Содержание

1. Задание

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 4 & 14 \\ 12 & 20 & 0 & 0 \\ 3 & 11 & 6 & 21 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 4.0 \\ 12.0 & 20.0 \\ 3.0 & 11.0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.0 & 0 & -1.66667 & -5.83333 \\ 0 & 1.0 & 1.0 & 3.5 \end{pmatrix} \tag{1.1}$$

$$A^{+} = \begin{pmatrix} 0.27911 & 0.43254 \\ 0.43254 & 0.74048 \\ -0.03265 & 0.01958 \\ -0.11425 & 0.06855 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.14308 & 0.12893 & -0.18239 \\ 0.08019 & -0.0283 & 0.11321 \end{pmatrix} \approx \tag{1.2}$$

$$\approx \begin{pmatrix} -0.00524967620000001 & 0.0237447703 & -0.0019390195 \\ -0.002508732 & 0.0348117982 & 0.00493877020000001 \\ 0.0062416822 & -0.0047636785 & 0.0081716853 \\ 0.0218439145 & -0.0166702175 & 0.028598603 \end{pmatrix} \tag{1.3}$$

2. Задание

$$\begin{pmatrix} 6.0 & 12.0 & 13.0 & 0 \\ 12.0 & 8.0 & 20.0 & 3.0 \\ 0 & 16.0 & 6.0 & 6.0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.0 & 0 & 1.41667 & 0.375 \\ 0 & 1.0 & 0.375 & -0.1875 \\ 0 & 0 & 0 & 9.0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{17}{12} & \frac{3}{8} \\ 0 & 1 & \frac{3}{8} & -\frac{3}{16} \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix} \tag{2.1}$$

$$x + \frac{17 - z}{12} = \frac{3}{8} \tag{2.2}$$

$$y + \frac{3}{8}z = -\frac{3}{16} \tag{2.3}$$

Наименьшее решение находим с помощью псевдобратной матрицы

$$x = A^{+}b = \begin{pmatrix} 0.0015177708 & 0.0294408958 & -0.0264053542 \\ 0.0175549614 & -0.0228475386 & 0.0579574614 \\ 0.0087332974 & 0.0331401724 & -0.0156735776 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 3.0 \\ 6.0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.0701094378 \\ 0.2792021526 \\ 0.00537905159999998 \end{pmatrix} \tag{2.4}$$

3. Задание

Всего 6 условий, при этом максимум вторая проихводная, значит представим полиномом 5 степени.

$$P(x) = y = a + bx + cx^2 + dx^3 + kx^4 + lx^5 \tag{3.1}$$

$$\begin{aligned} P(0) &= 5 & (3.2)\\ P(1) &= 1 & (3.3)\\ \partial_x P(0) &= 5 & (3.4)\\ \partial_x P(1) &= 9 & (3.5)\\ \partial_x^2 P(0) &= 4 & (3.6)\\ \partial_x^2 P(1) &= 8 & (3.7) \end{aligned}$$

Нам повезло и сразу можем нати несколько коэфицентов:

$$\begin{aligned} P(0) &= a = 5 & (3.8)\\ \partial_x P(0) &= b = 5 & (3.9)\\ \partial_x^2 P(0) &= 2c = 4 & (3.10)\\ & & (3.11) \end{aligned}$$

$$P_3(x) = y = dx^3 + kx^4 + lx^5 \tag{3.12}$$

$$\begin{aligned} P_3(1) &= -11 & (3.13)\\ \partial_x P_3(1) &= 0 & (3.14)\\ \partial_x^2 P_3(1) &= 4 & (3.15) \end{aligned}$$

Для остльного составим матрицу

$$\begin{pmatrix} x^3 & x^4 & x^5 \\ 3x^2 & 4x^3 & 5x^4 \\ 6x & 12x^2 & 20x^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ k \\ l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \implies \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 12 & 20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ k \\ l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \tag{3.16}$$

Ссылка на график

4. Задание

В дз я доказывал что кривые безье касаютя точек нчала и конца при этом в этих токах совпадаеют 1 производные аппроксимационной кривой и прямой которую оппроксимируем.

Из данного очевидно что 2 точки уже мы знаем это $\Xi_1 = \dfrac{A+D}{2}$, $\Xi_2\dfrac{B+C}{2}$. Дальше мы могли бы взять иеще одну точку (для Ы аппроксимации очевидно, что это должна быть точка с незадействованых ребер) и получит кривую безье 3 стпени, а мы знам, что это всегда полином степени ‘2. В таком случае мы сразу получили овал по определению, так как функции и ее 1 производная будут непрерывны в точках Ξ_1, Ξ_2 согласно изложенныему в 1 абзаце.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} (1-t)^2 + \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} 3t^2(1-t)^2 + \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix} 3t^2(1-t) + \begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \end{pmatrix} t^3 \tag{4.1}$$

Ссылка на график

5. Задание

Приблизим мнгочленом Чебышева:

$$-ax^2 - bx - c + x^3 - 4x^2 + 3x + 4 = 8U_3\left(\frac{x-3}{4}\right) = x^3 - 9x^2 + 19x - 3 \tag{5.1}$$

$$-ax^2 - bx - c = -5x^2 + 15x - 7 \tag{5.2}$$

$$P_2(x) = 5x^2 - 15x + 7 \tag{5.3}$$

Ссылка на график

6. Задание

Напрмер при $q = -1$

$$2x^2 + y^2\left(1 - 4q\right) + zy\left(2q + 2\right) + z^2\left(1 - 4q\right) \implies 2x^2 + 5y^2 + 5z^2 \tag{6.1}$$

Тогда это единичный шар относительно

$$\mu\left(x, y, z\right) = \sqrt{\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{y}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{z}{\sqrt{5}}\right)^2} \tag{6.2}$$

Норма единичного вектора:

$$\mu\left(1, 1, 1\right) = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2} = \frac{3}{\sqrt{10}} \tag{6.3}$$

7. Задание

$$A^TA = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 20 \\ 10 & 12 & 8 \\ 19 & 12 & 17 \end{pmatrix} \tag{7.1}$$

$$\lambda_3 = -4 \implies 0 \ \lambda_2 = 10,2 \implies 0 \ \lambda_1 = 39,3 \tag{7.2}$$

$$\begin{pmatrix} 0.799154 \\ 0.587255 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{7.3}$$

$$\begin{pmatrix} 0.799154 & 0 & 0 \\ 0.587255 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 39.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.799154 & 0.587255 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25.04 & 18.4 & 31.33 \\ 18.4 & 13.52 & 23.02 \\ 31.33 & 23.02 & 39.2 \end{pmatrix} \tag{7.4}$$