

2a lista de exercícios do livro "Cálculo Vol. 1, do James Stewart, 7a edição". Fazer os seguintes exercícios.

Página 19, Exercícios: 2, 3, 7, 8, 9, 10.

Página 20, Exercícios: 25, 31, 33, 35, 37, 38, 47.

Página 21, Exercícios: 49, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 71.

Página 31, Exercício: 3.

Página 32, Exercícios: 4, 9.

Página 40, Exercícios: 9, 11, 13, 19, 21, 29.

Página 41, Exercícios: 31, 33, 35, 37, 41, 43, 45, 50.

Página 42, Exercícios: 59, 61.

Página 53, Exercícios: 1, 2, 3, 4, 11, 12.

Página 54, Exercícios: 15, 19.

Página 64, Exercício: 3.

Página 65, Exercício: 9, 10, 11, 21, 23, 25, 35, 36, 37, 38, 39, 41.

Página 66, Exercício: 47, 48, 49, 50, 51, 53, 55, 57, 63, 65, 67, 70, 72.

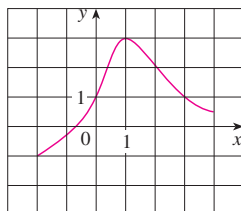
1.1 Exercícios

1. Se $f(x) = x + \sqrt{2-x}$ e $g(u) = u + \sqrt{2-u}$, é verdadeiro que $f = g$?
2. Se

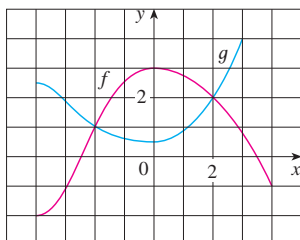
$$f(x) = \frac{x^2 - x}{x - 1} \quad \text{e} \quad g(x) = x$$

é verdadeiro que $f = g$?

3. O gráfico de uma função f é dado:
- Diga o valor de $f(1)$.
 - Estime o valor de $f(-1)$.
 - Para quais valores de x é $f(x) = 1$?
 - Estime os valores de x tais que $f(x) = 0$.
 - Diga qual é o domínio e a imagem de f .
 - Em qual intervalo f é crescente?

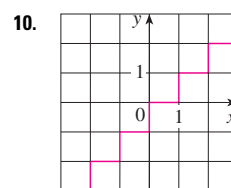
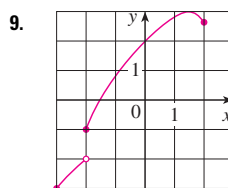
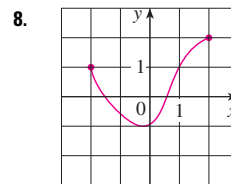
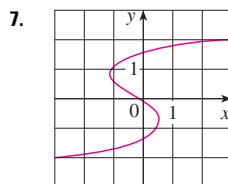


4. Os gráficos de f e g são dados.
- Diga o valor de $f(-4)$ e $g(3)$.
 - Para quais valores de x é $f(x) = g(x)$?
 - Estime a solução da equação $f(x) = -1$.
 - Em qual intervalo f é decrescente?
 - Diga qual é o domínio e a imagem de f .
 - Obtenha o domínio e a imagem de g .

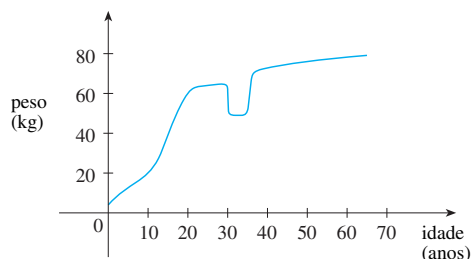


5. A Figura 1 foi registrada por um instrumento monitorado pelo Departamento de Minas e Geologia da Califórnia pertencente ao Hospital Universitário do Sul da Califórnia, em Los Angeles. Use-a para estimar a imagem da função da aceleração vertical do solo na USC durante o terremoto de Northridge.
6. Nesta seção, discutimos os exemplos de funções cotidianas: a população em função do tempo; o custo da franquia postal em função do peso; a temperatura da água em função do tempo. Dê três novos exemplos de funções cotidianas que possam ser descritas verbalmente. O que você pode dizer sobre o domínio e a imagem de cada uma dessas funções? Se possível, esboce um gráfico para cada uma delas.

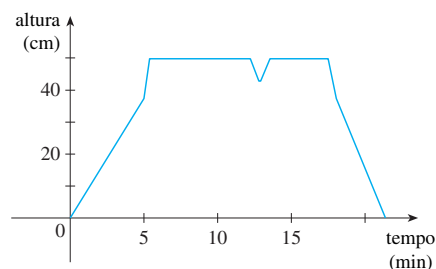
7–10 Determine se a curva é o gráfico de uma função de x . Se o for, determine o domínio e a imagem da função.



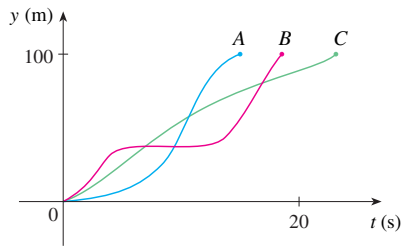
11. O gráfico mostra o peso de uma certa pessoa como uma função da idade. Descreva em forma de texto como o peso dessa pessoa varia com o tempo. O que você acha que aconteceu quando essa pessoa tinha 30 anos?



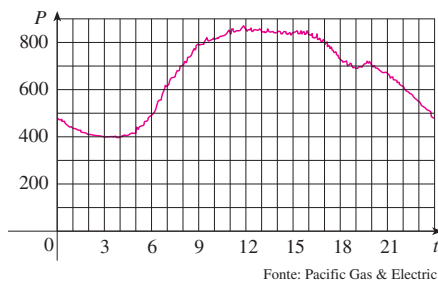
12. O gráfico mostra a altura da água na banheira como uma função de tempo. Dê uma descrição verbal do que você acha que aconteceu.



13. Ponha cubos de gelo em um copo, encha-o com água fria e deixe-o sobre uma mesa. Descreva como vai variar no tempo a temperatura da água. Esboce então um gráfico da temperatura da água como uma função do tempo decorrido.
14. Três corredores competem em uma corrida de 100 metros. O gráfico representa a distância da corrida como uma função de tempo para cada corredor. Descreva o que o gráfico diz sobre esta corrida. Quem ganhou? Todos os corredores finalizaram a prova?



15. O gráfico mostra o consumo de energia por um dia em setembro em São Francisco. (P é medido em megawatts; t é medido em horas a partir da meia-noite.)
- (a) O que acontece com o consumo de energia às 6 da manhã? E às 6 da tarde?
- (b) Quando houve o menor consumo de energia? E quando foi o maior? Esses horários parecem razoáveis?



16. Esboce um gráfico do número de horas diárias de luz do sol como uma função do tempo no decorrer de um ano.
17. Esboce um gráfico da temperatura externa como uma função do tempo durante um dia típico de primavera.
18. Esboce um gráfico do valor de mercado de um carro novo como função do tempo por um período de 20 anos. Suponha que ele esteja bem conservado.
19. Esboce o gráfico da quantidade de uma marca particular de café vendida por uma loja como função do preço do café.
20. Coloque uma torta gelada em um forno e asse-a por uma hora. Tire-a do forno e deixe-a esfriar antes de comê-la. Descreva como varia no tempo a temperatura da torta. Esboce um gráfico da temperatura da torta como uma função do tempo.
21. Um homem apara seu gramado toda quarta-feira à tarde. Esboce o gráfico da altura da grama como uma função do tempo no decorrer de um período de quatro semanas.
22. Um avião decola de um aeroporto e aterrissa uma hora depois em outro aeroporto, a 400 km. Se t representa o tempo em minutos desde a partida do avião, seja $x(t)$ a distância horizontal percorrida e $y(t)$ a altura do avião.
- (a) Esboce um possível gráfico de $x(t)$.
- (b) Esboce um possível gráfico de $y(t)$.
- (c) Esboce um possível gráfico da velocidade no solo.
- (d) Esboce um possível gráfico da velocidade vertical.
23. Uma estimativa anual do número N (em milhões) de assinantes de telefones celulares nos Estados Unidos é mostrada na tabela. (Estimativas dadas para meados do ano.)

t	1996	1998	2000	2002	2004	2006
N	44	69	109	141	182	233

- (a) Use os dados da tabela para esboçar o gráfico de N como uma função t .

- (b) Use seu gráfico para estimar o número de assinantes de telefones celulares nos anos de 2001 e 2005.

