

第3章课后习题参考解答(1)

1.

$$(1) \vdash (A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$$

$$1) (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B) \quad \text{定理 1}$$

$$2) A \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B) \quad 1) + \text{定理 6}$$

$$3) (A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B) \quad 2) + A2 + r_{mp}$$

//或直接用 A2: $(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow B))$, 然后前件交换即可//

////////////////////////////////////

$$(2) \neg A \vdash A \rightarrow B$$

$$1) (\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B) \quad A3$$

$$2) \neg A \rightarrow [(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)] \quad 1) + \text{定理 2}$$

$$3) [\neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)] \rightarrow [\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)] \quad 2) + A2 + r_{mp}$$

$$4) \neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A) \quad A1$$

$$5) \neg A \rightarrow (A \rightarrow B) \quad 3) 4) r_{mp} // \text{也可以由已证定理直接来调用} //$$

$$6) \neg A \quad \text{前提}$$

$$7) (A \rightarrow B) \quad 5) 6) r_{mp}$$

////////////////////////////////////

$$(3) A \rightarrow B, \neg(B \rightarrow C) \rightarrow \neg A \vdash A \rightarrow C$$

$$1) (\neg(B \rightarrow C) \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \quad A3$$

$$2) \neg(B \rightarrow C) \rightarrow \neg A \quad \text{前提}$$

$$3) (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \quad 1) 2) r_{mp}$$

$$4) (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)) \quad A2$$

$$5) (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C) \quad 3) 4) r_{mp}$$

$$6) A \rightarrow B \quad \text{前提}$$

$$7) (A \rightarrow C) \quad 5) 6) r_{mp}$$

$$(4) \vdash [A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow \{[A \rightarrow (D \rightarrow B)] \rightarrow [A \rightarrow (D \rightarrow C)]\}$$

$$1) (B \rightarrow C) \rightarrow [(D \rightarrow B) \rightarrow (D \rightarrow C)] \quad \text{定理 5}$$

$$2) A \rightarrow \{(B \rightarrow C) \rightarrow [(D \rightarrow B) \rightarrow (D \rightarrow C)]\} \quad 1) \text{ 加前件}$$

$$3) [A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow \{A \rightarrow [(D \rightarrow B) \rightarrow (D \rightarrow C)]\} \quad 2) + A_2 + r_{mp}$$

$$4) \{A \rightarrow [(D \rightarrow B) \rightarrow (D \rightarrow C)]\} \rightarrow \{[A \rightarrow (D \rightarrow B)] \rightarrow [A \rightarrow (D \rightarrow C)]\} \quad A_2$$

$$5) [A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow \{[A \rightarrow (D \rightarrow B)] \rightarrow [A \rightarrow (D \rightarrow C)]\} \quad 3) 4) + \text{定理 7} + r_{mp}$$

////////////////////////////////////

$$(5) \vdash [A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow \{(C \rightarrow D) \rightarrow [A \rightarrow (B \rightarrow D)]\}$$

$$1) (B \rightarrow C) \rightarrow [(C \rightarrow D) \rightarrow (B \rightarrow D)] \quad \text{定理 7}$$

$$2) [A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow \{[A \rightarrow (C \rightarrow D)] \rightarrow [A \rightarrow (B \rightarrow D)]\}$$

同理上题(4)的证明

$$3) [A \rightarrow (C \rightarrow D)] \rightarrow \{[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [A \rightarrow (B \rightarrow D)]\}$$

2) 前件交换

$$4)$$

$$(C \rightarrow D) \rightarrow \{[A \rightarrow (C \rightarrow D)] \rightarrow \{[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [A \rightarrow (B \rightarrow D)]\}\} \quad 3) \text{ 加前件}$$

$$5) (C \rightarrow D) \rightarrow \{[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [A \rightarrow (B \rightarrow D)]\} \quad 4) + A_2 + A_1 + r_{mp}$$

$$6) [A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow \{(C \rightarrow D) \rightarrow [A \rightarrow (B \rightarrow D)]\} \quad 5) \text{ 前件交换}$$

////////////////////////////////////

$$(6) \vdash [(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow (B \rightarrow C)$$

$$1) [B \rightarrow (A \rightarrow B)] \rightarrow \{[(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow (B \rightarrow C)\} \quad \text{传递}$$

$$2) B \rightarrow (A \rightarrow B) \quad A_1$$

$$3) [(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow (B \rightarrow C) \quad 1) 2) \quad r_{mp}$$

