

Wohnungen in Mainz

Die Entwicklung der Anzahl der Wohnungen in Mainz lässt sich durch die folgende Tabelle grob darstellen:

x (in Jahren; 0 = 2000)	0	10	18
y (Wohnungen in Tausend)	95	101	?



Leitfrage: wieviele Wohnungen gibt es 2018 in Mainz?

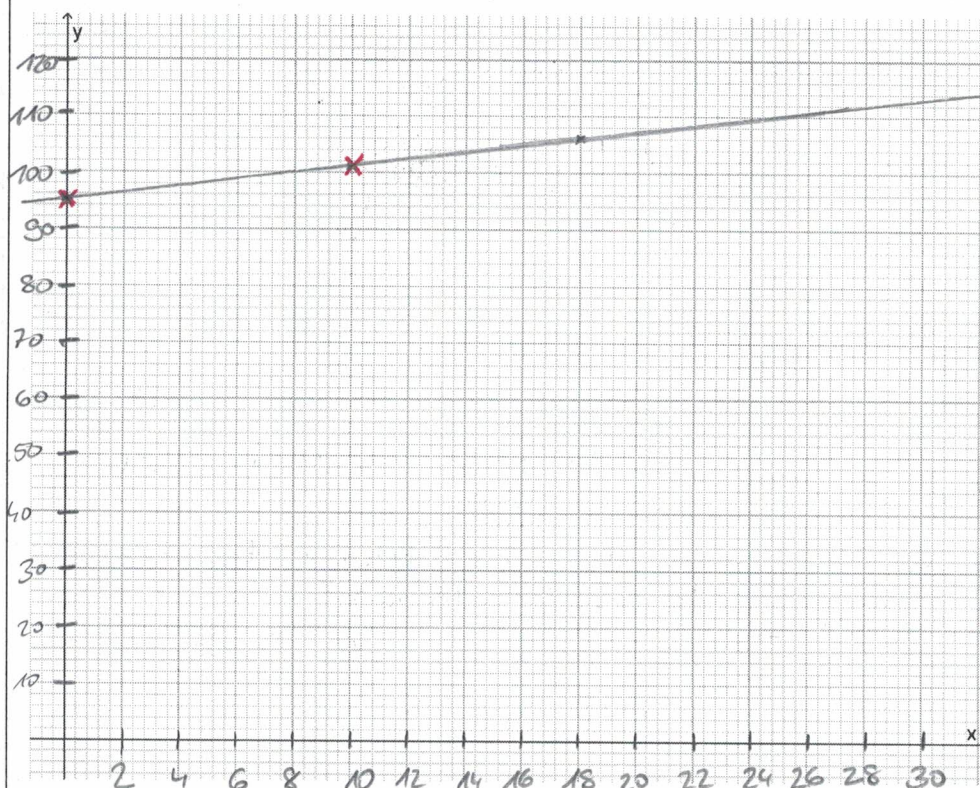
Berechnung: $95 = m \cdot 0 + b \Rightarrow b = 95$

$101 = m \cdot 10 + 95 \quad | -95$

$\Rightarrow 6 = m \cdot 10 \quad | :10$

$\Rightarrow m = \frac{3}{5}$

$f(x) = \frac{3}{5}x + 95$



$f(18) = 105,8$
 \hookrightarrow 2018 gibt es ca. 106 Tausend Wohnungen in Mainz.

Interpretation der Steigung m :

Über 5 Jahre nimmt die Anzahl um 3 Tausend zu.

Es ist bekannt, dass die Anzahl der Schüler in der Mittelstufe von 13.300 (2006) auf 11.800 (2013) gesunken ist.

Stellen Sie eine Gleichung auf, die diese Entwicklung modelliert.

Bestimmen Sie die Anzahl der Schüler nach 12, 15 und nach 20 Jahren.

x in Jahren $0 = 2006$ $f(x)$ in Tausend

$$f(x) = mx + b$$

$$13,3 = m \cdot 0 + b \Rightarrow \underline{b = 13,3}$$

$$11,8 = m \cdot 7 + 13,3 \quad | -13,3$$

$$-\frac{3}{2} = 7m \quad | :7$$

$$\Rightarrow \underline{m = -\frac{3}{14}}$$

$$\underline{f(x) = -\frac{3}{14}x + 13,3}$$

$$f(12) = 10,7 \quad \text{— Nach 12 Jahren sind es nur noch 10.7000 Schüler.}$$

$$f(15) = 10,08 \quad \text{— Nach 15 Jahren beträgt die Anzahl der Schüler 10.080.}$$

$$f(20) = 9,01 \quad \text{— Nach 20 Jahren sind es nur noch 9.010 Schüler.}$$

Mitgliedsbeiträge

Der Vorstand einer großen Fitness-Studio Kette überlegt, welche Mitgliedsbeiträge im nächsten Jahr verlangt werden soll. Dabei wollen sie eine Unterscheidung von Erwachsenen und Jugendlichen machen. *Jugendliche zahlen 20% des Erwachsenenbeitrags.*
Insgesamt benötigt die Studio-Kette einen Erlös von 28.800€.
Im Studio sind 120 Erwachsene und 50 Jugendliche Mitglieder angemeldet.