24. Os registros de temperatura T (em $^{\circ}\text{C}$) foram tomados de três em três horas a partir da meia-noite até às 15 horas em Montreal, em 13 de julho de 2004. O tempo foi medido em horas a partir da meia-noite.

t	0	3	6	9	12	15
T	21,5	19,8	20,0	22,2	24,8	25,8

- (a) Use os registros para esboçar um gráfico de T como uma função de t .
- (b) Use seu gráfico para estimar a temperatura às 11 horas da manhã.
25. Se $f(x) = 3x^2 - x + 2$, ache $f(2)$, $f(-2)$, $f(a)$, $f(-a)$, $f(a+1)$, $2f(a)$, $f(2a)$, $f(a^2)$, $[f(a)]^2$ e $f(a+h)$.
26. Um balão esférico com raio de r polegadas tem o volume $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$. Encontre uma função que represente a quantidade de ar necessária para inflar o balão de um raio de r polegadas até um raio de $r+1$ polegada.

27–30 Calcule o quociente das diferenças para a função dada. Simplifique sua resposta.

27. $f(x) = 4 + 3x - x^2$, $\frac{f(3+h) - f(3)}{h}$

28. $f(x) = x^3$, $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

29. $f(x) = \frac{1}{x}$, $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

30. $f(x) = \frac{x+3}{x+1}$, $\frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$

31–37 Encontre o domínio da função.

31. $f(x) = \frac{x+4}{x^2-9}$

32. $f(x) = \frac{2x^3-5}{x^2+x-6}$

33. $f(t) = \sqrt[3]{2t-1}$

34. $g(t) = \sqrt{3-t} - \sqrt{2+t}$

35. $h(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x^2-5x}}$

36. $f(u) = \frac{u+1}{1 + \frac{1}{u+1}}$

37. $F(p) = \sqrt{2-\sqrt{p}}$

38. Encontre o domínio e a imagem e esboce o gráfico da função $h(x) = \sqrt{4-x^2}$.

39–50 Encontre o domínio e esboce o gráfico da função.

39. $f(x) = 2 - 0,4x$

40. $F(x) = x^2 - 2x + 1$

41. $f(t) = 2t + t^2$

42. $H(t) = \frac{4-t^2}{2-t}$

43. $g(x) = \sqrt{x-5}$

44. $F(x) = |2x+1|$

45. $G(x) = \frac{3x+|x|}{x}$

46. $g(x) = |x| - x$

47. $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{se } x < 0 \\ 1-x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

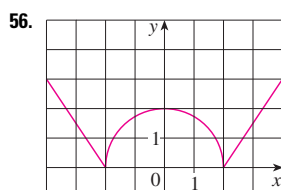
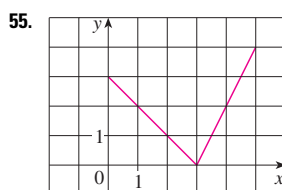
48. $f(x) = \begin{cases} 3 - \frac{1}{2}x & \text{se } x \leq 2 \\ 2x - 5 & \text{se } x > 2 \end{cases}$

49. $f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{se } x \leq -1 \\ x^2 & \text{se } x > -1 \end{cases}$

50. $f(x) = \begin{cases} x + 9 & \text{se } x < -3 \\ -2x & \text{se } |x| \leq 3 \\ -6 & \text{se } x > 3 \end{cases}$

51–56 Encontre uma expressão para a função cujo gráfico é a curva dada.

51. O segmento de reta unindo os pontos $(1, -3)$ e $(5, 7)$
 52. O segmento de reta unindo os pontos $(-5, 10)$ e $(7, -10)$
 53. A metade inferior da parábola $x + (y - 1)^2 = 0$
 54. A metade superior do círculo $x^2 + (y - 2)^2 = 4$

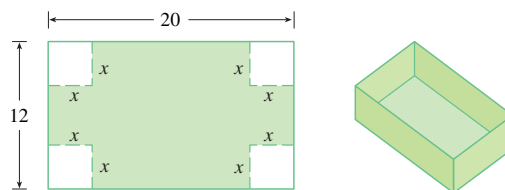


57–61 Encontre uma fórmula para a função descrita e obtenha seu domínio.

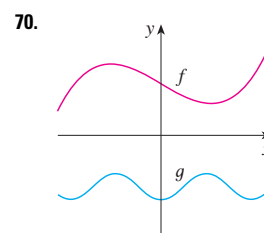
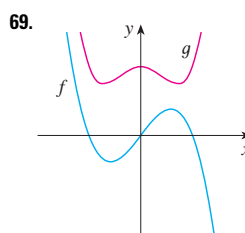
57. Um retângulo tem um perímetro de 20 m. Expresse a área do retângulo como uma função do comprimento de um de seus lados.
 58. Um retângulo tem uma área de 16 m^2 . Expresse o perímetro do retângulo como uma função do comprimento de um de seus lados.
 59. Expresse a área de um triângulo equilátero como uma função do comprimento de um lado.
 60. Expresse a área da superfície de um cubo como uma função de seu volume.
 61. Uma caixa retangular aberta com volume de 2 m^3 tem uma base quadrada. Expresse a área da superfície da caixa como uma função do comprimento de um lado da base.
 62. Uma janela normanda tem o formato de um retângulo em cima do qual se coloca um semicírculo. Se o perímetro da janela for de 10 m, expresse a área A da janela como uma função de sua largura x .



63. Uma caixa sem tampa deve ser construída de um pedaço retangular de papelão com dimensões 12 cm por 20 cm. Para isso, devem-se cortar quadrados de lados x de cada canto e depois dobrar, conforme mostra a figura. Expresse o volume V da caixa como uma função de x .



64. Um plano de telefone celular tem uma taxa de US\$ 35 mensais. O plano inclui 400 minutos gratuitos e taxa de 10 centavos para cada minuto adicional utilizado. Expresse o custo mensal C como uma função do número de minutos utilizados e esboce o gráfico C como uma função de x para $0 \leq x \leq 600$.
 65. Em uma certa província a velocidade máxima permitida em estradas é de 100 km/h e a velocidade mínima é de 50 km/h. A multa por violar esses limites é de US\$ 10 para cada quilômetro por hora acima da velocidade máxima ou abaixo da velocidade mínima. Expresse a quantidade de multa F como uma função de velocidade de condução x e esboce o gráfico $F(x)$ para $0 \leq x \leq 180$.
 66. Uma empresa de eletricidade cobra de seus clientes uma taxa-base de US\$ 10 mensais, mais 6 centavos por quilowatt-hora (kWh) para os primeiros 1 200 kWh e 7 centavos para todo o uso acima de 1 200 kWh. Expresse o custo mensal E como uma função da quantidade utilizada x de eletricidade. Então, faça um gráfico da função E para $0 \leq x \leq 2000$.
 67. Em um certo país, o imposto de renda é taxado da maneira a seguir: não existe nenhuma taxa para rendimentos de até US\$ 10.000,00. Qualquer renda acima de US\$ 10.000,00 e abaixo de US\$ 20.000,00 tem uma taxa de 10%. Qualquer renda acima de US\$ 20.000,00 é taxada a 15%.
 (a) Esboce o gráfico da taxa de impostos R como uma função da renda I .
 (b) Qual o imposto cobrado sobre um rendimento de \$ 14.000? E sobre \$ 26.000?
 (c) Esboce o gráfico do imposto total cobrado T como uma função da renda I .
 68. As funções no Exemplo 10 e no Exercícios 67 são chamadas *funções escada* em virtude do aspecto de seus gráficos. Dê dois outros exemplos de funções escada que aparecem no dia a dia.
 69–70 Os gráficos de f e g são mostrados a seguir. Verifique se cada função é par, ímpar ou nem par nem ímpar. Explique seu raciocínio.



71. (a) Se o ponto $(5, 3)$ estiver no gráfico de uma função par, que outro ponto também deverá estar no gráfico?
 (b) Se o ponto $(5, 3)$ estiver no gráfico de uma função ímpar, que outro ponto também deverá estar no gráfico?
 72. Uma função f tem o domínio $[-5, 5]$ e é mostrada uma parte do seu gráfico.
 (a) Complete o gráfico de f sabendo que f é uma função par.
 (b) Complete o gráfico de f sabendo que f é uma função ímpar.

e seu gráfico é ilustrado na Figura 19. Ela não está definida quando $\cos x = 0$, isto é, quando $x = \pm \pi/2, \pm 3\pi/2, \dots$. Sua imagem é $(-\infty, \infty)$. Observe que a função tangente tem período π :

$$\operatorname{tg}(x + \pi) = \operatorname{tg} x \quad \text{para todo } x$$

As três funções trigonométricas remanescentes (cossecante, secante e cotangente) são as recíprocas das funções seno, cosseno e tangente. Seus gráficos estão no Apêndice D.

