

RĪGAS TEHNISKĀ UNIVERSITĀTE
ELEKTRONIKAS UN TELEKOMUNIKĀCIJU FAKULTĀTE
ELEKTRONIKAS PAMATU KATEDRA

Signālu teorijas pamati

Laboratorijas darbs № 2

“Iepazīšanās ar periodisku signālu izvērsi trigonometrisku
funkciju Furjē rindā”

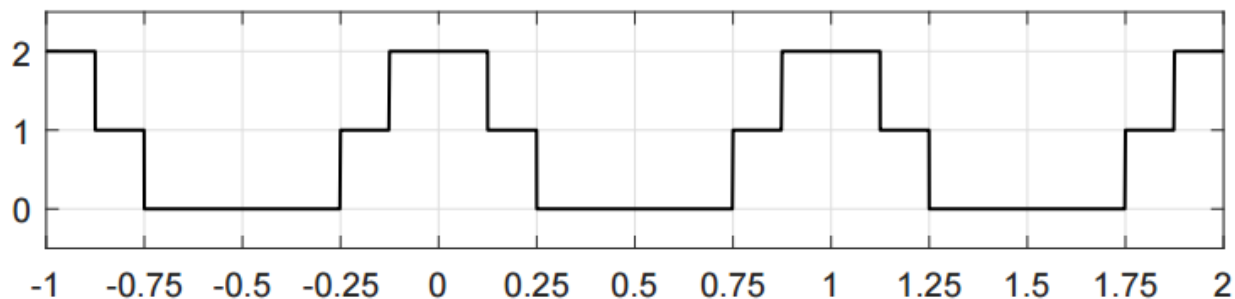
ETF, 2. kurss, REBM01

Anastasija Rigusa

151REB080

Rīga, 2017

***Mājas darbs
6.var***



Trigonometrisku funkciju Furjē rinda

Mūsu gadījumā signāla periods T ir 1 sekunde. Tā kā sākuma punkts 0 atrodas tieši pa vidu, tad mūsu signāls ir pāra funkcija. Tas nozīmē, ka formulu b_n izmantot nevajag.

$$\frac{1}{2}a_0 = 2 \int_0^{0,25} 1 dt + 2 \int_0^{0,125} 1 dt = \frac{3}{4}$$

$$a_n = 4 \int_0^{0,25} \cos(2\pi n t) dt + 4 \int_0^{0,125} \cos(2\pi n t) dt = \frac{2}{\pi n} \left(\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right) + \sin\left(\frac{\pi n}{4}\right) \right)$$

$$s(t) = \frac{3}{4} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right) + \sin\left(\frac{\pi n}{4}\right) \right) \cdot \cos(2\pi n t)$$

$\frac{1}{2}a_0$	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}
$\frac{3}{4}$	$\frac{\sqrt{2}+2}{\pi}$	$\frac{1}{\pi}$	$\frac{\sqrt{2}-2}{3\pi}$	0	$\frac{-\sqrt{2}+2}{5\pi}$	$\frac{-1}{3\pi}$	$\frac{-\sqrt{2}-2}{7\pi}$	0	$\frac{\sqrt{2}+2}{9\pi}$	$\frac{1}{5\pi}$
0.75	1.09	0.32	-0.06	0	0.04	-0.106	-0.155	0	0.121	0.064

