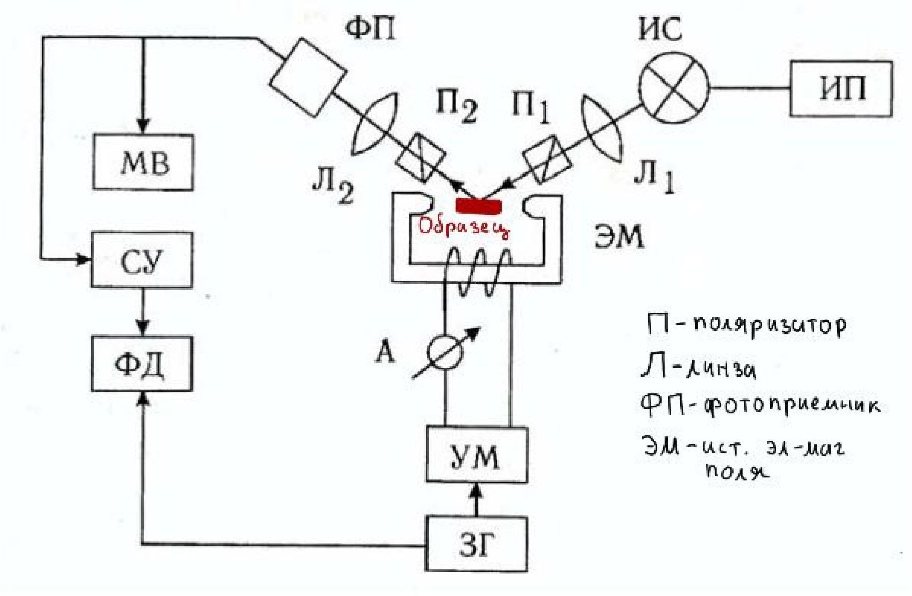
Эффект Керра

Карибджанов Матвей

27 ноября 2023 г.

Проблема (эксперимент)



Постановка задачи

Пусть тезоры магнитной и электрической проницаемости:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon & -i\varepsilon M & 0 \\ i\varepsilon M & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

$$\mu_{ij} = \begin{pmatrix} \mu & -i\mu M' & 0 \\ i\mu M' & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

$$e_{ijl}\partial_j H_l = \frac{1}{c}\partial_t D_i \tag{3}$$

$$e_{ijl}\partial_j E_l = -\frac{1}{c}\partial_t B_i \tag{4}$$

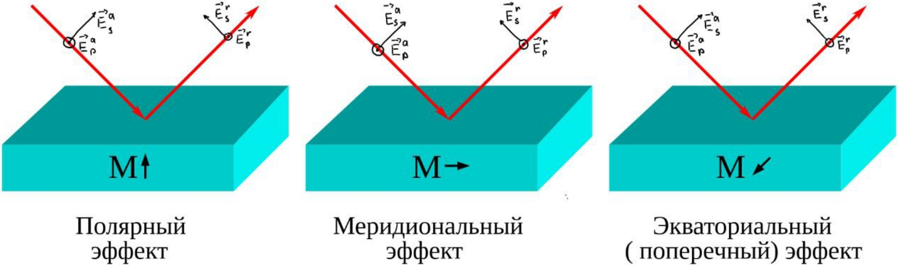
$$\partial_i D_i = 0 \tag{5}$$

$$\partial_i B_i = 0 \tag{6}$$

$$D_i = \varepsilon_{ij} E_j \tag{7}$$

$$B_i = \mu_{ij} H_j \tag{8}$$

Разновидности эффектов Керра



Решение уравнений Максвелла

Применив к 3 $e_{mqi}\partial_q$ получим:

$$e_{mqi}\partial_q e_{ijl}\partial_j H_l = -\left(\delta_{mj}\delta_{ql} - \delta_{ml}\delta_{qj}\right)\partial_q\partial_j H_l =$$
$$= \partial_q\partial_q H_m - \partial_l\partial_m H_l = (k_l k_m H_l - k_q k_q H_m)n^2 =$$
$$= (k_m k_l H_l - H_m)n^2$$

$$\frac{1}{c}e_{mqi}\partial_q\partial_t\varepsilon_{ij}E_j = \frac{1}{c}i\omega e_{mqi}\partial_q\varepsilon_{ij}E_j =$$
$$= \frac{1}{c}\omega e_{mqi}k_q\varepsilon_{ij}E_j$$

