КОГЕРЕНТНОСТЬ ПОЛЕЙ

Когерентность – мера сходства двух полей

Описание интерференции полей

$$E_1 = E_1(t, \mathbf{r})$$

$$I \propto |E_1 + E_2|^2 = E_1 E_1^* + E_2 E_2^* + \underbrace{E_1 E_2^* + E_1^* E_2}_{\text{интерференционное слагаемое}}$$

$$E_2 = E_2(t, \mathbf{r})$$

Интерференция есть всегда

Когерентность = условие <u>стационарной</u> интерференции

$\overline{E_1 E_2^*} \neq 0$ поля когерентны и интерференцию просто наблюдать

$\overline{E_1 E_2^*} = 0$ поля некогерентны, требуется быстрый отклик средства наблюдения

КОГЕРЕНТНОСТЬ ПОЛЕЙ

Когерентность – мера сходства двух полей

- Оценка объема, в котором поля схожи;
- Оценка условий стационарной интерференции полей;
- и др.

Функция когерентности двух полей:

$$E_1 = E_1(t_1, \mathbf{r}_1)$$

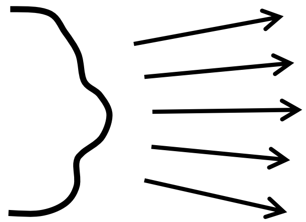
$$\gamma(E_1, E_2) = \frac{\overline{E_1 E_2^*}}{\sqrt{\overline{|E_1|^2} \times \overline{|E_2|^2}}}$$

$$E_2 = E_2(t_2, \mathbf{r}_2)$$

Одинаковые поля: $|\gamma| = 1$, т.е. поля *когерентны*

Статистически разные поля: $\gamma = 0$, т.е. поля *некогерентны*

Когерентность полей одного источника



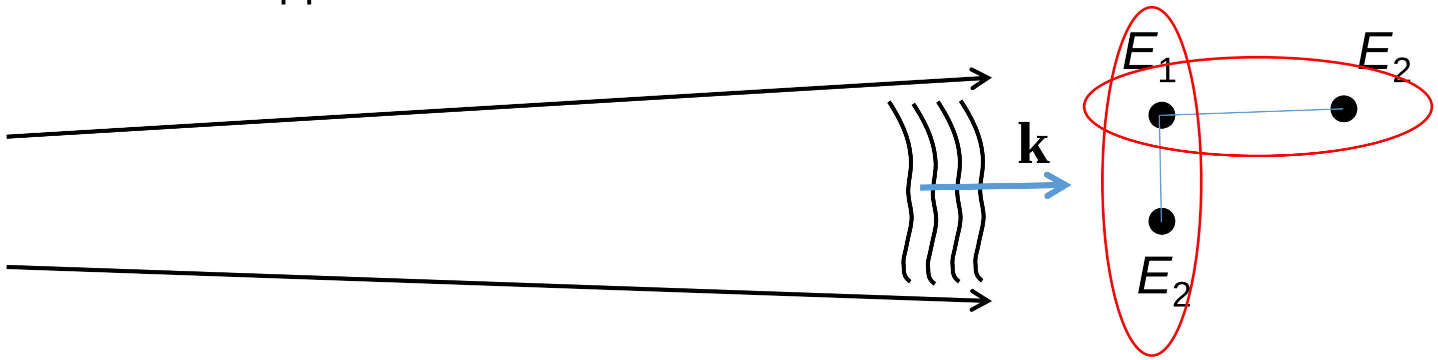
источник излучения

$$E_1 = E(t_1, \mathbf{r}_1)$$

$$E_2 = E(t_2, \mathbf{r}_2)$$

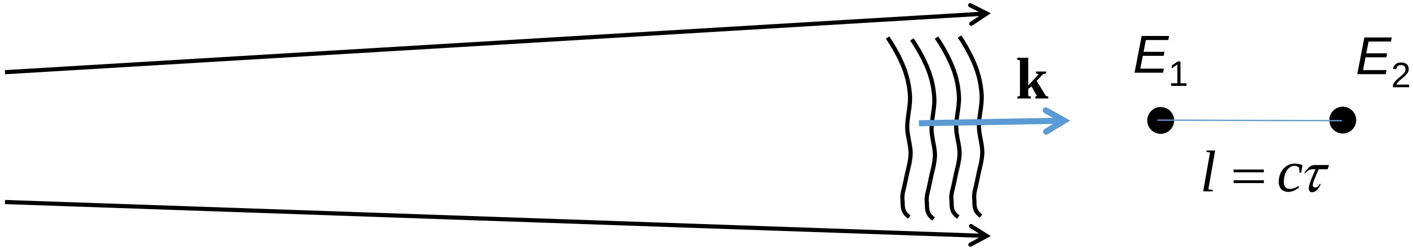
$$\gamma(E_1, E_2) = ?$$

Вдали от источника



Продольная и поперечная когерентность

Продольная когерентность = временнáя когерентность



$$\gamma(\tau) = \frac{\overline{E(t)E^*(t-\tau)}}{\overline{|E(t)|^2}} = \frac{1}{\bar{I}}\overline{E(t)E^*(t-\tau)}$$

