


Что есть свет?

- Видимая глазом часть спектра электромагнитного излучения (? / !)

Поток частиц-фотонов  Волны (электромагнитного излучения)



И.Ньютон
1643-1727



О.Френель
1788-1827

Свет – поток частиц-фотонов !

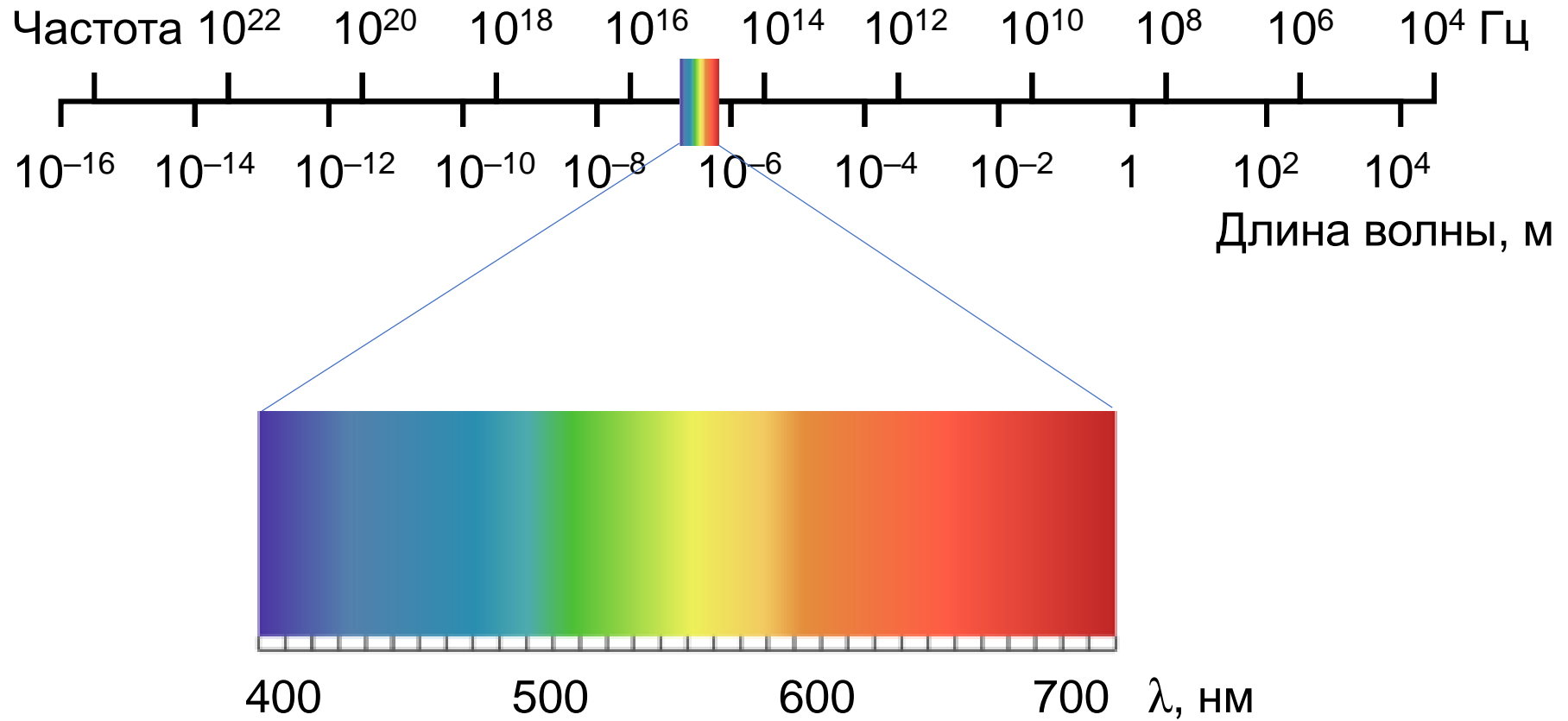
Что такое электромагнитное поле?

~~... «Электромагнитное поле есть вид материи и характеризуется тем, что действует на находящиеся в нем неподвижные и движущиеся заряды с некоторыми силами»~~

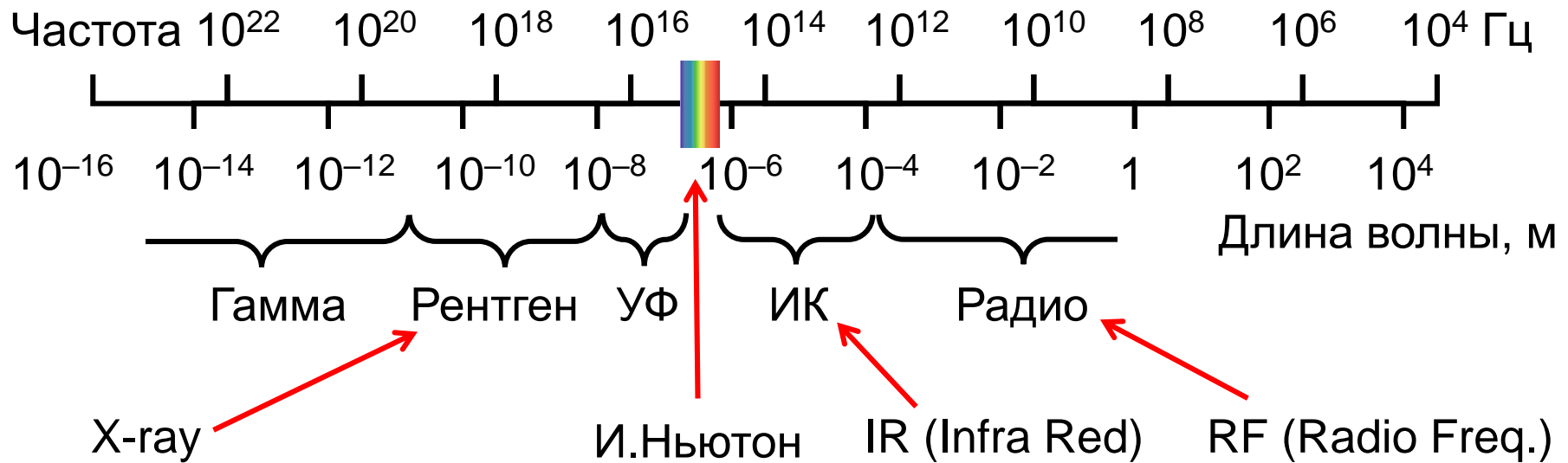
Описание света в виде ВОЛН электромагнитного излучения
- удобная МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
описания оптических явлений

