المدرسة الوطنية للعلوم التطبيقية -أكادير

ÉCOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUÉES - AGADIR

ENSA4/FID/2022-2023

Rapport de Projet de Fin d'Année

Thème :

Optimisation d'un portefeuille diversifié : Utilisation de la méthode de Monte Carlo

---

Présenté par :

AMEDEGNATO Honoufa Claudia-Marieta

DJANAME Pag-yendu

spécialité : **Finance et Ingénierie Décisionnelle**

Encadré par :
Mr Brahim EL ASRI, *à l'ENSA*
Mr ANASS Nadim, *à l'Entreprise*

Entreprise :

ORACLE CAPITAL

Soutenu le 09 Juin 2023, devant la commission du jury :

Mr Brahim EL ASRI
Mr Idriss EL OUAFA
Mr Said TAARABTI

Nos sincères remerciements

Tout d'abord à **DIEU** : nous sommes reconnaissants pour les bénédictions et les opportunités qui se sont présentées à nous.

Nous souhaitons adresser nos sincères remerciements à **Monsieur Brahim EL ASRI**, notre professeur et encadrant pour son encadrement tout au long de notre projet. Les conseils judicieux et le suivi dont nous avons pu bénéficier ont su nous orienter, nous motiver, nous guider tout au long de notre travail. Nous lui sommes reconnaissants d'avoir partagé son savoir et son expérience avec nous.

À **Monsieur Anass NADIM**, nous tenons à exprimer nos sincères remerciements pour sa précieuse contribution en tant qu'encadrant de stage dans notre projet. Grâce à ses orientations, sa volonté de nous aider, nous avons pu approfondir nos connaissances et acquérir une expérience pratique enrichissante. Nous sommes heureux de l'opportunité qu'il nous a donné de travailler avec lui et de bénéficier de son encadrement professionnel.

Nous n'oublions pas d'exprimer notre gratitude à l'attention de notre professeure **Mme Ghizlane LAKHNATI** pour son dévouement, son aide précieuse dans la compréhension et la réalisation de notre projet. Ses explications claires, ses conseils et sa disponibilité ont grandement facilité notre apprentissage. Elle a su répondre à nos questions et corrigé nos erreurs.

Nous adressons notre profonde reconnaissance envers **Mr Idriss EL OUAFA, Mr Said TAARABTI, Mr Brahim EL ASRI** pour leur rôle en tant que membres du jury de notre soutenance. Leur présence et leur attention lors de la soutenance nous honorent et nous sommes reconnaissants de pouvoir bénéficier de leur expertise, de leurs commentaires et de leurs conseils.

À nos familles, nous leurs sommes infiniment reconnaissants pour leur amour,leur soutien financier, émotionnel et logistique, leur confiance en nous et leurs encouragements constants et à nos amis,pour leur soutien moral, le réconfort,leur effort de relecture et de correction et leur aide dans l'aboutissement de ce projet.

Résumé

Notre projet se concentre sur l'exploration de l'application de la méthode de simulation de Monte-Carlo dans la gestion de portefeuilles et la gestion des risques financiers, méthode qui offre une approche très intéressante pour aborder notre problématique qui est celle de la prise de décision dans l'incertain.

Nous allons tout d'abord commencé par la collecte et le traitement de données financières, notamment les cours historiques des actifs côtés sur les marchés. Ensuite, la méthode de simulation de Monte-Carlo sera utilisée pour générer de multiples scénarios de rendements possibles pour les actifs sélectionnés.

À partir de là, nous allons constitué des portefeuilles en tenant compte des objectifs d'investissement spécifiques, tels que la minimisation de la variance ou la maximisation du ratio de Sharpe. Nous évaluerons ces portefeuilles à l'aide de mesures de performance puis nous réaliserons une analyse des risques pour mieux comprendre les risques qui leur sont associés et identifier des stratégies optimales avec un équilibre risque rendement.

Enfin nous allons intégré l'inflation à notre modèle et nous passerons à l'implémentation d'une interface graphique qui permettra de rendre notre travail accessible et ainsi permettre son amélioration.

Mots-Clés

Portefeuille /Diversification/ investissement / Rendement /Risque /Simulation /Markowitz /Monte-Carlo /Marchés financiers

Abstract

Our project focuses on exploring the application of the Monte-Carlo simulation method in portfolio management and financial risk management, which offers a very interesting approach to address our problem.

Firstly, we will start by collecting and processing financial data, including historical prices of assets traded in the markets. Then, the Monte-Carlo simulation method will be used to generate multiple scenarios of potential returns for the selected assets.

From there, we will construct portfolios taking into account specific investment objectives, such as minimizing variance or maximizing the Sharpe ratio. We will evaluate these portfolios using performance measures and conduct a risk analysis to better understand the associated risks and identify optimal strategies with a risk-return balance.

Finally, we will integrate inflation into our model and proceed with the implementation of a user-friendly graphical interface, which will make our work accessible and facilitate further improvements.

KeyWords

Portfolio / Diversification / Investment / Return / Risk / Simulation / Markowitz / Monte-Carlo / Financial markets

Liste des figures

Liste des tableaux

Liste des abréviations

IPO : *Initial Public Offering*

TCL :*Theorem Central Limit*

MPT : *Modern Portfolio Theory*

CAPM : *Capital Asset Pricing Model*

VaR : *Value at Risk*

CVaR : *Conditionnal Value at Risk*

ES : *Expected Shortfall*

GMV : *Global Minimum Variance*

ETF : *Exchange Trade Fund*

RMSE : *Root Mean Square Error*

SCR : *Somme des Carrés de Régression*

Table des matières

Introduction générale

La crise économique de 1929 fait partie des évènements les plus marquants de l'histoire de l'économie internationale. Elle a eu un impact significatif sur le monde de la gestion des actifs. Mais au-delà des conséquences négatives, cette crise a permis une mise en lumière des dangers et des risques auxquels l'on est confrontés quand on choisit d'investir sur les marchés financiers, appelant donc à la prudence en matière d'investissement. En effet, avant la crise, la bourse était associée à la création certaine de richesse. Elle était considérée comme un moyen simple et rapide de réaliser des gains importants.

Aussi, le Krach Boursier a permis une remise en question des stratégies traditionnelles d'investissement, une rupture avec certaines anciennes pratiques. Ainsi de nouvelles approches qui prennent en compte le risque et qui cherchent à le minimiser ont pu voir le jour, les investisseurs ayant compris que le seul fait d'acheter ou vendre sur le marché boursier ne pouvait leur garantir une rentabilité sur le long terme.

Avec la mondialisation et l'ouverture des marchés,plusieurs grands travaux comme le MPT[5], le CAPM[5], la VaR[1] ont été réalisés au fil des années pour améliorer les méthodes et les techniques utilisées pour optimiser un portefeuille d'actifs.

Dans ce projet, notre objectif est d'explorer une approche particulière pour la gestion de portefeuille : l'utilisation de la méthode de Monte-Carlo[10] [7][4]. Cette méthode repose sur la simulation statistique pour évaluer les performances potentielles d'un portefeuille et prendre des décisions fondées, non pas intuitives. L'utilisation de cette méthode est motivée par sa capacité à traiter l'incertitude et les fluctuations des marchés financiers qui sont soumis à des changements constants.

Nous explorerons, dans les premiers chapitres, les concepts clés de la gestion de portefeuille et expliquerons en détail la méthode de Monte-Carlo et son application dans ce contexte. Nous analyserons les différentes étapes impliquées dans la mise en œuvre d'une simulation de Monte-Carlo puis nous discuterons des facteurs à prendre en compte lors de la construction d'un portefeuille diversifié, la diversification étant l'un des principes fondamentaux de la gestion de portefeuille. Nous aborderons également les considérations liées à la gestion des risques et à l'évaluation des performances.

Enfin, nous présenterons la mise en œuvre de la méthode, un exemple pratique pour illustrer l'utilisation de la méthode et démontrer son efficacité dans la prise de décisions d'investissement.

Chapitre 1

Contexte général du projet

1.1 Présentation de l'organisme d'accueil

1.1.1 Profil de l'entreprise

ORACLE CAPITAL est une start-up spécialisée en intelligence artificielle pour les décisions d'investissement et le trading. Basée à Londres, en Angleterre, au Royaume-Uni, c'est une entreprise qui se positionne comme un acteur majeur dans le domaine de l'innovation technologique appliquée aux marchés financiers.

Elle s'engage à fournir des solutions d'investissement de haute qualité à ses clients, en combinant l'expertise humaine avec la puissance de l'intelligence artificielle.

En tant qu'entreprise axée sur l'innovation, elle se met constamment à la recherche de nouvelles façons d'améliorer ses capacités d'analyse et de prédiction. Elle investit beaucoup dans la recherche et le développement pour développer des algorithmes avancés et des modèles prédictifs qui lui permettent d'identifier les opportunités d'investissement les plus prometteuses.

1.1.2 Les activités de l'entreprise

Les principales activités de la start-up sont :

- **L'analyse et prédiction des marchés financiers** :elle utilise des algorithmes avancés et des modèles prédictifs basés sur l'intelligence artificielle pour fournir des prévisions et des analyses approfondies sur les performances des actifs financiers.

- **La gestion de portefeuille** : elle propose des services de gestion de portefeuille personnalisés, adaptés aux besoins et aux objectifs d'investissement de nos clients.
- **Le trading automatisé** : elle développe et met en œuvre des stratégies de trading permettant d'effectuer des transactions en temps réel, en analysant les conditions du marché et en prenant des décisions basées sur des règles prédéfinies.
- **Les conseils en investissement** : elle fournit des conseils en investissement personnalisés à ses clients, en tenant compte de leur profil d'investisseur, de leurs objectifs financiers et de leur tolérance au risque. Elle les guide dans le choix des actifs financiers, des stratégies d'investissement et des périodes d'achat et de vente appropriées.

1.2 Cadre du projet

1.2.1 Choix du thème et intérêt

Le thème que nous abordons est celui de l'optimisation des portefeuilles diversifiés en utilisant la méthode de Monte-Carlo.

En effet, l'utilisation de la simulation de Monte-Carlo nous offre une opportunité d'approfondir nos connaissances en finance quantitative et en méthodes d'optimisation. Ce projet nous permet d'explorer et de mettre en pratique des concepts tels que la modélisation des rendements financiers, l'évaluation des risques, la diversification du portefeuille. Il nous permet également de développer des compétences en programmation, en manipulation de données financières et en interprétation des résultats.

D'un point de vue plus pratique, la simulation de Monte-Carlo offre une approche réaliste pour évaluer et optimiser les portefeuilles d'investissement. En simulant de nombreux scénarios de rendements possibles, cette méthode nous permet de prendre en compte l'incertitude et la volatilité sur les marchés financiers. Elle offre ainsi une estimation plus précise des performances attendues et des risques associés à un portefeuille donné. Cela aide les investisseurs à prendre des décisions plus éclairées en matière d'allocation d'actifs, de diversification et de gestion des risques.

1.2.2 Problématique

Nous avons entrepris ce projet pour pouvoir apporter une réponse, du moins, une approche de résolution à la question suivante : Comment parvenir à prendre des décisions, à faire des choix éclairés en matière d'investissement, dans un environnement financier incertain, qui n'est pas toujours prévisible ? Comment constituer un portefeuille d'actifs qui offre un meilleur compromis rendement risque ?

1.2.3 Méthodologie de travail

Pour nous assurer de fournir un travail de qualité, nous avons choisi de suivre une méthodologie de travail. Cela nous permet de mieux nous organiser, de mieux planifier les différentes tâches en nous offrant un cadre méthodique, ce qui assure une structure logique et cohérente au projet.

Le projet est donc subdivisé en deux grandes parties : une partie théorique et une pratique.

Dans la première partie, celle théorique, nous allons à la pêche aux informations pour comprendre plus profondément la problématique que nous avons choisi de traiter. Ainsi, nous nous intéresserons d'abord à la méthode de Monte-Carlo dans son ensemble, au fonctionnement de la méthode, les conditions de validité et à la possibilité de l'appliquer en finance. Ensuite nous nous tournerons vers la gestion de portefeuille pour analyser son évolution au cours du temps et mieux comprendre les théories et hypothèses sur lesquels elle se base, en prenant soin de définir les notions propres à cette discipline dont on se servira dans la partie pratique. Enfin, nous introduirons la notion de gestion de risque, qui va de paire avec celle de gestion de portefeuille et nous parlerons de la Value at Risk et d'autres mesures de risque.

Et dans la deuxième partie, nous mettrons en pratique la théorie pour constituer des portefeuilles optimaux selon les objectifs d'investissement, mesurer les risques et les performances. Nous intégrerons aussi l'inflation à notre portefeuille pour parer au risque systémique[1]. Enfin une application sera développée pour rendre notre travail disponible au grand public et constituer la valeur ajoutée du projet.

[1] Le risque provient du titre détenu. Il est aussi appelé risque spécifique

Chapitre 2

Simulation de Monte-Carlo

La méthode de Monte-Carlo tire son nom de la ville de Monte Carlo, célèbre pour ses casinos et ses jeux de hasard. Elle a été développée dans les années 1940 par des scientifiques travaillant sur le projet Manhattan, dont Stanislaw Ulam, John von Neumann et Nicholas Metropolis.
Au fil du temps et avec l'avènement des nouvelles technologies, la méthode de Monte-Carlo s'est révélée très utile et s'est étendue à de nombreux domaines. Elle est utilisée dans des applications aussi variées que les mathématiques, la physique, la finance, la biologie, l'informatique et bien d'autres.

2.1 Présentation de la méthode

2.1.1 Description de la méthode

La méthode de Monte-Carlo est une technique statistique qui utilise des échantillons aléatoires pour estimer des valeurs numériques complexes. Elle consiste à simuler à répétition une variable aléatoire, suivant une loi donnée μ, de manière indépendante puis d'estimer l'espérance par la moyenne empirique.

2.1.2 Théorème de convergence

Loi forte des grands nombres

Le théorème loi forte des grands nombres est le théorème qui assure la validité de la méthode de Monte-Carlo. Il stipule que, sous quelques hypothèses, la moyenne empirique d'une séquence de variables aléatoires converge presque sûrement vers l'espérance théorique de ces variables.

Loi forte des grands nombres

Soit $(X_n)_{n>0}$ une suite de variables aléatoires i.i.d., à valeurs dans $\mathbf{R}^{\mathrm{d}}$ $(d \in \mathbb{N})$. On suppose que $E(|X|) < +\infty$. Alors :

$$\frac{X_1 + ... + X_n}{n} \xrightarrow[n \to +\infty]{ps} E[X] \tag{2.1}$$

Théorème central limite

Le théorème central limite permet, quant à lui, d'obtenir des approximations statistiques précises en utilisant des échantillons aléatoires et en exploitant les propriétés de la distribution normale, et d'évaluer la précision des résultats obtenus.

Théorème central limite

Soit $(X_n)_{n>0}$ une suite de variables aléatoires i.i.d., à valeurs dans $\mathbf{R}^{\mathrm{d}}$ $(d \in \mathbf{N})$. On suppose que $E(X^2) < +\infty$, sont $\sigma^2 = \mathbb{V}(\mathbb{X})$ alors :

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}(\frac{X_1 + ... + X_n}{n} - E[X]) \xrightarrow[n \to +\infty]{ps} \mathcal{N}(0, 1) \tag{2.2}$$

L'erreur de d'estimation est $\epsilon = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}|\frac{X_1 + ... + X_n}{n} - E[X]|$

2.2 Simulation de variable aléatoire

2.2.1 Tests d'adéquation

Un test d'adéquation est un test statistique qui nous permet d'évaluer si notre échantillon suit, oui ou non, une distribution de probabilité spécifique : Normal, exponentiel, poisson ou toutes autres.
La procédure d'un test d'adéquation consiste à formuler une hypothèse nulle (H_0) selon laquelle les données suivent la distribution spécifique, et une hypothèse alternative (H_1) selon laquelle elles ne suivent pas cette distribution spécifique.

Le test de Khi-deux

Le test de Khi-deux est un test d'adéquation utilisée pour tester si les fréquences observées dans un échantillon de données correspondent aux fréquences théoriques attendues selon une distribution de probabilité spécifique.

Le test de normalité

Le test de Shapiro-Wilk ou Jarque-Bera sont des tests statistiques utilisés pour vérifier si un échantillon de données suit une distribution normale ou non. Les deux tests diffèrent selon certaines conditions telles que le nombre d'observations dans l'échantillon

Cas du test de Jarque-Bera

Le test de Jarque-Bera évalue si les données présentent une asymétrie (Skewness) et un aplatissement (Kurtosis) similaires à celles d'une distribution normale.
Statistique du test :

$$JB = \frac{n}{6}S^2 + \frac{n}{24}(K-3)^2, \forall n \geq 30 \tag{2.3}$$

Sous hypothèse

- $H_0 : JB = 0$ ou *p-value* $\geq 0,05$: on accepte l'hypothèse selon laquelle notre échantillon suit la loi normale
- $H_1 : JB \neq 0$ ou *p-value* $\leq 0,05$: on rejette l'hypothèse de normalité.

Le test de Kolmogorov-Smirnov

Le test de Kolmogorov-Smirnov est un test d'ajustement ou d'adéquation dont la statistique mesure la plus grande différence entre la fonction de répartition empirique des données observées et la fonction de répartition théorique.

On considère la fonction de distribution F(x) d'une variable aléatoire continue et de répartition empirique F_N de l'échantillon $(x_1, ..., x_N)$:

$$F_N(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} 1_{\{x_i \leq x\}} \tag{2.4}$$

On évalue la distance $d_K(F_K, F)$ de F_N à F :

$$d_K(F_K, F) = \sup_x |F_N(x) - F(x)| \tag{2.5}$$

La statistique du test $K_N = \sqrt{N} d_K(F_K, F)$:
Sous hypothèse

- $H_0 : K_N = 0$: On accepte l'hypothèse selon laquelle notre échantillon suit la distribution théorique spécifiée
- $H_1 : K_N \neq 0$: on rejette l'hypothèse.

On retiendra ce dernier test d'adéquation dans cadre de ce projet.

