RĪGAS TEHNISKĀ UNIVERSITĀTE
ELEKTRONIKAS UN TELEKOMUNIKĀCIJU FAKULTĀTE

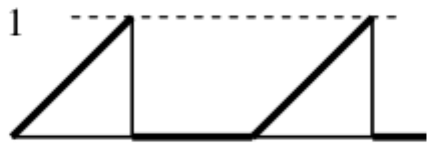
Signālu teorijas pamati
2. laboratorijas darbs

Iepazīšanās ar periodisku signālu izvērsi trigonometrisku funkciju Furjē rindā

Kristiāns Slics
151REB069
REBM01

RĪGA
2017

Mājas darbs



Izteiksme perioda robežās:

$$s(t)=\begin{cases}\frac{2}{T}t, & 0\le t\le \frac{T}{2}\\ 0, & citur\end{cases}$$

Līdzkomponente:

$$\frac{1}{2}a_0=\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}s(t)dt=\frac{1}{T}\int_0^{T/2}\frac{2}{T}t\,dt=\left.\frac{t^2}{T^2}\right|_0^{T/2}=\frac{1}{4}=0.25$$

Rindas koeficients a_n:

$$a_n=\frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}s(t)\cdot\cos\left(n\frac{2\pi}{T}t\right)dt=\frac{2}{T}\int_0^{T/2}\frac{2}{T}t\cdot\cos\left(n\frac{2\pi}{T}t\right)dt=\begin{vmatrix}u=t & dv=\cos\left(n\frac{2\pi}{T}t\right)dt\\ du=dt & v=\frac{T}{2\pi n}\cdot\sin\left(n\frac{2\pi}{T}t\right)\end{vmatrix}=$$

$$=\frac{4}{T^2}\left(\left.\frac{Tt}{2\pi n}\cdot\sin\left(n\frac{2\pi}{T}t\right)\right|_0^{T/2}-\int_0^{\frac{T}{2}}\frac{T}{2\pi n}\cdot\sin\left(n\frac{2\pi}{T}t\right)dt\right)=\frac{4}{T^2}\left(0+\left(\frac{T}{2\pi n}\right)^2\cdot\left.\cos\left(n\frac{2\pi}{T}t\right)\right|_0^{T/2}\right)=$$

$$=\frac{\cos(\pi n)-1}{\pi^2n^2}$$

Rindas koeficients b_n:

$$b_n=\frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}s(t)\cdot\sin\left(n\frac{2\pi}{T}t\right)dt=\frac{2}{T}\int_0^{T/2}\frac{2}{T}t\cdot\sin\left(n\frac{2\pi}{T}t\right)dt=\begin{vmatrix}u=t & dv=\sin\left(n\frac{2\pi}{T}t\right)dt\\ du=dt & v=-\frac{T}{2\pi n}\cdot\cos\left(n\frac{2\pi}{T}t\right)\end{vmatrix}=$$

$$=\frac{4}{T^2}\left(-\left.\frac{Tt}{2\pi n}\cdot\cos\left(n\frac{2\pi}{T}t\right)\right|_0^{T/2}+\int_0^{\frac{T}{2}}\frac{T}{2\pi n}\cdot\cos\left(n\frac{2\pi}{T}t\right)dt\right)=$$

$$=\frac{4}{T^2}\left(-\frac{T^2}{4\pi n}\cdot\cos(n\pi)+\left(\frac{T}{2\pi n}\right)^2\left.\sin\left(n\frac{2\pi}{T}t\right)\right|_0^{T/2}\right)=-\frac{\cos(\pi n)}{\pi n}$$

Pirmo četru harmoniku amplitūda aprēķināšana, pielietojot formulu $C_n=\sqrt{a_n^2+b_n^2}$ un MATLAB:

