# Билеты
# По квантовой механике

Автор:
Matvei Karibdzhanov

January 2023

## Содержание

# 1 Билет

## 1.1 соотношение неопределенности

Говрит о том, что неовзмжно точно померить и координату и импульс. Так как если велечины измеримы то $\exists$ такая есть общий базис из собствнных функций. Тогда если велечинам соответствуют операторы $\hat{A},\ \hat{B}$ то:

$$\hat{A}\hat{B}\,|n\rangle = \hat{B}\hat{A}\,|n\rangle \implies \left(\hat{B}\hat{A} - \hat{A}\hat{B}\right)|n\rangle = \left[\hat{A}, \hat{B}\right]|n\rangle = 0,$$

а следовательно

$$\left[\hat{A}, \hat{B}\right] = \hat{0}. \tag{1}$$

Например, для импульса и координаты ссотношение неопредленности выглядит следущим образом:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}. \tag{2}$$

## 1.2 Волновая функция

Это удовлетворяет уравнению:

$$p(x,t) = |\psi(x,t)|^2. \tag{3}$$

Для нее выполнятся условие нормировки

$$\langle\psi(x)|\psi(x)\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1. \tag{4}$$

## 1.3 Принцип суперпозиции

Пусть состояне частици описыватся волновой функций $\psi_1$ и втоже время $\psi_2$ приэтом каждой функции соответственно удовлетворят состояния $A_1,\ A_2$ то также эта частица будет описыватся волновой волновой функцией $\psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2$ где $c_1,\ c_2 \in \mathbb{C}$ с соответствующим состоянем $A$ это сотояние при измерении может принять значения $A = A_1 \vee A = A_2$.

Пример частица может находитсяв точке $X_1$ этому полодение соответствует собственная функция $\psi_1$, но также она модет быть в точке $X_2 - \psi_2$ Тогда если мыбудем пытаться измерить полодение чатици то мыбудем получать значения $x_1 \vee x_2$, приэтом вероятность:

$$\mathbb{P}(X = x_1) = \langle\psi|\psi_1\rangle\,. \tag{5}$$

# 2 Билет

## 2.1 Операторы

### 2.1.1 Определение

Оператор должен удовлетворять основному свойству

$$\hat{A}f(x) = \xi(x), \tag{6}$$

То-есть оператор переводит Функцию в функцию, для любых двух операторов выполняется свойство асоциативности, но не для любых операторов выполнятся свойство комуативности. Как видно из 1уравнениея 1 из комутативности следует одновремнная измеримость.

### 2.1.2 Основное свойство

Оператор линеен

$$\hat{A}\left(c_1\left|\psi_1\right\rangle + c_2\left|\psi_2\right\rangle\right) = c_1\hat{A}\left|\psi_1\right\rangle + c_2\hat{A}\left|\psi_2\right\rangle \tag{7}$$

### 2.1.3 Транспонирование

$$\left\langle\psi\right|\hat{A}\left|\varphi\right\rangle = \left\langle\varphi\right|\hat{A}^T\left|\psi\right\rangle \tag{8}$$

## 2.2 Связь измеримых велечин и операторов

Во-первых, $\psi_n$ (обозначаем как $n$) собственная функция $\hat{A}$ если выполняется:

$$\hat{A}\left|\psi_n\right\rangle = A_n\left|\psi_n\right\rangle \tag{9}$$

При этом $A_n \in \mathbb{C}$ это величина, но что бы она была измерима надо чтобы $A_n \in \mathbb{R}$, то условие выполняется в случае если:

$$\hat{A}^\dagger := \hat{A}^{T*}. \tag{10}$$

$$\hat{A}^\dagger = \hat{A}. \tag{11}$$