Funções Exponenciais

As **funções exponenciais** são da forma $f(x) = a^x$, em que a base a é uma constante positiva. Os gráficos de $y = 2^x$ e $y = (0,5)^x$ são indicados na Figura 20. Em ambos os casos, o domínio é $(-\infty, \infty)$ e a imagem é $(0, \infty)$.

As funções exponenciais serão estudadas em detalhes na Seção 1.5 e veremos que elas são úteis na modelagem de muitos fenômenos naturais, como crescimento populacional (se $a > 1$) e decaimento radioativo (se $a < 1$).

Funções Logarítmicas

As **funções logarítmicas** $f(x) = \log_a x$, onde a base a é uma constante positiva, são inversas das funções exponenciais e serão estudadas na Seção 1.6. A Figura 21 mostra os gráficos de quatro funções logarítmicas com várias bases. Em cada caso o domínio é $(0, \infty)$, a imagem é $(-\infty, \infty)$ e as funções crescem vagarosamente quando $x > 1$.

EXEMPLO 5 Classifique as funções a seguir em um dos tipos discutidos.

- (a) $f(x) = 5^x$ (b) $g(x) = x^5$
 (c) $h(x) = \frac{1+x}{1-\sqrt{x}}$ (d) $u(t) = 1 - t + 5t^4$

SOLUÇÃO

- (a) $f(x) = 5^x$ é uma função exponencial. (x é o expoente.)
 (b) $g(x) = x^5$ é a função potência. (x é a base.) Podemos também considerá-la um polinômio de grau 5.
 (c) $h(x) = \frac{1+x}{1-\sqrt{x}}$ é uma função algébrica.
 (d) $u(t) = 1 - t + 5t^4$ é um polinômio de grau 4.

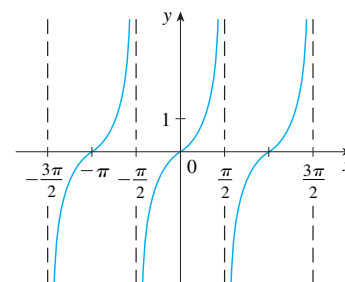


FIGURA 19

$y = \operatorname{tg} x$

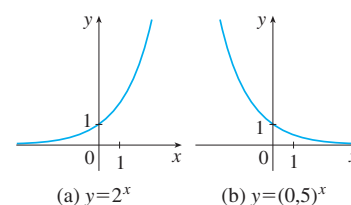


FIGURA 20

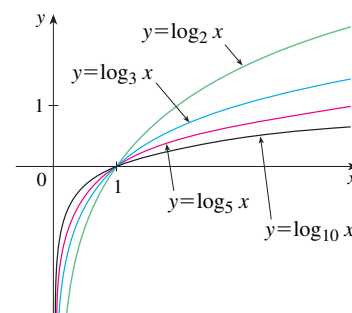


FIGURA 21

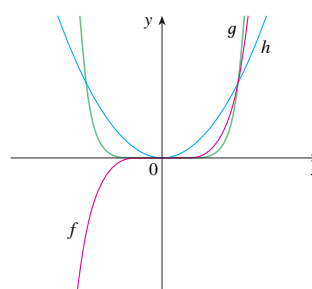
1.2 Exercícios

1–2 Classifique cada função como uma função potência, função raiz, função polinomial (estabeleça seu grau), função racional, função algébrica, função trigonométrica, função exponencial ou função logarítmica.

1. (a) $f(x) = \log_2 x$ (b) $g(x) = \sqrt[4]{x}$
 (c) $h(x) = \frac{2x^3}{1-x^2}$ (d) $u(t) = 1 - 1,1t + 2,54t^2$
 (e) $v(t) = 5^t$ (f) $w(\theta) = \sin \theta \cos^2 \theta$
 2. (a) $y = \pi^x$ (b) $y = x^\pi$
 (c) $y = x^2(2 - x^3)$ (d) $y = \operatorname{tg} t - \cos t$
 (e) $y = \frac{s}{1+s}$ (f) $y = \frac{\sqrt{x^3 - 1}}{1 + \sqrt[3]{x}}$

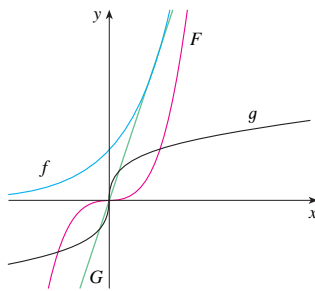
3–4 Associe cada equação a seu gráfico. Explique sua escolha. (Não use computador ou calculadora gráfica.)

3. (a) $y = x^2$ (b) $y = x^5$ (c) $y = x^8$

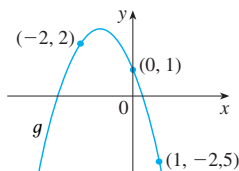
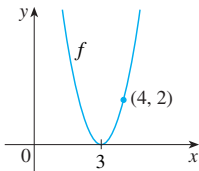


4. (a) $y = 3x$
(c) $y = x^3$

- (b) $y = 3^x$
(d) $y = \sqrt[3]{x}$



5. (a) Encontre uma equação para a família de funções lineares com inclinação 2 e esboce os gráficos de vários membros da família.
(b) Encontre uma equação para a família de funções lineares tais que $f(2) = 1$ e esboce os gráficos de vários membros da família.
(c) Qual função pertence a ambas as famílias?
6. O que todos os membros da família de funções lineares $f(x) = 1 + m(x + 3)$ têm em comum? Esboce os gráficos de vários membros da família.
7. O que todos os membros da família de funções lineares $f(x) = c - x$ têm em comum? Esboce os gráficos de vários membros da família.
8. Encontre expressões para as funções quadráticas cujos gráficos são mostrados abaixo.



9. Encontre uma expressão para uma função cúbica f se $f(1) = 6$ e $f(-1) = f(0) = f(2) = 0$.
10. Estudos recentes indicam que a temperatura média da superfície da Terra vem aumentando continuamente. Alguns cientistas modelaram a temperatura pela função linear $T = 0,02t + 8,50$, em que T é a temperatura em $^{\circ}\text{C}$ e t representa o número de anos desde 1900.
(a) O que a inclinação e a intersecção com o eixo T representam?
(b) Use a equação para prever a temperatura média global em 2100.
11. Se a dose de uma medicação recomendada para um adulto é D (em mg), então, para determinar a dosagem apropriada c para uma criança com a anos de idade, os farmacêuticos usam a equação $c = 0,0417D(a + 1)$. Suponha que a dosagem para um adulto seja 200 mg.
(a) Encontre a inclinação do gráfico de c . O que ela representa?
(b) Qual é a dosagem para um recém-nascido?
12. Um administrador de bazar de fim de semana sabe por experiência que se cobrar x dólares pelo aluguel de espaço no bazar o nú-

mero y de espaços que ele conseguirá alugar é dado pela equação $y = 200 - 4x$.

