

Geometria Analítica e Vetores

Vetores no plano e no espaço: *Noções básicas*

Docente: Prof^a. Dr^a. Thuy Nguyen
IBILCE/ UNESP
São Paulo - Brasil

Estrutura da aula

- 1 Segmentos orientados no plano e no espaço
- 2 Vetores no plano e no espaço

Referência: BOULOS, P. e CAMARGO, I. Geometria Analítica: Um Tratamento Vetorial, 3ª edição, São Paulo: Editora Pearson.

Segmentos orientados

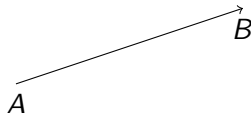
Reta orientada - eixo: Uma reta r é orientada quando se fixa nela um sentido de percurso, considerado positivo e indicado por uma seta:



O sentido oposto é negativo.
Uma reta orientada é denominada **eixo**.

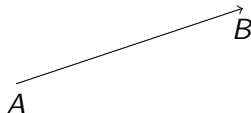
Segmentos orientados

Segmento orientado: um segmento orientado é determinado por um par ordenado de pontos, o primeiro é chamado de origem, o segundo é chamado de extremidade do segmento orientado.



Segmentos orientados

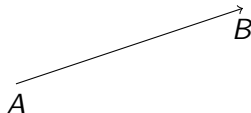
Segmento orientado: um segmento orientado é determinado por um par ordenado de pontos, o primeiro é chamado de origem, o segundo é chamado de extremidade do segmento orientado.



Segmento nulo: um segmento nulo é aquele cuja extremidade coincide com a origem.

Segmentos orientados

Segmento orientado: um segmento orientado é determinado por um par ordenado de pontos, o primeiro é chamado de origem, o segundo é chamado de extremidade do segmento orientado.

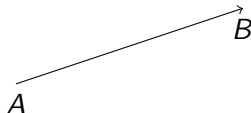


Segmento nulo: um segmento nulo é aquele cuja extremidade coincide com a origem.

Segmentos opostos: Se AB é um segmento orientado, o segmento orientado BA é oposto de AB :

Segmentos orientados

Segmento orientado: um segmento orientado é determinado por um par ordenado de pontos, o primeiro é chamado de origem, o segundo é chamado de extremidade do segmento orientado.



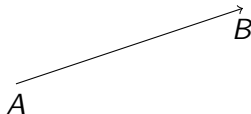
Segmento nulo: um segmento nulo é aquele cuja extremidade coincide com a origem.

Segmentos opostos: Se AB é um segmento orientado, o segmento orientado BA é oposto de AB :



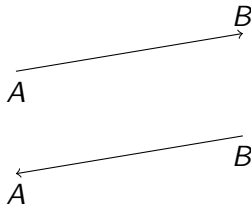
Segmentos orientados

Segmento orientado: um segmento orientado é determinado por um par ordenado de pontos, o primeiro é chamado de origem, o segundo é chamado de extremidade do segmento orientado.



Segmento nulo: um segmento nulo é aquele cuja extremidade coincide com a origem.

Segmentos opostos: Se AB é um segmento orientado, o segmento orientado BA é oposto de AB :



Direção e sentido:

- Dois segmentos orientados não nulos AB e CD têm a mesma **direção** se as retas suportes desses segmentos são paralelas ou coincidentes.

Segmentos orientados

Direção e sentido:

- Dois segmentos orientados não nulos AB e CD têm a mesma **direção** se as retas suportes desses segmentos são paralelas ou coincidentes.
- Dois segmentos orientados não nulos AB e CD têm o mesmo **sentido** se eles têm a mesma direção e o mesmo sentido.

Segmentos orientados

Direção e sentido:

- Dois segmentos orientados não nulos AB e CD têm a mesma **direção** se as retas suportes desses segmentos são paralelas ou coincidentes.
- Dois segmentos orientados não nulos AB e CD têm o mesmo **sentido** se eles têm a mesma direção e o mesmo sentido.

Observação

- 1 Dois segmentos orientados opostos têm sentidos contrários.
- 2 Só pode comparar os sentidos de dois segmentos orientados se eles têm a mesma direção.

