9

平成２６年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

［物　　　理］試　験　問　題

受　験　番　号	志望学科・コース
	学　科 コース

問題１

図１に示す高さ h, 底辺 $2a$ の二等辺三角形を，z 軸のまわりに回転させてできる円錐形状の剛体を考える．これに適当な長さの軸を z 軸にそって上下に取り付け「こま」を作る．剛体の密度は一様であるとして，その値を ρ とする．なお，軸の質量は無視する．「こま」の重心 O を原点として，z 軸に垂直な平面内に，剛体に固定して互いに直交する x, y 軸をとる．重心と軸の下端との間の距離を l とする．

「こま」が z 軸のまわりに一定の角速度 ω で回転しつつ，図２に示すように固定点 P を支点に，水平面内を一定の角速度 Ω で鉛直上向きにとった Z 軸まわりに旋回運動をしているものとする．支点 P を原点として，水平面内に空間に固定して X 軸, Y 軸を直交するようにとる．

「こま」と共に動く座標系の x, y, z 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ とし，一方，空間に固定した座標系の X, Y, Z 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}, \boldsymbol{K}$ とする．重力加速度の大きさを g として，以下の問に文中で与えられる物理量だけを用いて答えよ．

(1) 支点 P から測った重心の位置ベクトルを $\boldsymbol{R}(=l\boldsymbol{k})$ として，重心の速度ベクトル $\boldsymbol{U}$ を示せ．

(2) 剛体と共に運動するある点の，重心から測った位置ベクトルを $\boldsymbol{r}$ として，固定系でのその点の速度ベクトル $\boldsymbol{u}$ を示せ．

(3) 位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ で表される剛体の体積要素 $\mathrm{d}V$ がもつ運動量ベクトル $\mathrm{d}\boldsymbol{M}$ を示せ．

(4) 問 (3) で求めた運動量の支点 P に関する角運動量ベクトル $\mathrm{d}\boldsymbol{L}$ を示せ．

(5) 問 (4) で求めた角運動量を「こま」の体積にわたって積分して，全角運動量ベクトル $\boldsymbol{L}$ を求めよ．

(6) 問 (5) で求めた角運動量ベクトルの時間変化率を示せ．

(7) 「こま」に作用する外力を述べ，支点 P に関するそのモーメントのベクトルを示せ．

(8) 問 (6) と問 (7) の結果を用いて「こま」が旋回する角速度 Ω をそれ以外の量で表せ．これより，剛体の形状や質量を変えることなく，回転角速度 ω を一定に保ったまま Ω を大きくするには，取り付ける軸の長さをどうすればよいか．

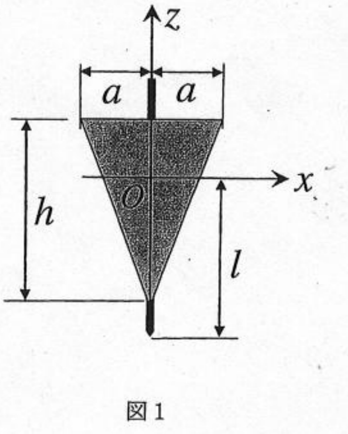


図１

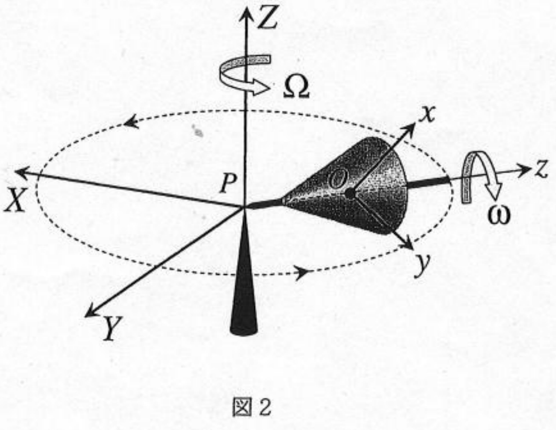


図２

1C

平成２６年度　大阪大学基礎工学部編入学試験
[物　　　　理] 試　験　問　題

受　験　番　号	志望学科・コース
	学　科 コース

問題２

以下に示すのは電磁気学においてマクスウェル方程式と呼ばれる一連の方程式である．但し $\boldsymbol{E}$ は電場, $\boldsymbol{H}$ は磁場の強さ, ε_0 と μ_0 はそれぞれ真空中の誘電率と透磁率, t は時間, ρ_e は電荷密度, i_e は電流密度である．

