Wochenplan Nr.: 7 Erledigt: Zeitraum: 12.11 - 18.11

Teil 1: Bestimmen Sie jeweils die **Schnittpunkte** der beiden quadratischen Funktionen.

(a) $f(x) = -0,25x^2 - 0,5x + 8,75$	$g(x) = 0,5x^{-}2x + 6,5$
(b) $f(x) = (x + 4,5)^2 - 6$	$g(x) = x + 4,5$
(c) $f(x) = 2x^2 + 5x - 2$	$g(x) = -3x^2 + 8x - 6$
(d) $f(x) = 0,5x^2 - 2x + 3$	$g(x) = -0,5x^2 + 2x - 1$

Teil 2: Bringen Sie die nachfolgende Gleichung in die folgende Form: $\mathbf{f(x) = a \cdot (x - x_{N_1}) \cdot (x - x_{N_2})}$ (**Linearfaktorform**).
Nutzen Sie dafür eines der im Skript *Quadratische Funktionen faktorisieren* vorgestellten Verfahren.

(a) $f(X) = 0,5x^2 + 0,5x - 6$ (b) $f(x) = 6x^2 - 26x - 60$ (c) $f(x) = 5x^2 + 13 + 6$
(d) $f(x) = 6x^2 + 7x - 10$ (e) $f(x) = -6x^2 - 6x + 12$ (f) $f(x) = -1,5x^2 + 1,5x + 9$

Teil 3: Bestimmen Sie jeweils die **Schnittpunkte** der quadratischen Funktion und der linearen Funktion:

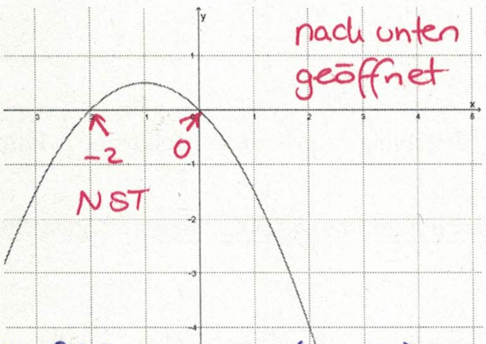
(a) $f(x) = x^2$	$g(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$
(b) $f(x) = -3x^2 + 5$	$g(x) = 3x - 1$
(c) $f(x) = 2x^2 + 0,5x + 3$	$g(x) = -x^2 + 4x - 1$
(d) $f(x) = x^2 + x - 1$	$g(x) = 3x + 2$

Teil 4: Wählen Sie für die gegebenen Informationen den korrekten Prototypen und geben Sie die Funktionsgleichung an.

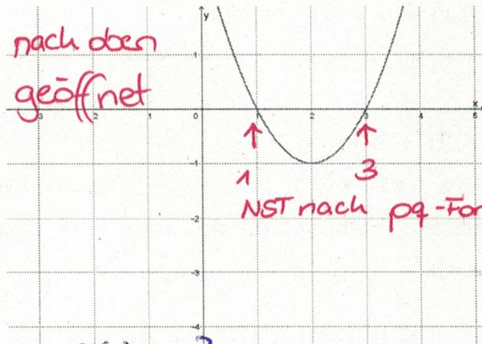
(a) Nullstellen $x_1 = 2$ und $x_2 = -4$, gestaucht mit $a = 0,5$, nach unten geöffnet
(b) Scheitelpunkt $SP(-4|3)$, gestreckt mit $a = \frac{3}{2}$, nach oben geöffnet
(c) Stauchung $a = 0,75$, nach unten geöffnet, y-Achsenabschnitt $f(0) = -3$, $b = 2$
(d) Tiefster Punkt bei $TP(2,5| - 1)$, gestreckt mit $a = 7$, nach unten geöffnet

Teil 5: Ordnen Sie die Funktionen dem passenden Graphen zu!
Geben Sie auch an, wieso diese Zuordnung korrekt ist.