Kompleksu eksponentfunkciju Furjē rinda

$$\frac{1}{2}a_0 = \frac{1}{2}C_0 = \frac{3}{4}$$

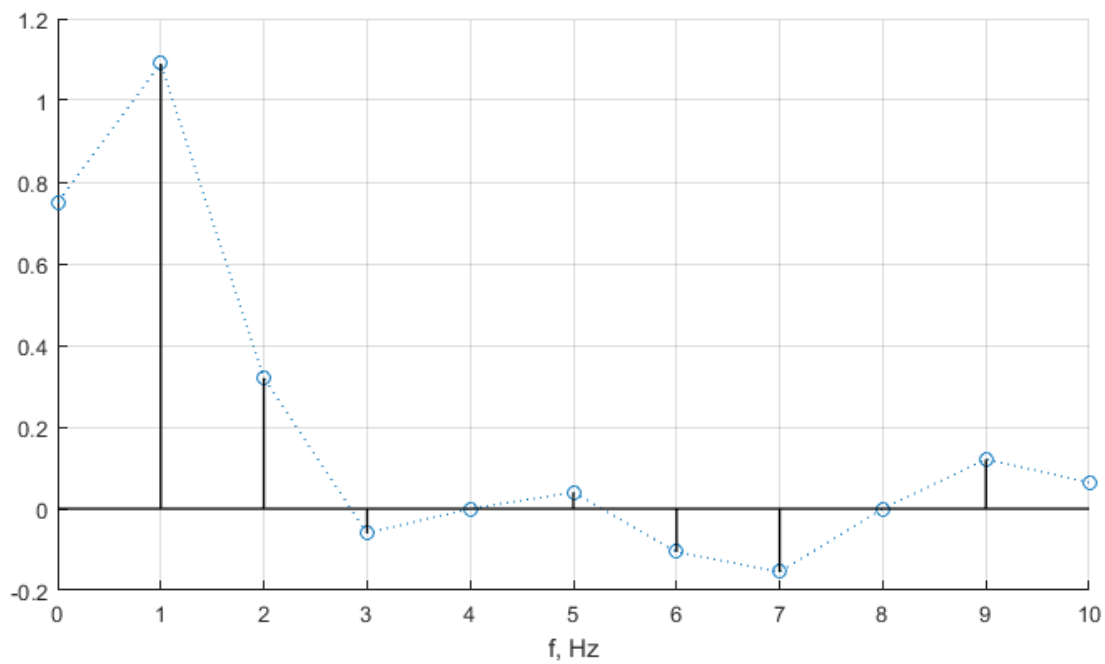
$$\frac{1}{2}C_n = \int_{-0.25}^{0.25} e^{-j2\pi nt} dt + \int_{-0.125}^{0.125} e^{-j2\pi nt} dt = \frac{1}{\pi n} \left(\frac{e^{\frac{j\pi n}{2}} - e^{\frac{-j\pi n}{2}}}{j2} + \frac{e^{\frac{j\pi n}{4}} - e^{\frac{-j\pi n}{4}}}{j2} \right) =$$

$$= \frac{1}{\pi n} \left(\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right) + \sin\left(\frac{\pi n}{4}\right) \right)$$

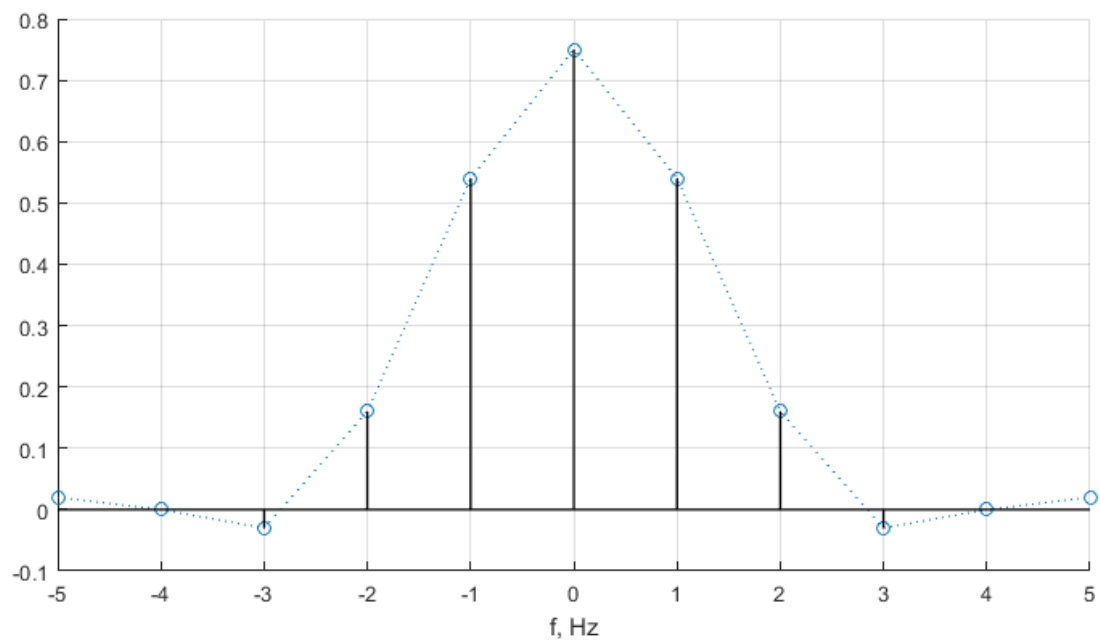
$$s(t) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{e^{\frac{j\pi n}{2}} - e^{\frac{-j\pi n}{2}}}{j2} + \frac{e^{\frac{j\pi n}{4}} - e^{\frac{-j\pi n}{4}}}{j2} \right) \cdot e^{j2\pi nt}$$