Leitfrage:

Wieviel bezahlen Erwachsene und wieviel zahlen Schüler?

Berechnung:

$$\text{I} \quad 120e + 50j = 28800$$

II

$$j = 0,2e$$

II in I

$$\Rightarrow 120e + 50 \cdot 0,2e = 28.800$$

$$130e = 28.800 \quad | :130$$

$$20\% = 0,2$$

$$\Rightarrow e = 221,54 \text{ €}$$

Bestimme j!

$$j = 0,2 \cdot 221,54 \\ = 44,31 \text{ €}$$

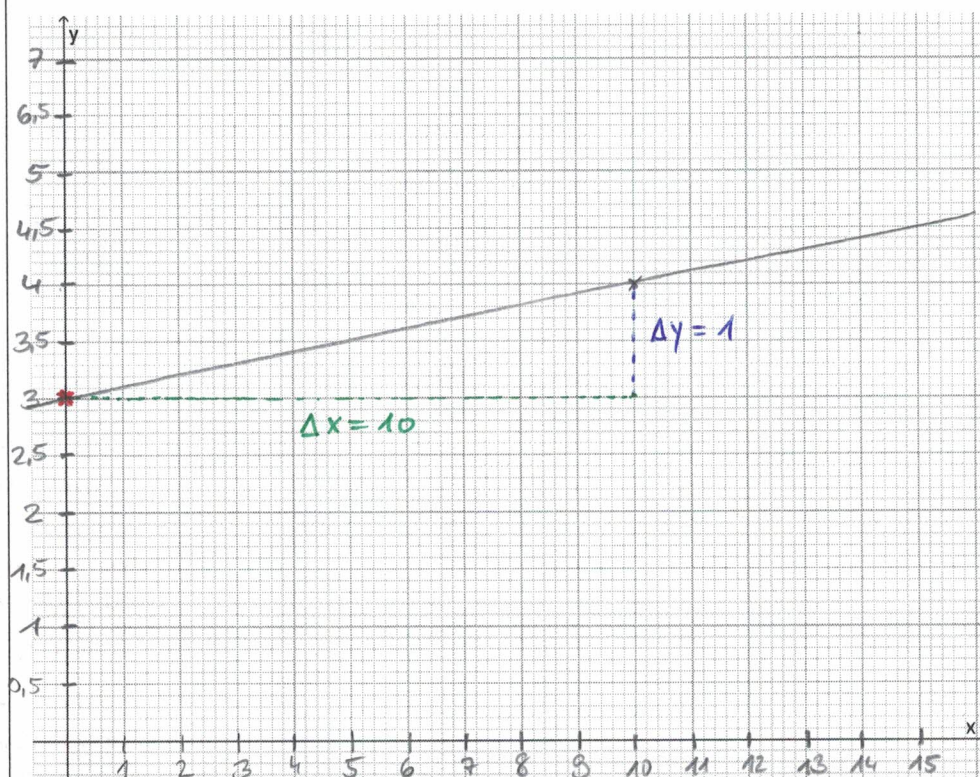
Hierzu ist kein Graph zu zeichnen.

x sollte man dies doch tun wollen, stellt man $120e + 50j = 28.800$ nach $j = -2,4e + 576$ um und zeichnet den Graphen. Dieser repräsentiert nicht die Unterscheidung von Erwachsenen und Jugendlichen.

Die Entwicklung der Schüler an Mainzer Gymnasien wird durch die mit $y = 0,1x + 3$ gegebenen Funktion modelliert. Dabei ist x in Jahren gegeben und $x = 0$ entspricht dem Jahr 2005. Der Wert y ist in Tausend Schüler angegeben.

- Zeichnen Sie den Graphen der Funktion ohne eine Wertetabelle anzulegen!
- Interpretieren Sie die Steigung und den y-Achsenabschnitt im Hinblick auf die Situation.
- Berechnen Sie den Zeitpunkt, ab dem laut Modell über 4000 Schüler an Mainzer Gymnasien sind.

