bbs.eins.mainz Berufsbildende Schule Technik	2. Klassenarbeit Mathematik	Name: Lösung
		Datum:
HBF IT 18A - II	______ von ______ Punkten erreicht: ______%	**Note:**

Allgemeines
- Bei der Bearbeitung ist ein **nachvollziehbarer, vollständiger Rechenweg** aufzuschreiben.
- Die Bewertung der Klassenarbeit ist nur bei **gut lesbarer Schrift** möglich.
- Die Lösungen müssen mit dokumentenechtem Stift (**Kugelschreiber** oder **Fine-Liner** - keine rote Mine) erstellt werden.
- Runden Sie ihre Ergebnisse auf **2 Nachkommastellen**. Wurzelausdrücke müssen nicht berechnet werden (z.B. $\sqrt{10}$).

- **Zugelassene Hilfsmittel**: Taschenrechner (nicht graphikfähig / programmierbar)
- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten

Aufgabe 1 — / 7,5 + 7,5 + 7,5 + 7 + 6,5 = 36 Pkt.

Gegeben sind die nachfolgenden Funktionsgleichungen.

(a) $f(x) = 2x^3 + 8x^2 + 8x$ (b) $f(x) = x^3 - 10x^2 + 25x$ (c) $f(x) = x^4 - 4x^2$

(d) $f(x) = x^2 \cdot (x-4)^2$ (e) $f(x) = x^3 - 2x^2$

(1) **Bestimmen** Sie *jeweils* die Nullstellen! **Geben** Sie gegebenenfalls an, ob es sich um eine doppelte Nullstelle[1] handelt.

(2) **Geben** Sie *jeweils* das Verhalten der Funktionswerte für große x-Beträge an.
Nutzen Sie dabei die formale Schreibweise: $f(x) \xrightarrow{x \to -\infty} ?$ bzw. $f(x) \xrightarrow{x \to \infty} ?$

Aufgabe 2 — / 6 + 4 + 6 + 2 = 18 Pkt.

Über die Entwicklung der Anzahl von Touristenankünfte in Deutschland kennen wir die folgende Daten:

x (eine Einheit = 1 Jahr, 0 = 2010)	0	7
y (in Millionen)	140	178

(a) **Stellen** Sie die Funktionsgleichung einer quadratischen Funktion **auf**, die den Scheitelpunkt bei $(7|178)$ hat und durch den Punkt $(0|140)$ geht!

(b) **Beschreiben** Sie die Bedeutung des Scheitelpunkts für diese Entwicklung!

(c) Eine andere Entwicklung wird mit $g(x) = -\frac{3}{4}(x+8)(x-22)$ angegeben.
Bringen Sie $g(x)$ in Scheitelpunktform und **vergleichen** diese anschließend mit der Entwicklung aus (a)

(d) **Geben** Sie die Funktionsgleichung aus (c) in allgemeiner Form an.

[1] Kommt zweimal vor. Zum Beispiel: $x_{1/2} = 2$.

Aufgabe 3 / 4 x 4 Pkt = 16 Pkt

Ergänzen Sie alle Eigenschaften, die Sie direkt aus der Funktionsgleichung ableiten können.

(a) $f(x) = -2x^2 + 8x - 20$

(b) $f(x) = 0,2(x-5)^2 + 7$

(c) $f(x) = -(x+4)^2 + 1$

(d) $f(x) = 4(x-6)(x+3)$

Gleichung	Öffnungs-richtung (oben/unten)	Normalparabel/ gestreckte P./ gestauchte P.	Scheitel-punkt	y-AAS $y_s = \dots$ ← SP(...|...)	Nullstellen $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$
(a)	unten (1)	gestreckte P. (1)	— (0,5)	$y_s = -20$ (1)	/ (0,5)
(b)	oben (1)	gestauchte P. (1)	(5 / 7) (1)	/ (0,5)	/ (0,5)
(c)	unten (1)	Normalp. (1)	(−4 | 1) (1)	/ (0,5)	/ (0,5)
(d)	oben (1)	gestreckte P. (1)	— (0,5)	/ (0,5)	$x_1 = 6$ $x_2 = -3$ (1)

Aufgabe 4 / 10 + 5 Pkt. = 15 Pkt.

Mit $\mathbf{f(x) = x^3 + 5x^2 - 2x - 24}$ ist eine ganzrationale Funktion gegeben.

(a) **Berechnen** Sie die einzelnen Faktoren der Funktion.
Hinweis: Es gibt **drei** Faktoren.

(b) **Geben** Sie die Funktion in **Linearfaktorform** an.
Markieren Sie in dieser jeweils die Nullstellen.

