25

平成２７年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

［　電子システム学コース専門科目　］　試験問題

受　験　番　号	志望学科・コース
	学　科 コース

［電シ専門－３］

問題３

以下の設問 (1) と (2) に答えよ．

(1) 伝達関数 $G_1(s)$ と $G_2(s)$ が図１に示すように結合しているシステムに関する以下の小問 (a)〜(c) に答えよ．ただし，$G_1(s)$ と $G_2(s)$ は次式で定められる．

$$
\begin{aligned}
G_1(s) &= \frac{1}{s+2} \\
G_2(s) &= \frac{2s+1}{s^2+5s+4}
\end{aligned}
$$

(a) 伝達関数を求めよ．

(b) 極と零点を求めよ．

(c) インパルス応答を求めよ．

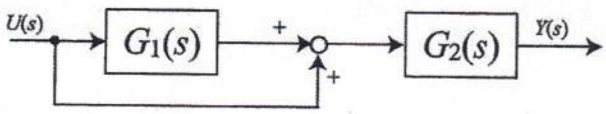


図 1: 設問 (1) で対象とするシステム．ただし，$U(s)$ と $Y(s)$ はそれぞれシステムの入力と出力である．

(2) 伝達関数が

$$P(s) = \frac{10s}{(10s+1)(0.1s+1)}$$ $s^2+10.1s+1$

である制御対象に対して，図２に示すような定数ゲイン K のゲイン補償によるフィードバック制御系を考える．この制御系に関する以下の小問 (a)〜(d) に答えよ．

(a) 周波数伝達関数 $P(j\omega)$ の実数部，虚数部をそれぞれ $X(\omega)$, $Y(\omega)$ とおく．すなわち，

$$P(j\omega) = X(\omega) + jY(\omega)$$

とおく．以下の等式を満たす定数 A と正定数 R を求めよ．

$$(X(\omega) - A)^2 + Y(\omega)^2 = R^2$$

(b) $P(s)$ のベクトル軌跡を描け．また，そのベクトル軌跡が実軸と交わる点を求めよ．

(c) $K = 1$ のとき，このフィードバック制御系の位相余裕とゲイン余裕を求めよ．

(d) このフィードバック制御系が安定であるための K の必要十分条件を求めよ．

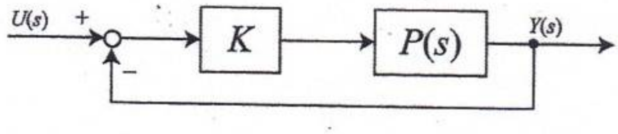


図 2: 設問 (2) で対象とする定数ゲイン K のゲイン補償によるフィードバック制御系．ただし，$U(s)$ と $Y(s)$ はそれぞれ制御系の入力と出力である．

3.

(1)

(a) $Y(s) = G_2(s)\left(G_1(s)U(s) + U(s)\right) = G_2(s)\left(G_1(s)+1\right)U(s)$

$$\therefore \frac{Y(s)}{U(s)} = G_2(s)\left(1+G_1(s)\right)$$

$$= \frac{2s+1}{s^2+5s+4}\cdot\frac{s+3}{s+2}$$

$$= \frac{(2s+1)(s+3)}{(s+1)(s+2)(s+4)}$$

$$\frac{1}{s+2}+1 = \frac{1}{s+2}+\frac{s+2}{s+2} = \frac{s+3}{s+2}$$

(b) 極：$-1, -2, -4$

零点：$-\frac{1}{2}, -3$

$$\frac{-1\cdot 2}{1\cdot 3} = -\frac{2}{3}$$

$$\frac{-3\cdot 1}{-1\cdot 2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{-7\cdot(-1)}{-3\cdot(-2)} = \frac{7}{6}$$

(c) $Y(s) = \dfrac{(2s+1)(s+3)}{(s+1)(s+2)(s+4)}\cdot 1$

$$= \frac{-\frac{2}{3}}{s+1} + \frac{\frac{3}{2}}{s+2} + \frac{\frac{7}{6}}{s+4}$$

$$\therefore y(t) = -\frac{2}{3}e^{-t} + \frac{3}{2}e^{-2t} + \frac{7}{6}e^{-4t}$$

(2)

