

# HW2

Matvei Karibdzhanov

October 2022

Мне разрешили сдать дз на полный балл до конца делайна.

# 1 Задание 1

\*В задании не указано какие  $k, m$  использовать, поэтому отдельно отметим что  $m = 1, k = 15$  Дан многочлен:

$$P(z) = z^3 + i \cdot m z^2 - k z + 1$$

И функция:

$$Q(z) = \frac{1}{P(z)}$$

Тогда так как мы знаем что у многочлена  $P(z) = 0$  ровно три корня, то это значит что существует три полюса где  $Q(P(z)) \rightarrow \infty$ , тогда в силу непрерывности функции и если корни не совпадают то можно ожидать, что вблизи этих  $z$  будут находиться изолинии для  $|Q(z)| = 1, 100, 1000, \dots$ . Это очень важно заметить так как иначе можно заметить только 2 "интересные" точки.

Первым делом построим график изолиний  $\operatorname{Re}(Q(z)) = 0$  и  $\operatorname{Im}(Q(z)) = 0$  что бы найти те самые точки интереса, конечно можно было бы и посчитать но это весьма трудоемко для многочлена 3 степени. И так ниже график 1.

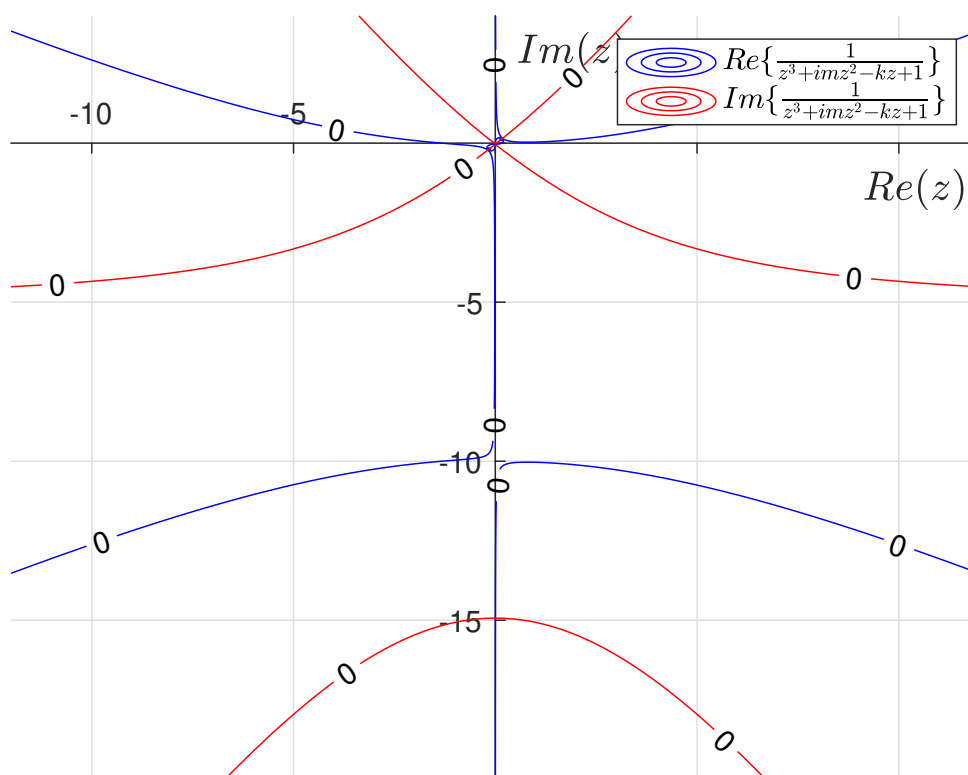


Рис. 1:  $\frac{1}{z^3 + i \cdot m z^2 - k z + 1}$

Конечно очень похожий полином у нас был на прошлом дз поэтому, объяснять выбор интервалов мыслы нет.