$\frac{1}{2}C_0$	$\frac{1}{2}C_1$	$\frac{1}{2}C_2$	$\frac{1}{2}C_3$	$\frac{1}{2}C_4$	$\frac{1}{2}C_5$
$\frac{3}{4}$	$\frac{\sqrt{2}+2}{2\pi}$	$\frac{1}{2\pi}$	$\frac{\sqrt{2}-2}{6\pi}$	0	$\frac{-\sqrt{2}+2}{10\pi}$
0.75	0.54	0.16	-0.03	0	0.02

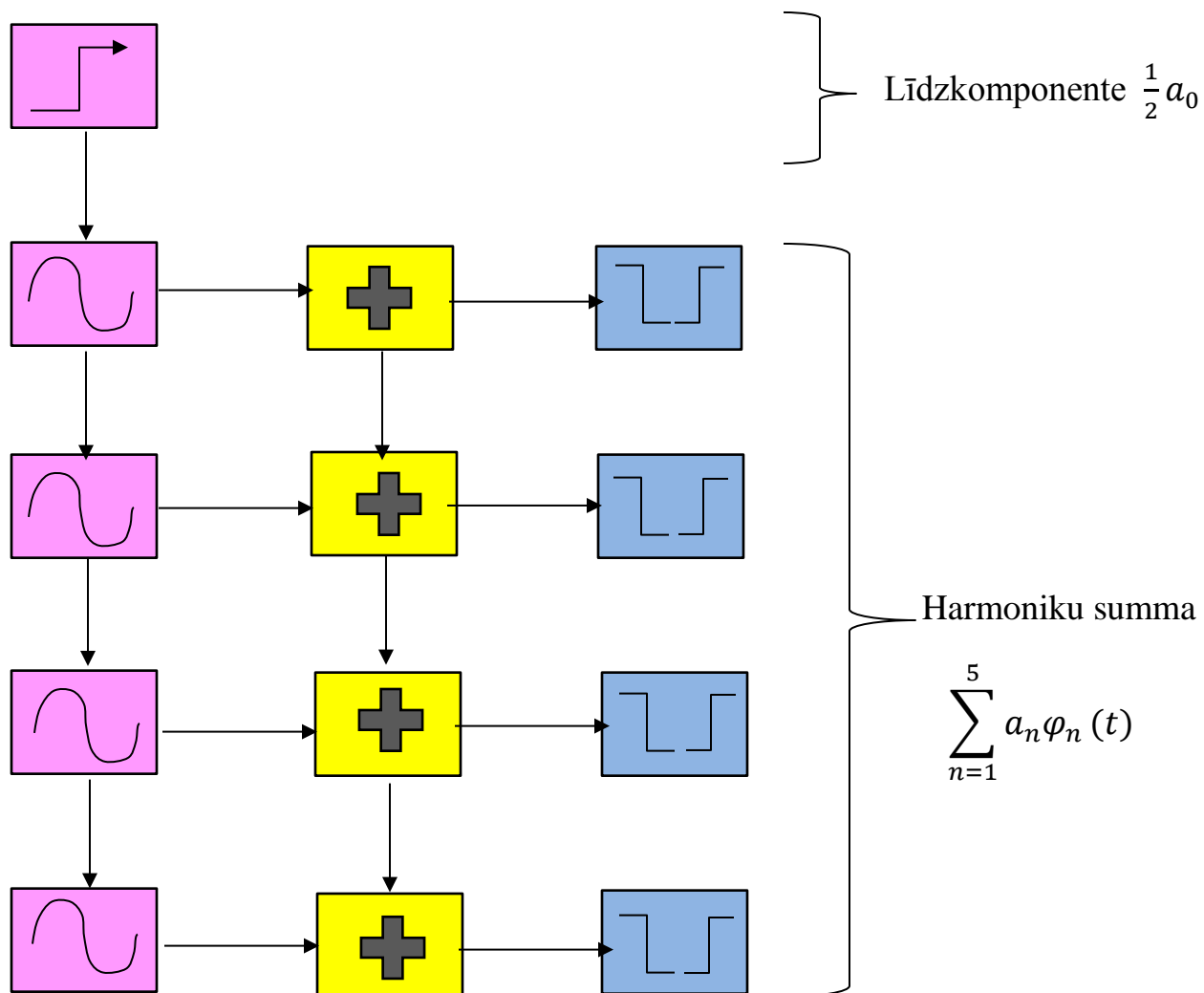
Amplitūdu spektrs



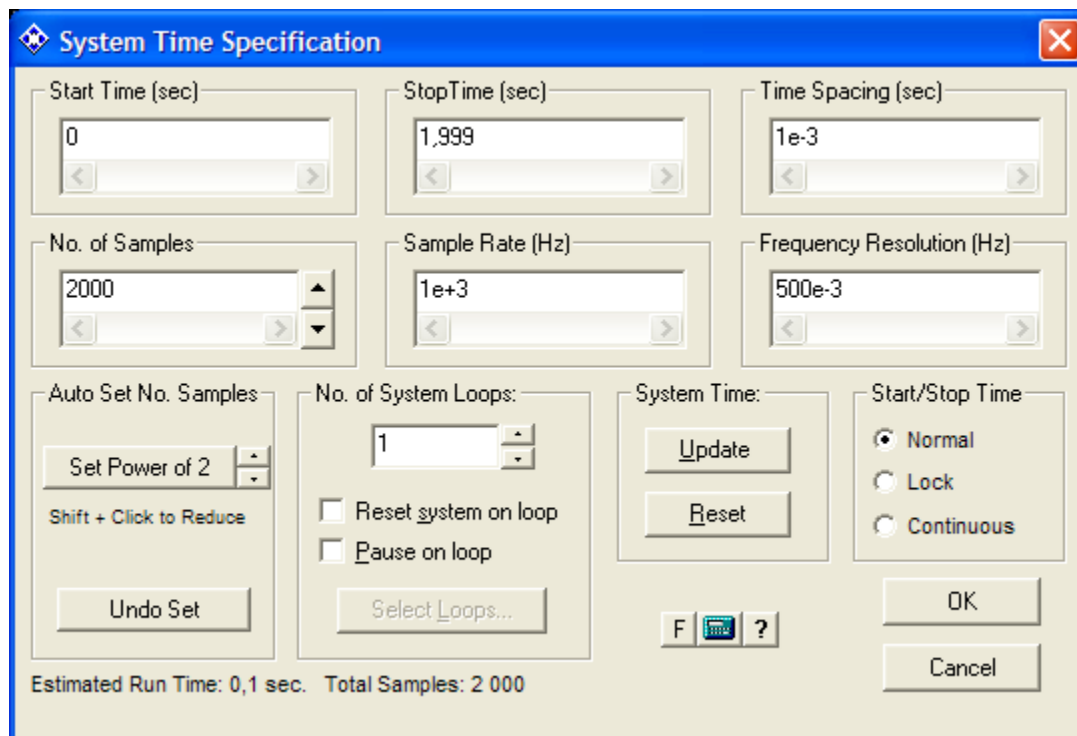
