

令和3年度 大阪大学基礎工学部編入学試験

[数 学] 試 験 問 題

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学 科
	コ ー ス

[数学－1]

問題 1

2変数関数 $f(x, y)$ を

$$f(x, y) = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

で定める。ここで、関数 $\theta = \tan^{-1} s$ は、関数

$$s = \tan \theta \quad \left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$$

の逆関数である。2変数関数 $g(x, y)$ を

$$g(x, y) = h \left(\sqrt{x^2 + y^2} \right) e^{f(x, y)}$$

で定める。ここで、関数 $h(r)$ は区間 $(0, \infty)$ を定義域とし、区間 $(0, \infty)$ において1回微分可能とする。以下の問に答えよ。

- (1) 2変数関数 $p(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ の x についての偏導関数 $p_x(x, y)$ を求めよ。
- (2) 2変数関数 $q(x, y) = e^{f(x, y)}$ の x についての偏導関数 $q_x(x, y)$ と y についての偏導関数 $q_y(x, y)$ を求めよ。
- (3) $g(x, y)$ の定義域において、等式

$$-yg_x(x, y) + xg_y(x, y) - h' \left(\sqrt{x^2 + y^2} \right) e^{f(x, y)} = 0$$

が成り立っているとする。ここで、 $g_x(x, y)$ は $g(x, y)$ の x についての偏導関数、 $g_y(x, y)$ は $g(x, y)$ の y についての偏導関数、 $h'(r)$ は $h(r)$ の導関数を表す。 $h(1) = 1$ を満たす $h(r)$ を求めよ。

令和3年度 大阪大学基礎工学部編入学試験

[数 学] 試 験 問 題

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学 科
	コ ー ス

[数学－2]

問題2

以下の問に答えよ.

- (1) 実数を成分に持つ対称行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ a & 1 & a \\ a & a & 1 \end{pmatrix}$ について, 以下の小問に答えよ.

(1-a) A の固有値をすべて求めよ.(1-b) A を直交行列によって対角化せよ.

- (2) 実数を成分に持つ3次の対称行列 B が, 3つの相異なる固有値を持つとする. B の異なる固有値に対応する固有ベクトルは, 互いに直交することを示せ.

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学 科
	コ ー ス

[数学－3]

問題3

赤玉6個、白玉4個の合計10個の玉が入っている袋がある。まず1回目の試行として、袋から同時に3個の玉を取り出す。取り出した玉は袋に戻さず、さらに2回目の試行として、袋から同時に3個の玉を取り出す。このとき、以下の問に答えよ。ただし、各試行において同時に3個の玉を取り出す取り出し方は同様に確からしいものとする。

- (1) 1回目の試行で赤玉3個が取り出される確率を求めよ。
- (2) 1回目の試行で赤玉2個、白玉1個が取り出される確率を求めよ。
- (3) 1回目の試行で取り出された赤玉の数と2回目の試行で取り出された赤玉の数が同じになり、かつ1回目の試行で取り出された白玉の数と2回目の試行で取り出された白玉の数が同じになる確率を求めよ。