В квантовой электродинамике:
электромагнитное поле – волновая функция
частиц-фотонов

Шкала электро-магнитных волн



Шкала электро-магнитных волн



В.Рентген*
1845-1923



И.Ньютон
1643-1727



У.Гершель
1738-1822



Г.Герц
1857-1894

Д.Максвелл
1831-1879

Д.Максвелл, 1864

Существование поперечных
электромагнитных волн

Скорость распространения

$$c = 1 / \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$$

Свет – это электромагнитные волны

$$c = 299\,792\,458 \text{ м/с}$$

$$\approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

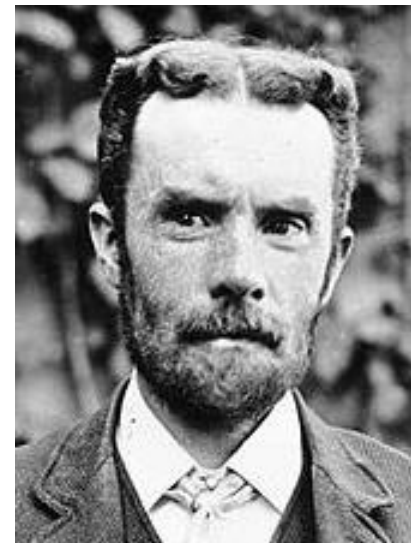
Уравнения Максвелла:

...

...

...

...



О.Хэвисайд

1850-1925

- «Уравнения Максвелла»
- применение комплексных чисел

Уравнения Максвелла

\mathbf{E} – напряженность электрического поля

\mathbf{B} – *магнитная индукция* (напряженность магнитного поля !)

ρ – плотность электрических зарядов

$\mathbf{j} = \rho \mathbf{v}$ – распределение токов

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi\rho$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$$

следствие (сохранение зарядов):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0$$

Поле в вакууме, $\rho=0$, $\mathbf{j}=0$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 0$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$$

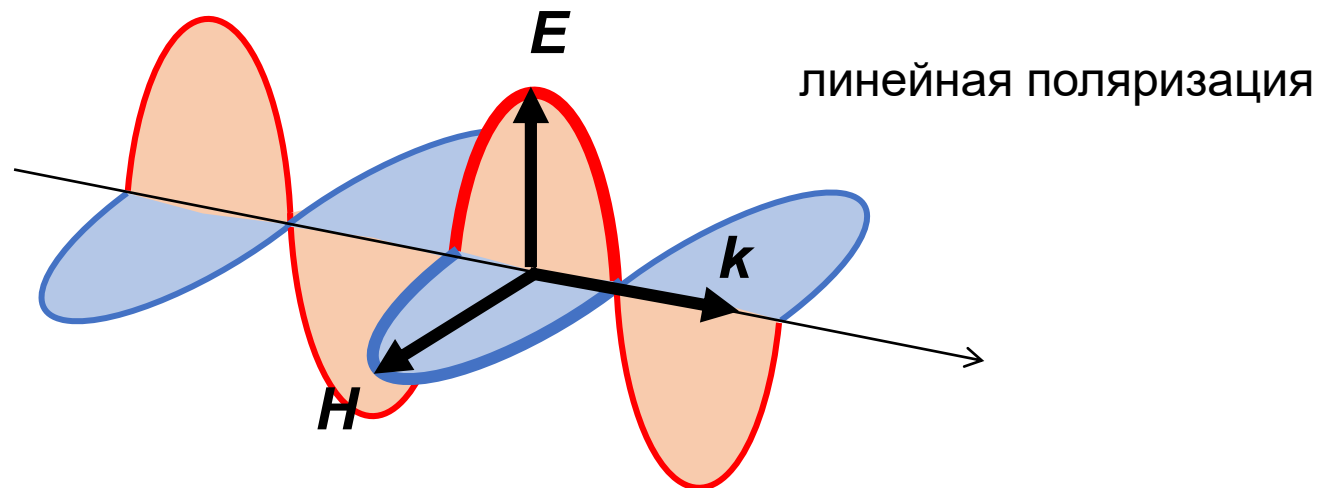
Однонаправленная монохроматическая волна, $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r}}$

$$(\mathbf{E} \cdot \mathbf{k}) = 0$$

$$(\mathbf{B} \cdot \mathbf{k}) = 0$$

$$\mathbf{E} = -\mathbf{k} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{k} \times \mathbf{E}$$