Divpusīgais amplitūdu spektrs



Signāla līdzkomponentes un četru harmoniku summas blokshēma



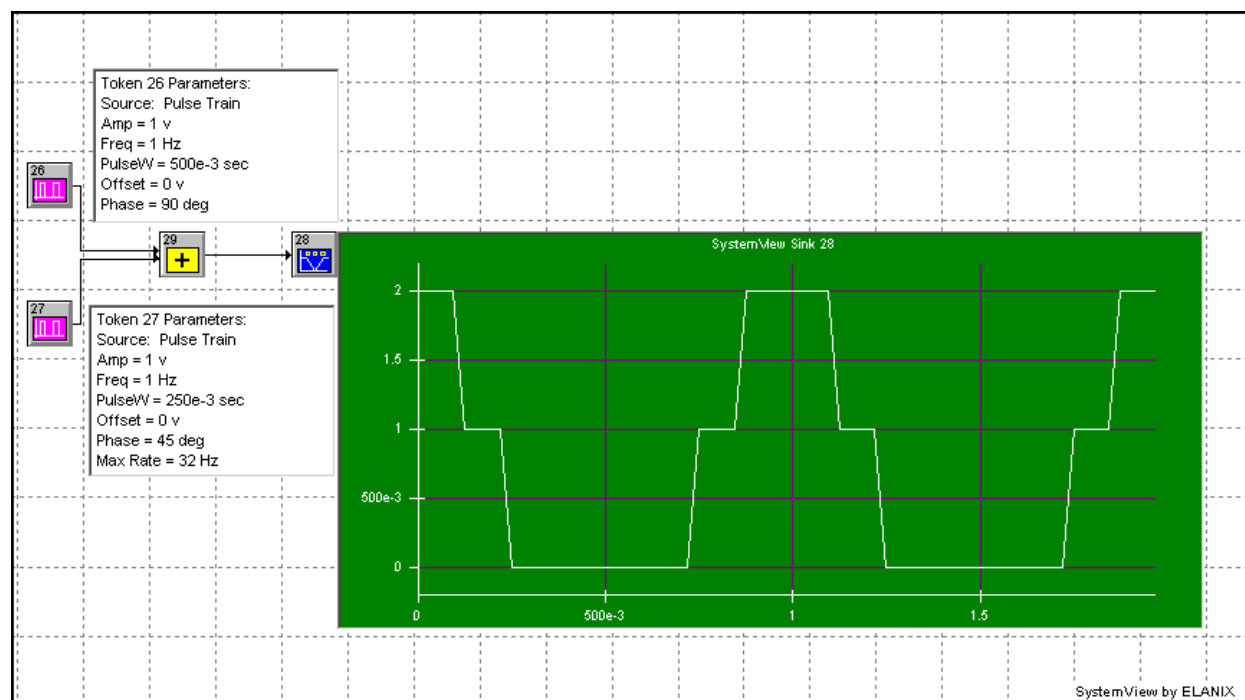
Ar System View izveidojām shēmu ar parametriem:



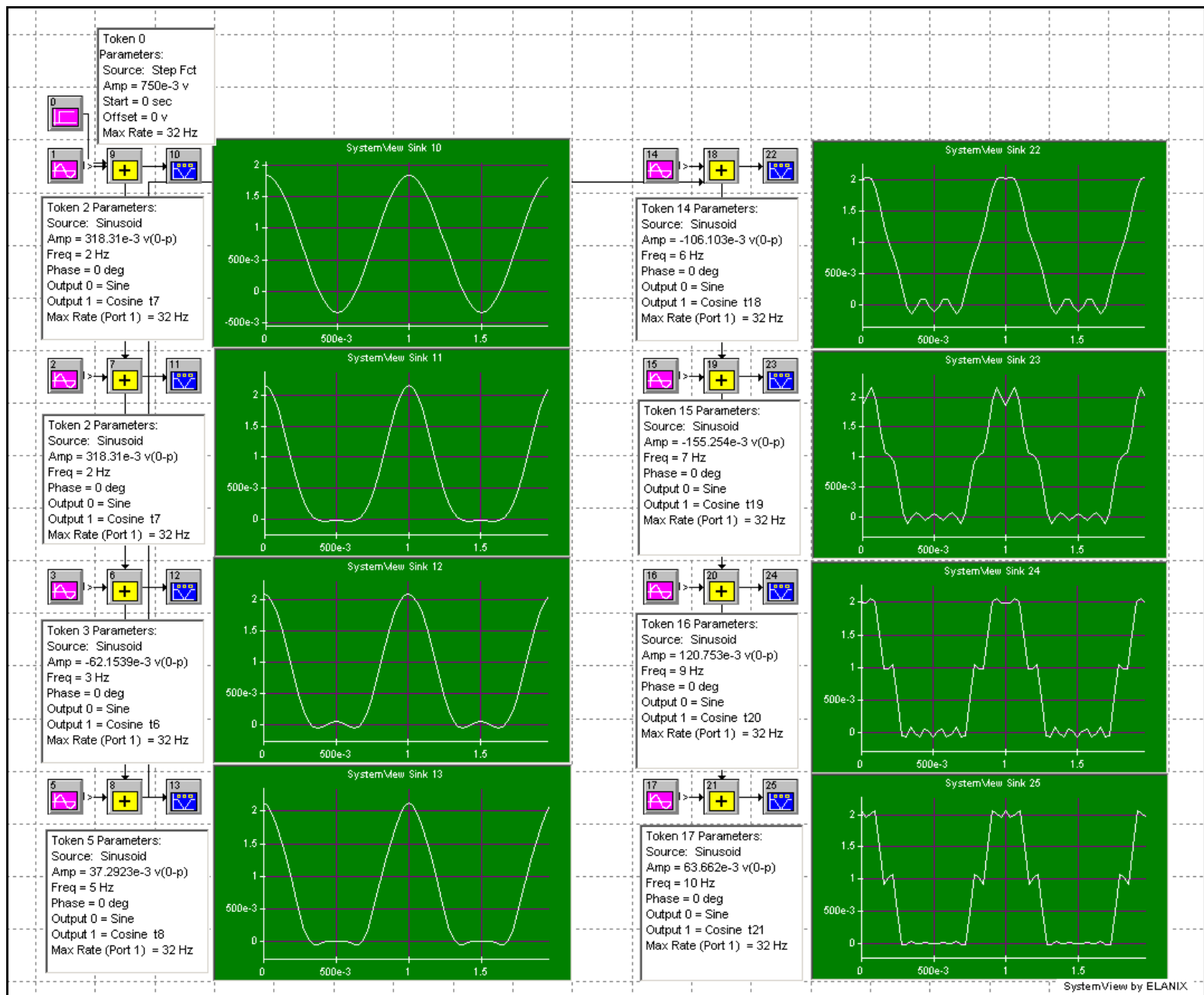
The 'System Time Specification' dialog box contains the following settings:

- Start Time (sec): 0
- StopTime (sec): 1,999
- Time Spacing (sec): 1e-3
- No. of Samples: 2000
- Sample Rate (Hz): 1e+3
- Frequency Resolution (Hz): 500e-3
- Auto Set No. Samples: Set Power of 2 (Shift + Click to Reduce), Undo Set
- No. of System Loops: 1, Reset system on loop (unchecked), Pause on loop (unchecked), Select Loops...
- System Time: Update, Reset
- Start/Stop Time: Normal (selected), Lock (unchecked), Continuous (unchecked)
- Buttons: OK, Cancel
- Footer: Estimated Run Time: 0,1 sec. Total Samples: 2 000