- (a) Esboce o gráfico dessa função linear. (Lembre-se de que o aluguel cobrado pelo espaço e o número de espaços alugados não podem ser quantidades negativas.)
(b) O que representam a inclinação, a intersecção com o eixo y e a intersecção com o eixo x ?
13. A relação entre as escalas de temperatura Fahrenheit (F) e Celsius (C) é dada pela função linear $F = \frac{9}{5}C + 32$.
(a) Esboce o gráfico dessa função.
(b) Qual a inclinação do gráfico e o que ela representa? O que representa a intersecção com o eixo F do gráfico?
14. Kelly parte de Winnipeg às 14 h e dirige a uma velocidade constante para oeste na rodovia Trans-Canadá. Ela passa por Brandon, a 210 km de Winnipeg, às 16 h.
(a) Expresse a distância percorrida em função do tempo decorrido.
(b) Desenhe o gráfico da equação da parte (a).
(c) Qual é a inclinação desta reta? O que ela representa?
15. Biólogos notaram que a taxa de cricridos de uma certa espécie de grilo está relacionada com a temperatura de uma maneira que aparenta ser quase linear. Um grilo cricrila 112 vezes por minuto a 20°C e 180 vezes por minuto a 29°C .
(a) Encontre uma equação linear que modele a temperatura T como uma função dos números de cricridos por minuto N .
(b) Qual é a inclinação do gráfico? O que ela representa?
(c) Se os grilos estiverem cricrilando 150 vezes por minuto, estime a temperatura.
16. Um administrador de uma fábrica de móveis descobre que custa \$ 2.200 para fabricar 100 cadeiras em um dia e \$ 4.800 para produzir 300 cadeiras em um dia.
(a) Expresse o custo como uma função do número de cadeiras produzidas, supondo que ela seja linear. A seguir, esboce o gráfico.
(b) Qual a inclinação do gráfico e o que ela representa?
(c) Qual a intersecção com o eixo y do gráfico e o que ela representa?
17. Na superfície do oceano, a pressão da água é igual à do ar acima da água, $1,05 \text{ kg/cm}^2$. Para cada metro abaixo da superfície, a pressão da água cresce $0,10 \text{ kg/cm}^2$.
(a) Expresse a pressão da água como uma função da profundidade abaixo da superfície do oceano.
(b) A que profundidade a pressão é de 7 kg/cm^2 ?
18. O custo mensal do uso de um carro depende do número de quilômetros rodados. Lynn descobriu que em maio custou US\$ 380 para dirigir 768 km e em junho, US\$ 460 para dirigir 1.280 km.
(a) Expresse o custo mensal C como uma função da distância percorrida d , presumindo que a relação linear proporcione um modelo adequado.
(b) Use a parte (a) para prever o custo quando forem percorridos 2.400 km por mês.
(c) Esboce o gráfico da função. O que a inclinação representa?
(d) O que representa a intersecção com o eixo y ?
(e) Por que uma função linear é um modelo apropriado nessa situação?
- 19–20 Para cada diagrama de dispersão, decida qual tipo de função você escolheria como um modelo para os dados. Explique sua escolha.

(g) Expanda verticalmente por um fator de 3.

(h) Comprima verticalmente por um fator de 3.

2. Explique como obter, a partir do gráfico de $y = f(x)$, os gráficos a seguir:

(a) $y = f(x) + 8$

(b) $y = f(x + 8)$

(c) $y = 8f(x)$

(d) $y = f(8x)$

(e) $y = -f(x) - 1$

(f) $y = 8f\left(\frac{1}{8}x\right)$

3. Dado o gráfico de $y = f(x)$, associe cada equação com seu gráfico e justifique suas escolhas.

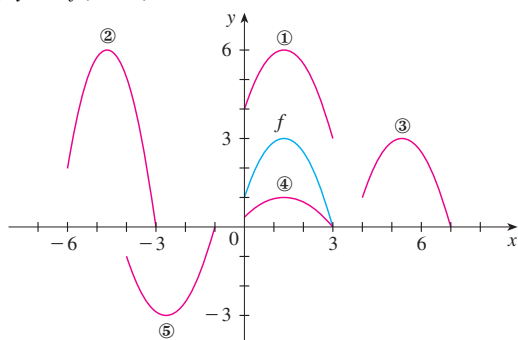
(a) $y = f(x - 4)$

(b) $y = f(x) + 3$

(c) $y = \frac{1}{3}f(x)$

(d) $y = -f(x + 4)$

(e) $y = 2f(x + 6)$



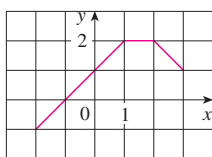
4. É dado o gráfico de f . Esboce os gráficos das seguintes funções:

(a) $y = f(x) - 2$

(b) $y = f(x - 2)$

(c) $y = -2f(x)$

(d) $y = f\left(\frac{1}{3}x\right) + 1$



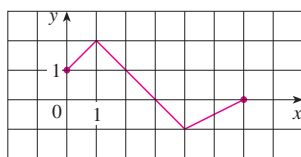
5. O gráfico de f é dado. Use-o para fazer o gráfico das seguintes funções:

(a) $y = f(2x)$

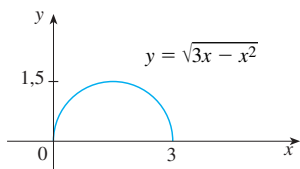
(b) $y = f\left(\frac{1}{2}x\right)$

(c) $y = f(-x)$

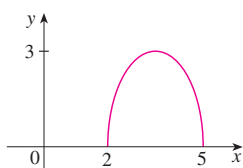
(d) $y = -f(-x)$



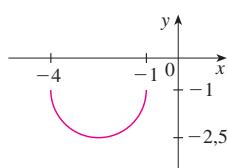
- 6-7 O gráfico de $y = \sqrt{3x - x^2}$ é dado. Use transformações para criar a função cujo gráfico é mostrado.



6.



7.



8. (a) Como estão relacionados o gráfico de $y = 2 \sin x$ e o de $y = \sin x$? Use sua resposta e a Figura 6 para esboçar o gráfico de $y = 2 \sin x$.

(b) Como estão relacionados o gráfico de $y = 1 + \sqrt{x}$ e o de $y = \sqrt{x}$? Utilize sua resposta e a Figura 4(a) para esboçar o gráfico de $y = 1 + \sqrt{x}$.

- 9-24 Faça o gráfico de cada função, sem marcar pontos, mas começando com o gráfico de uma das funções básicas dadas na Seção 1.2 e então aplicando as transformações apropriadas.

9. $y = \frac{1}{x+2}$

10. $y = (x-1)^3$

11. $y = -\sqrt[3]{x}$

12. $y = x^2 + 6x + 4$

13. $y = \sqrt{x-2} - 1$

14. $y = 4 \sin 3x$

15. $y = \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$

16. $y = \frac{2}{x} - 2$

17. $y = \frac{1}{2}(1 - \cos x)$

18. $y = 1 - 2\sqrt{x+3}$

19. $y = 1 - 2x - x^2$

20. $y = |x| - 2$

21. $y = |x - 2|$

22. $y = \frac{1}{4} \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

23. $y = |\sqrt{x} - 1|$

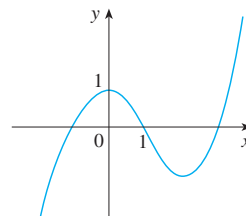
24. $y = |\cos \pi x|$

25. A cidade de Nova Delhi, na Índia, está localizada a uma latitude de 30°N . Use a Figura 9 para encontrar uma função que modele o número de horas de luz solar em Nova Delhi como uma função da época do ano. Para verificar a precisão do seu modelo, use o fato de que nessa cidade, em 31 de março, o Sol surge às 6h13 da manhã e se põe às 18h39.

26. Uma estrela variável é aquela cujo brilho alternadamente cresce e decresce. Para a estrela variável mais visível, Delta Cephei, o período de tempo entre os brilhos máximos é de 5,4 dias, o brilho médio (ou magnitude) da estrela é 4,0, e seu brilho varia de $\pm 0,35$ em magnitude. Encontre uma função que modele o brilho de Delta Cephei como uma função do tempo.

27. (a) Como estão relacionados o gráfico de $y = f(|x|)$ e o de f ?
(b) Esboce o gráfico de $y = \sin |x|$.
(c) Esboce o gráfico de $y = \sqrt{|x|}$.

28. Use o gráfico dado de f para esboçar o gráfico $y = 1/f(x)$. Quais aspectos de f são os mais importantes no esboço de $y = 1/f(x)$? Explique como eles são usados.



- 29-30 Encontre (a) $f + g$, (b) $f - g$, (c) fg e (d) f/g e defina seus domínios.

29. $f(x) = x^3 + 2x^2$, $g(x) = 3x^2 - 1$

30. $f(x) = \sqrt{3-x}$, $g(x) = \sqrt{x^2-1}$

31–36 Encontre as funções (a) $f \circ g$, (b) $g \circ f$, (c) $f \circ f$ e (d) $g \circ g$ e seus domínios.

31. $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = 2x + 1$

32. $f(x) = x - 2$, $g(x) = x^2 + 3x + 4$

33. $f(x) = 1 - 3x$, $g(x) = \cos x$

34. $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \sqrt[3]{1-x}$

35. $f(x) = x + \frac{1}{x}$, $g(x) = \frac{x+1}{x+2}$

36. $f(x) = \frac{x}{1+x}$, $g(x) = \sin 2x$

37–40 Encontre $f \circ g \circ h$.

37. $f(x) = 3x - 2$, $g(x) = \sin x$, $h(x) = x^2$

38. $f(x) = |x - 4|$, $g(x) = 2^x$, $h(x) = \sqrt{x}$

39. $f(x) = \sqrt{x-3}$, $g(x) = x^2$, $h(x) = x^3 + 2$

40. $f(x) = \operatorname{tg} x$, $g(x) = \frac{x}{x-1}$, $h(x) = \sqrt[3]{x}$

41–46 Expresse a função na forma $f \circ g$.

