平成２８年度　大阪大学基礎工学部編入学試験
［ 知能システム学コース専門科目 ］ 試験問題

受験番号	志望学科・コース
	学科 コース

問題３

$\dfrac{20(s+1)}{s(s+2)(s+10)}$

以下の設問 (1) と (2) に答えよ．

(1) 伝達関数 $G(s)$ が次式で表されるシステムを考える．

$$G(s) = \frac{s+\alpha}{s(0.5s+1)(0.1s+1)} = \frac{s+\alpha}{s(1+s\frac{1}{2})(1+s\frac{1}{10})} = \frac{20(s+\alpha)}{s(s+2)(s+10)}$$

ただし，α は実数定数である．以下の小問 (a)~(c) に答えよ．

(a) $\alpha = 1$ のときのインパルス応答を求めよ．

(b) $\alpha = 1$ のときのボード線図のゲイン曲線を描け．折れ線近似で描いてよい．

(c) 入力 $u(t) = e^{2t}(t \geq 0)$ を印加したとき，出力が発散しないような α を求めよ．

(2) 伝達関数 $P(s)$ が次式で表される制御対象を考える．

$$P(s) = \frac{1}{s^3 + as^2 + bs + c}$$

ただし，a, b, c は実数定数である．また，本設問では，任意の有界な入力に対して出力が有界であるとき，システムは安定であると呼ぶ．a, b, c を用いて，以下の小問 (a) と (b) に答えよ．

(a) 制御対象が安定であるための必要十分条件を示せ．

(b) $K > 0$ を正のゲイン定数とおく．図１に示すゲイン補償によるフィードバック制御システムが安定であるような K が存在するための必要十分条件を示せ．さらに，このような K が存在するとき，安定化できる K の範囲を求めよ．

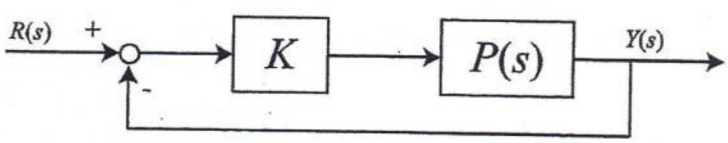


図 1: ゲイン補償によるフィードバック制御システム（K は正のゲイン定数，$P(s)$ は制御対象の伝達関数，$R(s)$ は目標信号のラプラス変換，$Y(s)$ は制御対象の出力のラプラス変換を表す．）

$$\frac{\frac{k}{s^3+as^2+bs+c}}{1+\frac{k}{s^3+as^2+bs+c}}$$

(c) $$Y(s)=\frac{KP(s)}{1+KP(s)}$$

$$=\frac{K}{s^3+as^2+bs+c+k}$$

s^3	1	b
s^2	a	$c+k$
s^1	$\frac{ab-c-k}{a}$	
s^0	$c+k$	

ラウスの安定判別法より，システムの安定の条件は

$$a>0,\ \frac{ab-c-k}{a}>0,\ c+k>0$$

これより，

$$a>0,\ ab>c$$

の2つが成り立たないとkの値を正の範囲でどうしても安定にならない

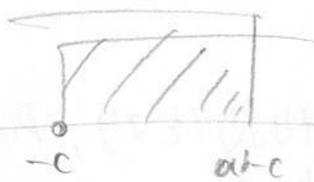
よって，システムを安定にするkが存在する条件は

$$a>0,\ ab>c$$

このとき，安定化できるkの範囲は

$$\frac{ab-c-k}{a}>0 \qquad k<ab-c$$

$$c+k>0 \qquad k>-c$$



より

$$-c<k<ab-c$$

23

平成２８年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

［　知能システム学コース専門科目　］　試験問題

受験番号	志望学科・コース
	学科 コース

問題２

以下の設問 (1) と (2) に答えよ．いずれの問題も導出の過程も示せ．ただし，オペアンプについては入力インピーダンスと電圧増幅率が ∞，出力インピーダンスが 0 であるとする．

(1) オペアンプの出力電圧は飽和しないとする．このとき，以下の小問 (a) と (b) に答えよ．

(a) 図 1 の回路において，$v_i(t)$ と $v_O(t)$ の関係を示せ．

(b) 図 1 の回路において，$v_i(t)$ が以下で与えられたとき，$v_O(t)$ を求めよ．

$$v_i(t) = \begin{cases} E & nT \le t < (n+0.5)T \text{ のとき} \\ -E & (n+0.5)T \le t < (n+1)T \text{ のとき} \end{cases}$$

ただし，$E > 0$，$T > 0$，$n = 0, 1, 2, \ldots$ とし，$v_O(0) = v_0$ とする．

$q(0) = Cv_0$

(2) オペアンプの出力電圧が正の飽和電圧 $E > 0$ と負の飽和電圧 $-E$ で飽和するとする．このとき，以下の小問 (a)〜(c) に答えよ．

(a) 図 2 の回路において，$v_{O2}(t) = E$ のとき，$v_+(t) > 0$ である条件を求めよ．また，$v_{O2}(t) = -E$ のとき，$v_+(t) < 0$ である条件を求めよ．

