

Geometria Analítica e Vetores

Geometria Analítica - Um tratamento vetorial

**Posições relativas
entre dois planos
no espaço**

Docente: Prof^a. Dr^a. Thuy Nguyen
IBILCE/ UNESP
São Paulo - Brasil

Referência: BOULOS, P. e CAMARGO, I. Geometria Analítica: Um Tratamento Vetorial, 3ª edição, São Paulo: Editora Pearson.

No espaço $Oxyz$, dados dois planos (π_1) e (π_2) . Dadas equações dos planos (π_1) e (π_2) , podemos sempre determinar:

- 1 Um ponto $A \in (\pi_1)$; um vetor normal \vec{n}_1 do plano (π_1) ;
- 2 Um ponto $B \in (\pi_2)$; um vetor normal \vec{n}_2 do plano (π_2) .

No espaço $Oxyz$, dados dois planos (π_1) e (π_2) . Dadas equações dos planos (π_1) e (π_2) , podemos sempre determinar:

- 1 Um ponto $A \in (\pi_1)$; um vetor normal \vec{n}_1 do plano (π_1) ;
- 2 Um ponto $B \in (\pi_2)$; um vetor normal \vec{n}_2 do plano (π_2) .

Problema: Baseando em pontos A, B e os vetores normais \vec{n}_1 e \vec{n}_2 , estudar as posições relativas entre dois planos (π_1) e (π_2) .

No espaço $Oxyz$, dados dois planos (π_1) e (π_2) . Dadas equações dos planos (π_1) e (π_2) , podemos sempre determinar:

- 1 Um ponto $A \in (\pi_1)$; um vetor normal \vec{n}_1 do plano (π_1) ;
- 2 Um ponto $B \in (\pi_2)$; um vetor normal \vec{n}_2 do plano (π_2) .

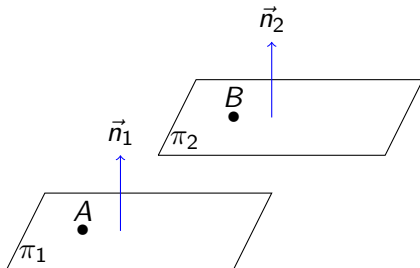
Problema: Baseando em pontos A, B e os vetores normais \vec{n}_1 e \vec{n}_2 , estudar as posições relativas entre dois planos (π_1) e (π_2) .

Temos três casos:

- 1 (π_1) e (π_2) são paralelas;
- 2 (π_1) e (π_2) são coincidentes;
- 3 (π_1) e (π_2) se interceptam.

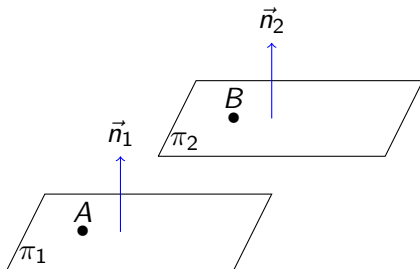
Caso 1: (π_1) e (π_2) são paralelas

Caso 1: (π_1) e (π_2) são paralelas.



Caso 1: (π_1) e (π_2) são paralelas

Caso 1: (π_1) e (π_2) são paralelas.

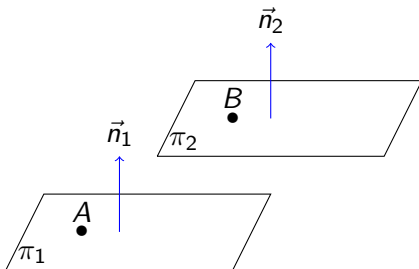


Neste caso:

- 1 \vec{n}_1 e \vec{n}_2 são paralelos;

Caso 1: (π_1) e (π_2) são paralelas

Caso 1: (π_1) e (π_2) são paralelas.

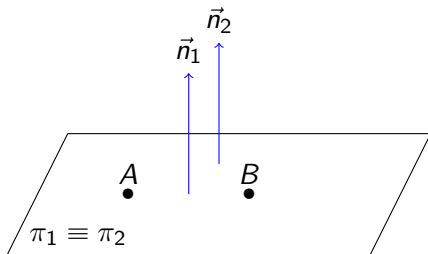


Neste caso:

- 1 \vec{n}_1 e \vec{n}_2 são paralelos;
- 2 O ponto A não pertence ao plano (π_2)
(ou o ponto B não pertence ao plano (π_1)).

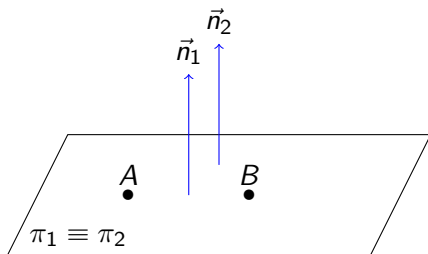
Caso 2: (π_1) e (π_2) são coincidentes;

Caso 2: (π_1) e (π_2) são coincidentes.



Caso 2: (π_1) e (π_2) são coincidentes;

Caso 2: (π_1) e (π_2) são coincidentes.