Теперь зная примерное расположение корней можно построить и изолинии от

$$\left| \frac{1}{z^3 + i m z^2 - k z + 1} \right|$$

$$\operatorname{Arg}\left\{ \frac{1}{z^3 + i m z^2 - k z + 1} \right\}$$

Сначала две интересных точки вблизи  $(0, 0)$  2

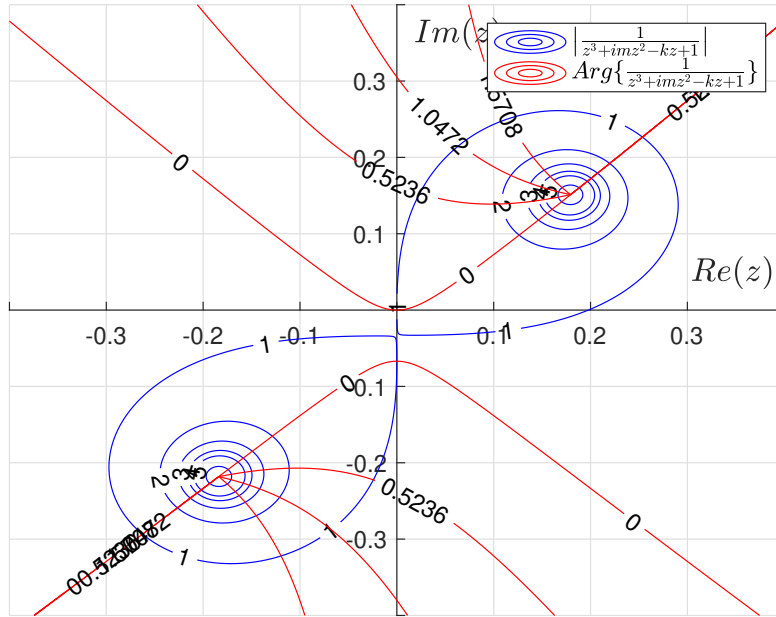


Рис. 2:  $\frac{1}{z^3 + i \cdot m z^2 - k z + 1}$

Сначала два корня вблизи и еще одна интересная точка 3:

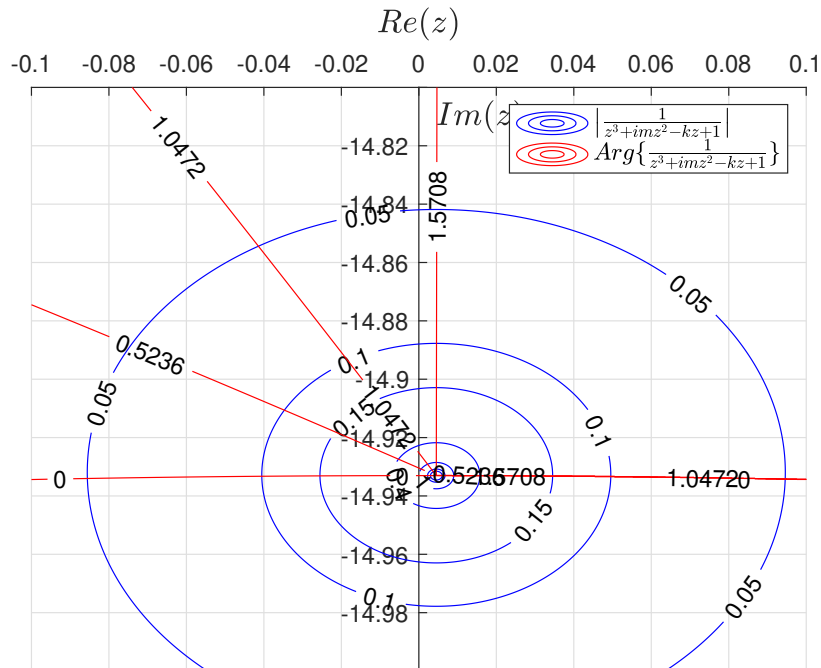


Рис. 3:  $\frac{1}{z^3 + i \cdot m z^2 - k z + 1}$

Код в GitHub

## 2 Задание 2

Тут особо нчего бьяснять, нам дана функция:

$$y = (-1)^m \cdot kx$$

Главное в перобразовании жуковского это захвтить точки 1 и -1, на остальном промежутке наблюдается асмптотическое поведение.

