

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学 科
	コ ー ス

[数学 - 1]

問題 1

実数 x に対し $y = \sinh x = (e^x - e^{-x})/2$ と定義すると $\sinh x$ は逆関数をもつ. そこで逆関数を $\operatorname{sh}^{-1}(x)$ と表す. 以下の設問に答えよ.

(1) $\operatorname{sh}^{-1}(x)$ を求めよ.

(2) 正の実数 a について

$$S(a) = \frac{1}{a} \int_0^a \operatorname{sh}^{-1}(x) dx$$

と定義する. $S(a)$ を求めよ.

(3) $\lim_{a \rightarrow 0} S(a)$ を求めよ.

(4) $\lim_{a \rightarrow \infty} \{S(a) - \log a\}$ を求めよ.

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学 科
	コ ー ス

[数学 - 2]

問題 2

行列の対角化に関する以下の設問に答えよ.

- (1) 次の対称行列 A を直交行列によって対角化せよ. ただし, a は実定数である.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix}$$

- (2) 次の行列 B が正則行列によって対角化できるための実定数 b, c の必要十分条件を求めよ.
また, 対角化できる場合は対角化せよ.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & c \\ 0 & b \end{pmatrix}$$

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学 科
	コ ー ス

[数学 - 3]

問題 3

コンピュータがウィルスに感染し、ウィルス対策ソフトがウィルスを駆除する確率について、次のようなモデルを用いて考える。

- 初期状態でコンピュータはどのウィルスにも感染していない。
- コンピュータは毎朝、確率 p ($0 < p < 1$) で新たなウィルスに感染する。
- コンピュータが感染している場合、ウィルス対策ソフトが毎夕に駆除を試みる。駆除に成功すると、その時点で感染しているすべてのウィルスが駆除される。ただし、駆除は確率 q ($0 \leq q \leq 1$) で失敗する。

なお、コンピュータがウィルスに感染した場合やウィルスの駆除に成功あるいは失敗した場合でも、以降の感染確率 p と駆除失敗確率 q に一切影響を与えないものとする。

このとき、以下の設問に答えよ。

- (1) コンピュータが n ($n \geq 1$) 日目の終わりにウィルスに感染している確率を $P(n)$ とする。
 - (a) $P(1)$ を求めよ。
 - (b) $P(2)$ を求めよ。
 - (c) $P(n)$ を求めよ。
- (2) n 日目の終わりまでに一度も感染しない確率を求めよ。
- (3) 1 日目に感染し、 n 日目の終わりまで一度も駆除に成功しない確率を求めよ。
- (4) i ($1 \leq i \leq n$) 日目に初めて感染し、 n 日目の終わりまで一度も駆除に成功しない確率を求めよ。