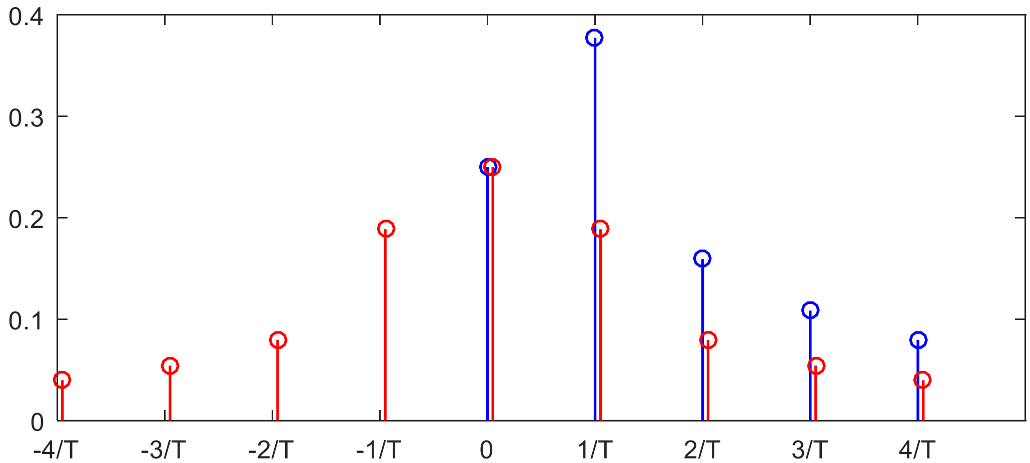
```
n = 1:4;
a_n = (cos(pi*n)-1)./(pi*n).^2;
b_n = -cos(pi*n)./(pi*n);

C0_2 = 0.25; % līdzkomponente
C = double(sqrt(a_n.^2 + b_n.^2))
% fāzes nobīde
fi = double(-atan2(b_n,a_n)/pi*180)
```

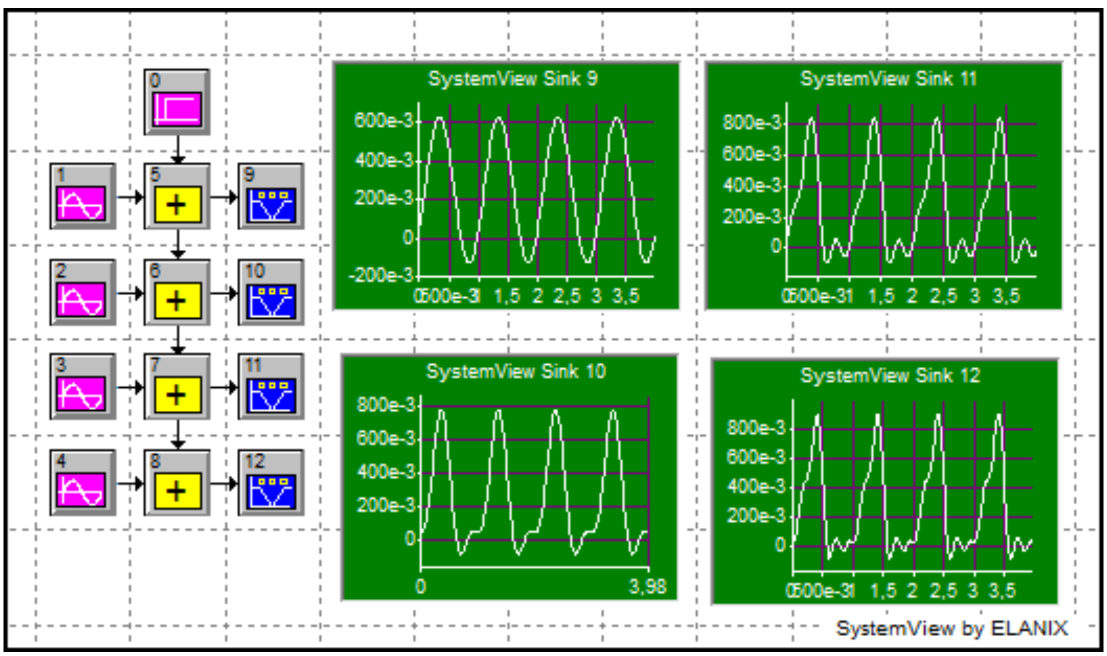
C =	fi =
0.3773	-122.4816
0.1592	90.0000
0.1085	-101.9808
0.0796	90.0000

Amplitūdu spektri (vienpusīgais un divpusīgais) atkarība no frekvences:

```
stem([0:4],[C0_2 C],'LineWidth',1,'color','blue')
hold on
stem([-4:4]+0.05,[fliplr(C)/2 C0_2 C/2],'LineWidth',1,'color','red')
```