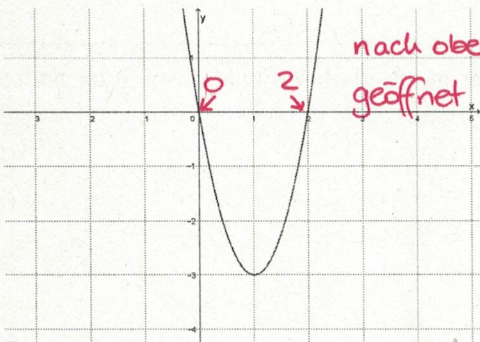
(a) $f(x) = 2 \cdot (x-2)(x+1)$
(b) $f(x) = 0,5(x+1)^2 - 3$
(c) $f(x) = -1,5x^2$ ← kein Graph
(d) $f(x) = -0,5x(x+2)$
(e) $f(x) = x^2 - 4x + 3$
(f) $f(x) = 3x(x-2)$



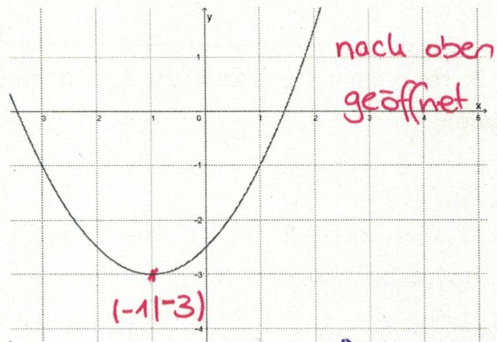
(d) $f(x) = -0,5x(x+2)$



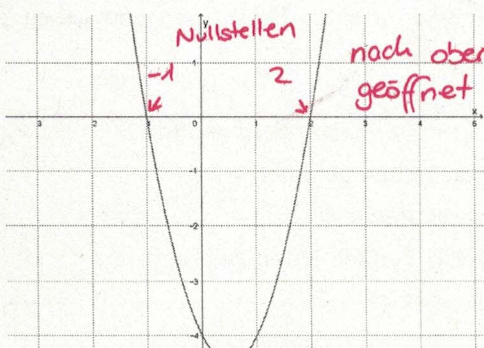
(e) $f(x) = x^2 - 4x + 3$



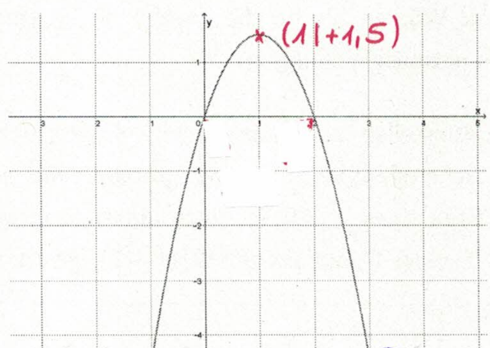
(f) $f(x) = 3x(x-2)$



(b) $f(x) = 0,5(x+1)^2 - 3$



(a) $f(x) = 2(x-2)(x+1)$



( ) $f(x) = -1,5(x-1)^2 + 1,5$

nach unten geöffnet

Teil 1

Schnittpunkt $\Rightarrow$ $f(x) = g(x)$

a) $f(x) = -0{,}25x^2 - 0{,}5x + 8{,}75$

$g(x) = 0{,}5x^2 - 2x + 6{,}5$

$-0{,}25x^2 - 0{,}5x + 8{,}75 = 0{,}5x^2 - 2x + 6{,}5 \quad | -0{,}5x^2; +2x; -6{,}5$