HBF IT 184

II

Aufgabe 1

a)

$f(x) = 2x^3 + 8x^2 + 8x$

(1) $\quad = 2x\,(x^2 + 4x + 4)$

(1) $0 = 2x\,(x^2 + 4x + 4)$

(1) $\Rightarrow x_1 = 0$

(1) pq-Formel

$p = 4 \quad q = 4$

$x_{2/3} = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 4}$

(1) $x_{2/3} = -2$ ← doppelt (0,5)

$f(x) \xrightarrow{x \to -\infty} -\infty$ (1)

$f(x) \xrightarrow{x \to \infty} \infty$ (1)

b)

$f(x) = x^3 - 10x^2 + 25x$

(1) $\quad = x(x^2 - 10x + 25)$

(1) $0 = x(x^2 - 10x + 25)$

(1) $\Rightarrow x_1 = 0$

(1) pq-Formel

$p = -10 \quad q = 25$

$x_{2/3} = -\frac{-10}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{10}{2}\right)^2 - 25}$

$= 5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 25}$

(1) $x_{2/3} = 5$ ← doppelt (0,5)

$f(x) \xrightarrow{x \to -\infty} -\infty$ (1)

$f(x) \xrightarrow{x \to \infty} \infty$ (1)

c)

$f(x) = x^4 - 4x^2$

(1) $= x^2(x^2 - 4)$

$f(x) \xrightarrow{x \to -\infty} \infty$ (1)

$f(x) \xrightarrow{x \to \infty} \infty$ (1)

(1) $0 = x^2(x^2 - 4)$

(1) $\Rightarrow x_{1/2} = 0 \leftarrow$ doppelt (0,5)

(1) $x^2 - 4 = 0 \quad | +4$

$x^2 = 4 \quad | \sqrt{\ }$

(1) $x_{2/3} = \pm 2$

d)

$f(x) = x^2(x-4)^2$

$f(x) \xrightarrow{x \to -\infty} \infty$ (1)

$f(x) \xrightarrow{x \to \infty} \infty$ (1)

(1) $0 = x^2(x-4)^2$

(1) $\Rightarrow x_{1/2} = 0 \leftarrow$ doppelt (0,5)

(1) $(x-4)^2 = 0 \quad | \sqrt{\ }$

$x - 4 = 0 \quad | +4$

(1) $x_{3/4} = 4 \leftarrow$ doppelt (0,5)

e)

$f(x) = x^3 - 2x^2$

(1) $= x^2(x - 2)$

$f(x) \xrightarrow{x \to -\infty} -\infty$ (1)

$f(x) \xrightarrow{x \to \infty} \infty$ (1)

(1) $0 = x^2(x - 2)$

(1) $\Rightarrow x_{1/2} = 0 \leftarrow$ doppelt (0,5)

$x - 2 = 0 \quad | +2$

(1) $x_3 = 2$

Aufgabe 2

a) SP $(7 \mid 178)$ P$(0 \mid 140)$

$f_{SPF}(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$

$f_{SPF}(x) = a(x - 7)^2 + 178$ (2)

Punkt einsetzen:

$140 = a(0-7)^2 + 178 \quad | -178$ (1)

$-38 = a \cdot 49 \quad | : 49$

$-\frac{38}{49} = a$ (1)

$\Rightarrow f_{SPF}(x) = -\frac{38}{49}(x-7)^2 + 178$ (2)

b) Nach 7 Jahren (1) erreichen die Touristenankünfte (1) mit 178 Millionen ihren Höhepunkt. (2)

c) $g(x) = -\frac{3}{4}(x+8)(x-22)$ quadratische Ergänzung

$= -\frac{3}{4}(x - 14x + 176)$ (0,5)

$= -\frac{3}{4}(x - 2 \cdot 7x - 176)$

$= -\frac{3}{4}(x - 2 \cdot 7x + 7^2 - 7^2 - 176)$ (1)

$= -\frac{3}{4}[(x - 2 \cdot 7x + 7^2) - 49 - 176]$

$= -\frac{3}{4}[(x-7)^2 - 225]$ (1)

$= -\frac{3}{4}(x-7)^2 - 168{,}75$ (0,5)

Bei dem ersten Entwicklungsmodell liegt der Scheitelpunkt bei (7|178), wohingegen der Scheitelpunkt im zweiten Modell bei $x_S = 7$ aber mit $y_S = 168{,}75$ Millionen etwas niedriger liegt. (2)

Zudem ist die zweite Entwicklung (g(x)) stärker gestaucht als die erste (f(x)). (1)

d) $g(x) = -\frac{3}{4}(x+8)(x-22)$

$= -\frac{3}{4}(x^2 - 14x - 176)$

$= -\frac{3}{4}x^2 + \frac{42}{4}x + 132$

Aufgabe 4

$f(x) = x^3 + 5x^2 - 2x - 24$

$x_1 = 2$ ist Nullstelle (geraten) (1)

$x^3 + 5x^2 - 2x - 24 : (x-2) = \underbrace{x^2 + 7x + 12}_{(1)}$

$-(x^2 - 2x^2)$

$7x^2 - 2x$

$-(7x^2 - 14x)$ (1)

$12x - 24$

$-(12x - 24)$

0

pq-Formel: $p = 7 \quad q = 12$ (2)

$x_{2/3} = -\frac{7}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 - 12}$

$\Rightarrow x_2 = -4$ (1) $x_3 = -3$ (1)

Faktoren: 1.: $(x-2)$ (1) 2.: $(x+4)$ (1) 3.: $(x+3)$ (1)

(1) (1) (1)

d) $f(x) = (x - 2)(x \underbrace{+ 4}_{-(-4)})(x \underbrace{+3}_{-(-3)})$

(1) (0,5) (0,5)