 4$ $z_2 = \frac{7}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}} = 3$

weil $z = x^2$ ersetzen wir wieder

$x^2 = 4 \quad | \sqrt{\ }$ $x^2 = 3 \quad | \sqrt{\ }$

$x_1 = 2$ $x_2 = -2$ $x_3 = \sqrt{3}$ $x_4 = -\sqrt{3}$

(III) $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + x^2 + \frac{5}{4}$

$z = x^2$

$f(z) = -\frac{1}{4}z^2 + z + \frac{5}{4}$

$= -\frac{1}{4}(z^2 \underbrace{-4}_{p}z \underbrace{-5}_{q})$ pq-Formel

$z_{1/2} = -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 + 5}$

$= 2 \pm \sqrt{9}$

$z_1 = 2 + 3 = 5$ $z_2 = 2 - 3 = -1$

Weil $z = x^2$ ersetzen wir wieder

$x^2 = 5 \quad | \sqrt{\ }$ $\qquad x^2 = -1 \quad \lightning$

$x_1 = \sqrt{5} \qquad x_2 = -\sqrt{5}$

Teil 4

(I) $-2x^3 - 4x^2 + 2x + 4 : (x+2) = -2x^2 + 2$

$-(-2x^3 - 4x^2)$

$0 \quad 2x + 4$

$-(2x + 4)$

0

(II) $4x^3 + 6x^2 - 12x - 5 : (x + \frac{5}{2}) = 4x^2 - 4x - 2$

$-(4x^3 + 10x^2)$

$-4x^2 - 12x$

$-(-4x^2 - 10x)$

$-2x - 5$

$-(-2x - 5)$

0

(III) $x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 10x - 8 : (x-2) = x^3 - 3x + 4$

$$
\begin{array}{l}
-(x^4 - 2x^3) \\
\hline
0 \quad -3x^2 + 10x \\
\quad -(-3x^2 + 6x) \\
\hline
\qquad 4x - 8 \\
\qquad -(4x - 8) \\
\hline
\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

Teil 5

(1) $f(x) = x^3 - 1{,}5x^2 - 8{,}5x + 15$

Rate Nullstelle $x_1 = -3$ → Polynomdivision Teiler $(x+3)$

$x^3 - 1{,}5x^2 - 8{,}5x + 15 : (x+3) = x^2 \underbrace{-4{,}5}_{p}x + \underbrace{5}_{q}$

↑

pq-Formel

$$
\begin{array}{l}
-(x^3 + 3x^2) \\
\hline
\quad -4{,}5x^2 - 8.5x \\
\quad -(-4{,}5x^2 - 13{,}5x) \\
\hline
\qquad 5x + 15 \\
\qquad -(5x + 15) \\
\hline
\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

Weil wir alle Nullstellen wollen, müssen wir noch die Nullstellen von unserem zweiten Faktor bestimmen.

$$x_{2/3} = -\frac{-4{,}5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4{,}5}{2}\right)^2 - 5}$$

$$= \frac{9}{4} \pm \sqrt{\frac{1}{16}}$$

$x_2 = \frac{9}{4} + \sqrt{\frac{1}{16}} = 2{,}5 \qquad x_3 = \frac{9}{4} - \sqrt{\frac{1}{16}} = 2$

(II) $f(x) = 0{,}5x^4 + 2x^2 - 4$ => Substitution

$z = x^2$

$f(z) = 0{,}5z^2 + 2z - 4$

$= 0{,}5(z^2 + \underbrace{4}_{p}z \underbrace{-8}_{q})$

pq - Formel

$z_{1/2} = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 8}$

$= -2 \pm \sqrt{12}$

$z_1 = -2 + \sqrt{12}$

$= 1{,}46$

$z_2 = -2 - \sqrt{12}$

$= -5{,}46$

Weil $z = x^2$ ist, ersetzen wir wieder

$x^2 = 1{,}46 \quad | \sqrt{}$

$x_1 = 1{,}21$ $x_2 = -1{,}21$

$x^2 = -5{,}46$ ↯

Das Quadrat wird nicht negativ.

(III) $f(x) = x^3 - 0{,}25x^2 - 8{,}88x + 8{,}75$

Durch raten finden wir keine Nullstelle.