Segmentos orientados

Direção e sentido:

- Dois segmentos orientados não nulos AB e CD têm a mesma **direção** se as retas suportes desses segmentos são paralelas ou coincidentes.
- Dois segmentos orientados não nulos AB e CD têm o mesmo **sentido** se eles têm a mesma direção e o mesmo sentido.

Observação

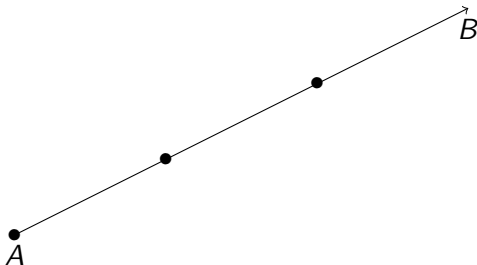
- 1 Dois segmentos orientados opostos têm sentidos contrários.
- 2 Só pode comparar os sentidos de dois segmentos orientados se eles têm a mesma direção.

Aceitação: Segmento (orientado) nulo têm a mesma direção e o mesmo sentido com qualquer outro segmento orientado.

Segmentos orientados

Medida de um segmento: Fixada uma unidade de comprimento, a cada segmento orientado pode-se associar um número real não negativo, que é a medida do segmento em relação àquela unidade. A medida do segmento orientado é seu comprimento ou seu módulo.

Exemplo:



A medida do segmento orientado AB é 3.

Segmentos orientados

Segmentos equipolentes: Dois segmentos orientados AB e CD são ditos **equipolentes** quando têm a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo comprimento.

Segmentos orientados

Segmentos equipolentes: Dois segmentos orientados AB e CD são ditos **equipolentes** quando têm a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo comprimento.

Observação

Se dois segmentos AB e CD não pertencem à mesma reta, para que AB e CD sejam equipolentes, é necessário que AB e CD são paralelos e os comprimentos de AB e CD são iguais.

Segmentos orientados

Segmentos equipolentes: Dois segmentos orientados AB e CD são ditos **equipolentes** quando têm a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo comprimento.

Observação

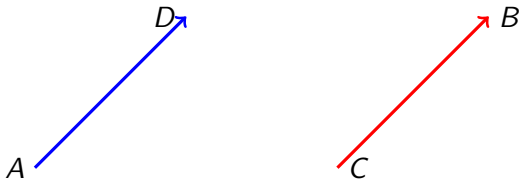
Se dois segmentos AB e CD não pertencem à mesma reta, para que AB e CD sejam equipolentes, é necessário que AB e CD são paralelos e os comprimentos de AB e CD são iguais. Isto é, $ABCD$ deve ser um paralelogramo.

Segmentos orientados

Segmentos equipolentes: Dois segmentos orientados AB e CD são ditos **equipolentes** quando têm a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo comprimento.

Observação

Se dois segmentos AB e CD não pertencem à mesma reta, para que AB e CD sejam equipolentes, é necessário que AB e CD são paralelos e os comprimentos de AB e CD são iguais. Isto é, $ABCD$ deve ser um paralelogramo.

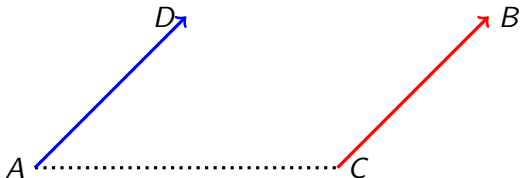


Segmentos orientados

Segmentos equipolentes: Dois segmentos orientados AB e CD são ditos **equipolentes** quando têm a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo comprimento.

Observação

Se dois segmentos AB e CD não pertencem à mesma reta, para que AB e CD sejam equipolentes, é necessário que AB e CD são paralelos e os comprimentos de AB e CD são iguais. Isto é, $ABCD$ deve ser um paralelogramo.



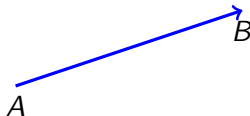
Observação

Dois segmentos nulos são sempre equipolentes.

Vetores

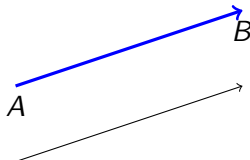
Definição

Vetor determinado por um segmento orientado AB é todos os segmentos orientados equipolentes a AB .