$\bar{I}$ - средняя интенсивность

Теорема Винера-Хинчина для функции временнóй когерентности

Теорема Винера-Хинчина для функции временнóй когерентности

$$E(t) = \int s(\omega) e^{-i\omega t} d\omega$$ - спектральное разложение поля

$$s(\omega)$$ - амплитудный спектр излучения

$$S(\omega) = |s(\omega)|^2$$ - энергетический спектр излучения доступен с помощью спектральных приборов

$$\gamma(\tau) = \frac{1}{\bar{I}} \overline{E(t)E^*(t-\tau)} =$$

$$= \frac{1}{\bar{I}} \lim_{T\to\infty} \int_0^T \left(\int s(\omega_1) e^{-i\omega_1 t} d\omega_1 \right) \left(\int s^*(\omega_2) e^{i\omega_2 (t-\tau)} d\omega_2 \right) dt =$$

$$= \frac{2\pi}{\bar{I}} \iint e^{-i\omega_2 \tau} s(\omega_1) s^*(\omega_2) \delta(\omega_1 - \omega_2) d\omega_1 d\omega_2 =$$

$$= \frac{2\pi}{\bar{I}} \int e^{-i\omega\tau} |s(\omega)|^2 d\omega \equiv \frac{2\pi}{\bar{I}} \int e^{-i\omega\tau} S(\omega) d\omega$$

Теорема Винера-Хинчина

$$\gamma(\tau) = \frac{1}{\bar{I}}\overline{E(t)E^*(t-\tau)} = \frac{2\pi}{\bar{I}}\int e^{-i\omega\tau}S(\omega)d\omega$$

$$\boxed{\text{Функция временнóй когерентности есть Фурье-образ энергетического спектра излучения}}$$

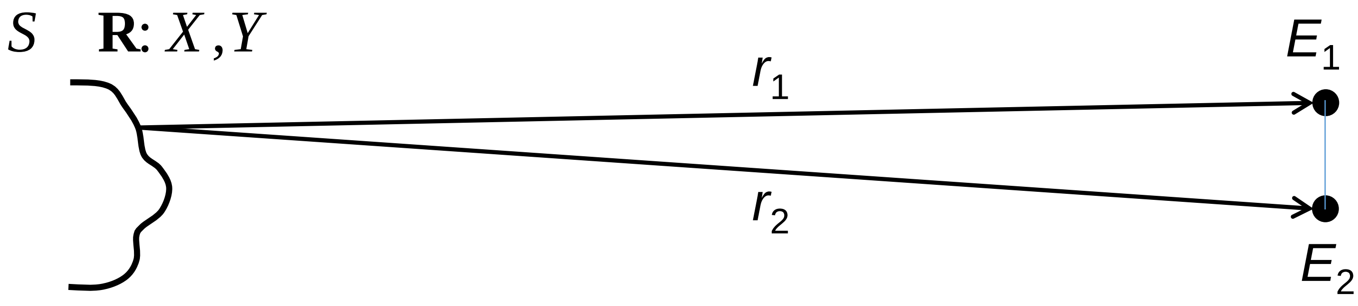
- При распространении в свободном пространстве энергетический спектр не изменяется, т.е. неизменна и функция временнóй когерентности

- Свойства Фурье-образов хорошо известны:

$$S(\omega) = S_0\exp\left\{-\left(\frac{\omega-\omega_0}{\Delta\omega/2}\right)^2\right\} \qquad \gamma(\tau) = \exp\left\{-\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ког}}/2}\right)^2\right\} \qquad \tau_{\text{ког}} = \frac{8}{\Delta\omega}$$

Принимают: $\tau_{\text{ког}} \approx \dfrac{2\pi}{\Delta\omega} = \dfrac{1}{\Delta\nu[\text{Гц}]}$ $\qquad l_{\text{ког}} = c\cdot\tau_{\text{ког}}$

