机器学习实战教程（九）：支持向量机实战篇之再撕非线性SVM

摘要

上篇文章讲解的是线性SVM的推导过程以及简化版SMO算法的代码实现。本篇文章将讲解SMO算法的优化方法以及非线性SVM。

一、前言

上篇文章讲解的是线性SVM的推导过程以及简化版SMO算法的代码实现。本篇文章将讲解SMO算法的优化方法以及非线性SVM。

本文出现的所有代码，均可在我的github上下载，欢迎Follow、Star：点击查看

二、SMO算法优化

在几百个点组成的小规模数据集上，简化版SMO算法的运行是没有什么问题的，但是在更大的数据集上的运行速度就会变慢。简化版SMO算法的第二随机的，针对这一问题，我们可以使用启发式选择第二个α值，来达到优化效果。

1、启发选择方式

下面这两个公式想必已经不再陌生：

$$\eta = \boldsymbol{x_i}^T\boldsymbol{x_i} + \boldsymbol{x_j}^T\boldsymbol{x_j} - 2\boldsymbol{x_i}^T\boldsymbol{x_j}$$

$$\alpha_j^{new} = \alpha_j^{old} + \frac{y_j\left(E_i - E_j\right)}{\eta}$$

在实现SMO算法的时候，先计算η，再更新αj。为了加快第二个αj乘子的迭代速度，需要让直线的斜率增大，对于αj的更新公式，其中η值没有什么文只能令:

$$max|E_i - E_j|$$

因此，我们可以明确自己的优化方法了：

- 最外层循环，首先在样本中选择违反KKT条件的一个乘子作为最外层循环，然后用"启发式选择"选择另外一个乘子并进行这两个乘子的优化
- 在非边界乘子中寻找使得 |Ei - Ej| 最大的样本
- 如果没有找到，则从整个样本中随机选择一个样本

