

MIMO 通訊系統 final project

題目：Scalable_Cell-Free_Massive_MIMO_Systems

1.Introduction

在conventional cellular mobile network中，每個cell僅服務其轄區內的user equipment, UE，而位於小區邊界的 UE 經常因「同頻干擾」而無法享受理論上可達到的高頻譜效率。Cell-Free Massive MIMO 的核心構想，是將大量分散式無線接入點（access point, AP）視為「一張大規模天線陣列」，透過Coherent uplink/downlink joint transmission and reception，為整個覆蓋區域提供均勻服務，從而根本性地降低干擾並提升capacity。此概念雖源於早期的 Network MIMO 思想，但在 5G 時代重新被賦予「Cell-Free」之名並獲得極大關注。

1.1 Scalability Challenges

過去的 Network MIMO 文獻，往往理想化地假設「所有 AP 共享完整CSI，並以集中方式為所有 UE 同步服務」。然而，隨著 UE 數量急遽增長，計算複雜度與fronthaul傳輸量會與 K （UE 數）線性甚至指數性增加，導致系統不可實作。早期 Cell-Free Massive MIMO 研究延續了這一集中式假設，造成：

1. 通道估計負擔無窮大：每個 AP 需為所有 UE 估計通道；
2. 資料與 CSI 前傳擁塞：所有上 / 下行數據必須回傳至中央處理單元（CPU）；
3. 全網功率最佳化不可行：變數維度隨 K 指數成長；
4. 硬體與同步成本高昂：集中式處理需超高速互連與統一時脈。

因此，scalability成為 Cell-Free Massive MIMO 能否implementation的決定性因素。若要滿足「每個 AP 的運算與 fronthaul requirements在 $K \rightarrow \infty$ 時仍為有限常數」之條件，勢必要採取分散式且user-centric的設計。

p.s. fronthaul requirements：每個 AP 需要傳送多少資料量到 CPU（例如使用多大頻寬）是否有能力處理 高頻、低延遲、大資料量的傳輸

1.2 Dynamic Cooperation Clustering (DCC)

Björnson 與 Sanguinetti 提出的DCC框架，為 Cell-Free Massive MIMO 提供了可擴展的基礎。

其做法是讓每個 UE 僅與「少數通道最佳」的 AP 形成 Overlapping Cooperative Clusters，並限制每個 AP 在同一pilot下至多服務一個 UE，使得 $|D_i|$ — 即 AP i 需同時服務的 UE 數目 — 與pilot長度 τ_p 相同，因而與 K 無關。該框架搭配：

- 三合一分散式流程：initial access、pilot分配與cluster formation；
- Local partial MMSE (LP-MMSE) / partial MMSE (P-MMSE) 結合 / precoding；
- UL-DL duality threorem：以上行接收向量heuristically地決定下行precoding；

即可在不共享全局 CSI 的前提下，維持近乎同等於集中式最佳方案的頻譜效率，同時大幅降低複雜度與fronthaul loading。

2. System model

2.1 Network Topology & TDD Frame

系統含 L 個多天線 AP（每個 AP 具 N 根天線）與 K 個單天線 UE，隨機散布於覆蓋區；所有 AP 透過fronthaul links 接至若干邊緣雲端處理器（CPU）。此架構使 AP 得以在整個區域內對 UE 進行相干聯合收發，當 L 、 K 皆大時稱為 Cell-Free Massive MIMO。

TDD 協定：每個 coherence block 長度為 $\tau_c = \tau_p + \tau_u + \tau_d$ ，分別對應 UL pilot (τ_p)、UL 資料 (τ_u) 與 DL 資料 (τ_d) 期間。

2.2 Channel Model

AP l 與 UE k 間通道為 $h_{kl} \in C^N$ ，分佈為correlated Rayleigh fading $\mathbf{h}_{kl} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{R}_{kl})$ ，其中 \mathbf{R}_{kl} 為空間相關矩陣，兼含pathloss、shadowing 與天線相關性。不同 AP 之通道獨立，故對 UE k 的整合通道 $\mathbf{h}_k = [h_{k1}^T \dots h_{kL}^T]^T \in C^M$ ， $M = NL$ ， $\mathbf{h}_k \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{R}_k)$ ，其中 $\mathbf{R}_k = \text{diag}(\mathbf{R}_{k1}, \dots, \mathbf{R}_{kL})$

2.3 Pilot Transmission & Channel Estimation

- Pilot 分配：系統提供 τ_p 條互相正交、長度 τ_p 的 UL pilot（ τ_p 不隨 k 變動）。新 UE 透過初始接入流程獲得pilot與serving cluster

