

平成 28 年度 大阪大学基礎工学部編入学試験

[数 学] 試 験 問 題

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コー ス
	学 科
	コー ス

[数学 - 1]

問題 1

\mathbb{R}^2 は 2 次元実数列ベクトルの集合とする. $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$ の大きさを $|\mathbf{x}|$ とし, 実数を成分とする 2 次の正方行列 B に対して

$$\|B\| = \max_{|\mathbf{x}|=1} |B\mathbf{x}|$$

と定める. $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ のとき, $\|B\|$ の値を求めよ. また, その値を与える $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$ をすべて求めよ.

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学 科
	コ ー ス

問題 2

以下の設問に答えよ.

- (1) 実数を成分とする2次の正方行列 A, B は対称行列とし, A は相異なる固有値を持つとする. このとき, $AB = BA$ ならば A と B は同じ直交行列によって対角化されることを示せ.

- (2) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ を同じ直交行列によって対角化せよ.

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学 科
	コ ー ス

問題 3

m を 6 以上の偶数, n を $3 \leq n \leq \frac{m}{2}$ をみたす自然数とする. 正 m 角形の m 個の頂点に, 時計回りに $1, 2, 3, \dots, m$ と番号をふる. この m 個の頂点から n 個の頂点を選んでは, 頂点が一つでも異なる n 角形を作る. ただし, 頂点が一つでも異なる n 角形は異なるものとする. このとき, 以下の設問に答えよ.

- (1) $m = 8$ のとき, 辺上, または内部に正 8 角形の中心を持たない 3 角形の総数を答えよ.
- (2) n 角形が, 辺上, または内部に正 m 角形の中心を持たない確率を $P_{n,m}$ とする. $P_{n,m}$ を n と m を用いて表せ. また, $\lim_{m \rightarrow \infty} P_{n,m}$ を求めよ.