Из уравнения 4:

$$e_{ijl}\partial_j E_l = -ie_{ijl}k_j E_l$$

$$-\frac{1}{c}\partial_t B_i = -\frac{1}{c}\partial_t\mu_{ij}H_j =$$
$$= -\frac{i\omega}{c}\mu_{ij}H_j = -\frac{i\omega}{c}B_i$$

$$E_l = \frac{\omega}{c}(s^{-1})_{li}B_i$$

$$s_{mi} = e_{mqi}k_q = \begin{pmatrix} 0 & -k_z & k_y \\ k_z & 0 & -k_x \\ -k_y & k_x & 0 \end{pmatrix} \tag{9}$$

Ответ к уравнениям максвелла [2]

$$H_x + h_x h_i H^i = p\left[B_y\left(m + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}(iMn_x - 1)\right) + B_x\left(\frac{h_x}{h_y}m + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}(n_x - iM)\right)\right] \quad (10)$$

$$H_y + h_y h_i H^i = p\left[B_x\left(m + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}(iMn_y - 1)\right) + B_y\left(\frac{h_y}{h_x}m + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}(n_y - iM)\right)\right] \quad (11)$$

$$H_z - h_z h_i H^i = p\left[i\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\left(\frac{h_z}{h_y}B_y - \frac{h_z}{h_x}B_x\right) - \mu_0 M n_z H_z\right]M + \frac{\varepsilon\mu_0}{n^2}H_z \quad (12)$$

Где введены следующие обозначения:

$$p = \frac{\varepsilon^2 h_x h_y}{n^2\left(\varepsilon_0 h_z^2 + \varepsilon\left(h_x^2 + h_z^2\right)\right)},\ h_i = \frac{c}{\omega}k_i,\ m = 1 - M^2,\ n_i = \frac{1 - h_i^2}{h_x h_y},$$
$$B_x = \mu H_x - i\mu M' H_y,\ B_y = i\mu M' H_x + \mu H_y$$

Первые результаты

Запросив требование к определителю $H = \hat{A}H \implies \det\{A\} = 0$:

$$n^2 = \varepsilon_0\mu_0\left(1 \mp h_z\left(M - M'\right)\right) \tag{13}$$

Пусть волна оладает $H_z \neq 0,\ H_x = H_y = 0$ что соответствует p поляризации:

$$n_p^2 = \varepsilon\mu_0\left(1 - M^2\right) \tag{14}$$

Для $H_z = 0,\ H_x \neq H_y \neq 0$:

$$n_s^2 = \varepsilon_0\mu\left(1 - M'^2\right) \tag{15}$$

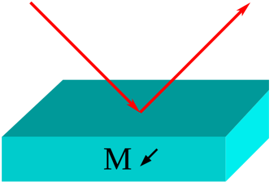
Экваториальный эффект Керра

Пусть падающая отраженная и прошедшая волны:

$$H^a = \exp\left[i\omega\left(t - \frac{h_x x + h_y y}{c} n\right)\right]\begin{pmatrix} -h_y A_s \\ h_x A_s \\ A_p \end{pmatrix},$$

$$H^r = \exp\left[i\omega\left(t - \frac{-h_x x + h_y y}{c} n\right)\right]\begin{pmatrix} -h_y R_s \\ -h_x R_s \\ R_p \end{pmatrix},$$

$$H^d = \exp\left[i\omega\left(t - \frac{h_x x + h_y y}{c} n\right)\right]\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix}$$



Экваториальный
(поперечный) эффект

Поверхностные критерии

Для электрического поля получим:

$$E_y^a = \frac{h_x}{i\omega} A_p \exp\{i\omega\tau_a\} \quad E_z^a = -\frac{1}{i\omega} A_s \exp\{i\omega\tau_a\}$$

$$E_y^r = -\frac{h_x}{i\omega} R_p \exp\{i\omega\tau_r\} \quad E_z^r = -\frac{1}{i\omega} R_s \exp\{i\omega\tau_r\}$$

$$E_y^d = \frac{n}{i\omega\varepsilon} \frac{h_x + ih_y M}{1 - M^2} D_3 \exp\{i\omega\tau_d\}$$

$$E_z^d = \frac{n}{i\omega\varepsilon_0} \left[h_y D_1 - h_x D_2 \right]$$

Результаты

Учтя ганичныйе условия:

$$E_y^a + E_y^r = E_y^d \quad E_z^a + E_z^r = E_z^d$$
$$H_y^a + H_y^r = H_y^d \quad H_z^a + H_z^r = H_z^d$$