(b) 図 2 の回路において，$R_1 = 1\ \mathrm{k\Omega}$，$R_2 = 2\ \mathrm{k\Omega}$，$E = 10\ \mathrm{V}$ とする．$v_{i2}(t)$ が図 3 で与えられたとき，$0 \le t \le T$ の範囲で $v_{O2}(t)$ の時間変化のグラフを描け．

(c) 図 4 の回路において，$R_1 = 1\ \mathrm{k\Omega}$, $R_2 = 2\ \mathrm{k\Omega}$, $E = 10\ \mathrm{V}$ とし，$r = 100\ \mathrm{k\Omega}$, $C = 1\ \mu\mathrm{F}$ とする．また，$v_i(0) = 10\ \mathrm{V}$ と $v_O(0) = 5\ \mathrm{V}$ が成り立つとする．このとき，$v_O(t)$ を求めよ．

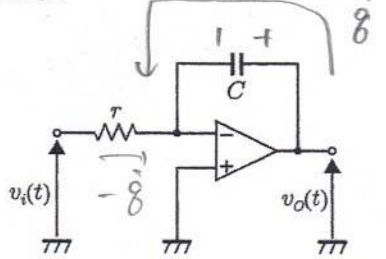


図 1

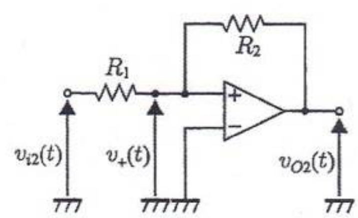


図 2

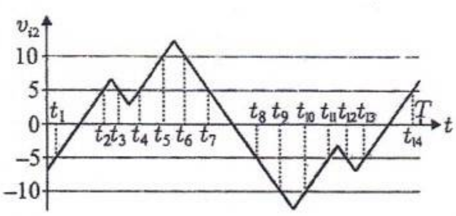


図 3

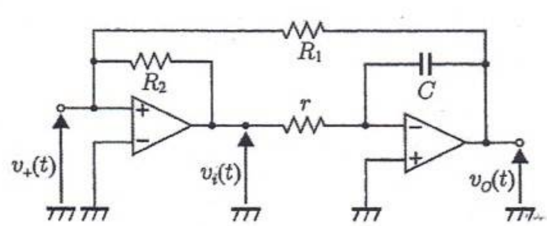


図 4

2.

(1) (a)

コンデンサの電荷を出力側を正、入力側を負として$q(t)$とする。

このときの回路方程式は

$$\begin{cases} v_o(t) = \dfrac{q(t)}{C} & -① \\ v_i(t) = -r\dot{q}(t) & -② \end{cases}$$

②を$t=0 \to t$で積分すると

$$\int_0^t v_i(t)\,dt = -r\left(q(t)-q(0)\right)$$
$$= -r\left(q(t) - Cv_0\right) \quad \because\ q(0) = Cv_0$$

$$q(t) = -\frac{1}{r}\int_0^t v_i(t)\,dt + Cv_0$$

これを①に代入すると

$$v_o(t) = -\frac{1}{Cr}\int_0^t v_i(t)\,dt + v_0 \quad -③$$

(b)

(i) $0 \leq t < 0.5T$のとき

$$v_o(t) = -\frac{1}{Cr}\int_0^t E\,dt + v_0 = -\frac{E}{Cr}t + v_0$$

(ii) $0.5T \leq t < T$のとき

③において$v_0 \Longrightarrow v_o(0.5T) = -\dfrac{E}{2Cr}T + v_0$とすると

$$v_o(t) = -\frac{1}{Cr}\int_{0.5T}^t -E\,dt - \frac{E}{2Cr}T + v_0$$
$$= \frac{E}{Cr}t - \frac{E}{2Cr}T - \frac{E}{2Cr}T + v_0$$
$$= \frac{E}{Cr}t - \frac{E}{Cr}T + v_0$$
$$= \frac{E}{Cr}(t-T) + v_0$$

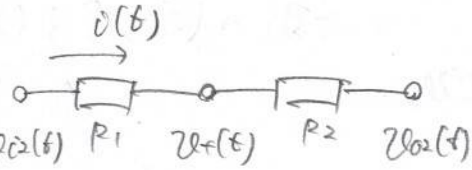
(i), (ii) より, $v_i(t)$ が周期 T の関数であることを示すと

$$v_0(t) = \begin{cases} -\frac{E}{Cr}t + v_0 & (0 \le t < 0.5T) \\ \frac{E}{Cr}(t - T) + v_0 & (0.5T \le t < T) \end{cases}$$

$$v_0(t+T) = v_0(t)$$

(2)