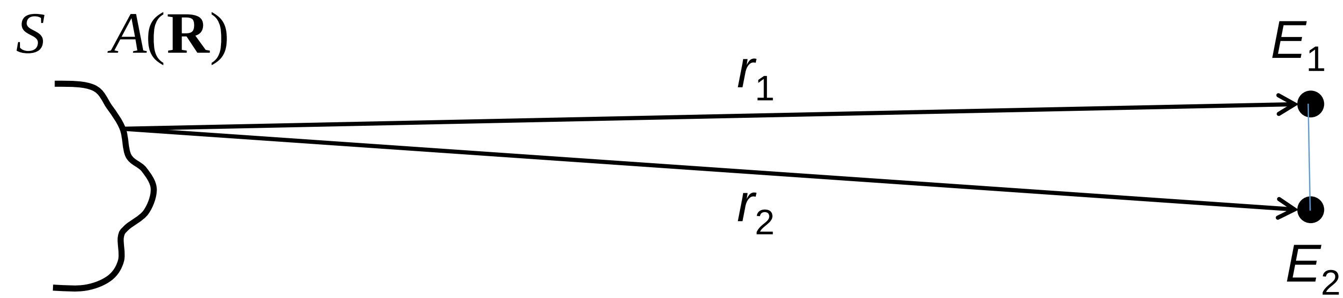
Поперечная когерентность



Теорема ван Циттерта-Цернике для функции поперечной когерентности излучения нелазерных источников:

- лампы накаливания,
- газоразрядные лампы,
- Солнце, звезды
- люминесцентные лампы,
- светодиоды

и пр.



$$E_1 \propto \int_S \frac{A(\mathbf{R}, t - r_1/c)}{r_1} e^{-i\omega(t - r_1/c)} dS \qquad r_1 = \sqrt{(X - x_1)^2 + (Y - y_1)^2 + (Z - z_1)^2}$$

$$E_2 \propto \int_S \frac{A(\mathbf{R}, t - r_2/c)}{r_2} e^{-i\omega(t - r_2/c)} dS \qquad r_2 = \sqrt{(X - x_2)^2 + (Y - y_2)^2 + (Z - z_2)^2}$$

$$\gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \propto \int_S \int_{S'} \left\langle A\left(\mathbf{R}, t - \tfrac{r_1}{c}\right) A^*\left(\mathbf{R}', t - \tfrac{r_2}{c}\right)\right\rangle e^{i\omega(r_1 - r_2)/c} \, \tfrac{dS}{r_1} \tfrac{dS'}{r_2}$$

$$\left\langle A\left(\mathbf{R}, t - \tfrac{r_1}{c}\right) A^*\left(\mathbf{R}', t - \tfrac{r_2}{c}\right)\right\rangle = I(\mathbf{R}) \delta^{(2)}(\mathbf{R} - \mathbf{R}')$$

$$\gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \propto \int_S I(\mathbf{R}) e^{i\omega(r_1 - r_2)/c} \, \tfrac{dS}{r_1 r_2} \approx \int_S I(\mathbf{R}) e^{i\omega(r_1 - r_2)/c} dS$$

$$\gamma(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) \propto \int_S I(\mathbf{R}) e^{i\omega(r_1-r_2)/c} \tfrac{dS}{r_1 r_2} \approx \int_S I(\mathbf{R}) e^{i\omega(r_1-r_2)/c} dS$$

$$r_1 = \sqrt{(X-x_1)^2+(Y-y_1)^2+(Z-z_1)^2} \approx (Z-z) + \frac{(X-x_1)^2+(Y-y_1)^2}{2(Z-z)}$$

$$r_2 = \sqrt{(X-x_2)^2+(Y-y_2)^2+(Z-z_2)^2} \approx (Z-z) + \frac{(X-x_2)^2+(Y-y_2)^2}{2(Z-z)}$$

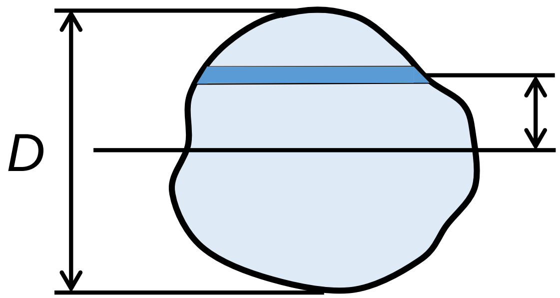
$$r_1 - r_2 \approx \frac{X(x_2-x_1)}{L} + \frac{Y(y_2-y_1)}{L} \Rightarrow \frac{Y\rho}{L} \qquad \rho = y_2 - y_1$$

$$\gamma(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) \propto \int_S I(\mathbf{R}) e^{i\omega Y\rho/Lc} dS$$

