

平成28年度 大阪大学基礎工学部編入学試験
各コースにおける物理及び化学の解答方法について

学科	コース	内容
電子物理科学科	エレクトロニクスコース	物理：3問すべて解答してください。
	物性物理科学コース	物理：3問すべて解答してください。
		化学：3問中2問を解答してください。 また、解答しない解答用紙に大きく×印をしてください。
化学応用科学科	合成化学コース	物理：3問中2問を解答してください。 また、解答しない解答用紙に大きく×印をしてください。
		化学：3問すべて解答してください。
	化学工学コース	物理及び化学： 2科目あわせて6問中5問を解答してください。 また、解答しない解答用紙に大きく×印をしてください。
システム科学科	知能システム学コース	物理：3問中2問を解答してください。 また、解答しない解答用紙に大きく×印をしてください。
	生物工学コース	
情報科学科	計算機科学コース	物理：3問中2問を解答してください。 また、解答しない解答用紙に大きく×印をしてください。
	ソフトウェア科学コース	
	数理科学コース	

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学 科
	コ ー ス

問題 1

図に示すように、真空中の斜面上を転がる質量 M 、半径 a の剛体球を考える。斜面は水平と θ の角をなす。球内部では密度 $\rho(>0)$ が分布するものとし、密度は剛体球重心 O からの距離 r の関数とする（すなわち、 $\rho = \rho(r)$ ）。系には重力加速度 g が下向きに作用する。球・斜面の接点での発熱等によるエネルギー損失は無視できるものとする。以下の設問に答えよ。

- (1) 質量 M と密度 ρ の間には以下の関係が成り立つ。

$$M = 4\pi \int_0^a r^2 \rho \, dr.$$

以下の(a), (b)の場合に対する密度分布 $\rho(r)$ を、 a, M を用いてそれぞれ求めよ。

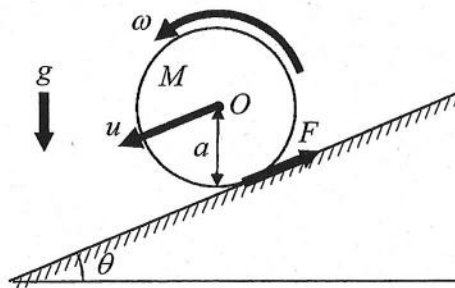
- (a) ρ が r^2 に比例, (b) ρ が $(a-r)^2$ に比例。

- (2) 球の回転軸まわりの慣性モーメント I は次式で与えられる。

$$I = \frac{8\pi}{3} \int_0^a r^4 \rho \, dr.$$

設問(1)の(a), (b)の場合に対する慣性モーメント I を、それぞれ求めよ。

- (3) 球の重心 O の速度を u 、回転軸まわりの角速度を ω と記す。また、斜面との接点で球に作用する摩擦力を F とおく。時刻 t における球の重心運動、および、回転軸まわりの回転運動を記述する方程式を、 $\theta, \omega, a, F, g, I, M, t, u$ のうち必要なものを用いて記述せよ。
- (4) 球は滑らずに転がるものとする。 u と ω の間に成り立つ関係を求めよ。
- (5) 設問(3), (4)より、時刻 t における角速度 ω を求めよ。なお、時刻 $t=0$ での角速度を $\omega = \omega_0 (>0)$ と記す。
- (6) 時刻 t における角速度 ω をできるだけ大きくするには、球内部の密度 ρ をどのように分布させれば良いか、説明せよ。なお、質量 M 、半径 a は、ともに値が定められているものとする。



図

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学 科
	コ ー ス

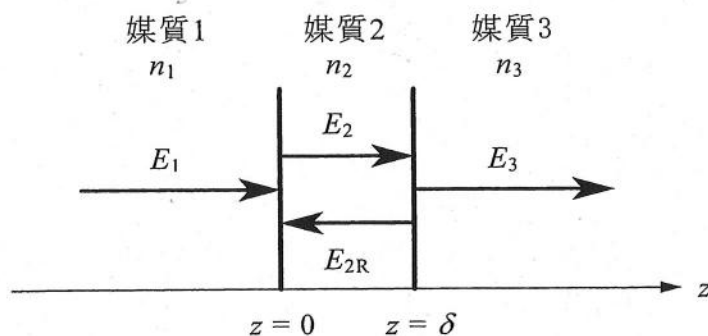
問題 2

図のように厚さ δ 、屈折率 n_2 の薄い誘電体板（媒質2）が屈折率 n_1 の媒質1と屈折率 n_3 の媒質3に挟まれている（ $n_1 \neq n_3$ 、なおすべての媒質の透磁率は等しい）。角振動数 ω の光が z 方向に左から入射する。この誘電体板の厚さ δ と屈折率 n_2 を適当な値にしたところ、反射波が媒質1中に出てこなくなり、反射防止膜としての性質を示した。このときの条件を求めたい。なお、屈折率はいずれも実数である。

光の電場成分を複素数表示（ i は虚数単位）で表し、媒質1と媒質2の境界を $z = 0$ とする。媒質1中の入射波を $E_1 \exp[i(k_1 z - \omega t)]$ 、媒質2中の透過波および反射波を $E_2 \exp[i(k_2 z - \omega t)]$ および $E_{2R} \exp[i(-k_2 z - \omega t)]$ （反射波の符号が逆、すなわち光の進行方向が逆であることに注意）、媒質3中の透過波を $E_3 \exp[i(k_3 z - \omega t)]$ とする（ k_1, k_2, k_3 は波数、 t は時刻）。

