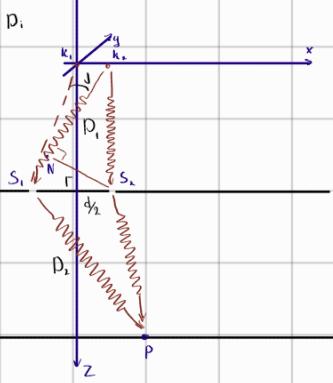


1. Угловой размер Солнца примерно равен 0.5 градуса. Можно ли наблюдать от него интерференцию в опыте Юнга, если да, то при каком расстоянии между щели.

Экспериментально наблюдаемость соответствует интерференционной картине с видностью >0.05.

Свет Солнца предварительно можно пропустить через монохроматический фильтр.

Рассмотрим для начала 2 источника



Пусть угол между членами  $\theta$ , тогда разность хода для источника  $k_2$

$$\delta_1 = \left( \|k_2 S_2\| + \|S_2 P\| - \|k_2 S_1\| - \|S_1 P\| \right) \frac{2\pi}{\lambda}$$

Пусть  $N$  — перпендикуляр от  $S_2$  до  $k_2 S_1$ , тогда фазы в  $N$  и  $S_1$  совпадают, т.к. соответствующий сдвиг  $\delta_{N_2} = 0$

$$\|k_2 S_2\| - \|k_2 S_1\| = \|NS_1\|$$

$$\delta_2 = \left( \|NS_1\| + \|S_1 P\| - \|S_2 P\| \right) \frac{2\pi}{\lambda}$$

Аналогично:

$$\delta_2 = \left( \|NS_2\| + \|S_2 P\| - \|S_1 P\| \right) \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} (\delta_1 - \delta_2) = \frac{2\pi}{\lambda} (\|NS_1\| - \|NS_2\|) = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

Теперь рассмотрим источник в виде отрезка пусть угол  $\theta$ , представим отрезок как  $\{k_0, k_1, \dots, k_n\}$ , примем  $\delta_{k_0} = 0$  тогда следующее получим

$$J_p = \sum_{m=0}^{\infty} J_{y_m} + J_m + 2 \sqrt{J_{y_m} J_m} \cos \left[ \frac{2\pi d}{\lambda} \sin(k_{y_m} \overline{k}_m + \delta) \right] = L \equiv K_{y_m} \overline{k}_m = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \left[ 1 + \int_{-\infty}^{y_m} \cos \left( \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta + \delta \right) d\ell \right]$$

Сейчас мы можем перейти к источнику в виде диска (приближение общей длины позволяет положить что Солнце представляет собой диск)

снови представим диск как множество точечных источников,  $K_0$  центр тогда пусть  $\forall i \rightarrow k_0 k_{ij} = K_0 k_{im}$ , тогда представим иск в виде нового

источ.  $\{k_0, \{k_1, k_2, \dots\}, \dots\}$  определим  $\|k_i\| = K_0 k_{ik}$   $\forall k$ ,  $\|J_i\| \equiv \sum_{j=0}^{\infty} J_{k_{ij}}$

$$J = \sum_{i=0}^{\infty} \|J_i\| \left\{ 1 + \cos \left[ \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \|k_{ij}\| + \delta \right] \right\} = 2 J_\Sigma + 2 \sum_i \|J_i\| \cos \left( \frac{2\pi d}{\lambda} \|k_i\| \right) \cos(\delta) - 2 \sum_i \|J_i\| \sin \left( \frac{2\pi d}{\lambda} \|k_i\| \right) \sin(\delta) \Rightarrow$$

$$\frac{\partial J}{\partial \delta} = C + S \Rightarrow \text{экспр. 6. } \operatorname{tg}(\delta) = - \frac{2 \sum_i \|J_i\| \sin \left( \frac{2\pi d}{\lambda} \|k_i\| \right)}{2 \sum_i \|J_i\| \cos \left( \frac{2\pi d}{\lambda} \|k_i\| \right)}$$

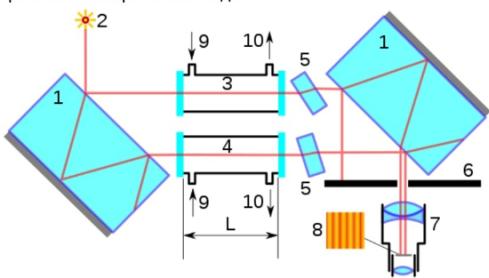
$$J = \frac{\int [ \sum_i \|J_i\| \sin \left( \frac{2\pi d}{\lambda} \|k_i\| \right) ] + [ \sum_i \|J_i\| \cos \left( \frac{2\pi d}{\lambda} \|k_i\| \right) ]^2}{2 J_\Sigma}$$

