

Übung 1

Bestimmen Sie zu jeweils zwei Punkten die Geradengleichung in Parameterform ($g: \vec{x} = \vec{OA} + r \cdot \vec{AB}$ wobei A und B zwei Punkte auf der Geraden sind). Prüfen Sie anschließend, ob der dritte Punkt auf der Geraden liegt.

(a) A (2|1|-1) B (3|0|-1) C (-1|2|3)

Wir bestimmen die Gerade durch die Punkte A und B.

$$\vec{OA} = \vec{A} - \vec{O} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Damit ergibt sich folgende Geradengleichung: $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Nun bleibt zu prüfen, ob C auf der Geraden g liegt. Hierfür setzen wir für \vec{x} den Ortsvektor von C, nämlich $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ein und bestimmen r .

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Wir betrachten nun die Gleichung zeilenweise.

$$\begin{aligned} 1 &= 2 + 1 \cdot r & \Rightarrow r &= -1 \\ -1 &= 1 + (-1) \cdot r & \Rightarrow r &= 2 \\ -1 &= -1 + (-1) \cdot r & \Rightarrow r &= 0 \end{aligned}$$

Wir erhalten drei unterschiedliche Werte für r . Das heißt, der Punkt C liegt nicht auf der Geraden g .

(b) D (2|1|0) E (-4|-7|2) F (5|5|-1)

Wir bestimmen die Gerade durch die Punkte D und E.

$$\vec{OD} = \vec{D} - \vec{O} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{DE} = \vec{E} - \vec{D} = \begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Damit ergibt sich folgende Geradengleichung: $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix}$

Nun bleibt zu prüfen, ob F auf der Geraden g liegt. Hierfür setzen wir für \vec{x} den Ortsvektor von F, nämlich $\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$ ein und bestimmen r .

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Wir betrachten nun die Gleichung zeilenweise.

$$\begin{aligned} 5 &= 2 + (-6) \cdot r & \Rightarrow r &= -\frac{1}{2} \\ 5 &= 1 + (-8) \cdot r & \Rightarrow r &= -\frac{1}{2} \\ -1 &= 0 + 2 \cdot r & \Rightarrow r &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Für alle drei Gleichungen hat r den Wert $-\frac{1}{2}$. Das heißt, F liegt auf der Geraden g .

(c) G (8|-7|3) H (7|11|4) K (1|-2|5)

Wir bestimmen die Gerade durch die Punkte G und H.

$$\vec{OG} = \vec{G} - \vec{O} = \begin{pmatrix} 8 \\ -7 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{GH} = \vec{H} - \vec{G} = \begin{pmatrix} 7 \\ 11 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 \\ -7 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 18 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Damit ergibt sich folgende Geradengleichung: $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ -7 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 18 \\ 1 \end{pmatrix}$

Nun bleibt zu prüfen, ob K auf der Geraden g liegt. Hierfür setzen wir für \vec{x} den Ortsvektor von K, nämlich $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ ein und bestimmen r .

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -7 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 18 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Wir betrachten nun die Gleichung zeilenweise.

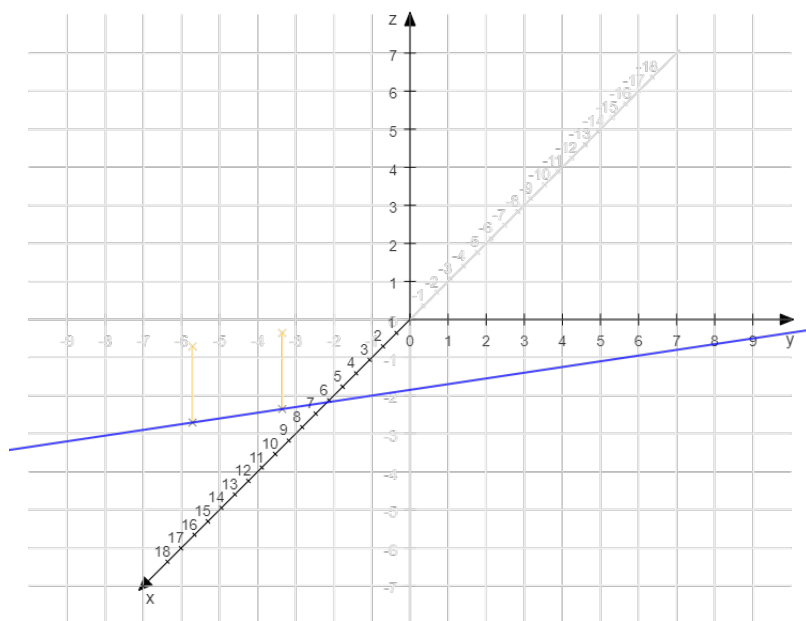
$$\begin{aligned} -1 &= 2 + 1 \cdot r & \Rightarrow r &= -3 \\ 2 &= 1 + (-1) \cdot r & \Rightarrow r &= -1 \\ 1 &= 8 + 1 \cdot r & \Rightarrow r &= -7 \end{aligned}$$

Wir erhalten drei unterschiedliche Werte für r . Das heißt, der Punkt C liegt nicht auf der Geraden g .

Übung 2

Zeichnen Sie die nachfolgenden Geraden in das Koordinatensystem.

(a) $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix} + r * \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$



(b) $k : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + r * \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix}$