(2)



$$i(t) = \frac{v_{i2}(t) - v_{o2}(t)}{R_1 + R_2} =$$

$$\begin{aligned} v_+(t) &= v_{i2}(t) - R_1 i(t) \\ &= \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2} v_{i2}(t) - \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{i2}(t) + \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{o2}(t) \\ &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{i2}(t) + \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{o2}(t) \\ &= \frac{R_2 v_{i2}(t) + R_1 v_{o2}(t)}{R_1 + R_2} \end{aligned}$$

(i) $v_{o2}(t) = E$ のとき, $v_+(t) > 0$ の条件は

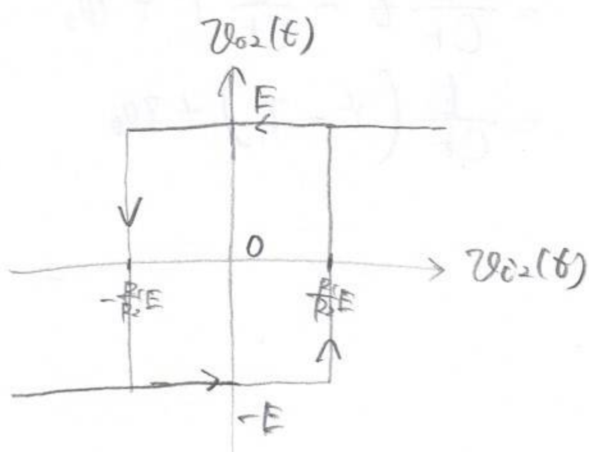
$$v_+(t) = \frac{R_2 v_{i2}(t) + R_1 E}{R_1 + R_2} > 0$$

$$\therefore v_{i2}(t) > -\frac{R_1}{R_2}E$$

(ii) $v_{o2}(t) = -E$ のとき, $v_+(t) < 0$ の条件は

$$v_+(t) = \frac{R_2 v_{i2}(t) - R_1 E}{R_1 + R_2} < 0$$

$$\therefore v_{i2}(t) < \frac{R_1}{R_2}E$$

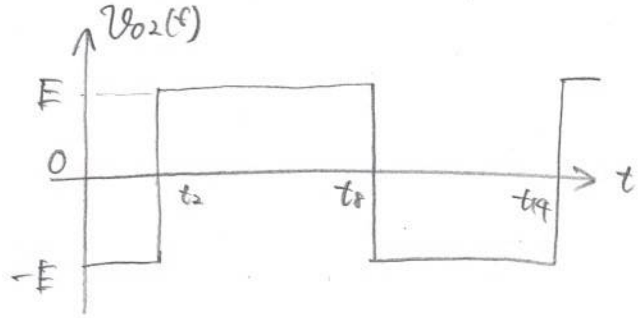


(b)

(2)において,

$\frac{R_1}{R_2}E = 5\,V$

±5Vがヒステリシスの限界 . t=0の瞬間においては普通のコンパレータとして動作するので



$\frac{E}{CR} = \frac{10}{1\times10^{-6}\cdot 100\times10^{3}}$

$= \frac{10}{100\times10^{-3}}$

$= \frac{1}{10}\times10^{3}$

$= 0.1\times10^{3}$

(c)

(i) $v_o(t) = 10V \rightarrow -10V$ になるまでについて

$v_o(t) = -(0.1\times10^3)t + 5$

$v_o(t) = -5$ となるのは $t = 0.1$ のとき.

この瞬間, $v_o(t) = -10V$ となる.

$-10 = -\underbrace{0.1\times10^3}_{=10^2}t$

$t = \frac{1}{10} = 0.1$

(ii) $v_o(t) = -10V \longrightarrow 10V$ になるまでについて

$v_o(t) = 0.1\times10^3(t-0.1) - 5$

$v_o(t) = 5$ となるのは $t = 0.2$ のとき.

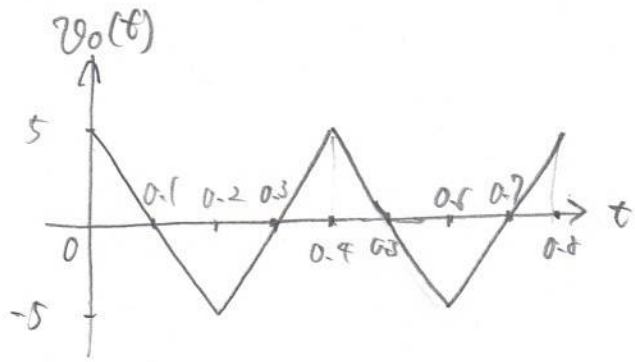
この瞬間, $v_o(t) = +10V$ となる.

$5 = 0.1\times10^3(t-0.1) - 5$

$10 = 10^2(t-0.1)$

$0.1 = t - 0.1$

$t = 0.2$



$v_o(t)$の波形は以上のとおり