2.2.2 Méthode de simulation

Les méthodes de simulation de Monte-Carlo sont des méthodes numériques qui utilisent des échantillons aléatoires simulés pour estimer des quantités inconnues. Ce sont les différentes approches d'estimation.

Inversion de fonction de répartition

La simulation par inversion de la fonction de répartition constitue la méthode de simulation la plus directe. Elle repose le principe selon lequel la fonction de répartition d'une variable aléatoire peut être utilisée pour générer des observations aléatoires en l'inversant

Inversion de fonction de répartition

Soit F une fonction de répartition définie sur un intervalle [a, b], de fonction inverse

$$F^{-1}(u) = inf\{z \in [a, b] : F(z) \geq u\} \tag{2.6}$$

Si U est une variable de loi uniforme sur [0, 1], alors $Z = F^{-1}(U)$ est distribuée suivant F.

Méthode par acceptation et rejet

La simulation par acceptation rejet constitue une méthode alternative à la méthode des transformations, telle que la méthode par inversion de la fonction de répartition, lorsque l'on ne réussit pas à écrire la loi à simuler comme une transformée de variables.
Ce type de méthode nécessite la connaissance de la densité à de la loi à simuler une constante près, et repose sur l'utilisation d'une loi que l'on sait déjà simuler.

Acceptation et rejet

Soit P une loi sur X et soit Q une loi sur x telle que Q soit à densité par rapport à P et que la densité dQ/dP soit uniformément bornée par une constante explicite M . Alors, si $(x_i; u_i)_{i \in N}$ est une suite de couples i.i.d. de variables aléatoires, telles que x_i suivent la loi P et que u_i soit indépendante de $x_i \sim U(0; 1)$, notant :

$$i_* = \min\{i \in N : (dQ/dP)(x_i) \geq Ku_i\} \tag{2.7}$$

Méthode Choleski

La méthode de Cholesky est utilisée pour générer des échantillons d'une variable aléatoire gaussienne multivariée (c'est-à-dire multidimensionnelle) centrée en utilisant sa matrice de covariance.

Méthode Choleski

Soit C une matrice réelle symétrique positive $n \times n$. Alors, si $\Sigma \in \mathbb{R}^{n \times p}$ telle que $\Sigma\Sigma^T = C$ si $\vec{X} \in \mathbb{R}^p$ un vecteur gaussien standard, et soit $m \in \mathbb{R}^p$, le vecteur $\Sigma\vec{X}$ suit la loi $\mathcal{N}(m, C)$.

2.3 Méthode de réduction de variance

Pour améliorer la précision de notre estimation nous avons le choix entre augmenter la taille de l'échantillon, augmenter le seuil de risque α ou réduire la variance. Cette dernière est la méthode la plus privilégiée.
Les méthodes de réduction de variance en simulation Monte-Carlo sont des approches spécifiques visant à atténuer l'erreur en réduisant la variance des estimations. Ces

méthodes permettent d'obtenir des résultats plus précis et plus fiables à partir d'un nombre fixe d'itérations de simulation.
Dans la partie suivante nous verrons différentes méthodes de réduction de variance.

2.3.1 Les variables antithétiques

La méthode de la variable antithétique consiste, sans augmenter la taille de l'échantillon, réduire la variance de notre estimation en tirant partie de la symétrie des distributions et des corrélations négatives.
En pratique, on génère deux séries de variables aléatoires : une série originale et une série antithétique obtenue en inversant le signe des variables de la première série. En utilisant ces deux séries de variables aléatoires, on calcule ensuite l'estimateur souhaité et en jouant sur la symétrie des séries on arrive à réduire la variance.

2.3.2 Les variables de contrôle

Supposons qu'on désire estimer une quantité numérique ν , la méthode traditionnelle de Monte-Carlo consiste à l'écrire sous forme de l'espérance d'une fonction $\mathbf{h}(\mathbf{x})$, cette méthode de réduction de la variance consiste à créer une nouvelle fonction g(x) tel que :

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{h}(\mathbf{x}) - c(\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mu) \tag{2.8}$$

$\mathbf{f}$ est une fonction (pas forcement une densité) hautement corrélée avec $\mathbf{h}$ et $\mu = E[\mathbf{f}(\mathbf{x})]$ et c $\in \mathbb{R}$
On remarque facilement que :

- $E[\mathbf{h}(\mathbf{x})] = E[\mathbf{g}(\mathbf{x})]$ pour la variance
- $Var(\mathbf{g}(\mathbf{x})) = Var(\mathbf{h}(\mathbf{x})) + c^2 Var(\mathbf{f}(\mathbf{x})) - 2cCov(\mathbf{h}(\mathbf{x}), \mathbf{f}(\mathbf{x}))$

la valeur c idéale qui minimise au maximum la variance est $c^* = -\dfrac{Cov(\mathbf{h}(\mathbf{x}), \mathbf{f}(\mathbf{x}))}{Var(\mathbf{f}(\mathbf{x}))}$

2.3.3 Méthode de quasi monte-Carlo

La méthode de quasi-Monte Carlo vise à réduire la variance de l'estimateur par rapport aux méthodes de Monte-Carlo traditionnelles, où des points aléatoires sont

utilisés.
En utilisant des séquences déterministes qui remplissent mieux l'espace de recherche, la méthode de quasi Monte-Carlo offre une meilleure couverture des régions importantes de la fonction à intégrer, conduisant à une convergence plus rapide et à des estimations plus précises.

Ces différentes méthodes nous permettront de préciser nos estimations voir même les rendre quasi-déterministes afin d'avoir des valeurs plus stables.

Chapitre 3

Gestion de portefeuilles

Dans le contexte financier, le terme portefeuille fait référence à une collection d'actifs financiers et peut regrouper des instruments financiers divers. Le portefeuille est le plus souvent constitué pour diversifier les investissements et donc pour réduire les risques inhérents à la possession de titres financiers.

La gestion de portefeuilles aussi appelée gestion d'actifs financiers est une discipline qui consiste en la gestion des capitaux. Elle consiste à élaborer et à mettre en oeuvre des stratégies permettant de sélectionner des actifs spécifiques pour constituer un portefeuille, allouer les fonds nécessaires à chaque actif pour optimiser les performances et la rentabilité du portefeuille tout en minimisant le risque associé.

Les étapes importantes pour la gestion de portefeuille sont :

1. **La définition des contraintes** : il est nécessaire de définir les objectifs lors d'un placement, le but que l'on veut atteindre en investissant, ainsi que les contraintes telles que l'aversion au risque et la période.

2. **Allocation des actifs** : il s'agit de répartir les fonds disponibles entres les différentes classes d'actifs dans lesquelles on désire investir, en ne perdant pas de vue les objectifs.

3. **Sélections des titres** : cette étape consiste en une analyse approfondie des différentes opportunités d'investissement, en tenant compte des situations des entreprises, des conditions économiques, des facteurs de marché et d'autres variables pertinentes pour sélectionner les titres adéquats.

4. **Gestion active** : elle se fait en surveillant en permanence la performance du portefeuille, en ajustant et en rééquilibrant et en prenant des décisions pour maximiser le rendement ou limiter les pertes.

5. **Suivi et évaluation** : pour vérifier la concordance des positions prises avec les objectifs cités plus haut, comparer les performances du portefeuille à d'autres et évaluer la gestion.

3.1 Les classes d'actifs

Un actif financier est un instrument ou un titre qui représente une valeur financière et peut être acheté, vendu ou échangé sur des marchés financiers. Il s'agit d'un élément détenu par une personne ou une entité qui peut générer un revenu, un flux de trésorerie futur ou une plus-value en capital. On distingue plusieurs classes d'actifs :

3.1.1 Les actions

Une action est un titre de propriété émis par une société cotée en bourse. Elle représente une part du capital de l'entreprise et confère à son détenteur appelé dès lors actionnaire, certains droits et avantages. L'achat d'une action permet à un investisseur de devenir copropriétaire de l'entreprise et de participer aux bénéfices et à la croissance de celle-ci.

Les actions peuvent être négociées sur les marchés financiers, tels que les bourses de valeurs, où elles sont achetées et vendues par les investisseurs. Lorsqu'une entreprise émet des actions pour la première fois et les propose au public, on parle d'introduction en bourse (IPO).

En tant qu'actionnaire, on a le droit de participer aux décisions importantes de l'entreprise lors des assemblées générales. Les détenteurs d'actions peuvent également recevoir des dividendes, qui représentent une part des bénéfices distribués par l'entreprise aux actionnaires. Ils peuvent aussi réaliser des gains en vendant leurs actions à un prix supérieur à celui auquel ils les ont achetées, générant ainsi une plus-value.

Les actions peuvent être regroupées en secteurs (informatique, santé, immobilier $\cdots$)

Remarque :les actions sont des investissements risqués, car leur valeur peut fluctuer en fonction des performances de l'entreprise et des conditions du marché. Les investisseurs doivent donc évaluer attentivement les risques et les rendements potentiels avant de prendre des décisions d'investissement dans des actions.

3.1.2 Les obligations

Une obligation est un titre de créance émis par une entité emprunteuse, généralement une entreprise ou un gouvernement. Elle représente une dette contractée par l'émetteur envers l'investisseur, qui devient créancier. Contrairement à une action qui confère une part de propriété, une obligation est un instrument de dette.

Lorsqu'un investisseur achète une obligation, il prête de l'argent à l'émetteur pendant une période déterminée. En échange, l'émetteur s'engage à lui rembourser le montant principal, appelé valeur nominale, à la fin de la période de prêt, connue sous le nom d'échéance.
Pendant la durée de l'obligation, l'émetteur verse également des intérêts périodiques, appelés coupons, au détenteur de l'obligation.

Les obligations sont généralement considérées comme des investissements plus sûrs que les actions, car elles offrent un revenu régulier et ont souvent une priorité de remboursement en cas de faillite de l'émetteur. Elles peuvent être émises avec différentes caractéristiques, telles que des taux d'intérêt fixes ou variables, des échéances variées et des niveaux de risque différents.

L'entité émettrice peut être l'état ou les entreprises.

Les obligations peuvent être négociées sur le marché obligataire, où elles sont achetées et vendues par les investisseurs. Les prix des obligations peuvent varier en fonction des taux d'intérêt du marché, de la qualité de crédit de l'émetteur et d'autres facteurs. Certains types d'obligations, tels que les obligations d'État, peuvent être considérées comme des actifs relativement sûrs, tandis que d'autres, comme les obligations d'entreprises à haut rendement, comportent un niveau de risque plus élevé.

3.1.3 Les commodités

Les commodités, aussi connues sous le nom de matières premières, font référence aux produits de base physiques et tangibles qui sont utilisés dans la production de biens ou de services. On peut les classer en plusieurs catégories, notamment les matières premières énergétiques (pétrole, gaz naturel, charbon), les métaux (or, argent, cuivre, aluminium), les produits agricoles (blé, maïs, café, cacao), les produits alimentaires (sucre, huile de palme, viande) et bien d'autres.

Les commodités sont essentielles pour l'économie mondiale car elles sont utilisées dans de nombreux secteurs industriels tels que l'énergie, la construction, l'agriculture, l'industrie manufacturière, l'alimentation, etc.

Les investisseurs peuvent également négocier des contrats à terme et des options sur les commodités pour se positionner sur les prix futurs de ces produits.

Les investisseurs peuvent diversifier leur portefeuille en incluant des investissements dans des commodités, car elles offrent une protection contre l'inflation et ont une faible corrélation avec d'autres classes d'actifs traditionnelles comme les actions et les obligations.

Remarque :Il convient de noter que l'investissement dans les commodités peut comporter des risques spécifiques, tels que la volatilité des prix, la fluctuation des devises, les risques liés aux conditions météorologiques et les risques politiques. Par conséquent, il est important de bien comprendre ces risques et de faire des recherches approfondies avant de s'engager dans des investissements dans les commodités.

3.1.4 Les ETF

Un ETF est un type de fonds d'investissement négocié en bourse. Il combine les caractéristiques d'un fonds commun de placement et d'une action individuelle. Les ETF sont conçus pour suivre et reproduire la performance d'un indice sous-jacent spécifique, comme l'indice[1] S&P 500[2], l'indice FTSE 100[3] ou l'indice Nasdaq[4].

Les ETF peuvent être composés d'un large éventail d'actifs, tels que des actions, des obligations, des matières premières ou des devises. On peut ainsi le considérer comme un portefeuille avec les avantages qui vont avec à savoir des frais de gestion généralement plus bas que les fonds communs de placement, une transparence en ce qui concerne la composition du portefeuille, la possibilité de diversifier facilement son portefeuille.

Il existe une grande variété d'ETF disponibles sur le marché, couvrant différents indices, secteurs d'activité et classes d'actifs. Ils sont négociés en bourse et offrent une liquidité et une grande flexibilité aux investisseurs

Remarque : Investir dans les ETF comportent des risques : le risque de perte en capital, la volatilité du marché et les risques liés aux variations de prix des actifs sous-jacents. Il est recommandé de faire des recherches approfondies et de consulter un conseiller financier avant d'investir dans des ETF.

[1] Outil utilisé pour mesurer la performance d'un groupe d'actifs sur un marché spécifique
[2] Indice des 500 plus grandes entreprises aux Etats unis
[3] Financial Times Stock Exchange : indice des 100 plus grandes entreprises cotées au Royaume Uni
[4] National Association of Securities Dealers Automated Quotations :indice regroupant les plus grandes entreprises technologiques aux Etats Unis

3.2 La théorie moderne du portefeuille

La théorie moderne du portefeuille, développée par Harry Markowitz, en 1952, est une approche scientifique de la gestion de portefeuille qui vise à optimiser le rapport risque-rendement des investissements. Elle repose sur les principes de diversification et d'optimisation pour construire des portefeuilles efficaces.

Avant la publication de cette théorie, les gestionnaires et détenteurs de portefeuille prenaient leurs décisions d'investissement sur la base de la rentabilité. La principale préoccupation étant de savoir quel investissement garantissait le meilleur rendement. Harry Markowitz vient relever les insuffisances de cette stratégie en ajoutant un paramètre important : le risque. En effet, un investissement avec un rendement élevé n'a de sens que si on le compare avec le risque que porte cet investissement.

3.2.1 Les hypothèses de la théorie moderne du portefeuille

La théorie moderne du portefeuille repose sur deux hypothèses fondamentales :

- **Les marchés sont efficients** : les marchés d'actifs financiers sont efficients, ce qui signifie que les prix des actifs reflètent toutes les informations disponibles de manière objective et sans biais. Les investisseurs ne peuvent donc pas réaliser de bénéfices anormaux en utilisant des informations publiques, car celles-ci sont déjà incorporées dans les prix des actifs. Cette hypothèse implique que les investisseurs ne peuvent pas systématiquement battre le marché en utilisant des stratégies de sélection de titres.
- **Les investisseurs sont averses au risque** : les investisseurs ont une préférence pour les rendements plus élevés, mais ils sont également réticents à prendre un niveau de risque plus élevé. Cela signifie qu'un investisseur ne sera prêt à prendre plus de risques que s'il s'attend à un rendement plus élevé en compensation. Chaque investisseur a une tolérance au risque différente, et l'équilibre entre risque et rendement jugé optimal dépend de cette tolérance

3.2.2 Les mesures de rendement et de risque

Le rendement

Il existe plusieurs manières de calculer le rendement d'un portefeuille :

- **Le rendement historique** : ce rendement est calculé en analysant les rendements obtenus sur une base historique, généralement sur une base quotidienne, mensuelle, trimestrielle ou annuelle.

  Pour calculer le rendement historique, on utilise la formule suivante :

$$r_t = [(P_t - P_{t-1})/P_{t-1}] * 100 \tag{3.1}$$

  P_t représente le prix de l'actif à l'instant t. Le résultat est exprimé en pourcentage. Souvent, les flux de trésoreries au cours de la période t sont aussi pris en compte.

- **Le rendement moyen** : Le rendement moyen est calculé en prenant la somme des rendements périodiques du portefeuille sur une période donnée, puis en divisant par le nombre total de périodes.

$$R_t = \frac{\sum_{t=1}^{n} r_t}{n} \tag{3.2}$$

  r_t représente la rentabilité réalisée au cours d'une période et n le nombre de période considéré.
  Par exemple, si le portefeuille a généré des rendements de 5%, 8%, 6% et 9% au cours de quatre périodes, le rendement moyen du portefeuille serait :$(5\% + 8\% + 6\% + 9\%)/4 = 7\%$

- **Le rendement équivalent** : Il est utilisé pour standardiser les rendements et les utiliser sur une même période. Après avoir calculé le rendement sur des périodes élémentaires, les calculs sont agrégés pour trouver la rentabilité sur toute la période.

  Abstraction faite des dividendes et de tout flux de trésorerie, la rentabilité après n périodes est donnée par :

$$1 + r_n = (1 + E[r])^n \tag{3.3}$$
$$r_n = (1 + E[r])^n - 1 \tag{3.4}$$

  $E(r)$ est le rendement moyen
  r_n le rendement équivalent.
  n est le nombre de période considéré

- **Le rendement pondéré** : Le rendement pondéré est calculé en multipliant le rendement de chaque actif par son poids dans le portefeuille, puis en sommant les résultats pour obtenir le rendement total du portefeuille.

  Le rendement espéré d'un portefeuille p composé de N titres est égal à :

$$R_p = \mathbb{E}[r_p] = \sum_{i=1}^{N} q_i R_i \tag{3.5}$$

  q_i est la pondération du titre i, R_i est la rentabilité du titre i et R_p la rentabilité du portefeuille. Par exemple, si un portefeuille est composé de deux actifs avec des poids respectifs de 50% et 50%, et que les rendements des actifs sont de 10% et 5% respectivement, le rendement pondéré du portefeuille serait :$(10\% * 0,5) + (5\% * 0,5) = 7,5\%$

Nous pouvons aussi citer comme mesure de rendement d'un portefeuille le rendement géométrique, le rendement périodique etc.

Le risque

Pour prendre en compte le risque dans la gestion de portefeuille, on peut calculer la variance et l'écart type. En utilisant l'historique des rendements d'un actif ou d'un portefeuille, la variance mesure la dispersion des rendements par rapport à leur moyenne, tandis que l'écart-type est simplement la racine carrée de la variance. Un écart-type plus élevé indique une plus grande volatilité et donc un risque accru.