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{E} = \frac{\rho_e}{\varepsilon_0} \qquad \text{(i)} \qquad\qquad \mathrm{div}\,\boldsymbol{H} = 0 \qquad \text{(ii)}$$

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{E} + i_e \qquad \text{(iii)} \qquad\qquad \mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{H} \qquad \text{(iv)}$$

このマクスウェル方程式に関する以下の問に答えよ．

(1) 今, ρ_e と i_e を 0 とすると, マクスウェル方程式は $\boldsymbol{E}$ と $\boldsymbol{H}$ に関してよく似た形を有する(対称と言う)方程式になる．$\boldsymbol{E}$ が 3 次元空間の平面波として表されるとした時, $\boldsymbol{E}$ が従う波動方程式をこの場合のマクスウェル方程式を用いて求め, さらに平面波の波数 k と角振動数 ω の関係を導け．計算過程も示すこと．

(2) 問(1)の結果, 及び $\boldsymbol{H}$ に関しても同様の議論が成立することを利用し, 電磁波の伝播速度（位相速度）が一定であることを理由を付して示せ．

(3) 次にマクスウェル方程式が最初に与えたような形, 即ち ρ_e と i_e が 0 でない場合を考える．このときに連続の式, $\dfrac{\partial \rho_e}{\partial t} + \mathrm{div}\, i_e = 0$ が成立することを示せ．

(4) ρ_e と i_e が 0 でない問(3)の場合, 問(1)の場合とは異なり方程式は対称な形になっていない．これは電荷が存在する一方で「磁荷」が発見されていないからである．しかしもし「磁荷」が発見された場合, 方程式は再び対称な形になることが期待される．今,「磁荷」の存在により式(ii)が $\mathrm{div}\,\boldsymbol{H} = \dfrac{\rho_m}{\mu_0}$（但し ρ_m は「磁荷密度」とする）と変形できるとすると, 電荷の流れである電流に対応する磁荷の流れ「磁流」が存在するはずである．「磁流密度」を i_m とした時, マクスウェル方程式には他にどのような書き換えが必要か理由を示しながら述べ, 書き換えられたマクスウェル方程式を示せ．

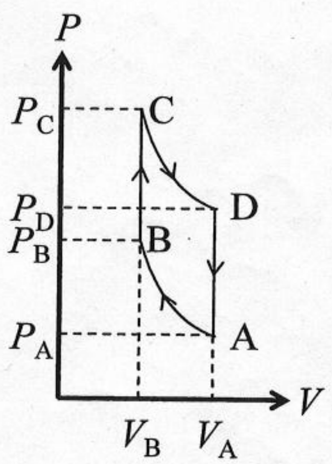
//

平成２６年度　大阪大学基礎工学部編入学試験
［物　　　理］試　験　問　題

受験番号	志望学科・コース
	学科 コース

問題３

ある理想気体がピストンで密閉された容器に封入されている．その圧力 P と体積 V が下図のように，状態 A から状態 B，状態 C，状態 D へと変化し，再び状態 A に戻った．状態 A から状態 B，および状態 C から状態 D への変化は可逆的断熱変化であり，状態 B から状態 C，および状態 D から状態 A への変化は定積変化であった．各状態における温度を T_A, T_B, T_C, T_D と書くことにし，気体の定積熱容量を C_V として以下の問に答えよ．



(1) 状態 B から状態 C へ変化する際に与えられた熱量 Q_H と気体がした仕事を求めよ．

(2) 状態 D から状態 A へ変化する際に放出された熱量 Q_L を求めよ．

(3) 状態 A から 3 つの状態を経て状態 A に戻る際，気体が外界に対して行った仕事を求めよ．また，与えた熱量と外界に対して行った仕事の比で定義される効率を計算し，T_A, T_B, T_C, T_D で表せ．

(4) 可逆的断熱変化では PV^γ が一定に保たれる．等温変化と比較することにより，γ が 1 より大きいことを示せ．

(5) 可逆的断熱変化では PV^γ が一定に保たれることを用いて，T_A, T_B, T_C, T_D の関係式を導け．また，それを用いて，問(3)で得られた効率を T_A, T_B で表せ．