平成３０年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

［　知能システム学コース専門科目　］　試験問題

受　験　番　号	志望学科・コース
	学　科 コース

［知シ専門－２］

問題２

図1～3は，すべて同一の抵抗R，同一のキャパシタC，理想オペアンプからなる回路である．以下の設問(1)～(4)に答えよ．ただし，キャパシタの電荷は $t=0$ のとき 0とする．

(1) 図1の回路Aに入力電圧 $v_1(t) = E_1 \sin(\omega t)$ を与えたとき，出力電圧 $v_2(t)$ を求めよ．

(2) 図2の回路Bに入力電圧 $v_3(t) = E_2 \sin(\omega t)$ を与えたとき，定常状態での出力電圧 $v_4(t)$ を求めよ．

(3) 以下の小問(a)と(b)に答えよ．
  (a) 回路Aの働きとして最も適切なものを以下の語句から選べ．
  (b) 回路Bの働きとして最も適切なものを以下の語句から選べ．

反転微分	非反転微分	反転積分	非反転積分
反転一次進み	非反転一次進み	反転一次遅れ	非反転一次遅れ

(4) 図3のように，回路Aの出力を回路Bの入力に，回路Bの出力を回路Aの入力に接続すると，定常状態で一定振幅の正弦波を発振した．以下の小問(a)～(c)に答えよ．
  (a) 回路Aの入力に対する出力の位相ずれを求めよ．
  (b) 回路Bの入力に対する出力の位相ずれを求めよ．
  (c) R = 1 kΩ，C = 0.5 μF のとき，発振周波数(Hz)を求めよ．ただし，πを3とし，解答は小数点以下は切り捨てよ．

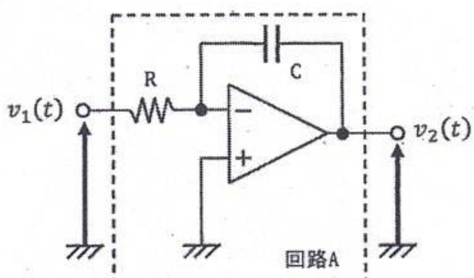


図1

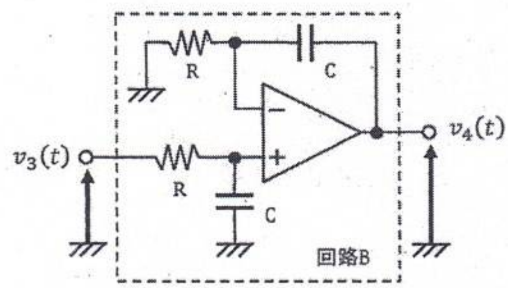


図2

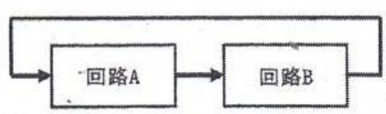
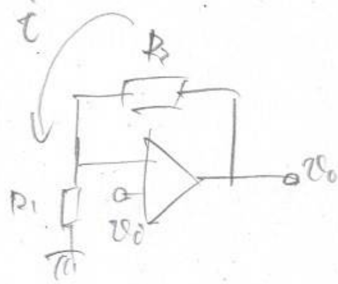


図3



$v_0 = (R_1 + R_2)\, i$

$v_0 = R_1 i_1$

$v_0 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_0$

H30-専門

2.

