2020年度　大阪大学基礎工学部編入学試験
[物　理] 試験問題

受験番号	志望学科・コース
	学科 コース

22：26まで

[物理－1]

問題1

図(a)に示す単振り子，および，図(b)に示す物理振り子について考える．図(a)の単振り子は，長さlの糸の下端に質量mのおもりをつけ，糸の上端は回転できるように支点Oにつけ，鉛直面内で十分小さな振幅で振動している．鉛直方向と糸がなす角をθとする．おもりの大きさと糸の質量と伸縮は無視できる．図(b)の物理振り子は，棒の下端に円板の形をした剛体をつけ，棒の上端は回転できるように支点Pにつけ，鉛直平面内で十分小さな振幅で振動している．鉛直方向と棒がなす角をϕとする．棒と円板は，棒の延長線上に円板の中心Cがあるように固定されており，一体となって運動している．点Pと点Cの距離はLであり，棒の質量は無視できる．円板は密度が一様であり，半径はR，質量はMである．また，剛体のPまわりの慣性モーメントはIである．点Oおよび点Pでの摩擦は無視できるものとする．重力加速度をgとして，以下の問に答えよ．

(1) 単振り子において，Oまわりの慣性モーメントを，m，g，l，θのうち必要なものを用いて表せ．

(2) 単振り子において，おもりに作用する重力のOに関するモーメントの大きさを，m，g，l，θのうち必要なものを用いて表せ．

(3) 単振り子において，鉛直方向と糸がなす角θを時間tの関数$\theta(t)$として，おもりの運動を表すθの微分方程式を，θ，t，m，g，lのうち必要なものを用いて表せ．振幅は十分に小さいため，$\sin\theta \approx \theta$の関係を用いてよい．

(4) 単振り子の周期を，m，g，lのうち必要なものを用いて表せ．

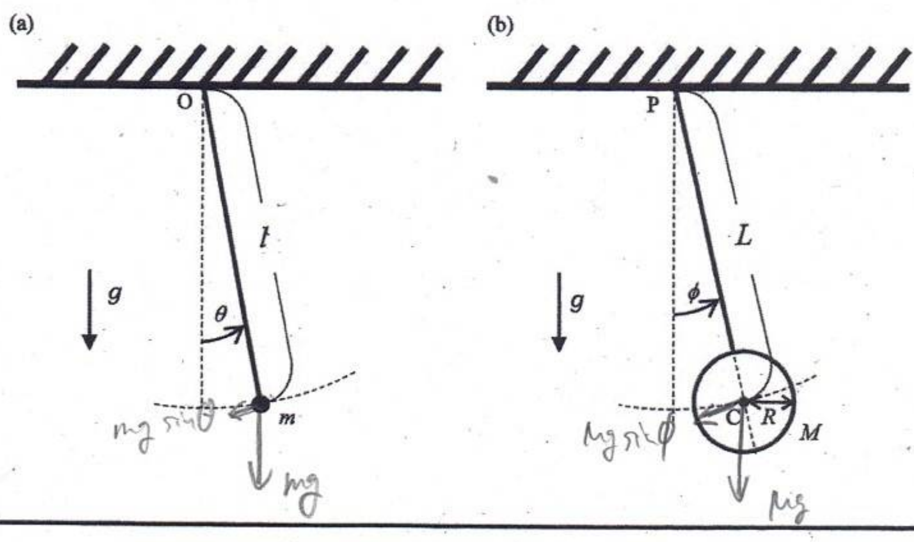
(5) 物理振り子において，鉛直方向と棒がなす角ϕを時間tの関数$\phi(t)$として，剛体の運動を表すϕの微分方程式を，ϕ，t，I，M，L，gのうち必要なものを用いて表せ．振幅は十分に小さいため，$\sin\phi \approx \phi$の関係を用いてよい．

(6) 物理振り子の周期を，I，M，L，gのうち必要なものを用いて表せ．

(7) 物理振り子において，剛体のCまわりの慣性モーメントが$\frac{1}{2}MR^2$であることを示せ．

(8) 物理振り子において，剛体のPまわりの慣性モーメントIを，M，R，L，gのうち必要なものを用いて表せ．

(9) 単振り子と物理振り子の周期が同じ場合，単振り子の糸の長さlを，m，R，M，L，gのうち必要なものを用いて表せ．



1.

