

6.4 Symmetrie

Betrachtet man den Graphen einer ganzrationalen Funktion $f(x)$ so kann man drei verschiedene Arten erkennen.

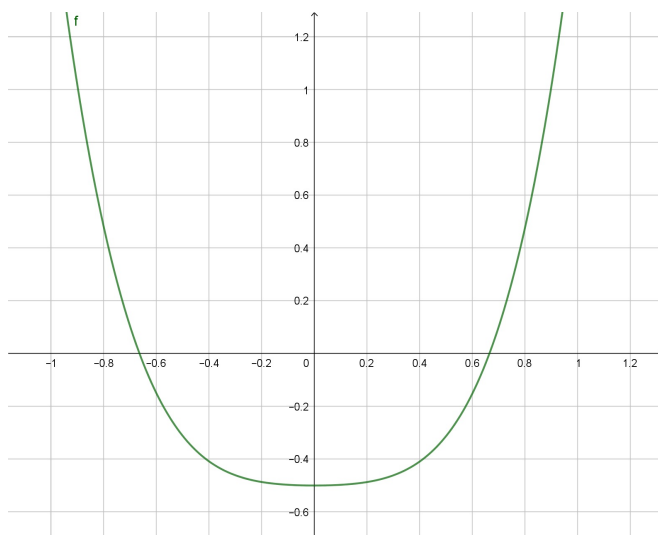
- achsensymmetrisch zur x-Achse
- punktsymmetrisch zum Ursprung
- nicht symmetrisch

6.4.1 Achsensymmetrisch zur x-Achse

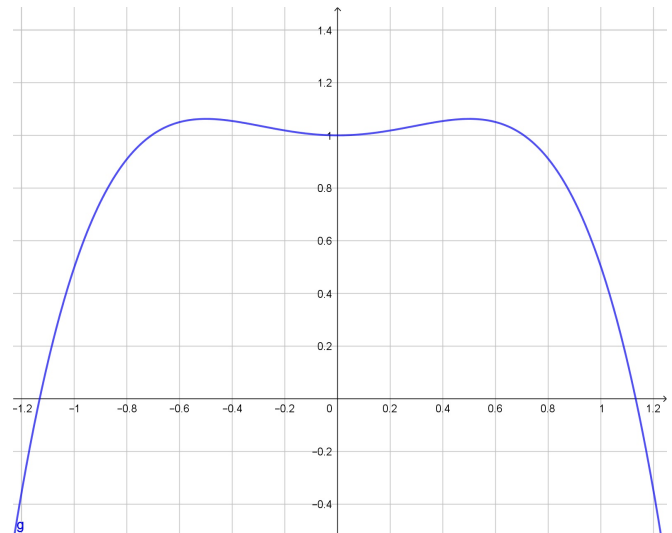
Spricht man bei einem Funktionsgraphen von **achsensymmetrie**, so meint man, dass der Graphverlauf links der x -Achse dem Graphverlauf rechts der x -Achse gleicht.

Würde man also einen Spiegel an die x -Achse anlegen, so würde der Graph genau so aussehen, wie ohne den Spiegel.

Beispiel:



Dabei ist die Symmetrie nicht auf die Öffnungsrichtung beschränkt. Somit können sowohl nach oben wie auch nach unten geöffnete Funktionsgraphen **achsensymmetrisch** sein.



Woran erkennen wir aber an der **Funktionsgleichung**, dass der dazugehörige Funktionsgraph achsensymmetrisch ist?

Sind alle Exponenten von x **gerade**, so ist der zugehörige Graph **achsensymmetrisch**.

Achtung: Auch a_0 besitzt mit x^0 einen **geraden** Exponenten.

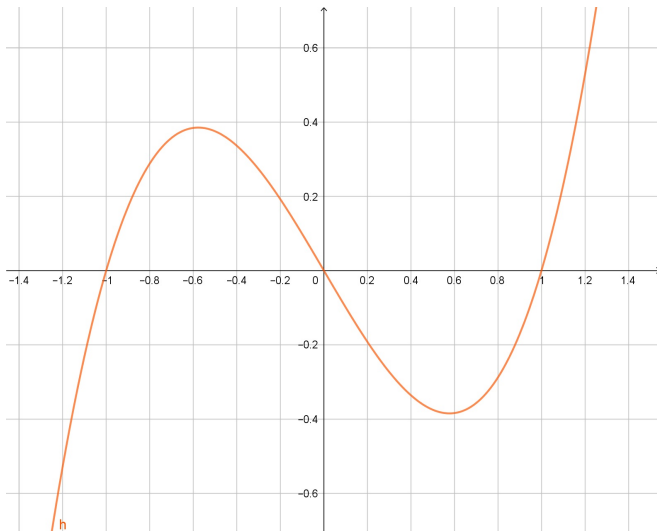
Ganz formal gilt: Eine Funktion $f(x)$ ist achsensymmetrisch (oder auch gerade), wenn $f(x) = f(-x)$.

6.4.2 Punktsymmetrisch zum Ursprung

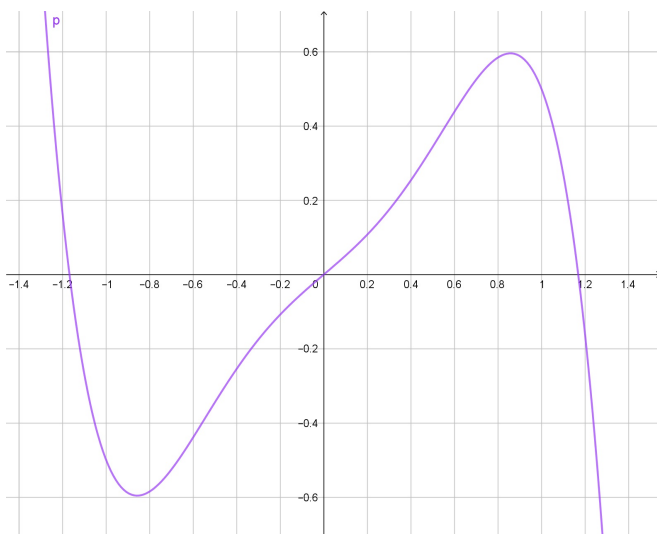
Man nennt einen Funktionsgraphen **punktsymmetrisch**, wenn der Graph links vom Ursprung um 180° um den Ursprung gedreht, auf dem Graphen rechts vom Ursprung liegt.

Würde man also das Koordinatensystem .

Beispiel:



Dabei spielt für die Symmetrie das Verhalten der Funktion keine Rolle. Das bedeutet, die Funktion kann **punktsymmetrisch** sein, wenn sie von $-\infty$ oder von ∞ kommt.



Woran erkennen wir **an der Funktionsgleichung**, dass der dazugehörige Funktionsgraph punktsymmetrisch ist?

Sind alle Exponenten von x **ungerade**, so ist der zugehörige Graph **punktsymmetrisch**.

Ganz formal gilt: Eine Funktion $f(x)$ ist punktsymmetrisch zum Ursprung (oder auch ungerade), wenn $f(x) = -f(x)$.

6.4.3 Nicht symmetrisch

Sind in der Funktionsgleichung $f(x)$ sowohl gerade wie auch ungerade Exponenten vorhanden, so ist der zugehörige Graph nicht symmetrisch.

6.5 Krümmungsverhalten

Betrachten wir einen Graphen, so kann sich dieser entweder nach **rechts** oder nach **links** wenden. Hierbei spricht man vom **Krümmungsverhalten**.