И найдя из 5 связь компонент векторав:

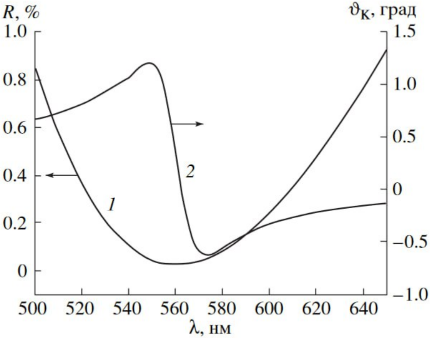
$$D_1 = \frac{iM' h_x - h_b}{h_x + iM' h_y} D_2$$

Получим:

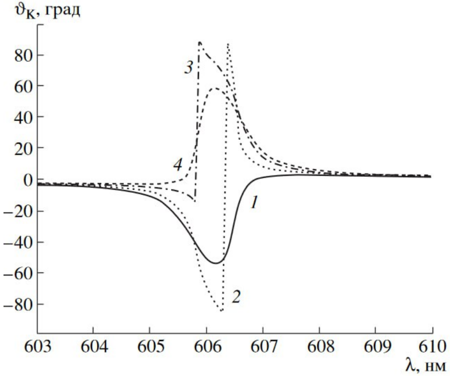
$$\frac{R_s}{A_s} = \frac{h_x n_s - \varepsilon_0 \left(h_x + iM' h_y\right)}{h_x n_s + \varepsilon_0 \left(h_x + iM' h_y\right)} \tag{16}$$

$$\frac{R_p}{A_p} = \frac{h_x n_p - \mu_0 \left(h_x + iM h_y\right)}{h_x n_p + \mu_0 \left(h_x + iM h_y\right)} \tag{17}$$

Пример [1]

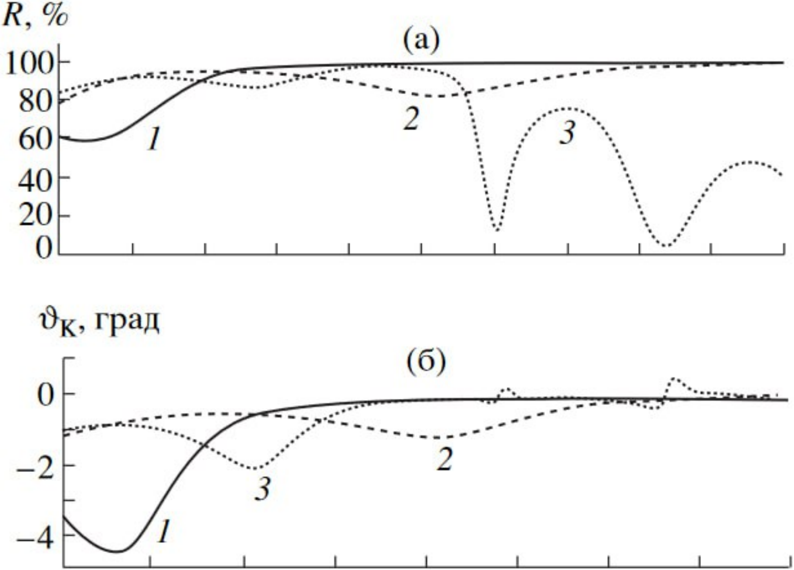


R, %
ϑK, град
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0
1.5
1.0
0.5
0
−0.5
−1.0
1
2
500
520
540
560
580
600
620
640
λ, нм



ϑK, град
80
60
40
20
0
−20
−40
−60
−80
1
2
3
4
603
604
605
606
607
608
609
610
λ, нм

Пример 13



Источники

1 Vinogradov A.P., Erokhin S.G., Granovskiĭ A.B., Inoue M. Journal of Communications Technology and Electronics. 2004. Т. 49. № 6. С. 682-685.

2 Кринчик Г.С. Физика магнитных явлений. — М.: из-во МГУ, 1985. — 336 с.