平成２２年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

［数　　　　学］試　験　問　題

受　験　番　号	志望学科・コース
	学　科 コース

問題１

$x = x(t)$ に関する微分方程式

$$\frac{dx}{dt} = -2x^2 + t^{-2}, \quad t > 0$$

を考える.

(1) $v(t) = \{x(t) - t^{-1}\}^{-1}$ とおき $v(t)$ に関する微分方程式を作れ. ただし $\frac{dv}{dt}$ を t と v で表わせ.

(2) (1) で求めた微分方程式は非斉次微分方程式であるが, その定数項を無視した斉次微分方程式の解 $\tilde{v}(t)$ を求めよ.

(3) $C(t)\tilde{v}(t)$ が (1) で導いた微分方程式を満たすように $C(t)$ を定めよ.

(4) $x(t)$ を求めよ.

(5) $x(1) = 1$ となる解を求めよ.

平成２２年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

［数　　　　学］試　験　問　題

受験番号	志望学科・コース
	学科 コース

問題２

2 次元平面上の点 $\mathrm{A}(1,0)$ を点 $\mathrm{A'}(a, 1-b)$ に，点 $\mathrm{B}(1,1)$ を点 $\mathrm{B'}(a+b, 1+a-b)$ に移す 1 次変換を f とする．ただし，a, b は実数とする．また，f を表す行列を $\mathbf{F}$ とする．

(1) 行列 $\mathbf{F}$ を，a と b を用いて表せ．

(2) 行列 $\mathbf{F}$ の固有値を求めよ．また，2 つの固有値が異なる実数値となるための a と b に関する必要十分条件を示せ．

(3) 行列 $\mathbf{F}$ の 2 つの固有値が異なる実数値となる場合に，$\mathbf{P}^{-1}\mathbf{F}\mathbf{P}$ を対角行列とする正則行列 $\mathbf{P}$, 対角行列 $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{F}\mathbf{P}$ を求めよ．ただし，正則行列 $\mathbf{P}$ の列ベクトルの長さは 1 とする．ここで $\mathbf{P}^{-1}$ は行列 $\mathbf{P}$ の逆行列である．

(4) (3) で求めた正則行列 $\mathbf{P}$ の列ベクトルが直交するための a と b に関する必要十分条件を示せ．

(5) 原点 $(0,0)$ 以外の任意の点を X とする．また，点 Y は，点 X が 1 次変換 f によって移された点とする．原点 $(0,0)$ から X までの距離，および Y までの距離を，それぞれ d_X, d_Y とする．ここで，a と b は (4) で求めた必要十分条件を満たし，定数とする．また，点 X は自由に選べるものとする．このとき，2 つの距離の比 d_Y/d_X の最大値を a と b を用いて表せ．

平成２２年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

［数　　　学］試　験　問　題

受験番号	志望学科・コース
	学科 コース

問題３

部品 A および部品 B 一つずつで構成される製品を製造する工場がある．部品 A は確率 p $(0 < p < 1)$ で不良品であり，部品 B は確率 q $(0 < q < 1)$ で不良品である．部品 A および部品 B が不良品であるかどうかは独立である．また，不良品は工場から出荷できないものとする．工場で n 個の製品を製造したとする．以下の設問に答えよ．なお，必ず導出の過程を示すこと．

(1) n 個すべての製品を出荷できる確率を求めよ．

(2) n 個のうち m 個の製品を出荷できる確率 $P(m)$ を求めよ．

(3) $\displaystyle\sum_{m=0}^{n} P(m)$ を求めよ．

(4) 出荷できる製品の個数の期待値 E を求めよ．

(5) $n = 1000$，$p = 0.01$，$q = 0.02$ として，確率 $P(m)$ を最大化する m を求めよ．