(1) $V_2(s) = -\dfrac{\frac{1}{sC}}{R} V_1(s) = -\dfrac{1}{sCR} V_1(s)$

$= -\dfrac{1}{sCR} \cdot \dfrac{E_1\omega}{s^2+\omega^2} = -\dfrac{\frac{1}{CR}}{s} \cdot \dfrac{E_1\omega}{s^2+\omega^2} = -\dfrac{E_1}{CR} \cdot \dfrac{\omega}{s(s^2+\omega^2)}$

$= -\dfrac{E_1}{CR}\left(\dfrac{\frac{1}{\omega}}{s} + \dfrac{As+B}{s^2+\omega^2}\right)$

ここで,

$\dfrac{1}{\omega}s^2 + \omega + As^2 + Bs = \omega$

$\therefore \left(A + \dfrac{1}{\omega}\right) = 0$

$B = 0$

$\therefore \begin{cases} A = -\dfrac{1}{\omega} \\ B = 0 \end{cases}$

よって,

$V_2(s) = -\dfrac{E_1}{CR}\left(\dfrac{\frac{1}{\omega}}{s} - \dfrac{\frac{1}{\omega}s}{s^2+\omega^2}\right)$

$= -\dfrac{E_1}{\omega CR}\left(\dfrac{1}{s} - \dfrac{s}{s^2+\omega^2}\right)$

$\therefore v_2(t) = -\dfrac{E_1}{\omega CR}\left(1 - \cos\omega t\right) = \dfrac{E_1}{\omega CR}\left(\cos(\omega t) - 1\right)$

(2) $v_4(t) = \left(1 + \dfrac{\frac{1}{j\omega C}}{R}\right) \cdot \dfrac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} v_3(t)$

$= \left(1 + \dfrac{1}{j\omega CR}\right) \cdot \dfrac{1}{1 + j\omega CR} v_3(t)$

$= \dfrac{1 + j\omega CR}{j\omega CR} \cdot \dfrac{1}{1 + j\omega CR} v_3(t)$

$= \dfrac{1}{j\omega CR} v_3(t)$

$= -\dfrac{E_2}{\omega CR}\cos(\omega t)$

$\dfrac{E_2}{\omega CR}\sin\left(\omega t - \dfrac{\pi}{2}\right)$

$= \dfrac{-E_2}{\omega CR}\cos(\omega t)$

(3)

(a) 反転積分

(b) 非反転積分

(4)

(a) -270°

(b) $$\frac{V_4(s)}{V_3(s)} = \left(1+\frac{\frac{1}{sC}}{R}\right)\cdot\frac{\frac{1}{sC}}{R+\frac{1}{sC}} = \left(1+\frac{1}{sCR}\right)\cdot\frac{1}{1+sCR}$$

$$= \frac{1+sCR}{sCR}\cdot\frac{1}{1+sCR}$$

$$= \frac{1}{sCR}$$

$\therefore -90^\circ$

(c)

一巡伝達関数 $L(s)$ は

$$L(s) = -\frac{1}{sCR}\cdot\frac{1}{sCR}$$

$$L(j\omega) = -\frac{1}{j\omega CR}\cdot\frac{1}{j\omega CR} = \frac{1}{\omega^2C^2R^2}$$

ループ利得 = 1 の条件で発振角周波数を求めると

$$\omega = \frac{1}{CR}$$

$$\therefore f = \frac{1}{2\pi CR}$$

$$= \frac{1}{2\cdot 3\cdot 0.5\times10^{-6}\cdot 1\times10^{3}}$$

$$= \frac{1}{3}\times10^{3}$$

$$= 333\ \mathrm{Hz}$$

平成30年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

[　知能システム学コース専門科目　] 試験問題

受験番号	志望学科・コース
	学科 コース

問題3

以下の設問 (1) ~ (3) に答えよ.

(1) 以下の伝達関数 $G(s)$ で表されるシステムについて以下の小問 (a) ~ (c) に答えよ.

$$G(s) = \frac{s+2}{s^3+2s^2+s}$$

(a) 極と零点を求めよ.

(b) ステップ応答を求めよ.

(c) 角周波数 ω を無限大に近づけたときの位相差 $\angle G(j\omega)$ の極限を求めよ.

(2) 図1のシステムを考える. ただし, $G_1(s)$ と $G_2(s)$ は伝達関数, $V(s)$ と $W(s)$ は外部信号のラプラス変換, $X(s)$ は出力信号のラプラス変換である. このとき, 出力信号 $X(s)$ を $V(s)$, $W(s)$, $G_1(s)$, 及び $G_2(s)$ を用いて表せ.