La covariance mesure la relation linéaire entre les rendements de deux actifs ou plus dans un portefeuille. Une covariance positive indique une tendance à se déplacer ensemble, tandis qu'une covariance négative indique une tendance à se déplacer inversement. La corrélation normalisée est obtenue en divisant la covariance par le produit des écart-types des actifs concernés. Elle fournit une mesure de la force et de la direction de la relation linéaire entre les rendements.

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{N} q_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} q_i q_j cov(r_i, r_j) \text{ avec } i \neq j \tag{3.6}$$

- σ^2 : la variance du portefeuille
- q_i : la pondération du titre i

- σ_i^2 : la variance du titre i et σ_i, l'écart type
- $cov(r_i, r_j) = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$, avec ρ_{ij} la corrélation entre les titres i et j

3.2.3 Le critère d'espérance utilité

La méthode de Markowitz simplifie le problème du choix de l'investisseur en utilisant le critère espérance-variance (**E-V**). Cette approche repose sur deux paramètres principaux : l'espérance de la richesse (**E**) et la variance de la richesse (σ^2). L'investisseur cherche à maximiser l'espérance de sa richesse, c'est-à-dire à obtenir le rendement le plus élevé possible, tout en minimisant la variance de sa richesse, c'est-à-dire en réduisant le risque associé à son portefeuille.

Le critère E-V suppose que l'investisseur prend ses décisions uniquement en fonction de ces deux paramètres, en supposant que la variance de la richesse est une mesure adéquate du risque financier. Ainsi, l'objectif est de trouver un portefeuille qui offre le meilleur compromis entre rendement attendu et risque, en cherchant à maximiser l'espérance et à minimiser la variance.

Il est important de noter que l'utilisation du critère E-V ne repose pas sur une fonction d'utilité générale, mais plutôt sur la mesure statistique de la variance. Cela permet d'obtenir des solutions analytiques plus simples et explicites, contrairement à l'utilisation de fonctions d'utilité plus complexes.

3.2.4 Formulation du problème de Markowitz

Le problème consiste en la diversification, en la combinaison de plusieurs actifs pour réduire ,si possible même éliminer le risque systématique du portefeuille

Le problème peut être énoncé ainsi : choisir la pondération de chaque actif dans le but de minimiser le risque pour chaque niveau de rendement donné.

De même il peut être vu ainsi : choisir les pondérations pour maximiser le rendement du portefeuille pour chaque niveau de risque donné.

Mathématiquement , le problème s'énonce comme suit :

$$(P_M) \left\{ \min \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} q_i q_j \sigma_{ij} \text{ s.c : } \sum_{i=1}^{N} q_i = 1 \text{ et } \sum_{i=1}^{N} q_i R_i = R_p^* \right\}. \tag{3.7}$$

Sous forme matricielle :

$$(P_M)\left\{\ \min \sigma_p^2 = q^TVq \text{ s.c : } q^Te = 1 \text{ et } q^TR = G\right\}. \quad (3.8)$$

R_p^* est la rentabilité souhaitée ou attendue du portefeuille.
V est la matrice de variance-covariance des actifs
q est le vecteur des pondérations
R est le vecteur rentabilité.

Il peut être résolu en utilisant le multiplicateur de Lagrange, cependant nous ne nous intéressons pas à la résolution mathématique directe du problème mais à la simulation.

Le modèle de Markowitz permet par suite de tracer la frontière efficiente.

3.2.5 La frontière efficiente

La frontière efficiente est un concept clé de la théorie moderne du portefeuille. Elle représente graphiquement toutes les combinaisons de portefeuilles qui offrent le rendement le plus élevé pour un niveau donné de risque ou le risque le plus faible pour un niveau donné de rendement.

La frontière efficiente est obtenue en combinant différents actifs dans un portefeuille avec des pondérations différentes. Chaque point sur la frontière efficiente représente un portefeuille spécifique, avec une allocation d'actifs particulière. Le risque d'un portefeuille est mesuré par sa volatilité ou son écart-type, tandis que le rendement est mesuré par son taux de rendement attendu.

La frontière efficiente est courbée et présente une forme convexe en raison de la diversification des actifs.

L'objectif est de se positionner sur la frontière efficiente pour maximiser le rendement attendu pour un niveau de risque donné ou minimiser le risque pour un niveau de rendement souhaité.

Les portefeuilles situés à l'intérieur de la frontière efficiente sont considérés comme sous-optimaux car il est possible d'obtenir un meilleur rendement pour le même niveau de risque, ou un risque inférieur pour le même niveau de rendement, en ajustant la répartition des actifs.

Elle permet aux investisseurs de prendre des décisions de gestion de portefeuille en recherchant un équilibre optimal entre rendement et risque, en fonction de leurs préférences et de leur aversion au risque.

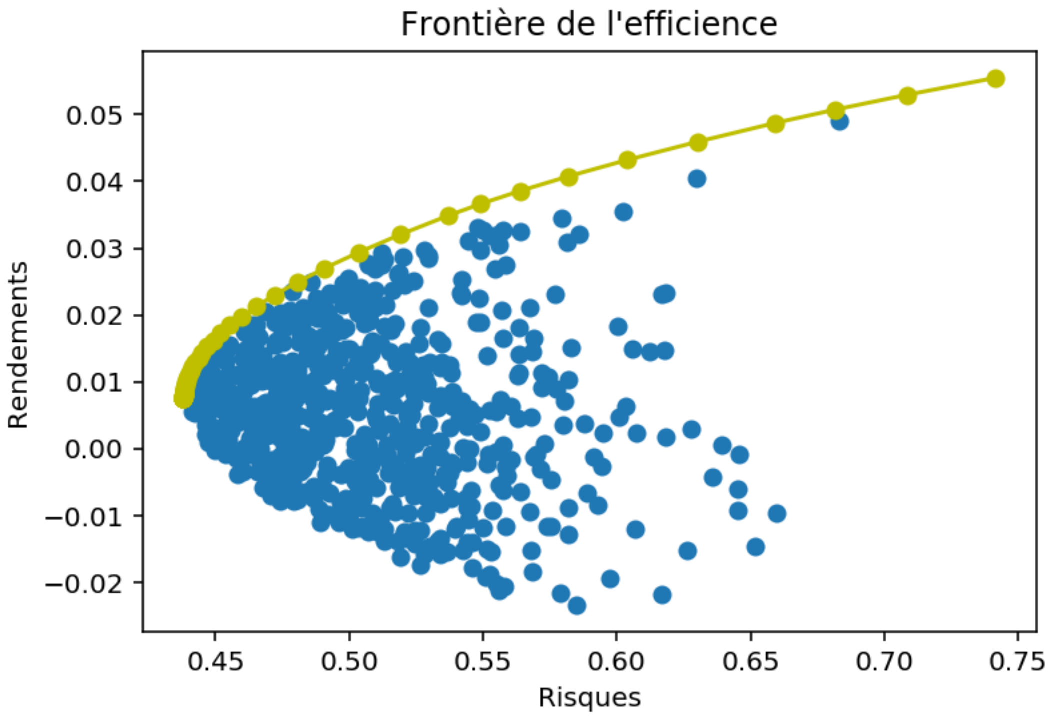


FIGURE 3.1 : Frontière efficiente de Markowitz

3.3 Le MEDAF

Le Modèle d'Évaluation des Actifs Financiers (MEDAF), également connu sous le nom de Capital Asset Pricing Model (CAPM), est un modèle utilisé en gestion de portefeuille pour estimer le rendement attendu d'un actif financier et évaluer sa relation avec le risque.

Le MEDAF repose sur les hypothèses d'investisseurs rationnels et averses au risque et de marchés efficients.

Le MEDAF propose ainsi une formule en prenant en compte le rendement sans risque, le coefficient bêta de l'actif (mesurant sa sensibilité aux mouvements du marché) et le rendement attendu du marché dans son ensemble.

La formule du MEDAF est la suivante :

$$R_a = R_s + \beta * (R_m - R_s) \tag{3.9}$$

- R_a : le rendement attendu de l'actif.
- R_s : le rendement sans risque.
- R_m : la rentabilité du marché.

- β :Le coefficient bêta est une mesure du risque systématique d'un actif, c'est-à-dire du risque qui ne peut pas être diversifié. Un actif avec un coefficient bêta élevé est plus sensible aux fluctuations du marché, tandis qu'un actif avec un coefficient bêta faible est moins sensible.

Le MEDAF permet donc d'estimer le rendement attendu d'un actif en fonction de son risque systématique[5] et de le comparer avec le rendement attendu du marché. Les investisseurs peuvent utiliser cette estimation pour prendre des décisions d'investissement et construire des portefeuilles diversifiés qui optimisent le rendement attendu en fonction du niveau de risque qu'ils sont prêts à accepter.

Il convient de noter que le MEDAF repose sur certaines hypothèses simplificatrices et a fait l'objet de critiques et de recherches approfondies. Cependant, il reste un outil largement utilisé en gestion de portefeuille pour évaluer le rendement attendu des actifs financiers.

3.4 Les mesures de performances

Une mesure de performance est une métrique ou un indicateur utilisé pour évaluer et quantifier la performance la rentabilité, le risque et l'efficacité d'un investissement, d'un portefeuille, d'une entreprise ou d'un individu. Elle permet de mesurer l'efficacité, le rendement ou les résultats obtenus par rapport à un objectif ou à une référence spécifique.

Elles aident les investisseurs, les gestionnaires de fonds et les conseillers financiers à prendre des décisions éclairées en matière d'allocation des actifs, de sélection des investissements et de gestion des risques.

3.4.1 Le ratio de Sharpe

Le ratio de Sharpe est une mesure utilisée en gestion de portefeuille pour évaluer le rendement ajusté au risque d'un investissement. Il a été développé par William F. Sharpe, lauréat du prix Nobel d'économie.

Il se calcule en divisant l'excédent de rendement d'un investissement (c'est-à-dire le rendement au-dessus du taux sans risque) par l'écart type (ou la mesure de la volatilité) de cet investissement. Autrement, on compare le rendement supplémentaire

[5] Risque de marché

généré par un investissement par rapport au rendement sans risque avec la quantité de risque supportée pour obtenir ce rendement supplémentaire.

La formule du ratio de Sharpe est la suivante :

$$S_p = \frac{\mathbb{E}(R_p) - Rf}{\sigma_p} \tag{3.10}$$

- S_p : le ratio de sharpe.
- R_p : la rentabilité du portefeuille.
- R_f : le rendement de l'actif sans risque
- σ_p :l'écart type du portefeuille

Le ratio de Sharpe permet d'évaluer si un investissement offre un rendement suffisant compte tenu du risque encouru. Un ratio de Sharpe élevé indique que l'investissement génère un rendement supérieur par rapport à son niveau de volatilité, et meilleur en est la performance.

Le ratio de Sharpe peut être utilisé pour comparer différents investissements ou portefeuilles et déterminer lequel offre le meilleur rapport rendement/risque. Il permet aux investisseurs de prendre des décisions plus éclairées en tenant compte à la fois du rendement potentiel et du niveau de risque associé à un investissement.

3.4.2 Le ratio de Treynor

Le ratio de Treynor développé par l'économiste américain Jack Treynor est une mesure de performance d'un investissement par rapport au risque systémique.

Le ratio de Treynor est calculé en divisant le rendement excédentaire d'un portefeuille (c'est-à-dire le rendement du portefeuille moins le taux sans risque) par le bêta du portefeuille. Le bêta mesure la sensibilité d'un actif ou d'un portefeuille aux mouvements généraux du marché. Le rendement excédentaire ajusté du risque systématique mesure le rendement supplémentaire généré par rapport à celui attendu compte tenu du niveau de risque pris.

La formule du ratio de Treynor :

$$T_r = \frac{R_p - R_f}{\beta_p} \tag{3.11}$$

Le ratio de Treynor permet de comparer la performance ajustée du risque de différents portefeuilles ou investissements. Ainsi de deux portefeuilles, celui qui a une valeur plus élevée du ratio de Treynor est celui qui a une meilleure performance ajustée du risque systématique.

3.4.3 L'alpha de Jensen

L'Alpha de Jensen, également appelé coefficient de Jensen, est une mesure de performance utilisée en gestion de portefeuille pour évaluer le rendement ajusté du risque d'un portefeuille ou d'un investissement par rapport à un indice de référence ou à un taux sans risque. Il a été développé par Michael Jensen, un économiste et chercheur américain.

L'Alpha de Jensen est calculé en comparant le rendement effectif d'un portefeuille avec le rendement attendu basé sur le modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF).

$$\text{Jensen}_{\text{Alpha}} = r_p - (r_f + \beta_p * (r_m - r_f)) \tag{3.12}$$

Dans cette formule, le rendement du portefeuille est comparé à ce qui aurait été attendu compte tenu du niveau de risque systématique (représenté par le bêta) et du rendement de l'indice de référence.

Si l'Alpha de Jensen est positif, cela indique que le portefeuille a généré un rendement supérieur à celui attendu compte tenu du risque systématique. Un Alpha négatif, en revanche, suggère un rendement inférieur aux attentes compte tenu du risque systématique.

L'Alpha de Jensen permet de mesurer la capacité du gestionnaire de portefeuille à générer des rendements excédentaires par rapport à l'indice de référence, en tenant compte du risque systématique. Cependant, il convient de noter que l'Alpha de Jensen ne tient pas compte des risques spécifiques à un titre ou d'autres facteurs de risque non systématiques, et il peut être influencé par des conditions de marché particulières.

Il est souvent utilisé en combinaison avec d'autres mesures de performance, telles que le ratio de Sharpe et le ratio de Treynor, pour évaluer de manière plus complète la performance d'un portefeuille ou d'un gestionnaire de portefeuille.

Chapitre 4

Gestion de risque

La gestion des risques est un processus structuré qui facilite la prise de décisions éclairées en fournissant une meilleure compréhension des risques et de leurs impacts.
Elle se concentre sur l'identification et le traitement des facteurs de risque afin d'ajouter une valeur durable à chaque activité de l'organisation. En mobilisant une compréhension approfondie des aléas positifs et négatifs liés à tous les facteurs pouvant affecter le portefeuille, la gestion des risques vise à accroître la probabilité de réussite et à réduire l'incertitude.
Outre cela, les outils de mesure de risque sont des outils de mesure de performance des différents modèles utilisés
De nos jours, la gestion des risques est devenue l'une des principales responsabilités des gestionnaires de portefeuille. Une attention particulière est accordée à la modélisation des fluctuations du marché sous un angle statistique, afin de mieux appréhender les variations potentielles et d'élaborer des stratégies appropriées pour y faire face.

4.1 Le Maximum drawdown

Le Maxdrawdown est la différence entre le sommet le plus élevé de la valeur du portefeuille à un point bas ultérieur, enregistrant la plus grande baisse entre les deux. Il mesure donc la perte maximale subie par le portefeuille avant qu'il ne commence à se redresser.
Un Maxdrawdown plus élevé indique une plus grande perte potentielle et une volatilité accrue, tandis qu'un Maxdrawdown plus faible indique une performance plus stable.
Le maximum drawdown est évalué en pourcentage de la valeur de l'actif ou du portefeuille.

La formule de calcul du Maxdrawdown est la suivante :

$$\text{Max Drawdown} = \frac{V_{max} - V_{min}}{V_{max}} \tag{4.1}$$

4.2 Le ratio de Sortino

Le ratio de Sortino est un indicateur qui évalue la rentabilité ajustée au risque d'un portefeuille. Elle se concentre spécifiquement sur la volatilité négative, c'est-à-dire les fluctuations de rendements indésirables.
Le but étant de fournir une mesure plus précise du risque en mettant l'accent sur les baisses de rendement. Un ratio de Sortino élevé indique une meilleure performance avec des rendements plus stables

$$\text{sortino\_ratio} = \frac{E[R_p] - r_f}{\sigma_p(R_p - r_f)} \tag{4.2}$$

R_p : rendement du portefeuille
r_f : rendement espéré
$\sigma_p(R_p - r_f)$: écart-type des volatilités négatif pour un rendement espéré r_f

4.3 La Value At Risque

La VaR (Value-at-Risk) est largement utilisée dans les marchés financiers en raison de son potentiel à améliorer la gestion des risques en fournissant une mesure globale des risques. La VaR vise à synthétiser l'information sur le risque d'un titre financier ou d'un portefeuille de titres financiers. La VaR représente la perte maximale attendue dans un horizon temporel donné, à un certain niveau de confiance.

4.3.1 Formulation mathématique de la VaR

Soit X, une variable aléatoire dont la fonction de répartition est

$$F(x) = P(X \leq x) \tag{4.3}$$

La Valeur-à-Risque de X au niveau α est définie comme suit :

$$VaR_\alpha(X) = F^{-1}(\alpha)$$

Cette définition signifie qu'avec une certitude de $(100\alpha)\%$, le montant du risque ne devrait pas dépasser la $VaR_\alpha(X)$.
Autrement dit,

$$P(X \leq VaR_\alpha(X)) = \alpha \tag{4.4}$$

4.3.2 Méthode d'estimation de la VaR

L'étape cruciale dans le calcul de la Valeur-à-Risque (VaR) d'un portefeuille consiste à estimer la distribution des pertes et des profits de celui-ci. La problématique générale de l'estimation de cette distribution ainsi que de la VaR peut être résumée par le schéma suivant :

1. **Collecte des données** : Tout d'abord, il est nécessaire de collecter les données pertinentes sur les performances passées des actifs qui le composent. Cela inclue les rendements historiques, les prix des actifs, les facteurs de risque (Maxdrawdown).

2. **Modélisation du comportement des actifs** : Une fois les données collectées, il est nécessaire de modéliser le comportement des actifs du portefeuille. L'objectif est de capturer les caractéristiques importantes des rendements et des fluctuations des actifs.

3. **Calcul des pertes/profits** : on calcule la performance du portefeuille en termes de pertes ou de profits. Cela peut être fait en utilisant la composition du portefeuille et les valeurs des actifs simulées.

4. **Estimation de la distribution** : En utilisant les résultats des simulations, on peut estimer la distribution des pertes/profits du portefeuille.

5. **Simulation des scénarios** : À partir des modèles développés, on simule, par Monte-Carlo, plusieurs scénarios de performance pour les actifs du portefeuille.