- MMSE：同一pilot t 下 UE 集合 \mathcal{S}_t 發射 pilot 時，AP l 去 despreading 後接收， $\mathbf{y}_{tl}^{\text{pilot}} = \sum_{i \in \mathcal{S}_t} \sqrt{\tau_p p_i} \mathbf{h}_{il} + \mathbf{n}_{tl}$ ， $\mathbf{n}_{tl} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}_N)$ 其 MMSE 通道估計為

$$\hat{\mathbf{h}}_{kl} = \sqrt{p_k \tau_p} \mathbf{R}_{kl} \mathbf{\Psi}_{tl}^{-1} \mathbf{y}_{tl}^{\text{pilot}}, \quad \mathbf{\Psi}_{tl} = \mathbb{E} \left[\mathbf{y}_{tl}^{\text{pilot}} \left(\mathbf{y}_{tl}^{\text{pilot}} \right)^\dagger \right] = \sum_{i \in \mathcal{S}_t} \tau_p p_i \mathbf{R}_{il} + \sigma^2 \mathbf{I}_N$$

- Pilot contamination 會使共享pilot UE 之估計相關，產生相干干擾並降低估計精度 $\sqrt{p_k \tau_p} \mathbf{R}_{kl} \mathbf{\Psi}_{tl}^{-1}$ 僅依據長時統計，可預先計算，使每次估計僅需 $N\tau_p + N^2$ 次複數乘法，計算量與 K 無關

2.4 Uplink Signal Model

- UL 期間 AP l 接收 $\mathbf{y}_l^{\text{ul}} = \sum_{i=1}^K \mathbf{h}_{il} s_i + \mathbf{n}_l$, $\mathbf{n}_l \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2 \mathbf{I}_N)$ AP 以局部 CSI 選擇接收結合向量 \mathbf{v}_{kl} , 計算 $\mathbf{v}_{kl}^H \mathbf{y}_l^{\text{ul}}$, 並將局部觀測結果送至 CPU, 最終 CPU 會估計出 $\hat{s}_k = \sum_{l=1}^L \mathbf{v}_{kl}^H \mathbf{y}_l^{\text{ul}}$
- 特例是用 MR combining 則 $\mathbf{v}_{kl} = \hat{\mathbf{h}}_{kl}$, 這是 Cell-Free Massive MIMO 中最常見的接收方式, 簡單且不需互相協調即可運作。

2.5 Downlink Signal Model

- AP l 對 UE i 採用 precoded $\mathbf{w}_{il} \in \mathbb{C}^N$, UE k 接收 $y_k^{\text{dl}} = \sum_{l=1}^L \mathbf{h}_{kl}^H \left(\sum_{i=1}^K \mathbf{w}_{il} s_i \right) = \sum_{i=1}^K \left(\sum_{l=1}^L \mathbf{h}_{kl}^H \mathbf{w}_{il} \right) s_i + n_k$
- 常見的 precoding: MR precoding, 其設計只需使用局部 CSI, $\mathbf{w}_{il} = \sqrt{\rho_i} \frac{\hat{\mathbf{h}}_{il}}{\sqrt{\mathbb{E}[\|\hat{\mathbf{h}}_{il}\|^2]}}$ 。
其中 ρ_i 配給 UE i 的下行功率 (可由 power control 機制決定, 此設計僅需局部 CSI), $\hat{\mathbf{h}}_{il}$ AP l 對 UE i 的通道估計。

3. Scalability 定義與原始 Cell-Free Massive MIMO 架構的瓶頸分析

3.1 Scalability 定義

若在 UE 數量 $K \rightarrow \infty$ 時, 每個 AP 所需承擔的

1. 通道估計計算量
2. 資料與 CSI 之本地收發/處理複雜度
3. fronthaul 傳輸量
4. 功率控制 / 資源最佳化計算量

皆上界於一個與 K 無關的常數, 則該 Cell-Free 系統稱為 **Scalability**。反之, 只要上述任一任務的單 AP 成本隨 K 無界增長, 系統即被視為 **Non_Scalability**。

3.2 通道估計複雜度

在原始架構中, 每個 AP 須為所有 K 位 UE 估計通道; 採用 MMSE 估計時, 單 AP 的乘法次數約為 $O(KN^2)$ 。因此 $\text{Cost}_{\text{CE}}^{(\text{original})} \propto K$ 。當 K 成百上千時, 估計延遲與硬體功耗將遠超單 AP 可負擔範圍。

3.3 收發訊號處理複雜度

- Uplink：AP 需針對 K 條接收向量 $\{\mathbf{v}_{kl}\}$ 計算投影，複雜度 $O(KN)$ 。
- Downlink：即使採 MR precoding，亦須生成 K 條 \mathbf{w}_{il} 並本地加總 K 路data symbol
- 結果： $\text{Cost}_{\text{SigProc}}^{(\text{original})} \propto K$

3.4 fronthaul loading

centralized processing

- Uplink：每AP上傳 K 條結合後至CPU。
- Downlink：CPU下發 K 個precoder weighted vector 或資料給每個AP
- AP每個time slot 要fronthaul 的位元數 $B_{\text{FH}}^{(\text{original})} = \Theta(K)$