(a) $P(j\omega) = \dfrac{j\omega 10}{(1+j\omega 10)(1+j\omega\frac{1}{10})} = \dfrac{j\omega 100}{(1+j\omega 10)(10+j\omega)}$

$$= \frac{j\omega 100(1-j\omega 10)(10-j\omega)}{(1+\omega^2 100)(100+\omega^2)}$$

$$= \frac{j\omega 100(10 - j\omega 101 - \omega^2 10)}{100 + \omega^2 10001 + \omega^4 100}$$

$$= \frac{\omega^2 10100 + j\omega 1000(1-\omega^2)}{\omega^4 100 + \omega^2 10001 + 100}$$

$$\therefore X(\omega) = \frac{\omega^2 10100}{\omega^4 100 + \omega^2 10001 + 100}$$

$$Y(\omega) = \frac{\omega 1000(1-\omega^2)}{\omega^4 100 + \omega^2 10001 + 100}$$

$$\frac{dY(\omega)}{d\omega} = \frac{1000(1-3\omega^2)(\omega^4 100+\omega^2 10001+100) - 1000\omega(1-\omega^2)(400\omega^3+20002\omega}{(\omega^4 100+\omega^2 10001+100)^2}$$

$$= 0$$

$$= \omega^4 100+\omega^2 10001+100-300\omega^6-30003\omega^4-300\omega^2-\omega(400\omega^3+20002\omega$$
$$-400\omega^5-20002\omega$$

$10001-300=9701$

$$\omega^4 100+\omega^2 10001+100-300\omega^6-30003\omega^4-300\omega^2-400\omega^4-20002\omega^2 = 0$$
$$+400\omega^6+20002\omega^4 = 0$$

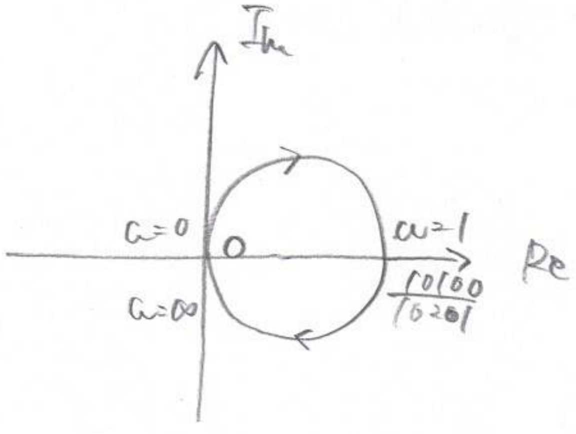
$$100\omega^6+9701\omega^4-20302\omega^2+100=0$$

$\omega=1$ のとき $Y(\omega)=0$. よって,

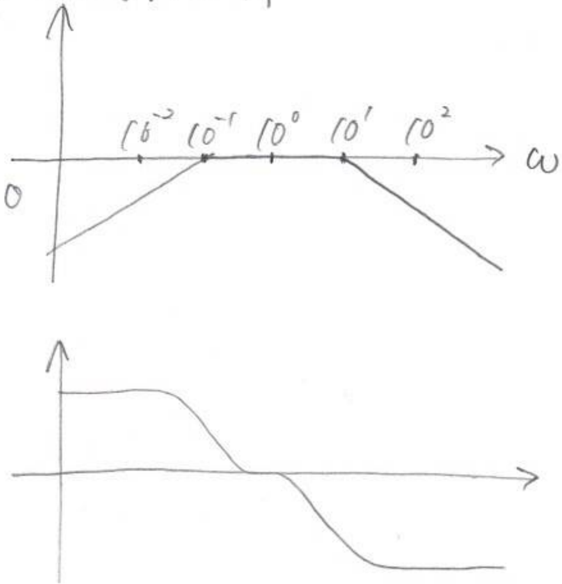
$$A = \frac{1}{2}X(1) = \frac{10100}{100+10001+100} = \frac{10100}{10201} = \frac{5050}{10201}$$

$$R = A = \frac{5050}{10201}$$

(b)



(c) $20\log|P(j\omega)|$



$$P(s) = \frac{\frac{s}{0.1}}{\left(1+\frac{s}{0.1}\right)\left(1+\frac{s}{10}\right)}$$

平成２７年度　大阪大学基礎工学部編入学試験
［　電子システム学コース専門科目　］試験問題

受験番号	志望学科・コース
	学科 コース

問題２

以下の設問 (1)〜(3) に答えよ．いずれの問題も導出の過程も示せ．ただし，オペアンプについては入力インピーダンスと電圧増幅率が ∞，出力インピーダンスが 0 で，出力に飽和のない理想オペアンプであるとする．また，回路はいずれも定常状態であるとする．