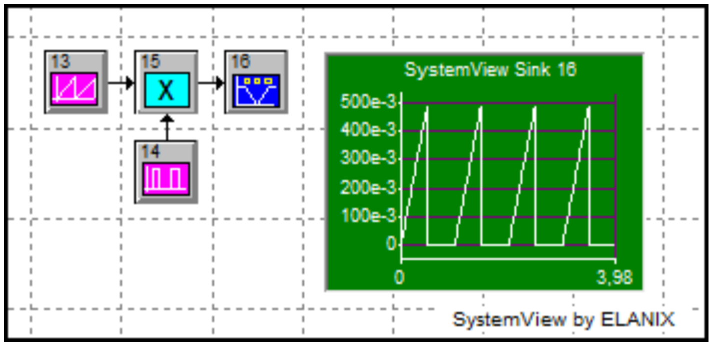


Blokshēmas



Parametri:

Source Token	Amplitude	Frequency	Phase
0. Step Fct	0.2500		
1. Sinusoid	0.3773	1	-122.4816
2. Sinusoid	0.1592	2	90.0000
3. Sinusoid	0.1085	3	-101.9808
4. Sinusoid	0.0796	4	90.0000

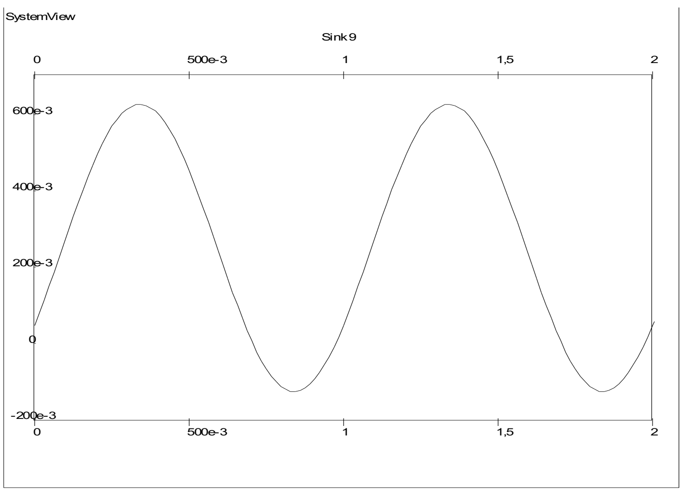


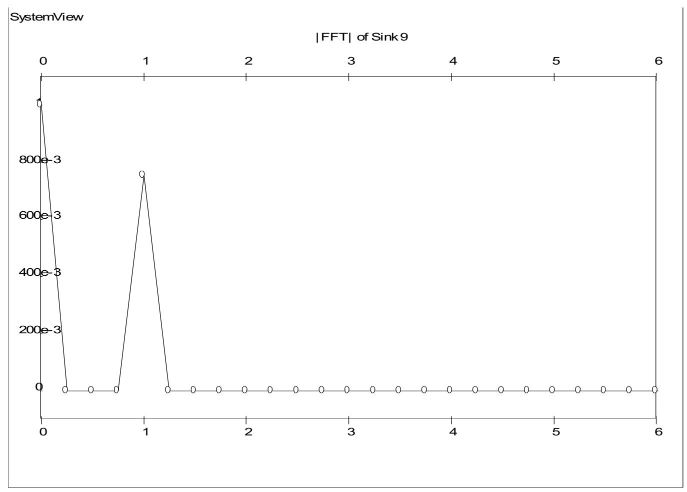
Parametri:

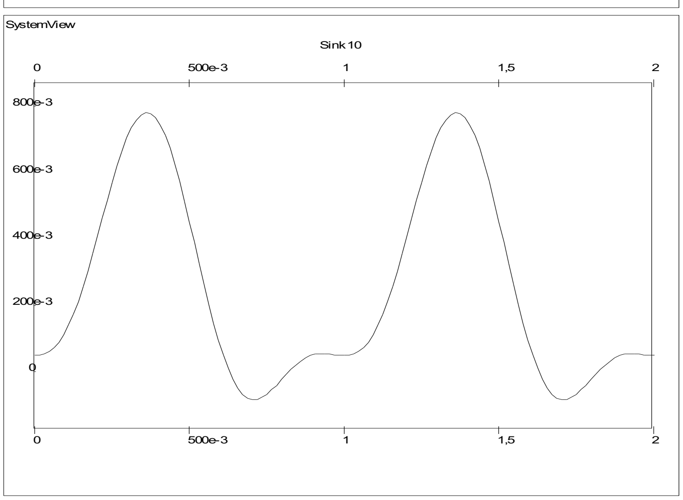
Source Token	Amplitude	Frequency	Pulse Width
13. Sawtooth	1	2	
14. Pulse Train	1	1	0,5