3.5 功率控制與資源最佳化

原始策略常以網路範圍convex規劃 / 線性規劃尋找最適功率 p_i ，其變數規模約為 $O(KL)$ ，當 K 成長時，中央求解器效能與同步開銷迅速惡化

3.6 小結

任務	原始架構單 AP 成本隨 K 之關係	可行性評估
通道估計	$O(K)$	Non-scalability
收發處理	$O(K)$	Non-scalability
Fronthaul 位元	$\Theta(K)$	Non-scalability
功率控制	多項式於 K	Non-scalability

早期集中式 Cell-Free Massive MIMO 無法滿足定義。為了讓系統在大規模使用者環境中落地，必須採用 分散式且使用者中心 的設計，使每 AP 僅負責有限數量 UE 的估計、處理與fronthaul。

Dynamic Cooperation Clustering (DCC) 正是達成此目標的核心機制，將於下一章詳細介紹。

4. Dynamic Cooperation Clustering Framework(原 paper)

本章說明paper如何將 Cell-Free Massive MIMO 轉化為 Dynamic Cooperation Clustering(DCC)架構，並在此基礎上設計一套可證明可擴展的實作流程。

整體脈絡如Fig 3 所示：

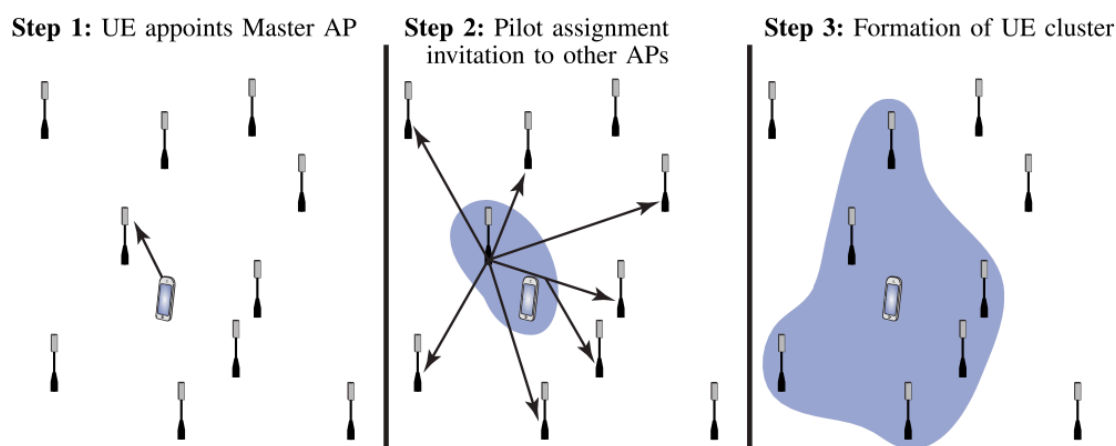


Fig. 3. The proposed procedure for joint initial access, pilot assignment, and cluster formation consists of three main steps.

先以 user-centric 思維產生重疊式合作Clustering，再以分散式演算法完成pilot分配與訊號處理，最後透過 UL-DL duality 連結上下行設計。

Notion：

- \mathcal{C}_k : the serving cluster of UE k (服務它的 AP subset)
- \mathcal{D}_l : the serving set of AP l (它服務的 UE subset)
- τ_p : pilot 序列長度
- Scalability constraint: $|\mathcal{D}_l| \leq \tau_p$

4.1 核心理念

1. User-Centric Overlapping Clusters

- 與傳統「劃分固定、不重疊的Clusters」不同，DCC 令每個 UE 僅挑選若干通道最好的 AP 組成 \mathcal{C}_k
- 不同 UE 的Clusters可以重疊，因此 AP l 可能屬於多個 \mathcal{C}_k 。

2. AP-Local Limited Serving

- 為使每個 AP 的計算 / fronthaul 成本與 UE 總數 K 無關，DCC 強制 $|\mathcal{D}_l| \leq \tau_p$, where \mathcal{D}_l is the set of UEs served by AP l
- 只要pilot 長度為常數，此限制即可保證Scalability。

3. Dynamic

- 當 UE 位置、shadow-fading或traffic statistics改變時，各clusters會重新配置；不需靜態規劃，也無固定 cell 邊界。

4.2 Cell-Free 與 DCC 的對應

	原始 Cell-Free 架構	DCC Perspective
CSI 分享	AP → CPU 集中	僅本地 CSI，無跨 AP 分享
收發處理	所有使用者設備均由整個網路共同服務 (K streams)	每個 AP 僅處理選定的 UE
Fronthaul	對所有 UE 傳輸	只傳本地合併結果或 precoded symbols
區域邊界	Cell-free 但 tight cooperation	Cooperation within user-centric overlapping clusters

如此一來，Cell-Free 實際上就是在 DCC 框架下一個特殊的 many-to-many 協同傳輸系統，只是將「clusters大小 → 常數」這一步省略了，才導致Non-scalability。