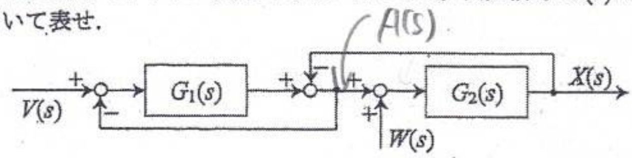


図1

(3) 図2のフィードバック制御系を考える. $R(s)$ と $Y(s)$ はそれぞれ目標信号と出力信号のラプラス変換であり, $C(s)$ と $P(s)$ はそれぞれ補償器と制御対象の伝達関数である. $P(s)$ の極と零点には実数部が正となるものはなく, そのボード線図の折れ線近似ゲイン曲線を図3に示す. ただし, $0 < \omega_1 < \omega_2 < \omega_3$ である. また, 以下の伝達関数 $C_1(s)$ と $C_2(s)$ で表される2種類の補償器を考える.

$$C_1(s) = \frac{K_1}{s} + K_2 \qquad\qquad C_2(s) = K_1 s + K_2$$

ただし, K_1 と K_2 は定数である. 以下の小問 (a) ~ (c) に答えよ.

(a) $C_1(s)$, $C_2(s)$ で表される補償器を用いる制御をそれぞれ何と呼ぶかを答えよ.

(b) ω_1, ω_2, ω_3 を用いて $P(s)$ を表せ.

(c) 目標信号が単位ステップ関数のとき, 目標信号と出力信号の誤差が0に収束するためには, $C_1(s)$ と $C_2(s)$ のどちらを使う方が適切かを答えよ. その理由も述べよ. さらに, その適切な補償器を用いるとき, ゲイン K_1 と K_2 がともに正であるならば, 誤差は0に収束することを示せ.

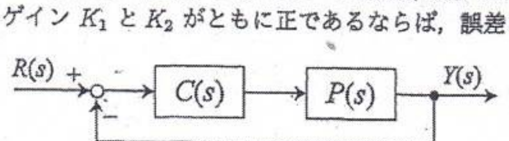


図2

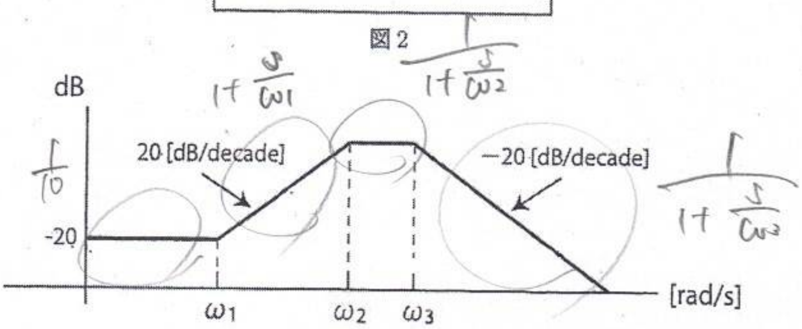


図3

3.

(1)

(a) $G(s) = \frac{s+2}{s^3+2s^2+s} = \frac{s+2}{s(s^2+2s+1)} = \frac{s+2}{s(s+1)^2}$

$\left(\frac{s+2}{s^2}\right)' = \frac{s^2-2s(s+2)}{s^4} = \frac{-s^2-4s}{s^4} = \frac{-s-4}{s^3}$

極：0, -1

零点：-2

$\left(\frac{s+2}{(s+1)^2}\right)' = \frac{(s+1)^2-2(s+2)(s+1)}{(s+1)^4} = \frac{s+1-2s+4}{(s+1)^3} = \frac{-s+5}{(s+1)^3}$

