

2020年度 大阪大学基礎工学部編入学試験

[数 学] 試 験 問 題

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学 科
	コ ー ス

[数学－1]

問題 1

関数 $w(t)$ は初期条件「 $t = 0$ のとき $w = 3$ 」をみたす微分方程式

$$\frac{dw}{dt} = \frac{t}{w}$$

の解とする。以下の問に答えよ。

(1) 関数 $w(t)$ を求めよ。

(2) 関数 $w(t)$ を用いて、2変数関数 $f(x, y)$ を

$$f(x, y) = \frac{3}{7}w(x+y) + \frac{1}{17}w(x-2y)^2$$

と定める。次の2重積分の値を求めよ。

$$\iint_D f(x, y) dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 4\}$$

2020年度 大阪大学基礎工学部編入学試験

[数 学] 試 験 問 題

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学 科
	コ ー ス

[数学-2]

問題 2

3 次の正方行列 $M = (m_{ij})$ に対して, 対角成分の和 $\sum_{i=1}^3 m_{ii}$ を $\text{tr}(M)$ で表すとする.

また, 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ とする. 以下の間に答えよ.

(1) 行列 A の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(2) (1) で求めた行列 A の 3 つの固有値を, それぞれ $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ とする. このとき,

$$\text{tr}(A) = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$$

が成り立つことを示せ.

(3) 実数を成分とする 3 次の正方行列 B, C に対して,

$$\text{tr}(BC) = \text{tr}(CB)$$

が成り立つことを示せ.

(4) 実数を成分とする 3 次の正方行列 D は, 互いに異なる実数の固有値 μ_1, μ_2, μ_3 を持つとする. このとき,

$$\text{tr}(D) = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3$$

が成り立つことを示せ.

2020年度 大阪大学基礎工学部編入学試験

[数 学] 試 験 問 題

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学 科
	コ ー ス

[数学－3]

問題3

N を 6 以上の自然数とする. $1, 2, \dots, N$ から異なる 6 個の数を無作為に選ぶ. 選んだ数を大きい順に $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ とする. 以下の問に答えよ.

- (1) $N = 10$ のとき, $X_4 = 6$ となる確率を求めよ.
- (2) $N \geq 6$ に対して, $X_4 = 5$ となる確率 $p(N)$ を求めよ.
- (3) (2) で求めた確率 $p(N)$ を最大にする自然数 N を求めよ. また, そのときの $p(N)$ の値を求めよ.