

---

# Formulaire de trigonométrie.

---

Pour tout couple  $(a, b)$  de nombres réels (on suppose que  $a$ , s'il y a lieu, n'est pas congru à  $\pi/2$  modulo  $\pi$  si on utilise la tangente) et pour tout entier  $n$  on a :

## Relations de parités :

- $\cos(-a) = \cos(a)$
- $\sin(-a) = -\sin(a)$
- $\tan(-a) = -\tan(a)$

## Formules de décalages :

- $\cos(a + \pi) = -\cos(a)$
- $\sin(a + \pi) = -\sin(a)$
- $\cos(a + n\pi) = (-1)^n \cos(a)$
- $\sin(a + n\pi) = (-1)^n \sin(a)$
- $\tan(a + \pi) = \tan(a)$
- $\cos(\pi - a) = -\cos(a)$
- $\sin(\pi - a) = \sin(a)$
- $\cos\left(a + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin(a)$
- $\sin\left(a + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(a)$
- $\sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cos(a)$
- $\cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \sin(a)$
- $\sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cos(a)$

## Formules d'addition et de différence :

- $\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$
- $\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$
- $\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$
- $\sin(a - b) = \sin(a)\cos(b) - \sin(b)\cos(a)$
- $\tan(a + b) = \frac{\tan(a) + \tan(b)}{1 - \tan(a)\tan(b)}$
- $\tan(a - b) = \frac{\tan(a) - \tan(b)}{1 + \tan(a)\tan(b)}$

## Formules de l'angle double ou triple :

- $\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a)$
- $\cos(3a) = 4\cos^3(a) - 3\cos(a)$
- $\cos^2(a) = \frac{\cos(2a) + 1}{2}$
- $\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$
- $\sin(3a) = 3\sin(a) - 4\sin^3(a)$
- $\sin^2(a) = \frac{1 - \cos(2a)}{2}$

## Transformation du produit en somme :

- $\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$
- $\sin(a)\sin(b) = \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$
- $\sin(a)\cos(b) = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$

## Transformation de la somme en produit :

$$\begin{aligned}\cos(a) + \cos(b) &= 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right) & \sin(a) + \sin(b) &= 2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \\ \cos(a) - \cos(b) &= -2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\sin\left(\frac{a-b}{2}\right) & \sin(a) - \sin(b) &= 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\sin\left(\frac{a-b}{2}\right)\end{aligned}$$

## Formules avec $\tan(a/2)$ :

- $\cos(a) = \frac{1 - \tan^2(a/2)}{1 + \tan^2(a/2)}$
- $\sin(a) = \frac{2\tan(a/2)}{1 + \tan^2(a/2)}$
- $\tan(a) = \frac{2\tan(a/2)}{1 - \tan^2(a/2)}$

## Formules d'Euler :

- $\cos(x) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$
- $\sin(x) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$

## Formule de Moivre :

$$(\cos(a) + i\sin(a))^n = \cos(na) + i\sin(na).$$