6. **Calcul de la VaR** : Enfin, une fois que la distribution des pertes/profits est estimée, on peut calculer la VaR à un certain niveau de confiance.

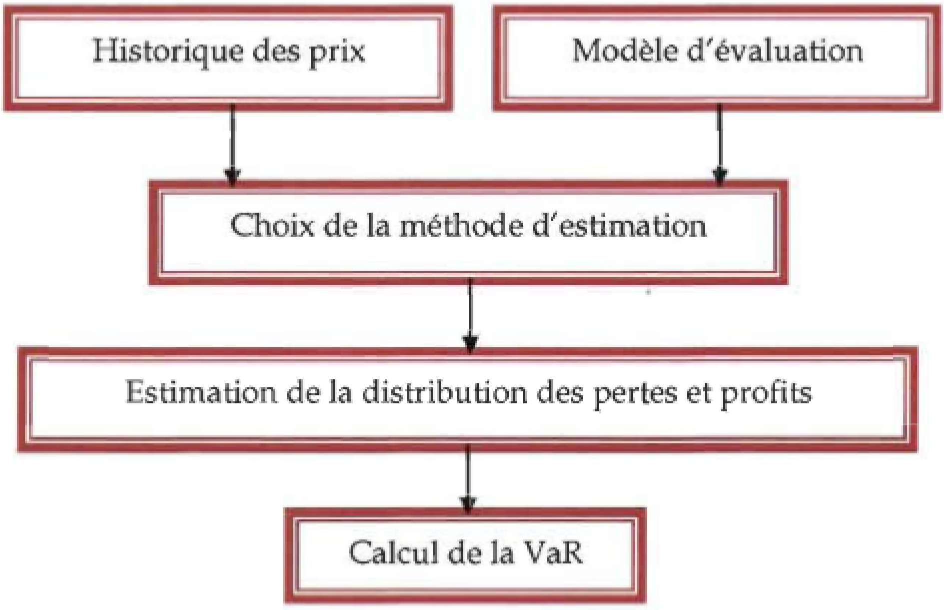


FIGURE 4.1 : Etape d'estimation de la VAR

Simulation historique

La méthode de simulation historique, également appelée analyse historique, est une approche simple pour estimer la VaR (Valeur-à-Risque) d'un portefeuille. Elle ne suppose aucune forme de distribution pour les pertes et profits. Cette méthode utilise la série chronologique des rendements historiques du portefeuille pour construire la distribution empirique des pertes et profits. La VaR est ensuite obtenue en sélectionnant le rendement correspondant au niveau de quantile souhaité dans cette distribution empirique. En somme on suppose que le futur se comportera de même manière que le passé.

Simulation paramétrique

La méthode de Variance-Covariance, également connue sous le nom de Delta-Normale, a été développée par JP Morgan dans le cadre du système RiskMetrics. Cette méthode est basée sur l'estimation de la matrice des variances-covariances des variations des facteurs de risque qui composent le portefeuille, d'où son nom. Elle suppose la normalité de la distribution des facteurs de risque, la normalité de la distribution des pertes et profits, la stationnarité des prix ou des rendements de la position évaluée pour l'horizon retenu de calcul de la VaR, ainsi que la linéarité de la relation entre les prix de ces positions et les facteurs de risque.

Simulation de Monte-Carlo

La méthode de Simulation de Monte-Carlo est une approche statistique utilisée lorsque la détermination mathématique de la loi de probabilité des pertes et profits est très difficile. Elle implique la construction de la distribution des pertes et profits en générant un grand nombre d'échantillons pseudo-aléatoires provenant d'une distribution connue ou à estimer.
La méthode de simulation adaptée est celle de Choleski permettant de générer des variables multivariées.

4.4 La Conditionnal Value At Risque

La Value at Risque conditionnelle (CVaR) ou Expected Shortfall (ES) exprime la moyenne des pertes maximales à un certain niveau de risque donnée.
La CVaR est calculée en moyennant toutes les pertes qui dépassent le niveau de la VaR. Par exemple, si la VaR à 95% est de 10 000Dh , la CVaR à 95% serait calculée en moyennant toutes les pertes supérieures à 10 000 Dh.

Soit X une variable aléatoire représentant le risque.
La Valeur-à-Risque conditionnelle de X notée $ES_\alpha(X)$ se définie comme suit :

$$ES_\alpha(X) = E[X|X \geq VaR_\alpha(X)] \tag{4.5}$$

$$ES_\alpha(X) = \frac{1}{1-\alpha}\int_\alpha^1 VaR_u(X)du \tag{4.6}$$

Chapitre 5

Aspect pratique

5.1 Collecte de données

La collecte de données revêt une importance majeure dans de nombreux domaines, car les données constituent le nerf de la guerre. Sans elles, il serait impossible d'effectuer un travail significatif. À cet effet, la collecte doit faire l'objet d'un travail minutieux et consciencieux.

5.1.1 Choix de données

Il est essentiel de souligner que l'importance de la collecte de données ne se limite pas simplement au fait d'arriver à collecter des données ou à sa quantité, mais également à la qualité et à la représentativité des données recueillies. Opter pour des données biaisées aurait pour conséquence un travail inefficace et dépourvu d'impact réel. Ainsi, il est primordial de veiller à la sélection rigoureuse des données afin d'obtenir des résultats fiables et significatifs.
Dans le cadre de notre sujet, la question ne devrait pas se poser car les données devraient nous être fournies par une étude de valorisation à travers une analyse sectorielle. En attendant nos choix de données doivent être fidèles aux éventuelles entrées proposées par ladite analyse sectorielle.

Les données que nous collectons doivent satisfaire aux critères suivants :

- les actifs doivent être cotés sur le marché américain,
- les actifs doivent être liquides, c'est à dire s'échanger rapidement sur les marchés.

- les données doivent inclure des actifs appartenant aux catégories suivantes : actions, obligations, ETF et matières premières.

Nous choisirons arbitrairement les actifs suivants : Google (GOOGL), Microsoft (MSFT), L'or (GC=F), Apple (APPL), Alibaba(BABA), le NASDAQ (ˆIXIC) et les bonds du trésor dix ans (ˆ TNX)

5.1.2 Collecte des données

Pour collecter les données financières en flux continue, nous avons utilisé package python nommé : **Yahoo finance**

Yahoo Finance

Le package Yahoo Finance est une bibliothèque logicielle utilisée dans le domaine de la programmation financière. Il permet de collecter, d'analyser et de manipuler des données financières à partir de la plateforme Yahoo Finance. La plateforme Yahoo Finance propose des cotations en temps réel pour les actions, les indices boursiers, les devises, données du Trésor, et les matières premières.

les données collectées à travers le package yahoo finance donne pour chaque jour de cotation, le prix à l'ouverture, le prix le plus haut et le plus bas, le prix à la fermeture, le prix ajusté à la fermeture, et le volume échangé.
les données se présentes sous la forme de DataFrame :

	Open	High	Low	Close	Adj Close	Volume
Date						
2022-10-03	254.500000	255.160004	241.009995	242.399994	242.399994	98363500
2022-10-04	250.520004	257.500000	242.009995	249.440002	249.440002	109578500
2022-10-05	245.009995	246.669998	233.270004	240.809998	240.809998	86982700
2022-10-06	239.440002	244.580002	235.350006	238.130005	238.130005	69298400
2022-10-07	233.940002	234.570007	222.020004	223.070007	223.070007	83916800
...	...	...	...	...	...	...
2023-03-27	194.419998	197.389999	189.940002	191.809998	191.809998	120851600
2023-03-28	192.000000	192.350006	185.429993	189.190002	189.190002	98654600
2023-03-29	193.130005	195.289993	189.440002	193.880005	193.880005	123660000

FIGURE 5.1 : Données issues de Yahoo Finance

un DataFrame est une structure de données tabulaire de stockage de données.
En colonne, de la gauche vers la droite, on a :

1. **Date** La date, en format *(YYYY MM DD)*, c'est l'index du DataFrame
2. **Open** : représente le cours d'ouverture, c'est prix auquel a ouvert l'actif.
3. **Hight** : c'est le cours le plus élevé ayant été observé durant la journée.
4. **Low** : c'est le cours le plus bas ayant été observé durant la journée.
5. **Close** : représente le cours de fermeture, c'est le prix de l'actif à la fermeture du marché.
6. **Adj Close** : c'est le prix de clôture ajusté d'un actif. Le prix de clôture ajusté intègre les ajustements apportés à l'actif, tels que les dividendes versés, les émissions d'actions supplémentaires ou les regroupements d'actions. C'est une mesure plus précise du cours de l'actif.
7. **Volume** : c'est le volume échangé, c'est la quantité de d'actif échangé durant la journée. Il donne une idée sur la liquidité de l'actif.

Et en ligne, les observations journalières de chaque élément des colonnes citées plus haut.
De plus les données sont collectées sur un horizon de temps de trois mois selon les spécifications du porteur de projet.

5.1.3 Nettoyage et prétraitements des données

Le nettoyage et prétraitement a consisté spécifiquement à :

- Supprimer les données dont on n'a pas besoin tels que : le prix à l'ouverture, le prix le plus haut et le plus bas, le prix à la fermeture, et le volume échangé.
- Transformer le prix ajusté à la fermeture qui représente la moyenne des prix de la journée en rendement journalier.
- Regrouper les différents rendements journaliers des divers actifs dans un seul DataFrame (Un DataFrame est une structure de données tabulaire sous forme de tableau rectangulaire composé de lignes et de colonnes.)

A la fin de ce processus de nettoyage et de prétraitement, les données sont sous forme de :

Date	GOOGL	MSFT	GC=F	TSLA	AAPL	BABA	^IXIC	^TNX
2022-10-04	0.030414	0.033812	0.016658	0.029043	0.025623	0.045494	0.033376	-0.009312
2022-10-05	-0.002066	0.001286	-0.005636	-0.034598	0.002053	0.003329	-0.002485	0.039259
2022-10-06	-0.000099	-0.009671	0.000175	-0.011129	-0.006626	-0.000829	-0.006757	0.017824
2022-10-07	-0.027016	-0.050853	-0.006543	-0.063243	-0.036719	-0.036528	-0.038011	0.014898
2022-10-10	-0.008310	-0.021303	-0.019524	-0.000493	0.002356	-0.024618	-0.010355	0.001288
...	...	...	...	...	...	...	...	...
2023-03-27	-0.028263	-0.014934	-0.014984	0.007353	-0.012293	-0.008976	-0.004662	0.043787
2023-03-28	-0.013957	-0.004161	0.010244	-0.013659	-0.003980	0.142592	-0.004483	0.010204
2023-03-29	0.003563	0.019184	-0.003194	0.024790	0.019791	0.015447	0.017938	0.000561
2023-03-30	-0.004931	0.012620	0.007222	0.007221	0.009890	0.034628	0.007314	-0.004206
2023-03-31	0.028150	0.014962	-0.005706	0.062372	0.015644	-0.011608	0.017351	-0.016052

FIGURE 5.2 : Données après nettoyage et prétraitement.

On a :

- En index, la date.
- En colonne, les tickers, les tickers sont des codes indicatifs permettant des identifiés les actifs sur les marchés financiers.
- En ligne, les rendements journaliers pour chaque ticker.

5.2 Rendements et volatilités historiques

5.2.1 Rendements historiques

Le rendement historique permet d'évaluer la performance passée d'un actif et d'identifier les tendances. Le rendement historique est le premier outil d'analyse de performance.
Le rendements historique d'un actif sur une période n est donné par :

$$1 + r_n = (1 + E[r])^n$$
$$r_n = (1 + E[r])^n - 1$$

où :

- n : le nombre de jours de cotation
- r : les rentabilités journalières
- $E[r] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} r_i$

Les rendements historiques de nos actifs sur une période de trois mois est donc égale à :

$$r_n = (1 + \frac{1}{63} \sum_{i=1}^{63} r_i)^{63} - 1$$

En raison de 21 jours de cotation par mois.

GOOGL	0.046905
MSFT	0.116425
GC=F	0.085013
TSLA	-0.018544
AAPL	0.093744
BABA	0.180929
^IXIC	0.073811
^TNX	-0.006447

FIGURE 5.3 : rendement historique agrégé

En prenant l'exemple de Google, le rendement trimestriel de Google est de 0.047, c'est à dire que le cours des actions Google a progressé de 4.7$\%$ durant le trimestre.

5.2.2 Volatilités historiques : matrice de covariance historique

La matrice de covariance permet de quantifier les covariances entre les variables, elle permet également de déterminer le risque encouru pour chaque actif.
soit X notre matrice contenant les différents rendements centrés d'actifs :

$$\text{COV(X)} = \frac{X^{'}X}{n-1} \tag{5.1}$$

n =taille des variables
Cette covariance est obtenue sur des données journalières, nous désirons connaître

la volatilité de nos actifs à maturité d'un horizon de temps donné.

$$\mathrm{COV}_t(X) = \mathrm{COV(X)} * t \tag{5.2}$$

D'où

$$\mathrm{COV}_{trimestre}(X) = \mathrm{COV(X)} * 63$$

on trouve :

	GOOGL	MSFT	GC=F	TSLA	AAPL	BABA	^IXIC	^TNX
GOOGL	0.040841	0.029839	0.003669	0.026163	0.024902	0.010987	0.022604	-0.004152
MSFT	0.029839	0.032099	0.003843	0.023941	0.022722	0.008426	0.021190	-0.005712
GC=F	0.003669	0.003843	0.006563	0.000229	0.002127	0.006940	0.002940	-0.007484
TSLA	0.026163	0.023941	0.000229	0.121244	0.030817	0.022777	0.028502	-0.009331
AAPL	0.024902	0.022722	0.002127	0.030817	0.027814	0.012466	0.020251	-0.004467
BABA	0.010987	0.008426	0.006940	0.022777	0.012466	0.092305	0.014301	-0.006894
^IXIC	0.022604	0.021190	0.002940	0.028502	0.020251	0.014301	0.018512	-0.004770
^TNX	-0.004152	-0.005712	-0.007484	-0.009331	-0.004467	-0.006894	-0.004770	0.031647

FIGURE 5.4 : Matrice de covariance

Ce tableau permet d'avoir une idée sur la volatilité des actifs, en prenant toujours l'exemple de Google (GOOGL), la variabilité du cours de l'actif google au cours du trimestre est de 4,08%

5.2.3 Corrélations historiques

La matrice corrélation permet déterminer les potentielles liaisons qui existe entre les actifs. Il quantifie la force et la direction de la relation entre les actifs. Elle permet d'avoir une idée sur le niveau de diversification de notre portefeuille. Elle est déterminée comme suit :

$$corr_{i,j} = \frac{Cov(x_i, x_j)}{\sigma(x_i)\sigma(x_j)} \tag{5.3}$$

	GOOGL	MSFT	GC=F	TSLA	AAPL	BABA	^IXIC	^TNX
GOOGL	1.000000	0.824131	0.224077	0.371799	0.738857	0.178951	0.822077	-0.115490
MSFT	0.824131	1.000000	0.264796	0.383772	0.760460	0.154794	0.869289	-0.179202
GC=F	0.224077	0.264796	1.000000	0.008103	0.157436	0.281949	0.266710	-0.519290
TSLA	0.371799	0.383772	0.008103	1.000000	0.530675	0.215306	0.601623	-0.150640
AAPL	0.738857	0.760460	0.157436	0.530675	1.000000	0.246038	0.892485	-0.150561
BABA	0.178951	0.154794	0.281949	0.215306	0.246038	1.000000	0.345957	-0.127563
^IXIC	0.822077	0.869289	0.266710	0.601623	0.892485	0.345957	1.000000	-0.197089
^TNX	-0.115490	-0.179202	-0.519290	-0.150640	-0.150561	-0.127563	-0.197089	1.000000

FIGURE 5.5 : Matrice de corrélation

Analyse

L'analyse de Matrice de corrélation, nous permet de détecter d'éventuelle liaison positif ou négatif. Les meilleurs actifs sont les actifs non corrélés ou corrélés négativement. Les actifs non corrélés sont "indépendants" et les performances de l'un n'a pas d'impact sur l'autre. Les actifs corrélés négativement permettent de réduire le risque du portefeuille tout en garantissant des performances.
Dans ce cas on remarque : GOOGL, MSFT, AAPL, ˆ IXIC sont fortement corrélés ce qui n'est pas très positif ou adapté comme choix, par contre les autres actifs sont plus adapté.

5.3 Approches en Théorie moderne des portefeuilles

5.3.1 Approche Historique

L'approche historique en Théorie moderne des portefeuilles est une méthode de construction de portefeuilles qui repose sur l'utilisation de données historiques pour estimer les rendements et les risques des actifs. On détermine les pondérations qui maximisent le rendement historique par unité de risque historique.
Cette approche est basée sur l'hypothèse que le passé se répète. Cela n'est pas toujours le cas, surtout dans notre cas où l'intervalle de temps d'investissement est assez cours : trois mois. On est d'accord que le cours des rendements n'est pas identique pour chaque trimestre sinon on aurait eu guère besoin de faire cette étude.

5.3.2 Approche paramétrique

En s'appuyant sur le Théorème Central Limite (TCL) (2.1), on suppose que le rendement des actifs suit la loi normale centrée réduite. Cette assertion est potentiellement vraie pour des données avec un grand nombre d'observations alors que pour le cas de notre étude les observations sont assez moyennes : 63.
Dans l'optique de valider ou rejeter cette hypothèse nous allons effectuer des tests de normalité sur nos actifs.

5.3.2.1 Test de Jarque-Bera avec Python

Le test de Jarque-Bera (2.3) permettra de valider ou d'infirmer la normalité des rendements de nos actifs.
Les résultats du test de Jarque-Bera sur les données de nos actifs :

	P_Value
GOOGL	1.640191e-01
MSFT	9.068251e-01
GC=F	1.137651e-01
TSLA	5.447399e-01
AAPL	8.600950e-01
BABA	2.151662e-09
^IXIC	1.340673e-01
^TNX	3.637327e-01

FIGURE 5.6 : Test de Jarque-Bera

- P-Value$<$0.05 on rejette l'hypothèse de normalité
- P-Value$>$0.05 on accepte l'hypothèse selon laquelle nos rendements suivent la loi normale.