$-0{,}75x^2 + 1{,}5x + 2{,}25 = 0 \quad |(-0{,}75)$ ausklammern

$-0{,}75(x^2 \underbrace{- 2x}_{p} \underbrace{- 3}_{q}) = 0$

pq - Formel

$x_{1/2} = -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 - (-3)}$

$= 1 \pm \sqrt{1 + 3}$

$x_1 = 1 + \sqrt{4} = 3$ $\qquad$ $x_2 = 1 - \sqrt{4} = -1$

$f(3) = 5$ $\qquad$ $f(-1) = 9$

$SP_1(3|5)$ $\qquad$ $SP_2(-1|9)$

b) $f(x) = (x+4,5)^2 - 6$

$g(x) = x + 4,5$

$(x+4,5)^2 - 6 = x + 4,5 \quad | -x; -4,5$

$(x+4,5)^2 - x - 10,5 = 0$

$x^2 + 9x + 20,25 - x - 10,5 = 0$

$x^2 \underbrace{+ 8x}_{p} \underbrace{+ 9,75}_{q} = 0$

pq-Formel

$x_{1/2} = -\frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - 9,75}$

$= -4 \pm \sqrt{16 - 9,75}$

$x_1 = -4 + \sqrt{6,25} = -1,5 \qquad x_2 = -4 - \sqrt{6,25} = -6,5$

$f(-1,5) = 3 \qquad f(-6,5) = -2$

$SP_1(-1,5|3) \qquad SP_2(-6,5|-2)$

c) $f(x) = 2x^2 + 5x - 2 \qquad g(x) = -3x^2 + 8x - 6$

$2x^2 + 5x - 2 = -3x^2 + 8x - 6 \quad | +3x^2; -8x; +6$

$5x^2 - 3x + 4 = 0 \quad$ | 5 ausklammern

$5(x^2 \underbrace{- \frac{3}{5}x}_{p} \underbrace{+ \frac{4}{5}}_{q}) = 0$

pq-Formel

$x_{1/2} = -\frac{-3}{5 \cdot 2} \pm \sqrt{\left(\frac{-3}{5 \cdot 2}\right)^2 - \frac{4}{5}} = \frac{3}{10} \pm \sqrt{\underbrace{\frac{9}{100} - \frac{80}{100}}_{-\frac{71}{100}}}$ ↯

keine Schnittpunkte

b) $f(x) = 0{,}5x^2 - 2x + 3 \qquad g(x) = -0{,}5x^2 + 2x - 1$

$0{,}5x^2 - 2x + 3 = -0{,}5x^2 + 2x - 1 \qquad | +0{,}5x^2;\ -2x;\ +1$

$\underbrace{x^2 - 4x + 4}_{\text{2. Binom. Formel}} = 0$

$\Rightarrow \quad (x-2)^2 = 0$

$f(2) = 1 \qquad SP_1 = SP_2\ (2 | 1)$

Teil 2

a) $f(x) = 0{,}5x^2 + 0{,}5x - 6$

$= 0{,}5(x^2 \underbrace{+ x}_{p} \underbrace{- 12}_{q})$

$= 0{,}5(x-3)(x+4)$

pq-Formel

$x_{1/2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 12}$

$x_1 = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{49}{4}} = 3$

$x_2 = -\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{49}{4}} = -4$

b) $f(x) = 6x^2 - 26x - 60$

$= 6(x^2 \underbrace{- \frac{26}{6}}_{p} x \underbrace{- 10}_{q})$

$= 6(x-6)(x+\frac{5}{3})$

pq-Formel

$x_{1/2} = -\frac{-26}{6 \cdot 2} \pm \sqrt{\left(\frac{-26}{6 \cdot 2}\right)^2 + 10}$

$= \frac{26}{12} \pm \sqrt{\frac{529}{36}}$

$x_1 = \frac{26}{12} + \sqrt{\frac{529}{36}} = 6$

$x_2 = \frac{26}{12} - \sqrt{\frac{529}{36}} = -\frac{5}{3}$

c) $f(x) = 5x^2 + 13x + 6$

$= 5x^2 + 10x + 3x + 6$

$= 5x(x+2) + 3(x+2)$

$= (x+2)(5x+3)$

Gruppieren: $\quad * : 5 \cdot 6 = 30$

$+ \ 13$

$\Rightarrow x_1 = 3 \quad x_2 = 10$

d) $f(x) = 6x^2 + 7x - 10$

$$= 6(x^2 + \underbrace{\tfrac{7}{6}}_{p}x \underbrace{- \tfrac{10}{6}}_{q})$$

$$= 6(x - \tfrac{5}{6})(x + 2)$$

pq - Formel

$$x_{1/2} = -\frac{7}{6 \cdot 2} \pm \sqrt{\left(\frac{7}{6 \cdot 2}\right)^2 + \frac{10}{6}}$$

$$= -\frac{7}{12} \pm \sqrt{\frac{289}{144}}$$

$$x_1 = -\frac{7}{12} + \sqrt{\frac{289}{144}} = \frac{5}{6}$$

$$x_2 = -\frac{7}{12} - \sqrt{\frac{289}{144}} = -2$$

e) $f(x) = -6x^2 - 6x + 12$

$$= -6(x^2 \underbrace{+ x}_{p} \underbrace{- 2}_{q})$$

$$= -6(x - 1)(x + 2)$$

pq - Formel

$$x_{1/2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2}$$

$$x_1 = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{9}{4}} = 1$$

$$x_2 = -\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{9}{4}} = -2$$

f) $f(x) = -1{,}5x^2 + 1{,}5x + 9$

$$= -1{,}5(x^2 \underbrace{- x}_{p} \underbrace{- 6}_{q})$$

$$= -1{,}5(x - 3)(x + 2)$$

pq - Formel

$$x_{1/2} = -\frac{-1}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 6}$$

$$x_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{25}{4}} = 3$$

$$x_2 = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{25}{4}} = -2$$

Teil 3

a) $f(x) = x^2$ $\qquad g(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

$$x^2 = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \qquad | + \frac{1}{2}x \,; - \frac{3}{2}$$