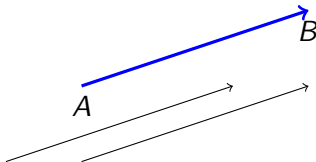
Definição

Vetor determinado por um segmento orientado AB é todos os segmentos orientados equipolentes a AB .



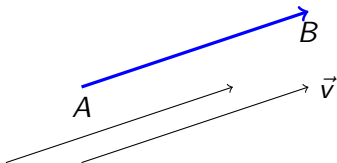
Definição

Vetor determinado por um segmento orientado AB é todos os segmentos orientados equipolentes a AB .



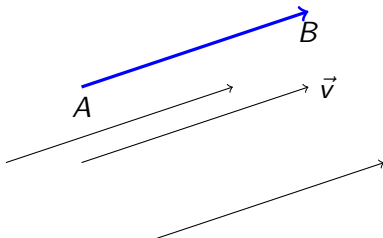
Definição

Vetor determinado por um segmento orientado AB é todos os segmentos orientados equipolentes a AB .



Definição

Vetor determinado por um segmento orientado AB é todos os segmentos orientados equipolentes a AB .



Definição

Vetor determinado por um segmento orientado AB é todos os segmentos orientados equipolentes a AB .

Notação

- 1 O vetor determinado pelo segmento orientado AB é indicado por \overrightarrow{AB} .
- 2 Usamos as letras minúsculas para indicar vetores: \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} , etc.

Definição

Vetor determinado por um segmento orientado AB é todos os segmentos orientados equipolentes a AB .

Notação

- 1 O vetor determinado pelo segmento orientado AB é indicado por \overrightarrow{AB} .
- 2 Usamos as letras minúsculas para indicar vetores: \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} , etc.

Observação

As características de um vetor são mesmas de um segmento orientado: módulo, a direção e o sentido.

O módulo de \vec{v} se indica por $\|\vec{v}\|$.

Vetores iguais: Dois vetores \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{CD} são iguais se, e somente se, dois segmentos orientados AB e CD são equipolentes,

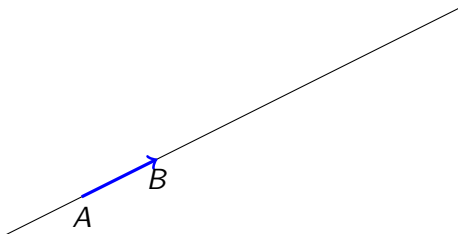
Vetores iguais: Dois vetores \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{CD} são iguais se, e somente se, dois segmentos orientados AB e CD são equipolentes, isto é:

- 1 têm a mesma direção;
- 2 têm o mesmo sentido;
- 3 têm o mesmo comprimento.

Vetores iguais: Dois vetores \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{CD} são iguais se, e somente se, dois segmentos orientados AB e CD são equipolentes, isto é:

- 1 têm a mesma direção;
- 2 têm o mesmo sentido;
- 3 têm o mesmo comprimento.

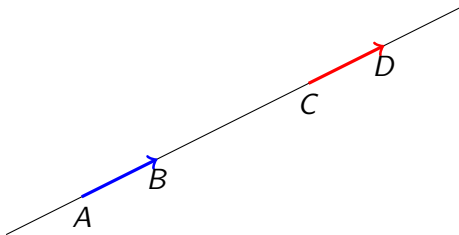
Exemplo:



Vetores iguais: Dois vetores \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{CD} são iguais se, e somente se, dois segmentos orientados AB e CD são equipolentes, isto é:

- 1 têm a mesma direção;
- 2 têm o mesmo sentido;
- 3 têm o mesmo comprimento.

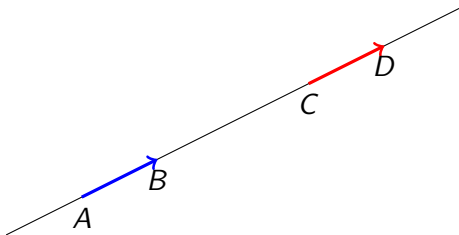
Exemplo:



Vetores iguais: Dois vetores \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{CD} são iguais se, e somente se, dois segmentos orientados AB e CD são equipolentes, isto é:

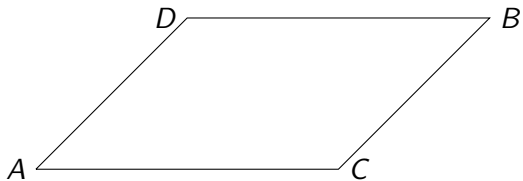
- 1 têm a mesma direção;
- 2 têm o mesmo sentido;
- 3 têm o mesmo comprimento.

