
Programme de colle - Semaine n°0

Chapitre 0 - Prépa begins

- Rudiments de logique : assertions, tables de vérité, connecteurs logiques, implications, équivalences, associativité de « et » et « ou », contraposée, transitivité de l'implication et de l'équivalence, quantificateurs, négation d'une assertions, lois de Morgan.
- Ensembles usuels de nombres : nombres rationnels (les complexes n'ont pas encore été vus), nombres pairs et impairs, intervalles (le fait que les intervalles sont les parties convexes de \mathbb{R} n'a pas encore été vu), intervalles d'entiers, ensemble définis par extension et par compréhension.
- Premiers modes de démonstration : comment prouver une assertion du type A et B , A ou B , $A \Rightarrow B$, $\forall x \in E, A(x)$ etc.

Chapitre 1 - Différents types de raisonnements

- Raisonnement direct pour une implication.
- Raisonnement par double implication. Le raisonnement par double inclusion sera vu dans le chapitre 3.
- Raisonnement par équivalences.
- Raisonnement existence/unicité.
- Raisonnement par l'absurde. Irrationalité de $\sqrt{2}$, une fonction continue qui ne s'annule pas est de signe constant.
- Raisonnement par contraposée.
- Raisonnement par disjonction de cas. Exemple d'irrationnels x et y tels que x^y soit rationnel.
- Raisonnement par analyse-synthèse. Résolution de l'équation $x = \sqrt{x^3 + x^2 - x}$, toute fonction est somme d'une unique fonction paire et d'une unique fonction impaire, fonctions $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ vérifiant : $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, f(y - f(x)) = 2 - x - y$, fonctions $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ vérifiant : $\forall (n, p) \in \mathbb{N}^2, f(n + p) = f(n) + f(p)$.
- Raisonnement par récurrence simple, par récurrence forte. Exemples : valeur de $1 + 2 + \dots + n$ (la notation Σ sera revue dans le chapitre 4), récurrence selon la parité, existence d'une décomposition en produit de facteurs premiers.
- Les nombres harmoniques ne sont presque jamais des entiers. Récurrence double : la suite de Fibonacci est positive. Récurrence finie. Encore une fois, la notation Σ et la notation \prod n'ont pas encore été vues.

Chapitres au programme

Chapitre 0 (cours et exercice), chapitre 1 (cours uniquement).

Questions de cours

1. L'examineur donne une assertion explicite (par exemple $A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$) et demande d'en donner la table de vérité.
2. L'examineur donne une assertion explicite (pouvant faire intervenir des connecteurs logiques, implications, équivalences et quantificateurs) et en demande la négation.
3. L'examineur donne une implication explicite et demande à l'élève d'en donner la contraposée.
4. Irrationalité de $\sqrt{2}$ (démonstration au choix de l'élève).
5. Si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, il existe p paire et i impaire uniques telles que $f = p + i$ (démonstration).
6. $\forall n \geq 1, 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ (démonstration).
7. Tout entier $n \geq 2$ s'écrit comme un produit de facteurs premiers (démonstration).

Prévisions pour la semaine prochaine

- Majorant, minorant, plus grand élément, plus petit élément.
- Généralités sur les fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} .
- Rappels de continuité, de dérivation, de convexité.

Exercices à préparer

Exercices 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 22, 23 du chapitre 1.

Cahier de calcul

Chapitres 1 à 4.