22

２０２２年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

[知能システム学コース専門科目]　試　験　問　題

受　験　番　号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学　科 コース

15:36 まで

[知シ専門－１]

問題１

以下の問に答えよ.

(1)　時刻tのときの入力$u(t)$と出力$y(t)$が次の微分方程式で記述されるシステムについて，以下の小問に答えよ.

$$\frac{d^3y(t)}{dt^3}+8\frac{d^2y(t)}{dt^2}+17\frac{dy(t)}{dt}+10y(t)=2\frac{du(t)}{dt}+u(t)$$

(1-1)　伝達関数を求めよ.

(1-2)　極と零点を求めよ.

(1-3)　インパルス応答を求めよ.

(1-4)　入力$u(t)=\sin\omega t$を印加したときの定常状態において出力$y(t)$と入力$u(t)$の位相差が0度となる角周波数ωを求めよ．ただし，ωは正の実数である.

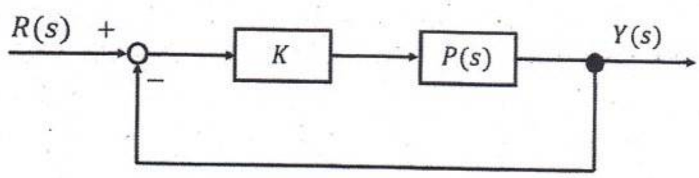
(2)　図のフィードバック制御系を考える．$R(s)$と$Y(s)$はそれぞれ目標値と制御量のラプラス変換であり，$K>0$はゲイン定数，$P(s)$は制御対象の伝達関数で

$$P(s)=\frac{s+1}{s(s-1)}$$

である．以下の小問に答えよ.

(2-1)　$P(s)$のベクトル軌跡の実軸との交差点を求め，そのベクトル軌跡の概形を描け.

(2-2)　フィードバック制御系が安定となるゲインKの範囲を求めよ.



図

(1-1) $s^3 Y(s) + 8s^2 Y(s) + 17s\, Y(s) + 10\, Y(s) = 2s\, U(s) + U(s)$

$\therefore (s^3 + 8s^2 + 17s + 10)\, Y(s) = (1 + 2s)\, U(s)$

$\therefore G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{1+2s}{s^3+8s^2+17s+10} = \dfrac{1+2s}{(s+1)(s^2+7s+10)}$

$= \dfrac{1+2s}{(s+1)(s+2)(s+5)}$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 8 & 17 & 10 \\ & & -1 & -7 & -10 \\ \hline & 1 & 7 & 10 & 0 \end{array}$$

(1-2) 極 : $-1,\ -2,\ -5$

零点 : $-\dfrac{1}{2}$

(1-3) $U(s) = 1$ なので

$Y(s) = G(s) = \dfrac{-\frac{1}{4}}{s+1} + \dfrac{1}{s+2} + \dfrac{-\frac{3}{4}}{s+5}$

$\therefore g(t) = -\dfrac{1}{4}e^{-t} + e^{-2t} - \dfrac{3}{4}e^{-5t}$

$\dfrac{1-2}{1\cdot 4} = \dfrac{-1}{4} = -\dfrac{1}{4}$

$\dfrac{1-4}{-1\cdot 3} = \dfrac{-3}{-3} = 1$

$\dfrac{1-10}{-4\cdot(-3)} = \dfrac{-9}{12} = \dfrac{-3}{4}$

(1-4)

$G(s)$の周波数応答を調べる.

$G(j\omega) = \dfrac{1+j2\omega}{-j\omega^3 - 8\omega^2 + j17\omega + 10} = \dfrac{1+j2\omega}{(10-8\omega^2) + j\omega(17-\omega^2)}$

$= \dfrac{(1+j2\omega)\left((10-8\omega^2) - j\omega(17-\omega^2)\right)}{(10-8\omega^2)^2 + \omega^2(17-\omega^2)^2}$

$=: N(j\omega)$

分子$N(j\omega)$について,

$N(j\omega) = (10-8\omega^2) - j\omega(17-\omega^2) + j2\omega(10-8\omega^2) + 2\omega^2(17-\omega^2)$

$= 10 - 8\omega^2 + 34\omega^2 - 2\omega^4 + j\omega(-17 + \omega^2 + 20 - 16\omega^2)$

$= -2\omega^4 + 26\omega^2 + 10 + j\omega(-15\omega^2 + 3)$

$\mathrm{Im}[N(j\omega)] = 0$ となるとき, $(\omega \neq 0)$

$\omega^2 = \dfrac{1}{5}$

$\omega > 0$ より

$\omega = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$

$\omega = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ のとき,

$\mathrm{Re}[N(j\omega)] = -\dfrac{2}{5^4} + \dfrac{26}{5^2} + 10$

$= \dfrac{-2 + 26\cdot 25 + 10\cdot 5^4}{5^4}$

> 0

より，位相は180°ではないことが確認できる.