Функция поперечной когерентности есть Фурье-образ энергетической яркости излучения на поверхности источника

М.Борн, Э.Вольф. Основы оптики. М., «Наука», 1970. раздел 10.4.2, стр. 551

$$\gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \propto \int_S I(\mathbf{R}) e^{i\omega Y \rho / Lc} dS = \int_S I(\Theta) e^{2\pi i \Theta \rho / \lambda} d\Theta$$

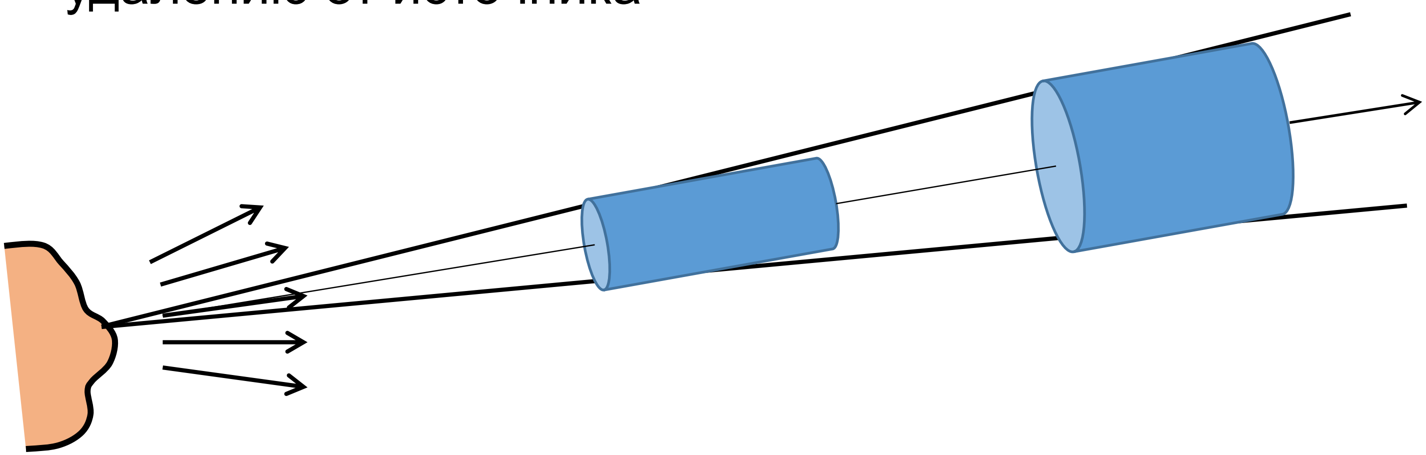


$$\Theta = \frac{Y}{L}$$

$$\boxed{\rho_{\text{ког}} \approx \frac{\lambda}{D} L}$$

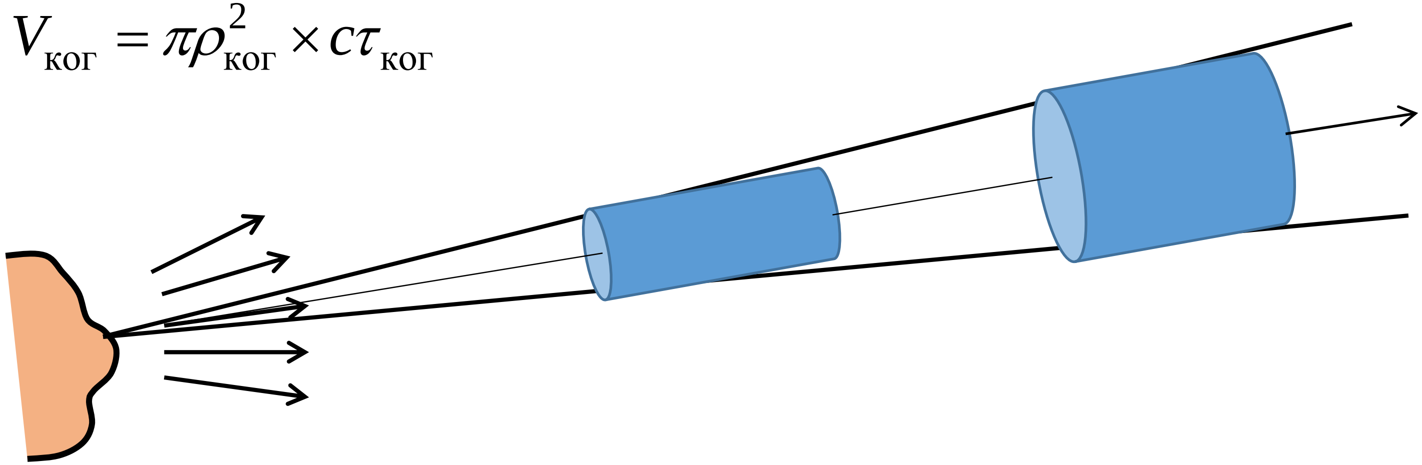
Вид источника из точки наблюдения

При распространении в свободном пространстве радиус когерентности растет пропорционально удалению от источника