Действительные числа

$$\mathcal{E}_x = A_0 \cos(\omega t - kz + \varphi)$$

$$\mathcal{H}_y = A_0 \cos(\omega t - kz + \varphi)$$

Комплексные числа

$$E_x = Ae^{-i\omega t + ikz} \quad A = A_0 e^{-i\varphi}$$

$$H_y = Ae^{-i\omega t + ikz}$$

$$\mathcal{E}_x = \frac{1}{2} (E_x + E_x^*) = \frac{1}{2} (Ae^{-i\omega t + ikz} + \text{к.с.})$$

$$\mathcal{H}_x = \frac{1}{2} (H_x + H_x^*) = \frac{1}{2} (Ae^{-i\omega t + ikz} + \text{к.с.})$$

Интенсивность излучения

$$I = \overline{\mathcal{E}_x^2} + \overline{\mathcal{H}_x^2} = 2A_0^2 \overline{\cos^2(\omega t - kz + \varphi)} = A_0^2$$

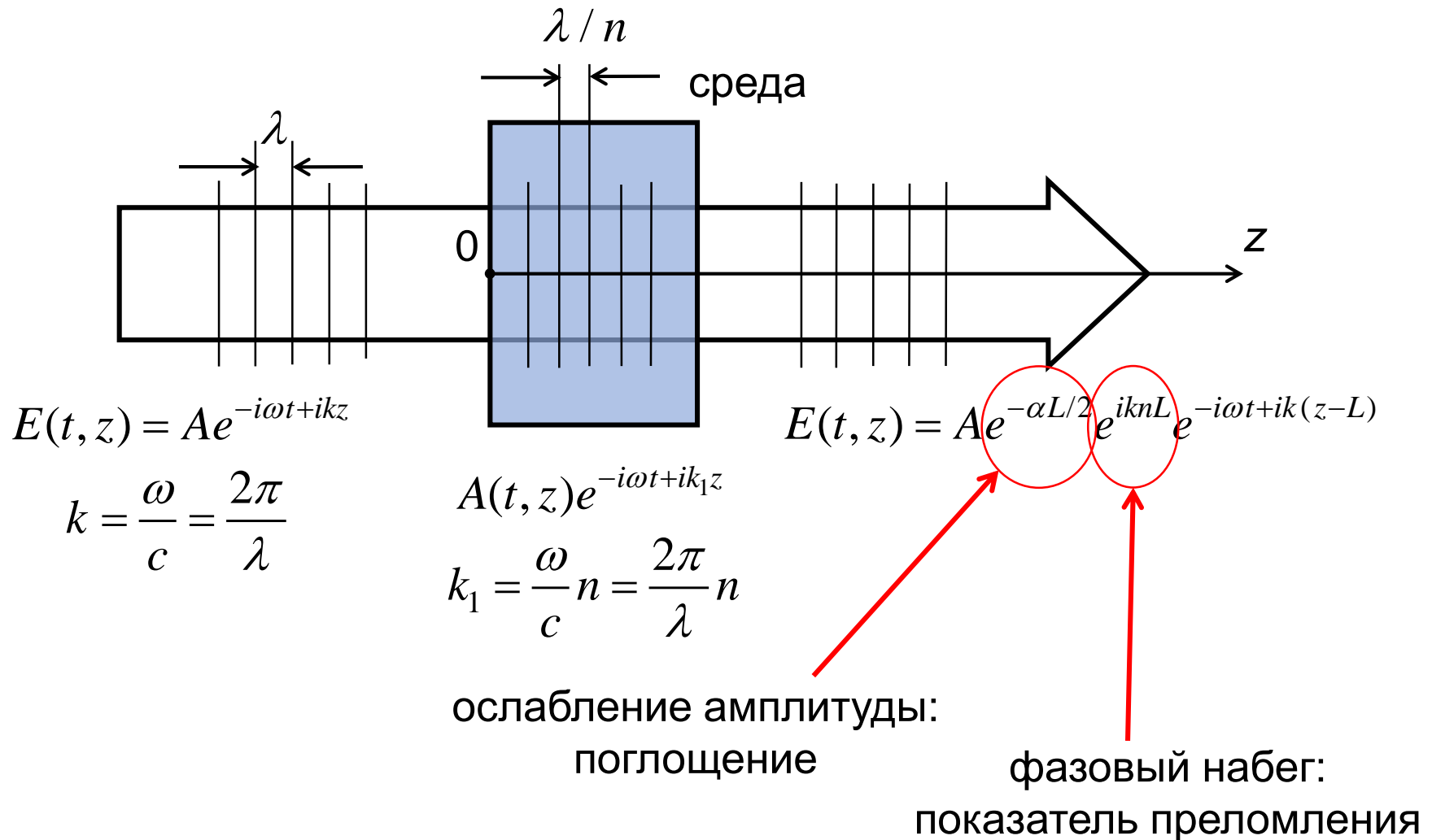
действительные числа

$$I = E_x E_x^* = |A|^2 = A_0^2$$

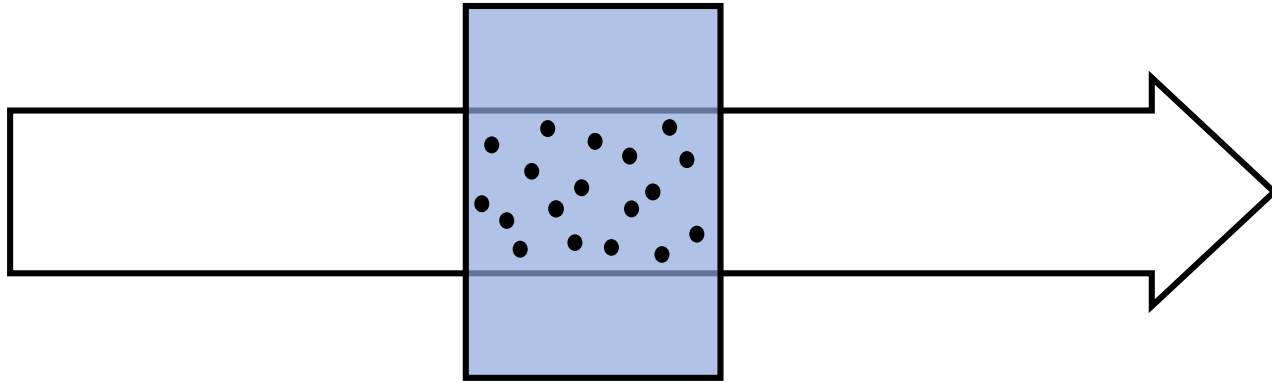
комплексные числа