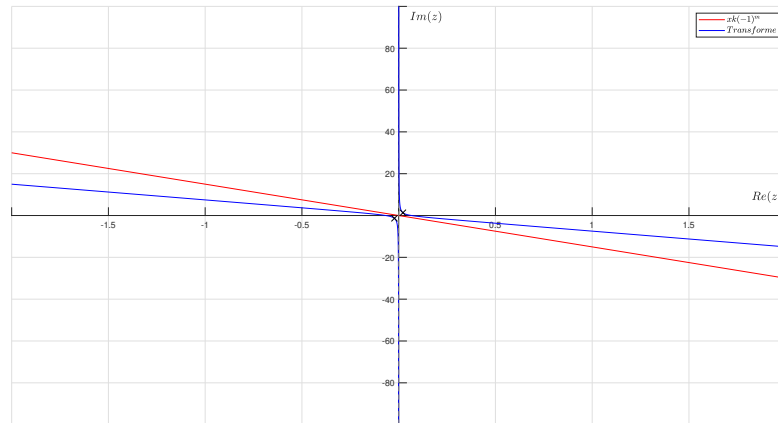


Рис. 4: Крестиком обозначается минимум

Код в GitHub

### 3 Задание 3

Посчитаем интеграл первым методом получим:

$$I = -9.9999 - 9.9999i$$

Посчитаем вторым способом:

$$-9.9998 - 9.9999i$$

Что и ожидалось тк в пределах замкнутого контура ( контур изображен на рис. 5) нет специальных точек, тогда о теореме Коши:

$$\int_{\gamma} + \int_{1+i}^0 = \oint = 0$$

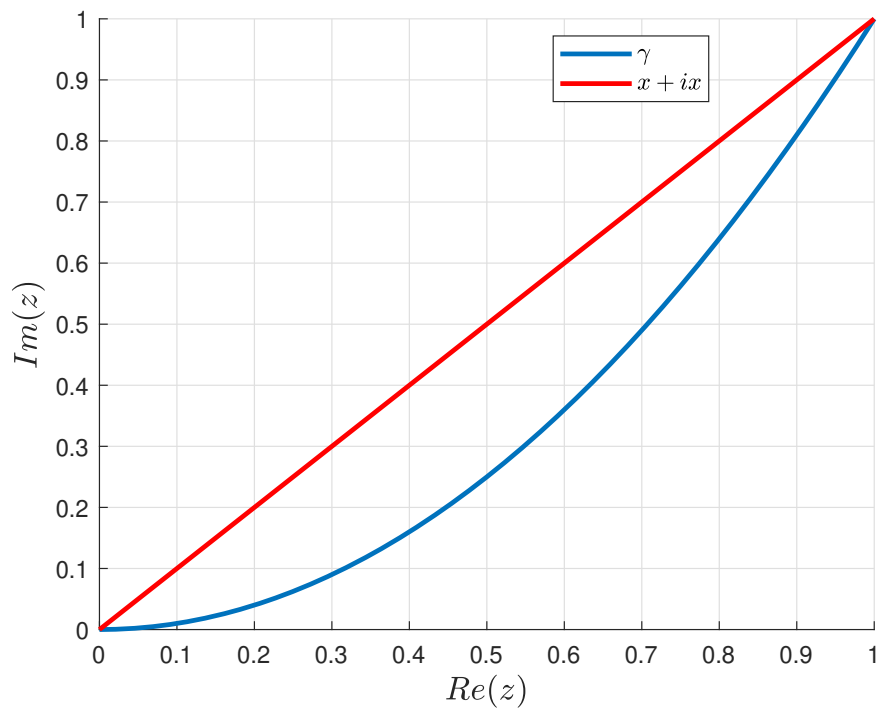


Рис. 5: Крестиком обозначается минимум

Код в GitHub

## 4 Задание 4

Найдем корни:

$$z_{1roots} = 0 + 0i; 0 - 14.9330i; -0 - 0.0670i$$

Построим бассейны ньютона, очевидно берем интервалы так чтобы были видны все корни:

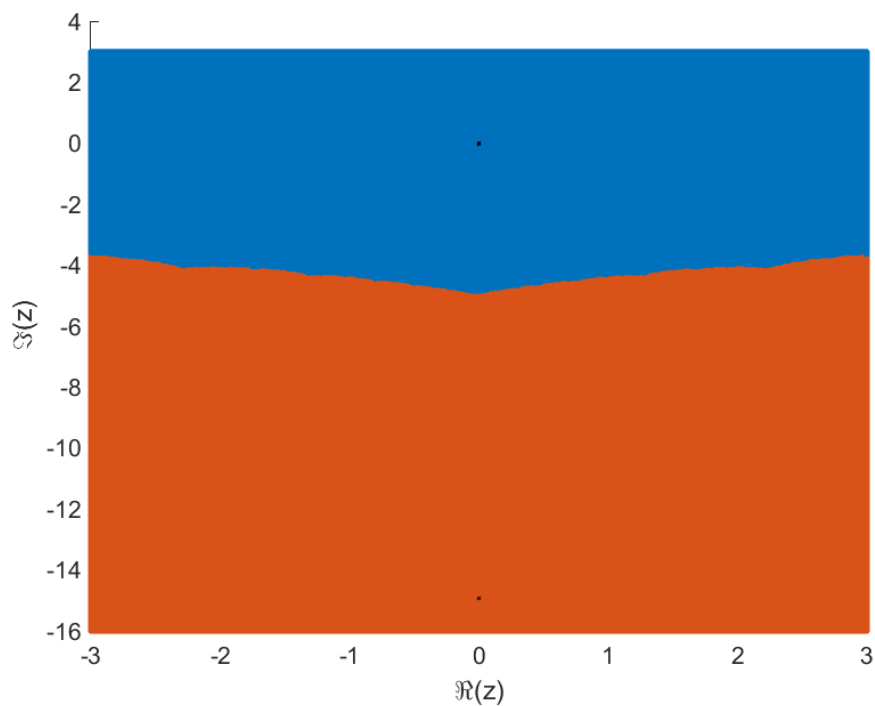


Рис. 6: Крестиком обозначаются корни

$$z_{2roots} = -0.0045 - 14.9330i; 0.1840 - 0.2182i - 0.1794 + 0.1512i$$

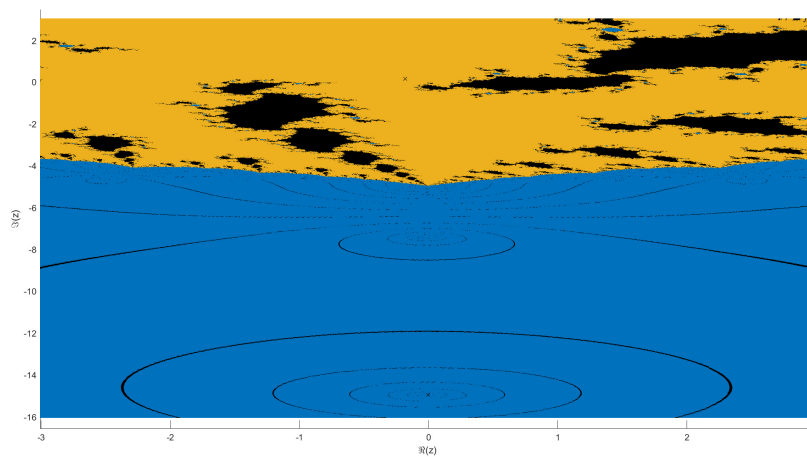


Рис. 7: Крестиком обозначаются корни

$$z_{3roots} = -0.009 - 14.9330i; 0.2626 - 0.2935i - 0.2536 + 0.2266i$$

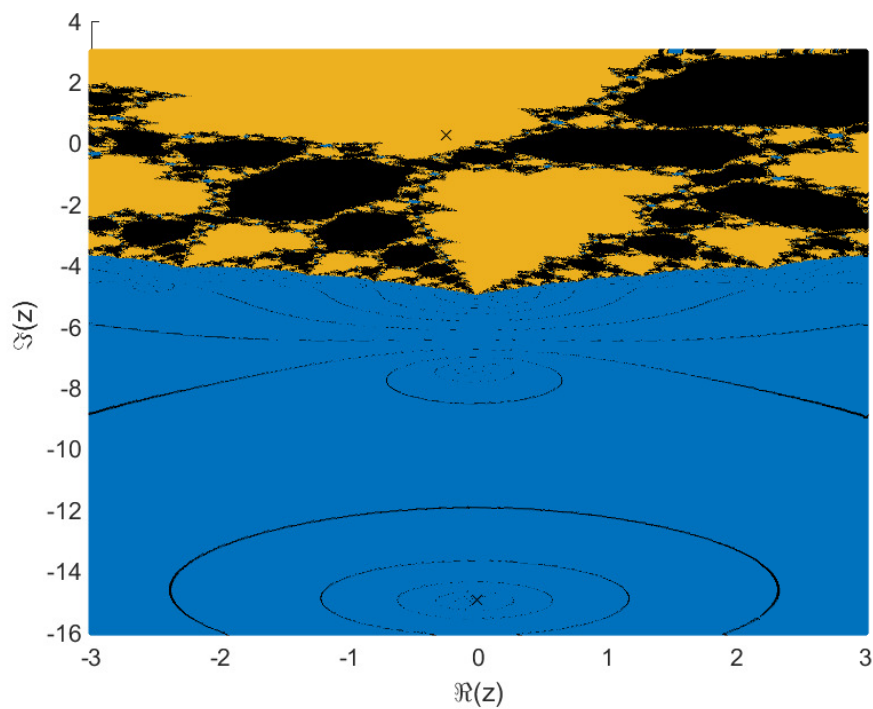


Рис. 8: Крестиком обозначаются корни