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt}$$
$$\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

(1) $m l^2$

(2) $mg \sin\theta \cdot l$

(3) $m l^2 \ddot{\theta} = - mg \sin\theta \cdot l$

$\qquad = - mgl \cdot \theta$) $\sin\theta \approx \theta$

$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ $\quad T = \frac{2\pi}{\omega}$

(4) $\ddot{\theta} = -\frac{g}{l}\theta$

$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

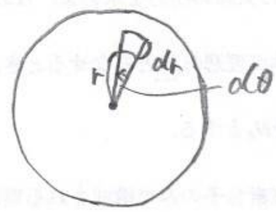
(5) $I\ddot{\phi} = - Mg \sin\phi \cdot L$) $\sin\phi \approx \phi$ $\quad \omega = \sqrt{\frac{MgL}{I}}$ $\quad T = \frac{2\pi}{\omega}$

$\qquad = -MgL \cdot \phi$

(6) $\ddot{\phi} = -\frac{MgL}{I}\phi$

$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{MgL}}$

(7)



円板の面密度は $\frac{M}{\pi R^2}$。これより，r の位置の微小面積 $dS = r\,dr\,d\theta$ における質量は

$\frac{M}{\pi R^2} r\,dr\,d\theta$

よって，C まわりの慣性モーメント I_C は

$$I_C = \int_0^{2\pi}\int_0^R \frac{M}{\pi R^2} \cdot r^2 \cdot r\,dr\,d\theta$$
$$= 2\pi \cdot \frac{M}{\pi R^2}\int_0^R r^3\,dr$$
$$= 2 \cdot \frac{M}{R^2} \cdot \frac{R^4}{4}$$
$$= \frac{1}{2}MR^2$$

(8)

平行軸の定理より

$$I = I_C + ML^2 = \frac{1}{2}MR^2 + ML^2$$

(9) $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{MgL}}$

$$\therefore l = \frac{I}{ML} = \frac{1}{ML}\left(\frac{1}{2}MR^2 + ML^2\right) = \frac{R^2}{2L} + L$$

２０２０年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

［物　理］試験問題

受験番号	志望学科・コース
	学科 コース

［物理ー３］

問題３

１モルの理想気体に対して図に示すような，状態AからB，状態BからC，状態CからD，状態DからAへと変化させる準静的サイクルについて考える．状態AからBは温度 T_H の等温過程，状態BからCは断熱過程，状態CからDは温度 T_L の等温過程，状態DからAは断熱過程である．圧力 P，体積 V，絶対温度 T に対して，R を気体定数として状態方程式 $PV=RT$ が成り立つものとする．また，定積モル比熱は定数 C_V で与えられるものとする．以下の問に答えよ．

カルノーサイクル

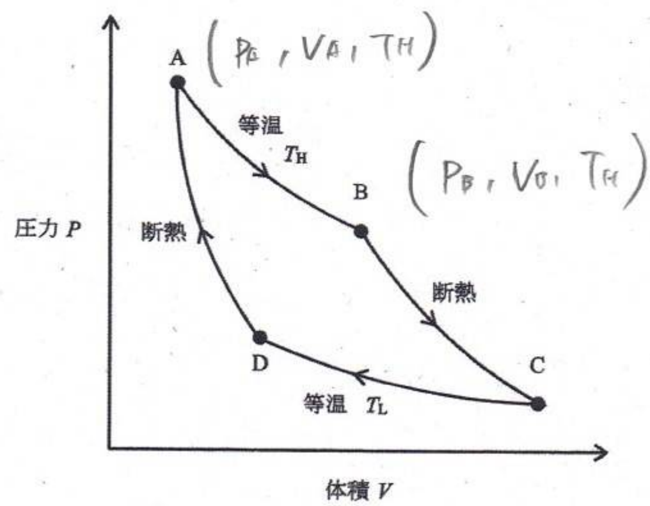
(1) 状態AからBまでの温度 T_H における等温過程において圧力及び体積を P_A, V_A から，P_B，V_B へと変化させるとき，外部に行う仕事 W_{AB} を T_H，V_A，V_B，R を用いて表せ．