+ удобство в описании отклика сред на поле излучения

Две основные характеристики среды в оптике:
показатель преломления n и поглощение α

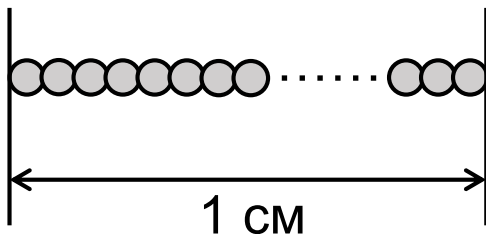


$$E(t, z) = A e^{-\alpha L/2} e^{iknL} e^{-i\omega t + ik(z-L)}$$



$e^{-\alpha L/2}$ - поглощение части фотонов атомами среды

e^{iknL} - ? (размер атомов $\sim 10^{-10}$ м, площадь $\sim 10^{-20}$ м²)



10^8 на см

10^{24} в см³

Стекла: $n = 1.5 \div 1.9$

Картина Г.Х.Лоренца формирования показателя преломления сред

Падающее поле



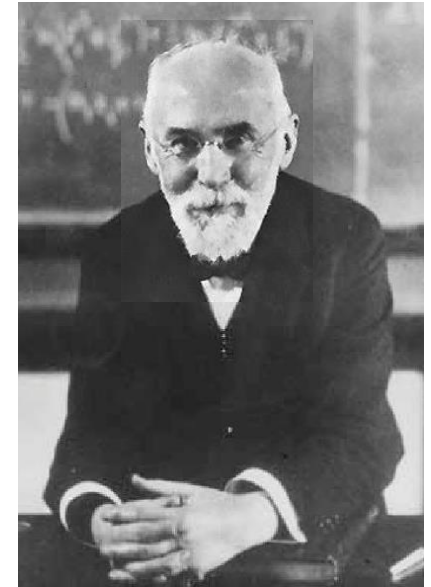
Наведенный диполь атома



Испускание атомом вторичной волны
(диполь Герца)



Интерференция вторичных волн с падающей



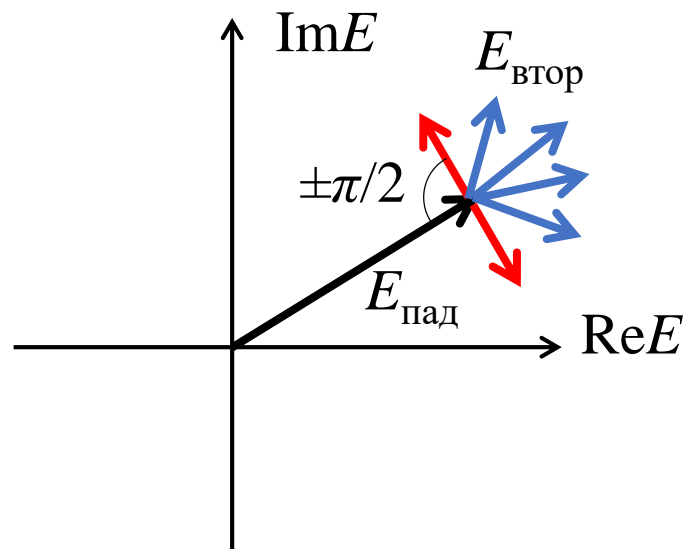
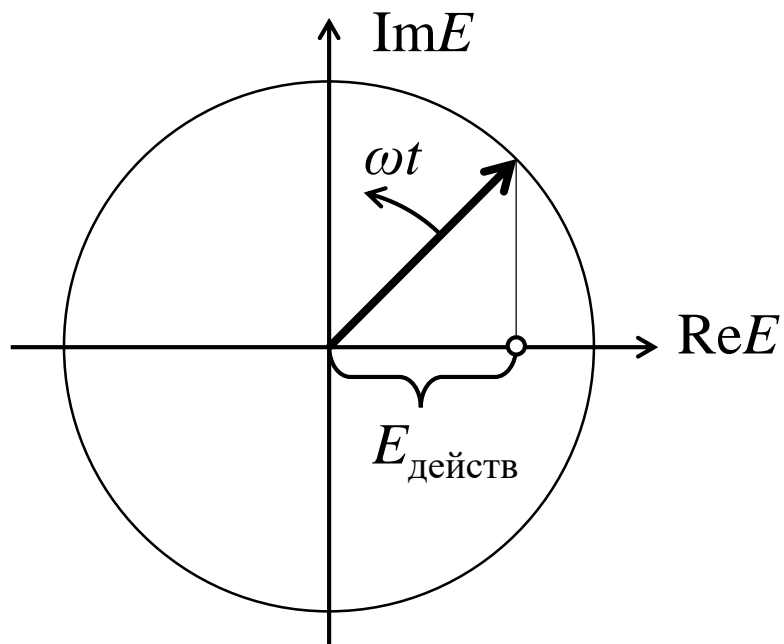
Х.Лоренц
1853-1928

1892 - ... г.

