Programme de colle - Semaine n°8

Chapitre 6 - Arithmétique

- cf. semaines 5 et 6.

Chapitre 7 - Nombres complexes

- cf. semaines 6 et 7.
- Somme et produit des racines d'un trinôme du second degré. Comment trouver deux complexes connaissant leur somme et leur produit.
- Exponentielle complexe. Cas d'égalité.
- Translations, rotations, homothéties, similitudes directes (note aux colleurs : les similitudes indirectes sont HP).

Chapitre 8 - Systèmes linéaires et méthode du pivot de Gauß

- Méthode du pivot de Gauß.

Chapitre 9 - Décomposition en éléments simples

- Fonction polynomiale, unicité des coefficients (tous les résultats de ce chapitre sont admis), racine d'une fonction polynomiale.
- Degré, coefficient dominant, opérations sur les degrés (degré d'un produit, d'une puissance ; le degré d'une somme n'a pas été vu).
- Théorème de la division euclidienne pour les fonctions polynomiales.
- Factorisation d'une fonction polynomiale sur $\mathbb{R}$ ou sur $\mathbb{C}$.
- Définition d'une fonction rationnelle.
- Décomposition en éléments simples sur $\mathbb{C}$, sur $\mathbb{R}$. Méthodes vues : multiplier par $x-\alpha$ et faire tendre x vers α, utiliser la parité éventuelle et l'unicité des coefficients, multiplier par une puissance de x et faire tendre x vers $+\infty$, et en dernier recours, évaluer en des réels ou des complexes et résoudre un système.

Chapitre 10 - Calcul intégral

- Notion de primitive. Une fonction continue sur un intervalle admet une primitive (théorème admis à ce stade de l'année). Les primitives d'une fonction continue sont définies à une constante près. Interprétation géométrique. Existence et unicité d'une primitive vérifiant $F(x_0) = y_0$. Conséquence : deux primitives d'une même fonction qui coïncident en un point sont égales.
- Relation de Chasles, linéarité de l'intégrale (admises à ce stade de l'année). Note aux colleurs : la positivité et la croissance de l'intégrale seront vues au chapitre 22.
- Théorème fondamental de l'analyse (idem). Écriture de intégrale d'une fonction continue étant donnée une primitive de la fonction intégrée. La valeur de l'intégrale ne dépend pas de la primitive choisie.
- Notation $\displaystyle\int^x f(t)\,\mathrm{d}t$ pour une primitive générique.
- Théorème de dérivation des bornes variables. Application : l'intégrale d'une fonction continue T-périodique est la même sur tout intervalle de longueur T.
- Intégration par parties. Calcul de $\displaystyle\int_0^\pi e^t\cos(t)\,\mathrm{d}t$. Trouver une primitive du ln à l'aide d'une IPP.

Chapitres au programme

Chapitre 6 (exercices uniquement), chapitre 7 (cours, exercices sur tout sauf l'interprétation géométrique des nombres complexes), chapitres 8, 9, 10 (cours uniquement).

Questions de cours

1. Inégalité triangulaire (démonstration, il n'est pas demandé d'énoncer ni de démontrer le cas d'égalité).
2. L'examinateur demande de linéariser une quantité de la forme $\sin^p \cos^q$ dans un cas explicite (pas trop moche).
3. Exprimer $\cos(nx)$ sous la forme d'une fonction polynomiale en $\cos(x)$.
4. Calcul de $\sum_{k=0}^{n} \cos(kx)$ et $\sum_{k=0}^{n} \sin(kx)$.
5. L'examinateur demande de donner la forme exponentielle d'un complexe explicite. On se restreindra au cas où les arguments « tombent juste » (i.e. on évite les Arccos et Arcsin dans la question de cours).
6. Liste des racines n-ièmes d'un complexe non nul, liste des racines n-ièmes de l'unité (sans démonstration).
7. Résoudre l'équation $(z+i)^n = (z-i)^n$.
8. L'examinateur demande de résoudre une équation du second degré à coefficients complexes dans un cas explicite.
9. L'examinateur donne une similitude directe explicite et en demande les éléments caractéristiques (centre, angle de la rotation et rapport de l'homothétie, sauf si le colleur est très gentil et décide de donner une simple translation...).
10. L'examinateur donne un système linéaire $3 * 3$ explicite au candidat et lui demande de déterminer ses solutions éventuelles.
11. L'examinateur demande d'effectuer la division euclidienne de deux fonctions polynomiales dans un cas explicite.
12. L'examinateur demande de décomposer en éléments simples une fonction explicite (pas trop moche, disons avec deux ou trois pôles simples).
13. Si $x \in \mathbb{R}\backslash\{-1; 0; 1\}$, décomposer en éléments simples la fonction :
$$f_x : t \mapsto \frac{1}{(1+x^2t^2) \times (1+t^2)}$$
14. Théorème fondamental de l'analyse (sans démonstration puisqu'il est admis).
15. L'examinateur demande de calculer une primitive d'une fonction du type $x \mapsto e^{ax}\cos(bx)$ ou $x \mapsto e^{ax}\sin(bx)$ dans un cas explicite.

Prévisions pour la semaine prochaine

- Fin du calcul intégral.
- Équations différentielles.

Exercices à préparer

Exercices 5, 6, 8 du chapitre 8, et exercices 1, 2, 3, 4 du chapitre 9

Cahier de calcul

Chapitres 5, 6, 15, 16, 17, 18 (uniquement l'exercice 7).