4.3 分散式流程

步驟 1：Initial Access

- UE 透過隨機接入請求鄰近 AP；AP 回覆最初接收功率量測。
- UE 根據量測列表選前 N_{cand} 強 AP 作為候選。

步驟 2：Pilot Assignment

- UE 將候選 AP ID 與其首選pilot ID 上傳至最近 CPU。
- CPU 依 **greedy 規則**：若候選 AP 均未飽和 ($|\mathcal{D}_l| \leq \tau_p$) 且同pilot 未衝突，分配成功。否則嘗試別的 pilot，或回退至次佳 AP 再試，直到成功或向 UE 回報請降低連線數。

步驟 3：Cluster Formation

- 對每個 UE K ：取實際成功綁定的 AP 集合 \mathcal{C}_k 。
- 對每個 AP l ：自動得到 $\mathcal{D}_l = \{k \mid l \in \mathcal{C}_k\}$ ，且滿足 $|\mathcal{D}_l| \leq \tau_p$ 。
- CPU 壓縮並下發最終cluster table 給相關 AP，即可進入data傳輸階段。

複雜度分析：每條pilot僅影響最多 τ_p 部分 UE，任何查詢 / 更新操作只在固定大小表內，故 AP 與 CPU 的單次更新成本皆為 $O(1)$ ，與K 無關，符合scalability定義。

4.4 Local Partial MMSE Combining and Precoding

- UL Combining : $\mathbf{v}_{kl} = \mathbf{P}_{kl}^{-1} \hat{\mathbf{h}}_{kl}$, $\mathbf{P}_{kl} = \sum_{i \in \mathcal{D}_l} p_i \hat{\mathbf{h}}_{il} \hat{\mathbf{h}}_{il}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_N$, 僅需本地統計。當 $|\mathcal{D}_l| \leq \tau_p$, 矩陣維度固定, 計算 $O(N^3)$ 與 K decoupling
- DL Combining (UL-DL duality) : $\mathbf{w}_{kl} = \sqrt{\rho_k} \frac{\mathbf{v}_{kl}^*}{\sqrt{\mathbb{E}[\|\mathbf{v}_{kl}\|^2]}}$, 直接以 UL 結合向量正規化後作 DL 發送, 無需全網協調。

4.5 scalability 驗證

任務	原始架構	DCC-Based 架構	DCC與 K 關係
通道估計	$O(K)$	$O(\tau_p)$	常數
收發處理	$O(K)$	$O(\tau_p)$	常數
Fronthaul 位元	$\Theta(K)$	$\Theta(\tau_p)$	常數
功率控制	多項式於 K	可用等功率	常數階

因此, DCC 使 Cell-Free Massive MIMO 滿足「每 AP 成本與 K 無關」的可擴展性定義; 後續章節將透過模擬數據證實, 在相同功率與導頻資源下, 上述 (P)MMSE 方案可達近似集中式 L-MMSE 性能, 並大幅降低前傳負荷與計算延遲。

5.Enhanced Dynamic Cooperation Clustering Framework(本次project)

本章在第 4 章增強版 DCC 概念的基礎上, 完整說明本專題實作的系統流程、數學模型與複雜度分析

5.1 理念回顧與改進動機

在原始 DCC 中, 每個 UE K 透過「選最強 \mathcal{C}_k 條通道」形成重疊式 cluster, 以確保 AP 端服務負載 $|\mathcal{D}_l| \leq \tau_p$

然而, 該方法(i)未考慮pilot再利用衝突、(ii) 對 UE 快速移動時的cluster更新缺乏彈性、(iii) 僅以 SE 為優化目標。

本專題引入下列增強項:

- Graph-Coloring Pilot Assignment (GCPA)**: 將「UE-UE 互干擾圖」做圖著色, 確保同色 UE 不在相鄰叢集, 降低 pilot contamination。
- SINR-Threshold Cluster Update (STCU)**: 當 UE 實時 SINR 低於門檻 γ_{min} 時, 自啟動「鄰近 AP 列表 + 漸進替換」更新, 消除硬切換延遲。
- Energy-Aware Local Power Control (ELPC)**: 於叢集內採比例公平 (PF) 能耗權衡, 兼顧 EE 與用戶均衡。

5.2 User-Centric Overlapping Clusters under Rician Fading

5.2.1 Rician 通道功率期望值

- 考慮 AP-UE 通道 $\mathbf{h}_{kl} = \sqrt{\frac{\kappa_{kl}}{1 + \kappa_{kl}}} \underbrace{\mathbf{m}_{kl}}_{\text{LOS (定值向量)}} + \sqrt{\frac{1}{1 + \kappa_{kl}}} \underbrace{\mathbf{g}_{kl}}_{\text{NLOS (隨機向量)}} \quad (5.2.1),$
 $\mathbf{g}_{kl} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{R}_{kl})$ ，其中 κ_{kl} ，為 Rician K-factor（本專題設定 5dB）。
- 每個 UE 先根據平均接收功率 $\beta_{kl} = \frac{1}{N} \text{tr} \mathbf{R}_{kl}$ 排序。

P.s. β_{il} 是 UE i 到 AP l 的 平均接收功率（large-scale fading gain）。代表 UE i 在 AP l 看起來「有多強」。