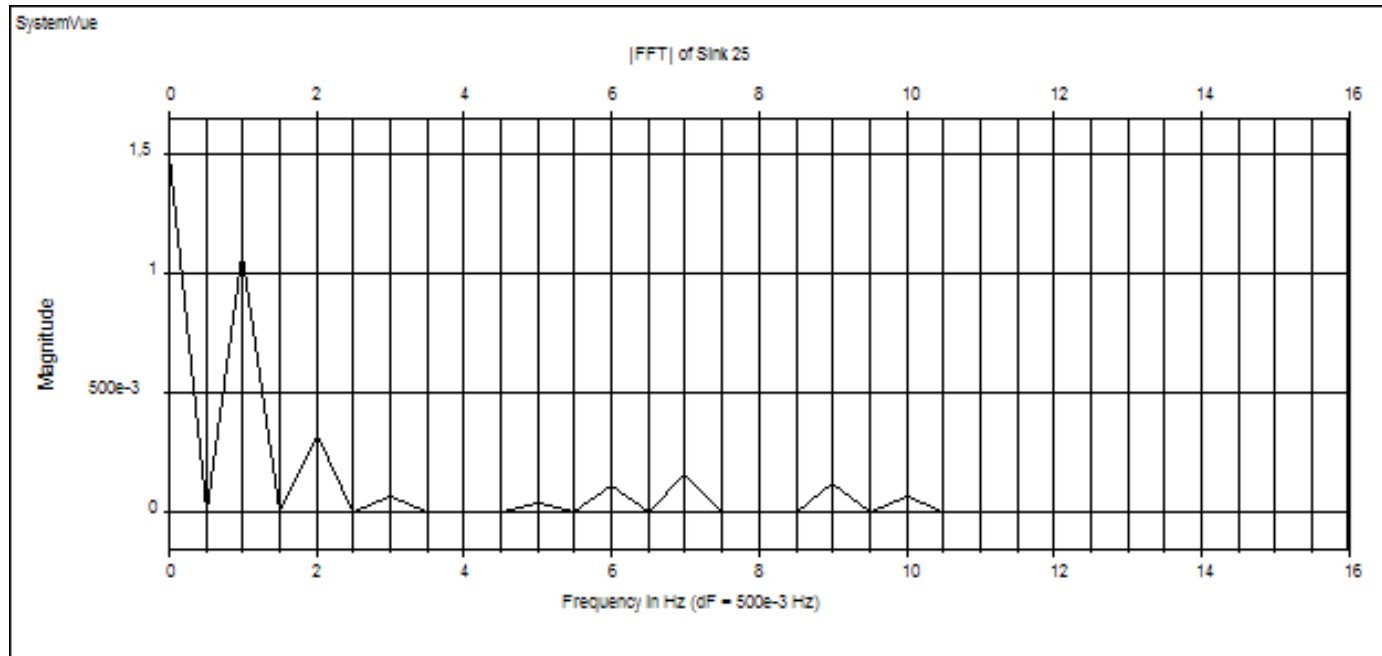
Mūsu signāls:



Saslēdzot iepriekš izveidotu signāla līdzkomponentes un harmoniku summas
blokslēmu, iegūvam:



Ar SystemView funkciju FFT novērojām signālu amplitūdu spektru:



Secinājums

Laboratorijas darba mērķis bija iepazīstināt mūs ar trigonometrisku funkciju Furjē rindām, to pielietojumu, kā arī īpašībām: koeficientiem, amplitūdām u.c.

Mājas darbā no sākuma mēs izvēlējamies periodu. Mūsu gadījumā $T = 1\text{ s}$. Tālāk, izmantojot formulas, iegūvām trigonometrisku funkciju Furjē rindu un kompleksu eksponentfunkciju Furjē rindu. Ar to palīdzību aprēķinājām harmoniku amplitūdas un tos spektrus. Izveidojām signāla blokshēmu ar četrām harmoniku summām.

Laboratorijas darba laikā saslēdzām šo shēmu programmā SystemView. Var redzēt, ka mūsu signālam nepietika četras harmonikas. Tāpēc, lai iegūtu signālu tuvu mūsējam, mums nācās izmantot lielāku harmoniku skaitu. Mēs paņēmām 10 harmonikas un aprēķinājām tās nozīmes. Harmonikām a_4 un a_8 rezultāts bija 0, viņi nevarēja ietekmēt uz mūsu gala signālu. Tāpēc SystemView mēs izmantojām pārējas harmonikas. Pēdēja ekrānā var redzēt, ka iegūtais signāls kļūst līdzīgs mūsējam, tomēr viņš nav pilnīgi precīzs. Tas ir tāpēc, ka mums ir sarežģīts signāls, kuru nevar iegūt, izmantojot 4-5 harmonikas.

Salīdzinot mājās aprēķinātās amplitūdas spektrus ar iegūtiem no SystemView, var secināt, ka laboratorijas darbs ir izpildīts pareizi. Tikai programmas FFT funkcijā nav negatīvu rezultātu, jo tur tiek izmantotas absolūtas nozīmes.