до открытия электрона в 1897 (Томсон) и
планетарной модели атома в 1911 (Резерфорд)

* эфир

Интерференция вторичных волн с падающей



Фаза вторичной волны должна быть сдвинута на $\pi/2$!

Колебания наведенного диполя атома

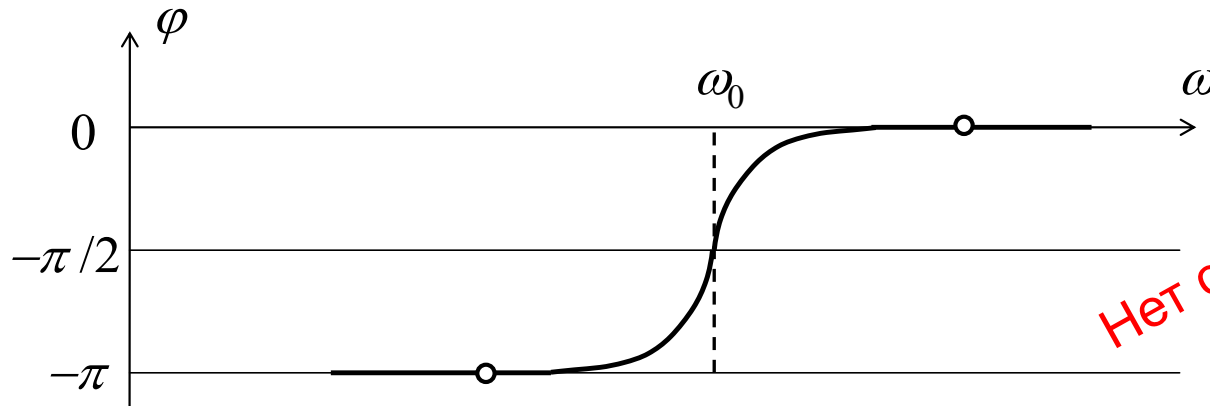
Уравнение возмущенного движения электрона в атоме:
(грузик на пружинке)

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = -\frac{e}{m} A e^{-i\omega t}$$

ускорение сила трения резонансная частота сила эл. поля волны

Стационарное решение, $x \propto e^{-i\omega t}$:

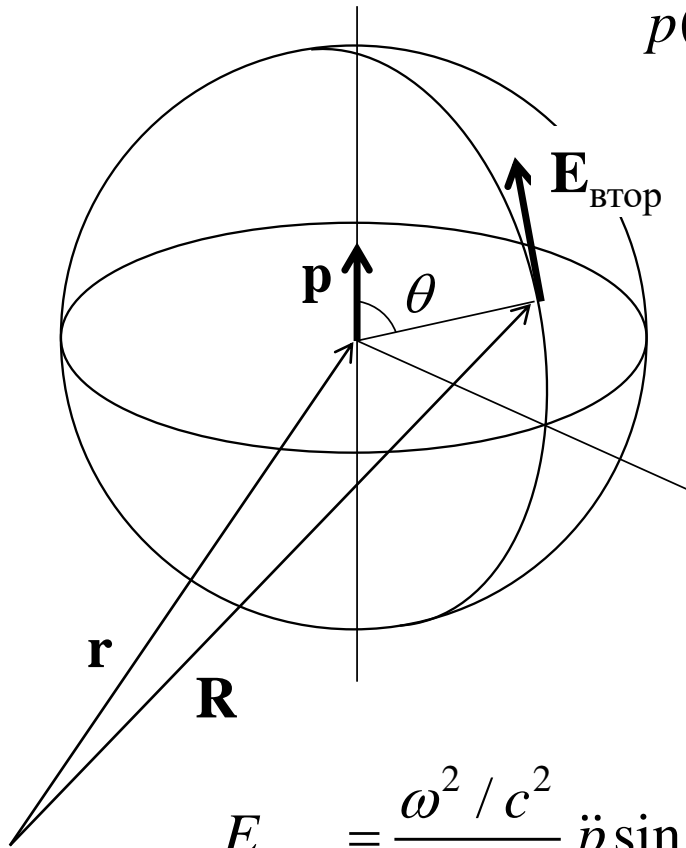
$$x = -\frac{e/m}{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega} A e^{-i\omega t}$$



Нет сдвига фазы $\pi/2$

Испускание атомом вторичной волны (диполь Герца)