(1) 図１の回路において，$v_1(t)$ と $v_o(t)$ の関係を示せ．

(2) 図２の回路において，以下の小問 (a)〜(c) に答えよ．ただし入力電圧 $v_o(t)$ の角周波数を ω とし，$v_o(t)$ と $v_2(t)$ のフェーザ表示をそれぞれ $\dot{V}_o$ と $\dot{V}_2$ とする．

(a) $\dot{V}_2/\dot{V}_o$ を求めよ．

(b) 入力電圧 $v_o(t)$ と出力電圧 $v_2(t)$ の振幅の比 $|\dot{V}_2|/|\dot{V}_o|$ が最大となるときの角周波数 ω_c と，そのときの $|\dot{V}_2|/|\dot{V}_o|$ を求めよ．

(c) $R_1 = R_2 = 10\mathrm{k}\Omega$，$C_1 = C_2 = 0.1\mu\mathrm{F}$ としたとき，角周波数 ω と $|\dot{V}_2|/|\dot{V}_o|$ の関係を，ω を横軸とするグラフとして示せ．ただし，ω_c の値と，$|\dot{V}_2|/|\dot{V}_o|$ が最大値の $1/\sqrt{2}$ 倍となる ω の値を図中に明記すること．

(3) 図３の回路において，$v_o(t)$ が，(2)(b) で求めた ω_c と等しい角周波数で，一定の振幅で振動する条件を求めよ．

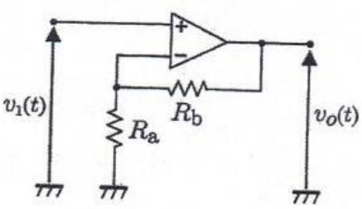


図１

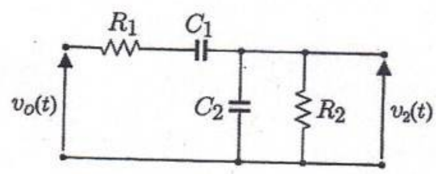


図２

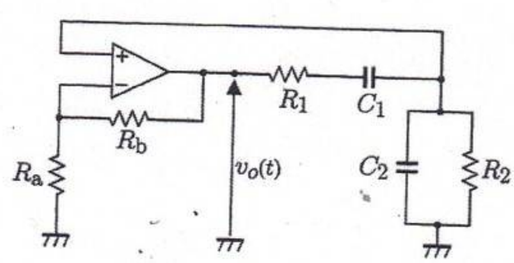


図３

H27 専門

2.

(1) $v_0(t) = \left(1 + \frac{R_b}{R_a}\right) v_i(t)$

$$\frac{\frac{R_2}{j\omega C_2}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} = \frac{R_2}{1 + j\omega C_2 R_2}$$

(2)

(a)

$$\dot{V}_2 = \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega C_2 R_2}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{R_2}{1 + j\omega C_2 R_2}} \dot{V}_0$$

$$= \frac{R_2}{R_1 + j\omega C_2 R_1 R_2 + \frac{1 + j\omega C_2 R_2}{j\omega C_1} + R_2} \dot{V}_0$$

$$= \frac{j\omega C_1 R_2}{j\omega C_1 R_1 - \omega^2 C_1 C_2 R_1 R_2 + 1 + j\omega C_2 R_2 + j\omega C_1 R_2} \dot{V}_0$$

$$\therefore \frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_0} = \frac{j\omega C_1 R_2}{1 - \omega^2 C_1 C_2 R_1 R_2 + j\omega (C_1 R_1 + C_1 R_2 + C_2 R_2)}$$

(b)

$|\dot{V}_2| / |\dot{V}_0|$ が最大のとき、(分母の実数部) = 0 より、

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}$$

このとき、

$$\frac{|\dot{V}_2|}{|\dot{V}_0|} = \frac{C_1 R_2}{C_1 R_1 + C_1 R_2 + C_2 R_2}$$

$0.01 \times 10^{-12} \cdot 100 \times 10^{6}$

$= 1 \times 10^{-6}$

(c)