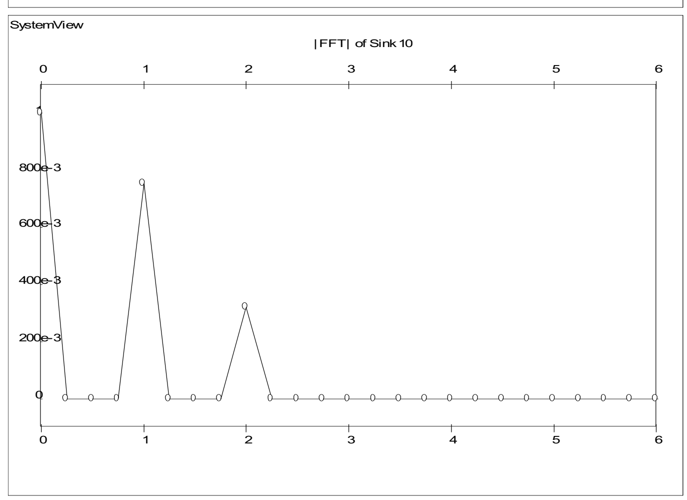
Simulācijas

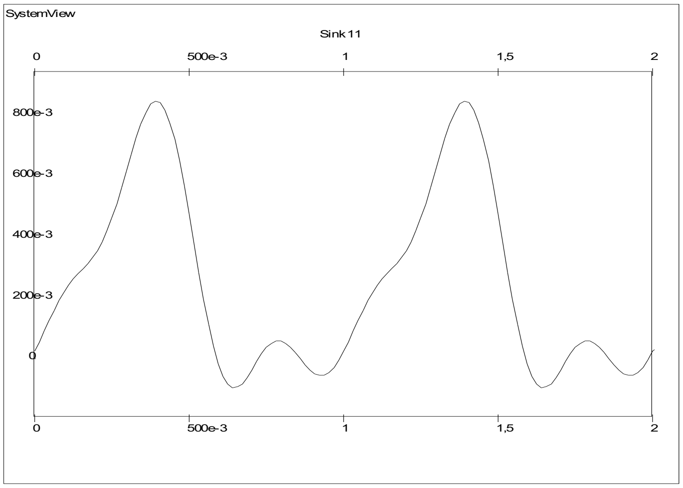
Laika parametri: *Start Time* – 0, *Sample Rate* – 64, *No. Of Samples* – 256