В этом случае все легко  $J$  соответствует когда-то  $\|J_i\| = \lambda \sin \theta$   $\|k_i\| = L$

Возьмем  $\lambda = 600$  нм, расчет сделан в Wolfram Alpha

$$J = \frac{\int [ \sum_{i=0}^{\infty} \left( \int_{-\infty}^{y_i} \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} 2\pi \ell d \right) + \sin \left( \frac{2\pi}{\lambda} 2\pi \ell d \right) d\ell \right) ] + [ \sum_{i=0}^{\infty} \left( \int_{-\infty}^{y_i} \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} 2\pi \ell d \right) + \sin \left( \frac{2\pi}{\lambda} 2\pi \ell d \right) d\ell \right) ]^2}{2 J_\Sigma} = 0,05 \quad \text{при} \quad d = 65 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

2. Интерферометр Жамена используется для измерения давления (см. рис). Настройкой компенсаторов разности хода можно добиться одинаковой или достаточно произвольной разности хода.



Освещение в интерферометре производится лазером с длиной волны 455 нм и шириной линии 1 нм. Детектирование осуществляется фотодиодом с 8 битным АЦП, притом именно битность АЦП ограничивает разрешающую способность.

Сначала прибор был отьюстирован без кювет: наблюдается провал интенсивности от максимального значения до 0.

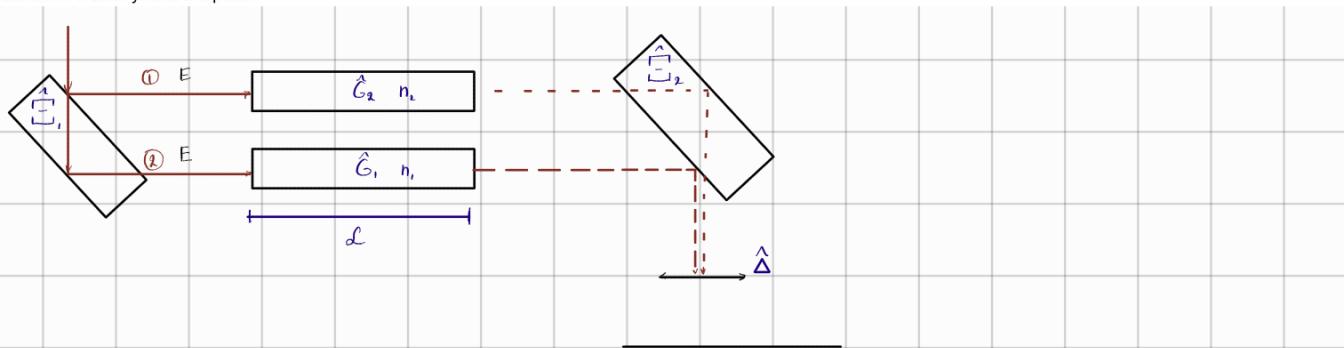
Далее в него поместили кюветы.

Одна кювета герметично запаяна и заполнена воздухом, вторая - открыта на воздух. Температуры газов одинаковы. Сами кюветы также старались сделать одинаковыми.

Коэффициент преломления воздуха при комнатной температуре и атмосферном давлении равен 1,0003, и отличается от 1 пропорционально давлению.

Какой длины должны быть кюветы, чтобы можно было измерить изменение давления на 1 мм рт ст?

Считая что кюветы слегка различаются только по длине, оценить, насколько велико это различие, если разрешающая способность из-за разьюстировки прибора при вставлении кювет упала в 2 раза.



Оператор  $\hat{\Delta}$ , никак не влияет на фазу, поэтому не читается.  $\hat{\Delta} \hat{\Delta}_2 = \hat{Q}$  этот оператор наклонит ① относительно ②

$$E = A_0 \exp(ikr - i\omega t) \xrightarrow{\hat{G}} E = A_0 \exp(ikr - i\omega t - i\omega \frac{\delta n}{c})$$

символизирует задержку волны

Будем считать что 1 нм << 455 нм тогда  $\hat{J} \rightarrow \langle E_1 E_2 \rangle$  т.к. на прохождение 1 нм фаза второй (стеклян. волны) меняется слабо