接下来，让我们看看完整版SMO算法如何实现。

2、完整版SMO算法

完整版Platt SMO算法是通过一个外循环来选择违反KKT条件的一个乘子，并且其选择过程会在这两种方式之间进行交替：

- 在所有数据集上进行单遍扫描
- 在非边界α中实现单遍扫描

非边界α指的就是那些不等于边界0或C的α值，并且跳过那些已知的不会改变的α值。所以我们要先建立这些α的列表，用于才能出α的更新状态。

在选择第一个α值后，算法会通过"启发选择方式"选择第二个α值。

3、编写代码

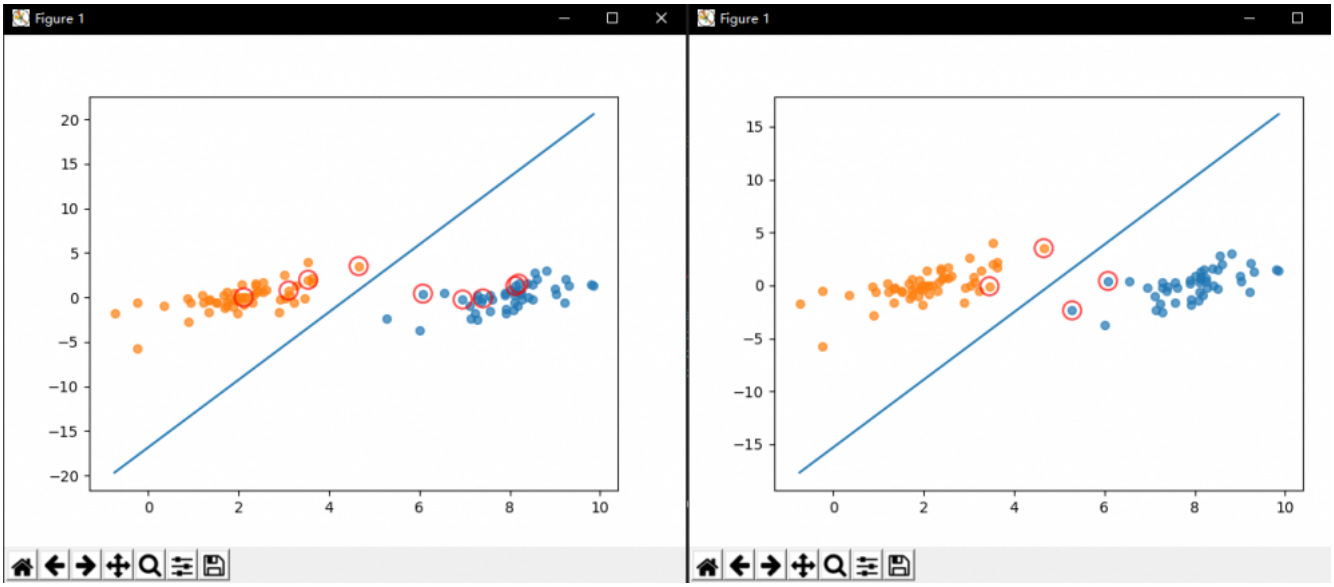
我们首先构建一个仅包含init方法的optStruct类，将其作为一个数据结构来使用，方便我们对于重要数据的维护。代码思路和之前的简化版SMO算法同之处在于增加了优化方法，如果上篇文章已经看懂，我想这个代码会很好理解。创建一个svm-smo.py文件，编写代码如下：

```
# -*-coding:utf-8 -*-
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import random

"""
Author:
    Jack Cui
Blog:
    http://blog.csdn.net/c406495762
Zhihu:
    https://www.zhihu.com/people/Jack--Cui/
Modify:
    2017-10-03
"""

class optStruct:
    """
    数据结构，维护所有需要操作的值
    Parameters:
        dataMatIn - 数据矩阵
        classLabels - 数据标签
        C - 松弛变量
        toler - 容错率
    """
    def __init__(self, dataMatIn, classLabels, C, toler):
        self.X = dataMatIn                                  #数据矩阵
        self.labelMat = classLabels                         #数据标签
        self.C = C                                          #松弛变量
        self.tol = toler                                    #容错率
        self.m = np.shape(dataMatIn)[0]                     #数据矩阵行数
        self.alphas = np.mat(np.zeros((self.m,1)))          #根据矩阵行数初始化alpha参数为0
        self.b = 0                                          #初始化b参数为0
        self.eCache = np.mat(np.zeros((self.m,2)))          #根据矩阵行数初始化虎误差缓存，第一列为是否有效的标志位，第二列为实际的误差E的值。

def loadDataSet(fileName):
    """
    读取数据
    Parameters:
        fileName - 文件名
    Returns:
        dataMat - 数据矩阵
        labelMat - 数据标签
    """
    dataMat = []; labelMat = []
    fr = open(fileName)
    for line in fr.readlines():                                     #逐行读取，滤除空格等
        lineArr = line.strip().split('\t')
        dataMat.append([float(lineArr[0]), float(lineArr[1])])      #添加数据
        labelMat.append(float(lineArr[2]))                          #添加标签
    return dataMat,labelMat

def calcEk(oS, k):
    """
    计算误差
    Parameters:
        oS - 数据结构
        k - 标号为k的数据
    Returns:
        Ek - 标号为k的数据误差
    """
    fXk = float(np.multiply(oS.alphas,oS.labelMat).T*(oS.X*oS.X[k,:].T) + oS.b)
    Ek = fXk - float(oS.labelMat[k])
    return Ek

def selectJrand(i, m):
    """
    函数说明:随机选择alpha_j的索引值

    Parameters:
        i - alpha_i的索引值
        m - alpha参数个数
    Returns:
        j - alpha_j的索引值
    """
    j = i                                   #选择一个不等于i的j
    while (j == i):
        j = int(random.uniform(0, m))
    return j

def selectJ(i, oS, Ei):
    """
    内循环启发方式2
    Parameters:
        i - 标号为i的数据的索引值
        oS - 数据结构
        Ei - 标号为i的数据误差
    Returns:
        j, maxK - 标号为j或maxK的数据的索引值
        Ej - 标号为j的数据误差
    """
    maxK = -1; maxDeltaE = 0; Ej = 0                        #初始化
    oS.eCache[i] = [1,Ei]                                     #根据Ei更新误差缓存
    validEcacheList = np.nonzero(oS.eCache[:,0].A)[0]       #返回误差不为0的数据的索引值
    if (len(validEcacheList)) > 1:                            #有不为0的误差
        for k in validEcacheList:                           #遍历,找到最大的Ek
            if k == i: continue                             #不计算i,浪费时间
            Ek = calcEk(oS, k)                                #计算Ek
            deltaE = abs(Ei - Ek)                           #计算|Ei-Ek|
```

```
            if (deltaE > maxDeltaE):                        #找到maxDeltaE
                maxK = k; maxDeltaE = deltaE; Ej = Ek
        return maxK, Ej                                     #返回maxK,Ej
    else:                                                   #没有不为0的误差
        j = selectJrand(i, oS.m)                            #随机选择alpha_j的索引值
        Ej = calcEk(oS, j)                                  #计算Ej
    return j, Ej                                            #j,Ej

def updateEk(oS, k):
    """
    计算Ek,并更新误差缓存
    Parameters:
        oS - 数据结构
        k - 标号为k的数据的索引值
    Returns:
        无
    """
    Ek = calcEk(oS, k)                                      #计算Ek
    oS.eCache[k] = [1,Ek]                                   #更新误差缓存


def clipAlpha(aj,H,L):
    """
    修剪alpha_j
    Parameters:
        aj - alpha_j的值
        H - alpha上限
        L - alpha下限
    Returns:
        aj - 修剪后的alpah_j的值
    """
    if aj > H:
        aj = H
    if L > aj:
        aj = L
    return aj

def innerL(i, oS):
    """
    优化的SMO算法
    Parameters:
        i - 标号为i的数据的索引值
        oS - 数据结构
    Returns:
        1 - 有任意一对alpha值发生变化
        0 - 没有任意一对alpha值发生变化或变化太小
    """
    #步骤1：计算误差Ei
    Ei = calcEk(oS, i)
    #优化alpha,设定一定的容错率。
    if ((oS.labelMat[i] * Ei < -oS.tol) and (oS.alphas[i] < oS.C)) or ((oS.labelMat[i] * Ei > oS.tol) and (oS.alphas[i] > 0)):
        #使用内循环启发方式2选择alpha_j,并计算Ej
        j,Ej = selectJ(i, oS, Ei)
        #保存更新前的aplpha值，使用深拷贝
        alphaIold = oS.alphas[i].copy(); alphaJold = oS.alphas[j].copy();
        #步骤2：计算上下界L和H
        if (oS.labelMat[i] != oS.labelMat[j]):
            L = max(0, oS.alphas[j] - oS.alphas[i])
            H = min(oS.C, oS.C + oS.alphas[j] - oS.alphas[i])
        else:
            L = max(0, oS.alphas[j] + oS.alphas[i] - oS.C)
            H = min(oS.C, oS.alphas[j] + oS.alphas[i])
        if L == H:
            print("L==H")
            return 0
        #步骤3：计算eta
        eta = 2.0 * oS.X[i,:] * oS.X[j,:].T - oS.X[i,:] * oS.X[i,:].T - oS.X[j,:] * oS.X[j,:].T
        if eta >= 0:
            print("eta>=0")
            return 0
        #步骤4：更新alpha_j
        oS.alphas[j] -= oS.labelMat[j] * (Ei - Ej)/eta
        #步骤5：修剪alpha_j
        oS.alphas[j] = clipAlpha(oS.alphas[j],H,L)
        #更新Ej至误差缓存
        updateEk(oS, j)
        if (abs(oS.alphas[j] - alphaJold) < 0.00001):
            print("alpha_j变化太小")
            return 0
        #步骤6：更新alpha_i
        oS.alphas[i] += oS.labelMat[j]*oS.labelMat[i]*(alphaJold - oS.alphas[j])
        #更新Ei至误差缓存
        updateEk(oS, i)
        #步骤7：更新b_1和b_2
        b1 = oS.b - Ei- oS.labelMat[i]*(oS.alphas[i]-alphaIold)*oS.X[i,:]*oS.X[i,:].T - oS.labelMat[j]*(oS.alphas[j]-alphaJold)*oS.X[i,:]*oS.X[j
        b2 = oS.b - Ej- oS.labelMat[i]*(oS.alphas[i]-alphaIold)*oS.X[i,:]*oS.X[j,:].T - oS.labelMat[j]*(oS.alphas[j]-alphaJold)*oS.X[j,:]*oS.X[j
        #步骤8：根据b_1和b_2更新b
        if (0 < oS.alphas[i]) and (oS.C > oS.alphas[i]): oS.b = b1
        elif (0 < oS.alphas[j]) and (oS.C > oS.alphas[j]): oS.b = b2
        else: oS.b = (b1 + b2)/2.0
        return 1
    else:
        return 0

def smoP(dataMatIn, classLabels, C, toler, maxIter):
    """
    完整的线性SMO算法
    Parameters:
        dataMatIn - 数据矩阵
        classLabels - 数据标签
        C - 松弛变量
        toler - 容错率
        maxIter - 最大迭代次数
    Returns:
```

```
        oS.b - SMO算法计算的b
        oS.alphas - SMO算法计算的alphas
    """
    oS = optStruct(np.mat(dataMatIn), np.mat(classLabels).transpose(), C, toler)                    #初始化数据结构
    iter = 0                                                                                         #初始化当前迭代次数
    entireSet = True; alphaPairsChanged = 0
    while (iter < maxIter) and ((alphaPairsChanged > 0) or (entireSet)):                             #遍历整个数据集都alpha也没有更新或者超过最大迭代次数
        alphaPairsChanged = 0
        if entireSet:                                                                                #遍历整个数据集
            for i in range(oS.m):
                alphaPairsChanged += innerL(i,oS)                                                    #使用优化的SMO算法
                print("全样本遍历:第%d次迭代 样本:%d, alpha优化次数:%d" % (iter,i,alphaPairsChanged))
            iter += 1
        else:                                                                                        #遍历非边界值
            nonBoundIs = np.nonzero((oS.alphas.A > 0) * (oS.alphas.A < C))[0]                        #遍历不在边界0和C的alpha
            for i in nonBoundIs:
                alphaPairsChanged += innerL(i,oS)
                print("非边界遍历:第%d次迭代 样本:%d, alpha优化次数:%d" % (iter,i,alphaPairsChanged))
            iter += 1
        if entireSet:                                                                                #遍历一次后改为非边界遍历
            entireSet = False
        elif (alphaPairsChanged == 0):                                                               #如果alpha没有更新,计算全样本遍历
            entireSet = True
        print("迭代次数: %d" % iter)
    return oS.b,oS.alphas                                                                            #返回SMO算法计算的b和alphas


def showClassifer(dataMat, classLabels, w, b):
    """
    分类结果可视化
    Parameters:
        dataMat - 数据矩阵
        w - 直线法向量
        b - 直线解决
    Returns:
        无
    """
    #绘制样本点
    data_plus = []                                  #正样本
    data_minus = []                                 #负样本
    for i in range(len(dataMat)):
        if classLabels[i] > 0:
            data_plus.append(dataMat[i])
        else:
            data_minus.append(dataMat[i])
    data_plus_np = np.array(data_plus)              #转换为numpy矩阵
    data_minus_np = np.array(data_minus)            #转换为numpy矩阵
    plt.scatter(np.transpose(data_plus_np)[0], np.transpose(data_plus_np)[1], s=30, alpha=0.7)   #正样本散点图
    plt.scatter(np.transpose(data_minus_np)[0], np.transpose(data_minus_np)[1], s=30, alpha=0.7) #负样本散点图
    #绘制直线
    x1 = max(dataMat)[0]
    x2 = min(dataMat)[0]
    a1, a2 = w
    b = float(b)
    a1 = float(a1[0])
    a2 = float(a2[0])
    y1, y2 = (-b- a1*x1)/a2, (-b - a1*x2)/a2
    plt.plot([x1, x2], [y1, y2])
    #找出支持向量点
    for i, alpha in enumerate(alphas):
        if abs(alpha) > 0:
            x, y = dataMat[i]
            plt.scatter([x], [y], s=150, c='none', alpha=0.7, linewidth=1.5, edgecolor='red')
    plt.show()


def calcWs(alphas,dataArr,classLabels):
    """
    计算w
    Parameters:
        dataArr - 数据矩阵
        classLabels - 数据标签
        alphas - alphas值
    Returns:
        w - 计算得到的w
    """
    X = np.mat(dataArr); labelMat = np.mat(classLabels).transpose()
    m,n = np.shape(X)
    w = np.zeros((n,1))
    for i in range(m):
        w += np.multiply(alphas[i]*labelMat[i],X[i,:].T)
    return w

if __name__ == '__main__':
    dataArr, classLabels = loadDataSet('testSet.txt')
    b, alphas = smoP(dataArr, classLabels, 0.6, 0.001, 40)
    w = calcWs(alphas,dataArr, classLabels)
    showClassifer(dataArr, classLabels, w, b)
```

完整版SMO算法(左图)与简化版SMO算法(右图)运行结果对比如下图所示：



图中画红圈的样本点为支持向量上的点，是满足算法的一种解。完整版SMO算法覆盖整个数据集进行计算，而简化版SMO算法是随机选择的。可以看SMO算法选出的支持向量样点更多，更接近理想的分隔超平面。

对比两种算法的运算时间，我的测试结果是**完整版SMO算法的速度比简化版SMO算法的速度快6倍左右。**

其实，优化方法不仅仅是简单的启发式选择，还有其他优化方法，SMO算法速度还可以进一步提高。但是鉴于文章进度，这里不再进行展开。感兴趣移步这里进行理论学习：点我查看

三、非线性SVM

1、核技巧

我们已经了解到，SVM如何处理线性可分的情况，而对于非线性的情况，SVM的处理方式就是选择一个核函数。简而言之：在线性不可分的情况下，事先选择的非线性映射（核函数）将输入变量映到一个高维特征空间，将其变成在高维空间线性可分，在这个高维空间中构造最优分类超平面。

根据上篇文章，线性可分的情况下，可知最终的超平面方程为：

$$f(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i y_i \boldsymbol{x_i}^T \boldsymbol{x} + b$$

将上述公式用内积来表示：

$$f(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i y_i \langle \boldsymbol{x_i}, \boldsymbol{x} \rangle + b$$

对于线性不可分，我们使用一个非线性映射，将数据映射到特征空间，在特征空间中使用线性学习器，分类函数变形如下：

$$f(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i y_i \langle \emptyset(\boldsymbol{x_i}), \emptyset(\boldsymbol{x}) \rangle + b$$

其中ϕ从输入空间(X)到某个特征空间(F)的映射，这意味着建立非线性学习器分为两步：

- 首先使用一个非线性映射将数据变换到一个特征空间F；
- 然后在特征空间使用线性学习器分类。

如果有一种方法可以**在特征空间中直接计算内积 <ϕ(xi),ϕ(x)>，**就像在原始输入点的函数中一样，就有可能将两个步骤融合到一起建立一个分线性的**直接计算的方法称为核函数方法。**

