
Свойства псевдообратных матриц и линейная регрессия

1. Найти решение системы по методу наименьших квадратов.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 12 \\ x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

Дополнительный вопрос. Лежит ли решение в центре вписанной окружности треугольника, образованного данными прямыми на координатной плоскости?

При решении следующей задачи можно пользоваться компьютерными и сетевыми средствами для матричных вычислений, за исключением вычисления псевдообратных матриц.

2. Среди всех решений системы линейных уравнений найти вектор наименьшей возможной длины.

$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 7, \\ 3x + 4y - z = 6. \end{cases}$$

3. Для следующей системы найти псевдорешение наименьшей возможной длины:

$$\begin{cases} x - 3y + t = -1, \\ 2y - 3z = -1, \\ x - 2y + z + t = 0, \\ x - 2z + t = 8. \end{cases}$$

Единственно ли это псевдорешение?

При решении следующих задач можно пользоваться всеми компьютерными и сетевыми средствами для матричных вычислений.

4. В прилагаемом файле указан курс биткоина с начала 2023 года (цена открытия торгов во второй графе). Найдите с помощью линейной регрессии неизвестные параметры в следующих моделях изменения курса биткоина (B) в зависимости от номера дня в году (d):

$$B = c;$$

$$B = kd;$$

$$B = kd + B_0;$$

$$B = ad^2 + bd + c.$$

(Для уточнения модели при желании можно использовать другие данные из таблицы.)

Сравнив результаты вычисления на дату 31.01 с наблюдаемым курсом, определите, какая модель дала лучшее предсказание. Чем можно объяснить этот результат?

5. Докажите следующее важное утверждение: вектор x является псевдорешением системы $Ax = b$ в том и только случае, когда он является решением так называемой *нормальной системы*

$$A^*Ax = A^*b.$$

В частности, в случае совместной системы $Ax = b$ множество ее решений совпадают с множеством решений нормальной системы.