При калибровке:

$$\overline{I_{\max}} = \langle E_1 E_2 \rangle = 4 A_0^2$$

$\Rightarrow$  точность датчика -  $\frac{4A_0^2}{\lambda^4} = \frac{A_0^2}{\lambda^6}$

$$I_{m,n} = 0$$

При измерении

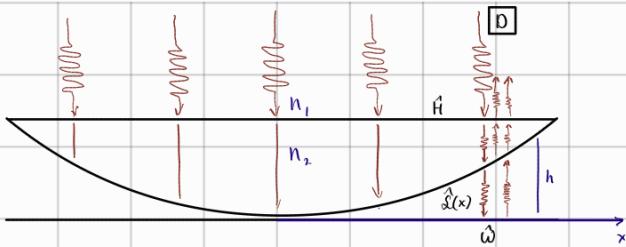
$$J = J_1 + J_2 + 2 \sqrt{J_1 J_2} \cos \left( i\omega \frac{\delta n_1}{c} - i\omega \frac{\delta n_2}{c} \right) = 2 A \left[ 1 + \cos \left( i\omega \frac{\delta n_1}{c} - i\omega \frac{\delta n_2}{c} \right) \right]$$

$$n(P) = 1 + 0.0003 \frac{P}{10^5 Pa}$$

$$J \geq \frac{A^2}{\lambda^6} \Rightarrow \cos \left( \omega \frac{\delta n_1}{c} - \omega \frac{\delta n_2}{c} \right) \geq \frac{1}{2^6} - 1 \Rightarrow 0.7 \mu m \leq L \leq 2.3 \mu m \dots$$

Если разрешение упало в 6 раза то это эквивалентно 7 бит

$$\cos \left( \omega \frac{\delta n_1}{c} - \omega \frac{\delta n_2}{c} \right) = \frac{1}{2^6} - 1 \approx 2 \cdot 10^{-4} \mu$$



Оператор поверхности  $\hat{W}$

$$\hat{W}|\psi\rangle = \hat{W}A\exp(ikx+iwt+\delta) = 0,3 A\exp(-ikx+iwt+\delta+i\pi)$$

$$\hat{H}_+|\psi\rangle = \hat{H}_+A\exp(ikx+iwt+\delta) = 0,3 A\exp(-ikx+iwt+\delta+i\pi) + 0,7 A\exp(ikx+iwt+\delta)$$

$$h(x) = R - \sqrt{R^2 - x^2} \approx \frac{x^2}{2R}$$

$$\hat{L}(x)|\psi\rangle = A\exp(ikx+iwt+\delta+i\frac{\pi}{\lambda}\frac{x^2}{2R})$$

Потока удетектора получит

$$|\psi_1\rangle = \hat{H}_+ \hat{H}_t \hat{W} \hat{L}(x) \hat{H}_+ |\psi_0\rangle$$

$$|\psi_2\rangle = \hat{H}_- \hat{H}_- \hat{H}_+ |\psi_0\rangle$$

Заметим что  $\hat{H}_- = \hat{W}$ , замечу,  $[\hat{H}_+, \hat{W}] = 0$ ,  $[\hat{H}_+, \hat{L}(x)] = 0$ ,  $\hat{H}_+ \hat{H}_t = 0,49$

$$|\psi_1\rangle = \hat{H}_+ \hat{L}(x) \hat{H}_+ |\psi_0\rangle = 0,49 \hat{L}(x) |\psi_0\rangle$$

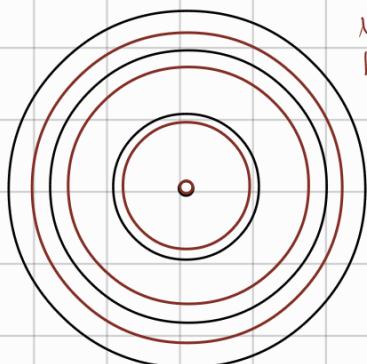
$$|\psi_2\rangle = |\psi_0\rangle$$

Потока детектор прием

$$\mathcal{Y} = \mathcal{Y}_0 + 0,49 \mathcal{Y}_0 + 2 \mathcal{Y}_0 \sqrt{0,49} \cos\left(\frac{\lambda}{\lambda} \frac{x^2}{2R}\right) = \mathcal{Y}_0 [1,49 + 1,4 \cos\left(\frac{\lambda}{\lambda} \frac{x^2}{2R}\right)]$$

$$\frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial x} = -2 \mathcal{Y}_0 \sqrt{0,49} \frac{\lambda \pi x}{\lambda R} \sin\left(\frac{\lambda}{\lambda} \frac{x^2}{2R}\right) \Rightarrow \mathcal{Y}_{min}(x = \sqrt{(m+1)R}) = 0 \quad \mathcal{Y}_{max}(x = \sqrt{mR}) = 1,89 \mathcal{Y}_0 \quad m \in \mathbb{N} \quad \text{min изменился с max}$$