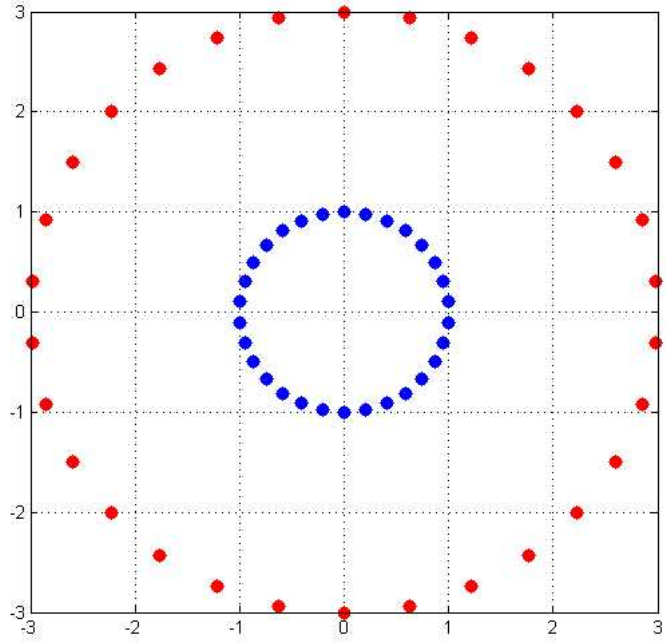
这里直接给出一个定义：核是一个函数k，对所有x,z∈X，满足k(x,z)=<ϕ(xi),ϕ(x)>，这里ϕ(·)是从原始输入空间X到内积空间F的映射。

简而言之：如果不是用核技术，就会先计算线性映ϕ(x1)和ϕ(x2)，然后计算这它们的内积，使用了核技术之后，先把ϕ(x1)和ϕ(x2)的一般表达式<ϕ(x1),ϕ(x2)>=k(<ϕ(x1),ϕ(x2) >)计算出来，这里的<·，·>表示内积，k(·，·)就是对应的核函数，这个表达式往往非常简单，所以计算非常方便。

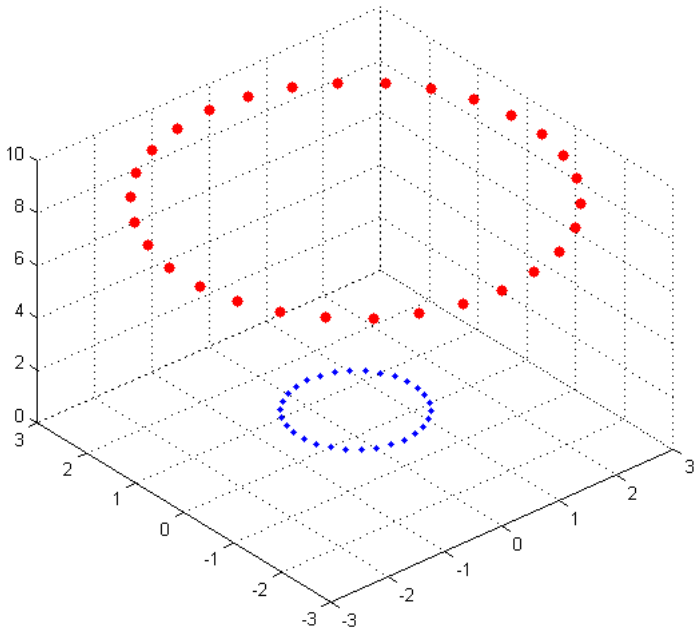
这种将内积替换成核函数的方式被称为**核技巧(kernel trick)。**

2、非线性数据处理

已经知道了核技巧是什么，**但是为什么要这样做呢？**我们先举一个简单的例子，进行说明。假设二维平面x-y上存在若干点，其中点集A服从 {x,y|x^2 集B服从{x,y|x^2+y^2=9}，那么这些点在二维平面上的分布是这样的：

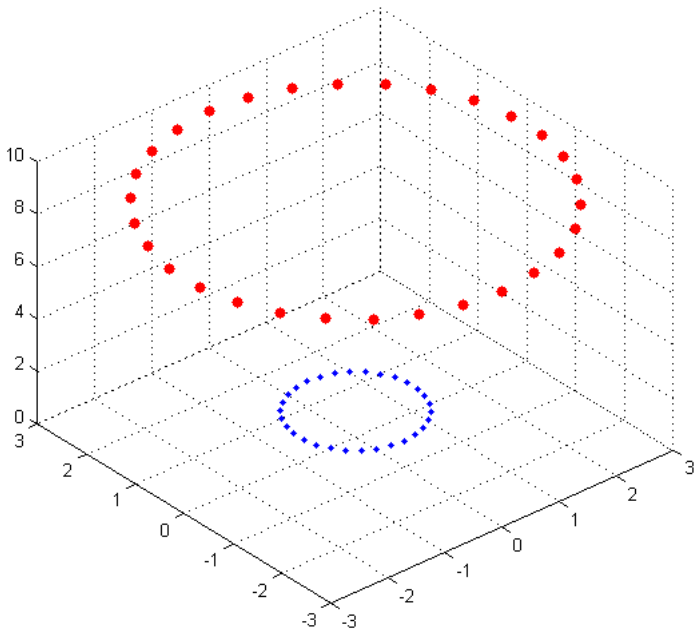


蓝色的是点集A，红色的是点集B，他们在xy平面上并不能线性可分，即用一条直线分割（ 虽然肉眼是可以识别的 ）。采用映射(x,y)->(x,y,x^2+y^2 间的点的分布为：



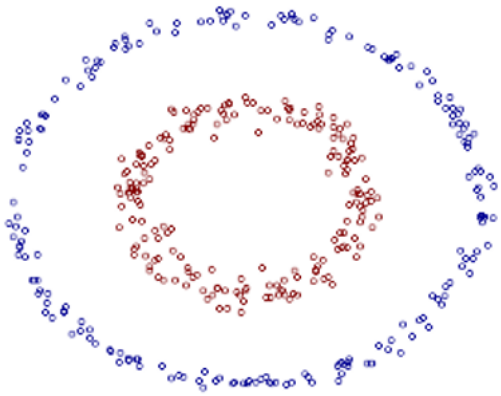
可见红色和蓝色的点被映射到了不同的平面，在更高维空间中是线性可分的（用一个平面去分割）。

上述例子中的样本点的分布遵循圆的分布。继续推广到椭圆的一般样本形式：



可见红色和蓝色的点被映射到了不同的平面，在更高维空间中是线性可分的（用一个平面去分割）。

上述例子中的样本点的分布遵循圆的分布。继续推广到椭圆的一般样本形式：



上图的两类数据分布为两个椭圆的形状，这样的数据本身就是不可分的。不难发现，这两个半径不同的椭圆是加上了少量的噪音生成得到的。所以，一应该也是一个椭圆，而不是一个直线。如果用X1和X2来表示这个二维平面的两个坐标的话，我们知道这个分界椭圆可以写为：

$$a_1X_1 + a_2X_1^2 + a_3X_2 + a_4X_2^2 + a_5X_1X_2 + a_6 = 0$$

这个方程就是高中学过的椭圆一般方程。注意上面的形式，如果我们构造另外一个五维的空间，其中五个坐标的值分别为：

$$Z_1 = X_1, Z_2 = X_1^2, Z_3 = X_2, Z_4 = X_2^2, Z_5 = X_1X_2$$

那么，显然我们可以将这个分界的椭圆方程写成如下形式：

$$\sum_{i=1}^{5} a_iZ_i + a_6 = 0$$

这个关于新的坐标Z1,Z2,Z3,Z4,Z5的方程，就是一个超平面方程，它的维度是5。也就是说，如果我们做一个映射 ϕ：二维 → 五维，将 X1,X2按照上i Z1,Z2,⋯ ,Z5，那么在新的空间中原来的数据将变成线性可分的，从而使用之前我们推导的线性分类算法就可以进行处理了。

我们举个简单的计算例子，现在假设已知的映射函数为：

$$\emptyset\big((x_1, x_2)\big) = (\sqrt{2}x_1, x_1^2, \sqrt{2}x_2, x_2^2, \sqrt{2}x_1x_2, 1)$$

这个是一个从2维映射到5维的例子。如果没有使用核函数，根据上一小节的介绍，我们需要先结算映射后的结果，然后再进行内积运算。那么对于两 (x1,x2)和a2=(y1,y2)有：

$$\langle \phi((x_1,x_2),\phi(y_1,y_2)) \rangle = 2x_1y_1 + {x_1}^2{y_1}^2 + 2x_2y_2 + {x_2}^2{y_2}^2 + 2x_1x_2y_1y_2 + 1$$

另外，如果我们不进行映射计算，直接运算下面的公式：

$$(\langle x_1,x_2 \rangle + 1)^2 = 2x_1y_1 + {x_1}^2{y_1}^2 + 2x_2y_2 + {x_2}^2{y_2}^2 + 2x_1x_2y_1y_2 + 1$$

你会发现，这两个公式的计算结果是相同的。区别在于什么呢？

- 一个是根据映射函数，映射到高维空间中，然后再根据内积的公式进行计算，计算量大；
- 另一个则直接在原来的低维空间中进行计算，而不需要显式地写出映射后的结果，计算量小。

其实，在这个例子中，核函数就是：

$$k(x_1,x_2) = (\langle x_1,x_2 \rangle + 1)^2$$

我们通过k(x1,x2)的低维运算得到了先映射再内积的高维运算的结果，这就是核函数的神奇之处，它有效减少了我们的计算量。在这个例子中，我们对做映射，选择的新的空间是原始空间的所以一阶和二阶的组合，得到了5维的新空间；如果原始空间是3维的，那么我们会得到19维的新空间，这个数目是的。如果我们使用ϕ(·)做映射计算，难度非常大，而且如果遇到无穷维的情况，就根本无从计算了。所以使用核函数进行计算是非常有必要的。

