２０２０年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

［知能システム学コース専門科目］ 試 験 問 題

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学 科 コース

［知シ専門－２］

問題２

以下の問に答えよ．ただし，オペアンプについては入力インピーダンスと電圧増幅率が ∞，出力インピーダンスが 0 であるとする．

(1) 図１に関する以下の小問に答えよ．図中のR_1，R_2，R_3，R_4は抵抗値，Cは容量とする．

(1-1) スイッチ S を容量 C を持つコンデンサ側に切り替え，入力電圧 $v_1(t) = E\sin(\omega t)$，$v_2(t) = 0$ を与えた．出力電圧 $v_3(t)$ を求めよ．ただし，Eは振幅を表す定数で，ωは角周波数である．

(1-2) R_1，R_2，R_3，R_4がある関係を満たすとき，スイッチ S を抵抗 R_4 を持つ抵抗側に切り替えると，$v_2(t)$ を正入力，$v_1(t)$を負入力，$v_3(t) = 5(v_2(t) - v_1(t))$ を出力とする電圧増幅率５倍の差動増幅回路として動作した．R_1，R_2，R_3，R_4の関係を求めよ．

(2) 図２は CR 移相型発振回路である．以下の小問に答えよ．図中のR，R_a，R_b は抵抗値，Cは容量とする．

(2-1) 破線で囲まれた回路は入力インピーダンスが ∞ のボルテージフォロワである．その回路をオペアンプを用いて描け．

(2-2) 発振周波数を求めよ．

(2-3) $R = 10k\Omega$，$R_a = 2k\Omega$，$C = 50\mu F$とする．発振条件を満たすR_bを求めよ．

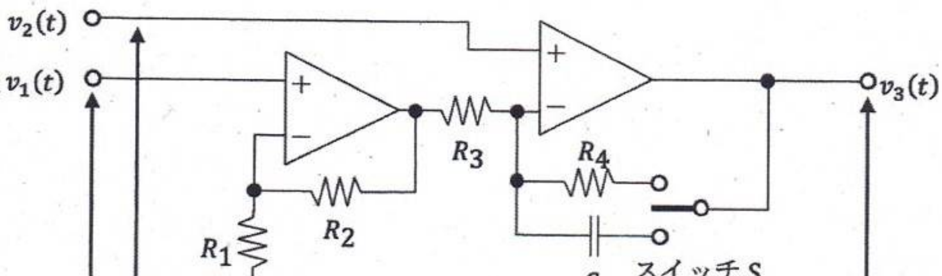


図１

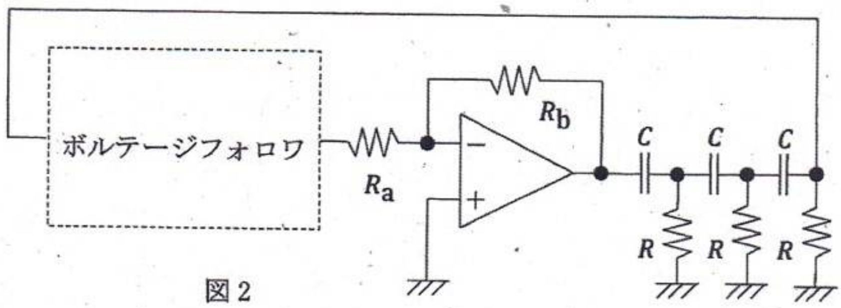
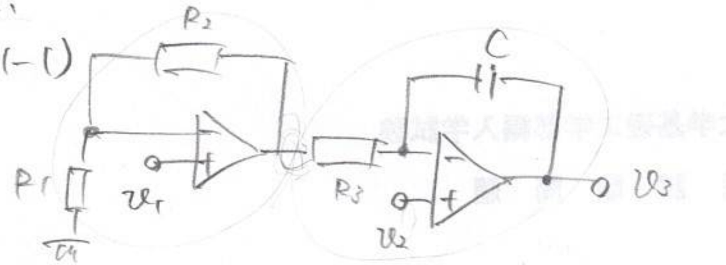


図２

2、

(1-1)



$$\frac{A}{s}+\frac{Bs+C}{s^2+a^2}=\frac{As^2+Aa^2+Bs^2+Cs}{s(s^2+a^2)}$$

$$\therefore A+B=0 \qquad \therefore A=\frac{1}{\omega}$$
$$C=0 \qquad B=-\frac{1}{\omega}$$
$$Aa^2=\omega \qquad C=0$$