////////////////////////////////////

$$(7) \vdash [(A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)] \rightarrow (B \rightarrow A)$$

方案一:运用传递的方法

$$1) [B \rightarrow (A \rightarrow B)] \rightarrow \{[(A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)] \rightarrow [B \rightarrow (B \rightarrow A)]\} \quad \text{定理 7}$$

2) $[(A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)] \rightarrow [B \rightarrow (B \rightarrow A)]$ 1) +A1+rmP

3) $[B \rightarrow (B \rightarrow A)] \rightarrow (B \rightarrow A)$ 习题 1. (1) 已证结论

6) $[(A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)] \rightarrow (B \rightarrow A)$ 2) 3) +定理 7

方案二:考虑调用定理 14 来证。

1) $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$ 定理 3

2) $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow A$ 1) +定理 13+rmP

3) $B \rightarrow [\neg(A \rightarrow B) \rightarrow A]$ 2) +定理 2

4) $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)$ 3) +定理 6

5) $(B \rightarrow A) \rightarrow (B \rightarrow A)$ 定理 1

6) $[(A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)] \rightarrow (B \rightarrow A)$ 4) 5) +定理 14+rmP

//注意参见定理 14 后的说明//
////////////////////////////////////

(8) $\vdash A \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (C \rightarrow B)]$

1) $(C \rightarrow A) \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (C \rightarrow B)]$ 定理 7

2) $A \rightarrow \{(C \rightarrow A) \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (C \rightarrow B)]\}$ 1) 定理 2

3) $[A \rightarrow (C \rightarrow A)] \rightarrow \{A \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (C \rightarrow B)]\}$ 2) +A2+rmP

4) $A \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (C \rightarrow B)]$ 3) +A1+rmP

////////////////////////////////////

(9) $\vdash [(A \rightarrow B) \rightarrow A] \rightarrow A$

1) $[\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)] \rightarrow \{[(A \rightarrow B) \rightarrow A] \rightarrow (\neg A \rightarrow A)\}$ 定理 7

2) $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$ 定理 3

3) $[(A \rightarrow B) \rightarrow A] \rightarrow (\neg A \rightarrow A)$ 1) 2) rmP

4) $(\neg A \rightarrow A) \rightarrow A$ 定理 8

5) $[(A \rightarrow B) \rightarrow A] \rightarrow A$ 3) 4) 定理 7

//也可以调用定理 14 来证: 只需证 $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow A$ 及 $A \rightarrow A$ 即可, 显然//

////////////////////////////////////

$$(10) \vdash [(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow [(C \rightarrow A) \rightarrow A]$$

方案一：直接由传递定理

$$1) [(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow \{(C \rightarrow A) \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow A]\} \text{ 定理 7}$$

$$2) [(A \rightarrow B) \rightarrow A] \rightarrow A \quad (9) \text{ 题已证}$$

$$3) (C \rightarrow A) \rightarrow \{[(A \rightarrow B) \rightarrow A] \rightarrow A\} \quad 2) \text{ 定理 2}$$

$$4) \{(C \rightarrow A) \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow A]\} \rightarrow [(C \rightarrow A) \rightarrow A] \quad 3) +A2+rmP$$

$$5) [(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow [(C \rightarrow A) \rightarrow A] \quad 1) 4) \text{ 定理 7}$$

方案二：

$$1) (\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow \{[(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow (\neg A \rightarrow C)\} \text{ 定理 7}$$

$$2) \neg A \rightarrow (A \rightarrow B) \text{ 定理 3}$$

$$3) [(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow (\neg A \rightarrow C) \quad 1) 2) \text{ rmp}$$

$$4) (C \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg C) \text{ 定理}$$

$$5) \neg A \rightarrow [(C \rightarrow A) \rightarrow \neg C] \quad 4) + \text{定理 6}$$

$$6) [(C \rightarrow A) \rightarrow \neg C] \rightarrow [C \rightarrow \neg(C \rightarrow A)] \text{ 定理}$$

$$7) \neg A \rightarrow [C \rightarrow \neg(C \rightarrow A)] \quad 5) 6) + \text{定理 7}$$

$$8) (\neg A \rightarrow C) \rightarrow [\neg A \rightarrow \neg(C \rightarrow A)] \quad 7) +A2+rmP$$

$$9) [\neg A \rightarrow \neg(C \rightarrow A)] \rightarrow [(C \rightarrow A) \rightarrow A] \quad A3$$

$$10) (\neg A \rightarrow C) \rightarrow [(C \rightarrow A) \rightarrow A] \quad 8) 9) + \text{定理 7}$$