3、核技巧的实现

通过核技巧的转变，我们的分类函数变为：

$$f(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i y_i \kappa(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}) + b$$

我们的对偶问题变成了：

$$\max_{\boldsymbol{\alpha}} \sum_{i=1}^{n} \alpha_i - \frac{1}{2}\alpha_i\alpha_j y_i y_j \kappa(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j)$$

$$s.t.\ \alpha_i \geq 0, i = 1, 2, \cdots, n$$

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i y_i = 0$$

这样，**我们就避开了高纬度空间中的计算。**当然，我们刚刚的例子是非常简单的，我们可以手动构造出来对应映射的核函数出来，如果对于任意一个映对应的核函数就很困难了。因此，通常，人们会从一些常用的核函数中进行选择，根据问题和数据的不同，选择不同的参数，得到不同的核函数。接下来一个非常流行的核函数，那就是径向基核函数。

径向基核函数是SVM中常用的一个核函数。径向基核函数采用向量作为自变量的函数，能够基于向量举例运算输出一个标量。径向基核函数的高斯版下：

$$\kappa(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2) = \exp\left\{-\frac{\|\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_2\|^2}{2\sigma^2}\right\}$$

其中，σ是用户自定义的用于确定到达率(reach)或者说函数值跌落到0的速度参数。上述高斯核函数将数据从原始空间映射到无穷维空间。关于无穷维必太担心。高斯核函数只是一个常用的核函数，使用者并不需要确切地理解数据到底是如何表现的，而且使用高斯核函数还会得到一个理想的结果。如果σ话，高次特征上的权重实际上衰减得非常快，所以实际上（数值上近似一下）相当于一个低维的子空间；反过来，如果σ选得很小，则可以将任意的数据映——当然，这并不一定是好事，因为随之而来的可能是非常严重的过拟合问题。不过，总的来说，通过调控参数σ，高斯核实际上具有相当高的灵活性，t的核函数之一。

四、编程实现非线性SVM

接下来，我们将使用testSetRBF.txt和testSetRBF2.txt，前者作为训练集，后者作为测试集。数据集下载地址：点我查看

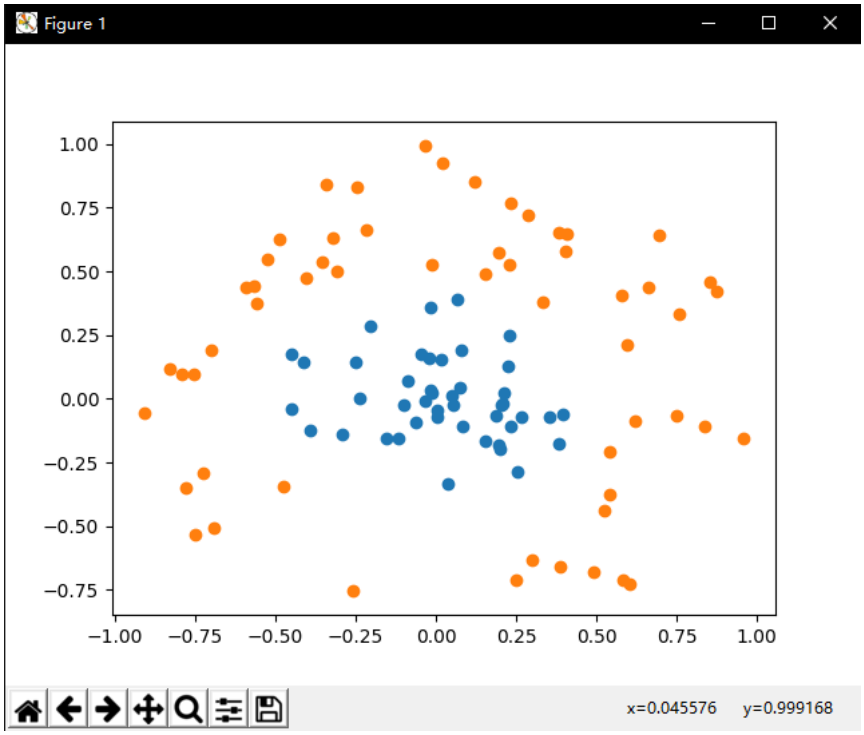
1、可视化数据集

我们先编写程序简单看下数据集：

```
1 # -*-coding:utf-8 -*-
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 import numpy as np
```

```
4
5  def showDataSet(dataMat, labelMat):
6      """
7      数据可视化
8      Parameters:
9          dataMat - 数据矩阵
10         labelMat - 数据标签
11     Returns:
12         无
13     """
14     data_plus = []                                  #正样本
15     data_minus = []                                 #负样本
16     for i in range(len(dataMat)):
17         if labelMat[i] > 0:
18             data_plus.append(dataMat[i])
19         else:
20             data_minus.append(dataMat[i])
21     data_plus_np = np.array(data_plus)              #转换为numpy矩阵
22     data_minus_np = np.array(data_minus)            #转换为numpy矩阵
23     plt.scatter(np.transpose(data_plus_np)[0], np.transpose(data_plus_np)[1])   #正样本散点图
24     plt.scatter(np.transpose(data_minus_np)[0], np.transpose(data_minus_np)[1]) #负样本散点图
25     plt.show()
26
27 if __name__ == '__main__':
28     dataArr,labelArr = loadDataSet('testSetRBF.txt')                      #加载训练集
29     showDataSet(dataArr, labelArr)
```