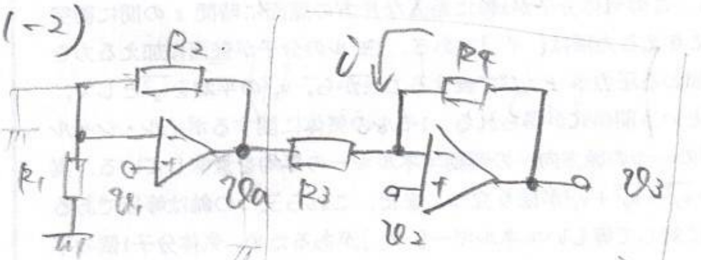
$$v_3(t)=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\cdot\left(-\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R_3}\right)\cdot v_1(t)$$
$$=-\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\cdot\frac{1}{j\omega CR_3}\cdot E\sin(\omega t)$$
$$=-\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\cdot\frac{E}{\omega CR_3}\cdot(-j\sin(\omega t))$$
$$=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{E}{\omega CR_3}\cos(\omega t)$$

$$\frac{\omega}{s^2+a^2}$$

$$\frac{\omega}{s(s^2+a^2)}$$

$$\frac{1}{s}+\frac{}{s^2+\omega^2}$$

(1-2)



$$v_a=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)v_1$$

$$v_3=-\frac{R_4}{R_3}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)v_1+\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)v_2$$
$$=\frac{R_4}{R_3}\left(\left(1+\frac{R_3}{R_4}\right)v_2-\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)v_1\right)$$

$$\begin{cases} v_a=-R_3 i+v_2 \\ v_3=R_4 i+v_2 \end{cases}$$

$$\therefore \frac{v_3-v_2}{R_4}=i$$

$$v_a=-\frac{R_3}{R_4}v_3+\frac{R_3}{R_4}v_2+v_2$$

$$v_3=-\frac{R_4}{R_3}v_a+\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)v_2$$

よって、

$$\begin{cases} 1+\frac{R_3}{R_4}=1+\frac{R_2}{R_1} & -① \\ \frac{R_4}{R_3}\left(1+\frac{R_3}{R_4}\right)=\frac{R_4}{R_3}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)=5 & -② \end{cases}$$

②より

$$1+\frac{R_4}{R_3}=5$$
$$\therefore \frac{R_4}{R_3}=4$$

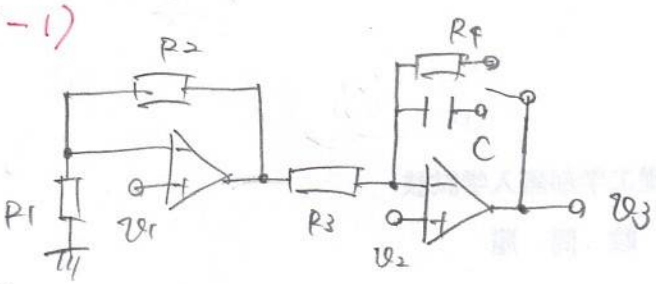
①に代入、

$$1+\frac{R_2}{R_1}=1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$$
$$\therefore \frac{R_2}{R_1}=\frac{1}{4}$$

したがって、

$$\frac{R_1}{R_2}=4$$
$$\frac{R_4}{R_3}=4$$

(1-1)



$$G(s) \to G(j\omega)$$

(i)
$$G(s) = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\cdot\left(-\frac{\frac{1}{sC}}{R_3}\right) = -\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{sCR_3}$$

$$G(j\omega) = -\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{j\omega CR_3}$$

$$|G(j\omega)| = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{\omega CR_3}$$

$$\angle G(j\omega) = \angle -\frac{1}{j} = 90^\circ$$

$$\therefore v_3(t) = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{E}{\omega CR_3}\sin(\omega t + 90^\circ) = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{E}{\omega CR_3}\cos(\omega t)$$

(ii)
$$v_3(t) = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\cdot\left(-\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R_3}\right)\cdot v_1(t)$$

$$= \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{\omega CR_3}\, jE\sin(\omega t)$$

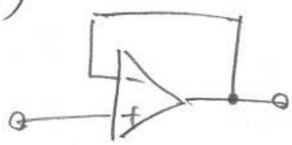
$$= \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{E}{\omega CR_3}\cos(\omega t)$$

