平成３０年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

［数　　学］試験問題

受験番号	志望学科・コース
	学科 コース

問題１

α を 1 以上の実数とする. 1 回微分可能な関数 $f(x)$ が

$$f(x)=\frac{1}{2}\int_{2}^{2x}\left\{f\left(\frac{t}{2}\right)\right\}^{\alpha}dt+1 \qquad ①$$

を満たすという. 以下の設問に答えよ.

(1) $f(1)=A$ を満たす実数 A を求めよ.

(2) $y=f(x)$ とおく. 式 ① の両辺を x で微分することにより, 微分方程式

$$\frac{dy}{dx}=y^{\alpha} \qquad ②$$

が成り立つことを示せ.

(3) 初期条件「$x=1$ のとき $y=A$ (ただし A は (1) で求めた値)」のもとでの微分方程式 ② の特殊解を Y とする.「1 以上の任意の実数 x に対して, Y の x における値が実数になる」ための, α に対する条件を求めよ.

平成３０年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

［数　　　学］試　験　問　題

受　験　番　号	志望学科・コース
	学　科 コース

問題２

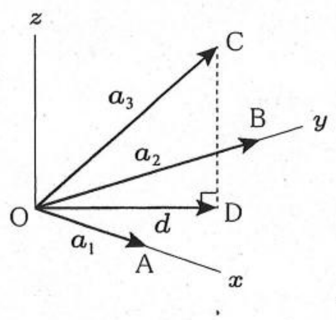
$\boldsymbol{a}_1$，$\boldsymbol{a}_2$，$\boldsymbol{a}_3$ は空間の３次元ベクトルとして，以下の設問に答えよ．

(1) $\boldsymbol{a}_1$，$\boldsymbol{a}_2$，$\boldsymbol{a}_3$ が一次独立であるための必要十分条件は，$\boldsymbol{a}_1$，$\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_2$，$\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_2+\boldsymbol{a}_3$ が一次独立であることを証明せよ．

(2) $\boldsymbol{a}_1$，$\boldsymbol{a}_2$，$\boldsymbol{a}_3$ が一次独立で $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_1+\lambda_2\boldsymbol{a}_2+\lambda_3\boldsymbol{a}_3$ とおくと，$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{a}_2$，$\boldsymbol{a}_3$ は一次独立であることを証明せよ．ただし，λ_2，λ_3 は実定数である．

(3) $\boldsymbol{a}_1$，$\boldsymbol{a}_2$，$\boldsymbol{a}_3$ が一次独立で $\boldsymbol{a}=\lambda_1\boldsymbol{a}_1+\lambda_2\boldsymbol{a}_2+\lambda_3\boldsymbol{a}_3$ とする．$\boldsymbol{a}_1-\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{a}_2-\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{a}_3-\boldsymbol{a}$ が一次独立であるための必要十分条件は，$\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3\neq 1$ であることを証明せよ．ただし，λ_1，λ_2，λ_3 は実定数である．

(4) 空間に直交座標系 O$-xyz$ が与えられているものとする．図に示すように，x 軸上の点 A に対し $\boldsymbol{a}_1=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$y$ 軸上の点 B に対し $\boldsymbol{a}_2=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，空間内の点 C に対し $\boldsymbol{a}_3=\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とする．点 C から xy 平面に垂線 CD を引くとき，ベクトル $\boldsymbol{d}=\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を $\boldsymbol{a}_1$ と $\boldsymbol{a}_2$ の線形結合で表せ．



平成３０年度　大阪大学基礎工学部編入学試験
［数　　　学］試　験　問　題

受　験　番　号	志望学科・コース
	学　科 コース

問題３

1からNまで異なる番号が振られたN個の地点があるとする．最初に無作為にスタート地点を選ぶ．その後，無作為に選んだ現在とは異なる地点へと移動を繰り返す．このとき，以下の設問に答えよ．なおkはN未満の自然数とする．

(1) 異なるk個の地点を回った状態から，m回目の移動ではじめて今までに移動したことのない新たな地点へ移動する確率を求めよ．

(2) 異なるk個の地点を回った状態から，今までに移動したことのない新たな地点へ移動するまでの移動回数の平均を求めよ．

(3) N個すべての地点へ移動するまでの移動回数の平均を求めよ．ただし，スタート地点の選択も1回と数える．