程序运行结果：



可见，数据明显是线性不可分的。下面我们根据公式，编写核函数，并增加初始化参数kTup用于存储核函数有关的信息，同时我们只要将之前的内积数的运算即可。最后编写testRbf()函数，用于测试。创建svmMLiA.py文件，编写代码如下：

```
1  # -*-coding:utf-8 -*-
2  import matplotlib.pyplot as plt
3  import numpy as np
4  import random
5
6  """
7  Author:
8      Jack Cui
9  Blog:
10     http://blog.csdn.net/c406495762
11 Zhihu:
12     https://www.zhihu.com/people/Jack--Cui/
13 Modify:
14     2017-10-03
15 """
16
17 class optStruct:
18     """
19     数据结构，维护所有需要操作的值
20     Parameters:
21         dataMatIn - 数据矩阵
22         classLabels - 数据标签
23         C - 松弛变量
24         toler - 容错率
25         kTup - 包含核函数信息的元组,第一个参数存放核函数类别，第二个参数存放必要的核函数需要用到的参数
26     """
27     def __init__(self, dataMatIn, classLabels, C, toler, kTup):
28         self.X = dataMatIn                                  #数据矩阵
29         self.labelMat = classLabels                         #数据标签
30         self.C = C                                          #松弛变量
31         self.tol = toler                                    #容错率
32         self.m = np.shape(dataMatIn)[0]                     #数据矩阵行数
```

```
        self.alphas = np.mat(np.zeros((self.m,1)))          #根据矩阵行数初始化alpha参数为0
        self.b = 0                                          #初始化b参数为0
        self.eCache = np.mat(np.zeros((self.m,2)))          #根据矩阵行数初始化虎误差缓存，第一列为是否有效的标志位，第二列为实际的误差E的值。
        self.K = np.mat(np.zeros((self.m,self.m)))         #初始化核K
        for i in range(self.m):                             #计算所有数据的核K
            self.K[:,i] = kernelTrans(self.X, self.X[i,:], kTup)

def kernelTrans(X, A, kTup):
    """
    通过核函数将数据转换更高维的空间
    Parameters:
        X - 数据矩阵
        A - 单个数据的向量
        kTup - 包含核函数信息的元组
    Returns:
        K - 计算的核K
    """
    m,n = np.shape(X)
    K = np.mat(np.zeros((m,1)))
    if kTup[0] == 'lin': K = X * A.T                        #线性核函数,只进行内积。
    elif kTup[0] == 'rbf':                                  #高斯核函数,根据高斯核函数公式进行计算
        for j in range(m):
            deltaRow = X[j,:] - A
            K[j] = deltaRow*deltaRow.T
        K = np.exp(K/(-1*kTup[1]**2))                       #计算高斯核K
    else: raise NameError('核函数无法识别')
    return K                                               #返回计算的核K

def loadDataSet(fileName):
    """
    读取数据
    Parameters:
        fileName - 文件名
    Returns:
        dataMat - 数据矩阵
        labelMat - 数据标签
    """
    dataMat = []; labelMat = []
    fr = open(fileName)
    for line in fr.readlines():                                     #逐行读取，滤除空格等
        lineArr = line.strip().split('\t')
        dataMat.append([float(lineArr[0]), float(lineArr[1])])      #添加数据
        labelMat.append(float(lineArr[2]))                          #添加标签
    return dataMat,labelMat

def calcEk(oS, k):
    """
    计算误差
    Parameters:
        oS - 数据结构
        k - 标号为k的数据
    Returns:
        Ek - 标号为k的数据误差
    """
    fXk = float(np.multiply(oS.alphas,oS.labelMat).T*oS.K[:,k] + oS.b)
    Ek = fXk - float(oS.labelMat[k])
    return Ek

def selectJrand(i, m):
    """
    函数说明:随机选择alpha_j的索引值

    Parameters:
        i - alpha_i的索引值
        m - alpha参数个数
    Returns:
        j - alpha_j的索引值
    """
    j = i                                   #选择一个不等于i的j
    while (j == i):
        j = int(random.uniform(0, m))
    return j

def selectJ(i, oS, Ei):
    """
    内循环启发方式2
    Parameters:
        i - 标号为i的数据的索引值
        oS - 数据结构
        Ei - 标号为i的数据误差
    Returns:
        j, maxK - 标号为j或maxK的数据的索引值
        Ej - 标号为j的数据误差
    """
    maxK = -1; maxDeltaE = 0; Ej = 0                         #初始化
    oS.eCache[i] = [1,Ei]                                      #根据Ei更新误差缓存
    validEcacheList = np.nonzero(oS.eCache[:,0].A)[0]        #返回误差不为0的数据的索引值
    if (len(validEcacheList)) > 1:                             #有不为0的误差
        for k in validEcacheList:                           #遍历,找到最大的Ek
            if k == i: continue                             #不计算i,浪费时间
            Ek = calcEk(oS, k)                                #计算Ek
            deltaE = abs(Ei - Ek)                             #计算|Ei-Ek|
            if (deltaE > maxDeltaE):                        #找到maxDeltaE
                maxK = k; maxDeltaE = deltaE; Ej = Ek
        return maxK, Ej                                        #返回maxK,Ej
    else:                                                   #没有不为0的误差
        j = selectJrand(i, oS.m)                            #随机选择alpha_j的索引值
        Ej = calcEk(oS, j)                                    #计算Ej
    return j, Ej                                             #j,Ej

def updateEk(oS, k):
    """
    计算Ek,并更新误差缓存
    Parameters:
```

```
        oS - 数据结构
        k - 标号为k的数据的索引值
    Returns:
        无
    """
    Ek = calcEk(oS, k)                                          #计算Ek
    oS.eCache[k] = [1,Ek]                                       #更新误差缓存

def clipAlpha(aj,H,L):
    """
    修剪alpha_j
    Parameters:
        aj - alpha_j的值
        H - alpha上限
        L - alpha下限
    Returns:
        aj - 修剪后的alpah_j的值
    """
    if aj > H:
        aj = H
    if L > aj:
        aj = L
    return aj

def innerL(i, oS):
    """
    优化的SMO算法
    Parameters:
        i - 标号为i的数据的索引值
        oS - 数据结构
    Returns:
        1 - 有任意一对alpha值发生变化
        0 - 没有任意一对alpha值发生变化或变化太小
    """
    #步骤1：计算误差Ei
    Ei = calcEk(oS, i)
    #优化alpha,设定一定的容错率。
    if ((oS.labelMat[i] * Ei < -oS.tol) and (oS.alphas[i] < oS.C)) or ((oS.labelMat[i] * Ei > oS.tol) and (oS.alphas[i] > 0)):
        #使用内循环启发方式2选择alpha_j,并计算Ej
        j,Ej = selectJ(i, oS, Ei)
        #保存更新前的aplpha值，使用深拷贝
        alphaIold = oS.alphas[i].copy(); alphaJold = oS.alphas[j].copy();
        #步骤2：计算上下界L和H
        if (oS.labelMat[i] != oS.labelMat[j]):
            L = max(0, oS.alphas[j] - oS.alphas[i])
            H = min(oS.C, oS.C + oS.alphas[j] - oS.alphas[i])
        else:
            L = max(0, oS.alphas[j] + oS.alphas[i] - oS.C)
            H = min(oS.C, oS.alphas[j] + oS.alphas[i])
        if L == H:
            print("L==H")
            return 0
        #步骤3：计算eta
        eta = 2.0 * oS.K[i,j] - oS.K[i,i] - oS.K[j,j]
        if eta >= 0:
            print("eta>=0")
            return 0
        #步骤4：更新alpha_j
        oS.alphas[j] -= oS.labelMat[j] * (Ei - Ej)/eta
        #步骤5：修剪alpha_j
        oS.alphas[j] = clipAlpha(oS.alphas[j],H,L)
        #更新Ej至误差缓存
        updateEk(oS, j)
        if (abs(oS.alphas[j] - alphaJold) < 0.00001):
            print("alpha_j变化太小")
            return 0
        #步骤6：更新alpha_i
        oS.alphas[i] += oS.labelMat[j]*oS.labelMat[i]*(alphaJold - oS.alphas[j])
        #更新Ei至误差缓存
        updateEk(oS, i)
        #步骤7：更新b_1和b_2
        b1 = oS.b - Ei- oS.labelMat[i]*(oS.alphas[i]-alphaIold)*oS.K[i,i] - oS.labelMat[j]*(oS.alphas[j]-alphaJold)*oS.K[i,j]
        b2 = oS.b - Ej- oS.labelMat[i]*(oS.alphas[i]-alphaIold)*oS.K[i,j]- oS.labelMat[j]*(oS.alphas[j]-alphaJold)*oS.K[j,j]
        #步骤8：根据b_1和b_2更新b
        if (0 < oS.alphas[i]) and (oS.C > oS.alphas[i]): oS.b = b1
        elif (0 < oS.alphas[j]) and (oS.C > oS.alphas[j]): oS.b = b2
        else: oS.b = (b1 + b2)/2.0
        return 1
    else:
        return 0

def smoP(dataMatIn, classLabels, C, toler, maxIter, kTup = ('lin',0)):
    """
    完整的线性SMO算法
    Parameters:
        dataMatIn - 数据矩阵
        classLabels - 数据标签
        C - 松弛变量
        toler - 容错率
        maxIter - 最大迭代次数
        kTup - 包含核函数信息的元组
    Returns:
        oS.b - SMO算法计算的b
        oS.alphas - SMO算法计算的alphas
    """
    oS = optStruct(np.mat(dataMatIn), np.mat(classLabels).transpose(), C, toler, kTup)                #初始化数据结构
    iter = 0                                                                                          #初始化当前迭代次数
    entireSet = True; alphaPairsChanged = 0
    while (iter < maxIter) and ((alphaPairsChanged > 0) or (entireSet)):                              #遍历整个数据集都alpha也没有更新或者超过最大迭代次数
        alphaPairsChanged = 0
        if entireSet:                                                                                 #遍历整个数据集
            for i in range(oS.m):
                alphaPairsChanged += innerL(i,oS)                                                     #使用优化的SMO算法
                print("全样本遍历:第%d次迭代 样本:%d, alpha优化次数:%d" % (iter,i,alphaPairsChanged))
```

```
            iter += 1
        else:                                                                   #遍历非边界值
            nonBoundIs = np.nonzero((oS.alphas.A > 0) * (oS.alphas.A < C))[0]   #遍历不在边界0和C的alpha
            for i in nonBoundIs:
                alphaPairsChanged += innerL(i,oS)
                print("非边界遍历:第%d次迭代 样本:%d, alpha优化次数:%d" % (iter,i,alphaPairsChanged))
            iter += 1
        if entireSet:                                                           #遍历一次后改为非边界遍历
            entireSet = False
        elif (alphaPairsChanged == 0):                                          #如果alpha没有更新,计算全样本遍历
            entireSet = True
        print("迭代次数: %d" % iter)
    return oS.b,oS.alphas                                                       #返回SMO算法计算的b和alphas

def testRbf(k1 = 1.3):
    """
    测试函数
    Parameters:
        k1 - 使用高斯核函数的时候表示到达率
    Returns:
        无
    """
    dataArr,labelArr = loadDataSet('testSetRBF.txt')                        #加载训练集
    b,alphas = smoP(dataArr, labelArr, 200, 0.0001, 100, ('rbf', k1))       #根据训练集计算b和alphas
    datMat = np.mat(dataArr); labelMat = np.mat(labelArr).transpose()
    svInd = np.nonzero(alphas.A > 0)[0]                                     #获得支持向量
    sVs = datMat[svInd]
    labelSV = labelMat[svInd];
    print("支持向量个数:%d" % np.shape(sVs)[0])
    m,n = np.shape(datMat)
    errorCount = 0
    for i in range(m):
        kernelEval = kernelTrans(sVs,datMat[i,:],('rbf', k1))               #计算各个点的核
        predict = kernelEval.T * np.multiply(labelSV,alphas[svInd]) + b     #根据支持向量的点，计算超平面，返回预测结果
        if np.sign(predict) != np.sign(labelArr[i]): errorCount += 1        #返回数组中各元素的正负符号，用1和-1表示，并统计错误个数
    print("训练集错误率: %.2f%%" % ((float(errorCount)/m)*100))             #打印错误率
    dataArr,labelArr = loadDataSet('testSetRBF2.txt')                       #加载测试集
    errorCount = 0
    datMat = np.mat(dataArr); labelMat = np.mat(labelArr).transpose()
    m,n = np.shape(datMat)
    for i in range(m):
        kernelEval = kernelTrans(sVs,datMat[i,:],('rbf', k1))               #计算各个点的核
        predict=kernelEval.T * np.multiply(labelSV,alphas[svInd]) + b       #根据支持向量的点，计算超平面，返回预测结果
        if np.sign(predict) != np.sign(labelArr[i]): errorCount += 1        #返回数组中各元素的正负符号，用1和-1表示，并统计错误个数
    print("测试集错误率: %.2f%%" % ((float(errorCount)/m)*100))             #打印错误率

def showDataSet(dataMat, labelMat):
    """
    数据可视化
    Parameters:
        dataMat - 数据矩阵
        labelMat - 数据标签
    Returns:
        无
    """
    data_plus = []                                  #正样本
    data_minus = []                                 #负样本
    for i in range(len(dataMat)):
        if labelMat[i] > 0:
            data_plus.append(dataMat[i])
        else:
            data_minus.append(dataMat[i])
    data_plus_np = np.array(data_plus)              #转换为numpy矩阵
    data_minus_np = np.array(data_minus)            #转换为numpy矩阵
    plt.scatter(np.transpose(data_plus_np)[0], np.transpose(data_plus_np)[1])   #正样本散点图
    plt.scatter(np.transpose(data_minus_np)[0], np.transpose(data_minus_np)[1]) #负样本散点图
    plt.show()

if __name__ == '__main__':
    testRbf()
```