(iii)
$$V_3(s) = G(s)\,V_1(s)$$

$$= -\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{sCR_3}\cdot\frac{E\omega}{s^2+\omega^2}$$

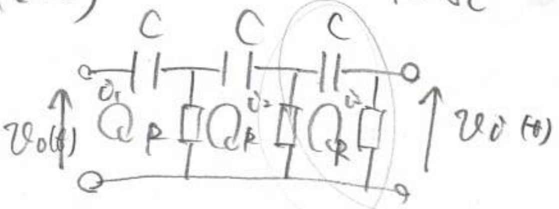
これは過渡応答であり
定常応答ではない

(2-1)



(2-2)

$R+\frac{1}{sC}$



$$\begin{cases} v_0 = \dfrac{i_1}{j\omega C} + R(i_1 - i_2) = \left(R + \dfrac{1}{j\omega C}\right) i_1 - R i_2 \\ R(i_1 - i_2) = \dfrac{i_2}{j\omega C} + R(i_2 - i_3) \rightarrow R i_1 - \left(2R + \dfrac{1}{j\omega C}\right) i_2 + R i_3 = 0 \\ R(i_2 - i_3) = \dfrac{i_3}{j\omega C} + R i_3 \rightarrow R i_2 - \left(2R + \dfrac{1}{j\omega C}\right) i_3 = 0 \\ R i_3 = v_o \rightarrow i_3 = \dfrac{v_o}{R} \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} \left(R + \dfrac{1}{sC}\right) I_1 - R I_2 = V_0 \\ R I_1 - \left(2R + \dfrac{1}{sC}\right) I_2 + V_o = 0 \\ R I_2 - \left(2 + \dfrac{1}{sCR}\right) V_o = 0 \end{cases} \Rightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} R + \frac{1}{sC} & -R & 0 \\ R & -\left(2R + \frac{1}{sC}\right) & 1 \\ 0 & R & -\left(2 + \frac{1}{sCR}\right) \end{pmatrix}}_{=:(a_1\ a_2\ a_3) = A} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ V_o \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{=:b}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} \frac{1}{sC} & R + \frac{1}{sC} & -1 \\ R & -\left(2R + \frac{1}{sC}\right) & 1 \\ 0 & R & -\frac{1}{R}\left(2R + \frac{1}{sC}\right) \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{sCR}\left(4R^2 + \frac{4R}{sC} + \frac{1}{s^2C^2}\right) - R^2 + \left(R + \frac{1}{sC}\right)\left(2R + \frac{1}{sC}\right) - \frac{R}{sC}$$

$$= \frac{4R}{sC} + \frac{4}{s^2C^2} + \frac{1}{s^3C^3R} - R^2 + 2R^2 + \frac{3R}{sC} + \frac{1}{s^2C^2} - \frac{R}{sC}$$

$$= \frac{1}{s^3C^3R} + \frac{5}{s^2C^2} + \frac{6R}{sC} + R^2$$

$$|(a_1\ a_2\ b)| = R^2 V_0$$

$$\therefore \frac{V_o(s)}{V_0(s)} = \frac{R^2}{\frac{1}{s^3C^3R} + \frac{5}{s^2C^2} + \frac{6R}{sC} + R^2}$$

$$= \frac{s^3C^3R^3}{s^3C^3R^3 + s^2 6C^2R^2 + s5CR + 1}$$

$$=: G(s)$$

$$G(j\omega) = \frac{-j\omega^3C^3R^3}{-j\omega^3C^3R^3 - \omega^2 6C^2R^2 + j\omega 5CR + 1}$$

$$= \frac{-j\omega^3C^3R^3}{1-\omega^2 6C^2R^2 + j\omega CR(5-\omega^2C^2R^2)}$$

$$= \frac{\omega^3C^3R^3\left(-\omega CR(5-\omega^2C^2R^2) - j(1-\omega^2 6C^2R^2)\right)}{(1-\omega^2 6C^2R^2)^2 + (\omega CR)^2(5-\omega^2C^2R^2)^2}$$

位相−180°のとき虚部=0より

$$1-\omega^2 6C^2R^2 = 0$$

$$\therefore \omega^2 = \frac{1}{6C^2R^2}$$

$$\therefore \omega = \frac{1}{\sqrt{6}CR}$$

よって、発振周波数は

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{6}CR}$$

(2-3)