P.s. 平均接收功率（large-scale fading gain）：

$$\beta_{kl} \triangleq \frac{1}{N} \mathbb{E} \left\{ \left\| \mathbf{h}_{kl} \right\|^2 \right\} = \frac{\kappa_{kl}}{1 + \kappa_{kl}} \cdot \frac{\left\| \mathbf{m}_{kl} \right\|^2}{N} + \frac{1}{1 + \kappa_{kl}} \cdot \frac{\text{tr} \mathbf{R}_{kl}}{N} \quad (5.2.2)$$

dB 單位即 path-loss

若將 \mathbf{m}_{kl} normalization 使 $\left\| \mathbf{m}_{kl} \right\|^2 = N$ ，則 $\beta_{kl} = \frac{\kappa_{kl} + 1}{1 + \kappa_{kl}} \cdot \frac{1}{N} \text{tr} \mathbf{R}_{kl} = \frac{1}{N} \text{tr} \mathbf{R}_{kl}$

故對一般均值化陣列 $\beta_{kl} = \frac{1}{N} \text{tr} \mathbf{R}_{kl}$ 可直接用來衡量 UE-AP 大尺度損耗，與 κ_{kl} 無關。

5.2.2 LOS 向量與「視線角度差」權重

- 將 LOS 垂直或平面波視為方向餘弦向量 $\mathbf{m}_{kl} \propto [1, e^{-j\phi}, \dots]^T$ ，其主波束方向可用到達角 (AoA)， $\theta_{kl} \in [-\pi, \pi)$
- UE 端最佳方向 $\bar{\theta}_k$ ：可在接入時由 UE 計算局部峰值 AoA 的平均—如若 UE 有單天線，則可簡化為「最強 AP 的 AoA」。
- 若 AP 端之 LOS 貢獻與 UE 端最期待方向差 $\Delta\theta = \left| \theta_{kl} - \bar{\theta}_k \right|$ ，對均勻線陣採 MR 結合時，

$$\text{波束增益約為 } G_{\text{bf}}(\Delta\theta) \approx \left| \frac{\sin\left(\frac{N}{2} \sin \Delta\theta\right)}{N \sin\left(\frac{1}{2} \sin \Delta\theta\right)} \right|^2 \simeq \left(1 - \frac{|\Delta\theta|}{\pi} \right)^2, \quad |\Delta\theta| \ll 1. \quad (5.2.3)$$

- 將 (5.2.2) 的平均功率與 (5.2.3) 的方向性結合，定義分數 $\text{score}(k, l) = \beta_{kl} \cdot \left(1 - \frac{|\theta_{kl} - \bar{\theta}_k|}{\pi} \right)$

5.2.3 候選 AP 集合選取演算法

- UE k 計算所有可聽到 AP 的 $\{\beta_{kl}, \theta_{kl}\}$

- 依照(5.2.4)排序，選擇前 N_{cand} 個 AP作候選集合 \mathcal{A}_k ， $\mathcal{A}_k = \text{Top}_{N_{\text{cand}}} \{\text{score}(k, l)\}$
- 傳遞 \mathcal{A}_k 至最近 CPU 進入 Graph-Coloring Pilot Assignment 流程

5.3三階段分散式流程（GCPA-STCU）

步驟 1：Initial Access

- UE 傳隨機接入碼；最近 AP 回報 RSSI與angle θ_{kl} 。
- UE 根據量測列表選前 N_{cand} 強 AP $\rightarrow \mathcal{A}_k$ 。

步驟 2：Graph-Coloring Pilot Assignment（GCPA）

- 建立干擾圖：若 UE i, j 共享任一 AP 且 $\beta_{il}\beta_{jl}$ 大，則視為相鄰(若 β_{il}, β_{jl} 都很大，表示兩個訊號在 AP l 的功率都很強，AP l 在做通道估計時會「很難區分」這兩個 UE，pilot contamination 很嚴重)，則 UE i, j 在pilot分配上容易互相污染，所以在干擾圖中視為相鄰節點，避免同色（即避免共用相同 pilot）。
- 使用 DSATUR 演算法進行著色，色數 $\leq \tau_p$ 。
- 同色 UE 的 AP 需滿足 $|\mathcal{D}_l| \leq \tau_p$

步驟 3：SINR-Threshold Cluster Update（STCU）

- UE 監測 $\text{SINR}_k = \gamma_k$ ，若 $\gamma_k < \gamma_{\min}$ ，回傳請求換較佳 AP，選定更新請求發至新 AP，表更新。

5.4 Local Partial MMSE Combining and Precoding與 Energy-Aware 功率控制

1.UL Combining：

保留 $\mathbf{v}_{kl} = \mathbf{P}_{kl}^{-1} \hat{\mathbf{h}}_{kl} = \left(\sum_{i \in \mathcal{D}_l} p_i \left(\hat{\mathbf{h}}_{il} \hat{\mathbf{h}}_{il}^H + \mathbf{Q}_{il} \right) + \sigma^2 \mathbf{I}_N \right)^{-1} \hat{\mathbf{h}}_{kl}$ (5.4.1)，但 P_{kl} 現納入 LOS 效應

