平成３１年度　大阪大学基礎工学部編入学試験
［　知能システム学コース専門科目　］試験問題

受　験　番　号	志望学科・コース
	学　科 コース

問題１

以下の問に答えよ．

(1) 以下の伝達関数 $G(s)$ で表されるシステムについて以下の小問に答えよ．

$$G(s) = \frac{2s-6}{s^3+7s^2+19s+13}$$

(1-1) 極と零点を求めよ．

(1-2) インパルス応答を求めよ．

(1-3) 角周波数 ω を無限大に近づけたときの位相差 $\angle G(j\omega)$ の極限を求めよ．

(2) 図１のフィードバック制御系を考える．$R(s)$ と $Y(s)$ はそれぞれ目標信号 $r(t)$ と出力信号 $y(t)$ のラプラス変換であり，$K>0$ はゲイン補償器のゲイン定数，$P(s)$ は制御対象の伝達関数で

$$P(s) = \frac{(s+1)(s+10)}{s^3}$$

である．以下の小問に答えよ．

(2-1) $P(s)$ のボード線図を描け．折れ線近似で描いてよい．

(2-2) ナイキストの安定判別法を用いて，このフィードバック制御系が安定となる K の範囲を求めよ．

(2-3) (2-2) で求めた範囲に K があるとする．目標信号 $r(t)$ が

$$r(t) = t^n \quad (n\text{ は非負整数})$$

であるとき，目標信号 $r(t)$ と出力信号 $y(t)$ との誤差 $e(t)=r(t)-y(t)$ の極限 $\lim_{t\to\infty} e(t)$ が０になるような n の最大値を求めよ．

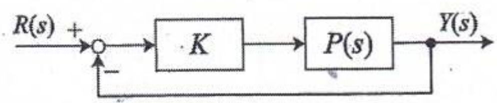


図１

H31専門

1.

(1-1)

$$G(s) = \frac{2(s-3)}{(s+1)(s^2+6s+13)}$$

極 : $-1,\ -3 \pm j2$

零点 : 3

(1-2)

$$G(s) = \frac{-1}{s+1} + \frac{s+7}{s^2+6s+13}$$

$$= \frac{-1}{s+1} + \frac{s+3+4}{(s+3)^2+4}$$

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(s)]$$

$$= -e^{-t} + e^{-3t}(\cos 2t + \sin 2t)$$

(1-3)

$$G(j\omega) = \frac{j2\omega - 6}{-j\omega^3 - 7\omega^2 + j19\omega + 13}$$

$$= \frac{j2\omega - 6}{13 - 7\omega^2 + j\omega(19-\omega^2)}$$

$$\angle G(j\omega) = \angle (j2\omega - 6)(13 - 7\omega^2 - j\omega(19-\omega^2))$$

$$= \angle (j26\omega - j14\omega^3 + 2\omega^2(19-\omega^2) - 78 + 42\omega^2 + j6\omega(19-\omega^2))$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ +42 \\ \hline 80 \end{array}$$

$19 \times 6 = 114$

$114 + 26 = 140$

$$= \angle (2\omega^2(19-\omega^2) + 42\omega^2 - 78 + j\omega(26 - 14\omega^2 + 6(19-\omega^2)))$$

$$= \angle (-2\omega^4 + 28\omega^2 - 78 + j\omega(-20\omega^2 + 140))$$

$$= \angle (-(2\omega^4 - 28\omega^2 + 78) - j\omega(20\omega^2 - 140))$$

第3象げん

$$= \pi + \tan^{-1} \frac{\omega(20\omega^2 - 140)}{2\omega^4 - 28\omega^2 + 78}$$

$$\to \pi \quad (\omega \to \infty)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 7 & 19 & 13 \\ & & -1 & -6 & -13 \\ \hline & 1 & 6 & 13 & \boxed{0} \end{array}$$

$$s = -3 \pm \sqrt{9-13}$$

$$= -3 \pm j2$$

$$\frac{A}{s+1} + \frac{Bs+C}{s^2+6s+13}$$

$$As^2 + 6As + 13A + Bs^2 + Cs + Bs + C$$

$$= (A+B)s^2 + (6A+B+C)s + (13A+C)$$

$$= s-3$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 6 & 1 & 1 \\ 13 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{P} \underbrace{\begin{matrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{matrix}}_{b}$$

