Выполнил: Карибджанов Матвей
Домашняя работа № 6

Задание найти прцессию спина электрона. Пусть электрон вращается с постоянной угловой скростью вокруг ядра, тогда можем выразить 4-скрость и 4-ускорение так.

$$x = \begin{pmatrix} t \\ r\cos(\omega t) \\ r\sin(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \tag{0.1}$$

$$u = \gamma \begin{pmatrix} 1 \\ -r\omega\sin(\omega t) \\ r\omega\cos(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \tag{0.2}$$

$$w = -\gamma^2\omega^2 r \begin{pmatrix} 0 \\ \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \tag{0.3}$$

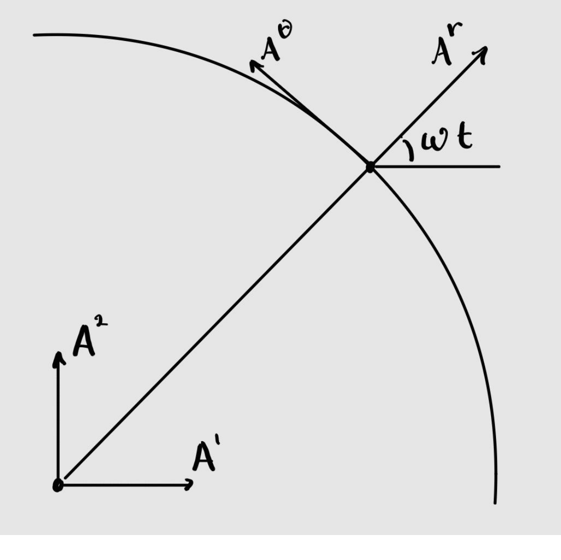
Для решения воспользекмся производной Ферми-Уокера, котрая занутся в для системы свободных гироскопов.

$$\frac{\partial A^i}{\partial s} - \Gamma^i_{jk} u^j A^k + (u_i w_j - u_j w_i)\, A^i = 0 \tag{0.4}$$

Так как работаем в инерциальной системе отсчета, то $\Gamma = 0$. Так же в ситеме отчета чатици, спин обладает только координатными компонентам, а 4-скорост частици будет иметь только всеменную компонету, тогда получим что $u_i A^i = 0$.

$$\frac{\partial A^i}{\partial s} - u_j w_i A^i = 0 \tag{0.5}$$

$$\begin{pmatrix} \gamma\dfrac{\partial A^0}{\partial t} \\ \gamma\dfrac{\partial A^1}{\partial t} \\ \gamma\dfrac{\partial A^2}{\partial t} \\ \gamma\dfrac{\partial A^3}{\partial t} \end{pmatrix} = -\gamma^3\omega r\left(\cos\omega t A^1 + \sin\omega t A^2\right) \begin{pmatrix} 1 \\ -\omega r\sin(\omega t) \\ \omega r\cos(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \tag{0.6}$$



$$A^1 = A^r \cos\omega t - A^\theta \sin\omega t \tag{0.7}$$
$$A^2 = A^r \sin\omega t + A^\theta \cos\omega t \tag{0.8}$$
$$\tag{0.9}$$

$$A^r = A^1 \cos\omega t + A^2 \sin\omega t \tag{0.10}$$
$$A^\theta = -A^1 \sin\omega t + A^2 \cos\omega t \tag{0.11}$$
$$\tag{0.12}$$

$$\frac{\partial A^r}{\partial t} = \omega A^\theta \tag{0.13}$$
$$\frac{\partial A^\theta}{\partial t} = -\omega\gamma^2 A^r \tag{0.14}$$

$$\begin{pmatrix} \dfrac{dA^r}{dt} \\ \dfrac{dA^\theta}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \omega \\ -\gamma^2\omega & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^r \\ A^\theta \end{pmatrix} \tag{0.15}$$

$$\lambda_1 = i\gamma\omega,\ \ h_1 = \begin{pmatrix} -i/\gamma \\ 1 \end{pmatrix};\ \ \lambda_2 = -i\gamma\omega,\ \ h_2 = \begin{pmatrix} i/\gamma \\ 1 \end{pmatrix}, \tag{0.16}$$

$$\begin{pmatrix} A^r \\ A^\theta \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} -i/\gamma \\ 1 \end{pmatrix} \exp\left(i\gamma\omega t\right) + C_2 \begin{pmatrix} i/\gamma \\ 1 \end{pmatrix} \exp\left(-i\gamma\omega t\right) \tag{0.17}$$

$$\begin{pmatrix} A^r \\ A^\theta \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} \cos\left(\omega\gamma t + \varphi\right) \\ \gamma \sin\left(\omega\gamma t + \varphi\right) \end{pmatrix} \tag{0.18}$$

$$A = \begin{pmatrix} C\left[\cos\left(\omega\gamma t + \varphi\right)\cos\omega t + \gamma\sin\left(\omega\gamma t + \varphi\right)\sin\omega t\right] \\ C\left[\cos\left(\omega\gamma t + \varphi\right)\sin\omega t - \gamma\sin\left(\omega\gamma t + \varphi\right)\cos\omega t\right] \end{pmatrix} \tag{0.19}$$

В итоге получи приращение за оборот:

$$\Delta A = \begin{pmatrix} C\left[\cos\varphi - \cos(2\pi\gamma + \varphi)\right] \\ -C\gamma\left[\sin\varphi - \sin(2\pi\gamma + \varphi)\right] \end{pmatrix} \tag{0.20}$$