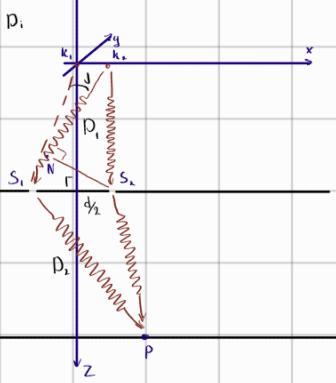


1. Угловой размер Солнца примерно равен 0.5 градуса. Можно ли наблюдать от него интерференцию в опыте Юнга, если да, то при каком расстоянии между щели.

Экспериментально наблюдаемость соответствует интерференционной картине с видностью >0.05.

Свет Солнца предварительно можно пропустить через монохроматический фильтр.

Рассмотрим для начала 2 источника



Пусть угол между ними ϑ , тогда разность хода для источника k_2

$$\delta_2 = \left(\|k_2 S_2\| + \|S_2 P\| - \|k_2 S_1\| - \|S_1 P\| \right) \frac{2\pi}{\lambda}$$

Пусть N — перпендикуляр от S_2 до $k_2 S_1$, тогда фазы в N и S_1 совпадают, т.к. соответствующий сдвиг $\delta_{N_2} = 0$

$$\|k_2 S_2\| - \|k_2 S_1\| = \|NS_1\|$$

$$\delta_2 = \left(\|NS_1\| + \|S_2 P\| - \|S_1 P\| \right) \frac{2\pi}{\lambda}$$

Аналогично:

$$\delta_1 = \left(\|NS_2\| + \|S_1 P\| - \|S_2 P\| \right) \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} (\delta_1 - \delta_2) = \frac{2\pi}{\lambda} (\|NS_1\| - \|NS_2\|) = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \vartheta$$

Теперь рассмотрим источник в виде отрезка пусть угол θ , представим отрезок как $\{K_0, K_1, \dots, K_n\}$, примем $\delta_{K_0} = 0$ тогда получим

$$J_p = \sum_{m=0}^{\infty} J_{y_m} + J_{\theta_m} + 2 \int_{\theta_m}^{\theta} J_{y_m} \cos \left[\frac{2\pi d}{\lambda} \sin(K_m \hat{k}_m) + \delta \right] = \boxed{L \equiv K_m \hat{k}_m} = 2 \int_{\theta_m}^{\theta} \left[1 + \int_{\theta_m}^{\theta} \cos \left(\frac{2\pi d}{\lambda} \sin \delta + \delta \right) d\ell \right]$$

Сейчас мы можем перейти к источнику в виде диска (приближение общей длины позволяет положить что Солнце представляет собой диск)

снови представим диск как множество точечных источников, K_0 центр тогда пусть $\forall i \rightarrow K_0 K_{ij} = K_0 \hat{k}_{im}$, тогда представим иск в виде нового

иск. $\{K_0, \{K_1, K_2, \dots\}, \dots\}$ определим $\|k_i\| = K_0 \hat{k}_{ik} \forall k$, $\|J_i\| \equiv \sum_{j=0}^{\infty} J_{K_{ij}}$

$$J = \sum_{i=0}^{\infty} \|J_i\| \left\{ 1 + \cos \left[\frac{2\pi d}{\lambda} \sin \|K_{ij}\| + \delta \right] \right\} = 2 J_{\theta} + 2 \sum_{i=0}^{\infty} \|J_i\| \cos \left(\frac{2\pi d}{\lambda} \|K_{ij}\| \right) \cos(\delta) - 2 \sum_{i=0}^{\infty} \|J_i\| \sin \left(\frac{2\pi d}{\lambda} \|K_{ij}\| \right) \sin(\delta) \Rightarrow$$

$$\frac{\partial J}{\partial \delta} = C + S \Rightarrow \text{экспр. 6. } \operatorname{tg}(\delta) = - \frac{2 \sum_{i=0}^{\infty} \|J_i\| \sin \left(\frac{2\pi d}{\lambda} \|K_{ij}\| \right)}{2 \sum_{i=0}^{\infty} \|J_i\| \cos \left(\frac{2\pi d}{\lambda} \|K_{ij}\| \right)}$$