Exemplo:

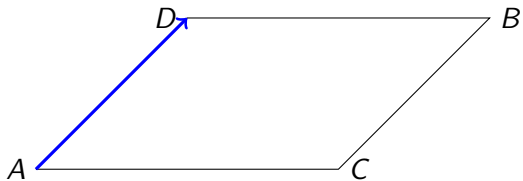


$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}.$$

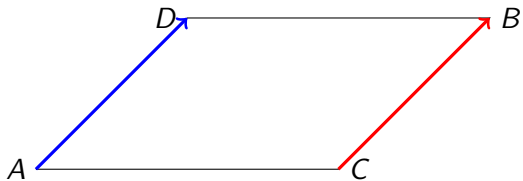
Exemplo:



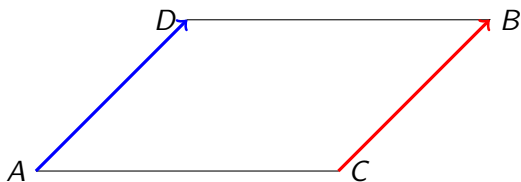
Exemplo:



Exemplo:

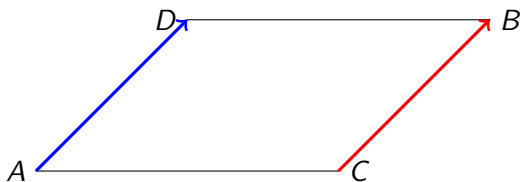


Exemplo:



$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}.$$

Exemplo:



$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}.$$

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}.$$

Vetor nulo: Os segmentos nulos, por serem equipolentes entre si, determinam um único vetor, chamado de **vetor nulo** e que é indicado por $\vec{0}$.

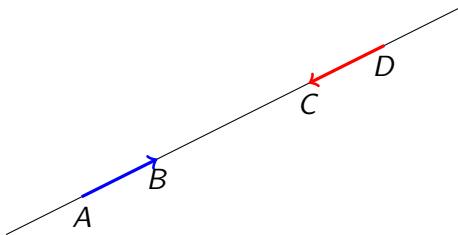
Vetores opostos: Dois vetores são **opostos** se têm

- ① a mesma direção;
- ② opostos sentidos;
- ③ o mesmo comprimento.

Vetores opostos: Dois vetores são **opostos** se têm

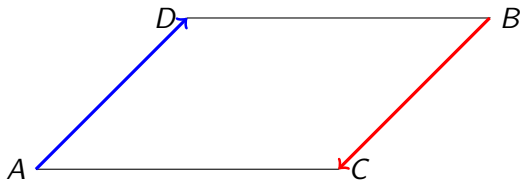
- 1 a mesma direção;
- 2 opostos sentidos;
- 3 o mesmo comprimento.

Exemplo:



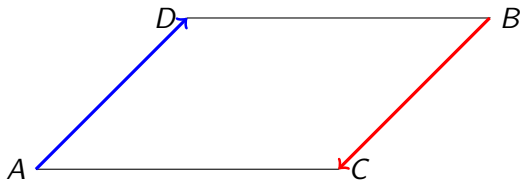
$$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{DC}.$$

Exemplo:



$$\vec{AD} = -\vec{BC}.$$

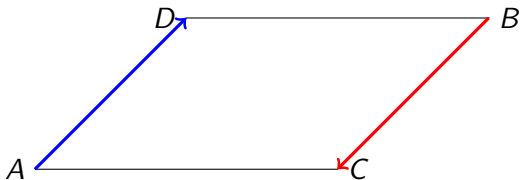
Exemplo:



$$\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{BC}.$$

$$\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{BD}.$$

Exemplo:



$$\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{BC}.$$

$$\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{BD}.$$

$$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}.$$

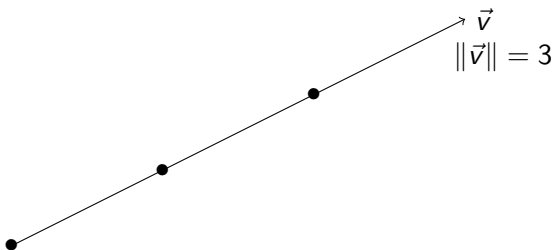
Vetor unitário: um vetor \vec{v} é dito *unitário* se $\|\vec{v}\| = 1$.