运行结果如下图所示：

```
    plt.show()

if __name__ == '__main__':
    testRbf()
```

```
alpha_j变化太小
全样本遍历:第5次迭代 样本:87, alpha优化次数:0
全样本遍历:第5次迭代 样本:88, alpha优化次数:0
全样本遍历:第5次迭代 样本:89, alpha优化次数:0
全样本遍历:第5次迭代 样本:90, alpha优化次数:0
全样本遍历:第5次迭代 样本:91, alpha优化次数:0
L==H
全样本遍历:第5次迭代 样本:92, alpha优化次数:0
全样本遍历:第5次迭代 样本:93, alpha优化次数:0
全样本遍历:第5次迭代 样本:94, alpha优化次数:0
全样本遍历:第5次迭代 样本:95, alpha优化次数:0
全样本遍历:第5次迭代 样本:96, alpha优化次数:0
全样本遍历:第5次迭代 样本:97, alpha优化次数:0
全样本遍历:第5次迭代 样本:98, alpha优化次数:0
全样本遍历:第5次迭代 样本:99, alpha优化次数:0
迭代次数: 6
支持向量个数:22
训练集错误率: 1.00%
测试集错误率: 4.00%
[Finished in 1.7s]
```

可以看到，训练集错误率为1%，测试集错误率都是4%，训练耗时1.7s 。可以尝试更换不同的K1参数以观察测试错误率、训练错误率、支持向量个数况。你会发现K1过大，会出现过拟合的情况，即训练集错误率低，但是测试集错误率高。

五、Sklearn构建SVM分类器

在第一篇文章中，我们使用了kNN进行手写数字识别。它的缺点是存储空间大，因为要保留所有的训练样本，如果你的老板让你节约这个内存空间，识别效果，甚至更好。那这个时候，我们就要可以使用SVM了，因为它只需要保留支持向量即可，而且能获得可比的效果。

使用的数据集还是kNN用到的数据集（testDigits和trainingDigits）：点我查看

如果对这个数据集不了解的，可以先看看我的第一篇文章：

CSDN：点我查看

知乎：点我查看

首先，我们先使用自己用python写的代码进行训练。创建文件svm-digits.py文件，编写代码如下：

```
# -*-coding:utf-8 -*-
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import random

"""
Author:
    Jack Cui
Blog:
    http://blog.csdn.net/c406495762
Zhihu:
    https://www.zhihu.com/people/Jack--Cui/
Modify:
    2017-10-03
"""

class optStruct:
    """
    数据结构，维护所有需要操作的值
    Parameters:
        dataMatIn - 数据矩阵
        classLabels - 数据标签
        C - 松弛变量
        toler - 容错率
        kTup - 包含核函数信息的元组,第一个参数存放核函数类别，第二个参数存放必要的核函数需要用到的参数
    """
    def __init__(self, dataMatIn, classLabels, C, toler, kTup):
        self.X = dataMatIn                                  #数据矩阵
        self.labelMat = classLabels                         #数据标签
        self.C = C                                          #松弛变量
        self.tol = toler                                    #容错率
        self.m = np.shape(dataMatIn)[0]                     #数据矩阵行数
        self.alphas = np.mat(np.zeros((self.m,1)))          #根据矩阵行数初始化alpha参数为0
        self.b = 0                                          #初始化b参数为0
        self.eCache = np.mat(np.zeros((self.m,2)))          #根据矩阵行数初始化虎误差缓存，第一列为是否有效的标志位，第二列为实际的误差E的值。
        self.K = np.mat(np.zeros((self.m,self.m)))          #初始化核K
        for i in range(self.m):                             #计算所有数据的核K
            self.K[:,i] = kernelTrans(self.X, self.X[i,:], kTup)

def kernelTrans(X, A, kTup):
    """
    通过核函数将数据转换更高维的空间
    Parameters:
        X - 数据矩阵
        A - 单个数据的向量
        kTup - 包含核函数信息的元组
    Returns:
        K - 计算的核K
    """
    m,n = np.shape(X)
    K = np.mat(np.zeros((m,1)))
    if kTup[0] == 'lin': K = X * A.T                        #线性核函数,只进行内积。
    elif kTup[0] == 'rbf':                                  #高斯核函数,根据高斯核函数公式进行计算
        for j in range(m):
            deltaRow = X[j,:] - A
            K[j] = deltaRow*deltaRow.T
        K = np.exp(K/(-1*kTup[1]**2))                       #计算高斯核K
    else: raise NameError('核函数无法识别')
    return K                                                #返回计算的核K

def loadDataSet(fileName):
    """
    读取数据
    Parameters:
        fileName - 文件名
    Returns:
        dataMat - 数据矩阵
        labelMat - 数据标签
    """
    dataMat = []; labelMat = []
    fr = open(fileName)
    for line in fr.readlines():                                     #逐行读取，滤除空格等
        lineArr = line.strip().split('\t')
        dataMat.append([float(lineArr[0]), float(lineArr[1])])      #添加数据
        labelMat.append(float(lineArr[2]))                          #添加标签
    return dataMat,labelMat

def calcEk(oS, k):
```

```
    """
    计算误差
    Parameters:
        oS - 数据结构
        k - 标号为k的数据
    Returns:
        Ek - 标号为k的数据误差
    """
    fXk = float(np.multiply(oS.alphas,oS.labelMat).T*oS.K[:,k] + oS.b)
    Ek = fXk - float(oS.labelMat[k])
    return Ek

def selectJrand(i, m):
    """
    函数说明:随机选择alpha_j的索引值

    Parameters:
        i - alpha_i的索引值
        m - alpha参数个数
    Returns:
        j - alpha_j的索引值
    """
    j = i                                    #选择一个不等于i的j
    while (j == i):
        j = int(random.uniform(0, m))
    return j

def selectJ(i, oS, Ei):
    """
    内循环启发方式2
    Parameters:
        i - 标号为i的数据的索引值
        oS - 数据结构
        Ei - 标号为i的数据误差
    Returns:
        j, maxK - 标号为j或maxK的数据的索引值
        Ej - 标号为j的数据误差
    """
    maxK = -1; maxDeltaE = 0; Ej = 0                         #初始化
    oS.eCache[i] = [1,Ei]                                      #根据Ei更新误差缓存
    validEcacheList = np.nonzero(oS.eCache[:,0].A)[0]        #返回误差不为0的数据的索引值
    if (len(validEcacheList)) > 1:                             #有不为0的误差
        for k in validEcacheList:                            #遍历,找到最大的Ek
            if k == i: continue                              #不计算i,浪费时间
            Ek = calcEk(oS, k)                                 #计算Ek
            deltaE = abs(Ei - Ek)                            #计算|Ei-Ek|
            if (deltaE > maxDeltaE):                         #找到maxDeltaE
                maxK = k; maxDeltaE = deltaE; Ej = Ek
        return maxK, Ej                                        #返回maxK,Ej
    else:                                                    #没有不为0的误差
        j = selectJrand(i, oS.m)                             #随机选择alpha_j的索引值
        Ej = calcEk(oS, j)                                     #计算Ej
    return j, Ej                                             #j,Ej

def updateEk(oS, k):
    """
    计算Ek,并更新误差缓存
    Parameters:
        oS - 数据结构
        k - 标号为k的数据的索引值
    Returns:
        无
    """
    Ek = calcEk(oS, k)                                         #计算Ek
    oS.eCache[k] = [1,Ek]                                    #更新误差缓存


def clipAlpha(aj,H,L):
    """
    修剪alpha_j
    Parameters:
        aj - alpha_j的值
        H - alpha上限
        L - alpha下限
    Returns:
        aj - 修剪后的alpah_j的值
    """
    if aj > H:
        aj = H
    if L > aj:
        aj = L
    return aj

def innerL(i, oS):
    """
    优化的SMO算法
    Parameters:
        i - 标号为i的数据的索引值
        oS - 数据结构
    Returns:
        1 - 有任意一对alpha值发生变化
        0 - 没有任意一对alpha值发生变化或变化太小
    """
    #步骤1：计算误差Ei
    Ei = calcEk(oS, i)
    #优化alpha,设定一定的容错率。
    if ((oS.labelMat[i] * Ei < -oS.tol) and (oS.alphas[i] < oS.C)) or ((oS.labelMat[i] * Ei > oS.tol) and (oS.alphas[i] > 0)):
        #使用内循环启发方式2选择alpha_j,并计算Ej
        j,Ej = selectJ(i, oS, Ei)
        #保存更新前的aplpha值，使用深拷贝
        alphaIold = oS.alphas[i].copy(); alphaJold = oS.alphas[j].copy();
        #步骤2：计算上下界L和H
        if (oS.labelMat[i] != oS.labelMat[j]):
            L = max(0, oS.alphas[j] - oS.alphas[i])
```

```
            H = min(oS.C, oS.C + oS.alphas[j] - oS.alphas[i])
        else:
            L = max(0, oS.alphas[j] + oS.alphas[i] - oS.C)
            H = min(oS.C, oS.alphas[j] + oS.alphas[i])
        if L == H:
            print("L==H")
            return 0
        #步骤3：计算eta
        eta = 2.0 * oS.K[i,j] - oS.K[i,i] - oS.K[j,j]
        if eta >= 0:
            print("eta>=0")
            return 0
        #步骤4：更新alpha_j
        oS.alphas[j] -= oS.labelMat[j] * (Ei - Ej)/eta
        #步骤5：修剪alpha_j
        oS.alphas[j] = clipAlpha(oS.alphas[j],H,L)
        #更新Ej至误差缓存
        updateEk(oS, j)
        if (abs(oS.alphas[j] - alphaJold) < 0.00001):
            print("alpha_j变化太小")
            return 0
        #步骤6：更新alpha_i
        oS.alphas[i] += oS.labelMat[j]*oS.labelMat[i]*(alphaJold - oS.alphas[j])
        #更新Ei至误差缓存
        updateEk(oS, i)
        #步骤7：更新b_1和b_2
        b1 = oS.b - Ei- oS.labelMat[i]*(oS.alphas[i]-alphaIold)*oS.K[i,i] - oS.labelMat[j]*(oS.alphas[j]-alphaJold)*oS.K[i,j]
        b2 = oS.b - Ej- oS.labelMat[i]*(oS.alphas[i]-alphaIold)*oS.K[i,j]- oS.labelMat[j]*(oS.alphas[j]-alphaJold)*oS.K[j,j]
        #步骤8：根据b_1和b_2更新b
        if (0 < oS.alphas[i]) and (oS.C > oS.alphas[i]): oS.b = b1
        elif (0 < oS.alphas[j]) and (oS.C > oS.alphas[j]): oS.b = b2
        else: oS.b = (b1 + b2)/2.0
        return 1
    else:
        return 0

def smoP(dataMatIn, classLabels, C, toler, maxIter, kTup = ('lin',0)):
    """
    完整的线性SMO算法
    Parameters:
        dataMatIn - 数据矩阵
        classLabels - 数据标签
        C - 松弛变量
        toler - 容错率
        maxIter - 最大迭代次数
        kTup - 包含核函数信息的元组
    Returns:
        oS.b - SMO算法计算的b
        oS.alphas - SMO算法计算的alphas
    """
    oS = optStruct(np.mat(dataMatIn), np.mat(classLabels).transpose(), C, toler, kTup)                #初始化数据结构
    iter = 0                                                                                          #初始化当前迭代次数
    entireSet = True; alphaPairsChanged = 0
    while (iter < maxIter) and ((alphaPairsChanged > 0) or (entireSet)):                              #遍历整个数据集都alpha也没有更新或者超过最大迭代次数
        alphaPairsChanged = 0
        if entireSet:                                                                                 #遍历整个数据集
            for i in range(oS.m):
                alphaPairsChanged += innerL(i,oS)                                                     #使用优化的SMO算法
                print("全样本遍历:第%d次迭代 样本:%d, alpha优化次数:%d" % (iter,i,alphaPairsChanged))
            iter += 1
        else:                                                                                         #遍历非边界值
            nonBoundIs = np.nonzero((oS.alphas.A > 0) * (oS.alphas.A < C))[0]                         #遍历不在边界0和C的alpha
            for i in nonBoundIs:
                alphaPairsChanged += innerL(i,oS)
                print("非边界遍历:第%d次迭代 样本:%d, alpha优化次数:%d" % (iter,i,alphaPairsChanged))
            iter += 1
        if entireSet:                                                                                 #遍历一次后改为非边界遍历
            entireSet = False
        elif (alphaPairsChanged == 0):                                                                #如果alpha没有更新，计算全样本遍历
            entireSet = True
        print("迭代次数: %d" % iter)
    return oS.b,oS.alphas                                                                             #返回SMO算法计算的b和alphas


def img2vector(filename):
    """
    将32x32的二进制图像转换为1x1024向量。
    Parameters:
        filename - 文件名
    Returns:
        returnVect - 返回的二进制图像的1x1024向量
    """
    returnVect = np.zeros((1,1024))
    fr = open(filename)
    for i in range(32):
        lineStr = fr.readline()
        for j in range(32):
            returnVect[0,32*i+j] = int(lineStr[j])
    return returnVect

def loadImages(dirName):
    """
    加载图片
    Parameters:
        dirName - 文件夹的名字
    Returns:
        trainingMat - 数据矩阵
        hwLabels - 数据标签
    """
    from os import listdir
    hwLabels = []
    trainingFileList = listdir(dirName)
    m = len(trainingFileList)
    trainingMat = np.zeros((m,1024))
```

```
    for i in range(m):
        fileNameStr = trainingFileList[i]
        fileStr = fileNameStr.split('.')[0]
        classNumStr = int(fileStr.split('_')[0])
        if classNumStr == 9: hwLabels.append(-1)
        else: hwLabels.append(1)
        trainingMat[i,:] = img2vector('%s/%s' % (dirName, fileNameStr))
    return trainingMat, hwLabels

def testDigits(kTup=('rbf', 10)):
    """
    测试函数
    Parameters:
        kTup - 包含核函数信息的元组
    Returns:
        无
    """
    dataArr,labelArr = loadImages('trainingDigits')
    b,alphas = smoP(dataArr, labelArr, 200, 0.0001, 10, kTup)
    datMat = np.mat(dataArr); labelMat = np.mat(labelArr).transpose()
    svInd = np.nonzero(alphas.A>0)[0]
    sVs=datMat[svInd]
    labelSV = labelMat[svInd];
    print("支持向量个数:%d" % np.shape(sVs)[0])
    m,n = np.shape(datMat)
    errorCount = 0
    for i in range(m):
        kernelEval = kernelTrans(sVs,datMat[i,:],kTup)
        predict=kernelEval.T * np.multiply(labelSV,alphas[svInd]) + b
        if np.sign(predict) != np.sign(labelArr[i]): errorCount += 1
    print("训练集错误率: %.2f%%" % (float(errorCount)/m))
    dataArr,labelArr = loadImages('testDigits')
    errorCount = 0
    datMat = np.mat(dataArr); labelMat = np.mat(labelArr).transpose()
    m,n = np.shape(datMat)
    for i in range(m):
        kernelEval = kernelTrans(sVs,datMat[i,:],kTup)
        predict=kernelEval.T * np.multiply(labelSV,alphas[svInd]) + b
        if np.sign(predict) != np.sign(labelArr[i]): errorCount += 1
    print("测试集错误率: %.2f%%" % (float(errorCount)/m))

if __name__ == '__main__':
    testDigits()
```