(2) 状態BからCまでの断熱過程の途中において圧力 P と体積 V に成り立つ関係式を P，V，C_V，R を用いて表せ．ただし，定数を const. として用いてもよい．

(3) 状態A，B，C，Dにおける体積 V_A，V_B，V_C，V_D の間に成立する関係式を導け．

(4) 状態BからCまでの断熱過程で外部に行う仕事 W_{BC} と状態DからAまでの断熱過程で外部に行う仕事 W_{DA} の合計，$W_{BC}+W_{DA}$ を計算せよ．

(5) サイクルの一周で外部に行う仕事を W_{ex} とし，状態AからBの等温過程において吸収する熱量を Q_H とするとき，それらの比の値 W_{ex}/Q_H を温度 T_H と T_L を用いて表せ．



3.

(1) $W_{AB} = \int_{A\to B} PdV = \int_{A\to B} \frac{RT}{V} dV$

$= RT_H \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V}$

$= RT_H \ln \frac{V_B}{V_A}$

$C_P = C_V + R$

$\left(\frac{V_D}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_H}{T_L}$

$V_D = \left(\frac{T_H}{T_L}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \cdot V_A$

$\left(\frac{V_C}{V_B}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_H}{T_C}$

$\frac{V_C}{V_B} = \left(\frac{T_H}{T_C}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$

(2) $PV^\gamma = PV^{\frac{C_P}{C_V}} = PV^{\frac{C_V+R}{C_V}} = PV^{\left(1+\frac{R}{C_V}\right)}$

$\therefore PV^{\left(1+\frac{R}{C_V}\right)} = \text{const.}$

(3) $P_A V_A = P_B V_B \quad \therefore V_B = \frac{P_A}{P_B} V_A$

$T_H V_B^{\gamma-1} = T_L V_C^{\gamma-1} \quad \therefore V_C = \left(\frac{T_H}{T_L}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} V_B = \left(\frac{T_H}{T_L}\right)^{\frac{C_V}{R}} \frac{P_A}{P_B} V_A$

$T_L V_D^{\gamma-1} = T_H V_A^{\gamma-1} \quad \therefore V_D = \left(\frac{T_H}{T_L}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} V_A = \left(\frac{T_H}{T_L}\right)^{\frac{C_V}{R}} V_A$

$\therefore V_A : V_B : V_C : V_D = V_A : \frac{P_A}{P_B} V_A : \left(\frac{T_H}{T_L}\right)^{\frac{C_V}{R}} \frac{P_A}{P_B} V_A : \left(\frac{T_H}{T_L}\right)^{\frac{C_V}{R}} V_A$

$= 1 : \frac{P_A}{P_B} : \left(\frac{T_H}{T_L}\right)^{\frac{C_V}{R}} \frac{P_A}{P_B} : \left(\frac{T_H}{T_L}\right)^{\frac{C_V}{R}}$

(4)

$\Delta U = Q - W$

熱力学第一法則より，B→CとD→Aが断熱変化なことから

$W_{BC} = -\Delta U_{BC} = -C_V(T_L - T_H) = C_V(T_H - T_L)$

$W_{DA} = -\Delta U_{DA} = -C_V(T_H - T_L)$

$\therefore W_{BC} + W_{DA} = 0$

(5)

熱力学第一法則より

$Q_H = W_{AB} = RT_H \ln \frac{V_B}{V_A}$

また，1サイクルでの内部エネルギー変化が0，A→Bで熱を吸収，C→Dで熱を放出することから，C→Dで放出する熱をQ_Lとすると

$W_{ex} = Q_H - Q_L$

$\frac{P_B}{P_A} = \frac{V_A}{V_B}$ ∵等温

ここで，

$-Q_L = RT_L \ln \frac{V_D}{V_C} = RT_L \ln \frac{P_B}{P_A} = RT_L \ln \frac{V_A}{V_B} = -RT_L \ln \frac{V_B}{V_A}$

$\therefore \frac{W_{ex}}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{RT_L \ln \frac{V_B}{V_A}}{RT_H \ln \frac{V_B}{V_A}} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$