平成２７年度名古屋大学工学部編入学試験問題紙等綴

科　目　数　学

７月３１日（木）　１２：２０～１４：２０

注　意　事　項

１．試験開始の合図まで，この綴を開いてはいけません．

２．問題紙等の枚数は，表紙を含めて１１枚〔**そのうち問題紙は１枚，解答用紙は７枚，草稿用紙は２枚**〕である．

３．解答にかかる前に，この綴左上のホッチキス針を丁寧にはずし，解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください．

４．解答は，必ず所定の解答用紙の所定の欄に記入してください．裏面に記入してはいけません．

５．落丁，乱丁，印刷上不鮮明な箇所などがあったら，ただちに申し出てください．

６．草稿用紙のほか，この綴の解答用紙以外の余白は，草稿用に使用しても構いません．

７．試験終了時刻までは退室してはいけません．

８．問題紙，解答用紙，綴表紙及び草稿用紙は持ち帰ってはいけません．

平成２７年度名古屋大学工学部編入学試験問題

科目名 数 学

1. 行列 $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ に関して，以下の設問に答えよ．

 (1) A の固有値 λ と固有ベクトルを求めよ．

 (2) A^m (m は自然数) を求めよ．

2. 以下の設問に答えよ．

 (1) 常微分方程式 $y'' + 6y' + 5y = 5x$ の一般解を求めよ．

 (2) 常微分方程式 $y'' + \dfrac{x-1}{x}y' - \dfrac{1}{x}y = xe^{-x}$ について

  (i) この微分方程式の右辺を 0 とした同伴方程式の基本解の 1 つが $y_1 = e^{-x}$ であることを示せ．

  (ii) この微分方程式の一般解を $y = ue^{-x}$ とおいて解け．ただし，u は x の関数である．

3. 3 次元空間内において，平行でない 2 つのベクトル $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ を考える．以下の設問に答えよ．

 (1) $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ のいずれにも垂直な単位ベクトルを $\boldsymbol{e}_X$，$\boldsymbol{a}$ と平行な単位ベクトルを $\boldsymbol{e}_Y$，$\boldsymbol{e}_X$ と $\boldsymbol{e}_Y$ のいずれにも垂直な単位ベクトルを $\boldsymbol{e}_Z$ とし，$\boldsymbol{e}_X$，$\boldsymbol{e}_Y$，$\boldsymbol{e}_Z$ を基本ベクトルとする新たな直交座標系を考える．$\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ を用いて $\boldsymbol{e}_X$，$\boldsymbol{e}_Y$，$\boldsymbol{e}_Z$ を表せ．ただし，$\boldsymbol{e}_X$，$\boldsymbol{e}_Y$，$\boldsymbol{e}_Z$ はこの順に右手系をなすものとする．

 (2) 設問 (1) で求めた $\boldsymbol{e}_X$，$\boldsymbol{e}_Y$，$\boldsymbol{e}_Z$ を基本ベクトルとする直交座標系における $\boldsymbol{b}$ の成分 (b_X, b_Y, b_Z) を求めよ．

 (3) ある直交座標系において $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ が $\boldsymbol{a} = (1,2,1)$，$\boldsymbol{b} = (0,1,1)$ と成分表示されるものとする．この直交座標系の xy 平面上において放物線 $\boldsymbol{p} = (x,y,z) = (t,t^2,0)$ を考える．ただし，t は実数とする．放物線 $\boldsymbol{p}$ を $\boldsymbol{e}_X$，$\boldsymbol{e}_Y$，$\boldsymbol{e}_Z$ を基本ベクトルとする直交座標系の成分で表せ．ただし，これら 2 つの直交座標系の原点は互いに一致するものとする．

4. 以下の設問に答えよ．

 (1) x の関数に関する定積分 I_1 を，次のように x を s に変換して計算する場合を考える．

$$I_1 = \int_0^1 \frac{1}{x^2 + a^2}\,dx = \int_0^{\beta} s\,ds$$

 ただし，$0 < a < 1$ とする．このとき，x を s の関数として表し，積分の上限 β を求めよ．

 (2) 設問 (1) の変数変換を用いて，次の定積分 I_2 の計算を考える．

$$I_2 = \int_0^1 \frac{1}{(x^2 + a^2)^{3/2}}\,dx = \int_0^{\beta} f(s)\,ds$$

 このとき $f(s)$ を求め，$f(s)$ が $0 \le s \le \beta$ において，極大値をただ 1 つ持つことを示せ．