Programme de colle - Semaine n°2

Chapitre 1 - Différents types de raisonnements

- cf. semaine 0.

Chapitre 2 - Fonctions

- cf. semaine 1.
- Convexité : position par rapport aux tangentes pour les fonctions dérivables, exemples d'inégalités de convexité. Idem pour les fonctions concaves. Point d'inflexion, CNS pour une fonction deux fois dérivable, le graphe est traversé par la tangente.
- Fonctions usuelles : exponentielle, ln, fonctions hyperboliques, fonctions puissances (entières, racines n-ièmes, puissances « exotiques »), propriétés (limites aux bornes, monotonie etc.), croissances comparées.
- Logarithme en base a pour $a > 1$ (variations, dérivée, etc.), notation log pour le logarithme en base 10, trinômes du second degré (signe, racines, variations, forme canonique, somme et produit des racines, trouver deux réels connaissant leur somme et leur produit), valeur absolue, inégalité triangulaire (propriétés, interprétation en terme de distance, une fonction est bornée si et seulement si sa valeur absolue est majorée), partie entière (définition, $\lfloor x+p \rfloor = \lfloor x \rfloor + p$ pour tout entier p, nombre de multiples de $y > 0$ dans $]\,0\,;x\,]$, nombre de chiffres de n en écriture décimale, partie fractionnaire).

Chapitres au programme

Chapitres 1 et 2 (cours et exercices : pour le chapitre 2, exercices sur tout le chapitre sauf la partie entière).

Questions de cours

1. Définition d'une fonction croissante, décroissante, strictement croissante, strictement décroissante, constante, sur un ensemble E, et négation à chaque fois.
2. Si $f : E \to F$ est strictement croissante et $g : F \to \mathbb{R}$ est strictement décroissante alors $g \circ f$ est strictement décroissante (démonstration).
3. La fonction $x \mapsto e^{-x}$ admet un unique point fixe (démonstration, avec un joli dessin).
4. Définition d'une fonction dérivable en a.
5. L'examinateur demande de dériver une fonction composée (dérivable...) dans un cas explicite : nous avons vu en classe l'exemple de
$$f : x \mapsto \frac{1}{1+e^{\cos\left(\sqrt{x^2+1}\right)}}$$
6. L'examinateur demande d'étudier la convexité d'une fonction ou de donner les points d'inflexion d'une fonction dans un cas explicite (uniquement pour une fonction dérivable deux fois).
7. Bilan sur les fonctions convexes ou concaves : donner toutes les CNS selon la régularité de f pour que f soit convexe ou concave, avec des jolis dessins (évidemment sans démonstration, tout est admis à ce stade de l'année).
8. Montrer que pour tout $x \in \left[\,0\,;\frac{\pi}{2}\,\right]$, $\frac{2x}{\pi} \leq \sin(x) \leq x$.
9. Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}, e^x \geq 1 + x$, et que pour tout $x \in [\,0\,;n\,]\,, e^{-x} \geq \left(1 - \frac{x}{n}\right)^n$.
10. Définition des fonctions ch, sh, th et allure des graphes. L'examinateur peut demander de prouver une ou plusieurs propriétés au choix (monotonie, limite, parité, convexité, dérivée etc.). Tout n'a pas été traité en classe : question à préparer, donc.
11. Définition de x^α lorsque $\alpha \in \mathbb{R}$ et $x > 0$. Allure du graphe de $x \mapsto x^\alpha$ selon la valeur de α ($\alpha < 0$, $\alpha > 1$, $0 < \alpha < 1$).
12. Si $\alpha > 0$, $\frac{x^\alpha}{e^x} \xrightarrow[x \to +\infty]{} 0$ (démonstration).

13. Si $a > 1$, définition du logarithme en base a.
14. L'examinateur demande de donner la forme canonique d'un trinôme dans un cas explicite.
15. Si f vérifie $|f(x) - f(1/2)| \leq |x - 1/2|$ pour tout $x \in [\,0\,;1\,]$ alors f est bornée (démonstration).
16. Existence et unicité de la partie entière d'un réel x (énoncé précis, démonstration). Allure du graphe de la partie entière.
17. Si $n \geq 1$, nombre de chiffres de n en écriture décimale (démonstration).

Prévisions pour la semaine prochaine

- Sommes et des produits.
- Début de théorie des ensembles ?

Exercices à préparer

Exercices $21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 29$ du chapitre 2.

Cahier de calcul

Chapitres 6 et 7.