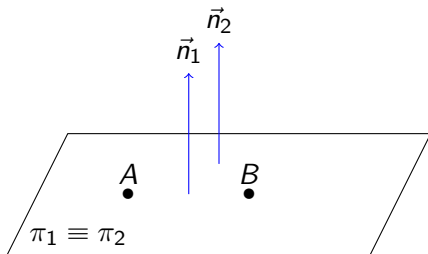


Neste caso:

- 1 \vec{n}_1 e \vec{n}_2 são paralelos;

Caso 2: (π_1) e (π_2) são coincidentes;

Caso 2: (π_1) e (π_2) são coincidentes.

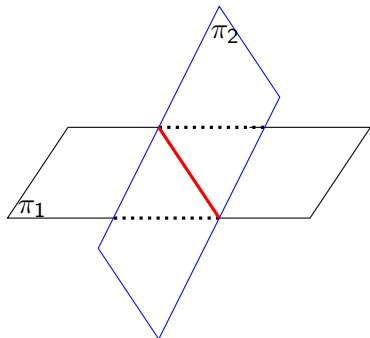


Neste caso:

- 1 \vec{n}_1 e \vec{n}_2 são paralelos;
- 2 O ponto A pertence ao plano (π_2)
(ou o ponto B pertence ao plano (π_1)).

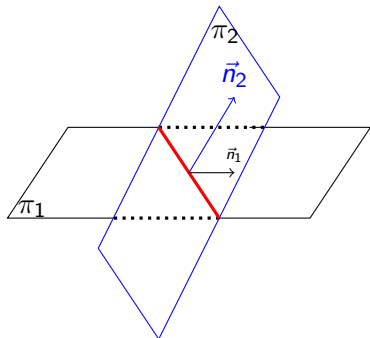
Caso 3: (π_1) e (π_2) se interceptam.

Caso 3: (π_1) e (π_2) se interceptam.



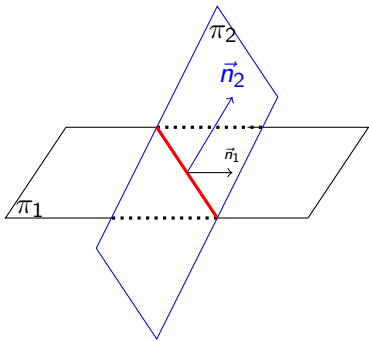
Caso 3: (π_1) e (π_2) se interceptam.

Caso 3: (π_1) e (π_2) se interceptam.



Caso 3: (π_1) e (π_2) se interceptam.

Caso 3: (π_1) e (π_2) se interceptam.



Neste caso:

\vec{n}_1 e \vec{n}_2 não são paralelos.

Resumo: relações relativas entre dois planos no espaço

No espaço $Oxyz$, dados dois planos (π_1) e (π_2) :

$A \in (\pi_1)$, \vec{n}_1 : vetor normal de (π_1) ; $B \in (\pi_2)$, \vec{n}_2 : vetor normal de (π_2) .

❶ **(π_1) e (π_2) são paralelos:** quando

- i) \vec{n}_1 e \vec{n}_2 são paralelos;
- ii) O ponto A não pertence ao plano (π_2)
(ou o ponto B não pertence ao plano (π_1)).

❷ **\vec{n}_1 e \vec{n}_2 são coincidentes:** quando

- i) \vec{n}_1 e \vec{n}_2 são paralelos;
- ii) O ponto A pertence ao plano (π_2)
(ou o ponto B pertence ao plano (π_1)).

❸ **(π_1) e (π_2) se interceptam:** quando \vec{n}_1 e \vec{n}_2 não são paralelos.

Resumo: relações relativas entre dois planos no espaço

No espaço $Oxyz$, dados dois planos (π_1) e (π_2) :

$A \in (\pi_1)$, \vec{n}_1 : vetor normal de (π_1) ; $B \in (\pi_2)$, \vec{n}_2 : vetor normal de (π_2) .

❶ **(π_1) e (π_2) são paralelos:** quando

- i) \vec{n}_1 e \vec{n}_2 são paralelos;
- ii) O ponto A não pertence ao plano (π_2)
(ou o ponto B não pertence ao plano (π_1)).

❷ **\vec{n}_1 e \vec{n}_2 são coincidentes:** quando

- i) \vec{n}_1 e \vec{n}_2 são paralelos;
- ii) O ponto A pertence ao plano (π_2)
(ou o ponto B pertence ao plano (π_1)).

❸ **(π_1) e (π_2) se interceptam:** quando \vec{n}_1 e \vec{n}_2 não são paralelos.

Exemplo: Estude a posição relativa dos dois planos $2x - y + z = 1$ e $x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z - 9 = 0$.

Exercício 1

Verifique a posição relativa do plano $\pi_1 : x - y + 2z - 2 = 0$ com o plano $\pi_2 : X = (0, 1/2, 0) + \lambda(1, -1/2, 0) + \mu(0, 1, 1) (\lambda, \mu \in \mathbb{R})$. Caso dois planos se interceptam, encontre a equação da reta de interseção.

Exercício 2

Verifique a posição relativa do plano $\pi_1 : 2x - y + 2z - 1 = 0$ com o plano $\pi_2 : 4x - 2y + 4z - 2 = 0$.

Bom estudo!