SMO算法实现部分跟上文是一样的，我们新创建了img2vector()、loadImages()、testDigits()函数，它们分别用于二进制图形转换、图片加载、训练我们自己的SVM分类器是个二类分类器，所以在设置标签的时候，将9作为负类，其余的0-8作为正类，进行训练。这是一种'ovr'思想，即one vs rest，就和剩余所有的类别进行分类。如果想实现10个数字的识别，一个简单的方法是，训练出10个分类器。这里简单起见，只训练了一个用于分类9和其余所有数运行结果如下：

```
328 if __name__ == '__main__':
329     testDigits()
```

```
alpha_j变化太小
全样本遍历:第3次迭代 样本:1923, alpha优化次数:0
alpha_j变化太小
全样本遍历:第3次迭代 样本:1924, alpha优化次数:0
全样本遍历:第3次迭代 样本:1925, alpha优化次数:0
alpha_j变化太小
全样本遍历:第3次迭代 样本:1926, alpha优化次数:0
alpha_j变化太小
全样本遍历:第3次迭代 样本:1927, alpha优化次数:0
alpha_j变化太小
全样本遍历:第3次迭代 样本:1928, alpha优化次数:0
alpha_j变化太小
全样本遍历:第3次迭代 样本:1929, alpha优化次数:0
alpha_j变化太小
全样本遍历:第3次迭代 样本:1930, alpha优化次数:0
alpha_j变化太小
全样本遍历:第3次迭代 样本:1931, alpha优化次数:0
全样本遍历:第3次迭代 样本:1932, alpha优化次数:0
alpha_j变化太小
全样本遍历:第3次迭代 样本:1933, alpha优化次数:0
迭代次数: 4
支持向量个数:298
训练集错误率: 0.00%
测试集错误率: 0.01%
[Finished in 307.4s]
```

可以看到，虽然我们进行了所谓的**"优化"**，但是训练仍然很耗时，迭代10次，花费了307.4s。因为我们没有多进程、没有设置自动的终止条件，总之优化的地方太多了。尽管如此，我们训练后得到的结果还是不错的，可以看到训练集错误率为0，测试集错误率也仅为0.01%。

接下来，就是讲解本文的重头戏：sklearn.svm.SVC。

1、sklearn.svm.SVC

官方英文文档手册：点我查看

sklearn.svm模块提供了很多模型供我们使用，本文使用的是svm.SVC，它是基于libsvm实现的。

sklearn.svm: Support Vector Machines

The sklearn.svm module includes Support Vector Machine algorithms.

User guide: See the Support Vector Machines section for further details.

Estimators

svm.LinearSVC([penalty, loss, dual, tol, C, ...])	Linear Support Vector Classification.
svm.LinearSVR([epsilon, tol, C, loss, ...])	Linear Support Vector Regression.
svm.NuSVC([nu, kernel, degree, gamma, ...])	Nu-Support Vector Classification.
svm.NuSVR([nu, C, kernel, degree, gamma, ...])	Nu Support Vector Regression.
svm.OneClassSVM([kernel, degree, gamma, ...])	Unsupervised Outlier Detection.
svm.SVC([C, kernel, degree, gamma, coef0, ...])	C-Support Vector Classification.
svm.SVR([kernel, degree, gamma, coef0, tol, ...])	Epsilon-Support Vector Regression.
svm.l1_min_c(X, y[, loss, fit_intercept, ...])	Return the lowest bound for C such that for C in (l1_min_C, infinity) the model is guaranteed not to be empty.

