Wochenplan Nr.: 13 Erledigt: Zeitraum: 04.02 - 10.02

Die Aufgaben gliedern sich nach folgender Schwierigkeitsstufe.

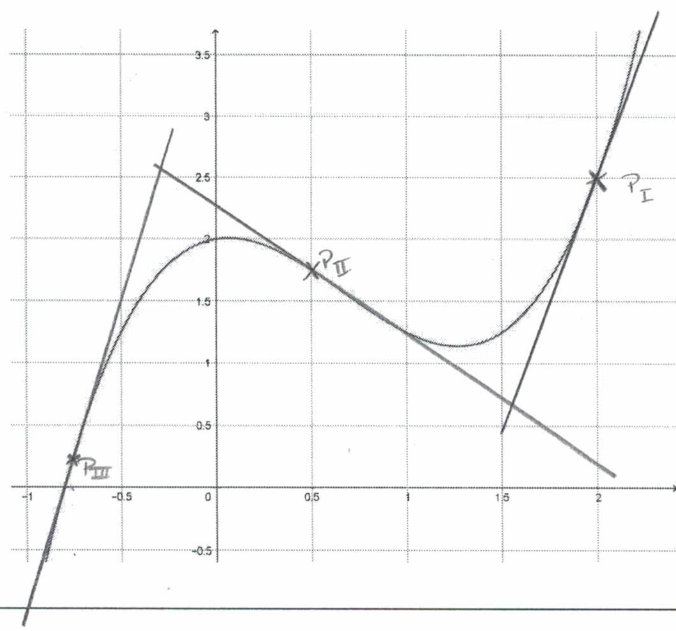
(I) Grundlagen (II) Forstgeschritten (III) Experte

Pflicht: Sie bearbeiten *pro Teil* jeweils **eine Aufgabe** vom Schwierigkeitsgrad ihrer Wahl.
Wahl: Zur Vertiefung und Festigung stehen ihnen die übrigen Aufgaben zur Verfügung.

Teil 1: Zeichnen Sie die Tangente an gegebenem Punkt.

(I) $P_I(2\|2,5)$	(II) $P_{II}(0,5\|1,75)$

(III) $P_{III}(-0,75|0,27)$



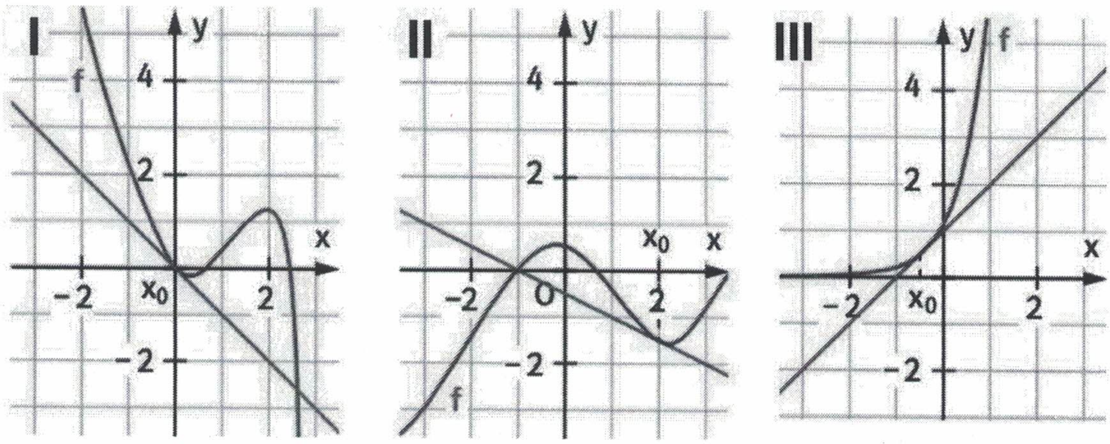
Teil 2: Besimmen Sie näherungsweise die momentane Änderungsrate des Graphen (Steigung der Tangente) für den in *Teil 1* gegebenen Punkt.

Teil 3: Berechnen Sie an der Stelle $x_0 = 2$ mit Hilfe des Differenzialquotienten die Steigung der Funktion.

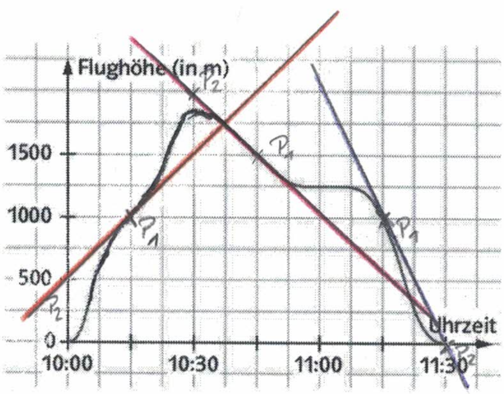
(I) $f(x) = 5x^2$	(II) $g(x) = x^2 - 3$

(III) $h(x) = 2x^3 - 5x$

Teil 4: Bestimmen Sie näherungsweise die Steigung von $f(x)$ an der Stelle x_0. **Ermitteln** Sie hierzu die Steigung der Tangente im Punkt $P(X_0|f(x_0))$.