$R_1 = R_2 = R$, $C_1 = C_2 = C$ とすると

$3CR = 3 \cdot 0.1 \times 10^{-6} \cdot 10 \times 10^{3}$

$= 3 \times 10^{-3}$

$$\frac{|\dot{V}_2|}{|\dot{V}_0|} = \left| \frac{j\omega CR}{1 - \omega^2 C^2 R^2 + j\omega 3CR} \right|$$

$$\therefore \quad = \frac{\omega CR}{\sqrt{(1 - \omega^2 C^2 R^2)^2 + \omega^2 (3CR)^2}}$$

$|\dot{V}_2|/|\dot{V}_0|$ の最大値は

$$\frac{CR}{3CR} = \frac{1}{3}$$

$C^2R^2 = 0.01\times10^{-12}\cdot 100\times10^6$

$= 1\times10^{-6}$

よって、この $1/\sqrt{2}$ になるとき

$$\frac{\dfrac{\omega CR}{\sqrt{(1-\omega^2C^2R^2)^2+\omega^2 9C^2R^2}}}{\dfrac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

両辺2乗すると

$$\frac{\omega^2 9C^2R^2}{(1-\omega^2C^2R^2)^2+\omega^2 9C^2R^2} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \omega^2 18C^2R^2 = 1-\omega^2 2C^2R^2+\omega^4C^4R^4+\omega^2 9C^2R^2$$

$$\omega^4C^4R^4 - \omega^2 11C^2R^2 + 1 = 0$$

$\begin{array}{r}13\\ \times 9\\ \hline 117\end{array}$

$$\omega^2 = \frac{11C^2R^2 \pm\sqrt{121C^4R^4-4C^4R^4}}{C^4R^4}$$

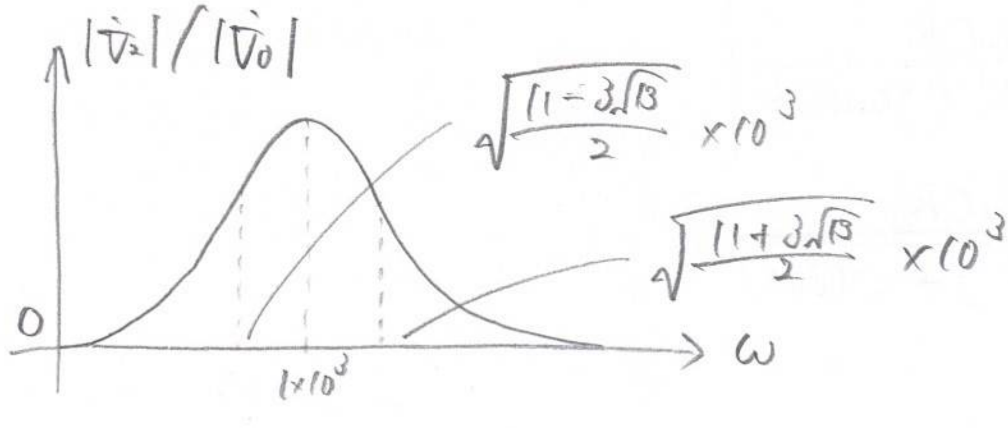
$117 =$

$$= \frac{11\pm\sqrt{121-4}}{2C^2R^2} = \frac{11\pm3\sqrt{13}}{2C^2R^2}$$

$$= \frac{11\pm3\sqrt{13}}{2}\times10^6$$

$$\therefore \omega = \pm\sqrt{\frac{11\pm3\sqrt{13}}{2}}\times10^3$$

$$\omega_c = \frac{1}{CR} = \frac{1}{1\times10^{-3}} = 1\times10^3$$



(3)

$v_o(t) \to v_o(t)$ までの一巡周波数伝達関数は

$$L(j\omega) = \left(1+\frac{R_b}{R_a}\right)\cdot\frac{j\omega C_1R_2}{1-\omega^2C_1C_2R_1R_2+j\omega(C_1R_1+C_1R_2+C_2R_2)}$$

位相条件から，$\mathrm{Im}[L(j\omega)]$ を満たす ω は

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{C_1C_2R_1R_2}} = \omega_c$$

このとき，

$$L(j\omega_c) = \left(1+\frac{R_b}{R_a}\right)\cdot\frac{C_1R_2}{C_1R_1+C_1R_2+C_2R_2}$$

利得条件より，$|L(j\omega_c)| = 1$ となるとき一定振幅で発振するので

$$\left(1+\frac{R_b}{R_a}\right)\cdot\frac{C_1R_2}{C_1R_1+C_1R_2+C_2R_2} = 1$$