Рисунок наложения кодов от источников с  $\lambda_1, \lambda_2$



Легко  $\lambda_1 = \lambda_0 - \Delta\lambda$   $\lambda_2 = \lambda_0 + \Delta\lambda$ , рассмотрим наложение интерференционных картин от  $\lambda \in \Lambda$  ( $\Lambda = [\lambda_1, \lambda_2]$ ), так как они не колinearны то

$$\mathcal{Y}_2 = \mathcal{Y}_1 + \mathcal{Y}_2$$

Рассмотрим какойто min и соответствующий ему min для  $\lambda_0 = \langle \Lambda \rangle$

$$\mathcal{Y}_2 = \frac{1}{2\Delta\lambda} \int_{\Lambda} \mathcal{Y}(x, \lambda) d\lambda = 1,49 \mathcal{Y}_0 + \frac{1,49}{2\Delta\lambda} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \cos\left(\frac{\lambda}{\lambda} \frac{x^2}{2R}\right) d\lambda \quad \xi = \frac{\lambda R}{\pi x^2} 10^{-3}$$

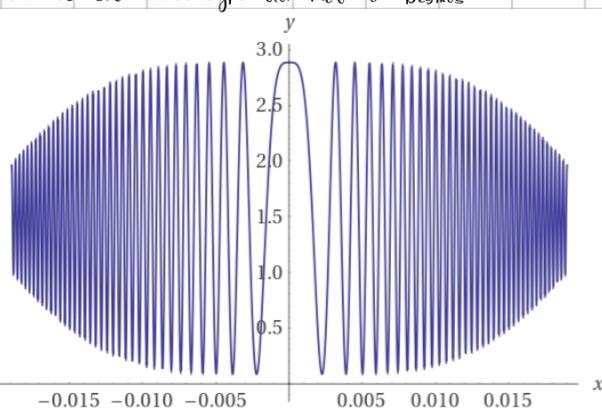
Очевидно что этот int не выражается в элементарно. А так как R не равно

то мы должны сохранить его как параметр. Поэтому предлагают заметить что нам интересны точки

$$x_{max} = \sqrt{(m+1)R}, \quad x_{min} = \sqrt{mR}, \quad \text{Немного упростим int} = \frac{\pi x^2}{R 10^3} \int \cos\left(\frac{1}{\xi} \frac{x^2}{2R}\right) d\xi \quad \text{зде } \xi = \lambda \cdot 10^{-3}$$

Проверка интегриала на правдоподобность, будем  $R=10$   $\mathcal{Y}_0=1$

Также есть более подробный Plot в Desmos



Последний Desmos показывает наш результат для которых

$$\vartheta = 0,03$$

$$m = 49$$

$$\text{int} = \frac{\pi x^2}{R 10^3} \int \cos\left(\frac{1}{\xi} \frac{x^2}{2R}\right) d\xi = \boxed{0 = \frac{1}{\xi}}$$

$$= \frac{\pi x^2}{R 10^3} \int_{\frac{10^3 \lambda_1 R}{\pi x^2}}^{\frac{10^3 \lambda_2 R}{\pi x^2}} \frac{1}{\xi} \cos 0 \cdot 10^{-3} d\xi$$

4. Радиоастрон - Российский проект интерферометра со сверхдлинной базой, придуманный в ФИАН академиком Кардашевым <https://ru.wikipedia.org/wiki/Радиоастрон>. Прибор аналогичен звездному интерферометру Майкельсона, только работает во временном разрешении, а интерференционную картину вычисляет уже на Земле из собранных на Земле и в космосе данных.

Одна станция на Земле измеряет сигнал в радиодиапазоне о дальнего космического объекта, а вторая делает то же самое на геостационарной орбите (большая полуось орбиты 180 тыс км).

Прибор позволяет измерять объекты угловым размером до 3 миллионных долей угловой секунды.

В каком диапазоне частотах работает телескоп?

Из 1 задачи получим что  $d < \frac{A\lambda}{\theta}$ , где для двух точек  $A = 0,5$ , линейного источника  $A = 1$ , диска  $A = 1,22$ .

Очевидно что нижнего предела волны  $\lambda \approx 1,22$

$$\text{Отсюда } \lambda > \frac{1,5 \cdot 10^6 \cdot 4,5 \cdot 10^{-4}}{1,22} = 0,002 \text{ м}$$

Это все зависит от типа источника например галактики, будут иметь более яркий центр и темные края  $\Rightarrow ||J||$  края будет падать  $\Rightarrow \lambda$  увеличится и с бывшей доступной меньшии длины волн, но в основном это так.

\*Корр. А для объектов кроме дисков на лекциях но их не можно

получить из полученной формулы из 1 номера.