Beurteilen sie Ihr Ergebnis kritisch!



b) Im Jahr 2005 betrug die Schüleranzahl 3000 Schüler (y-AAS)

Über eine Zeitspanne von 10 Jahren (Δx) hat sich diese um 1000 (Δy) verändert.

c) $4 = 0,1x + 3$ $1 = 3$

$1 = 0,1x$ $1 : 0,1$

$10 = x$

\Rightarrow Im Jahr 2015 sind laut Modell 4000 Schüler an den Gymnasien

Der Zuwachs ist sehr gering.

Labor



Hewlett-Packard möchte ein Schullabor aufbauen, in dem Schüler arbeiten und lernen können. Neben den Schülern sollen auch Professoren hier arbeiten. Dabei bekommen Schüler ein Gehalt von 6.000€ und Professoren werden für ihre Betreuungsleistung mit 10.000€ bezahlt.

Insgesamt stehen 230.000€ für Gehaltszahlungen zur Verfügung.

Jeder Professor kann aber nur 6 Schüler betreuen.

Leitfrage:

Wieviele Professoren und wieviele Schüler kann HP maximal ausstellen?

Berechnung:

$$\begin{array}{ll} \text{I} & 10.000 p + 6.000 s = 230.000 \quad (\text{Gehalt pro Professor/Schüler}) \\ \text{II} & p = \frac{1}{6} s \quad (\text{Schüler pro Professor}) \end{array}$$

II in I

$$10.000 \cdot \frac{1}{6} s + 6.000 s = 230.000$$

$$1666,6 s + 6000 s = 230.000$$

$$7666,6 s = 230.000 \quad | : 7666,6$$

$$s = 30,0002$$

Da man keine halben Schüler beschäftigen kann wählen wir $s = 30$ und bestimmen p .

$$p = \frac{1}{6} \cdot 30 = 5$$

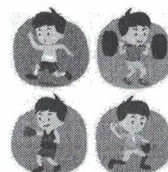
HP kann also 5 Professoren und 30 Schüler beschäftigen.

Der Vorstand eines Tennisvereins will für das kommende Jahr neue Mitgliedsbeiträge festlegen. Insgesamt muss der Verein aus den Mitgliedsbeiträgen 28.800€ einnehmen.

Im Verein sind 120 erwachsene und 50 jugendliche Mitglieder.

Der Vorstandsvorsitzende besteht darauf, dass Jugendliche ein Drittel von dem bezahlen, was Erwachsenen berechnet wird.

Ermitteln Sie die Mitgliedsbeiträge für Jugendliche und Erwachsene!



Leitfrage:

Wieviel zahlen Jugendliche und wieviel zahlen Erwachsene?

Berechnung:

$$I \quad 120e + 50j = 28800$$

$$II \quad j = \frac{1}{3}e$$

$$II \text{ in } I: \quad 120e + 50 \cdot \frac{1}{3}e = 28800$$

$$\frac{410}{3}e = 28800 \quad | \cdot \frac{3}{410}$$

$$e = 210,73 \text{ €}$$

$$e \text{ in } II: \quad j = \frac{1}{3} \cdot 210,73 \text{ €} \\ = 70,24 \text{ €}$$

Erwachsene zahlen 210,73€, Jugendliche dafür nur 70,24€.

John und Mary ziehen um

Die beiden besuchen ab dem kommenden Schuljahr die BBS 1 in Mainz. Damit ihr Weg zur Schule nicht zu zeitaufwändig ist, ziehen die beiden in eine WG in die Nähe der Schule. Für ihren Umzug wollen sie sich einen Mietwagen leihen.

John hat bei zwei Anbietern angefragt und die folgenden Angebote erhalten:

	Tagessatz	pro KM
Anbieter 1	24,95€	0,15€/km
Anbieter 2	33,75€	0,10€/km

Mary findet die Auflistung ungünstig und will von John wissen, welcher Anbieter sich wann lohnt. Außerdem hätte sie gerne eine Funktion, mit der sie den zu zahlenden ~~Tag~~ pro Tag, in Abhängigkeit der Kilometerzahl bestimmen kann.

Betrag

Leitfrage:

Wann lohnt sich welcher Anbieter?

Berechnung:

$$f_1(x) = \underbrace{0,15x}_{\text{Abhängig}} + \underbrace{24,95}_{\text{fix}}$$

$$f_2(x) = \underbrace{0,1x}_{\text{Abhängig}} + \underbrace{33,75}_{\text{fix}}$$

→ f_1 niedrigeren Grundpreis ⇒ f_1 zunächst günstiger.