41. $F(x) = (2x + x^2)^4$ **42.** $F(x) = \cos^2 x$

43. $F(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt[3]{x}}$ **44.** $G(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{1+x}}$

45. $v(t) = \sec(t^2) \operatorname{tg}(t^2)$ **46.** $u(t) = \frac{\operatorname{tg} t}{1 + \operatorname{tg} t}$

47–49 Expresse a função na forma $f \circ g \circ h$.

47. $R(x) = \sqrt{\sqrt{x} - 1}$ **48.** $H(x) = \sqrt[8]{2 + |x|}$

49. $H(x) = \sec^4(\sqrt{x})$

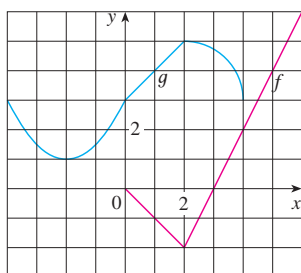
50. Use a tabela para determinar o valor de cada expressão.

- (a) $f(g(1))$ (b) $g(f(1))$ (c) $f(f(1))$
(d) $g(g(1))$ (e) $(g \circ f)(3)$ (f) $(f \circ g)(6)$

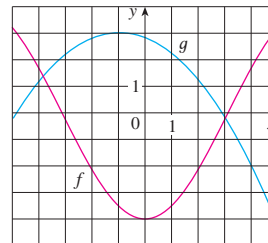
x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	3	1	4	2	2	5
$g(x)$	6	3	2	1	2	3

51. Use os gráficos dados de f e g para determinar o valor de cada uma das expressões ou explique por que elas não estão definidas.

- (a) $f(g(2))$ (b) $g(f(0))$ (c) $(f \circ g)(0)$
(d) $(g \circ f)(6)$ (e) $(g \circ g)(-2)$ (f) $(f \circ f)(4)$



52. Use os gráficos dados de f e g para estimar o valor de $f(g(x))$ para $x = -5, -4, -3, \dots, 5$. Use essas estimativas para esboçar o gráfico de $f \circ g$.



53. A queda de uma pedra em um lago gera ondas circulares que se espalham a uma velocidade de 60 cm/s.

(a) Expresse o raio r desse círculo como uma função do tempo t (em segundos).

(b) Se A é a área do círculo como uma função do raio, encontre $A \circ r$ e interprete-a.

54. Um balão esférico é inflado e seu raio aumenta a uma taxa de 2 cm/s.

(a) Expresse o raio r do balão como uma função do tempo t (em segundos).

(b) Se V for o volume do balão como função do raio, encontre $V \circ r$ e interprete-a.

55. Um navio se move a uma velocidade de 30 km/h paralelo a uma costa retilínea. O navio está a 6 km da costa e passa por um farol ao meio-dia.

(a) Expresse a distância s entre o farol e o navio como uma função de d , a distância que o navio percorreu desde o meio-dia; ou seja, encontre f tal que $s = f(d)$.

(b) Expresse d como uma função de t , o tempo decorrido desde o meio-dia; ou seja, encontre g tal que $d = g(t)$.

(c) Encontre $f \circ g$. O que esta função representa?

56. Um avião voa a uma velocidade de 350 km/h, a uma altitude de 1 km e passa diretamente sobre uma estação de radar no instante $t = 0$.

(a) Expresse a distância horizontal de voo d (em quilômetros) como uma função de t .

(b) Expresse a distância s entre o avião e a estação de radar como uma função de d .

(c) Use composição para expressar s como uma função de t .

57. A função de Heaviside H é definida por

$$H(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0 \\ 1 & \text{se } t \geq 0 \end{cases}$$

Essa função é usada no estudo de circuitos elétricos para representar o surgimento repentino de corrente elétrica, ou voltagem, quando uma chave é instantaneamente ligada.

(a) Esboce o gráfico da função de Heaviside.

(b) Esboce o gráfico da voltagem $V(t)$ no circuito se uma chave for ligada no instante $t = 0$ e 120 volts forem aplicados instantaneamente no circuito. Escreva uma fórmula para $V(t)$ em termos de $H(t)$.

(c) Esboce o gráfico da voltagem $V(t)$ em um circuito quando é ligada uma chave em $t = 5$ segundos e 240 volts são aplicados instantaneamente no circuito. Escreva uma fórmula para $V(t)$ em termos de $H(t)$. (Observe que começar em $t = 5$ corresponde a uma translação.)

58. A função de Heaviside definida no Exercício 57 pode também ser usada para definir uma **função rampa** $y = ctH(t)$, que representa o crescimento gradual na voltagem ou corrente no circuito.
- (a) Esboce o gráfico da função rampa $y = tH(t)$.
- (b) Esboce o gráfico da voltagem $V(t)$ no circuito se uma chave for ligada no instante $t = 0$ e a voltagem crescer gradualmente até 120 volts em um intervalo de 60 segundos. Escreva uma fórmula para $V(t)$ em termos de $H(t)$ para $t \leq 60$.
- (c) Esboce o gráfico da voltagem $V(t)$ em um circuito se em $t = 7s$ for ligada uma chave e a voltagem crescer gradualmente até 100 volts em um período de 25 segundos. Escreva uma fórmula para $V(t)$ em termos de $H(t)$ para $t \leq 32$.
59. Sejam f e g funções lineares com equações $f(x) = m_1x + b_1$ e $g(x) = m_2x + b_2$. A função $f \circ g$ também é linear? Em caso afirmativo, qual é a inclinação de seu gráfico?
60. Se você investir x dólares a 4% de juros capitalizados anualmente, então o valor $A(x)$ do investimento depois de um ano é $A(x) = 1,04x$. Encontre $A \circ A$, $A \circ A \circ A$ e $A \circ A \circ A \circ A$. O que estas composições representam? Encontre uma fórmula para a composição de n cópias de A .
61. (a) Se $g(x) = 2x + 1$ e $h(x) = 4x^2 + 4x + 7$, encontre uma função de f tal que $f \circ g = h$. (Pense em quais operações você teria que efetuar na fórmula de g para chegar à fórmula de h .)
(b) Se $f(x) = 3x + 5$ e $h(x) = 3x^2 + 3x + 2$, encontre uma função g tal que $f \circ g = h$.
62. Se $f(x) = x + 4$ e $h(x) = 4x - 1$, encontre uma função g tal que $g \circ f = h$.
63. Suponha que g seja uma função par e seja $h = f \circ g$. A função h é sempre uma função par?
64. Suponha que g seja uma função ímpar e seja $h = f \circ g$. A função h é sempre uma função ímpar? E se f for ímpar? E se f for par?

1.4 Calculadoras Gráficas e Computadores

Nesta seção vamos assumir que você tem acesso a uma calculadora ou a um computador com um software gráfico. Veremos como o uso dessas ferramentas nos possibilita fazer o gráfico de funções mais complicadas e resolver problemas mais complexos, que de outra forma não poderiam ser resolvidos. Vamos salientar também mais algumas das armadilhas ocultas nessas máquinas.

As calculadoras gráficas e os computadores podem fazer gráficos bastante precisos de funções. Mas, como será visto no Capítulo 4, só por meio do cálculo podemos estar certos de ter descoberto todos os aspectos interessantes de um gráfico.

Tanto calculadoras quanto computadores exibem um recorte retangular do gráfico de uma função em uma **janela de exposição** ou **tela de inspeção**, que será chamada aqui de **janela retangular**. A visão-padrão frequentemente nos fornece uma imagem incompleta ou enganadora, portanto é importante escolher com cuidado a janela retangular. Se escolhermos a variação de x de $Xmin = a$ até $Xmax = b$ e os valores de y de $Ymin = c$ até $Ymax = d$, então a parte visível do gráfico está no retângulo

$$[a, b] \times [c, d] = \{(x, y) \mid a \leq x \leq b, c \leq y \leq d\}$$

mostrada na Figura 1. Vamos nos referir a ela como janela retangular $[a, b]$ por $[c, d]$.

