

# Fiche résumé électromagnétisme

## 2-3. Champ électrostatique et équation de Maxwell-Gauss

Force électrostatique subie par une charge ponctuelle placée en un point  $M$  où règne un champ électrostatique :

$$\vec{F} = q\vec{E}(M)$$

Distribution de charges	Caractérisée par	Unité
Ponctuelle	charge $q$	C
Linéique	densité linéique de charge $\lambda$	C m <sup>-1</sup>
Surfacique	densité surfacique de charge $\sigma$	C m <sup>-2</sup>
Volumique	densité volumique de charge $\rho$	C m <sup>-3</sup>

Expression du champ électrostatique rayonné par une distribution de charges :

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r & \text{pour une source ponctuelle de charge } q \\ \text{théorème de Gauss} & \text{sinon} \end{cases}$$

L'équation de Maxwell-Gauss et le théorème de Gauss sont équivalents :

$$\text{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \Leftrightarrow \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

Le théorème de Gauss n'est donc pas la seule méthode possible pour calculer  $\vec{E}$ , mais c'est souvent la plus pratique.

En un point où se trouve une distribution...	$\vec{E}$ est...
volumique	continu
surfacique	discontinu 1 <sup>re</sup> espèce
linéique / ponctuelle	discontinu 2 <sup>e</sup> espèce

Dans le cas surfacique, la discontinuité est donnée par la relation de passage :

$$\vec{E}(M_2) - \vec{E}(M_1) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$$

Méthodologie du théorème de Gauss pour calculer  $\vec{E}$  :

- Déterminer les invariances et symétries de la source, ce qui amène à introduire un point  $M$  par lequel doivent passer les plans de symétrie et d'antisymétrie.  
Parfois cette étape s'accompagne d'une discussion sur la parité ou l'imparité du champ.
- Choisir une surface de Gauss S fermée, orientée sortante, passant par M et telle que  $\vec{E} \cdot d\vec{S}$  soit simple à exprimer en tout point.
- Calculer le flux de  $\vec{E}$  à travers  $S$  et la charge intérieure à  $S$ .
- Appliquer le théorème et conclure (graphe, continuité...)