Teil 5: *Zusatzaufgabe*



Das Schaubild gibt die Flughöhe an, die bei einem 90-minütigen Flug eines Sportflugzeugs erreicht wurde.

a) Wie groß ist die durchschnittliche Änderung der Flughöhe zwischen 10:00 Uhr und 10:45 Uhr sowie zwischen 11:00 Uhr und 11:30 Uhr?

b) Geben Sie näherungsweise die momentane Änderungsrate der Flughöhe in $\frac{m}{h}$ um 10:15 Uhr, um 10:45 Uhr und um 11:15 Uhr an.

c) Zu welchen Zeiten war die momentane Änderungsrate der Flughöhe an größten? Wann war sie am kleinsten?

Teil 2

Wähle zweiten Punkt auf der Tangente.

(I) $P_I(2|2,5)$ $P_I'(1,5|0,5)$

$$m_{P_I P_I'} = \frac{2,5-0,5}{2-1,5} = \frac{2}{0,5} = 4$$

(II) $P_{II}(0,5|1,75)$ $P_{II}'(0|2,25)$

$$m_{P_{II}P_{II}'} = \frac{2,25-1,75}{0-0,5} = \frac{0,5}{-0,5} = -1$$

(III) $P_{III}(-0,75|0,27)$ $P_{III}'(-0,5|1,5)$

$$m_{P_{III}P_{III}'} = \frac{1,5-0,27}{-0,5-(-0,75)} = \frac{1,23}{0,25} = 4,92$$

Teil 3

$x_0 = 2$

(I) $f(x) = 5x^2$

$$D_{[2;2+h]} = \lim_{h \to 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{5\cdot(2+h)^2 - 5\cdot 2^2}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{5\cdot(4+4h+h^2) - 5\cdot 4}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{20+20h+5h^2-20}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{20h+5h^2}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{h(20+5h)}{h} = \lim_{h \to 0} 20+5h = \underline{\underline{20}}$$

(II) $g(x) = x^2 - 3$

$$D_{[2;2+h]} = \lim_{h \to 0} \frac{g(2+h) - g(2)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{(2+h)^2 - 3 - (2^2 - 3)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{4 + 4h + h^2 \overbrace{-3 - (\overbrace{4-3}^{1})}^{-4}}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{4 + 4h + h^3 - 4}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{4h + h^3}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{h(4 + h^2)}{h} = \lim_{h \to 0} 4 + h^2 = 4$$

(III) $h(x) = 2x^3 - 5x$

$$D_{[2;2+h]} = \lim_{h \to 0} \frac{h(2+h) - h(2)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{2 \cdot (2+h)^3 - 5 \cdot (2+h) - \overbrace{[2 \cdot 2^3 - 5 \cdot 2]}^{16 - 10}}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} 2 \cdot (8 + 12h + 6h^2 + h^3) - 10 - 5h - 6$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{16 + 24h + 12h^2 + 2h^3 - 16 - 5h}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{2h^3 + 12h^2 + 19h}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{h(2h^2 + 12h + 19)}{h} = \lim_{h \to 0} 2h^2 + 12h + 19 = 19$$

Teil 4

(I) $P(0|0)$ $P_2(2|-2)$

$$m_{PP_2} = \frac{0-(-2)}{0-2} = \frac{2}{-2} = -1$$

(II) $P(2|1,5)$ $P_2(-1|0)$

$$m_{PP_2} = \frac{1,5-0}{2-(-1)} = \frac{1,5}{3} = 0,5$$

(III) $P(-0,5|0,5)$ $P_2(1|2)$

$$m_{PP_2} = \frac{0,5-2}{-0,5-1} = \frac{-1,5}{-1,5} = 1$$

Teil 5

a)

Zeit	Höhe
10:00	0
10:45	1500
11:00	1250
11:30	0

$$m_{0/45} = \frac{1500-0}{0,75-0} = 2000\ \frac{m}{h}$$

$$m_{0/30} = \frac{0-1250}{1,5-1} = \frac{-1250}{-0,5} = 2500\ \frac{m}{h}$$

b) Zeichne Tangente am Graph d. Flughöhe zu gegebenen Zeiten

↳ 10:15 $P_1(10{:}15|1000)$ $P_2(10{:}00|500)$

 $10{:}15 \hat{=} 0,25$, $10{:}00 \hat{=} 0$

$$m_{0/0,25} = \frac{1000-500}{0,25-0} = \frac{500}{0,25} = 2000\ \frac{m}{h}$$

↳ 10:45 $P_1(10{:}45|1500)$ $P_2(10{:}30|2000)$

 $10{:}45 \hat{=} 0,75$, $10{:}30 \hat{=} 0,5$

$$m_{0,5/0,75} = \frac{2000-1500}{0,5-0,75} = \frac{500}{-0,25} = -2000\ \frac{m}{h}$$

↳ 11:15 $\quad P_1(11:15 \mid 1000) \quad P_2(11:30 \mid 0)$

$11:15 = 1{,}25 \qquad 11:30 = 1{,}5$

$$m_{1,25|1,5} = \frac{1000 - 0}{1{,}25 - 1{,}5} = \frac{1000}{-0{,}25} = -4000\ \frac{m}{h}$$

c) Die momentane Änderungsrate der Flughöhe war etwa um 10:05 Uhr am größten (da dort die Tangente am steilsten steigt) und um 11:20 Uhr am kleinsten (da dort die Tangente am steilsten fällt).