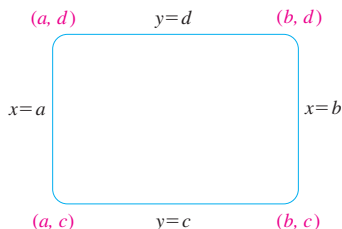


FIGURA 1

A janela retangular $[a, b]$ por $[c, d]$

A máquina faz o gráfico da função f da mesma forma que você o faria. Ela marca pontos da forma $(x, f(x))$ para uma certa quantidade de valores igualmente espaçados de x entre a e b . Se um valor x não está no domínio de f , ou se $f(x)$ estiver fora da janela retangular, ela vai para o próximo valor de x . A máquina conecta cada ponto ao ponto anterior marcado para formar uma representação do gráfico de f .

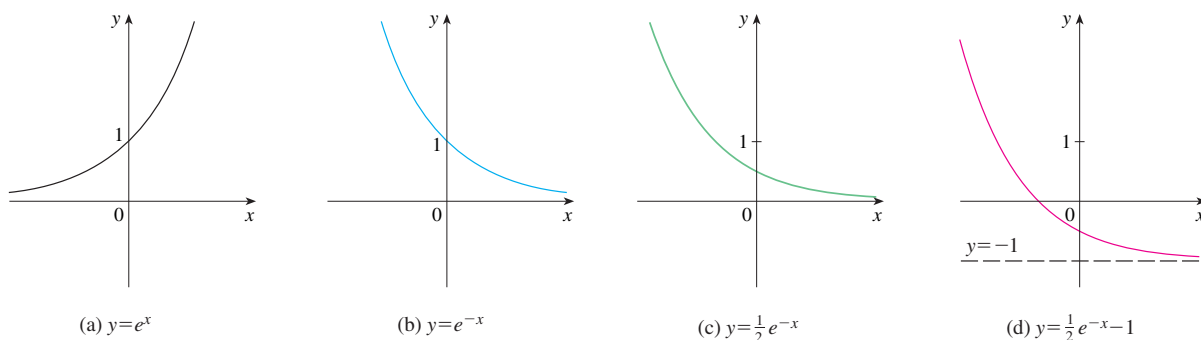


FIGURA 14

A que distância à direita da origem você estará quando o gráfico de $y = e^x$ ultrapassar 1 milhão? O próximo exemplo mostra a rapidez do crescimento dessa função, dando uma resposta a essa pergunta que poderá surpreendê-lo.

EXEMPLO 4 Use uma ferramenta gráfica para encontrar os valores de x para os quais $e^x > 1\,000\,000$.

SOLUÇÃO Na Figura 15 fizemos os gráficos da função $y = e^x$ e da reta horizontal $y = 1\,000\,000$. Vemos que essas curvas se interceptam quando $x \approx 13,8$. Assim, $e^x > 10^6$ quando $x > 13,8$. Talvez seja surpreendente que os valores da função exponencial já ultrapassem 1 milhão quando x é somente 14.

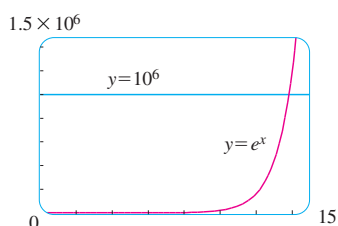


FIGURA 15

1.5 Exercícios

1–4 Utilize a Propriedade dos Exponentes para reescrever e simplificar a expressão.

- (a) $\frac{4^{-3}}{2^{-8}}$ (b) $\frac{1}{\sqrt[3]{x^4}}$
- (a) $8^{4/3}$ (b) $x(3x^2)^3$
- (a) $b^8(2b)^4$ (b) $\frac{(6y^3)^4}{2y^5}$
- (a) $\frac{x^{2n} \cdot x^{3n-1}}{x^{n+2}}$ (b) $\frac{\sqrt{a}\sqrt{b}}{\sqrt[3]{ab}}$

- (a) Escreva uma equação que defina a função exponencial com base $a > 0$.
(b) Qual o domínio dessa função?
(c) Se $a \neq 1$, qual a imagem dessa função?
(d) Esboce a forma geral do gráfico da função exponencial nos seguintes casos.

- (i) $a > 1$ (ii) $a = 1$ (iii) $0 < a < 1$

- (a) Como é definido o número e ?
(b) Qual o valor aproximado de e ?
(c) Qual a função exponencial natural?

7–10 Faça em uma mesma tela os gráficos das funções dadas. Como esses gráficos estão relacionados?

- $y = 2^x$, $y = e^x$, $y = 5^x$, $y = 20^x$
- $y = e^x$, $y = e^{-x}$, $y = 8^x$, $y = 8^{-x}$
- $y = 3^x$, $y = 10^x$, $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $y = \left(\frac{1}{10}\right)^x$
- $y = 0,9^x$, $y = 0,6^x$, $y = 0,3^x$, $y = 0,1^x$

11–16 Faça um esboço do gráfico de cada função. Não use a calculadora. Use somente os gráficos dados nas Figuras 3 e 13 e, se necessário, as transformações da Seção 1.3.

- $y = 10^{x+2}$ 12. $y = (0,5)^x - 2$

13. $y = -2^{-x}$

14. $y = e^{|x|}$

15. $y = 1 - \frac{1}{2}e^{-x}$

16. $y = 2(1 - e^x)$

17. Começando com o gráfico de $y = e^x$, escreva as equações correspondentes aos gráficos que resultam ao

- (a) deslocar 2 unidades para baixo
- (b) deslocar 2 unidades para a direita
- (c) refletir em torno do eixo x
- (d) refletir em torno do eixo y
- (e) refletir em torno do eixo x e, depois, do eixo y

18. Começando com o gráfico de $y = e^x$, encontre as equações dos gráficos que resultam ao

- (a) refletir em torno da reta $y = 4$
- (b) refletir em torno da reta $x = 2$

19–20 Encontre o domínio de cada função.

19. (a) $f(x) = \frac{1 - e^{x^2}}{1 - e^{1-x^2}}$

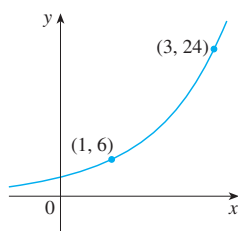
(b) $f(x) = \frac{1+x}{e^{\cos x}}$

20. (a) $g(t) = \sin(e^{-t})$

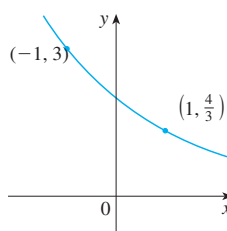
(b) $g(t) = \sqrt{1 - 2^t}$

21–22 Encontre a função exponencial $f(x) = Ca^x$ cujo gráfico é dado.

21.



22.



23. Se $f(x) = 5^x$, mostre que

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 5^x \left(\frac{5^h - 1}{h} \right)$$

24. Suponha que você receba uma oferta para trabalhar por apenas um mês. Qual das seguintes formas de pagamento você prefere?

- I. Um milhão de dólares no fim do mês.
- II. Um centavo de dólar no primeiro dia do mês, dois centavos no segundo dia, quatro centavos no terceiro dia, e, em geral, 2^{n-1} centavos de dólar no n -ésimo dia.

25. Suponha que os gráficos de $f(x) = x^2$ e $g(x) = 2^x$ sejam feitos sobre uma malha coordenada onde a unidade de comprimento seja 1 centímetro. Mostre que, a uma distância de 1 m à direita da origem, a altura do gráfico de f é 100 m, mas a altura do gráfico de g é maior que 10^{25} km.

26. Compare as funções $f(x) = x^5$ e $g(x) = 5^x$ por meio de seus gráficos em várias janelas retangulares. Encontre todos os pontos de

intersecção dos gráficos corretos até uma casa decimal. Para grandes valores de x , qual função cresce mais rapidamente?

27. Compare as funções $f(x) = x^{10}$ e $g(x) = e^x$ traçando os gráficos de f e g em várias janelas retangulares. Quando finalmente o gráfico de g ultrapassa o de f ?

28. Use um gráfico para estimar os valores de x tais que $e^x > 1\,000\,000\,000$.

29. Sob condições ideais sabe-se que uma certa população de bactérias dobra a cada 3 horas. Supondo que inicialmente existam 100 bactérias:

- (a) Qual o tamanho da população após 15 horas?
- (b) Qual o tamanho da população após t horas?
- (c) Qual o tamanho da população após 20 horas?

30. Uma cultura de bactérias começa com 500 indivíduos e dobra de tamanho a cada meia hora.

- (a) Quantas bactérias existem após 3 horas?
- (b) Quantas bactérias existem após t horas?
- (c) Quantas bactérias existem após 40 minutos?

