Outils mathématiques

I – Notations de Landau

- $u_n = o(v_n)\ si :$

$$\exists (\mathcal{E}_n)_{n\in\mathbb{N}} \in \mathbb{K}^{\mathbb{N}}, u_n = v_n \mathcal{E}_n\ et\ \mathcal{E}_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} 0$$

$$\forall \mathcal{E} > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0, |u_n| \leq \mathcal{E}_n |v_n|$$

- $u_n = O(v_n)\ si :$

$$\exists (\mathcal{E}_n)_{n\in\mathbb{N}} \in \mathbb{K}^{\mathbb{N}}\ bornée, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0, u_n = v_n \cdot \mathcal{E}_n$$

$$\exists M \in \mathbb{R}_+, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0, |u_n| \leq M \cdot |v_n|$$

II – Pense-bête

1) Inégalités

- $\forall x \in \mathbb{R}_+, \sin(x) \leq x$
- $\forall x \in]-1; +\infty[, \ln(1+x) \leq x$
- $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2, |ab| \leq \frac{a^2+b^2}{2}$

2) Fonctions

- $f : x \mapsto \begin{cases} 0\ si\ x = 0 \\ x^2 \sin(x)\ \ si\ x \neq 0 \end{cases}$

  $f\ est\ dérivable\ mais\ non\ \mathcal{C}^1\ (en\ 0)$

- $f : x \mapsto \begin{cases} 0\ si\ x = 0 \\ e^{-\frac{1}{x^2}}\ si\ x \neq 0 \end{cases}$

  $f\ est\ \mathcal{C}^\infty mais\ non\ développable\ en\ série\ entière\ (au\ voisinage\ de\ 0)$