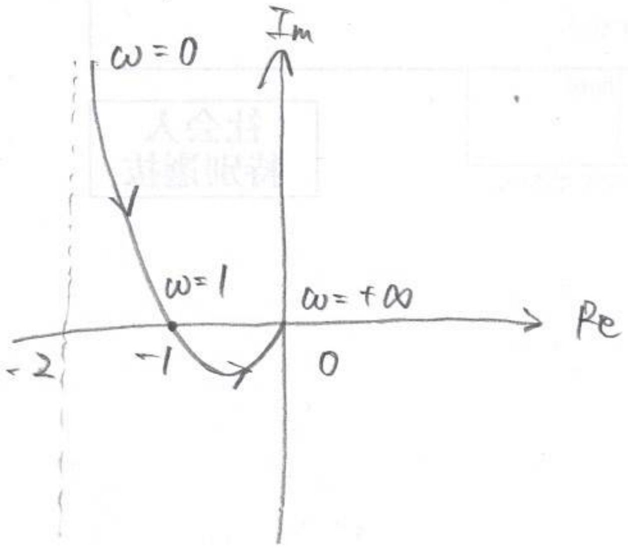
(2-1)

$$P(j\omega) = \frac{j\omega+1}{j\omega(j\omega-1)} = \frac{-j(j\omega+1)^2}{\omega(-\omega^2-1)} = \frac{j(-\omega^2+j2\omega+1)}{\omega(\omega^2+1)}$$

$$= \frac{-2\omega + j(1-\omega^2)}{\omega(\omega^2+1)}$$

$$= \frac{-2}{\omega^2+1} + j\,\frac{1-\omega^2}{\omega(\omega^2+1)}$$

ω	0	…	1	…	∞
$Re[P(j\omega)]$	-2	$-$	-1	$-$	0
$Im[P(j\omega)]$	$+\infty$	$+$	0	$-$	0



(2-2)

(2-1)より，Kが1のとき位相$-180°$のループ利得が1.
このループ利得が1より小さければフィードバック制御系が安定なので

$$0 < K < 1$$

2022年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

[知能システム学コース専門科目] 試 験 問 題

受験番号	志望学科・コース
	学科 コース

[知シ専門－2]

問題2

以下の問に答えよ．

(1) 図1の回路に関する以下の小問に答えよ．図中の抵抗は抵抗値が R か $2R$ かのいずれかを持ち，電源電圧を E とする．

(1-1) バッファ回路を空とするとき，スイッチ S_4 を電源側に，他のスイッチをGND側に切り替えた．a点の電圧を求めよ．

(1-2) バッファ回路を空とするとき，スイッチ S_1 と S_4 を電源側に，他のスイッチをGND側に切り替えた．a点の電圧を求めよ．

(1-3) 任意の負荷抵抗を接続しても，b点の電圧が一定になるようにしたい．バッファ回路として理想オペアンプを一つ用いた回路図を記せ．必要があれば抵抗や容量を用いてよい．

