
Programme de colle - Semaine n°1

Chapitre 0 - Prépa begins

- cf. semaine 0.

Chapitre 1 - Différents types de raisonnements

- cf. semaine 1.

Chapitre 2 - Fonctions

- Ordre sur \mathbb{R} : manipulation des inégalités (en particulier, pour majorer/minorer une fraction positive, il faut minorer/majorer le dénominateur), inégalité arithmético-géométrique pour deux réels, majorant, minorant, maximum (ou plus grand élément), minimum (ou plus petit élément), unicité du minimum ou du maximum quand ils existent (les bornes supérieure ou inférieure n'ont pas encore été vues), cas des intervalles, cas des ensembles finis, des parties de \mathbb{N} et de \mathbb{Z} , démonstration du principe de récurrence, une suite décroissante à valeurs dans \mathbb{N} est stationnaire.
- Généralités sur les fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} : notation, courbe représentative, opérations algébriques, composition. Fonctions majorées, minorées, bornées, interprétation géométrique, maximum, minimum, transformations géométriques du graphe, fonctions périodiques, une fonction périodique admet une infinité de périodes, exemple de l'indicatrice de \mathbb{Q} , restriction de l'étude à un intervalle semi-ouvert de longueur T , fonctions paires, impaires, réduction du domaine d'étude, fonctions (strictement) monotones.
- Rappels de continuité : rappels sur les limites, théorème d'encadrement, de minoration, de majoration, unicité de la limite, asymptotes verticales, horizontales, obliques, définition d'une fonction continue, opérations algébriques, prolongement par continuité, TVI, corollaire (le théorème de la bijection sera vu dans le chapitre 4), définition d'un point fixe, interprétation géométrique.
- Rappels de dérivation : définition d'une fonction dérivable, équation de la tangente en un point pour une fonction dérivable, tangente verticale lorsque le taux d'accroissement tend vers $\pm\infty$, fonctions de classe \mathcal{C}^1 , opérations algébriques sur les fonctions dérivables, dérivée d'une composée, dérivée d'une fonction paire, impaire, périodique, relations entre monotonie et signe de la dérivée (conditions suffisantes, CNS), dérivées d'ordre supérieur, fonctions dérivables n fois, \mathcal{C}^n , \mathcal{C}^∞ (la formule de Leibniz sera vue dans le chapitre 14), opérations algébriques.
- Rappels de convexité : une fonction est convexe lorsque son graphe est sous les cordes (l'équation de la corde avec le $\lambda x + (1 - \lambda)y$ sera vue dans le chapitre 15), CNS pour les fonctions dérivables deux fois.

Chapitres au programme

Chapitres 0 et 1 (cours et exercice), chapitre 2 (cours uniquement).

Questions de cours

1. L'examineur donne une assertion explicite (par exemple $A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$) et demande d'en donner la table de vérité.
2. L'examineur donne une assertion explicite (pouvant faire intervenir des connecteurs logiques, implications, équivalences et quantificateurs) et en demande la négation.
3. L'examineur donne une implication explicite et demande à l'élève d'en donner la contraposée.
4. Irrationnalité de $\sqrt{2}$ (démonstration au choix de l'élève : si l'élève choisit la preuve utilisant le résultat « n^2 pair \Rightarrow n pair », cette propriété doit être redémontrée).
5. Si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, il existe p paire et i impaire uniques telles que $f = p + i$ (démonstration).
6. $\forall n \geq 1, 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ (démonstration). Rappel aux colleurs : la notation Σ et la notation \prod n'ont pas encore été vues, elles le seront au chapitre 3.
7. Tout entier $n \geq 2$ s'écrit comme un produit de facteurs premiers (démonstration).

8. Définition d'une fonction croissante, décroissante, strictement croissante, strictement décroissante, constante, sur un ensemble E , et négation à chaque fois.
9. Si $f : E \rightarrow F$ est strictement croissante et $g : F \rightarrow \mathbb{R}$ est strictement décroissante alors $g \circ f$ est strictement décroissante (démonstration).
10. La fonction $x \mapsto e^{-x}$ admet un unique point fixe (démonstration, avec un joli dessin).
11. Définition d'une fonction dérivable en a .
12. L'examineur demande de dériver une fonction composée (dérivable...) dans un cas explicite : nous avons vu en classe l'exemple de

$$f : x \mapsto \frac{1}{1 + e^{\cos(\sqrt{x^2+1})}}$$

Prévisions pour la semaine prochaine

- Fin de la convexité.
- Rappels et approfondissements sur les fonctions usuelles, études de fonctions.
- Début des sommes et des produits ?

Exercices à préparer

Exercices 1, 2, 4, 7, 8, 9, 12, 13, 14, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 42, 43, 44, 46, 47, 51 du chapitre 2.

Cahier de calcul

Chapitre 9.