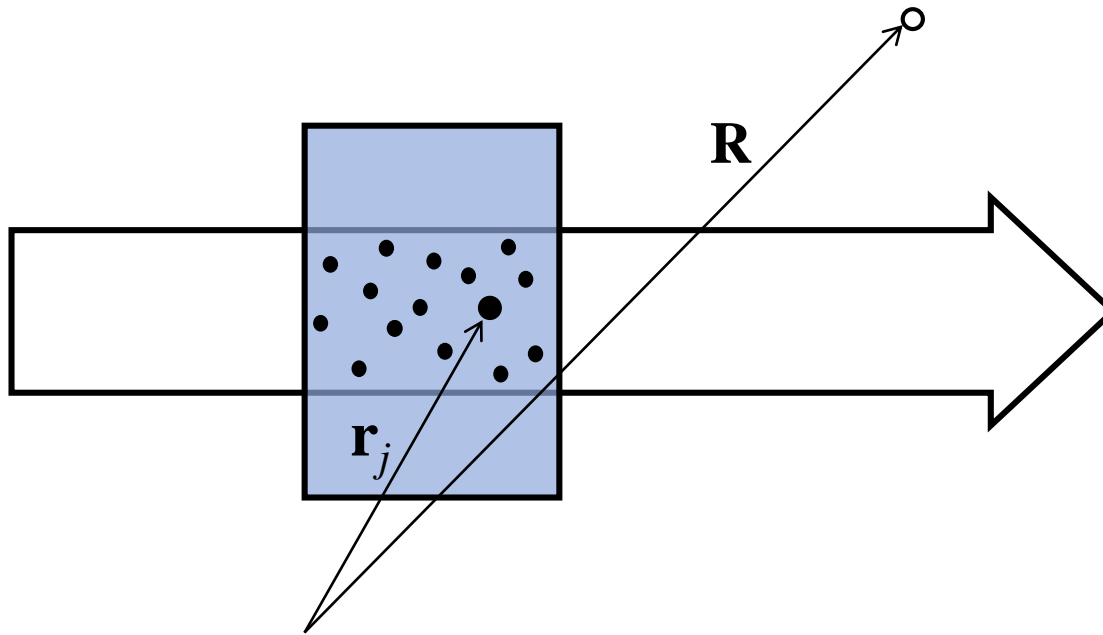
$$p(t) = -ex(t)$$



$$E_{\text{втор}} = \frac{\omega^2 / c^2}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}|} \ddot{p} \sin \theta = \alpha \frac{\omega^2 / c^2}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}|} A e^{-i\omega t} \times e^{ik(\mathbf{R} - \mathbf{r})} \sin \theta$$

Нет сдвига фазы $\pi/2$

Суммирование вторичных волн



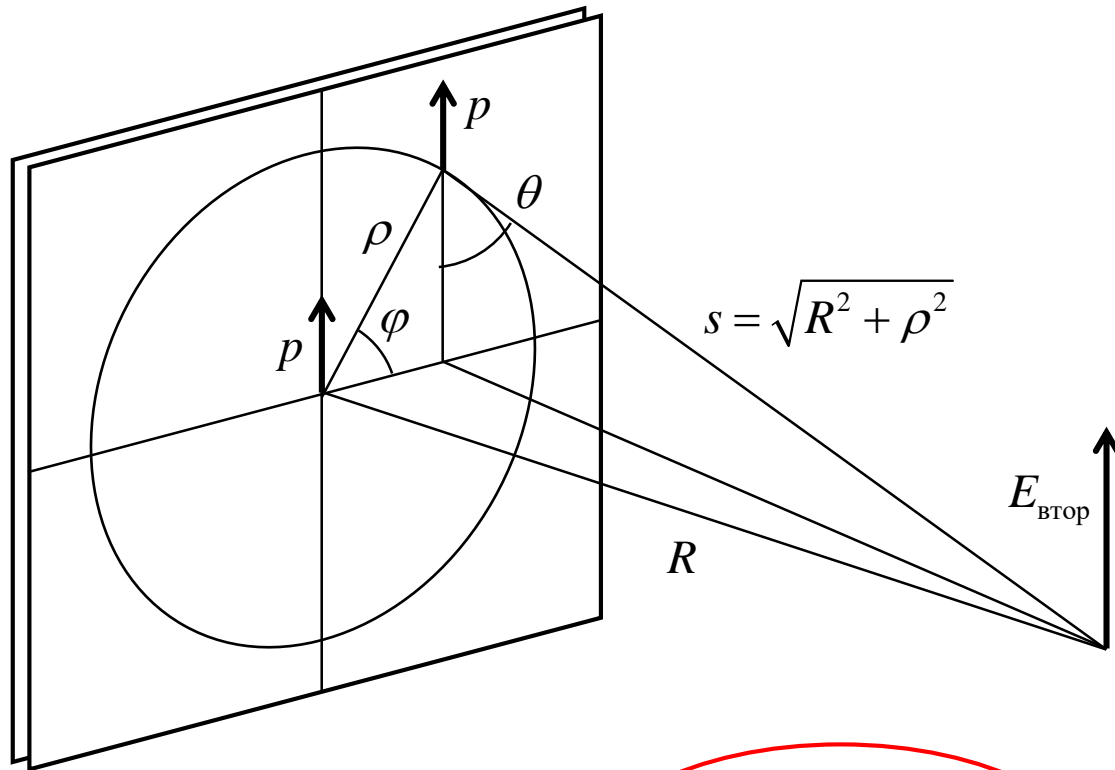
$$\mathbf{E}_{\text{втор}} = \sum_j \left\{ \mathbf{E}_{\text{втор}} \right\}_j \propto \sum_j e^{-i\omega t + i\mathbf{k}_0 \mathbf{r}_j} \times e^{-i\omega t + i\mathbf{k}(\mathbf{R} - \mathbf{r}_j)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{R}} \int_V e^{i(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k})\mathbf{r}} d^3r \Rightarrow e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{R}} \delta_{(3)}(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k})$$

Интерферируя, вторичные волны воспроизводят падающую волну!