//此结论也可以直接由传递来做//

$$11) [(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow [(C \rightarrow A) \rightarrow A] \quad 3) 10) + \text{定理 7}$$

//此题也可以调用定理 14 来证//

////////////////////////////////////

$$(11) \vdash [(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow [(A \rightarrow C) \rightarrow C]$$

方案一：运用证明定理 14 的证明方法。

$$1) \neg C \rightarrow (C \rightarrow B) \text{ 定理 3}$$

- 2) $A \rightarrow [\neg C \rightarrow (C \rightarrow B)]$ 1) 定理 2
- 3) $\neg C \rightarrow [A \rightarrow (C \rightarrow B)]$ 2) 定理 6
- 4) $[A \rightarrow (C \rightarrow B)] \rightarrow [(A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B)]$ A_2
- 5) $\neg C \rightarrow [(A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B)]$ 3) 4) 定理 7
- 6) $[(A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B)] \rightarrow [\neg(A \rightarrow B) \rightarrow \neg(A \rightarrow C)]$ 定理 12
- 7) $\neg C \rightarrow [\neg(A \rightarrow B) \rightarrow \neg(A \rightarrow C)]$ 5) 6) 定理 7
- 8) $[\neg C \rightarrow \neg(A \rightarrow B)] \rightarrow [\neg C \rightarrow \neg(A \rightarrow C)]$ 7) $A_2 + r_{mp}$
//由此可以看出与证明定理 14 的方法相同//
- 9) $[(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow [\neg C \rightarrow \neg(A \rightarrow B)]$ 定理 12
- 10) $[(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow [\neg C \rightarrow \neg(A \rightarrow C)]$ 9) 8) 定理 7
- 11) $[\neg C \rightarrow \neg(A \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow C) \rightarrow C]$ A_3
- 12) $[(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow [(A \rightarrow C) \rightarrow C]$ 10) 11) 定理 7

方案二：直接调用定理 14 来证。

- 1) $[(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow \{(A \rightarrow C) \rightarrow [\neg(A \rightarrow B) \rightarrow A] \rightarrow C\}$ 定理 14
- 2) $\{(A \rightarrow C) \rightarrow [\neg(A \rightarrow B) \rightarrow A] \rightarrow C\}$
 $\rightarrow \{[\neg(A \rightarrow B) \rightarrow A] \rightarrow [(A \rightarrow C) \rightarrow C]\}$ 定理 6
- 3) $[(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow \{[\neg(A \rightarrow B) \rightarrow A] \rightarrow [(A \rightarrow C) \rightarrow C]\}$ 1) 2) + 定理 7
- 4) $[\neg(A \rightarrow B) \rightarrow A] \rightarrow \{[(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow [(A \rightarrow C) \rightarrow C]\}$ 3) + 定理 6
- 5) $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$ 定理 3
- 6) $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow A$ 5) + 定理 13 + rmp
- 7) $[(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow [(A \rightarrow C) \rightarrow C]$ 4) 6) rmp

方案三：根据定理 14 只需证明 $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow [(A \rightarrow C) \rightarrow C]$

及 $C \rightarrow [(A \rightarrow C) \rightarrow C]$ (显然)。

证 $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow [(A \rightarrow C) \rightarrow C]$:

- 1) $\neg C \rightarrow (C \rightarrow B)$ 定理
- 2) $A \rightarrow (\neg C \rightarrow (C \rightarrow B))$ 1) + 定理 2
- 3) $\neg C \rightarrow (A \rightarrow (C \rightarrow B))$ 2) + 定理 6
- 4) $(A \rightarrow (C \rightarrow B)) \rightarrow [(A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B)]$ A2
- 5) $\neg C \rightarrow [(A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B)]$ 3) 4) + 定理 7
- 6) $(A \rightarrow C) \rightarrow [\neg C \rightarrow (A \rightarrow B)]$ 5) + 定理 6
- 7) $[\neg C \rightarrow (A \rightarrow B)] \rightarrow [\neg(A \rightarrow B) \rightarrow C]$ 定理
- 8) $(A \rightarrow C) \rightarrow [\neg(A \rightarrow B) \rightarrow C]$ 6) 7) + 定理 7
- 9) $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow [(A \rightarrow C) \rightarrow C]$ 8) + 定理 6

