Fiche résumé mécanique

5. Champ gravitationnel

$\vec{G}(M)$: champ gravitationnel rayonné en un point M. Par construction, ne dépend que de sa source et non de l'objet situé en M.

C'est un champ de gradient ⇒ existence d'un champ scalaire, le potentiel gravitationnel V

Pour une masse ponctuelle m située en M où règne un champ gravitationnel :

$$\begin{cases} \vec{F} = m\vec{G} \\ E_p = mV \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}(E_p) \\ \vec{G} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V) \end{cases}$$

Théorème de Gauss

Soit S une surface $\boxed{\text{fermée}}$ quelconque et M_{int} la masse totale contenue dedans :

$$\oiint_S \vec{G}.d\vec{S} = -4\pi\mathcal{G}M_{\text{int}}$$

Universellement vrai, quelle que soit la forme de S. Mais réellement pratique pour calculer $\vec{G}$ seulement dans les cas « riches en symétries », typiquement quand on peut ramener $\vec{G}(M)$ à un vecteur à une seule composante et ne dépendant que d'une seule variable.

1. Analyse des invariances et des symétries pour simplifier l'expression de $\vec{G}(M)$.
2. Choix de la surface de Gauss pour que $\vec{G}.d\vec{S}$ soit trivial à calculer ($\vec{G}$ et $d\vec{S}$ colinéaires ou perpendiculaires entre eux).
3. Calcul du flux de $\vec{G}$ à travers S.
4. Calcul de la masse intérieure, contenue dans S.
5. Application du théorème de Gauss pour en déduire $\vec{G}$.

Potentiel gravitationnel

Une fois $\vec{G}$ calculé, on en déduit V en inversant le gradient. Les constantes apparaissant lors des primitivations sont fixées si possible par :

- annulation du potentiel à grande distance de la source,
- raccordement par continuité du potentiel