$\frac{7}{2} = \frac{28}{8}$

$$|P| = 1 + 13 - 6 = 8$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -3 - 1 = -4$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 6 & 1 & 1 \\ 13 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 3 = 4$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 6 & 1 & 1 \\ 13 & 0 & -3 \end{vmatrix} = -3 + 13 + 18 = 28$$

$$A = -\frac{1}{2},\ B = \frac{1}{2},\ C = \frac{7}{2}$$

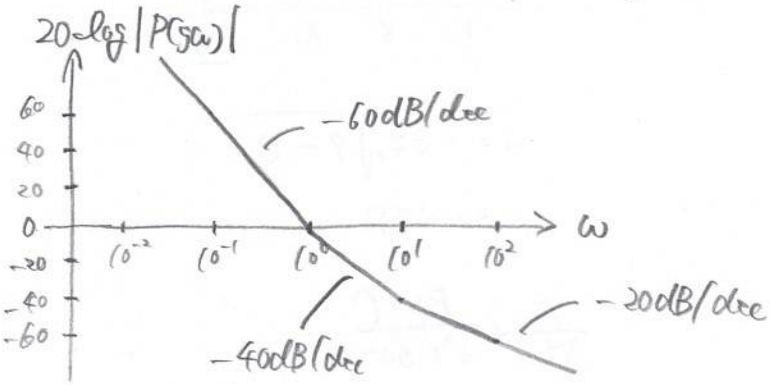
$$\mathcal{L}[e^{(a+jb)t}] = \frac{1}{s-(a+jb)}$$

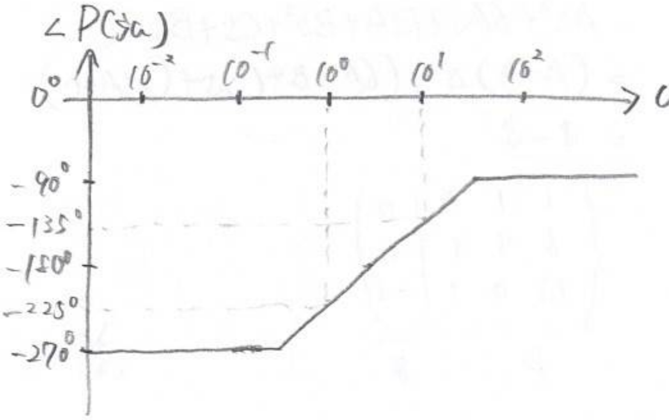
$$= \frac{1}{s-a-jb}$$

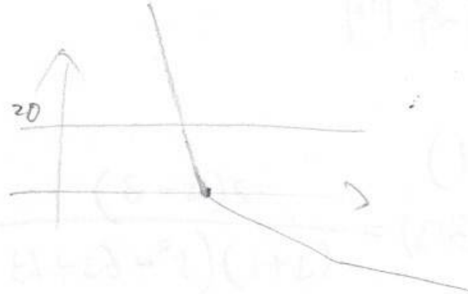
$$= \frac{s-a+jb}{(s-a)^2+b^2}$$

(2-1)

$$P(s) = \frac{1}{s^3}\cdot(1+s)\cdot 10\left(1+\frac{s}{10}\right)$$







$s^2+11s+10$

(2-2)

$$KP(j\omega) = \frac{K(-\omega^2+j11\omega+10)}{-j\omega^3} = \frac{jK(10-\omega^2+j11\omega)}{\omega^3}$$

$$= \frac{K(-11\omega + j(10-\omega^2))}{\omega^3}$$

$\mathrm{Im}[KP(j\omega)] = 0$ のとき, $\omega = \sqrt{10}$ となり,

$$KP(j\sqrt{10}) = K\cdot\frac{-11\cdot\sqrt{10}}{10\sqrt{10}} = -\frac{11}{10}K$$

$-\frac{11}{10}K > -1$

$\frac{11}{10}K < 1$

$K < \frac{10}{11}$

これが -1 を下回らないように K を設定すればよいので, $0 < K < \frac{10}{11}$

(2-3)

$$E(s) = R(s) - Y(s)$$

$$= P(s) - \frac{KP(s)}{1+KP(s)}R(s) = \frac{1}{1+KP(s)}R(s)$$

$$\frac{1}{1+KP} = \frac{s^3}{s^3+K(s+1)(s+10)}$$

$$= \frac{s^3}{s^3+K(s+1)(s+10)}\cdot\frac{n!}{s^{n+1}}$$

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \frac{s^3}{s^3+K(s+1)(s+10)}\cdot\frac{n!}{s^n}$$

$\therefore n = 2$ (最大値)