////////////////////////////////////

(12) $\vdash [[(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow D] \rightarrow [(B \rightarrow D) \rightarrow (A \rightarrow D)]$

//采用证明定理 14 的证明方法//

- 1) $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow C]$ 定理 3
- 2) $\{\neg(A \rightarrow B) \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow C]\} \rightarrow \{\neg[(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow (A \rightarrow B)\}$ 定理 13
- 3) $\neg[(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow (A \rightarrow B)$ 1) 2) r_{mp}
- 4) $\neg D \rightarrow \{\neg[(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow (A \rightarrow B)\}$ 3) 定理 2
- 5) $\{\neg D \rightarrow \neg[(A \rightarrow B) \rightarrow C]\} \rightarrow [\neg D \rightarrow (A \rightarrow B)]$ 4) $A_2 + r_{mp}$
- 6) $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$ 已证定理
- 7) $\neg D \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)]$ 6) 定理 2
- 8) $[\neg D \rightarrow (A \rightarrow B)] \rightarrow [\neg D \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)]$ 7) $A_2 + r_{mp}$
- 9) $\{\neg D \rightarrow \neg[(A \rightarrow B) \rightarrow C]\} \rightarrow [\neg D \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)]$ 5) 8 定理 7
- 10) $\{[(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow D\} \rightarrow \{\neg D \rightarrow \neg[(A \rightarrow B) \rightarrow C]\}$ 定理 12

- 11) $\{[(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow D\} \rightarrow \{\neg D \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)\}$ 10) 9) 定理 7
- 12) $\{\neg D \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)\} \rightarrow [(\neg D \rightarrow \neg B) \rightarrow (\neg D \rightarrow \neg A)]$ A_2
- 13) $[(B \rightarrow D) \rightarrow (\neg D \rightarrow \neg B)] \rightarrow$
 $\{[(\neg D \rightarrow \neg B) \rightarrow (\neg D \rightarrow \neg A)] \rightarrow [(B \rightarrow D) \rightarrow (\neg D \rightarrow \neg A)]\}$ 定理 7
- 14) $[(B \rightarrow D) \rightarrow (\neg D \rightarrow \neg B)]$ 定理 12
- 15) $[(\neg D \rightarrow \neg B) \rightarrow (\neg D \rightarrow \neg A)] \rightarrow [(B \rightarrow D) \rightarrow (\neg D \rightarrow \neg A)]$ 13) 14) r_{mp}
- 16) $[(\neg D \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow D)]$ A_3
- 17) $(B \rightarrow D) \rightarrow [(\neg D \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow D)]$ 16) 定理 2
- 18) $[(B \rightarrow D) \rightarrow (\neg D \rightarrow \neg A)] \rightarrow [(B \rightarrow D) \rightarrow (A \rightarrow D)]$ 17) $A_2 + r_{mp}$
- 19) $[(\neg D \rightarrow \neg B) \rightarrow (\neg D \rightarrow \neg A)] \rightarrow [(B \rightarrow D) \rightarrow (A \rightarrow D)]$ 15) 18) 定理 7
- 20) $\{\neg D \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)\} \rightarrow [(B \rightarrow D) \rightarrow (A \rightarrow D)]$ 12) 19) 定理 7
- 21) $\{[(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow D\} \rightarrow [(B \rightarrow D) \rightarrow (A \rightarrow D)]$ 11) 20) 定理 7
- //这里也可以仿照 (11) 题的方法来处理。//
 //////////////////////////////////////
- (13) $\vdash (A \rightarrow C) \rightarrow \{(B \rightarrow C) \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow B] \rightarrow C\}$
- //采用证明定理 14 的证明方法//
- 1) $[\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)] \rightarrow \{[(A \rightarrow B) \rightarrow B] \rightarrow (\neg A \rightarrow B)\}$ 定理 7
- 2) $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$ 定理 3
- 3) $[(A \rightarrow B) \rightarrow B] \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$ 1) 2) r_{mp}
- 4) $\neg A \rightarrow \{[(A \rightarrow B) \rightarrow B] \rightarrow B\}$ 3) 定理 6
- 5) $\{[(A \rightarrow B) \rightarrow B] \rightarrow B\} \rightarrow \{\neg B \rightarrow \neg[(A \rightarrow B) \rightarrow B]\}$ 定理 12
- 6) $\neg A \rightarrow \{\neg B \rightarrow \neg[(A \rightarrow B) \rightarrow B]\}$ 4) 5) 定理 7
- 7) $\neg C \rightarrow \{\neg A \rightarrow [\neg B \rightarrow \neg[(A \rightarrow B) \rightarrow B]]\}$ 6) 定理 2
- 8) $(\neg C \rightarrow \neg A) \rightarrow \{\neg C \rightarrow [\neg B \rightarrow \neg[(A \rightarrow B) \rightarrow B]]\}$ 7) $A_2 + r_{mp}$