（平面波においては、光の電場の方向、光の磁束密度の方向、光の進行方向は互いに直交しており、磁束密度は進行方向と電場の方向の外積の方向を向く。また、磁束密度の大きさ B は、電場の大きさ E 、光速 c 、媒質の屈折率 n を用いて、 $B = (n/c)E$ と書き表される。）

- (1) 媒質1と媒質2、媒質2と媒質3それぞれの境界における電場が連続であることから、 E_1 、 E_2 、 E_{2R} 、 E_3 がそれぞれの境界で満たすべき式を示せ。
- (2) 媒質1と媒質2、媒質2と媒質3それぞれの境界における磁場が連続であることから、 E_1 、 E_2 、 E_{2R} 、 E_3 がそれぞれの境界で満たすべき式を示せ。
- (3) これらの条件から n_1 、 n_2 、 n_3 と k_2 、 δ 間の関係を示せ。
- (4) 反射防止膜としての条件を満たす δ を媒質2中の光の波長 λ を用いて求めよ。また n_2 を n_1 、 n_3 を用いて求めよ。



図

[物 理] 試 験 問 題

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コー ス
	学 科
	コ ー ス

[物理 — 3]

問題 3

冷凍機の効率について考えてみよう。以下の文中の〔(1)〕～〔(10)〕に、もっともふさわしい値または数式を解答用紙に記入せよ。なお、気体定数は R とする、また理想気体の断熱過程においては比熱比を γ とすると PV^γ は一定となる。

n モルの理想気体に図1でABCDの準静的なサイクル（カルノー・サイクル）を行わせたときの効率 η を考える。ただし、 $T_1 > T_2$ とする。

ABの過程は、温度 T_1 の等温過程であり、気体が外部にする仕事 W_{AB} は〔(1)〕、気体の吸収する熱量 Q_{AB} は〔(2)〕である。

BCの過程は、断熱膨張の過程であり、気体が外部にする仕事 W_{BC} は〔(3)〕、気体の吸収する熱量 Q_{BC} は〔(4)〕である。

CDの過程は、温度 T_2 の等温圧縮であるので、気体が外部にする仕事 W_{CD} および、気体の吸収する熱量 Q_{CD} は、それぞれ〔(1)〕、〔(2)〕で変数 V_A を V_C に、 V_B を V_D に、 T_1 を T_2 に代えればよい。

DAの過程は、断熱圧縮であるため、気体が外部にする仕事 W_{DA} は〔(3)〕の変数 T_1 を T_2 に、 T_2 を T_1 に代えればよく、また気体の放出する熱量 Q_{DA} は〔(4)〕である。

よって、仕事の総和 W は〔(5)〕である。一般に、熱機関の効率 η は、取り入れた熱量 Q_{AB} に対して、これを使って外部にした仕事 W の割合であるので、 η を T_1 および T_2 で表すと〔(6)〕となる。（ $V_B/V_A = V_C/V_D$ の関係があることを用いてもよい）

図2のように、カルノーの熱機関Kに逆過程を行わせて、Kに外部から仕事 W を加えて、温度 T_2 の低温熱源から Q_2 の熱を吸収し、温度 T_1 の高温熱源に Q_1 の熱量を放出することを考える。このとき、低温熱源からみると熱を奪われるので冷凍機として働くことになる。なお、 $Q_1 > 0$ 、 $Q_2 > 0$ 、また外部から与えた仕事 W と Q_1 、 Q_2 の間には、 $Q_1 = W + Q_2$ の関係があるとする。

まず、仕事 W を与えない場合を考える。低温熱源からは Q_2 の熱が奪われるので、エントロピーは〔(7)〕だけ減少し、高温熱源には Q_1 の熱が与えられるので、エントロピーは〔(8)〕だけ増加する。よって、全体としては、-〔(7)〕+〔(8)〕だけ変化する。

熱は低温から高温の方には移動できないから、これは自発過程でない。そこで、この過程が起こるために、最小限の仕事 W_0 を付け加えたときを考える。このときの効率（性能指数） c は Q_2/W_0 で与えられることから、 $1/c$ を Q_1 および Q_2 で表すと〔(9)〕となり、さらに過程は可逆的に起こっているから、全体としてこの過程がエントロピーの変化なしに起こる。よって、 T_1 と T_2 の間で可逆的に働く理想的な冷房機の性能指数 c は T_1 および T_2 で表すと〔(10)〕と導かれ、カルノーの熱機関Kを暖房機として用いたときの効率、すなわち〔(6)〕の逆数とは異なる値をとることが分かる。

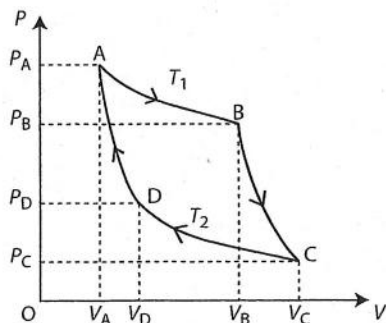


図1

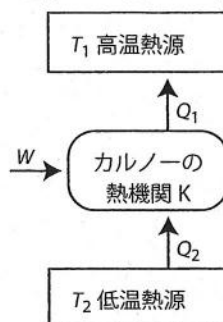


図2