Pour certains actifs : Apple, Google, on accepte l'hypothèse de normalité et pour d'autres : Alibaba, on rejette l'hypothèse de normalité.
Devant cette incertitude, dans un objectif de généralisation et de trouver un solution plus adaptée, dire que tous nos actifs suivent la loi normale est biaisée et aura une influence également biaisée sur nos pondérations.

Chapitre 6

La modélisation

D'après les tests de normalité que nous avons effectués, la distribution des rendements n'est pas toujours normale. Pour être le plus près de la réalité, il paraît nécessaire d'estimer la loi suivie par les rendements historiques.

6.1 Estimation des lois

L'estimation de la distribution fait référence au processus d'estimation des paramètres d'une distribution statistique à partir de l'échantillon de données à notre disposition. L'objectif de cette estimation est de déterminer les caractéristiques de la distribution qui correspondent le mieux aux données empiriques disponibles.

S'agissant d'estimer la distribution des données, différentes approches peuvent être utilisées. Pour estimer la loi que suivent les rendements, nous avons utilisé deux approches :

6.1.1 Ajustement au moyen des test statistiques

C'est une approche statistique utilisée pour sélectionner la distribution qui correspond le mieux aux données observées et qui comprend plusieurs étapes :

1. **Collecte et exploration des données** : il s'agit de visualiser graphiquement les données pour comprendre la forme générale de la distribution des données. Ce travail a été déjà fait précédemment.
2. **Sélection des distributions candidates** : là nous choisissons un ensemble de distributions statistiques susceptibles de représenter la distribution des données.

3. **Estimation des paramètres** : pour chaque distribution, nous estimons les paramètres qui maximisent la correspondance entre la distribution et les données dont nous disposons.
4. **Choix de la distribution** : on retient alors la distribution qui présente le meilleur ajustement.

Les distributions candidates

La sélection des distributions candidates pour l'ajustement de modèle dépend de plusieurs facteurs, notamment des connaissances théoriques, des caractéristiques des données observées et des hypothèses appropriées pour les données.

En gestion de portefeuille, les modèles probabilistes qui estiment le mieux la distribution des données sont :

- **La loi normale** :C'est l'une des distributions statistiques les plus couramment utilisées en finance et en gestion de portefeuille. Elle est largement utilisée en raison de ses propriétés mathématiques bien définies et de son applicabilité à de nombreux phénomènes réels.

  La loi normale est caractérisée par sa forme en cloche symétrique et est entièrement déterminée par deux paramètres : la moyenne (μ) et l'écart type (σ). Elle est souvent utilisée pour modéliser les rendements des actifs financiers dans le cadre du principe de la diversification. Selon ce principe, lorsqu'un grand nombre d'actifs indépendants sont combinés dans un portefeuille, les variations individuelles sont atténuées et la distribution des rendements du portefeuille devient de plus en plus proche de la distribution normale. Cela permet de simplifier l'analyse et les calculs de risque et de rendement du portefeuille.

  De plus dans le modèle de Markowitz, qui est très utilisé en gestion de portefeuille, les rendements des actifs sont supposés suivre une distribution normale.

- **La loi logistique** :c'est aussi une distribution statistique couramment utilisée en finance et en gestion de portefeuille. Elle est caractérisée par sa forme en S, avec une queue plus lourde que celle de la distribution normale. Elle est définie par deux paramètres : la moyenne (μ) et le paramètre de forme (s), qui est lié à la dispersion des données autour de la moyenne. Le paramètre de forme contrôle la pente de la distribution et détermine la position où la distribution atteint son point d'inflexion.

Contrairement à la loi normale, la loi logistique peut mieux représenter les rendements extrêmes et les queues de distribution plus lourdes. Elle permet de modéliser de manière plus réaliste les événements extrêmes et les mouvements brusques qui ne sont pas bien capturés par la distribution normale .

- **La loi des valeurs extrêmes généralisées** : c'est une approche statistique utilisée pour modéliser les extrêmes des distributions, y compris les rendements des actifs financiers. Elle est souvent utilisée pour analyser les événements rares et extrêmes, tels que les krachs boursiers ou les pics de volatilité.

  La loi des valeurs extrêmes généralisées repose sur le théorème de limites extrêmes, qui stipule que, sous certaines conditions, les valeurs extrêmes d'une distribution convergent vers une distribution spécifique appelée distribution de valeurs extrêmes généralisées. Cette distribution est caractérisée par trois paramètres : la localisation (μ), l'échelle (σ) et la forme (ψ).

Sur la figure suivante nous pouvons voir chacune de ces trois lois ajustées au rendement du titre de la société Apple.

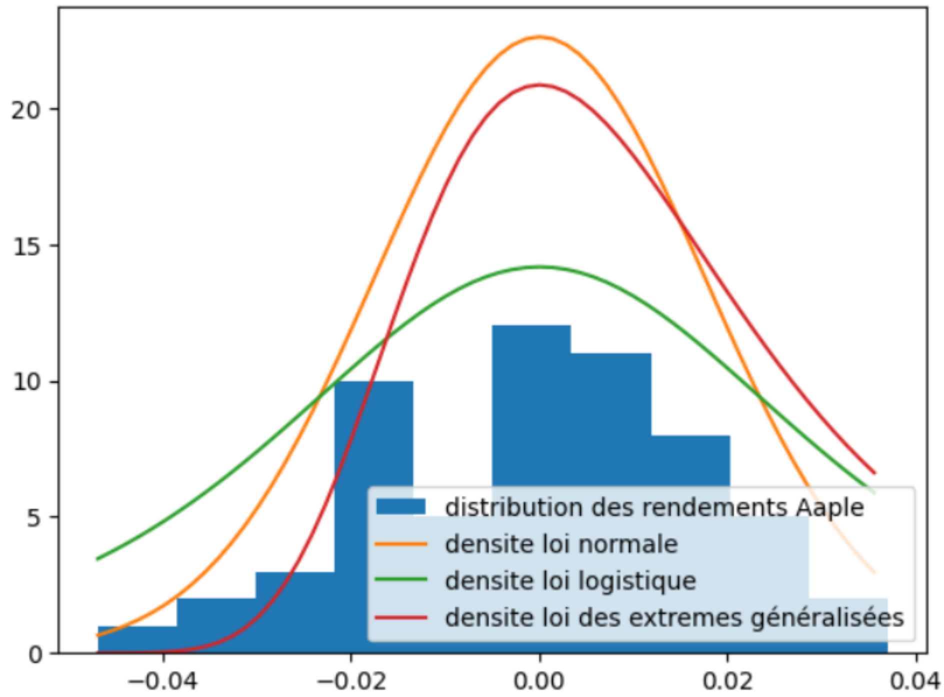


FIGURE 6.1 : Ajustement de la distribution de l'action Apple par des fonctions de densité

Test d'adéquation

Nous allons maintenant utiliser le test de Kolmogorov-Smirnov (2.5)qui permet de déterminer si pour une certaine probabilité deux échantillons proviennent de la même loi.

Pour cela, nous allons générer un échantillon aléatoire pour chaque loi, de moyenne μ et d'écart-type σ.

μ étant la moyenne des données historiques dont nous disposons et σ l'écart type. L'échantillon aléatoire étant généré, nous passons au test de Kolmogorov pour pour vérifier si l'échantillon et les données réels sont issus de la même loi.

Pour ne pas, charger le rapport nous nous contenterons de la présentation du résultat pour l'action Apple. En pratique les tests ont été pour plusieurs classes d'actifs.

Lois candidates	Statistique du test	Probablité critique	Hypothèse H_0
Loi normale	0,203	0.174	acceptée
Loi logistique	0,2203	0,114	acceptée
Loi des valeurs extrêmes généralisées	0.288	0,014	rejetée

TABLE 6.1 : Résultats des tests d'adéquation

H_0 : La distribution et la loi générée suivent la même loi.

Nous pouvons aussi approcher la fonction de répartition des rendements par les fonctions de densité des lois.

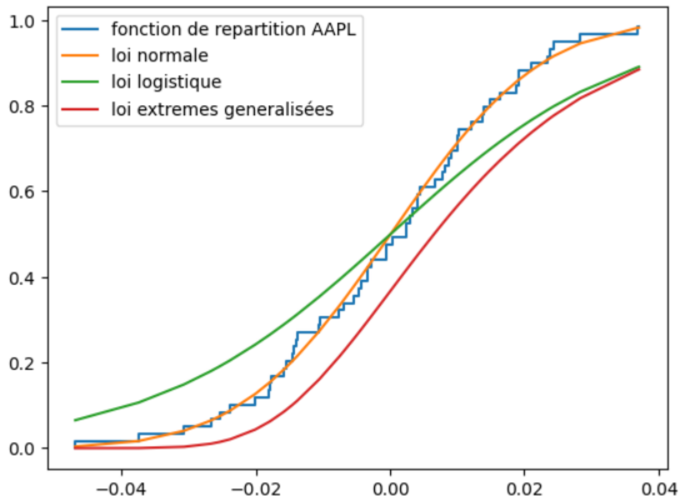


FIGURE 6.2 : Ajustement par les fonctions de répartitions

Au vu des résultats des tests, nous estimons que la loi normale et la loi logistique estiment le mieux la distribution des rendements.

6.1.2 Ajustement automatique

Dans le package "SciPy" de python [2], le module "scipy.stats" fournit une fonctionnalité puissante pour ajuster automatiquement une distribution statistique à des données observées.Il s'agit de la fonction $fit()$. Il est principalement utilisé pour estimer les paramètres de la distribution qui correspondent le mieux aux données, permettant ainsi de modéliser et d'analyser les caractéristiques de la distribution.

La fonction prend en paramètre le tableau de données dont on veut estimer la loi puis renvoie le nom de la loi et les paramètres adaptés pour chaque loi à savoir la moyenne, l'écart type et d'autres arguments dépendamment du nombre de paramètres pris en charge par le modèle.

Lois candidates à l'ajustement

Dans cette approche, l'automatisation du processus d'ajustement nous permet de prendre en compte plusieurs lois. En plus de la loi normale, de la loi logistique et celle des valeurs extrêmes généralisées, d'autres distributions statistiques sont ajoutées.

- **La loi de student** :également connue sous le nom de distribution t de Student, c'est une distribution statistique utilisée pour modéliser des variables aléatoires continues.

  La loi de Student est similaire à la distribution normale, mais elle a des queues plus épaisses. Cela signifie qu'elle attribue une plus grande probabilité aux valeurs extrêmes que la distribution normale. La forme de la distribution dépend d'un paramètre appelé degré de liberté qui représente le nombre d'observations moins un. Il détermine la forme de la distribution et influence l'épaisseur des queues et est couramment utilisée pour des tests statistiques sur des petits échantillons.

  Lorsque le degré de liberté tend vers l'infini, la loi de Student converge vers la distribution normale.

En résumé nous avons créé une liste avec le nom des différentes distributions que nous souhaitons tester. Au total nous en avons eu pour seize (16) distributions :

1. La loi normale
2. La loi beta

3. La loi gamma
4. La loi de Pareto
5. La loi de Student
6. La loi des valeurs extrêmes généralisées
7. La loi lognormale
8. La loi de Gamma inverse
9. La loi de Gauss inverse
10. La loi log gamma
11. La loi alpha
12. La loi de chi
13. La loi de chi-deux
14. La loi de rayleigh
15. La loi logistique
16. La loi de Weibull-max

Explication de la démarche

Après la création de la liste de lois, nous avons mis en place une boucle qui permet pour chaque loi d'estimer les paramètres du modèle.

La fonction fit() nous renvoie les meilleurs paramètres pour l'ajustement et le nom de la loi que nous sauvegardons dans un tableau de données.

Ensuite à l'aide de métriques comme le R_{SQUARES}, le RMSE, SCR, nous classons le tableau du modèle le mieux adapté au moins adapté et ce, pour chaque distribution historique : celui qui minimise au plus la somme des carrés résiduels (SCR).

Test d'adéquation de Kolmogorov

Comme pour l'approche au test nous devons justifier le choix de notre modèle par des tests. Nous n'utiliserons ici que les tests de Kolmogorov-Smirnov (2.5).

Pour notre action Apple on obtient les résultats suivants :

	loggamma	norm	t	beta	gamma	lognorm	genextreme	logistic	alpha
0	0.078679	0.080876	0.080898	0.080796	0.084353	0.085253	0.083679	0.083499	0.098695
1	0.815918	0.789696	0.789431	0.790670	0.746270	0.734733	0.754839	0.757114	0.558640

alpha	invgamma	invgauss	rayleigh	pareto	weibull_max	chi	chi2
0.098695	0.103451	0.105764	0.139904	0.245991	6.776364e-01	4.866919e-01	5.597403e-01
0.558640	0.498707	0.470615	0.166853	0.000977	2.883182e-28	7.783958e-14	1.550657e-18

FIGURE 6.3 : Test de Kolmogorov

La deuxième ligne sur les images représente la statistique de la distribution et la dernière ligne la p-value. Remarquons aussi l'ordre des lois, de la plus adaptée à la moins adaptée.

Les résultats d'ajustement sont à peu près les mêmes. La loi normale est la deuxième meilleure distribution avec une p-value supérieure à 0,05.

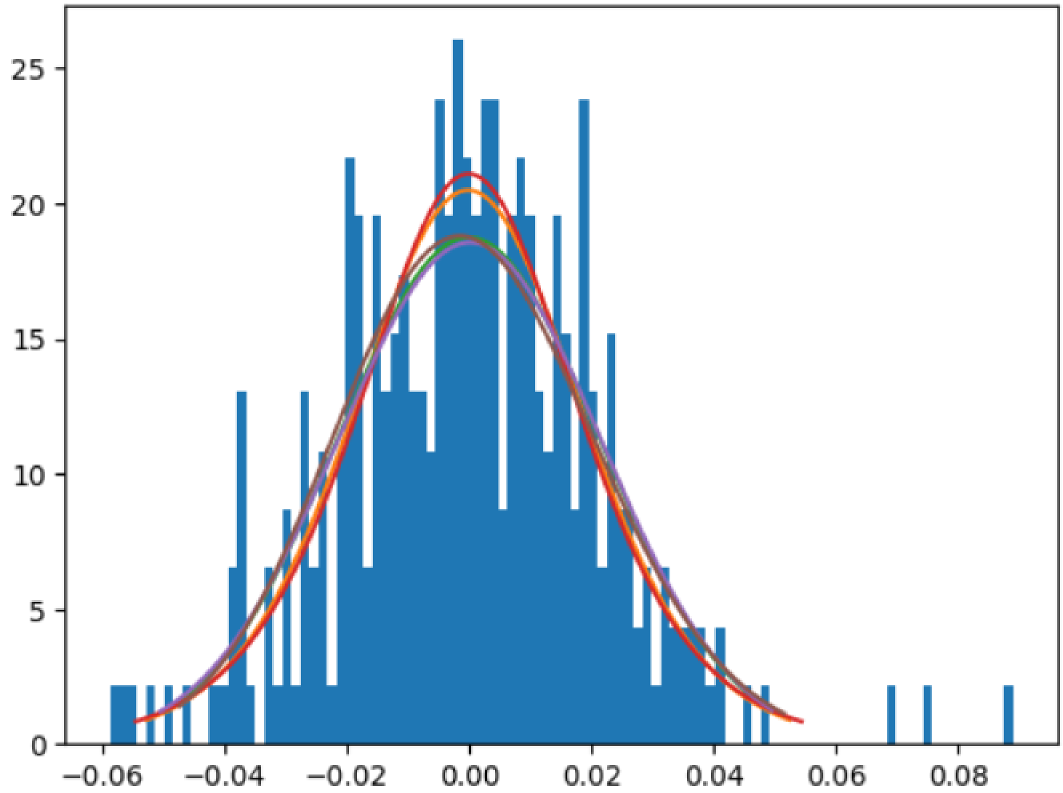


FIGURE 6.4 : Ajustement des densités

Ce graphique représente l'ajustement de la distribution des rendements de l'action "AAPL" par les 5 meilleurs lois obtenus à partir de l'ajustement automatique.

6.2 Simulation des rendements

Maintenant que la distribution des rendements a été estimée, il est possible d'utiliser cette distribution pour effectuer des simulations de rendements futurs. La simulation des rendements consiste à générer un ensemble de valeurs aléatoires basées sur la distribution estimée, afin de créer différentes trajectoires possibles des rendements d'un actif financier sur une période donnée.

La période utilisée sera un trimestre, le portefeuille ayant une durée de vie de trois (3) mois.

6.2.1 Apprentissage des données

Pour déterminer la distribution des données, nous avons opté pour la deuxième approche, celle automatique car elle permet un meilleur ajustement que l'ajustement par rapport aux tests.

Les données sur lesquels l'ajustement a été utilisé datent du 01/01/2023 au 01/04/2023.

6.2.2 Simulation des rendements par Monte-Carlo

La méthode de Monte-Carlo consiste à générer un grand nombre de scénarios aléatoires basés sur la distribution estimée des rendements. Pour chaque scénario, nous avons généré des rendements futurs aléatoires en utilisant les paramètres estimés de la distribution.

- Tout d'abord nous avons généré un grand nombre N de vecteurs colonne de taille 63. On obtient ainsi une matrice(N,63). Chaque colonne représente une simulation du rendement de l'actif considéré. Nous prenons 63 comme la taille des colonnes pour représenter le nombre de jours de cotation en un trimestre.
- Ensuite, nous calculons la moyenne ligne par ligne de la matrice obtenue. Nous nous retrouvons ainsi avec un vecteur colonne de 63 lignes. qui se présente dans le même format que les données historiques afin d'utiliser les fonctions créées précédemment pour calculer la rentabilité du portefeuille et la variance.

