平成２１年度　大阪大学基礎工学部編入学試験
［数　　　学］試　験　問　題

受験番号	志望学科・コース
	学科 コース

問題１

変数 x, y の関数 z が，方程式 $z^2 + (x+2y)z - (4 + 2x^2 + y + y^2/2) = 0$ によって定まっており，値域は $z \geqq 0$ とする．以下の設問に答えよ．

(1) 関数 z を x と y それぞれについて偏微分せよ．答は z を含んでもよい．

(2) 関数 z は xy 平面上のある点で極値をとることがわかっている．その点 (x, y) と，そこでの z の値を求めよ．

(3) 条件 $x + y - 1 = 0$ のもとで，関数 z はある点で極値をとることがわかっている．その点 (x, y) と，そこでの z の値を求めよ．

$f_x = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot 2z + z + (x+2y)\frac{\partial z}{\partial x} - 4x$

$f_y = \frac{\partial z}{\partial y} \cdot 2z + 2z + (x+2y)\frac{\partial z}{\partial y} - y - 1 = 0$

xy平面上の(a, b)で極値をとるならば

平成２１年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

［数　　学］試験問題

受験番号	志望学科・コース
	学科 コース

問題２

漸化式

$$\begin{cases} x_n = -2x_{n-1} + 3y_{n-1} + 2z_{n-1} \\ y_n = -6x_{n-1} + 7y_{n-1} + 2z_{n-1} \\ z_n = 3x_{n-1} - 3y_{n-1} + 3z_{n-1} \end{cases}$$

(ただし $n = 2, 3, \ldots$) について以下の設問に答えよ．

(1) $\mathbf{x}_n = {}^t[x_n, y_n, z_n]$ としたとき，上記漸化式は 3×3 行列 $\mathbf{A}$ を用いて $\mathbf{x}_n = \mathbf{A}\mathbf{x}_{n-1}$ の形で表せる．$\mathbf{A}$ を求めよ．

(2) $\mathbf{A}$ の固有値，固有ベクトルを求めよ．

(3) $\mathbf{A}$ を対角化する行列 $\mathbf{P}$ および $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}$ を求めよ．

(4) $(x_1, y_1, z_1) = (1, 1, 2)$ のとき，x_n, y_n, z_n を求めよ．

平成２１年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

［数　　学］試　験　問　題

受 験 番 号	志望学科・コース
	学 科 コース

［数学－３］

問題３

事象 A, B, C, C の余事象 $\bar{C}$ に対して，積事象 $A\cap C$, $B\cap C$, $A\cap B\cap C$, $A\cap\bar{C}$, $B\cap\bar{C}$, $A\cap B\cap\bar{C}$ の確率をそれぞれ $P(A\cap C)$, $P(B\cap C)$, $P(A\cap B\cap C)$, $P(A\cap\bar{C})$, $P(B\cap\bar{C})$, $P(A\cap B\cap\bar{C})$ とおき，すべて正の値をとるものとする．また，事象 C を与えたときの事象 A, B と積事象 $A\cap B$ の条件付き確率をそれぞれ

$$P(A|C)=\frac{P(A\cap C)}{P(C)},\quad P(B|C)=\frac{P(B\cap C)}{P(C)},\quad P(A\cap B|C)=\frac{P(A\cap B\cap C)}{P(C)}$$

とおき，事象 $\bar{C}$ を与えたときの事象 A, B と積事象 $A\cap B$ の条件付き確率をそれぞれ

$$P(A|\bar{C})=\frac{P(A\cap\bar{C})}{P(\bar{C})},\quad P(B|\bar{C})=\frac{P(B\cap\bar{C})}{P(\bar{C})},\quad P(A\cap B|\bar{C})=\frac{P(A\cap B\cap\bar{C})}{P(\bar{C})}$$

とおく．ただし，$P(C)$ は事象 C の確率であり，$P(\bar{C})$ は事象 $\bar{C}$ の確率である．以下の設問に答えよ．

(1) 事象 A の確率 $P(A)$ に対して

$$P(A)=P(A|C)P(C)+P(A|\bar{C})P(\bar{C})$$

が成り立つことを示せ．

(2) $P(A\cap B|C)=P(A|C)P(B|C)$ と $P(A\cap B|\bar{C})=P(A|\bar{C})P(B|\bar{C})$ が成り立つと仮定する．このとき，積事象 $A\cap B$ の確率 $P(A\cap B)$ に対して

$$P(A\cap B)=P(A|C)P(B|C)P(C)+P(A|\bar{C})P(B|\bar{C})P(\bar{C})$$

が成り立つことを示せ．

(3) $P(A|C)=P(A|\bar{C})$ が成り立つとき，事象 A と C は独立であることを証明せよ．

(4) $P(A\cap B|C)=P(A|C)P(B|C)$ と $P(A\cap B|\bar{C})=P(A|\bar{C})P(B|\bar{C})$ が成り立つと仮定する．このとき，事象 A と B が独立であるならば，事象 A と C が独立であるか，または，事象 B と C が独立であることを証明せよ．