Где сдвиг фазы $\pi/2$?

Интегрирование волн диполей в тонком плоском слое



$$E_{\text{втор}} \propto e^{-i\omega t} \int_0^{\rho^*} \int_0^{2\pi} \frac{e^{ik\sqrt{R^2 + \rho^2}}}{\sqrt{R^2 + \rho^2}} \sin^2 \theta(\rho, \varphi) d\varphi \rho d\rho$$

волны диполей Герца, вертикальные компоненты

$$E_{\text{БТОР}} \propto e^{-i\omega t} \int_0^{\rho^*} \int_0^{2\pi} \underbrace{\frac{e^{ik\sqrt{R^2+\rho^2}}}{\sqrt{R^2+\rho^2}} \sin^2 \theta(\rho, \varphi)}_{\sin^2 \theta(\rho, \varphi)} d\varphi \rho d\rho =$$

$$\sin^2 \theta(\rho, \varphi) = \frac{R^2 + \rho^2 \cos^2 \varphi}{R^2 + \rho^2} \quad \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta(\rho, \varphi) d\varphi = 2\pi \frac{R^2 + \rho^2/2}{R^2 + \rho^2}$$

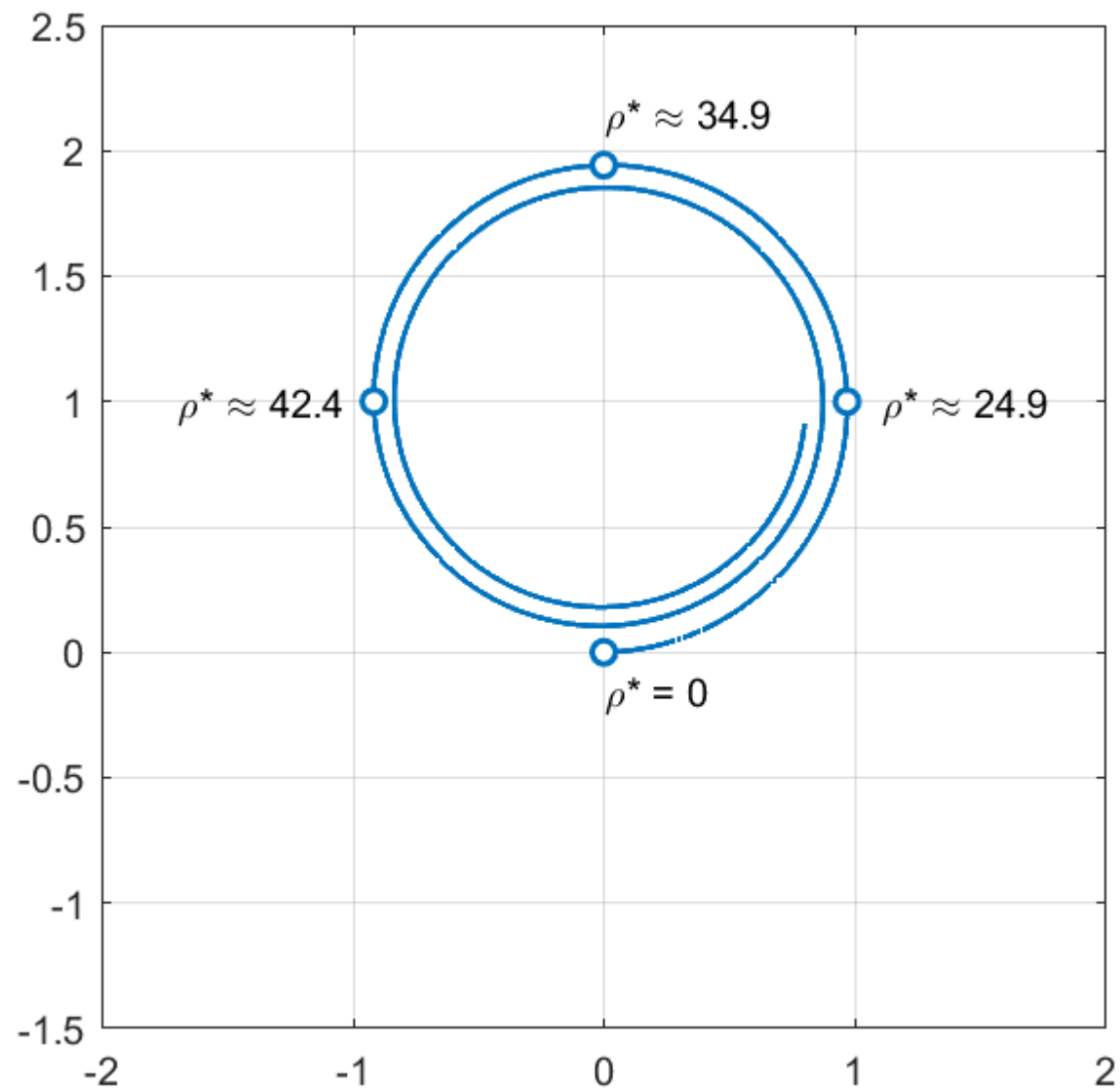
$$= \pi e^{-i\omega t} \int_R^{\rho^*} \frac{e^{iks}}{s^2} (R^2 + s^2) ds = \frac{\pi}{ik} e^{-i\omega t} \int_R^{\rho^*} \frac{R^2 + s^2}{s^2} d(e^{iks}) =$$