Vetor unitário: um vetor \vec{v} é dito *unitário* se $\|\vec{v}\| = 1$.

Versor: O verso de um vetor não nulo \vec{v} é o vetor unitário de mesma direção e mesmo sentido de \vec{v} .

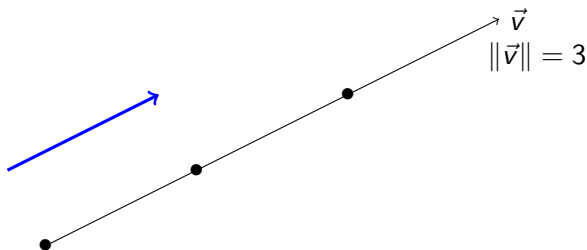
Vetor unitário: um vetor \vec{v} é dito *unitário* se $\|\vec{v}\| = 1$.

Versor: O verso de um vetor não nulo \vec{v} é o vetor unitário de mesma direção e mesmo sentido de \vec{v} .



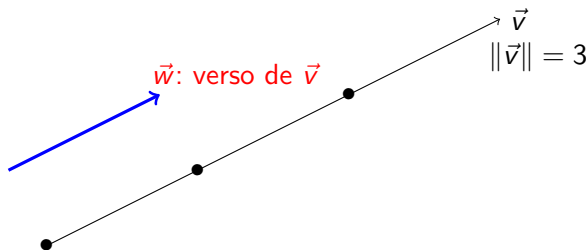
Vetor unitário: um vetor \vec{v} é dito *unitário* se $\|\vec{v}\| = 1$.

Versor: O verso de um vetor não nulo \vec{v} é o vetor unitário de mesma direção e mesmo sentido de \vec{v} .



Vetor unitário: um vetor \vec{v} é dito *unitário* se $\|\vec{v}\| = 1$.

Versor: O versor de um vetor não nulo \vec{v} é o vetor unitário de mesma direção e mesmo sentido de \vec{v} .



Vetores colineares: dois vetores \vec{u} e \vec{v} são colineares se tiverem a mesma direção. Em outras palavras: \vec{u} e \vec{v} são colineares se tiverem representantes AB e CD pertencentes a uma mesma reta ou a retas paralelas.

Vetores colineares: dois vetores \vec{u} e \vec{v} são colineares se tiverem a mesma direção. Em outras palavras: \vec{u} e \vec{v} são colineares se tiverem representantes AB e CD pertencentes a uma mesma reta ou a retas paralelas.

Vetores coplanares: os vetores (o número de vetores não importa) são coplanares se possuem representantes pertencentes a um mesmo plano.

Vetores colineares: dois vetores \vec{u} e \vec{v} são colineares se tiverem a mesma direção. Em outras palavras: \vec{u} e \vec{v} são colineares se tiverem representantes AB e CD pertencentes a uma mesma reta ou a retas paralelas.

Vetores coplanares: os vetores (o número de vetores não importa) são coplanares se possuem representantes pertencentes a um mesmo plano.

Observação

- 1 Dois vetores quaisquer são sempre coplanares.
- 2 Três vetores (no espaço) podem ser ou não coplanares.

Vetores colineares: dois vetores \vec{u} e \vec{v} são colineares se tiverem a mesma direção. Em outras palavras: \vec{u} e \vec{v} são colineares se tiverem representantes AB e CD pertencentes a uma mesma reta ou a retas paralelas.

Vetores coplanares: os vetores (o número de vetores não importa) são coplanares se possuem representantes pertencentes a um mesmo plano.

Observação

- 1 Dois vetores quaisquer são sempre coplanares.
- 2 Três vetores (no espaço) podem ser ou não coplanares.

A partir de agora, estudamos vetores tanto no plano, quanto no espaço.

Bom estudo!!