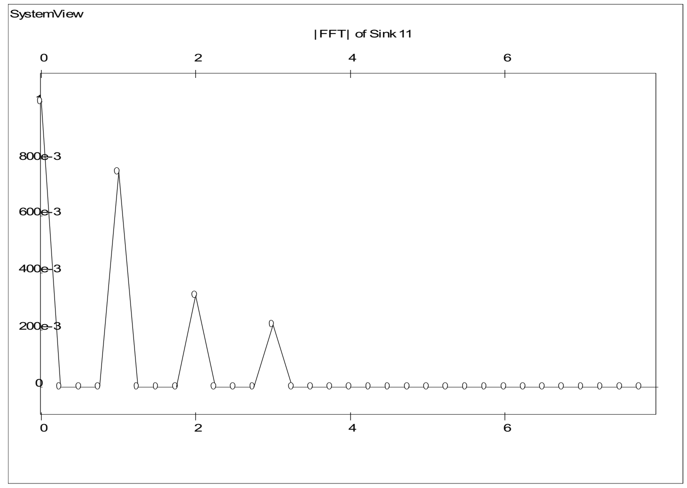


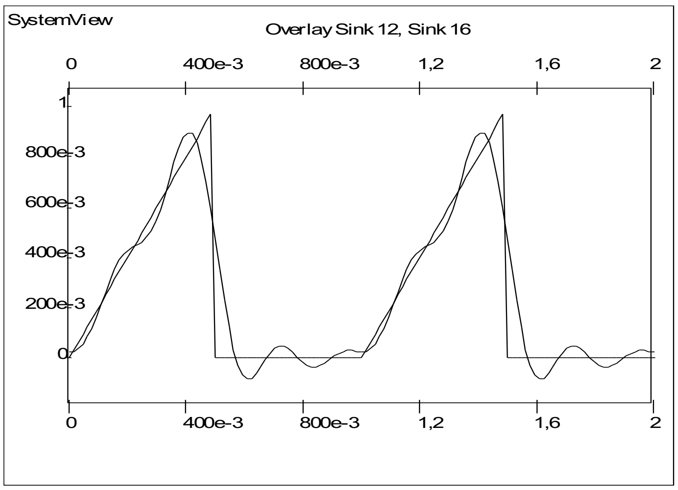


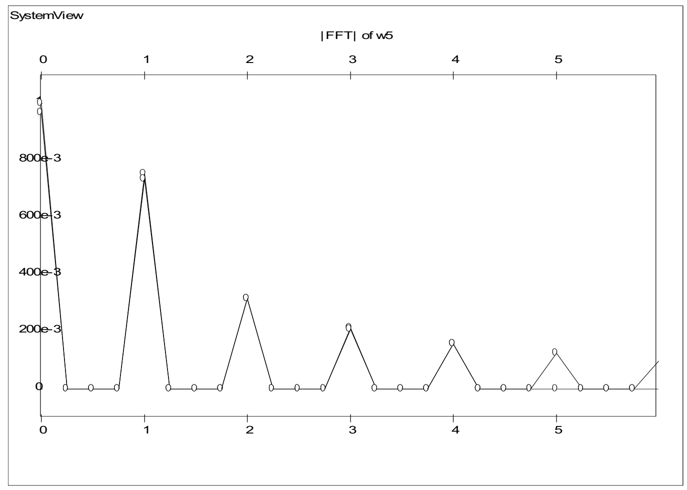












SystemView vērtību salīdzinājums ar aprēķinātajām:

Harmonika	Aprēķinātie	SystemView
0.	0.2500	1.0000
1.	0.3773	0.7546
2.	0.1592	0.3184
3.	0.1085	0.2170
4.	0.0796	0.1592

Secinājumi

Veicot laboratorijas darbu, tika apgūta signālu izveide ar trigonometrisko funkciju Furjē rindas palīdzību, nosakot nepieciešamos rindas koeficientus un saskaitot harmonikas; izdarītie secinājumi:

1. Periodisks signāls sastāv no bezgalīgi daudz harmonikām, tas izriet gan no Furjē rindu formulas, gan arī aplūkojams no zāģveida signāla spektra, kur pie katras $n \cdot f_0$ redzama harmonikas amplitūda (pie lielākām frekvences vērtībām absolūtā vērtība samazinās). Šo sakarību var ņemt vērā, apskatot, kā signāls iedarbojas uz kādu noteiktu ķēdi.
2. No oscilogrammām redzams, ka, lai iegūtu pēc iespējas precīzāku signālu, saskaitāmo harmoniku skaitam arī jābūt lielam – katra nākamā pieskaitītā harmonika uzlabo signāla formu. Harmonikas ar augstām frekvencēm var arī neņemt vērā, jo to amplitūdas ir samērā niecīgas, attiecīgi tās jaudas daļa no signāla ir minimāla, tāpēc aproksimācijai pietiek ar pirmajām harmonikām. Mūsu gadījumā, pieskaitot 4. harmoniku, izveidotais signāls jau sāk atgādināt zāģveida signālu.
3. Salīdzinot System View amplitūdu vērtības ar mājas darba vērtībām, var ievērot, ka līdzkomponente ir 4 reizes lielāka nekā mājas darbā aprēķinātā, bet pārējās harmonikas ir divas reizes. Jāuzsver, ka programma rēķina abpusējo spektru, tāpēc īstenībā arī harmoniku vērtības (abpusējā spektra) ir četras reizes lielākas. Kļūdas rašanās ir tāpēc, ka signāla apskatāmais laiks ir 4 sekundes, bet pats periods ir tikai viena sekunde, tāpēc sistēma 4 reizes pieskaitīja vienu un to pašu spektru. Lai kļūdu novērstu, signālu vajadzētu apskatīt perioda robežās.