

# POLITECNICO DI MILANO

---

FACOLTÀ DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE  
Corso di Laurea in Ingegneria Matematica

PROGETTO PER IL CORSO DI ANALISI NUMERICA PER LE EQUAZIONI A DERIVATE PARZIALI

**Titolo**

sottotitolo

Candidati:

**Claudia Bonomi matr. 804378**

**Edoardo Arbib matr.**

Relatori:

**Simona Perotto**

**Ilario Mazzieri**

## **Abstract**

# Nomenclature and Acronyms

A

B

C

D

E

F

G

H

I

iv

**J**

**K**

**L**

**M**

**N**

**O**

**P**

**Q**

**R**

**S**

**T**

**U**

v

V

W

X

Y

Z

Greek Symbols

$\mu$

$\nu$

$\Omega$



# Contents

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Analisi del problema continuo</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Analisi del problema discreto</b>	<b>5</b>
3.1	Semi-discretizzazione temporale . . . . .	5
3.2	Discretizzazione spaziale-temporale . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Descrizione Implementazione</b>	<b>7</b>
<b>5</b>	<b>Esempi numerici</b>	<b>9</b>
5.1	Test Case 01 . . . . .	9
5.2	Test Case 02 . . . . .	9
<b>6</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>11</b>
	<b>Bibliography</b>	<b>13</b>





# Chapter 1

## Introduzione

Il lavoro qui presentato tratta lo studio di un problema di controllo ottimo parabolico attraverso l'analisi proposta da [NMM15]. Per l'equazione di stato viene utilizzato uno schema Petrow-Galerkin con un approccio costante a tratti per la funzione di stato ed uno lineare a tratti per la funzione test. Questa scelta degli spazi funzionali ha una ripercussione sullo schema di discretizzazione temporale sia del problema di stato che del problema aggiunto. Per entrambi, infatti, sarà utilizzata una variante dello schema di Crank-Nicolson consistente con la teoria di Rannacher descritta in [Ran84].



## Chapter 2

# Analisi del problema continuo

$\mathbb{P}$



## Chapter 3

# Analisi del problema discreto

### 3.1 Semi-discretizzazione temporale

### 3.2 Discretizzazione spaziale-temporale



## Chapter 4

# Descrizione Implementazione





## Chapter 5

### Esempi numerici

#### 5.1 Test Case 01

#### 5.2 Test Case 02



## Chapter 6

## Conclusioni



# Bibliography

- [NMM15] V. D. Nikolaus, H. Michael, and V. Morten. “Crank-Nicolson time stepping and variational discretization of control-constrained parabolic optimal control problems”. In: *SIAM J. Control and Optimization* 53(3) (March 6, 2015), pp. 1182–1198.
- [Ran84] R. Rannacher. “Finite Element Solution of Diffusion Problems with Irregular Data”. In: *Numerische Mathematik* 43 (1984), pp. 309–32.



## List of Figures





## List of Tables