S. 65 Aufgabe 13 - g,h und g,i

Gegeben waren die Punkte $A(0|1|1); B(0|2|1); C(0|3|1); E(2|3|0)$ und $F(2|5|0)$.
Zunächst müssen wir die Geradengleichung für die gewünschten Geraden aufstellen.

Gerade g	Gerade h	Gerade i
Punkte: A und F	Punkte: B und E	Punkte: C und E
Ortsvektor: $0\vec{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	Ortsvektor: $0\vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	Ortsvektor: $0\vec{C} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$
Richtungsvektor:	Richtungsvektor:	Richtungsvektor:
$\vec{u} = \vec{F} - \vec{A} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\vec{u} = \vec{E} - \vec{B} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\vec{u} = \vec{E} - \vec{C} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$	$h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$i : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Für die gegenseitige Lage zweier Geraden muss $g = h$ bzw. $g = i$ gesetzt werden. Anschließend wird das Gleichungssystem gelöst.

Lage von g und h

$0 + 2r = 2 + 2t$	$r = t$	I
$1 + 4r = 2 + 1t$		(*)
$1 - 1r = 1 - 1t$	$r = t$	I

$\xrightarrow{mit(*)} 1 + 4t = 2 + 1t \quad |-1; -1t$

$\Rightarrow 3t = 1 \quad \Rightarrow t = \frac{1}{3} = r$

Wir haben genau eine Lösung. Um den Schnittpunkt zu berechnen, setzen wir die Werte von r bzw. t in die entsprechenden Geradengleichungen ein.

$$0 + 2 * \tfrac{1}{3} = \tfrac{2}{3} = 0 + 2 * \tfrac{1}{3}$$
$$1 + 4 * \tfrac{1}{3} = \tfrac{7}{3} = 2 + \tfrac{1}{3}$$
$$1 - 1 * \tfrac{1}{3} = \tfrac{2}{3} = 1 - \tfrac{1}{3}$$

So ergibt sich ein Schnittpunkt bei $(\frac{2}{3}|\frac{7}{3}|\frac{2}{3})$

Lage von g und i

$0 + 2r = 0 + 2s$	$r = s$	I
$1 + 4r = 3 + 0s$		(*)
$1 - 1r = 1 - 1s$	$r = s$	I

$\xrightarrow{mit(*)} 1 + 4r = 3 + 0r \quad |-1$

$\Rightarrow 4r = 2 \qquad \Rightarrow r = \frac{1}{2} = s$

Wir haben genau eine Lösung. Um den Schnittpunkt zu berechnen, setzen wir die Werte von r bzw. s in die entsprechenden Geradengleichungen ein.

$$0 + 2 * \frac{1}{2} = 1 = 0 + 2\frac{1}{2}$$
$$1 + 4 * \frac{1}{2} = 3 = 3 + 0 * \frac{1}{2}$$
$$1 - 1 * \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}$$

So ergibt sich ein Schnittpunkt bei $(1|3|\frac{1}{2})$