Черные области на картине это области которые не сошлись к корням с нужной точностью за 100 итераций.

Если бы я вставлял график для каждого корня у меня бы не хватило места, но вот пример для сходимости полинома:

$$P(z) = z^3 + imz^2 - kz$$

Для начальной точки  $z_0 = -5i$ :

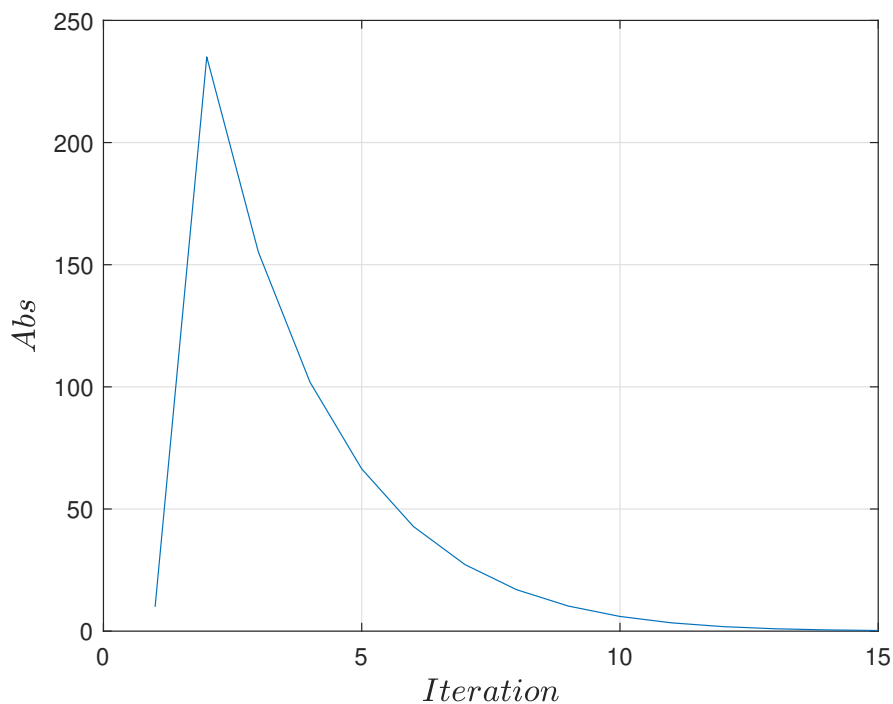


Рис. 9: Крестиком обозначаются корни

Код в GitHub