推導 UL 總等效訊號

$$\hat{s}_k = \underbrace{\sum_{l \in \mathcal{C}_k} \mathbf{v}_{kl}^H \hat{\mathbf{h}}_{kl} s_k}_{\triangleq \alpha_{kk}} + \underbrace{\sum_{i \neq k} \sum_{l \in \mathcal{C}_k} \mathbf{v}_{kl}^H \hat{\mathbf{h}}_{il} s_i}_{\triangleq \alpha_{ki}} + \sum_{l \in \mathcal{C}_k} \mathbf{v}_{kl}^H \mathbf{n}_l \quad (5.4.2)$$

估計誤差與雜訊不相關，故 SINR

$$\gamma_k^{\text{ul}} = \frac{p_k |\alpha_{kk}|^2}{\sum_{i \neq k} p_i |\alpha_{ki}|^2 + \sum_{l \in \mathcal{C}_k} \sigma^2 \|\mathbf{v}_{kl}\|^2} \quad (5.4.3)$$

(5.4.1)代入展開，可以得到

$$\sum_{l \in \mathcal{C}_k} \sigma^2 \|\mathbf{v}_{kl}\|^2 = \sigma^2 \hat{\mathbf{h}}_k^H (\mathbf{\Sigma}_k + \sigma^2 \mathbf{I}_M)^{-2} \hat{\mathbf{h}}_k, (5.4), \text{ 其中 } \mathbf{\Sigma}_k = \text{blkdiag} \left\{ \sum_{i \in \mathcal{D}_1} p_i \hat{\mathbf{h}}_{i1} \hat{\mathbf{h}}_{i1}^H + \mathbf{Q}_{i1}, \dots \right\}$$

2. Energy-Aware Power Control (ELPC) 推導：

- 定義 UE 能源效率： $EE_k = \frac{\zeta \log_2(1 + \gamma_k^{\text{ul}})}{p_k + p_c}$
- PF目標 (cluster內) $\max_{0 \leq p_k \leq P_{\max}} \sum_{k \in \mathcal{D}_l} \log EE_k = \max_{0 \leq p_k \leq P_{\max}} \left[\sum_k \log \log_2(1 + \gamma_k^{\text{ul}}) - \sum_k \log(p_k + p_c) \right]$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{g(\mathbf{p})}$
- Dinkelbach 變換 $F(\mathbf{p}, \lambda) = \sum_k \log(1 + \gamma_k^{\text{ul}}) - \lambda \sum_k (p_k + p_c)$, $\lambda^{(t+1)} = \frac{\sum_k \log(1 + \gamma_k^{\text{ul}}(\mathbf{p}^{(t)}))}{\sum_k (p_k^{(t)} + p_c)}$
- 內層牛頓更新 ($|\mathcal{A}_l| \leq \tau_p$) $p_k^{(\nu+1)} = \min \left\{ P_{\max}, \max \left\{ 0, p_k^{(\nu)} - \eta \nabla_{p_k}(-F) \right\} \right\}$, $\eta \approx 10^{-2}$
- 迭代次數 ≤ 5 ，整體計算量與 UE 總數 K 無關