平成３１年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

［　知能システム学コース専門科目　］　試験問題

受　験　番　号	志望学科・コース
	学　科 コース

問題２

以下の問に答えよ．ただし，オペアンプについては入力インピーダンスと電圧増幅率が ∞，出力インピーダンスが 0 であるとする．ダイオードは理想ダイオードとする．

(1) 図1に関する以下の小問に答えよ．図中のR，R_1，R_2，R_3は抵抗値とする．

(1-1) 入力電圧 $v_1(t) = E\sin(\omega t)$ を与えた．電圧 $v_2(t)$ を求めよ．

(1-2) 図1の回路Aを$v_1(t)$を入力，$v_2(t)$を出力とする回路とみなした場合，その名称として最も適切なものを選択肢Sから選べ．

(1-3) 図1の回路Bを端子Aと端子Bを入力，$v_3(t)$を出力とする回路とみなした場合，その名称として最も適切なものを選択肢Sから選べ．

選択肢S

全波整流回路	反転全波整流回路	半波整流回路	反転半波整流回路		
加算回路	反転加算回路	減算回路	反転減算回路	乗算回路	反転乗算回路

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$T = \frac{2\pi}{\omega}$

(1-4) R_1，R_2，R_3がある関係を満たすとき，出力電圧 $v_3(t)$ が入力電圧 $v_1(t)$ の絶対値と等しくなった．R_1，R_2，R_3の関係を求めよ．導出の過程も示せ．

(2) 図2は発振回路である．発振は定常状態にあり，オペアンプの出力電圧が正の飽和電圧$E_s > 0$と負の飽和電圧$-E_s$で飽和するものとする．以下の小問に答えよ．

(2-1) オペアンプの+入力端子，−入力端子，出力端子のグラウンドに対する電圧変化のグラフを1 周期分描け．

(2-2) 発振周期を抵抗値R_a，R_b，R_c，容量Cを用いて表せ．導出の過程も示せ．

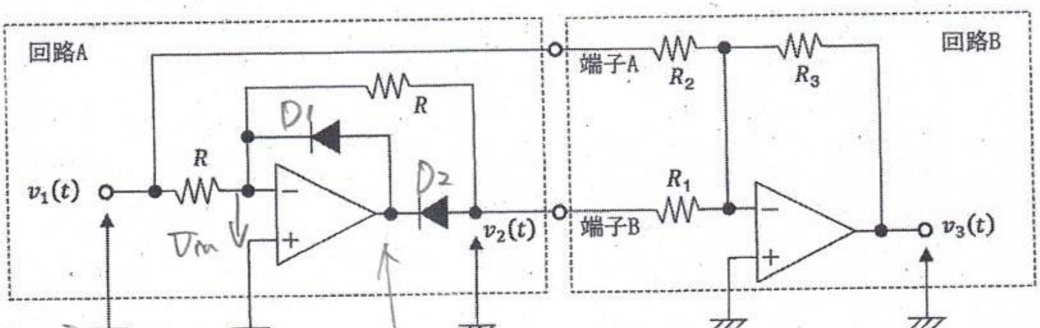
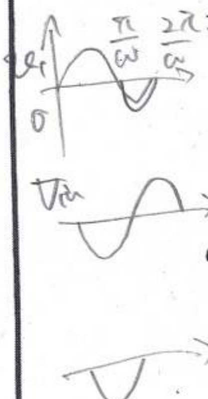


図1



+∞ $(V_{in} > 0 \Leftrightarrow v_1(t) < 0) \rightarrow$ D1 ON, D2 OFF ∴ 0倍

−∞ $(V_{in} < 0 \Leftrightarrow v_1(t) > 0) \rightarrow$ D1 OFF, D2 ON ∴ 反転アンプ

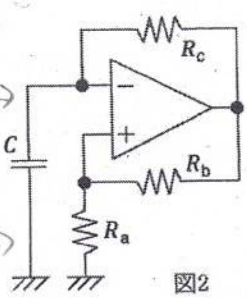


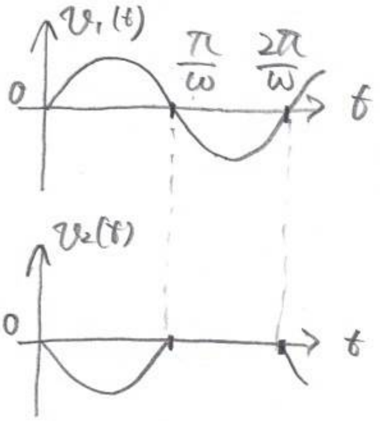
図2

2、

(1−1)

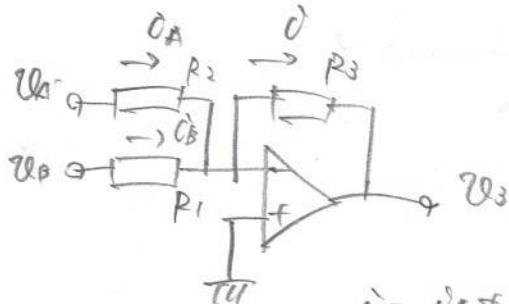
$$v_2(t)=\begin{cases}-E\sin(\omega t) & \left(0\leq t<\frac{\pi}{\omega}\right)\\ 0 & \left(\frac{\pi}{\omega}\leq t<\frac{2\pi}{\omega}\right)\end{cases},\quad v_2\left(t+\frac{2\pi}{\omega}\right)=v_2(t)$$

