Devoir Maison no 16 bis

On se donne dans ce devoir une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$, une fonction $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, un groupe G, un anneau A, deux polynômes P et Q à coefficients dans \mathbb{K} et une matrice $M\in\mathscr{M}_n(\mathbb{K})$. Traduire les propositions suivantes à l'aide de quantificateurs. Je rappelle qu'en mathématiques, « un » (ou deux, ou trois...) signifie « au moins un » (ou deux, ou trois...), et que quand on veut dire qu'il y en a deux, il faut parfois préciser qu'ils sont distincts. Je précise qu'il peut y avoir parfois plusieurs réponses possibles, mais on essayera alors de prendre la plus maniable.

- 1. f est constante (attention, f n'est pas forcément dérivable!).
- 2. f n'est pas constante.
- 3. f est strictement croissante.
- 4. f est décroissante.
- 5. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est constante.
- 6. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante.
- 7. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ n'est pas croissante.
- 8. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est strictement décroissante.
- 9. Il y a une valeur que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ prend deux fois.
- 10. f admet un point fixe.
- 11. f admet exactement un point fixe.
- 12. f admet deux points fixes.
- 13. f n'admet aucun point fixe.
- 14. Il existe un réel ayant deux antécédents par f.
- 15. Il existe un réel n'ayant aucun antécédent par f.
- 16. Tout réel admet un unique antécédent par f.
- 17. f admet un minimum 1 .
- 18. f est à valeurs positives (au sens large).
- 19. f n'est pas à valeurs positives.
- 20. f est à valeurs négatives.

- 21. f est bornée.
- 22. f n'est pas bornée.
- 23. f n'est pas l'identité.
- 24. f s'annule.
- 25. f s'annule deux fois.
- 26. f ne s'annule pas.
- 27. f n'est pas la fonction nulle.
- 28. f est la fonction nulle.
- 29. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est stationnaire.
- 30. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est positive à partir d'un certain rang.
- 31. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ admet un terme positif.
- 32. f(x) est positif pour x assez grand.
- 33. f est majorée par 1 au voisinage de 0.
- 34. f n'est pas de signe constant.
- 35. f est à valeurs dans [-1;1].
- 36. Tous les éléments de [-1;1] sont atteints par f.
- 37. f n'est pas paire.
- 38. f n'est ni paire ni impaire.
- 39. f est périodique.
- 40. f est continue en 0.
- 41. f est uniformément continue.
- 42. f ne tend pas vers 0 en $+\infty$.

Page 1/3 2023/2024

^{1.} Je ne veux pas lire : « $\exists x_0 \in \mathbb{R}, f(x_0) = \min f$ », je veux qu'on traduise le fait que c'est un minimum.

MP2I Lycée Faidherbe

- 43. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est arithmétique.
- 44. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique.
- 45. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est arithmético-géométrique.
- 46. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge.
- 47. L'ensemble des réels en lesquels f s'annule n'est pas majoré.
- 48. r est rationnel.
- 49. G est commutatif.
- 50. G n'est pas commutatif.

- 51. A est intègre.
- 52. A n'est pas intègre.
- 53. P est de degré 3.
- 54. P divise Q.
- 55. M est diagonale.
- 56. M est triangulaire supérieure.
- 57. M est nilpotente.

Page 2/3 2023/2024