31. Trace o gráfico da função população e estime o tempo para a população atingir 100 000 bactérias.

32. Utilize uma calculadora gráfica com capacidade para regressão exponencial para modelar a população mundial com os dados de 1950 a 2000 da Tabela 1 da página 51. Use o modelo para estimar a população em 1993 e para prever a população em 2020.

33. A tabela mostra a população da Malásia, em milhões, entre os anos de 1950 - 2000. Utilize uma calculadora gráfica com capacidade de regressão exponencial para modelar a população da Malásia desde 1950. Use o modelo para estimar a população em 1975 e para prever a população nos anos 2010 e 2020.

Ano	População	Ano	População
1950	6,1	1980	13,8
1955	7,0	1985	15,7
1960	8,1	1990	17,8
1965	9,5	1995	20,4
1970	10,9	2000	23,0
1975	12,3		

34. Se você traçar o gráfico da função

$$f(x) = \frac{1 - e^{1/x}}{1 + e^{1/x}}$$

você verá que f parece ser uma função ímpar. Demonstre isso.

35. Trace o gráfico de diversos membros da família de funções

$$f(x) = \frac{1}{1 + ae^{bx}}$$

onde $a > 0$. Como o gráfico muda conforme b varia? Como ele muda conforme a varia?

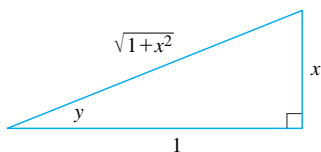


FIGURA 24

Assim,

$$\begin{aligned}\sec^2 y &= 1 + \tan^2 y = 1 + x^2 \\ \sec y &= \sqrt{1 + x^2} \quad (\text{uma vez que } \sec y > 0 \text{ para } -\pi/2 < y < \pi/2) \\ \cos(\tan^{-1} x) &= \cos y = \frac{1}{\sec y} = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}.\end{aligned}$$

SOLUÇÃO 2 Em vez de usar as identidades trigonométricas como na Solução 1, talvez seja mais fácil fazer um diagrama. Se $y = \tan^{-1} x$, então $\tan y = x$, e podemos concluir da Figura 24 (que ilustra o caso $y > 0$) que

$$\cos(\tan^{-1} x) = \cos y = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$$

A função inversa da tangente, $\tan^{-1} = \arctan$, tem domínio \mathbb{R} e imagem $(-\pi/2, \pi/2)$. O gráfico está mostrado na Figura 25.

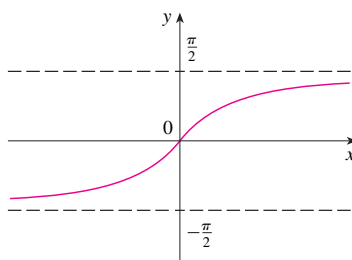


FIGURA 25
 $y = \tan^{-1} x = \arctan x$

Sabemos que as retas $x = \pm \pi/2$ são assíntotas verticais do gráfico da tangente. Uma vez que o gráfico da \tan^{-1} é obtido refletindo-se o gráfico da função tangente restrita em torno da reta $y = x$, segue que as retas $y = \pi/2$ e $y = -\pi/2$ são assíntotas horizontais do gráfico de \tan^{-1} .

As funções inversas trigonométricas restantes não são usadas com tanta frequência e estão resumidas aqui.

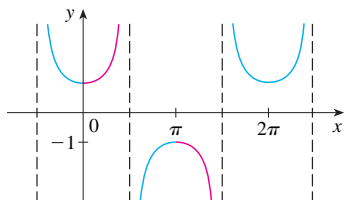


FIGURA 26
 $y = \sec x$

$$\boxed{11} \quad y = \operatorname{cosec}^{-1} x \quad (|x| \geq 1) \iff \operatorname{cosec} y = x \quad \text{e} \quad y \in (0, \pi/2] \cup (\pi, 3\pi/2]$$

$$y = \sec^{-1} x \quad (|x| \geq 1) \iff \sec y = x \quad \text{e} \quad y \in [0, \pi/2) \cup [\pi, 3\pi/2)$$

$$y = \cotg^{-1} x \quad (x \in \mathbb{R}) \iff \cotg y = x \quad \text{e} \quad y \in (0, \pi)$$

A escolha dos intervalos para y nas definições de $\operatorname{cosec}^{-1}$ e \sec^{-1} não são de aceitação universal. Por exemplo, alguns autores usam $y \in [0, \pi/2) \cup (\pi/2, \pi]$ na definição de \sec^{-1} . (Você pode ver do gráfico da função secante na Figura 26 que esta escolha e a feita em **[11]** são ambas válidas.)

1.6 Exercícios

- (a) O que é uma função injetora?
(b) A partir do gráfico, como dizer se uma função é injetora?
- (a) Suponha que f seja uma função injetora com domínio A e imagem B . Como a inversa da função, f^{-1} , é definida? Qual o domínio de f^{-1} ? Qual a imagem de f^{-1} ?
(b) Se for dada uma fórmula para f , como você encontrará uma fórmula para f^{-1} ?
(c) Se for dado o gráfico de f , como você encontrará o gráfico de f^{-1} ?

3–14 Uma função é dada por uma tabela de valores, um gráfico, uma fórmula ou por meio de descrição verbal. Determine se f é injetora.

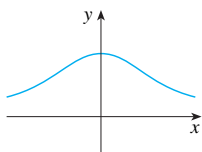
3.

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	1,5	2,0	3,6	5,3	2,8	2,0

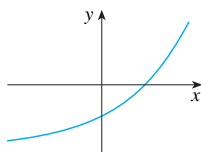
4.

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	1,0	1,9	2,8	3,5	3,1	2,9

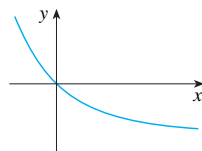
5.



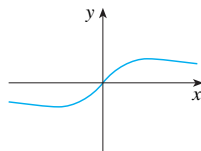
6.



7.



8.

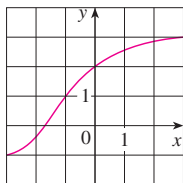


9. $f(x) = \frac{1}{2}(x + 5)$

10. $f(x) = 1 + 4x - x^2$

11. $g(x) = |x|$

12. $g(x) = \sqrt{x}$

13. $f(t)$ é a altura de uma bola t segundos após ser chutada.14. $f(t)$ é a sua altura com t anos de idade.15. Suponha que f é uma função injetora.(a) Se $f(6) = 17$, o que é $f^{-1}(17)$?(b) Se $f^{-1}(3) = 2$, o que é $f(2)$?16. Se $f(x) = x^5 + x^3 + x$, encontre $f^{-1}(3)$ e $f(f^{-1}(2))$.17. Se $g(x) = 3 + x + e^x$, encontre $g^{-1}(4)$.18. É dado o gráfico de f .(a) Por que f é injetora?(b) Determine o domínio e a imagem de f^{-1} ?(c) Qual o valor de $f^{-1}(2)$?(d) Obtenha uma estimativa para o valor de $f^{-1}(0)$.

19. A fórmula $C = \frac{5}{9}(F - 32)$, onde $F \geq -459,67$, expressa a temperatura C em graus Celsius como uma função da temperatura F em graus Fahrenheit. Encontre uma fórmula para a função inversa e interprete-a. Qual o domínio da função inversa?

20. Na teoria da relatividade, a massa de uma partícula com velocidade v é

$$m = f(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

onde m_0 é a massa da partícula no repouso e c é a velocidade da luz no vácuo. Encontre a função inversa de f e explique seu significado.

21–26 Encontre uma fórmula para a função inversa.

21. $f(x) = 1 + \sqrt{2 + 3x}$

22. $f(x) = \frac{4x - 1}{2x + 3}$

23. $f(x) = e^{2x-1}$

24. $y = x^2 - x, \quad x \geq \frac{1}{2}$

25. $y = \ln(x + 3)$

26. $y = \frac{e^x}{1 + 2e^x}$

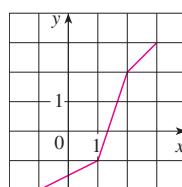
27–28 Encontre uma fórmula explícita para f^{-1} e use-a para fazer na mesma tela os gráficos de f^{-1} , f e da reta $y = x$. Para verificar seu trabalho, veja se seus gráficos de f e f^{-1} são reflexões em torno da reta.

27. $f(x) = x^4 + 1, \quad x \geq 0$

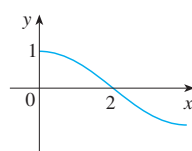
28. $f(x) = 2 - e^x$

29–30 Use o gráfico dado de f para esboçar o de f^{-1} .

29.



30.