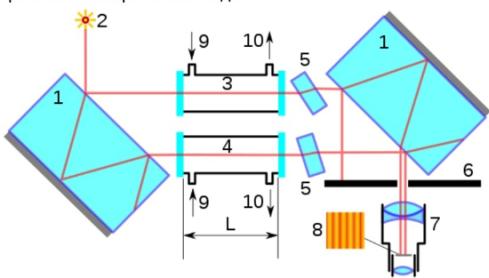
$$J = \frac{\int [\sum_{i=0}^{\infty} \|J_i\| \sin \left(\frac{2\pi d}{\lambda} \|K_{ij}\| \right)] + [\sum_{i=0}^{\infty} \|J_i\| \cos \left(\frac{2\pi d}{\lambda} \|K_{ij}\| \right)]^2}{2 J_{\theta}}$$

В этом случае все легко J соответствует когда-то $\|J\| = \frac{\pi d}{\lambda \theta}$, $\|k_i\| = L$

Возьмем $\lambda = 600$ нм, расчет сделан в Wolfram Alpha

$$J = \sqrt{J_{\theta}^2 + \frac{J_{\theta}^2}{\theta^2} \left[\cos \left(\frac{2\pi d}{\lambda} L \right) + \sin \left(\frac{2\pi d}{\lambda} L \right) \right]^2} = 0,05 \text{ при } d = 6,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

2. Интерферометр Жамена используется для измерения давления (см. рис). Настройкой компенсаторов разности хода можно добиться одинаковой или достаточно произвольной разности хода.



Освещение в интерферометре производится лазером с длиной волны 455 нм и шириной линии 1 нм. Детектирование осуществляется фотодиодом с 8 битным АЦП, притом именно битность АЦП ограничивает разрешающую способность.

Сначала прибор был отьюстирован без кювет: наблюдается провал интенсивности от максимального значения до 0.

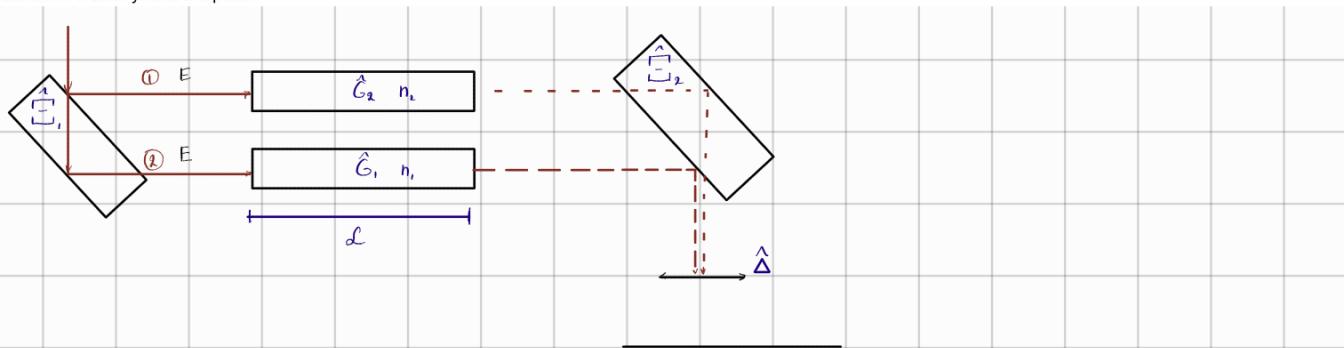
Далее в него поместили кюветы.

Одна кювета герметично запаяна и заполнена воздухом, вторая - открыта на воздух. Температуры газов одинаковы. Сами кюветы также старались сделать одинаковыми.

Коэффициент преломления воздуха при комнатной температуре и атмосферном давлении равен 1,0003, и отличается от 1 пропорционально давлению.

Какой длины должны быть кюветы, чтобы можно было измерить изменение давления на 1 мм рт ст?

Считая что кюветы слегка различаются только по длине, оценить, насколько велико это различие, если разрешающая способность из-за разьюстировки прибора при вставлении кювет упала в 2 раза.



Оператор $\hat{\Delta}$, никак не влияет на фазу, поэтому не читается. $\hat{\Delta} \hat{\Delta}_2 = \hat{\Delta}$ этот оператор наклонит ① относительно ②

$$E = A_0 \exp(ikr - i\omega t) \xrightarrow{\hat{G}} E = A_0 \exp(ikr - i\omega t - i\omega \frac{\delta n}{c})$$

символизирует задержку волны

Будем считать что 1 нм ≈ 455 нм тогда $\hat{J} \rightarrow \langle E_1 E_2 \rangle$ т.к. на прохождение 1 нм фаза второй (стеклян. волны) меняется слабо

