

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学 科
	コ ー ス

[数 学 — 1]

問 題 1

以下の設問に答えよ.

(1) 次式を証明せよ.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x) - \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}\right)}{x^3} = 0 \quad (\text{a})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \left(1 + x + \frac{x^2}{2}\right)}{x^2} = 0 \quad (\text{b})$$

(2) 次式を証明せよ.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n - \left(1 - \frac{1}{2n} + \frac{1}{3n^2}\right)}{\frac{1}{n^2}} = 0$$

(3) 問 (1), 問 (2) の結果を用いて, 次式を証明せよ.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n - e \left(1 - \frac{1}{2n} + \frac{11}{24n^2}\right) \right\} = 0$$

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学 科
	コ ー ス

[数 学 ー 2]

問題 2

以下の設問に答えよ.

- (1) 実数を要素とする行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ が異なる固有値を有するための条件を求めよ.

また, そのとき, 異なる固有値に対する固有ベクトルが直交することを示せ.

- (2) 2 次曲線 $7x^2 - 4xy + 7y^2 = 9$ の概形を描け.

- (3) $x^2 + y^2 = 1$ のとき, 関数 $f(x, y) = 2x^2 + dxy + 3y^2$ の最大値と最小値を求めよ.
ただし, d は実数の定数とする.

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学 科
	コ ー ス

[数学 - 3]

問題 3

正八面体のサイコロがある。各面には 0 から 7 までの整数のうち 1 つが書かれており、各面の数字は互いに異なる。また、このサイコロを振った時に、各面は等確率で出るものとする。このサイコロを n 回振り、出た目を順に小数点以下に並べた数を x_n とする。ただし、 x_n の整数部分は 0 とする。例えば、 $n = 4$ で、出た目が順に 5, 0, 7, 3 であるなら、 $x_4 = 0.5073$ となる。 n が 2 以上の偶数であるとき、 $x_n < \frac{8}{33}$ となる確率を p_n とする。以下の設問に答えよ。

- (1) p_2 を求めよ。
- (2) n が 4 以上の偶数であるとき、 p_n を p_{n-2} と n を用いて表せ。
- (3) p_n を求めよ。