Энергия в объеме когерентности неизменна

$$V_{\text{ког}} = \pi \rho_{\text{ког}}^2 \times c\tau_{\text{ког}}$$

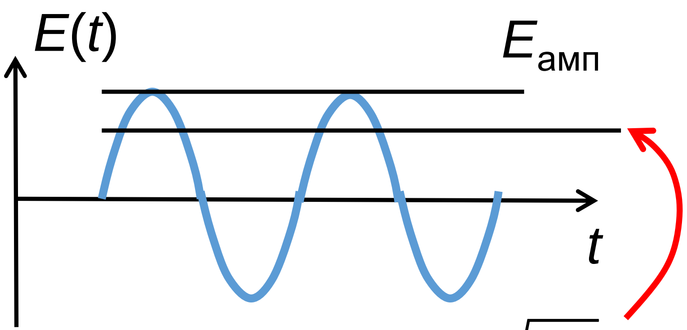


Для лазеров: $\rho_{\text{ког}} \approx \dfrac{\lambda}{D} L$

В чем отличие лазеров (= «когерентного» излучения) от нелазерных источников (= «некогерентного» излучения)?

Связь напряженности электрического поля световой волны с интенсивностью излучения:

$$\frac{\overline{E^2}}{4\pi}$$ - объемная плотность энергии, Э + М



$$\sqrt{\overline{E^2}} \approx 0.7 E_{\text{амп}}$$

$$E_{\text{амп}}^2 = 2\overline{E^2}$$

$$\frac{1}{4\pi}\int_V \overline{E^2} d^3 r \approx \frac{\overline{E^2}}{4\pi} V_{\text{ког}} = n\hbar\omega$$

число фотонов в объеме когерентности

$$E_{\text{амп}} \approx \sqrt{4\pi \frac{n\hbar\omega}{\sigma_{\text{ког}} c \tau_{\text{ког}}}} \approx \sqrt{\frac{4\pi}{c} I} \;\Rightarrow\; \left\{E_{\text{амп}}\right\}_{\text{СГСЭ}} \approx 0.065 \sqrt{I \left[\frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}\right]}$$

$$\left\{E\right\}_{\text{СГСЭ}} = 3 \cdot 10^4 \left\{E\right\}_{\text{СИ}} \;\Rightarrow\; E_{\text{амп}}\left[\frac{\text{В}}{\text{м}}\right] \approx 19 \sqrt{I \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}\right]}$$

Число фотонов в объеме когерентности излучения Солнца

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}$$

длина волны 500 нм

энергия фотона $4 \cdot 10^{-19}$ Дж

температура 6000 К

среднее число фотонов 0.008

Число фотонов в объеме когерентности импульса лазерного излучения в 0.01 Дж

$$n = \frac{10^{-2}}{4 \cdot 10^{-19}} \approx 2.5 \cdot 10^{16}$$

Напряженность электрического поля в световой волне …

$$\tfrac{1}{4\pi} |E|^2 V_{\text{ког}} = n\hbar\omega$$

$$\frac{E_{\text{лаз}}}{E_{\text{солн}}} \approx \sqrt{\frac{2.5 \cdot 10^{16} / \left(\sigma c \times 10^{-8}[\text{c}]\right)}{0.008 / \left(\sigma c \times 4 \cdot 10^{-15}[\text{c}]\right)}} \sim 10^{6}$$

Материал:

М.Борн, Э.Вольф. Основы оптики. М., «Наука», 1970
Раздел 10.4.2, стр. 551

Темы для самостоятельного повторения/изучения:

- Спектральное представление функций: преобразование Фурье, прямое и обратное соотношения;
- Дельта-функция, интеграл от экспоненты, обобщенные функции;
- Единицы поля CGSE и СИ.

Знать наизусть:

- оценочную формулы для времени когерентности через ширину спектра;

- оценочную формулу для радиуса когерентности через размер источника;

- формулы связи напряженности поля излучения с его интенсивностью.