Содержание

1. Задание

$$\begin{pmatrix} 0 & 4.0 & 4.0 & 14.0 \\ 12.0 & 20.0 & 0 & 0 \\ 3.0 & 11.0 & 6.0 & 21.0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 4.0 \\ 12.0 & 20.0 \\ 3.0 & 11.0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.0 & 0 & -1.66666666666666667 & -5.83333333333333333 \\ 0 & 1.0 & 1.0 & 3.5 \end{pmatrix} \tag{1.1}$$

$$A^{+} \approx \begin{pmatrix} -0.00390625 & -0.125 & -0.037109375 \\ -0.015625 & 0.0625 & 0 \\ 0.03125 & 0 & 0.046875 \\ 0.0234375 & 0.0234375 & 0.06640625 \end{pmatrix} \tag{1.2}$$

2. Задание

$$\begin{pmatrix} 6.0 & 12.0 & 13.0 & 0 \\ 12.0 & 8.0 & 20.0 & 3.0 \\ 0 & 16.0 & 6.0 & 6.0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.0 & 0 & 1.41666666666666667 & 0.375 \\ 0 & 1.0 & 0.375 & -0.1875 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{17}{12} & \frac{3}{8} \\ 0 & 1 & \frac{3}{8} & -\frac{3}{16} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2.1}$$

$$x + \frac{17 - z}{12} = \frac{3}{8} \tag{2.2}$$

$$y + \frac{3}{8}z = -\frac{3}{16} \tag{2.3}$$

$$x + \frac{17 - z}{12} = \frac{3}{8} \tag{2.4}$$

$$y + \frac{3}{8}z = -\frac{3}{16} \tag{2.5}$$

Наименьшее решение находим спомощью псевдобратной матрици

$$\begin{pmatrix} 0.0872395833333333 \\ 0.29656862745098 \\ -0.0464920343137255 \end{pmatrix} \tag{2.6}$$

3. Задание

Всего 6 условий, при этом максимум вторая проихводная, значит представим полиномом 5 степени.

$$P(x) = y = a + bx + cx^2 + dx^3 + kx^4 + lx^5 \tag{3.1}$$

$$\begin{aligned}
P(0) &= 5 && (3.2)\\
P(1) &= 1 && (3.3)\\
\partial_x P(0) &= 5 && (3.4)\\
\partial_x P(1) &= 9 && (3.5)\\
\partial_x^2 P(0) &= 4 && (3.6)\\
\partial_x^2 P(1) &= 8 && (3.7)
\end{aligned}$$

Нам повезло и сразу можем нати несколько коэфицентов:

$$\begin{aligned}
P(0) &= a = 5 && (3.8)\\
\partial_x P(0) &= b = 5 && (3.9)\\
\partial_x^2 P(0) &= 2c = 4 && (3.10)\\
& && (3.11)
\end{aligned}$$

$$P_3(x) = y = dx^3 + kx^4 + lx^5 \tag{3.12}$$

$$\begin{aligned}
P_3(1) &= -11 && (3.13)\\
\partial_x P_3(1) &= 0 && (3.14)\\
\partial_x^2 P_3(1) &= 4 && (3.15)
\end{aligned}$$

Для остльного составим матрицу

$$\begin{pmatrix} x^3 & x^4 & x^5 \\ 3x^2 & 4x^3 & 5x^4 \\ 6x & 12x^2 & 20x^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ k \\ l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \implies \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 12 & 20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ k \\ l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \tag{3.16}$$

Ссылка на график

4. Задание

Дз я доказывал что кривые безье касаютя точек нчала и конца при этом в этих токах совпадают 1 производные аппроксимационной кривой и прямой которую оппроксимируем.

Из данного очевидно что 2 точки уже мы знаем это $\Xi_1 = \dfrac{A+D}{2}$, $\Xi_2 \dfrac{B+C}{2}$. Дальше мы могли бы взять иеще одну точку (для Ы аппроксимации очевидно, что это должна быть точка с незадействованых ребер) и получит кривую безье 3 стпени, а мы знам, что это всегда полином степени ‘2. В таком случае мы сразу получили овал по определению, так как функции и ее 1 производная будут непрерывны в точках Ξ_1, Ξ_2 согласно изложенныему в 1 абзаце.

С другой соры можно взять еще точки например вершины. В этом никто не гарантирует выпуклости фигуры. Поэтому двате рассмотрим 4 точки $\{x_{i,k}\}, k = \{0,1,2,3\}$ проведем между ними отрезки, так чтобы мы получили ломаную. Давайте приблизим ее кривой Безье. Как уже упомяналось выполнятся:

$$f_i(0) = x_{0,i} \tag{4.1}$$

$$f_i'(0) = -x_{0,i} + x_{1,i} \tag{4.2}$$

$$f_i(1) = x_{3,i} \tag{4.3}$$

$$f_i'(1) = -x_{2,i} + x_{3,i} \tag{4.4}$$

Так как мы кривые Безье это полиномы то они не прерывны, а следовательно для них будет выполняться теорема Лагрнжа. И так мы знаем что на концах производная принемат некоторые значения, в силу непреравности если окажтся так что производные имеют разный знак (что соответствует выпуклой фигуре из четырех точек (это можно заметить просто по графику)), то так как мы уже получим что $f'(t)$ - уже полином 2стпенени имет постоянную производную

5. Задание

Приблизим мнгочленом Чебышева:

$$-ax^2 - bx - c + x^3 - 4x^2 + 3x + 4 = 8U_3\left(\frac{x-3}{4}\right) = x^3 - 9x^2 + 19x - 3 \tag{5.1}$$

$$-ax^2 - bx - c = -5x^2 + 15x - 7 \tag{5.2}$$

$$P_2(x) = 5x^2 - 15x + 7 \tag{5.3}$$

Ссылка на график

6. Задание

Напрмер при $q = -1$

$$2x^2 + y^2 (1 - 4q) + zy (2q + 2) + z^2 (1 - 4q) \implies 2x^2 + 5y^2 + 5z^2 \tag{6.1}$$

Тогда это единичный шар относительно

$$\mu (x, y, z) = \sqrt{\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{y}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{z}{\sqrt{5}}\right)^2} \tag{6.2}$$

Норма единичного вектора:

$$\mu (1, 1, 1) = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2} = \frac{3}{\sqrt{10}} \tag{6.3}$$