

ДЗ н5 (7 февраля).

Задача ДЗ-н5-1 (1 балл).

Пусть на сфере Блоха задано квантовое состояние двухуровневой системы. Какое квантовое состояние на этой сфере будет ему ортогонально?

Задача ДЗ-н5-2 (5 баллов).

Пусть гамильтониан двухуровневой системы имеет вид $\hat{H} = \begin{pmatrix} E_0 & 0 \\ 0 & -E_0 \end{pmatrix}$, и в начальный момент времени состояние системы есть $\psi(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

а) (1 балл) Найдите $\psi(t)$ и опишите, какому движению по сфере Блоха соответствует эта эволюция.

б) (2 балла) В некоторый момент времени T измеряется наблюдаемая величина σ_y , оператор которой есть $\hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$.

(Комментарий: это эрмитов оператор, поэтому он может соответствовать некоторой физической, т.е. наблюдаемой, величине. Физически условие задачи можно представить, например, так: \hat{H} описывает спин $1/2$ в магнитном поле, направленном по оси z , а σ_y — это удвоенная проекция спина на ось y .) Найдите минимальное T , при котором результат измерения σ_y с определённой будет равен 1.

в) (1 балл) Используя представление Шрёдингера, найдите (зависящее от времени) квантовомеханическое среднее величины σ_y .

г) (1 балл) Найдите гайзенберговский оператор $\hat{\sigma}_y(t)$. Используя представление Гайзенберга, найдите (зависящее от времени) квантовомеханическое среднее величины σ_y , сравните с результатом предыдущего пункта.

Задача ДЗ-н5-3 (2 балла).

Молекула аммиака в электрическом поле \mathcal{E} , направленном вдоль оси симметрии, описывается следующим гамильтонианом:

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} E + \mathcal{E}d & \Delta \\ \Delta & E - \mathcal{E}d \end{pmatrix},$$

в котором E , Δ , d вещественны (и для определённости положительны). Физически d — это дипольный момент молекулы (знак которого зависит от того, с какой стороны водородной плоскости находится атом азота), а Δ — это расщепление вырожденного уровня энергии за счёт туннелирования атома азота между двумя положениями в пространстве. Энергию основного состояния системы как функцию электрического поля обозначим $E_0(\mathcal{E})$. Найдите поляризуемость основного состояния

$$\alpha = - \left. \frac{\partial^2 E_0}{\partial \mathcal{E}^2} \right|_{\mathcal{E}=0}$$