31. Seja $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$, $0 \leq x \leq 1$.(a) Encontre f^{-1} . Como está relacionada a f ?(b) Identifique o gráfico de f e explique a sua resposta para a parte (a).32. Seja $g(x) = \sqrt[3]{1 - x^3}$.(a) Encontre g^{-1} . Como está relacionada a g ?(b) Faça um gráfico de g . Como você explica a sua resposta para a parte (a)?33. (a) Como está definida a função logarítmica $y = \log_a x$?

(b) Qual o domínio dessa função?

(c) Qual a imagem dessa função?

(d) Esboce a forma geral do gráfico da função $y = \log_a x$ se $a > 1$.

34. (a) O que é o logaritmo natural?

(b) O que é o logaritmo comum?

(c) Esboce os gráficos, no mesmo sistema de coordenadas, das funções logaritmo natural e exponencial natural.

35–38 Encontre o valor exato de cada expressão.

35. (a) $\log_5 125$

(b) $\log_3(\frac{1}{27})$

36. (a) $\ln(1/e)$

(b) $\log_{10} \sqrt{10}$

37. (a) $\log_2 6 - \log_2 15 + \log_2 20$

(b) $\log_3 100 - \log_3 18 - \log_3 50$

38. (a) $e^{-2 \ln 5}$

(b) $\ln(\ln e^{e^{10}})$

39–41 Expresse a quantidade dada como um único logaritmo.

39. $\ln 5 + 5 \ln 3$

40. $\ln(a + b) + \ln(a - b) - 2 \ln c$

41. $\frac{1}{3} \ln(x + 2)^3 + \frac{1}{2} [\ln x - \ln(x^2 + 3x + 2)^2]$

42. Use a Fórmula 10 para calcular cada logaritmo com precisão até a sexta casa decimal.

(a) $\log_{12} 10$

(b) $\log_2 8,4$




43–44 Use a Fórmula 10 para fazer o gráfico das funções dadas em uma mesma tela. Como esses gráficos estão relacionados?

43. $y = \log_{1,5} x, \quad y = \ln x, \quad y = \log_{10} x, \quad y = \log_{50} x$

44. $y = \ln x, \quad y = \log_{10} x, \quad y = e^x, \quad y = 10^x$

45. Suponha que o gráfico de $y = \log_2 x$ seja feito sobre uma malha coordenada onde a unidade de comprimento seja 1 centímetro. Quantos quilômetros à direita da origem devemos percorrer antes de a altura da curva atingir 1 m?

-  46. Compare as funções $f(x) = x^{0.1}$ e $g(x) = \ln x$ traçando os gráficos de f e g em várias janelas retangulares. Quando finalmente o gráfico de f ultrapassa o de g ?

47–48 Faça o esboço do gráfico de cada função. Não use a calculadora. Use somente os gráficos dados nas Figuras 12 e 13 e, se necessário, as transformações da Seção 1.3.

47. (a) $y = \log_{10}(x + 5)$ (b) $y = -\ln x$

48. (a) $y = \ln(-x)$ (b) $y = \ln |x|$

49–50 (a) Quais são o domínio e a imagem de f ?

(b) Qual é a intersecção com o eixo x do gráfico de f ?

(c) Esboce o gráfico de f .

49. $f(x) = \ln x + 2$ 50. $f(x) = \ln(x - 1) - 1$

51–54 Resolva cada equação em x .

51. (a) $2 \ln x = 1$ (b) $e^{-x} = 5$

52. (a) $e^{2x+3} - 7 = 0$ (b) $\ln(5 - 2x) = -3$

53. (a) $2^{x-5} = 3$ (b) $\ln x + \ln(x - 1) = 1$

54. (a) $\ln(\ln x) = 1$ (b) $e^{ax} = Ce^{bx}$, onde $a \neq b$

55–56 Resolva cada inequação em x .

55. (a) $\ln x < 0$ (b) $e^x > 5$


56. (a) $1 < e^{3x-1} < 2$ (b) $1 - 2 \ln x < 3$


57. (a) Encontre o domínio de $f(x) = \ln(e^x - 3)$.

(b) Encontre f^{-1} e seu domínio.

58. (a) Quais são os valores de $e^{\ln 300}$ e $\ln(e^{300})$?

(b) Utilize a sua calculadora para calcular $e^{\ln 300}$ e $\ln(e^{300})$. O que você observa? Você pode explicar por que a calculadora encontra dificuldade?

-  59. Faça o gráfico da função $f(x) = \sqrt{x^3 + x^2 + x + 1}$ e explique por que ela é injetora. Use então um sistema de computação algébrica (SCA) para encontrar uma expressão explícita para $f^{-1}(x)$. (Seu SCA vai produzir três expressões possíveis. Explique por que duas delas são irrelevantes neste contexto.)

-  60. (a) Se $g(x) = x^6 + x^4$, $x \geq 0$, use um sistema de computação algébrica para encontrar uma expressão para $g^{-1}(x)$.
(b) Use a expressão da parte (a) para fazer na mesma tela um gráfico de $y = g(x)$, $y = x$ e $y = g^{-1}(x)$.

61. Se a população de bactérias começa com 100 e dobra a cada três horas, então o número de bactérias após t horas é $n = f(t) = 100 \cdot 2^{t/3}$. (Veja o Exercício 29 na Seção 1.5.)

(a) Encontre a função inversa e explique seu significado.

(b) Quando a população atingirá 50 000 bactérias?

62. Após acionado o *flash* de uma câmera, a bateria imediatamente começa a recarregar o capacitor do *flash*, que armazena uma carga elétrica dada por

$$Q(t) = Q_0(1 - e^{-t/a}).$$

(A capacidade máxima de carga é Q_0 , e t é medido em segundos.)

(a) Encontre a função inversa e explique seu significado.

(b) Quanto tempo levará para recarregar o capacitor 90% da capacidade, se $a = 2$?

63–68 Encontre o valor exato de cada expressão.

63. (a) $\sin^{-1}(\sqrt{3}/2)$ (b) $\cos^{-1}(-1)$

64. (a) $\tan^{-1}(1/\sqrt{3})$ (b) $\sec^{-1} 2$

65. (a) $\arctg 1$ (b) $\sin^{-1}(1/\sqrt{2})$

66. (a) $\cotg^{-1}(-\sqrt{3})$ (b) $\arccos(-\frac{1}{2})$

67. (a) $\tan(\arctg 10)$ (b) $\sin^{-1}(\sin(7\pi/3))$


68. (a) $\tan(\sec^{-1} 4)$ (b) $\sin(2 \sin^{-1}(\frac{3}{5}))$

69. Demonstre que $\cos(\sin^{-1} x) = \sqrt{1 - x^2}$.

70–72 Simplifique a expressão.

70. $\tan(\sin^{-1} x)$ 71. $\sin(\tan^{-1} x)$

72. $\cos(2 \tan^{-1} x)$


-  73–74 Obtenha os gráficos das funções dadas em uma mesma tela. Como esses gráficos estão relacionados?

73. $y = \sin x$, $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$; $y = \sin^{-1} x$; $y = x$

74. $y = \tan x$, $-\pi/2 < x < \pi/2$; $y = \tan^{-1} x$; $y = x$

75. Determine o domínio e a imagem da função

$$g(x) = \sin^{-1}(3x + 1)$$

-  76. (a) Faça o gráfico da função $f(x) = \sin(\sin^{-1} x)$ e explique sua aparência.

(b) Faça o gráfico da função $g(x) = \sin^{-1}(\sin x)$. Como você pode explicar a aparência desse gráfico?

77. (a) Se trasladamos uma curva para a esquerda, o que acontece com sua reflexão em torno da reta $y = x$? Em vista deste princípio geométrico, encontre uma expressão para a inversa de $g(x) = f(x + c)$, em que f é uma função injetora.

(b) Encontre uma expressão para a inversa de $h(x) = f(cx)$, em que $c \neq 0$.

1 Revisão

Verificação de Conceitos

- (a) O que é uma função? O que são o domínio e a imagem de uma função?
(b) O que é o gráfico de uma função?
(c) Como podemos dizer se uma dada curva é o gráfico de uma função?
- Discuta as quatro maneiras de representar uma função. Ilustre com exemplos.

- (a) O que é uma função par? Como saber, a partir do gráfico, se uma função é par ou não? Dê três exemplos de uma função par.
(b) O que é uma função ímpar? Como saber, a partir do gráfico, se uma função é ímpar ou não? Dê três exemplos de uma função ímpar.
- O que é uma função crescente?
- O que é um modelo matemático?