$$s = \sqrt{R^2 + \rho^2}$$

$$= \frac{\pi}{ik} e^{-i\omega t} \left\{ \left[\frac{R^2 + s^2}{s^2} e^{iks} \right]_R^{\rho^*} - \int_R^{\rho^*} e^{iks} d\left(\frac{R^2 + s^2}{s^2} \right) \right\} =$$

$$= \frac{\pi}{ik} e^{-i\omega t} \left\{ \underbrace{\left(e^{ik\rho^*} \right)_{\rho^* \rightarrow \infty}}_{\rightarrow 0} - 2e^{ikR} + 2R^2 \underbrace{\int_R^{\infty} e^{iks} \frac{ds}{s^3}}_{\sim \lambda / R} \right\} \rightarrow i \frac{2\pi}{k} e^{-i\omega t + ikR} !!!$$

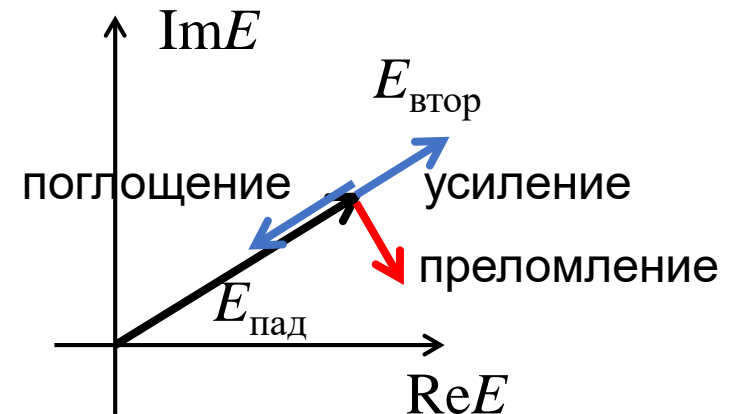
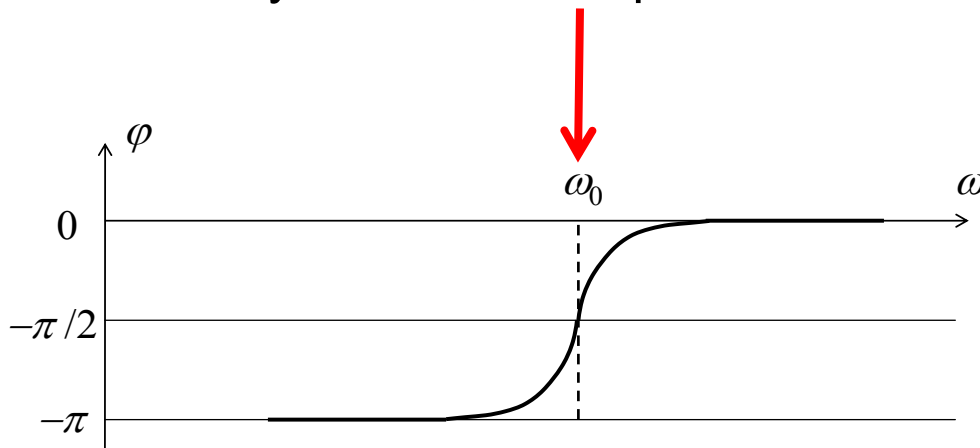
$$\left[\frac{R^2 + s^2}{2s^2} e^{ik(s-R)} \right]_R^{\rho^*}$$



ВЫВОДЫ:

Показатель преломления вещества возникает как отклик атомарной/молекулярной среды в виде излучения диполей, наведенных падающим излучением. Суммарное излучение диполей (= вторичных волн) воспроизводит падающую волну со сдвигом по фазе на $\pi/2$ в прозрачных средах.

В поглощающей/усиливающей среде сдвиг фазы вторичной волны составляет π (поглощающая среда) и 0 (усиливающая среда). Тогда амплитуда падающей волны либо убывает, либо растет.



Материал:

М.Борн, Э.Вольф. Основы оптики. М., «Наука», 1970
(раздел 10.4.2, стр. 551)

Темы для самостоятельного повторения/изучения:

- Дельта-функция, интеграл от экспоненты,
 обобщенные функции;
- Преобразование Фурье, примеры взаимосвязи ширин;
- и др.

Основная характеристика электромагнитной волны:

- частота, или число колебаний электрического и магнитного полей в секунду, ν [Гц];
- длина волны, или расстояние, преодолеваемое светом за время одной осцилляции, $\lambda = c / \nu$ [м];
- волновое число $\tilde{\nu} = 1 / \lambda$ [см⁻¹] (в спектроскопии);
- круговая частота $\omega = 2\pi\nu$ [1/сек] (в теории);
- волновой вектор \mathbf{k} , $|k| = 2\pi / \lambda$ (в теории).

Интеграл = сумма вкладов кольцевых зон Френеля; приближенно:

$$\sqrt{R^2 + \rho_m^2} = R + m \frac{\lambda}{2}$$

Круг $m = 0 \pm \frac{1}{2}$, дистанция $s \approx R$, вклад $\approx \pi R \lambda / 2$

Кольцо $m = 1 \pm \frac{1}{2}$, дистанция $s \approx R + \frac{\lambda}{2}$, вклад $\approx \pi R \lambda$