Low-level methods

svm.libsvm.cross_validation	Binding of the cross-validation routine (low-level routine)
svm.libsvm.decision_function	Predict margin (libsvm name for this is predict_values)
svm.libsvm.fit	Train the model using libsvm (low-level method)
svm.libsvm.predict	Predict target values of X given a model (low-level method)
svm.libsvm.predict_proba	Predict probabilities

让我们先看下SVC这个函数，一共有14个参数：

sklearn.svm.SVC

class sklearn.svm. **SVC** (*C=1.0, kernel='rbf', degree=3, gamma='auto', coef0=0.0, shrinking=True, probability=False, tol=0.001, cache_size=200, class_weight=None, verbose=False, max_iter=-1, decision_function_shape='ovr', random_state=None*) [source]

参数说明如下：

- **C**：惩罚项，float类型，可选参数，默认为1.0，C越大，即对分错样本的惩罚程度越大，因此在训练样本中准确率越高，但是泛化能力降低，也就是对测试数据的分类准确率降低。相反，减小C的话，容许训练样本中有一些误分类错误样本，泛化能力强。对于训练样本带有噪声的情况，一般采用后者，把训练样本集中错误分类的样本作为噪声。
- **kernel**：核函数类型，str类型，默认为'rbf'。可选参数为：
  - 'linear'：线性核函数
  - 'poly'：多项式核函数
  - 'rbf'：径像核函数/高斯核
  - 'sigmod'：sigmod核函数
  - 'precomputed'：核矩阵
  - precomputed表示自己提前计算好核函数矩阵，这时候算法内部就不再用核函数去计算核矩阵，而是直接用你给的核矩阵，核矩阵需要为n*n的。
- **degree**：多项式核函数的阶数，int类型，可选参数，默认为3。这个参数只对多项式核函数有用，是指多项式核函数的阶数n，如果给的核函数参数是其他核函数，则会自动忽略该参数。
- **gamma**：核函数系数，float类型，可选参数，默认为auto。只对'rbf' ,'poly' ,'sigmod'有效。如果gamma为auto，代表其值为样本特征数的倒数，即1/n_features。
- **coef0**：核函数中的独立项，float类型，可选参数，默认为0.0。只有对'poly' 和,'sigmod'核函数有用，是指其中的参数c。
- **probability**：是否启用概率估计，bool类型，可选参数，默认为False，这必须在调用fit()之前启用，并且会fit()方法速度变慢。
- **shrinking**：是否采用启发式收缩方式，bool类型，可选参数，默认为True。
- **tol**：svm停止训练的误差精度，float类型，可选参数，默认为1e^-3。
- **cache_size**：内存大小，float类型，可选参数，默认为200。指定训练所需要的内存，以MB为单位，默认为200MB。
- **class_weight**：类别权重，dict类型或str类型，可选参数，默认为None。给每个类别分别设置不同的惩罚参数C，如果没有给，则会给所有类别都是C，即前面参数指出的参数C。如果给定参数'balance'，则使用y的值自动调整与输入数据中的类频率成反比的权重。
- **verbose**：是否启用详细输出，bool类型，默认为False，此设置利用libsvm中的每个进程运行时设置，如果启用，可能无法在多线程上下文中正常工作。一般情况都设为False，不用管它。

- **max_iter**：最大迭代次数，int类型，默认为-1，表示不限制。
- **decision_function_shape**：决策函数类型，可选参数'ovo'和'ovr'，默认为'ovr'。'ovo'表示one vs one，'ovr'表示one vs rest。
- **random_state**：数据洗牌时的种子值，int类型，可选参数，默认为None。伪随机数发生器的种子,在混洗数据时用于概率估计。

其实，只要自己写了SMO算法，每个参数的意思，大概都是能明白的。

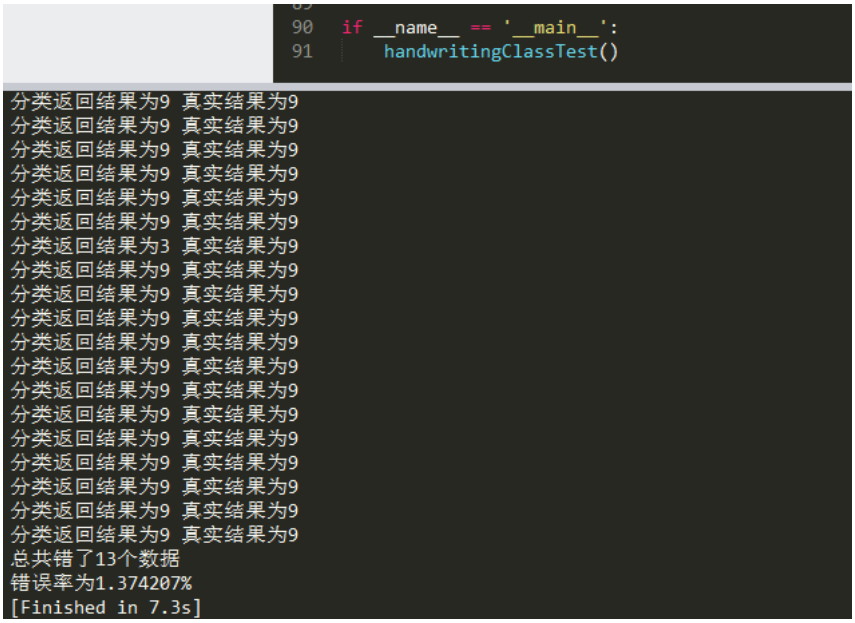
2、编写代码

SVC很是强大，我们不用理解算法实现的具体细节，不用理解算法的优化方法。同时，它也满足我们的多分类需求。创建文件svm-svc.py文件，编写

```
# -*- coding: UTF-8 -*-
import numpy as np
import operator
from os import listdir
from sklearn.svm import SVC

"""
Author:
    Jack Cui
Blog:
    http://blog.csdn.net/c406495762
Zhihu:
    https://www.zhihu.com/people/Jack--Cui/
Modify:
    2017-10-04
"""

def img2vector(filename):
    """
    将32x32的二进制图像转换为1x1024向量。
    Parameters:
        filename - 文件名
    Returns:
        returnVect - 返回的二进制图像的1x1024向量
    """
    #创建1x1024零向量
    returnVect = np.zeros((1, 1024))
    #打开文件
    fr = open(filename)
    #按行读取
    for i in range(32):
        #读一行数据
        lineStr = fr.readline()
        #每一行的前32个元素依次添加到returnVect中
        for j in range(32):
            returnVect[0, 32*i+j] = int(lineStr[j])
    #返回转换后的1x1024向量
    return returnVect

def handwritingClassTest():
    """
    手写数字分类测试
    Parameters:
        无
    Returns:
        无
    """
    #测试集的Labels
    hwLabels = []
    #返回trainingDigits目录下的文件名
    trainingFileList = listdir('trainingDigits')
    #返回文件夹下文件的个数
    m = len(trainingFileList)
    #初始化训练的Mat矩阵,测试集
    trainingMat = np.zeros((m, 1024))
    #从文件名中解析出训练集的类别
    for i in range(m):
        #获得文件的名字
        fileNameStr = trainingFileList[i]
        #获得分类的数字
        classNumber = int(fileNameStr.split('_')[0])
        #将获得的类别添加到hwLabels中
        hwLabels.append(classNumber)
        #将每一个文件的1x1024数据存储到trainingMat矩阵中
        trainingMat[i,:] = img2vector('trainingDigits/%s' % (fileNameStr))
    clf = SVC(C=200,kernel='rbf')
    clf.fit(trainingMat,hwLabels)
    #返回testDigits目录下的文件列表
    testFileList = listdir('testDigits')
    #错误检测计数
    errorCount = 0.0
    #测试数据的数量
    mTest = len(testFileList)
    #从文件中解析出测试集的类别并进行分类测试
    for i in range(mTest):
        #获得文件的名字
        fileNameStr = testFileList[i]
        #获得分类的数字
        classNumber = int(fileNameStr.split('_')[0])
        #获得测试集的1x1024向量,用于训练
        vectorUnderTest = img2vector('testDigits/%s' % (fileNameStr))
        #获得预测结果
        # classifierResult = classify0(vectorUnderTest, trainingMat, hwLabels, 3)
        classifierResult = clf.predict(vectorUnderTest)
        print("分类返回结果为%d\t真实结果为%d" % (classifierResult, classNumber))
        if(classifierResult != classNumber):
            errorCount += 1.0
    print("总共错了%d个数据\n错误率为%f%%" % (errorCount, errorCount/mTest * 100))

```

```
90 if __name__ == '__main__':
91     handwritingClassTest()
```

代码和kNN的实现是差不多的，就是换了个分类器而已。运行结果如下：



可以看到，训练和测试的时间总共加起来才7.3s。而且，测试集的错误率仅为1.37%。试着改变SVC的参数，慢慢体会一下吧~

六、总结

1、SVM的优缺点

优点

- 可用于线性/非线性分类，也可以用于回归，泛化错误率低，也就是说具有良好的学习能力，且学到的结果具有很好的推广性。
- 可以解决小样本情况下的机器学习问题，可以解决高维问题，可以避免神经网络结构选择和局部极小点问题。
- SVM是最好的现成的分类器，现成是指不加修改可直接使用。并且能够得到较低的错误率，SVM可以对训练集之外的数据点做很好的分类决策。

缺点

- 对参数调节和和函数的选择敏感。

2、其他

- 至此，关于SVM的文章已经写完，还有一些理论和细节，可能会在今后的文章提及。
- 下篇文章将讲解AdaBoost，欢迎各位的捧场！
- 如有问题，请留言。如有错误，还望指正，谢谢！

PS：如果觉得本篇本章对您有所帮助，欢迎关注、评论、赞！

参考资料：

- [1] SVM多维空间线性可分的理解：点击查看
- [2] 《机器学习实战》第六章

JackCui

关注人工智能及互联网的个人博客

查看熊掌号