9) $\{\neg C \rightarrow [\neg B \rightarrow \neg[(A \rightarrow B) \rightarrow B]]\} \rightarrow$

$\{(\neg C \rightarrow \neg B) \rightarrow [\neg C \rightarrow \neg[(A \rightarrow B) \rightarrow B]]\} \quad A_2$

10) $(\neg C \rightarrow \neg A) \rightarrow \{(\neg C \rightarrow \neg B) \rightarrow [\neg C \rightarrow \neg[(A \rightarrow B) \rightarrow B]]\} \quad 8) \ 9) \text{ 定理 7}$

11) $[\neg C \rightarrow \neg[(A \rightarrow B) \rightarrow B]] \rightarrow [[(A \rightarrow B) \rightarrow B] \rightarrow C] \quad A_3$

12) $(\neg C \rightarrow \neg B) \rightarrow \{[\neg C \rightarrow \neg[(A \rightarrow B) \rightarrow B]] \rightarrow$

$[[(A \rightarrow B) \rightarrow B] \rightarrow C]\} \quad 11) \text{ 定理 2}$

13) $\{(\neg C \rightarrow \neg B) \rightarrow [\neg C \rightarrow \neg[(A \rightarrow B) \rightarrow B]]\} \rightarrow$

$\{(\neg C \rightarrow \neg B) \rightarrow [[(A \rightarrow B) \rightarrow B] \rightarrow C]\} \quad 12) \quad A_2 + r_{mp}$

14) $(\neg C \rightarrow \neg A) \rightarrow \{(\neg C \rightarrow \neg B) \rightarrow [[(A \rightarrow B) \rightarrow B] \rightarrow C]\} \quad 10) \ 13) \text{ 定理 7}$

15) $(A \rightarrow C) \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg A) \quad \text{定理 12}$

16) $(A \rightarrow C) \rightarrow \{(\neg C \rightarrow \neg B) \rightarrow [[(A \rightarrow B) \rightarrow B] \rightarrow C]\} \quad 14) \ 15) \text{ 定理 7}$

17) $(\neg C \rightarrow \neg B) \rightarrow \{(A \rightarrow C) \rightarrow [[(A \rightarrow B) \rightarrow B] \rightarrow C]\} \quad 16) \text{ 定理 6}$

18) $(B \rightarrow C) \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg B) \quad \text{定理 12}$

19) $(B \rightarrow C) \rightarrow \{(A \rightarrow C) \rightarrow [[(A \rightarrow B) \rightarrow B] \rightarrow C]\} \quad 17) \ 18) \text{ 定理 7}$

20) $(A \rightarrow C) \rightarrow \{(B \rightarrow C) \rightarrow [[(A \rightarrow B) \rightarrow B] \rightarrow C]\} \quad 19) \text{ 定理 6}$

//这里同样可以仿照 (11) 题的方法来处理。//

////////////////////////////////////

(14) $\vdash (A \rightarrow C) \rightarrow \{(B \rightarrow C) \rightarrow [[(B \rightarrow A) \rightarrow A] \rightarrow C]\}$

1) $(B \rightarrow C) \rightarrow \{(A \rightarrow C) \rightarrow [[(B \rightarrow A) \rightarrow A] \rightarrow C]\}$

由上题 (13) 的已证结论

2) $(A \rightarrow C) \rightarrow \{(B \rightarrow C) \rightarrow [[(B \rightarrow A) \rightarrow A] \rightarrow C]\} \quad 1) + \text{定理 6}$

//以上的证明仅供大家参考，证法不唯一，大家可以多尝试一下其他的方案。//