При калибровке:

$$\overline{I_{\max}} = \langle E_1 E_2 \rangle = 4 A_0^2$$

\Rightarrow точность датчика - $\frac{4A_0^2}{\lambda^4} = \frac{A_0^2}{\lambda^6}$

$$I_{m,n} = 0$$

При измерении

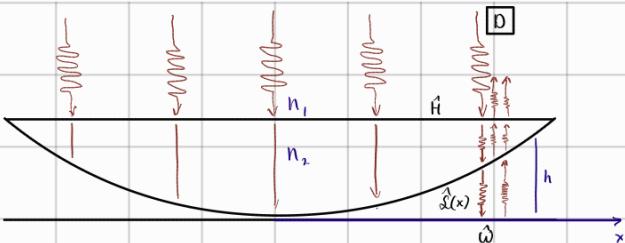
$$J = J_1 + J_2 + 2 \sqrt{J_1 J_2} \cos \left(i\omega \frac{\delta n_1}{c} - i\omega \frac{\delta n_2}{c} \right) = 2 A \left[1 + \cos \left(i\omega \frac{\delta n_1}{c} - i\omega \frac{\delta n_2}{c} \right) \right]$$

$$n(P) = 1 + 0.0003 \frac{P}{10^5 Pa}$$

$$J \geq \frac{A^2}{\lambda^6} \Rightarrow \cos \left(\omega \frac{\delta n_1}{c} - \omega \frac{\delta n_2}{c} \right) \geq \frac{1}{2^6} - 1 \Rightarrow 0.7 \mu m \leq L \leq 2.3 \mu m \dots$$

Если разрешение упало в 6 раза то это эквивалентно 7 см

$$\cos \left(\omega \frac{\delta n_1}{c} - \omega \frac{\delta n_2}{c} \right) = \frac{1}{2^6} - 1 \approx 2 \cdot 10^{-4} \mu$$



Оператор поверхности \hat{W}

$$\hat{W}|\psi\rangle = \hat{W}A\exp(ikx+iwt+\delta) = 0,3 A\exp(-ikx+iwt+\delta+i\pi)$$

$$\hat{H}_+|\psi\rangle = \hat{H}_+A\exp(ikx+iwt+\delta) = 0,3 A\exp(-ikx+iwt+\delta+i\pi) + 0,7 A\exp(ikx+iwt+\delta)$$

$$h(x) = R - \sqrt{R^2 - x^2} \approx \frac{x^2}{2R}$$

$$\hat{L}(x)|\psi\rangle = A\exp(ikx+iwt+\delta+i\frac{\pi}{\lambda}\frac{x^2}{2R})$$

Поле удетектора получит

$$|\psi_1\rangle = \hat{H}_+ \hat{H}_t \hat{W} \hat{L}(x) \hat{H}_+ |\psi_0\rangle$$

$$|\psi_2\rangle = \hat{H}_- \hat{H}_- \hat{H}_+ |\psi_0\rangle$$

Заметим что $\hat{H}_- = \hat{W}$, замечу, $[\hat{H}_+, \hat{W}] = 0$, $[\hat{H}_+, \hat{L}(x)] = 0$, $\hat{H}_+ \hat{H}_t = 0,49$

$$|\psi_1\rangle = \hat{H}_+ \hat{L}(x) \hat{H}_+ |\psi_0\rangle = 0,49 \hat{L}(x) |\psi_0\rangle$$

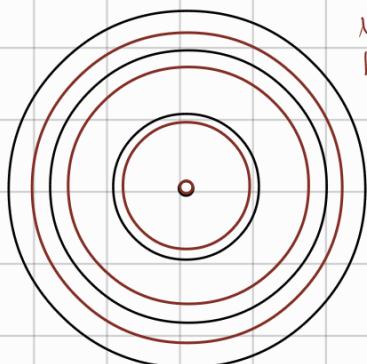
$$|\psi_2\rangle = |\psi_0\rangle$$

Поле детектора примет

$$\mathcal{Y} = \mathcal{Y}_0 + 0,49 \mathcal{Y}_0 + 2 \mathcal{Y}_0 \sqrt{0,49} \cos\left(\frac{\lambda \hat{x}}{\lambda} \frac{x^2}{2R}\right) = \mathcal{Y}_0 [1,49 + 1,4 \cos\left(\frac{\lambda \hat{x}}{\lambda} \frac{x^2}{2R}\right)]$$

$$\frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial x} = -2 \mathcal{Y}_0 \sqrt{0,49} \frac{\lambda \hat{x}}{\lambda R} \sin\left(\frac{\lambda \hat{x}}{\lambda} \frac{x^2}{2R}\right) \Rightarrow \mathcal{Y}_{min}(x = \sqrt{(m+1)R}) = 0 \quad \mathcal{Y}_{max}(x = \sqrt{mR}) = 1,89 \mathcal{Y}_0 \quad m \in \mathbb{N} \quad \text{min изменился с max}$$

