

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学 科
	コ ー ス

[数学 — 1]

問題 1

xy 平面上で定義された2変数関数

$$f(x, y) = \frac{xye^{-\frac{x^3}{3}}}{1+y^2}$$

を考える. 以下の設問に答えよ.

- (1) 関数 $f(x, y)$ の偏導関数 $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ を求めよ.
- (2) 関数 $f(x, y)$ の極値を求めよ.
- (3) 次の重積分を求めよ.

$$\iint_D f(x, y) dx dy \quad D: 0 \leq y \leq 1, \quad \log(1+y^2) \leq x \leq \log 2$$

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学 科
	コ ー ス

問題 2

行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ とする. 以下の設問に答えよ.

- (1) A の固有値と固有ベクトルを求めよ.
- (2) n を自然数とするととき, A^n を求めよ.
- (3) $A^5 + 4A$ の固有値と固有ベクトルを求めよ.
- (4) 3 次の正方行列 C が 3 次の対称行列 B によって対角化可能であるとする. ただし, 行列 B, C の成分は実数とする. このとき, C は対称行列であることを示せ.

受 験 番 号	志 望 学 科 ・ コ ー ス
	学 科
	コ ー ス

[数学 — 3]

問題 3

1 から 4 までの数字が 1 つずつ書いてあるカードが 4 枚と, 1 から 4 までの数字が 1 つずつ書いてある球が 4 個ある. カードは束にして机に置く. 1 と 2 の数字が書かれた球を机に置き, 残りの 2 個の球は箱に入れる. 次の操作を繰り返し行う.

[操作] カードの束から無作為に 1 枚のカードを引き, 引いたカードに書かれた数字を覚えてから, カードを束に戻す. 次に, 覚えた数字が書かれた球が机に置いてあるかどうかによって, 以下のいずれかを行う.

- 机に置いてある場合, 何もしない.
- 机に置かれていない場合, 机に置いてある 2 個の球から 1 個を無作為に選んで, 箱に戻す. その後, 覚えた数字が書かれた球を箱から取り出し, 机に置く.

以下の設問に答えよ.

(1) この操作を 1 回行ったとき, 机に 1 の数字が書かれた球と, 2 の数字が書かれた球が置いてある確率 $P_{1,2}(1)$ を求めよ. また, 机に 1 の数字が書かれた球が置いてある確率 $P_1(1)$ を求めよ.

(2) この操作を n 回繰り返したとき, 机に i の数字が書かれた球と, j の数字 (ただし, $i < j$) が書かれた球が置いてある確率を $P_{i,j}(n)$ とする. $P_{1,2}(n+1)$ を, $P_{1,2}(n)$, $P_{1,3}(n)$, $P_{1,4}(n)$, $P_{2,3}(n)$, $P_{2,4}(n)$, $P_{3,4}(n)$ を用いて表せ.

(3) この操作を n 回繰り返したとき, 机に 1 の数字が書かれた球が置いてある確率 $P_1(n)$ を求めよ.