$$x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

$\longrightarrow$ pq - Formel

$$x_{1/2} = -\frac{1}{2 \cdot 2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2 \cdot 2}\right)^2 + \frac{3}{2}}$$

$$= -\frac{1}{4} \pm \sqrt{\frac{7}{4}}$$

$$x_1 = -\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{7}{4}} = -\frac{1 + 2\sqrt{7}}{4}$$

$$x_2 = -\frac{1}{4} - \sqrt{\frac{7}{4}} = -\frac{1 + 2\sqrt{7}}{4}$$

$$f(x_1) = \frac{29 - 4\sqrt{7}}{16} \qquad SP_1\left(x_1 \,\middle|\, \frac{29 - 4\sqrt{7}}{16}\right)$$

$$f(x_2) = \frac{29 + 4\sqrt{7}}{16} \qquad SP_2\left(x_2 \,\middle|\, \frac{29 + 4\sqrt{7}}{16}\right)$$

b) $f(x) = -3x^2 + 5$ $\quad g(x) = 3x - 1$

$-3x^2 + 5 = 3x - 1 \quad | +3x^2; -5$

$0 = 3x^2 + 3x - 6$

$0 = 3(x^2 \underbrace{+x}_{p} \underbrace{-2}_{q})$

pq-Formel

$x_{1/2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2}$

$= -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4}}$

$x_1 = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{9}{4}} = 1$

$x_2 = -\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{9}{4}} = -2$

$f(1) = 2$ $\quad SP_1(1|2)$

$f(-2) = -7$ $\quad SP_2(-2|-7)$

c) $f(x) = 2x^2 + 0{,}5x + 3$ $\quad g(x) = -x^2 + 4x - 1$

$2x^2 + 0{,}5x + 3 = -x^2 + 4x - 1 \quad | +x^2; -4x; +1$

$3x^2 - 3{,}5x + 4 = 0$

$3(x^2 \underbrace{- \frac{7}{6}x}_{p} \underbrace{+ \frac{4}{3}}_{q}) = 0$

pq-Formel

$x_{1/2} = -\frac{-7}{6 \cdot 2} \pm \sqrt{\left(\frac{-7}{6 \cdot 2}\right)^2 - \frac{4}{3}}$

$= \frac{7}{12} \pm \sqrt{-\frac{143}{144}}$ ↯

Keine Schnittpunkte

d) $f(x) = x^2 + x - 1$ $\quad g(x) = 3x + 2$

$x^2 + x - 1 = 3x + 2 \quad | -3x; -2$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

pq-Formel

$x_{1/2} = -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 + 3}$

$= 1 \pm \sqrt{4}$

$x_1 = 1 + \sqrt{4} = 3$

$x_2 = 1 - \sqrt{4} = -1$

$f(3) = 11$ $\quad SP_1(3|11)$

$f(-1) = -1$ $\quad SP_2(-1|-1)$

Teil 4

a) Linearfaktorform $f_{LFF}(x) = a(x - x_{N_1})(x - x_{N_2})$

Öffnungsrichtung

$f_{LFF}(x) = -0{,}5\,(x-2)(x+4)$

Stauchung NST NST

b) Scheitelpunktform $f_{SPF}(x) = a(x - x_{SPF}) + y_{SPF}$

Öffnung

$f_{SPF}(x) = \frac{3}{2}(x+4) + 3$

Streckung x_{SPF} y_{SPF}

c) Allgemeine Form $f_{AF}(x) = ax^2 + bx + c$

Öffnungsrichtung

$f_{AF}(x) = -0{,}75x^2 + 2x \underline{-3}$

Stauchung b y-AAS f(0)

d) Scheitelpunktform

Öffnungsrichtung

$f_{SPF}(x) = -7(x - 2{,}5) - 1$

gestreckt x_{SPF} y_{SPF}

Der tiefste / höchste Punkt ist der Scheitelpunkt bei quadratischen Funktionen