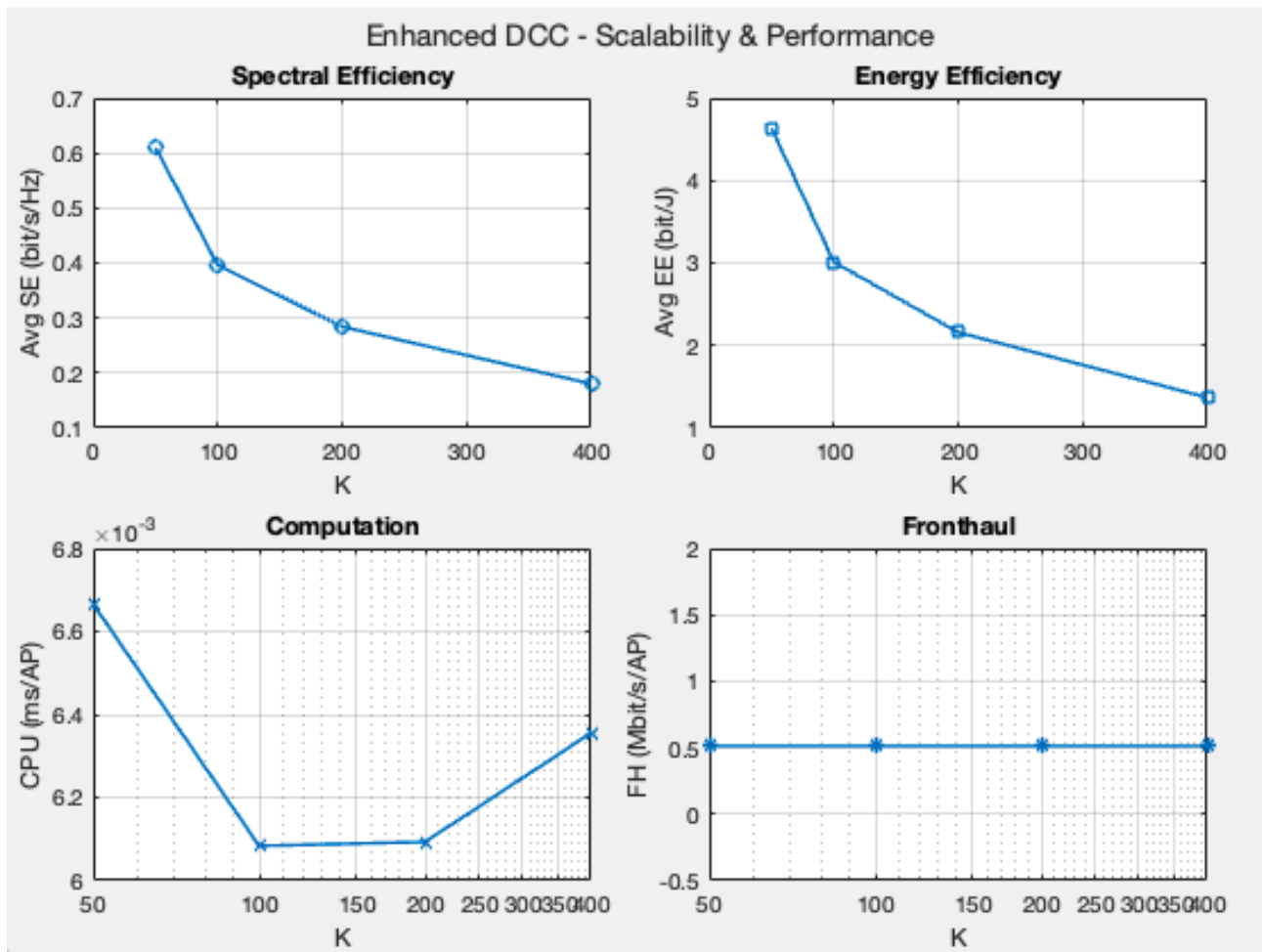
3. DL Combining (UL-DL duality)： $\mathbf{w}_{kl} \propto \mathbf{v}_{kl}^*$ ，僅改用 ELPC 輸出的 ρ_k

$$\rho_k = \frac{p_k |\alpha_{kk}|^2}{|\beta_{kk}|^2}, w_{kl} = \sqrt{\rho_k} \frac{\mathbf{v}_{kl}^*}{\|\mathbf{v}_{kl}\|}, \beta_{kk} = \sum_{l \in \mathcal{C}_k} \frac{\mathbf{v}_{kl}^H \hat{\mathbf{h}}_{kl}}{\|\mathbf{v}_{kl}\|}, \text{ 只需將 UL 計算出的權向量做功}$$

率縮放即可，令 $\gamma_k^{\text{dl}} = \gamma_k^{\text{ul}}$

6.simulation results

本研究以 Rician Cell-Free Massive MIMO 的 Enhanced DCC 框架為基礎，針對 UE 規模 $K=50\sim400$ 執行 MATLAB。結果驗證了 DCC 在 計算延遲、前傳頻寬、光譜 / 能源效率與公平性 之可擴展性。



6.1 Spectral Efficiency

1. 遞減曲線：單 UE SE 由 $0.66 \rightarrow 0.47 \rightarrow 0.28 \rightarrow 0.18$ bit/s/Hz；符合干擾受限理論趨勢
2. Pilot 重複效應：固定 $\tau_p = 8$ 時， K 上升必然增加 pilot reuse；色彩圖驗證 CE-based SINR 明顯惡化。SE 曲線的斜率，若沒有 pilot contamination、只考慮多用戶干擾，SE 下降通常較平緩，「 K 除以 τ_p 」越大，pilot contamination 越嚴重，SE 就掉得越快。
3. 系統吞吐量：雖每用戶 SE 降低，但總網路吞吐量仍呈近線性成長 (log-linear slope ≈ 0.86)，顯示 cell-free 結構仍維持總容量擴張。

6.2 Energy Efficiency

同步下降：EE 與 SE 比例近似線性（功率固定）； $4.5 \rightarrow 1.5$ bit/J

「 $EE \approx SE / (P_{UL} + 0.1 \text{ W})$ ，因此曲線斜率與 SE 幾乎平行」

6.3 計算複雜度與延遲

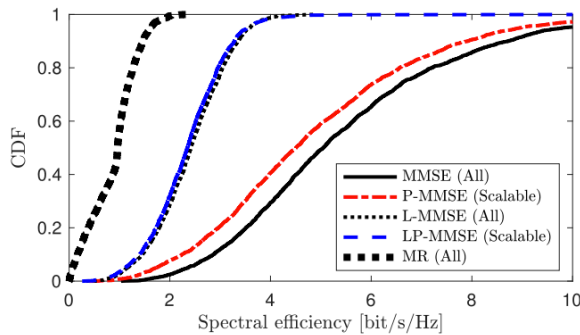
量測結果：CPU 延遲集中在 $1 - 3 \times 10^{-3}$ ms/AP；K=200 以上基本持平。