Рисунок наложения колец от источников с λ_1, λ_2



Легко $\lambda_1 = \lambda_0 - \Delta\lambda$ $\lambda_2 = \lambda_0 + \Delta\lambda$, рассмотрим наложение интерференционных картин от $\lambda \in \Lambda$ ($\Lambda = [\lambda_1, \lambda_2]$), так как они не колinearны то \leftrightarrow

$$\mathcal{Y}_2 = \mathcal{Y}_1 + \mathcal{Y}_2$$

Рассмотрим какойто min и соответствующий ему min для $\lambda_0 = \langle \Lambda \rangle$

$$\mathcal{Y}_2 = \frac{1}{2\Delta\lambda} \int_{\Lambda} \mathcal{Y}(x, \lambda) d\lambda = 1,49 \mathcal{Y}_0 + \frac{1,49}{2\Delta\lambda} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \cos\left(\frac{\lambda \hat{x}}{\lambda} \frac{x^2}{2R}\right) d\lambda \quad \xi = \frac{\lambda R}{\pi x} 10^{-3}$$

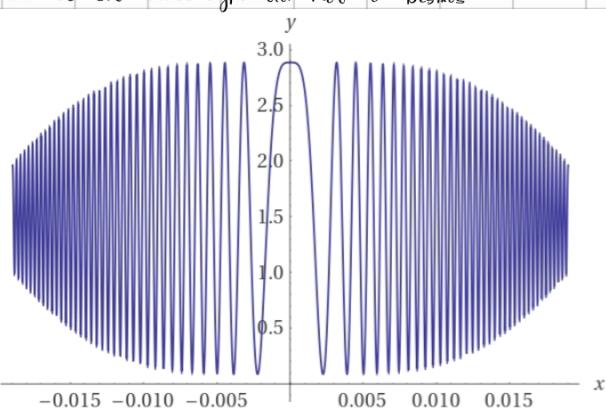
Очевидно что этот int не выражается в элем. фрнс. А так как R не равно

то мы должны сохранить его как параметр. Поэтому предлагают заметить что как интересны точки

$$x_{max} = \sqrt{(m+1)R}, \quad x_{min} = \sqrt{mR}, \quad \text{Немного упростим int} = \frac{\pi x^3}{R 10^3} \int \cos\left(\frac{1}{\xi} \frac{x^2}{2R}\right) d\xi \quad \text{зде } \xi = \lambda \cdot 10^{-3}$$

Проверка интегриала на правдоподобность, будем $R=10$, $\mathcal{Y}_0=1$

Также есть более подробный Plot в Desmos



$$\text{int} = \frac{\pi x^3}{R 10^3} \int \cos\left(\frac{1}{\xi} \frac{x^2}{2R}\right) d\xi = 0 = \frac{\pi x^3}{R 10^3} \int \frac{1}{\xi^2} \cos 0 \cdot 10^{-3} d\xi$$

Последний Desmos показывает что у нас есть

$$\vartheta \approx 0,03$$

$$m = 49$$

4. Радиоастрон - Российский проект интерферометра со сверхдлинной базой, придуманный в ФИАН академиком Кардашевым <https://ru.wikipedia.org/wiki/Радиоастрон>. Прибор аналогичен звездному интерферометру Майкельсона, только работает во временном разрешении, а интерференционную картину вычисляет уже на Земле из собранных на Земле и в космосе данных.

Одна станция на Земле измеряет сигнал в радиодиапазоне о дальнего космического объекта, а вторая делает то же самое на геостационарной орбите (большая полуось орбиты 180 тыс км).

Прибор позволяет измерять объекты угловым размером до 3 миллионных долей угловой секунды.

В каком диапазоне частотах работает телескоп?

Из 1 задачи получим что $d < \frac{A\lambda}{\theta}$, где для двух точек $A = 0,5$, линейного источника $A = 1$, диска $A = 1,22$.

Очевидно что нижнего предела волны $\lambda \approx 1,22$

$$\text{Отсюда } \lambda > \frac{1,5 \cdot 10^6 \cdot 4,5 \cdot 10^{-4}}{1,22} = 0,002 \text{ м}$$

Это все зависит от типа источника например галактики, будут иметь более яркий центр и темные края $\Rightarrow ||J||$ края будет падать $\Rightarrow \lambda$ увеличится и с бывшей доступной меньшии длины волн, но в основном это так.

*Корр. А для объектов кроме дисков на лекциях но их не можно

получить из полученной формулы из 1 номера.