Dérivées/Primitives usuelles

On pose $P = \frac{\pi}{2} + \pi\mathbb{Z}$. f est supposée dérivable sur un domaine D_f, g est supposée dérivable sur un domaine D_g, et on suppose que $f(D_f)$ est inclus dans D_g. Enfin, pour la dernière dérivée uniquement, on suppose que f est injective à valeurs dans un ensemble J.

Fonctions	**Dérivées**	**Domaines**
$x \mapsto x^n \quad n \in \mathbb{Z}$	$x \mapsto nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$ si $n \geq 0$, $\mathbb{R}^*$ si $n < 0$
$x \mapsto \frac{1}{x}$	$x \mapsto -\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$
$x \mapsto x^a \quad a \in \mathbb{R}$	$x \mapsto ax^{a-1}$	$\mathbb{R}^{+*}$
$x \mapsto e^{cx} \quad c \in \mathbb{C}$	$x \mapsto ce^{cx}$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \ln(x)$	$x \mapsto \frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^{+*}$
$x \mapsto \cos(x)$	$x \mapsto -\sin(x)$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \sin(x)$	$x \mapsto \cos(x)$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \tan(x)$	$x \mapsto 1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$	$\mathbb{R} - P$
$x \mapsto \mathrm{ch}(x)$	$x \mapsto \mathrm{sh}(x)$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \mathrm{sh}(x)$	$x \mapsto \mathrm{ch}(x)$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \mathrm{th}(x)$	$x \mapsto 1 - \mathrm{th}^2(x)$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \mathrm{Arccos}(x)$	$x \mapsto \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$]-1;1[$
$x \mapsto \mathrm{Arcsin}(x)$	$x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$]-1;1[$
$x \mapsto \mathrm{Arctan}(x)$	$x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$	$\mathbb{R}$

Fonctions	**Dérivées**	**Domaines**
$x \mapsto (f(x))^n \quad n \in \mathbb{Z}$	$x \mapsto nf'(x)(f(x))^{n-1}$	D_f si $n \geq 0$, $\{x \in D_f \mid f(x) \neq 0\}$ si $n < 0$
$x \mapsto (f(x))^\alpha \quad \alpha \in \mathbb{R}$	$x \mapsto \alpha f'(x)(f(x))^{\alpha-1}$	$\{x \in D_f \mid f(x) > 0\}$
$x \mapsto \dfrac{1}{f(x)}$	$x \mapsto \dfrac{-f'(x)}{f(x)^2}$	$\{x \in D_f \mid f(x) \neq 0\}$
$x \mapsto e^{f(x)}$	$x \mapsto f'(x)e^{f(x)}$	D_f
$x \mapsto \ln(f(x))$	$x \mapsto \dfrac{f'(x)}{f(x)}$	$\{x \in D_f \mid f(x) > 0\}$
$x \mapsto \ln\lvert f(x)\rvert$	$x \mapsto \dfrac{f'(x)}{f(x)}$	$\{x \in D_f \mid f(x) \neq 0\}$
$x \mapsto f(ax+b) \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2$	$x \mapsto af'(ax+b)$	La flemme
$x \mapsto g \circ f(x)$	$x \mapsto f'(x) \times g' \circ f(x)$	D_f
$x \mapsto f^{-1}(x)$	$x \mapsto \dfrac{1}{f'\left(f^{-1}(x)\right)}$	$\{x \in J \mid f'\left(f^{-1}(x)\right) \neq 0\}$

Fonctions	**Primitives**	**Domaines**
$x \mapsto (x-c)^n \quad n \in \mathbb{Z} - \{-1\}, \quad c \in \mathbb{R}$	$x \mapsto \dfrac{(x-c)^{n+1}}{n+1}$	$\mathbb{R}$ si $n \geq 0$, $\mathbb{R} - \{c\}$ si $n < 0$
$x \mapsto (x-c)^\alpha \quad \alpha \in \mathbb{R} - \{-1\}, \quad c \in \mathbb{R}$	$x \mapsto \dfrac{(x-c)^{\alpha+1}}{\alpha+1}$	$]\,c\,;+\infty\,[$
$x \mapsto e^{cx} \quad c \in \mathbb{C}^*$	$x \mapsto \dfrac{e^{cx}}{c}$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \dfrac{1}{x-c} \quad c \in \mathbb{R}$	$x \mapsto \ln\lvert x-c\rvert$	$\mathbb{R} - \{c\}$
$x \mapsto \ln(x)$	$x \mapsto x\ln(x) - x$	$\mathbb{R}^{+*}$
$x \mapsto \cos(x)$	$x \mapsto \sin(x)$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \sin(x)$	$x \mapsto -\cos(x)$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \tan(x)$	$x \mapsto -\ln\lvert\cos(x)\rvert$	$\mathbb{R} - P$
$x \mapsto \mathrm{ch}(x)$	$x \mapsto \mathrm{sh}(x)$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \mathrm{sh}(x)$	$x \mapsto \mathrm{ch}(x)$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \dfrac{1}{1+x^2}$	$x \mapsto \mathrm{Arctan}(x)$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \dfrac{1}{1-x^2}$	$x \mapsto \dfrac{1}{2}\ln\left(\left\lvert\dfrac{1+x}{1-x}\right\rvert\right)$	$\mathbb{R}\backslash\{\pm 1\}$

Fonctions	**Primitives**	**Domaines**
$x \mapsto f'(ax+b) \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2$	$x \mapsto \dfrac{f(ax+b)}{a}$	La flemme
$x \mapsto f'(x)f(x)^n \quad n \in \mathbb{Z} - \{-1\}$	$x \mapsto \dfrac{f(x)^{n+1}}{n+1}$	D_f si $n \geq 0$, $\{x \in D_f \mid f(x) > 0\}$ si $n < 0$
$x \mapsto f'(x)f(x)^\alpha \quad \alpha \in \mathbb{R} - \{-1\}$	$x \mapsto \dfrac{f(x)^{\alpha+1}}{\alpha+1}$	$\{x \in D_f \mid f(x) > 0\}$
$x \mapsto f'(x)e^{f(x)}$	$x \mapsto e^{f(x)}$	D_f
$x \mapsto \dfrac{f'(x)}{f(x)}$	$x \mapsto \ln\lvert f(x)\rvert$	$\{x \in D_f \mid f(x) \neq 0\}$
$x \mapsto f'(x)e^{f(x)}$	$x \mapsto e^{f(x)}$	D_f
$x \mapsto f'(x) \times g' \circ f(x)$	$x \mapsto g \circ f(x)$	D_f

⚠ $\dfrac{g \circ f(x)}{f'(x)}$ n'est pas une primitive de $g' \circ f(x)$!!!!!!

Par exemple, on voit bien qu'en dérivant $x \mapsto \dfrac{e^{-x^2}}{-2x}$ on ne retombe pas sur $x \mapsto e^{-x^2}$. En fait, on peut même montrer qu'il est impossible d'exprimer une primitive de $x \mapsto e^{-x^2}$ à l'aide des fonctions usuelles, mais ça, c'est une autre histoire !