(1-4) (1-3) の条件を満たすバッファ回路があるとき，図1全体の回路の機能として最も近いものを以下の中から選べ．

AD変換器	DA変換器	FV変換器	VF変換器

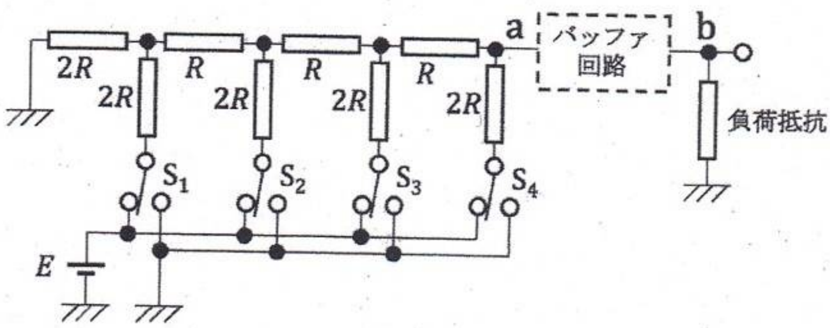


図1

(2) 図2の回路に関する以下の小問に答えよ．図中の R_1，R_2 は抵抗値，C_1，C_2 は容量とし，オペアンプは理想オペアンプとする．

(2-1) この回路の機能として最も近いものを以下の中から選べ．

1次ローパスフィルタ	1次ハイパスフィルタ	2次ローパスフィルタ
2次ハイパスフィルタ	バンドパスフィルタ	ノッチフィルタ

(2-2) この回路に入力電圧 $v_i(t) = \sin(\omega t)$ を与えたときのゲインを求めよ．

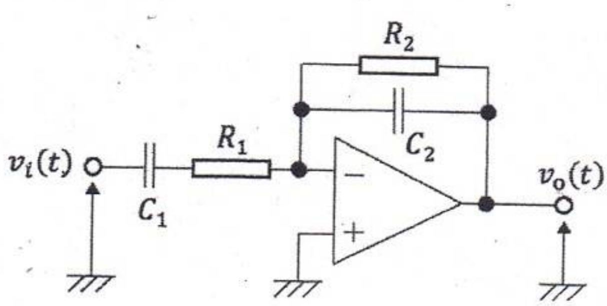
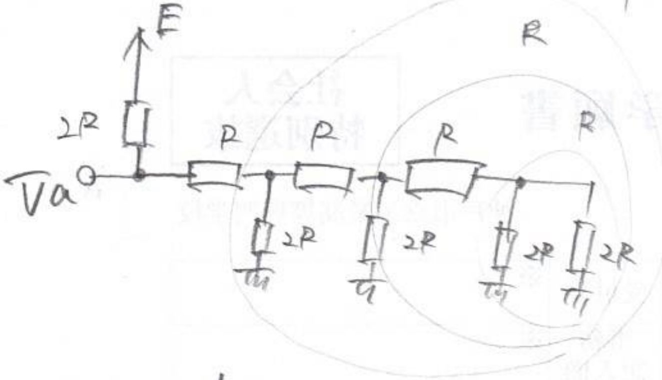
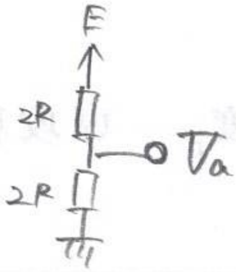


図2

(1-1)
このときの等価回路は

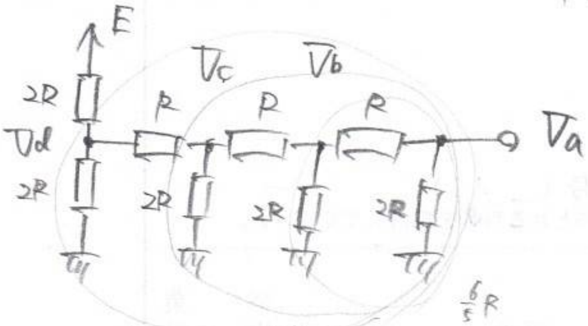


$\Rightarrow$



$\therefore V_a = \frac{1}{2}E$

(1-2)
S_1だけを電源側にしたときの等価回路は



$V_a = \frac{2}{3}V_b \quad \therefore V_b = \frac{3}{2}V_a$

$V_b = \dfrac{\frac{6}{5}R}{R+\frac{6}{5}R}V_c = \frac{6}{11}V_c \quad \therefore V_c = \frac{11}{6}V_b$

$V_c = \dfrac{\frac{22}{21}R}{R+\frac{22}{21}R}V_d = \frac{22}{43}V_d \quad \therefore V_d = \frac{43}{22}V_c$

$V_d = \dfrac{\frac{86}{85}R}{2R+\frac{86}{85}R}E = \frac{86}{170+86}E = \frac{86}{256}E$

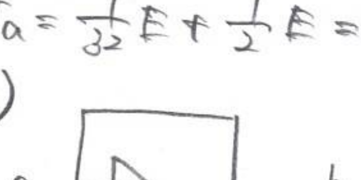
$\therefore \frac{86}{256}E = V_d = \frac{43}{22}V_c = \frac{43}{22}\cdot\frac{11}{6}V_b = \frac{43}{22}\cdot\frac{11}{6}\cdot\frac{3}{2}V_a = \frac{43}{8}V_a$

$\therefore V_a = \frac{86}{256}E\cdot\frac{8}{43} = \frac{1}{32}E$

重ね合わせの理より，S_1とS_4をEにつないだとき，

$V_a = \frac{1}{32}E + \frac{1}{2}E = \frac{17}{32}E$

(1-3)



(1-4)
DA変換器

$8\overline{)256} = 32$

$16 \times 8 = 48$

$\dfrac{\frac{22}{5}R^2}{2R+\frac{6}{5}R+R} = \frac{22R}{10+11} = \frac{22}{21}R$

$\frac{11}{5}R$

$1+\frac{6}{5}$

$\dfrac{6R^2}{2R+3R} = \frac{6}{5}R$

$\dfrac{2R\cdot\frac{43}{21}R}{2R+\frac{22}{21}R+R} = \frac{86}{42+43}R = \frac{86}{85}R$

$\frac{43}{21}R$

(2-1)

バンドパスフィルタ

(2-2)

この回路の伝達関数は

$$G(s) = -\frac{\dfrac{\frac{R_2}{sC_2}}{R_2+\frac{1}{sC_2}}}{R_1+\frac{1}{sC_1}} = -\frac{\dfrac{R_2}{1+sC_2R_2}}{R_1+\frac{1}{sC_1}} = -\frac{\dfrac{sC_1R_1}{1+sC_2R_2}}{1+sC_1R_1} = -\frac{sC_1R_1}{1+sC_1R_1}\cdot\frac{1}{1+sC_2R_2}$$

ゲインは

$$|G(j\omega)| = \left|\frac{j\omega C_1R_1}{1+j\omega C_1R_1}\right|\cdot\left|\frac{1}{1+j\omega C_2R_2}\right|$$

$$= \frac{\omega C_1R_1}{\sqrt{1+(\omega C_1R_1)^2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+(\omega C_2R_2)}}$$

もし $\frac{1}{C_1R_1} < \frac{1}{C_2R_2}$ とすると、折れ線近似のボード線図は