Ab welcher Kilometerzahl lohnt sich f_2 ?

$$\begin{aligned} 0,15x + 24,95 &= 0,1x + 33,75 & 1 - 0,1x \\ 0,05x + 24,95 &= 33,75 & 1 - 24,95 \\ 0,05x &= 8,8 & 1 : 0,05 \\ x &= 176 \end{aligned}$$

Antwort für Mary:

Ab 176 km lohnt sich Anbieter 2. Davor wäre Anbieter 1 der günstigere.

Die Wiesbadener Verkehrsgesellschaft bietet für ihren Radverleih die folgenden Tarife an:

	Standard	
	Basis	Komfort
Grundpreis	–	90,00 € / Jahr
Jede 30 Min.	1,50 €	kostenfrei

- (a) Stellen Sie zu beiden Angeboten die Funktionsgleichung auf.
 (b) Bestimmen Sie, wann sich welches Angebot lohnt!
~~Nutzen Sie dafür das Additionsverfahren!~~

Berechnung:

$$f_B(x) = 1,5x$$

$$f_K(x) = 90$$

$$1,5x = 90 \quad | : 1,5$$

$$x = 60$$

→ nach 60 halben Stunden, also 30 Stunden lohnt sich der Abschluss des Komfort-Vertrags.

Futter für den Zoo

Zur Versorgung der Futterautomaten im Zoo "Koalabär" benötigen die Pfleger täglich 7,5 kg Tierfutter.

Zwölf Tage nachdem das Futterlager zum letzten Mal aufgefüllt wurde, befinden sich dort noch 250 kg Futter.

- (a) Stellen Sie diesen Sachverhalt in einer Funktionsgleichung dar.
- (b) Auf welche Menge wurde das Futterlager vor zwölf Tagen aufgefüllt?
- (c) Erreicht der Lagerbestand 50 kg, so muss auf die unter (b) berechnete Menge aufgefüllt werden. Nach wie vielen Tagen ist ein Nachfüllen erforderlich?

Berechnung:

$$a) \quad 250 = b - 7,5 \cdot 12 \quad | + 90$$

$$b) \quad 250 + 90 = b$$

$$340 = b$$

Vor 12 Tagen wurde das Lager auf 340 kg aufgefüllt.

$$c) \quad 50 \geq 340 - 7,5x \quad | + 7,5x$$

$$50 + 7,5x \geq 340 \quad | - 50$$

$$7,5x \geq 290 \quad | : 7,5$$

$$x \geq 38,6$$

Nach spätestens 39 Tagen muss das Lager wieder aufgefüllt werden.

Tobias und Mario arbeiten als Servicekräfte in einem renommierten Elektronikunternehmen und bekommen das gleiche Grundgehalt. Zur Zeit müssen beide viele Überstunden leisten.

Am Monatsende vergleichen die beiden ihre Gehaltsabrechnungen. Der Bruttolohn von Tobias beträgt 3559€, der von Mario 3223€.

Tobias hat in diesem Monat 43 Überstunden geleistet, Mario aber nur 27.

(a) Berechnen Sie das Grundgehalt.

(b) Bestimmen Sie auch die Überstundenpauschale (€ pro geleisteter Überstunde)

Dabei gilt: x Anzahl der Überstunden; $f(x)$ Ausgezahlter Bruttolohn.

Berechnung:

$$g(x) = \underbrace{G}_{\text{Grundgehalt}} + \underbrace{\ddot{U} \cdot \tilde{x}}_{\substack{\text{Anzahl Überstunden} \\ \text{Überstundenpauschale}}}$$

a) & b)

$$\text{Tobias} \quad 3559 \text{ €} = G + 43 \cdot \ddot{U} \quad \text{I}$$

$$\text{Mario} \quad 3223 \text{ €} = G + 27 \cdot \ddot{U} \quad \text{II}$$

$$\text{I-II} \quad 336 \text{ €} = 16 \cdot \ddot{U} \quad | : 16$$

$$\underline{\ddot{U} = 21 \text{ €}}$$

Bestimme G durch einsetzen von $\ddot{U} = 21 \text{ €}$

$$\text{Tobias: } 3559 \text{ €} = G + 43 \cdot 21 \text{ €} \quad | - 43 \cdot 21$$

$$2656 \text{ €} = G$$

Tobias und Mario erhalten ein Grundgehalt von 2656€ und eine Überstundenpauschale von 21€ pro Stunde.