入力$v_1(t)$との対応は



(1−2)

反転半波整流回路



(1−3)

反転加算回路

$i=i_A+i_B$

$=\frac{v_A}{R_2}+\frac{v_B}{R_1}$

$v_0=-R_3 i$

$=-R_3\left(\frac{v_A}{R_2}+\frac{v_B}{R_1}\right)$

(1−4)

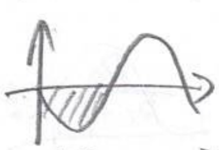
端子A, Bの電圧をそれぞれv_A, v_Bとおくと

$$v_3(t)=-R_3\left(\frac{v_A}{R_2}+\frac{v_B}{R_1}\right)$$

$v_A=v_1(t)$, $v_B=v_2(t)$なので

$$v_3(t)=-R_3\left(\frac{v_1(t)}{R_2}+\frac{v_2(t)}{R_1}\right)=-\frac{R_3}{R_2}v_1(t)-\frac{R_3}{R_1}v_2(t)$$

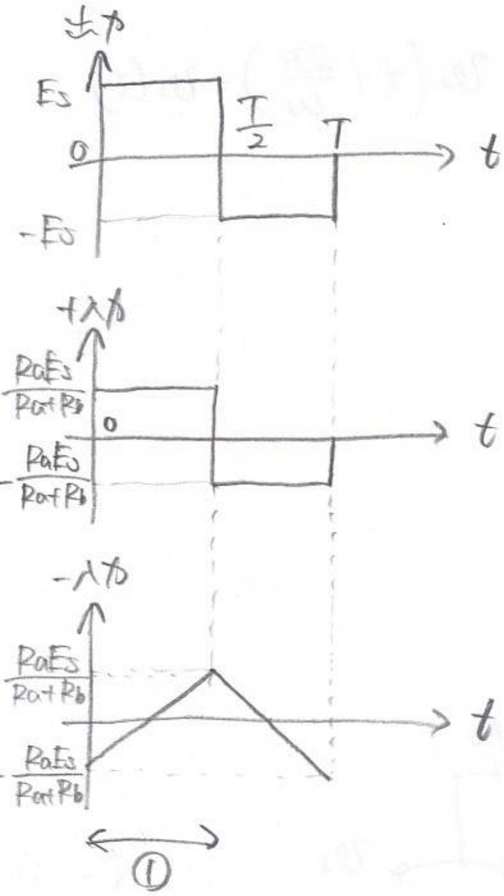
まず, $R_2=R_3$とすると, 上式の第1項による波形は



/// 部分を反転させなければいけないので, 第2項の波形に$v_2(t)$の−2倍を加えればよい. したがって, R_1〜R_3の関係は

$$2R_1=R_2=R_3$$

(2-1)



(2-2)

① の区間について考える。−入力の電圧を $v_-(t)$ とすると，

$$v_-(t) = \frac{q}{C}$$

また，① の区間について

$$E_s = R_C \dot{q} + \frac{q}{C}$$

$$q(0+) = -C\cdot\frac{R_aE_s}{R_a+R_b}$$ より

$$\frac{E_s}{sR_C} = sQ(s) + C\cdot\frac{R_aE_s}{R_a+R_b} + \frac{Q(s)}{CR_C}$$

$$\therefore Q(s) = \frac{\frac{E_s}{R_C}}{s\left(s+\frac{1}{CR_C}\right)} - \frac{C\cdot\frac{R_aE_s}{R_a+R_b}}{s+\frac{1}{CR_C}} = \frac{CE_s}{s} + \frac{-CE_s}{s+\frac{1}{CR_C}} - \frac{\frac{R_a}{R_a+R_b}CE_s}{s+\frac{1}{CR_C}}$$

$$\therefore q(t) = CE_s - CE_s\left(\frac{2R_a+R_b}{R_a+R_b}\right)e^{-\frac{1}{CR_C}t}$$

$$\cancel{\frac{-R_bE_s}{R_a+R_b} = -\frac{2R_a+R_b}{R_a+R_b}E_s}$$

$$\therefore v_-(t) = E_s - E_s\cdot\frac{2R_a+R_b}{R_a+R_b}e^{-\frac{1}{CR_C}t}$$

$v_-(t) = \frac{R_aE_s}{R_a+R_b}$ までの時間の2倍が T なので

$$T = 2CR_C \ln\frac{2R_a+R_b}{R_b}$$