(b) $Y(s) = \frac{s+2}{s^2(s+1)^2} = \frac{2}{s^2} + \frac{5}{s} + \frac{1}{(s+1)^2} + \frac{3}{s+1}$

$\therefore y(t) = 2t + 5 + te^{-t} + 3e^{-t}$

(c) $G(j\omega) = \frac{2+j\omega}{-j\omega^3-2\omega^2+j\omega} = \frac{2+j\omega}{\omega(-2\omega+j(-\omega^2+1))}$

$\frac{1-4}{-1} = 3$

$= \frac{(2+j\omega)(-2\omega-j(-\omega^2+1))}{\omega(4\omega^2+(-\omega^2+1)^2)} = \frac{-4\omega-j2(-\omega^2+1)-j2\omega^2+\omega(-\omega^2+1)}{\omega(4\omega^2+(-\omega^2+1)^2)}$

(分子) $= -4\omega + \cancel{j2\omega^2} - j2 - \cancel{j2\omega^2} - \omega^3 + \omega$

$= -\omega^3 - 3\omega - j2$

$\therefore \angle G(j\omega) = \angle\left(-\omega(\omega^2+3) - j2\right)$

第3象げん

$= \pi + \tan^{-1}\frac{2}{\omega(\omega^2+3)}$

$\to \pi \quad (\omega \to \infty)$

(2) $\begin{cases} X = G_2(W+A) \\ A = -X + G_1(V-A) \end{cases}$ $\longrightarrow \frac{X}{G_2} = W + A \quad \therefore A = \frac{X}{G_2} - W$

$\therefore \frac{X}{G_2} - W = -X + G_1\left(V - \frac{X}{G_2} + W\right)$

$X - G_2W = -G_2X + G_1G_2V - G_1X + G_1G_2W$

$\therefore (1+G_1+G_2)X = G_1G_2V + G_2W + G_1G_2W$

$= G_1G_2V + G_2(G_1+1)W$

$\therefore X(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)+G_2(s)}V(s) + \frac{G_2(s)(G_1(s)+1)}{1+G_1(s)+G_2(s)}W(s)$

(3)

(a) $C_1(s)$：PI制御，$C_2(s)$：PD制御

(b)

$$P(s) = \frac{1}{10}\cdot\left(1+\frac{s}{\omega_1}\right)\cdot\frac{1}{1+\frac{s}{\omega_2}}\cdot\frac{1}{1+\frac{s}{\omega_3}}$$

$$= \frac{1+\frac{s}{\omega_1}}{10\left(1+\frac{s}{\omega_2}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_3}\right)}$$

(c)

$C_1(s)$を用いるとき，誤差を$e(t)$，$(\mathcal{L}[e(t)]=E(s))$とすると

$$E(s) = R(s) - Y(s)$$

$$= R(s) - \frac{C_1(s)P(s)}{1+C_1(s)P(s)}R(s) = \frac{1}{1+C_1(s)P(s)}R(s)$$

$$= \frac{1}{1+\left(\frac{k_1}{s}+k_2\right)P(s)}\frac{1}{s}$$

$$= \frac{1}{s+(k_1+k_2 s)P(s)}$$

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0}\frac{s}{s+(k_1+k_2 s)P(s)} = 0$$

$$\frac{1}{1+\frac{1}{10}\cdot k_2}$$

一方，$C_2(s)$を用いるとき，

$$E(s) = \frac{1}{1+(k_1 s+k_2)P(s)}\frac{1}{s}$$

$$\therefore \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0}\frac{1}{1+(k_1 s+k_2)P(s)} = \frac{10}{10+k_2} \neq 0$$

また，閉ループ伝達関数$T_{ry}(s)$は

$$T_{ry}(s) = \frac{C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)}$$

k_1もしくはk_2が負のとき，$T_{ry}(s)$は不安定極をもつので安定でない．

したがって，$C_1(s)$を使い，k_1，k_2がともに正であるならば誤差は0に収束する．