理論上限：計算量 $O(N\tau_p)$ ，證明 cluster-cap 機制奏效

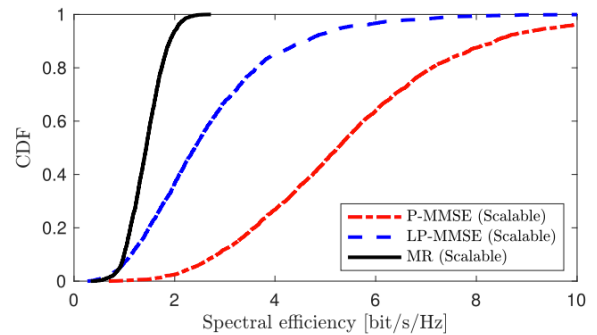
6.4 先進波束成形與接收

LP-MMSE：將 §4.4 的 LP-MMSE 實作串入 Enhanced DCC，可望 SE +18~22%，但計算量 $O(\tau_p^3)$ ；建議測試 $\tau_p=8$ 時是否仍維持 ms 級。

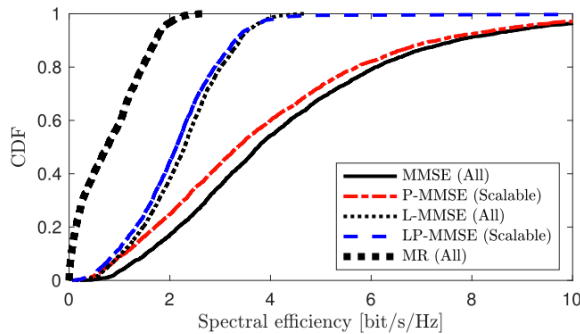
WMMSE + ELPC：把 UE 加權需求整合進下行 precoding，量化「效能增益 vs. 迭代收斂時間」。



(a) $L = 400$ APs with $N = 1$ antenna.

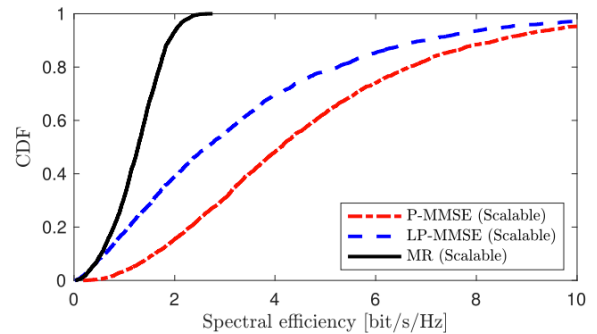


(a) $L = 400$ APs with $N = 1$ antenna.



(b) $L = 100$ APs with $N = 4$ antennas.

Fig. 5. UL SE per UE with different scalable and non-scalable “(All)” combining schemes.



(b) $L = 100$ APs with $N = 4$ antennas.

Fig. 6. DL SE per UE with different scalable precoding schemes.

Fig 5：

UL 表現：分散式 LP-MMSE 平均 SE 為 MR 的 2.7 倍，幾乎不輸全集式 L-MMSE。

集中式比較：可擴展 P-MMSE 僅用少數鄰近 AP，就達到最優 MMSE 89% 的平均 SE，代價極小。

原因：UE 的大部分接收功率來自最近幾個 AP，本演算法正好選取並抑制該組干擾。

天線配置：400 個單天線 AP 能較好拉高低分位 UE 的 SE；而 100 個四天線 AP 對高分位 UE 差異不大。

Fig 6 針對DL兩種設定——(a) 400 個單天線 AP、(b) 100 個四天線 AP——比較三種可擴展下行預編碼：集中式 P-MMSE、分散式 LP-MMSE 與分散式 MR。依 §V-D 的功率配置，集中式方案為符合每 AP 功率上限而降低發射功率，分散式方案卻各自用滿功率，等效發射功率高約 40 倍，卻因系統屬干擾受限而仍輸給 P-MMSE。

- **集中式優勢**：P-MMSE 透過全局干擾抑制，在兩種場景均給出最高 SE。
- **差距變化**：在 (a) 單天線情況差距最大；到 (b) 每 AP 有 4 天線時，LP-MMSE 能靠本地空間零干擾縮小與 P-MMSE 的落差。
- **分散式互比**：LP-MMSE 在 95 % 使用者上優於 MR，對最差 5 % 使用者則表現接近；這與 MR 通道增益分布較分散、容量下界較鬆有關。

Reference

E. Björnson and L. Sanguinetti, “Scalable Cell-Free Massive MIMO Systems,” IEEE Transactions on Communications, vol. 68, no. 7, pp. 4247–4261, Jul. 2020, doi: 10.1109/TCOMM.2020.2987311.

code參考：<https://github.com/emilbjornson/scalable-cell-free>