On obtient le DataFrame suivant :

	GOOGL	MSFT	GC=F	TSLA	AAPL	BABA	^IXIC	^TNX
0	0.004570	0.003174	0.000299	0.010036	0.005169	-0.001824	0.002511	0.000279
1	0.002728	0.003300	0.000756	0.010982	0.004666	-0.001830	0.002185	-0.000776
2	0.002218	0.002674	0.000044	0.010009	0.004223	-0.001095	0.002821	-0.000485
3	0.004241	0.002438	0.000628	0.011229	0.004352	-0.002289	0.002498	-0.000865
4	0.001814	0.002179	0.001096	0.009084	0.004838	-0.002842	0.002248	-0.001372
...	...	...	...	...	...	...	...	...
58	0.002789	0.002894	0.000674	0.009720	0.005009	-0.000985	0.001730	-0.000880
59	0.002227	0.003733	0.000639	0.010454	0.005609	-0.006306	0.002443	-0.001011
60	0.002776	0.003079	0.000502	0.010951	0.005653	-0.000455	0.002196	-0.000939
61	0.002557	0.002921	0.000491	0.010935	0.004437	-0.002195	0.002545	-0.000772
62	0.003201	0.003514	0.000632	0.012689	0.005047	0.000045	0.002680	-0.000135

FIGURE 6.5 : Simulation des rendements

Il représente les rentabilités estimées de chaque actif sur une période de trois mois.

6.3 Constitution des portefeuilles

Tout d'abord, nous allons constituer des portefeuilles individuels pour chaque classe d'actifs, à savoir les actions, les matières premières, les obligations et les ETF. Pour chaque classe d'actifs, nous avons sélectionné un ensemble d'actifs.

Le choix des actifs pour lesquels nous avons opté n'est pas réellement pertinent dans le sens où ce projet se situe dans la continuité d'un autre projet qui traite des actifs idéaux dans lesquels investir en fonction de la conjoncture actuelle.

Il n'est pas de notre fait de trouver les actifs mais d'optimiser les portefeuilles. Le choix d'actifs que nous avons fait est donc arbitraire. Les raisons de ce choix arbitraire sont la contrainte de temps, et de ressources.

6.3.1 Portefeuille actions

Parmi les données avec lesquelles nous travaillons se trouvent les informations portant sur les actions suivantes :

- **GOOGL** : c'est le ticker[1] boursier pour Alphabet Inc., la société mère de Google. Alphabet est une société technologique diversifiée, leader dans les domaines de la recherche en ligne, des technologies publicitaires, des services cloud et bien plus encore.
- **MSFT** :c'est le ticker boursier pour Microsoft Corporation, une entreprise technologique mondiale, principalement connue pour ses logiciels, tels que Windows et Office, ainsi que pour ses services cloud, ses appareils et ses solutions d'entreprise.
- **TSLA** :c'est le ticker boursier pour Tesla, Inc., un fabricant de voitures électriques et de solutions d'énergie durable connue pour son innovation technologique et son rôle de pionnier dans l'industrie des véhicules électriques.
- **AAPL** :c'est le ticker boursier pour Apple Inc., l'une des plus grandes entreprises technologiques au monde. Apple est réputée pour ses produits emblématiques tels que l'iPhone, l'iPad, les Mac et les services associés.
- **BABA** :de Alibaba Group Holding Limited, une entreprise chinoise de commerce électronique géant du commerce en ligne, offrant des services de vente au détail, de paiement en ligne, de cloud computing et bien plus encore.

[1]Symbole ou cde qui identifie une action en bourse

6.3.2 Portefeuille obligation

Ici nous disposons d'un seul titre :

- ^ **TNX** : il représente le rendement des obligations du Trésor américain à 10 ans. Il est suivi de près par les investisseurs et les analystes, car il peut fournir des indications sur les conditions du marché obligataire et l'appétit des investisseurs pour les actifs à revenu fixe.

6.3.3 Portefeuille Commodité

Là aussi, nous avons un seul titre : "**GC=F**".Il représente le contrat à terme sur l'or, qui permet de spéculer sur le prix futur de l'or. L'or est considéré comme une valeur refuge et est souvent utilisé comme actif de diversification dans les portefeuilles d'investissement.

6.3.4 Portefeuille ETF

Il s'agit de " ^ **IXIX**" qui réplique représente l'indice boursier Nasdaq Composite, qui regroupe des milliers de sociétés technologiques cotées à la bourse Nasdaq. Cet indice est largement utilisé comme référence pour suivre les performances du secteur technologique.

6.3.5 Portefeuille global

Le choix fait de séparer les portefeuilles par classe vient du souci d'évaluer les performances du portefeuille par rapport à d'autres portefeuilles par exemple. Mais dans la réalité un seul portefeuille est constitué.

Ainsi pour procéder à l'optimisation de notre portefeuille qui comprend la totalité des actifs nous allons :

- Tout d'abord optimiser chacun des portefeuilles de classe. c'est à dire déterminer les pondérations de chaque actif permettant pour un certain seuil de risque de maximiser le rendement.
- Ensuite les portefeuilles individuels optimisés sont considérés comme des actifs à part entière avec des rentabilités une variance sous la même forme que celle des données des actifs. On optimise de la même façon que précédemment en intégrant dans le grand portefeuille.

Notons que les actifs du projet en amont pourront être facilement intégrés à notre travail

6.4 Détermination des pondérations optimales

Pour trouver les pondérations optimales nous allons procéder comme suit

1. **Choisir la pondération** : nous avons choisi de créer une fonction qui génère automatiquement des pondérations aléatoires. Ã cette fonction, est fourni le nombre d'actifs et il nous renvoie un vecteur de taille le nombre d'actifs de sorte que la somme de tous les éléments soit égale à 1.

2. **Calculer le rendement et le risque** : grâce aux formules définies plus haut(au niveau de la gestion de portefeuille), nous allons créer des fonctions qui permettront de calculer la rentabilité et la variance du portefeuille constitué de n actifs de quantités q_i

3. **Création de multiples portefeuilles** : les étapes 1 et 2 sont ensuite répétées de manière itérative pour générer de multiples scénarios aléatoires et calculer les rendements du portefeuille correspondants. L'essence même de la simulation de Monte-Carlo.

4. **Choix du meilleur portefeuille** :une fois que toutes les simulations ont été effectuées, les résultats sont analysés statistiquement pour obtenir le meilleur portefeuille en utilisant des mesures de performance telles que le rendement attendu, la volatilité, le ratio de Sharpe.

Les portefeuilles simulés sont représentés comme suit :

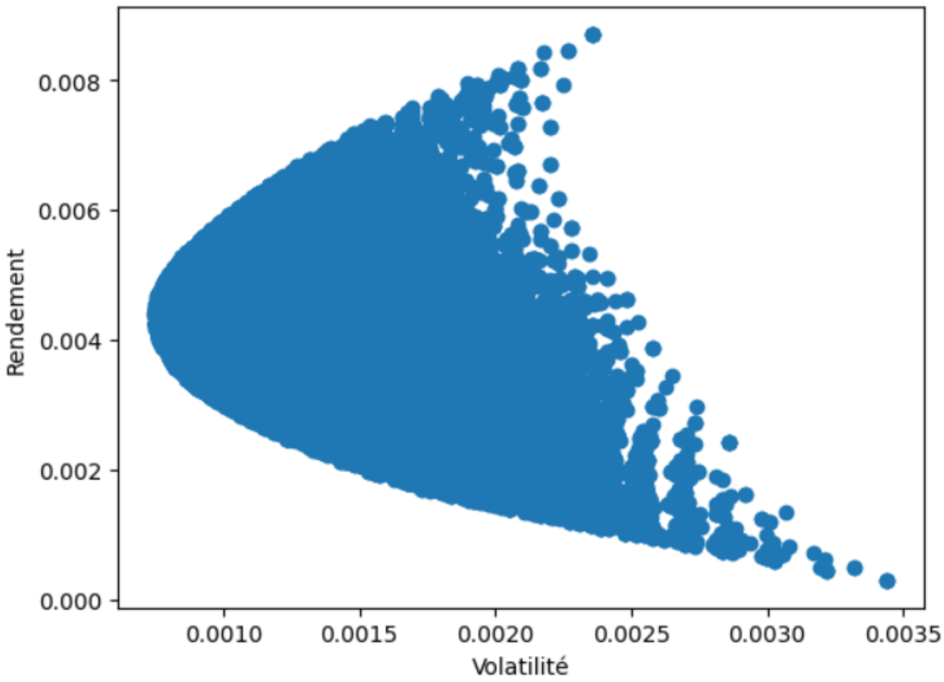


FIGURE 6.6 : Simulation de 100000 portefeuilles d'action

6.5 Choix de portefeuille et Mesures de performance

Maintenant que nous avons pu définir plusieurs scénarios de portefeuilles, il se pose la question de savoir parmi tous ces portefeuilles lequel est optimal, lequel il faudrait choisir.

Le choix de portefeuille dépend entre autres des objectifs et des contraintes de chaque investisseur. Ici nous nous contenterons de présenter deux critères de sélection : le portefeuille qui minimise au plus le risque ou celui qui maximise le ratio de Sharpe

6.5.1 Le Global Minimum Variance(GVM)

Le portefeuille à variance minimale est une approche de construction de portefeuille qui vise à minimiser le risque, mesuré par la variance ou l'écart-type, tout en maintenant un niveau de rendement acceptable.

Dans ce projet, en utilisant ce critère nous n'avons pas imposé de rendement. Nous avons simplement sélectionné le portefeuille qui avait le niveau de risque le plus bas tout maximisant pour ce niveau de risque le rendement.

Le résultat est donc le suivant :

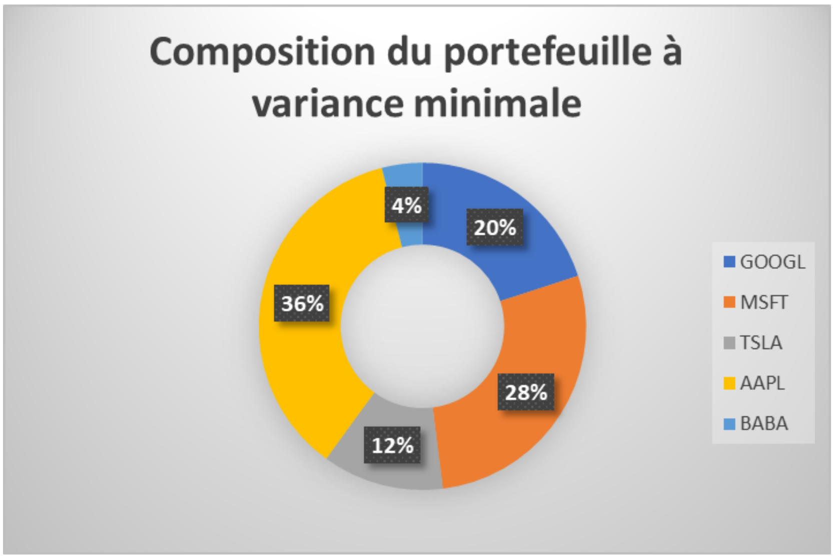


FIGURE 6.7 : Portefeuille à variance minimale

Le portefeuille à variance minimale offre une approche prudente de la construction de portefeuille. Cependant, il est important de noter que cette stratégie peut également entraîner un rendement plus faible par rapport à des stratégies plus agressives.

6.5.2 Le max du Ratio de Sharpe

Le portefeuille avec le maximum de ratio de Sharpe est une approche de construction de portefeuille qui vise à maximiser le rendement ajusté au risque. Le ratio de Sharpe mesure le rendement excédentaire d'un portefeuille par rapport à un taux sans risque, divisé par la volatilité (ou l'écart-type) du portefeuille.

Pour cela il convient de choisir un taux sans risque. En pratique, nous avons utilisé le taux des obligations d'état ayant une échéance de 10 ans. Il est d'environ 0,03% par an. Ce qui fait environ 0,75% par trimestre.

Un ratio de sharpe élevé est le signe d'une bonne performance. Nous allons donc le maximiser. On obtient ainsi une nouvelle allocation pour notre portefeuille action.

Le max du ratio de Sharpe est de 0,513146. Il est positif et il est relativement bon. Un investisseur peut faire des gains en investissant dans ce portefeuille.

En résumé nous avons utilisé deux approches différentes pour choisir notre portefeuille d'action. Les résultats sont résumés dans le tableau suivant :

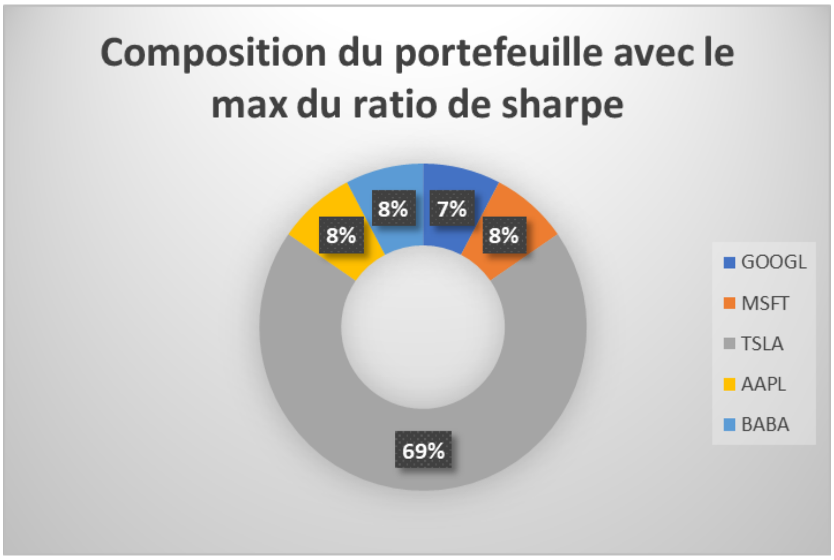


FIGURE 6.8 : Max Sharpe Rate

Approche	Rendement	Volatilité
GMV	0.0043894	0.00074418
Max Sharpe Rate	0.00870842	0.00235492

TABLE 6.2 : Tableau récapitulatif des portefeuilles

Nous pouvons voir grâce à cette table que l'augmentation du rendement va de pair avec la prise de risque.

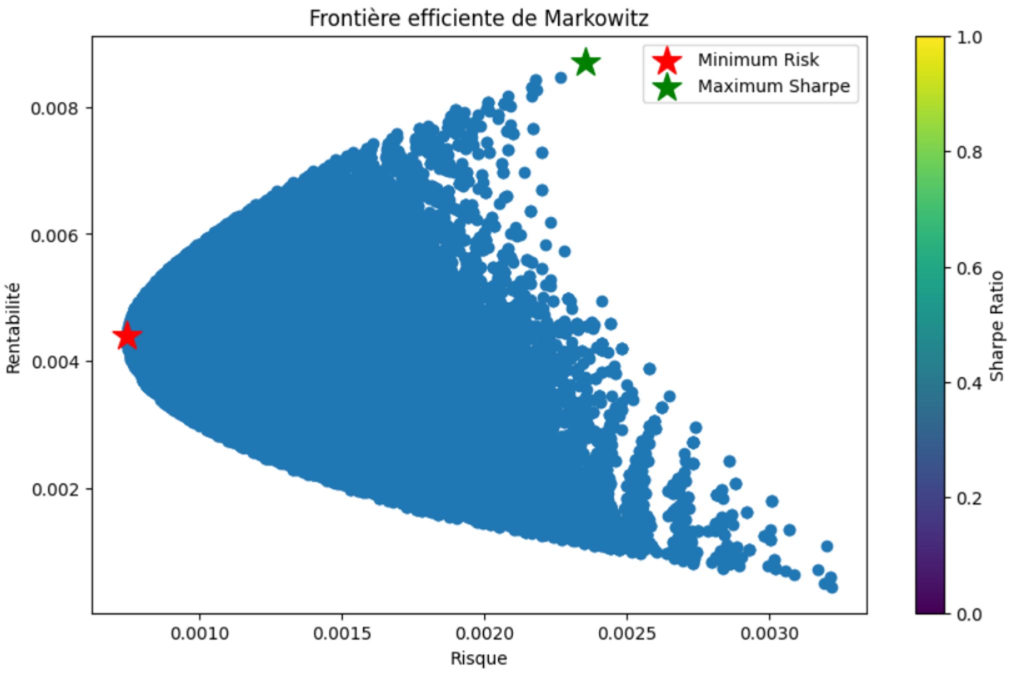


FIGURE 6.9 : GVM et MaxSharpRate

6.5.3 Autres ratios

Les autres ratios de performance à savoir le ratio de Treynor et l'alpha de Jensen n'ont d'intérêt que si on les compare pour des portefeuilles différents ou avec les performances de marché.

Nous allons donc faire une comparaison de ces ratios pour les deux portefeuilles que nous avions sélectionné plus haut.

Portefeuille	Alpha Jensen	Treynor	SharpeRatio
GMV	-0.00463	0.01317	-4.17986
MaxSharpRate	0.00190	0.01123	0.513146

TABLE 6.3 : Autres ratios de performance

L'alpha de Jensen et le ratio de Sharpe du portefeuille à variance minimale sont inférieure à celui qui maximise le ratio de Sharpe. Ce qui est évident dans le cas du ratio de Sharpe. Le portefeuille qui maximise le Ratio de Sharpe a donc une meilleure performance par rapport au risque du portefeuille.

Par contre c'est l'inverse en ce qui concerne le ratio de Treynor. Le portefeuille a une meilleure performance ajustée au risque systémique que le portefeuille à variance minimale.

Les ratios sont donc très utiles pour mesurer les performances d'un portefeuille cependant, tout dépend des objectifs que l'on souhaite atteindre.

