
Programme de colle - Semaine n°5

Chapitre 4 - Ensembles et applications

- cf. semaines 3 et 4.

Chapitre 5 - Fonctions circulaires/trigonométrie

- cf. semaine n° 4.
- Définition de la fonction Arctan ¹. Dérivée de l'Arctangente, monotonie, convexité, graphe, valeurs remarquables, valeur de $\text{Arctan}(x) + \text{Arctan}(1/x)$, de $\cos(\text{Arctan}(x))$, de $\sin(\text{Arctan}(x))$, de $\text{Arctan}(x) + \text{Arctan}(y)$ (cette dernière égalité n'est pas à connaître, elle a été vue uniquement en guise d'exemple).
- Fonction Arcsin : définition, imparité, dérivabilité, variations, graphe, valeurs remarquables, valeur de $\cos(\text{Arcsin}(x))$.
- Fonction Arccos : définition, dérivabilité, variations, graphe, valeurs remarquables, valeur de $\sin(\text{Arccos}(x))$.
- $\forall x \in [-1; 1], \text{Arcsin}(x) + \text{Arccos}(x) = \frac{\pi}{2}$.

Chapitre 6 - Arithmétique

- Diviseurs et multiples d'un entier relatif. Propriétés (transitivité, etc.).
- Théorème de division euclidienne.
- Écriture d'un entier en base $b \geq 2$.
- PGCD : propriétés, algorithme d'Euclide, entiers premiers entre eux, algorithme d'Euclide étendu, théorème de Bézout, théorème de Gauß, irrationalité de \sqrt{n} si n n'est pas un carré parfait, équation diophantienne du type $ax+by=c$.

Chapitres au programme

Chapitre 4 (cours et exercices), chapitres 5 et 6 (cours uniquement).

Questions de cours

1. Définition de la différence symétrique de deux ensembles (avec un joli dessin). Associativité (méthode au choix de l'élève).
2. Définition d'une injection, d'une surjection, d'une bijection, et écriture avec des quantificateurs à chaque fois.
3. Méthode ou rédaction type pour montrer qu'une fonction $f : E \rightarrow F$ est ou n'est pas injective ou surjective, au choix de l'examineur.
4. Une composée d'injections est une injection (énoncé précis, démonstration).
5. Une composée de surjections est une surjection (énoncé précis, démonstration).
6. Définition de l'image directe, de l'image réciproque d'une partie, et écriture avec des quantificateurs.
7. Prouver que la fonction sh est bijective et expliciter sa bijection réciproque.
8. Théorème de la bijection (sans démonstration).
9. Dérivée d'une bijection réciproque (énoncé précis, sans démonstration).
10. Prouver que ch est une bijection de \mathbb{R}_+ dans $[1; +\infty[$ et expliciter la dérivée de ch^{-1} .
11. L'examineur donne une quantité sous la forme $a \cos(x) + b \sin(x)$ et demande de la mettre sous forme $C \cos(x - \varphi)$.
Note aux colleurs : les fonctions Arccos et Arcsin n'ayant pas été vues, il faut des valeurs qui tombent juste !
12. Définition de la tangente, domaine de définition (les deux expressions), dérivée et allure du graphe (tout ça sans démonstration).
13. Domaine de définition, variations, parité éventuelle, graphe, dérivée de l'Arctangente, de l'Arcsinus, de l'Arccosinus, une parmi les trois au choix de l'examineur (sans démonstration).

1. Je rappelle que dire « Arctanne » est passible de châtimements corporels. On dira « Arctangente », comme une personne civilisée. Note aux colleurs : venir avec un fouet, une matraque, un CD de Jul ou d'Aya Nakamura, pour les cas désespérés.

14. Valeur de $\operatorname{Arctan}(x) + \operatorname{Arctan}(1/x)$ selon la valeur de x (démonstration).
15. $\forall x \in [-1; 1], \operatorname{Arcsin}(x) + \operatorname{Arccos}(x) = \frac{\pi}{2}$ (démonstration, méthode au choix de l'élève).
16. L'examineur demande d'appliquer l'algorithme d'Euclide pour donner le PGCD de deux entiers naturels dans un cas explicite.
17. Théorème de Bézout pour deux entiers (sans démonstration).
18. L'examineur demande d'appliquer l'algorithme d'Euclide étendu pour trouver deux entiers u et v tels que $au + bv = a \wedge b$ dans un cas explicite.
19. Théorème de Gauß (énoncé précis, démonstration).
20. Si $n \in \mathbb{N}^*$, alors \sqrt{n} est soit un entier, soit un irrationnel (démonstration).
21. L'examineur demande si une équation du type $ax + by = c$ admet des solutions, et de les trouver le cas échéant, dans un cas explicite.

Prévisions pour la semaine prochaine

- Fin de l'arithmétique.
- Vacances!!!!

Exercices à préparer

Exercices 3, 4, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 31, 32, 35, 36, 37, 38, 39 du chapitre 5.

Cahier de calcul

Chapitre 8.