$\omega = \frac{1}{\sqrt{6}CR}$ のとき

$$G(j\omega) = \frac{\cancel{\frac{1}{6\sqrt{6}}\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{6}}\left(5-\frac{1}{6}\right)\right)}}{\frac{1}{6}\cdot\left(5-\frac{1}{6}\right)^2} = \frac{-\frac{1}{6}}{5-\frac{1}{6}} = -\frac{1}{30-1} = -\frac{1}{29}$$

このときループ利得が1より大きければ発振、反転増幅と移相により

ループ利得は

$$-\frac{R_b}{R_a}\cdot\left(-\frac{1}{29}\right) = \frac{R_b}{29R_a} > 1$$

$$\therefore R_b > 29R_a = 58\,k\Omega$$

$$R_b > 58\,k\Omega$$

//

23

２０２０年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

［ 知能システム学コース専門科目 ］ 試 験 問 題

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学 科 コース

23:50 38

［知シ専門－１］

問題１

以下の問に答えよ.

(1) インパルス応答が

$$e^{-t} + e^{-2t} - e^{-3t}$$

と表されるシステムについて以下の小問に答えよ.

(1-1) 極と零点を求めよ.

(1-2) ステップ応答を求めよ.

(1-3) このシステムに正弦波入力 $\sin t$ を加えるとき，十分に時間がたった後の出力の振幅は入力の振幅の何倍になるかを求めよ.

(2) 図１のフィードバック制御系を考える. $R(s)$ と $Y(s)$ はそれぞれ目標信号 $r(t)$ と出力信号 $y(t)$ のラプラス変換である. $K > 0$ はゲイン補償器のゲイン定数, $P(s)$ は制御対象の伝達関数で

$$P(s) = \frac{1}{(s+2)(s+a)}$$

である. 以下の小問に答えよ.

(2-1) $a = 1$ のとき，開ループ伝達関数のベクトル軌跡の概略を描け. 特に実軸，虚軸との交点と，そのときの角周波数を明記せよ.

(2-2) $a = 1$ のとき，閉ループ系が安定となる K の範囲を求めよ.

(2-3) あらゆる $a > 0$ について，閉ループ系が安定となる K の範囲を求めよ.

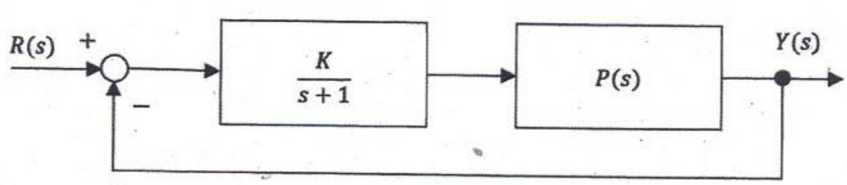


図１

$(a+3)(3a+2) - (2a+K) > 0$

$3a^2 + 11a + 6 - 2a - K > 0$

$3a^2 + 9a + 6 > K$

$3(a^2 + 3a + 2) > K$

$3(a+2)(a+1) > K$

1.

(1-1) $$G(s) = \frac{1}{s+1} + \frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+3} = \frac{(s+2)(s+3) + (s+3)(s+1) - (s+1)(s+2)}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

$$= \frac{s^2+5s+6+s^2+4s+3-s^2-3s-2}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

$$= \frac{s^2+6s+7}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

$$\frac{-3 \pm \sqrt{9-7}}{1} = -3 \pm \sqrt{2}$$

∴ 極：$-1, -2, -3$

零点：$-3 \pm \sqrt{2}$

(1-2)

ステップ応答 $y(t)$ とする.

$$Y(s) = \mathcal{L}[y(t)]$$

$$= G(s) \cdot \frac{1}{s}$$

$$1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{6}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{7}{6}$$

$$= \frac{1}{s(s+1)} + \frac{1}{s(s+2)} + \frac{-1}{s(s+3)}$$

$$s^3+3s^2+2s+3s^2+9s+6$$
$$= s^3+6s^2+11s+6$$

$$= \frac{1}{s} + \frac{-1}{s+1} + \frac{\frac{1}{2}}{s} + \frac{-\frac{1}{2}}{s+2} + \frac{-\frac{1}{3}}{s} + \frac{\frac{1}{3}}{s+3}$$

$$= \frac{\frac{7}{6}}{s} + \frac{-1}{s+1} + \frac{-\frac{1}{2}}{s+2} + \frac{\frac{1}{3}}{s+3}$$

$$\therefore y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)] = \frac{7}{6} - e^{-t} - \frac{1}{2}e^{-2t} + \frac{1}{3}e^{-3t}$$