6.5.4 Composition finale du portefeuille

Le critère retenu pour le portefeuille d'action est celui du maximum du ratio de sharpe. A partir de là nous allons agréger les différents portefeuilles que nous avons optimisé pour n'en faire qu'un seul. Le processus est le même que pour l'optimisation d'un portefeuille de classe. On obtient alors comme frontière efficiente :

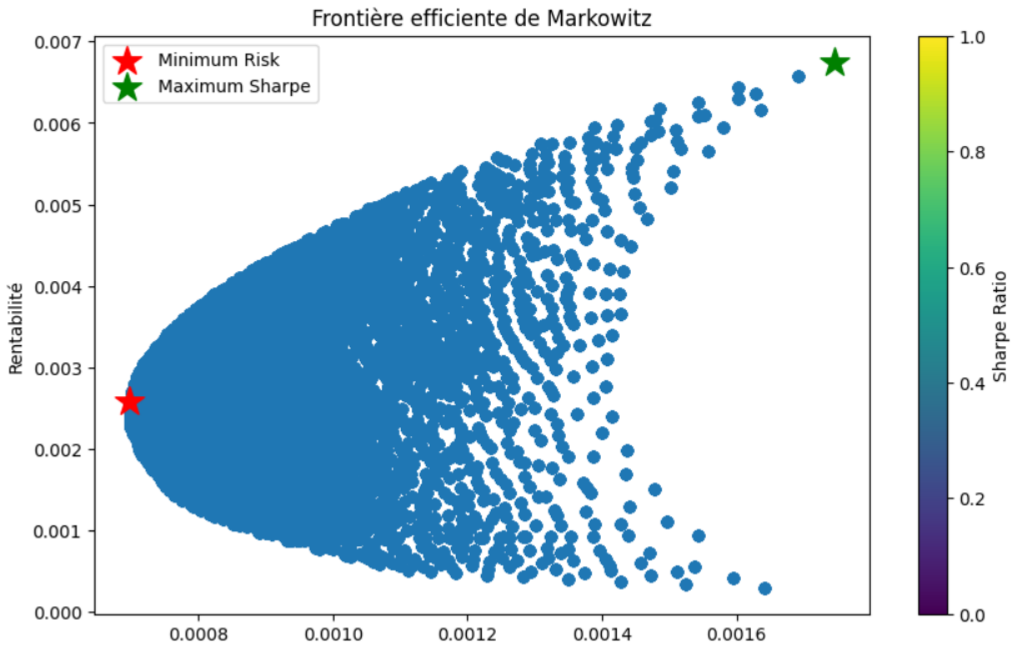


FIGURE 6.10 : Simulations du portefeuille général

En maximisant le ratio de Sharpe encore une fois, on a l'allocation suivante pour un rendement de 0,6% et un risque de 0,1% :

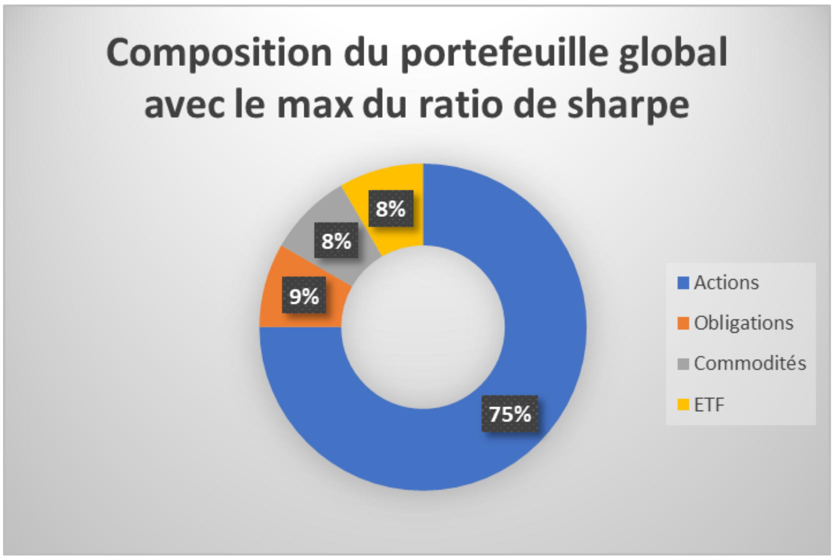


FIGURE 6.11 : Composition du portefeuille finale

Chapitre 7

Analyse des risques

Dans ce chapitre, nous examinerons les risques auxquels notre portefeuille peut être confronté. Nous utiliserons les mesures risques pour évaluer l'exposition de notre portefeuille optimal, telles que déterminées par notre modèle, aux risques. Sommes-nous davantage exposés aux fluctuations du marché ? Quelle est la stabilité des rendements prédits par notre modèle par rapport à d'autres modèles ? Quelles sont les pertes réelles auxquelles nous pourrions être exposés ? Ce sont les questions auxquelles nous tenterons de répondre dans cette section.

7.1 Les Ratios de risque

Cette partie est dédiée spécialement à l'implémentation des divers ratios de risque énoncés dans les sections précédentes.

7.1.1 Maximum DrawDown

Comme indiqué plus haut le Maxdrawdown (4.1) nous donne une idée sur la variation maximale de notre portefeuille.
L'objectif est de déterminer, dans un premier temps, où se situe la variation maximale des rendements du portefeuille par rapport aux variations maximales qui seraient observées si notre portefeuille était pondéré différemment et en un second temps, analyser la variation maximale de notre portefeuille optimal par rapport aux variations maximales des différents actifs qui le compose. L'analyse est effectuée sur les rendements simulés selon leur loi intrinsèque.

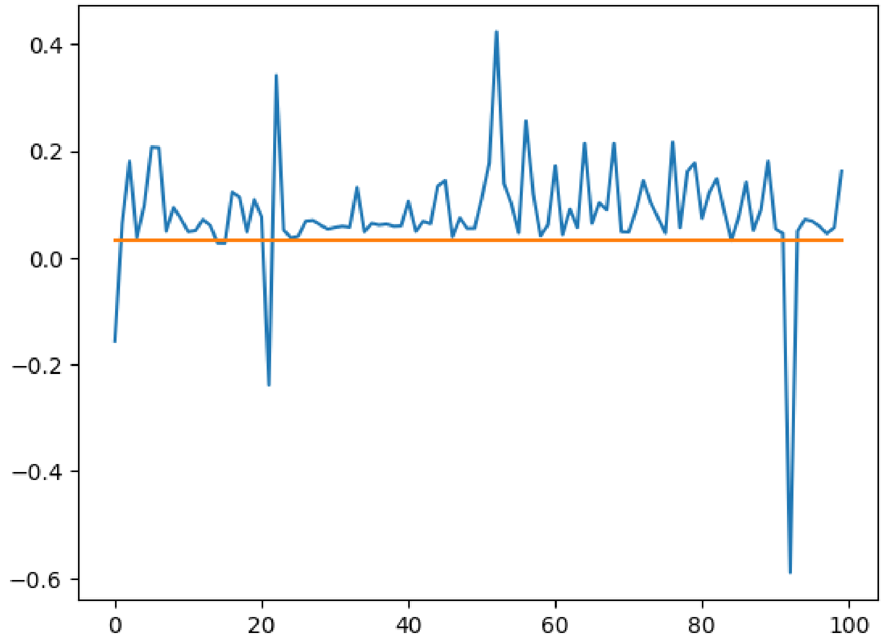


FIGURE 7.1 : Variation maximale de diverses pondérations

Variation maximale du portefeuille optimal aux actifs le constituant :

	MaxDrawDown
GOOGL	0.099366
MSFT	0.034465
GC=F	1.764614
TSLA	0.030449
AAPL	-0.103618
BABA	2.067382
^IXIC	-0.077496
^TNX	-0.062555
Portfolio	0.063431

FIGURE 7.2 : MaxDrawdown des rendements actifs et du portefeuille

Le portefeuille constitué grâce à notre modèle a une variation maximale moindre que la majorité de tout autre portefeuille pondéré différemment.
En outre, l'analyse la variation maximale de notre portefeuille optimal par rapport aux variations maximales des différents actifs qui le compose, nous permet de confirmer l'effet de la diversification, sur notre portefeuille.

7.1.2 Ratio de Sortino

Ratio de Sortino met l'accent capacité à générer des rendements positifs tout en limitant les pertes. Le ratio de sortino (4.2)se calcule en tenant en compte le seuil de rendement attendu(le rendement minimum attendu sur un investissement).
Un ratio de Sortino élevé indique une meilleure capacité à générer des rendements positifs tout en limitant les pertes.

	Sortino
GOOGL	-0.125982
MSFT	-0.125961
GC=F	-0.125986
TSLA	inf
AAPL	-0.125987
BABA	-0.125973
^IXIC	-0.125987
^TNX	-0.125987
Portfolio	-0.125915

FIGURE 7.3 : Différents ratios de sortino pour un rendement espéré de 1%

Dans l'ensemble ratio de Sortino de notre portefeuille(-0.0125915) sont identique que celui des autres actifs pour un rendement espéré de 0.01.

7.2 La Value-at-Risk

Compte tenu des des problématiques soulevées par la normalité des données et l'utilisation des données historiques, il en ressort clairement que la méthode la plus appropriée serait l'approche par simulation de Monte-Carlo.

7.2.1 Méthodologie

Soit $X_1, X_2, ..., X_N$ des facteurs de risque exprimant le prix du portefeuille P par la relation suivante :

$$P = f(X_1, X_2, ..., X_N)$$

f est une fonction linéaire, $f(X_1, X_2, ..., X_N) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i X_i$

On désire générer des vecteurs δ_i suivant une loi donnée, qui représentent les valeurs des variations relatives, de la manière qui suit :

$$E[\delta_i] = \mu_i$$
$$Var(\delta_i) = \sigma_i^2$$

La covariance est définie par :

$$Cov(\delta_i \delta_j) = \sigma_{ij}$$

Pour cela on génère d'autres variables γ_i , indépendantes, obéissant à la même loi théorique déterminée par ajustement telles que :

$$E[\gamma_i] = 0, Var(\gamma_i) = 1$$

Pour obtenir des variables δ_i ayant les propriétés voulues, il suffit de définir :

$$\delta = L\gamma + \mu$$

$\delta = (\delta_i)_{i \in N}$
$\gamma = (\gamma_i)_{i \in N}$
$\mu = (\mu_i)_{i \in N}$
La matrice $LL^T = COV(\delta)$ désigne la matrice des variances-covariances des variations relatives et la matrice L s'en déduit donc par décomposition de Choleski

On détermine les valeurs à maturité des facteurs de risque, des prix $X_i(t)$, t=$\{0, 1, ..., N\}$ à partir des valeurs observées actuellement :

$$X_i(N) = X_i(0) \sum_{t=0}^{n} (1 + \delta_t)$$

La valeur de notre portefeuille a maturité devient $P_N = f(X_i(N))$
La variation de notre portefeuille devient $\Delta P_N = f(X_i(N)) - f(X_i(0))$

On répète ce scénario plusieurs fois, on obtient un vecteur de prix possible pour notre portefeuille, ce qui nous permet grâce au Théorème Central Limite, d'estimer la perte maximal pour un risque donné.

Conditionnal Value At Risque

Le processus de calcul de la conditionnal value at risque reste le même jusqu'à la détermination de la valeur du portefeuille à maturité P_N. Le calcul de la conditionnal value at risque peut, donc, être effectuer en parallèle de celle de la VaR jusqu'à la détermination de P_N
La CVaR n'est rien d'autre que la moyenne des variations de notre portefeuille pour un niveau de confiance donné

7.2.2 Comparaison des diverses approches de calcul de la VaR

Description

Récapitulons la Value-at-risk calculée à partir de plusieurs méthodes : historique, paramétrique, Monte-Carlo classique ou traditionnelle, et le modèle Monte-Carlo ajusté qui est notre méthode d'estimation implémentée.

Méthode	Value-at-Risk	Espected Shortfall
Historique	156.37	161.405
paramétrique	174.1008	193.635
Montecarlo classique	63.12	82.3669
Montecarlo ajustée	302.1865	321.7126

Table 7.1 : Comparaison des méthodes de calcul de Var et de CVaR

Analyse : Les VaR estimées par différentes méthodes que la simulation de Monte-carlo ajusté semblent sous-estimer le risque. Cela nous permet encore une fois de confirmer le choix du modèle de Monte-carlo ajusté comme un meilleur modèle pour la gestion de portefeuille par simulation .

7.3 Risques macroéconomiques : L'inflation

L'analyse des risques macroéconomiques, comme l'inflation, sur un portefeuille d'actifs est essentielle, pour gérer les rendements attendus et prendre des décisions éclairées. Elle permet d'identifier les actifs sensibles à l'inflation et de diversifier le portefeuille en conséquence. L'utilisation d'instruments financiers spécifiques à l'inflation peut offrir une protection supplémentaire. L'analyse aide à gérer les risques et à optimiser le rendement-risque du portefeuille.

Dans le cadre de ce projet l'objectif fixé serait plus une recherche de la confirmation et la robustesse du processus allant de la sélection du secteur, aux choix des actifs et pour finir aux choix des pondérations, pour tout cela cette raison cette analyse ne peut être effectuer sur des données aléatoires comme cela a été le cas depuis quelques sections.
Les actifs suivants sont fournis par analyse sectorielle du secteur bancaire, l'étude n'étant pas à son terme, l'étude n'a pu fournir que les actions du secteur bancaire.

Présentation des actifs :

- NMI Holdings Inc. (NMIH) : NMI Holdings est une société d'assurance spécialisée dans l'assurance hypothécaire.
- MarketAxess Holdings Inc. (MKTX) : MarketAxess est une plateforme électronique de négociation de produits de crédit et d'obligations d'entreprise.
- CorVel Corporation (CRVL) : CorVel Corporation est une société fournissant des services de gestion des soins de santé et des solutions d'administration des accidents du travail.
- Fanhua Inc. (FANH) : Fanhua, également connue sous le nom de "Fanhua Insurance", est une société chinoise spécialisée dans la distribution de produits d'assurance et de services financiers.
- Tradeweb Markets Inc. (TW) : Tradeweb est une plateforme de négociation électronique qui facilite les transactions sur les marchés financiers mondiaux.
- StoneX Group Inc. (SNEX) : StoneX Group est une société de services financiers qui fournit des services de courtage, de compensation, de négoce et de conseil dans les domaines des matières premières, des devises, des taux d'intérêt et d'autres marchés financiers.

Benchmark : S&P 500 Financials (Sector) (SP500-40) :représente l'indice boursier Standard et Poor's 500 du secteur financier américain. Il réplique les performances des entreprises du secteur financier qui sont parmi les 500 plus grandes sociétés cotées en bourse aux États-Unis.

Constitution du portefeuille

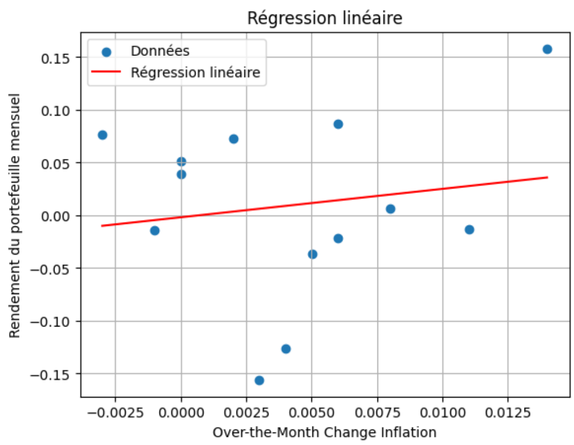
On construit un portefeuille composé des actifs cités plus haut. Après traitement et optimisation décrits dans la section *modélisation*, on obtient les pondérations optimales suivantes :

Actifs	NMIH	MKTX	CRVL	FANH	TW	SNEX	HGBL
Poids	0.0625	0.0625	0.3125	0.0625	0.375	0.0625	0.0625

TABLE 7.2 : pondérations optimales

Régression

Ces pondérations permettent d'obtenir le portefeuille optimal. Avec une régression simple et un graphe nous essayerons d'affirmer ou d'infirmer une éventuelle liaison entre les rendements du portefeuille et la variation de l'inflation.



(a) Graphique de régression

Dependent Variable: RP
Method: Least Squares
Date: 06/02/23 Time: 17:49
Sample: 2022M04 2023M04
Included observations: 13

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.001915	0.033283	-0.057524	0.9552
INFLATION	2.695705	5.277232	0.510818	0.6196

R-squared	0.023172	Mean dependent var	0.009492
Adjusted R-squared	-0.065631	S.D. dependent var	0.086200
S.E. of regression	0.088984	Akaike info criterion	-1.860080
Sum squared resid	0.087100	Schwarz criterion	-1.773165
Log likelihood	14.09052	Hannan-Quinn criter.	-1.877945
F-statistic	0.260935	Durbin-Watson stat	1.771947
Prob(F-statistic)	0.619574		

(b) Régression avec Eviews

Analyse

$$Rp = a * \Delta Inflation + b$$

sous l'hypothèse :

- H_0 : a=0, c'est à dire que la variation de l'inflation n'a aucun effet sur le portefeuille
- H_0 : a≠0, c'est à dire qu'il y'a un lien entre la variation de l'inflation et le portefeuille.

Nous avons $t = 0,51 < \tilde{\chi}^2_{0.05} = 1.1771$ on accepte alors l'hypothèse H_0, la variation de l'inflation n'a aucun effet sur le portefeuille.

Cela valide tout le processus pour le choix du portefeuille optimal. Les risques macro-économiques n'ont aucun effet sur les rendements espérés par de potentiels investisseurs en raison du fait qu'ils sont incorporés dans le modèle dès le départ.

Chapitre 8

Implémentation du modèle d'optimisation avec PyQt6

8.1 Présentation de PyQt6

Définition

PyQt6 est une bibliothèque Python très populaire utilisée pour développer des interfaces graphiques (GUI) pour les applications de bureau. Elle offre une liaison Python complète pour Qt, une puissante bibliothèque C++ multiplateforme utilisée par de nombreux développeurs pour créer des applications graphiques.

Applications populaires utilisant PyQt

Voici quelques exemples d'applications connues qui ont été développées avec PyQt :

Blender : Blender est un logiciel de modélisation 3D, d'animation et de rendu . Son interface utilisateur est développée en utilisant PyQt, ce qui lui permet d'avoir une interface graphique moderne et conviviale.

Eric IDE : Eric est un environnement de développement intégré (IDE) pour Python. Il est construit avec PyQt. Eric IDE est apprécié par de nombreux développeurs Python pour sa facilité d'utilisation.

Calibre : Calibre est une application de gestion de bibliothèque d'e-books. L'interface de Calibre est développée en utilisant PyQt, offrant ainsi une expérience utilisateur agréable et intuitive.

BitTorrent : BitTorrent est un protocole populaire pour le partage de fichiers en pair-à-pair. L'application officielle BitTorrent utilise PyQt pour son interface utilisateur.