(1-3)

$\omega = 1$ のときの周波数応答を求める.

$$G(s) = \frac{s^2+6s+7}{(s+1)(s+2)(s+3)} = \frac{s^2+6s+7}{(s^2+3s+2)(s+3)} = \frac{s^2+6s+7}{s^3+6s^2+11s+6}$$

$G(s)$ の極は全て安定なので, $\omega = 1$ についての定常状態は

$$G(j1) = \frac{-1+j6+7}{-j-6+j11+6} = \frac{6+j6}{j10}$$

$$|G(j1)| = \left|\frac{6+j6}{j10}\right| = \frac{6}{10}\sqrt{1+1} = \frac{3\sqrt{2}}{5}$$

よって, $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ 倍.

(2-1)

$$(s^2+3s+2)(s+a) = s^3+3s^2+2s+as^2+3as+2a$$
$$= s^3+(a+3)s^2+(3a+2)s+2a$$

$$L(s) := \frac{K}{s+1}\cdot P(s)$$
$$= \frac{K}{(s+1)(s+2)(s+a)} = \frac{K}{s^3+(a+3)s^2+(3a+2)s+2a}$$

$a=1$ のとき

$$L(s) = \frac{K}{s^3+4s^2+5s+2}$$

$$L(j\omega) = \frac{K}{-j\omega^3-4\omega^2+j5\omega+2} = \frac{K}{2(1-2\omega^2)-j\omega(\omega^2-5)}$$

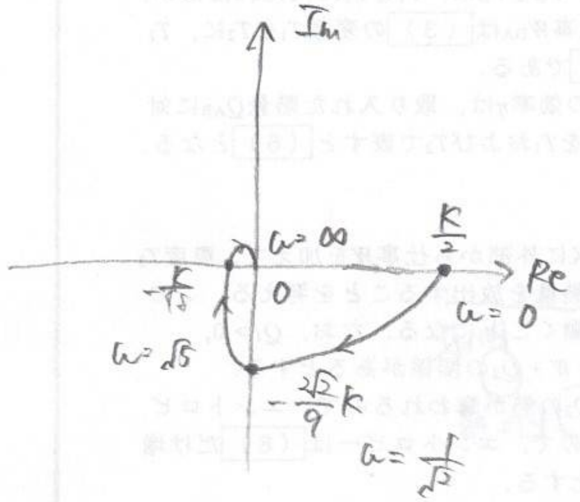
$$= \frac{K\left(2(1-2\omega^2)+j\omega(\omega^2-5)\right)}{4(1-2\omega^2)^2+\omega^2(\omega^2-5)^2}$$

$$K\frac{2+j0}{4}$$

$$K\frac{\frac{1}{\sqrt2}\left(\frac{1}{2}-5\right)}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-5\right)^2} = K\frac{\sqrt2}{\frac{1}{2}-5} = K\frac{2\sqrt2}{-9}$$

$$K\frac{2(1-10)}{4(1-10)^2} = -\frac{1}{18}K$$

ω	0	$\cdots$	$\frac{1}{\sqrt2}$	$\cdots$	$\sqrt5$	$\cdots$	∞
$\mathrm{Re}[L(j\omega)]$	$\frac{K}{2}$		0		$-\frac{K}{18}$		0
$\mathrm{Im}[L(j\omega)]$	0		$-\frac{2\sqrt2}{9}K$		0		0



ラウス表

s^3	1	$3a+2$
s^2	$a+3$	$2a+K$
s^1	$3a+2-\frac{2a+K}{a+3}$	
s^0	$2a+K$	

(2-2)

位相 $180°$ のとき、$\mathrm{Re}[L(j\omega)] = -\frac{K}{18}$。$\mathrm{Re}[L(j\omega)] > -1$ の範囲で安定なので、

$$0 < K < 18$$

(2-3)

閉ループ系の分母の伝達関数 $\phi(s)$ は

$$\phi(s) = s^3+(a+3)s^2+(3a+2)s+2a+K$$

ラウス表より、閉ループ系が安定となる a は

$$\begin{cases} 3a+2-\frac{2a+K}{a+3} > 0 \\ 2a+K > 0 \end{cases}$$

$$\therefore\ 0 < K < 3(a+1)(a+2)$$