Fonctionnalités

PyQt6 offre une riche collection de widgets et de contrôles prédéfinis qui facilitent la création d'interfaces utilisateur attrayantes et interactives. Des fonctionnalités avancées telles que la gestion des événements, les entrées/sorties, la communication réseau et bien d'autres encore sont également disponibles. Les développeurs disposent ainsi de tous les outils nécessaires pour créer des applications graphiques complètes et personnalisées.
De plus, PyQt6 est accompagné d'une documentation complète et bien organisée qui fournit des explications détaillées sur chaque fonctionnalité et des exemples de code pour faciliter l'apprentissage et le développement.

8.2 Architecture de l'application

Il est à retenir que l'application est encore dans une version de bêta de conception et de développement, cependant les fonctionnalités majeures sont opérationnelles.

8.2.1 Page d'accueil

La page d'accueil est une page conviviale qui accueille tout investisseur venant sur notre application. Elle lui présente notre méthode d'investissement ainsi que, les paramètres pris en considération dans notre modèle de gestion de portefeuille, le type de portefeuille, la durée minimale d'investissement, la méthode d'optimisation.

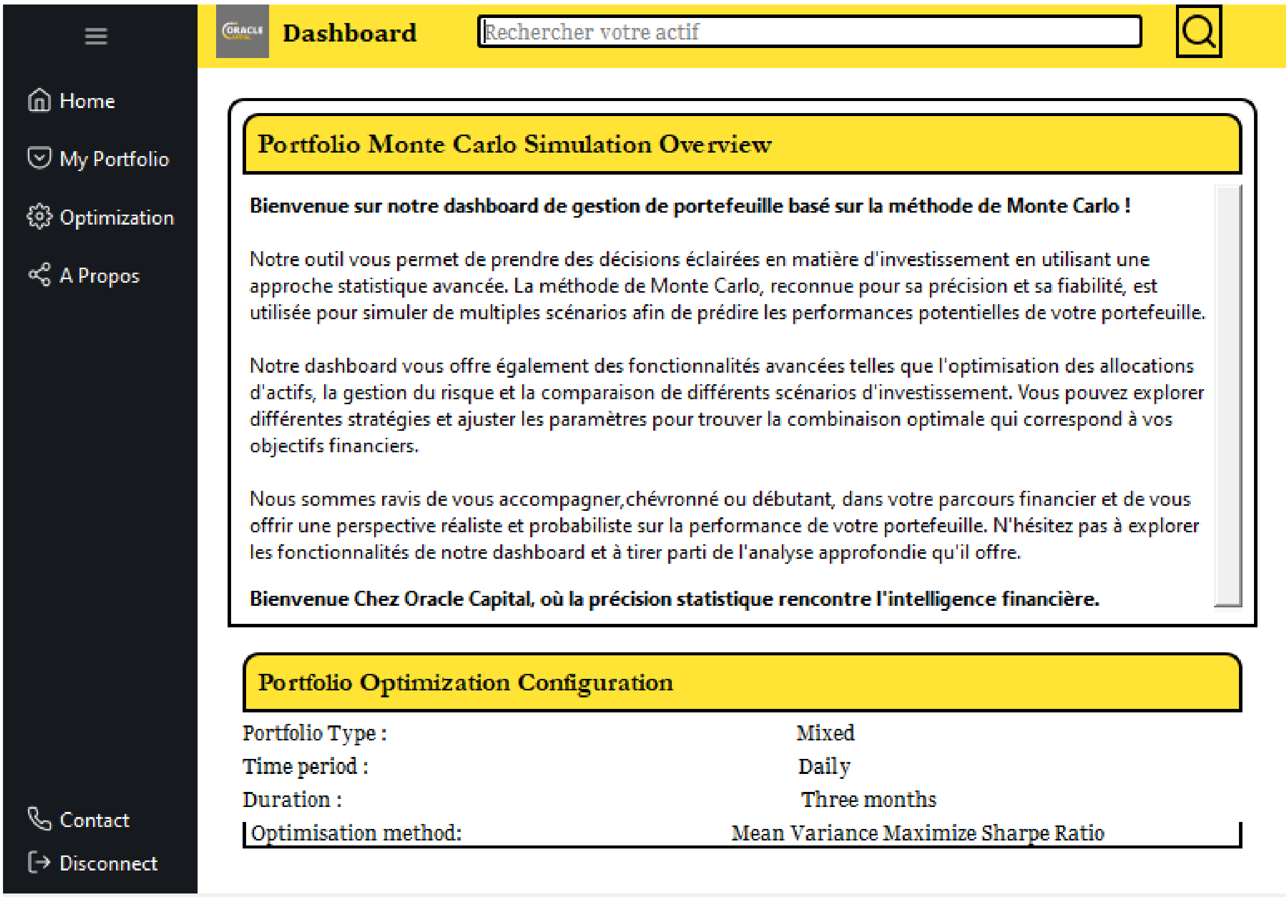


FIGURE 8.1 : Page d'accueil

La barre de navigation

La barre horizontale de navigation permet de rechercher des actifs pour permettre à l'investisseur d'avoir d'ample information sur les actifs choisis.

FIGURE 8.2 : Barre de navigation

La barre latérale

La barre latérale de navigation permet aux utilisateurs de naviguer entre différentes fonctionnalités de l'application.

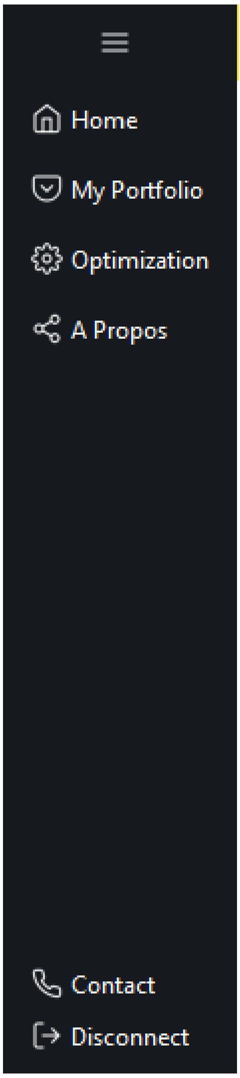


FIGURE 8.3 : Barre latérale de navigation

Présentation des fonctionnalités :

- **Home** dirige l'utilisateur vers la page d'accueil
- **My Portfolio** permet D'accéder à un tableau de bord qui traque les performances d'un potentiel portefeuille investi au moyen de notre modèle sur les marchés financier.
- **Optimisation** permet d'accéder à une page permettant à l'investisseur de simuler son investissement
- **A Propos** donne des informations sur l'entreprise Oracle Capital.

8.2.2 La page My Portfolio

C'est un tableau de bord permettant de suivre les mesures de performances et de risques lié à un portefeuille investi grâce au modèle de l'entreprise. Elle est également destinée à suivre également la performance d'un investisseur ayant investi grâce à notre modèle, par l'intermédiaire d'Oracle Capital, sur les marchés financiers.

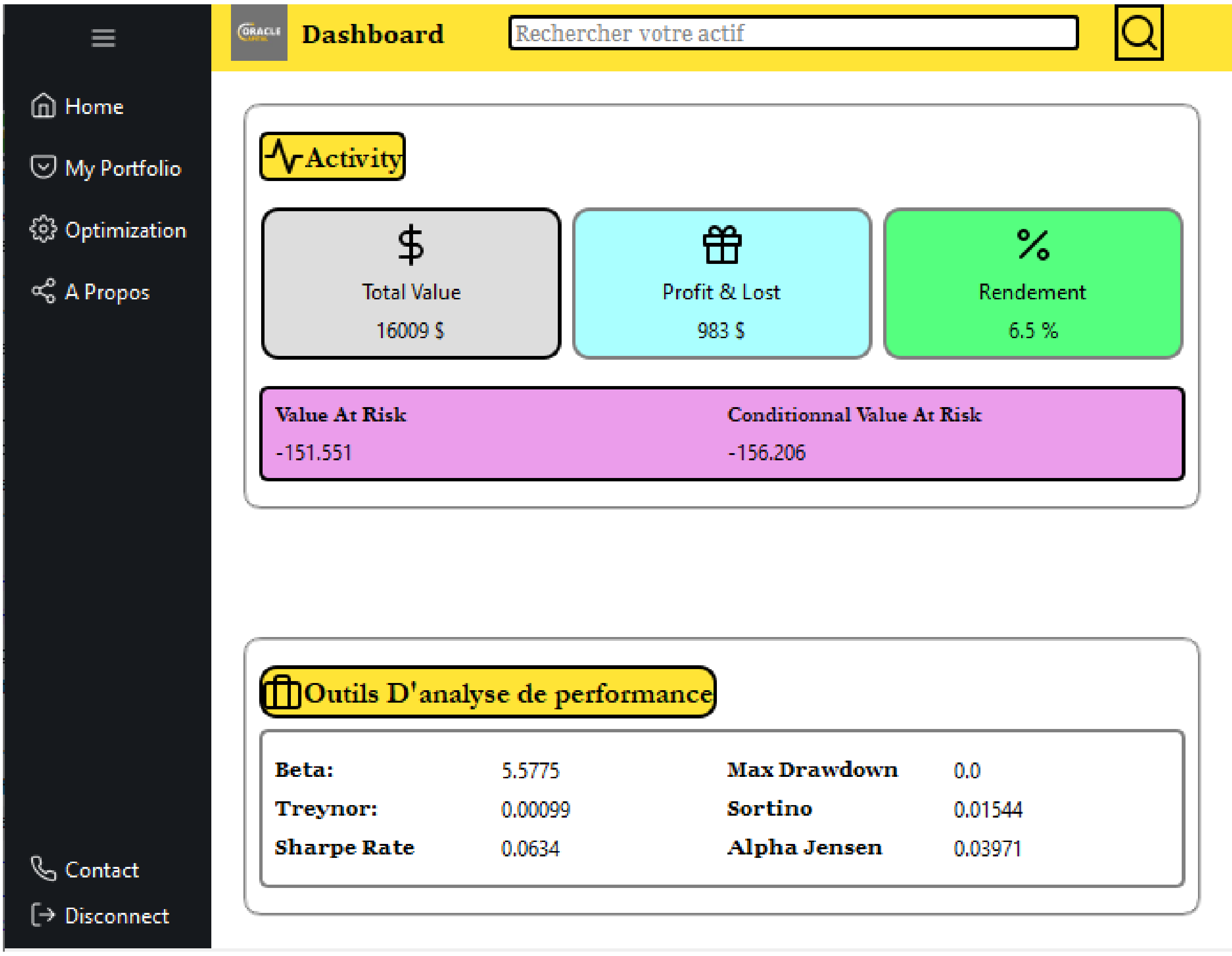


FIGURE 8.4 : Tableau de Bord

8.2.3 La page d'optimisation

C'est une page destinée aux investisseurs, leur permettant de simuler pour un horizon de temps et un montant défini les performances et les ratios de risques prédictives de leurs investissements.

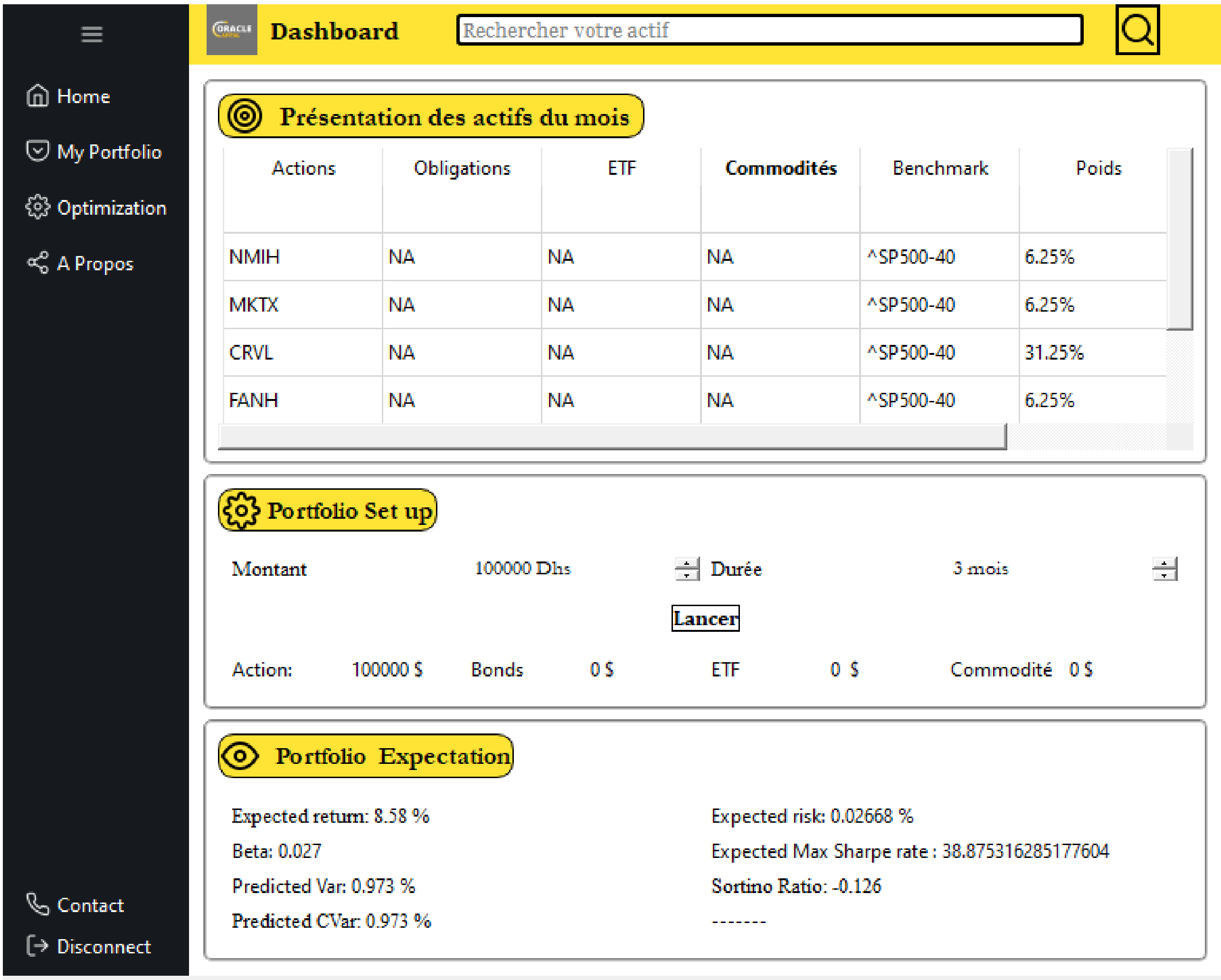


FIGURE 8.5 : Page d'optimisation

- **Présentation des actifs du mois** : C'est une section dédiée à la présentation des actifs qui constitueront notre portefeuille, On spécifie leur nature : action, obligation, ETF, ou commodité ainsi que la proportion qu'ils occupent dans notre portefeuille. On note aussi la spécification du benchmark qui est l'actif de référence.
- **Portfolio Set up** : permet à l'investisseur de rentrer le montant qu'il désire investir et sur quel horizon de temps.
- **Lancer** : c'est la touche qui permet de lancer la simulation, on a en sortie, les montants investis dans chaque catégorie d'actif :action, obligation, ETF, ou commodité, et les mesures de performance et de risque pour le montant et l'horizon de temps spécifié.

Conclusion générale

En somme , la théorie gestion de portefeuille, depuis Harry Markowitz dans les années 1960, passant par le modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF) de William Sharpe, jusqu'aux nouveaux modèles développés aujourd'hui , a beaucoup évolué, et n'a cessé de s'épurer au fur du temps essayant d'affiner au mieux les décisions prises par des pourvoyeurs de fonds en matière d'investissement afin d'optimiser le rendement et de gérer les risques associés à un portefeuille d'actifs financiers.

Ce projet a permis en utilisant les méthodes de simulation Monte-Carlo et d'apprentissage automatique, de déterminer les lois suivies par les rendements des actifs et de reproduire l'évolution de leur cours pour ainsi amoindrir les hypothèses supposées par la théorie moderne de portefeuille et déterminer les réelles pondérations permettant d'offrir aux investisseurs les meilleurs rendements pour un risque minimal.

Dans l'ensemble, notre projet a apporté des perspectives précieuses sur la gestion de portefeuille et l'évaluation des risques. Il a démontré l'efficacité de la méthode de simulation de Monte-Carlo dans l'optimisation des décisions d'investissement et l'amélioration des stratégies de gestion des risques.

Retenons, cependant, que les méthodes de simulations sont coûteuses en temps et en capacité de calcul. Ce modèle ne peut donc qu'être amélioré avec l'avancée des nouvelles technologies, permettant d'avoir des capacités de calcul et de stockage fulgurante.

En outre, notre modèle bien que précis et performant est pourtant sensible aux petites variations des pondérations, il serait aussi intéressant d'intégrer les convictions et les opinions des investisseurs, leur position par rapport au risque et d'opter pour le modèle Black-Litterman par exemple.

Références bibliographiques

[1] RACHID BENTOUMIJUIN. *Étude et estimation de certaines mesures de risque multivariées avec applications en finance*. Université de Québec, 2011.

[2] DataCamp. *introduction to portfolio risk management in python*. url : https://app.datacamp.com/learn/courses/introduction-to-portfolio-risk-management-in-python.

[3] Mouhamed El Moctar DIOP. *Optimisation dynamique de portefeuille et erreur de réplication*. HEC Montréal, Décembre 2011.

[4] Rémi Peyre. *Méthode de Monte-Carlo Application aux Processus Aléatoires*. Février 2016.

[5] PATRICE PONCET ET ROLAND PORTAIT. *La théorie moderne du portefeuille :théorie et applications*. 2009.

[6] Georges HÜBNER Robert COBBAU Roland GILLET. *La gestion de portefeuille Instruments, stratégie et performance*.

[7] Sylvain Rubenthaler. *Méthodes de Monte Carlo*. Université Nice Antipolis, 2018-2019.

[8] Kullaporn Limpanithiwat Lalita Rungsombudpornkul. *Relationship between Inflation and Stock Prices in Thailand, Umea School of Business*. 2ème édition, 2010.

[9] SciPy. *Documentation*. url : https://docs.scipy.org/doc/scipy/#scipy-documentation (visité le 19/03/2023).

[10] Julien STOEHR. *Méthodes de Monte Carlo*. Université Paris Dauphine, 2022-2023.