

第一章 投资者行为分析

投资者的消费与投资选择

- 金融学的核心是理解不确定条件下个体的消费与投资决策，以及这些决策对于证券估值的隐含意义。
- 投资者是这个过程的基础，这些投资者的投资和消费等行为最终决定资产的价格。所以，为了理解资本市场中资产的价格是如何确定的，就必须先了解投资者行为。
- 不确定环境中个人投资和消费决策受到许多因素的影响
 - 对世界的认知
 - 选择偏好
 - 对信息的处理
 - 信息
 - 投资环境
 -
- 希望从投资者的选择偏好的角度来理解。

分析投资者的选择偏好的重要性

- 定价：时间价值与风险价值
- 智能投顾
 - 投资者风险厌恶系数
 - 产品设计大众化还是特色化
- 投资组合：具有替代性质的股票之间是否存在互补效应
- 员工激励期权：心理价值与公司成本
- 金融产品的销售：领投者的规模

不确定条件下的选择偏好理论

- 研究不确定条件下的选择偏好理论的模型非常多
 - 最常用的被接受的理性选择偏好模型是Von Neumann和Morgenstern(1953)的期望效用理论
 - 最著名的行为学选择偏好模型是Kahneman和Amos Tversky（1979）的前景理论（Prospect Theory）。

Nomative theory 与 Positive theory

- 期望效用理论用完备的数学规则来定义经济社会中个体的理性行为，从中得出这些行为的最一般特征。从而在此基础上用某种理论来刻画个体选择的目标以及选择的方法。
 - 期望效用理论提供了数学化的公理，是一个标准化的模型（解决了当人们面对风险选择时他们应该怎样行动的问题），应用起来比较方便。
 - 但是在最近的几十年，该理论遇到了很多问题，它不能解释众多的金融市场现象，它的几个基础性的公理被实验数据所违背，这些问题也刺激了其它的一些试图解释不确定性条件下个人行为的理论的发展。

Nomative theory 与 Positive theory

- 作为一个描述性的模型，前景理论具有描述性模型共有的缺点，和规范性模型（具有严格数学推导的模型）相比，它缺乏严格的理论和数学推导，只能对人们的行为进行描述，因此前景理论的研究也只能使其描述性越来越好，换句话说，它只是说明了人们会怎样做，而没有告诉人们应该怎样做。

Nomative theory 与 Positive theory

- 两者会彼此靠近吗？
- 理论的创新
- 投资者教育
 - 市场教训
 - 帮助
- Andrew W. Lo（2012），Financial Analysts Journal, Adaptive Markets and the New World Order

本章内容

- 首先讨论期望效用理论
 - 当面对不确定下的不同风险选择时，个体的行为公理；当个体的行为服从这些公理时，个体的偏好可以用期望效用函数来表示
 - 应当提到的是，这些行为公理是从经济学角度出发的，并不一定服从人类学、心理学、以及政治学、社会学的标准。
 - 在期望效用假设下，个体偏好呈现风险厌恶的充分必要条件以及特征。
- 其次讨论经典理论与行为金融的差别
- 最后讨论前景理论

一、期望效用理论

假 设

- 假设
 - 模型为**一期**投资模型：投资者在时间0投资，在时间1消费。
 - 在时间1只有一种消费品用于消费（即，以这种消费品作为计量单位，其余的消费品都换算成这种消费品）。
- 经济中的不确定性体现在时间1将要实现的不确定状态。
 - 一个状态是对从时间0到时间1的不确定环境的一个完全描述
 - 以概率空间 (Ω, \mathcal{F}, P) 来定义时间1的不确定性。 Ω 中的每个元素 ω 表示自然界的一个状态。

消费计划

- $t=0$ $t=1$



$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N\}$$

$$x(\omega)$$



$$Z (Z \subset R)$$

在时间 0 从消费
计划集 X 选择某个 x

消费计划

- **定义1:** 一个消费计划是对不同状态下的不同的消费品的数量的描述。
 - 用 $x(\cdot)$ 表示一个消费计划, $x:\Omega \rightarrow Z, (Z \subset R)$ 为一可测函数, $x(\omega)$ 表示状态 ω 发生时消费品的数量。

消费计划

x 是一个随机变量，它可以指各种证券、衍生资产。例如，当 x 表示无风险债券时，对于 $\forall \omega \in \Omega$ ， $x(\omega) = \text{常数}$ 。又如表1

	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
$x(\omega)$	2	3	1	8	0

表1 一个消费计划

Ω 是一个有限集，消费计划 x 表示在状态 ω_1 发生时有2个单位消费品，状态 ω_2 发生时有3个单位消费品等等。

偏好关系与效用表示

- 以 X 表示所有消费计划的集合。对于 X 中的元素，个体有自己的偏好关系，不同个体由不同偏好关系表示。
 - 在 X 上定义个体的偏好关系“ \succeq ”。
 - 正如确定性情况一样，我们希望用一个效用函数 H 来表示（量化）这种偏好关系，使得
对任意 $x, x' \in X$, $x \succeq x'$ 当且仅当 $H(x) \geq H(x')$ 。

偏好关系与效用表示

- 由于这里的效用函数建立在不确定的随机消费上，是一种非常抽象的刻画，特别当 \mathbf{X} 中的元素很多时，这是一个艰巨的任务，所以，我们希望用一个建立在确定性消费上的效用函数来刻画偏好，即，存在一个函数 u 和一个概率 P ， u 比较不同的确定消费的效用，而 P 给出不同状态发生的可能性。从而偏好关系 “ \succeq ” 就可以用一种效用的期望形式给出：消费计划 x 偏好于 x' 当且仅当

$$H(x) = \int_{\Omega} u(x(\omega)) dP(\omega) \geq \int_{\Omega} u(x'(\omega)) dP(\omega) = H(x')$$

期望效用表示

- **定义2:** 称个体的偏好有一个期望效用表示, 如果存在一个函数 u 使得随机消费 \tilde{x} 偏好于随机消费 \tilde{y} 当且仅当

$$E[u(\tilde{x})] \geq E[u(\tilde{y})]$$

这里 $E(\cdot)$ 是在客观概率下的期望。

客观与主观概率

- 客观概率与主观概率
- 概率的获得
 - 分布函数的估计
 - 信息的获得和处理
 - 先验概率与贝叶斯定理

信息的获得和处理

- 公共信息与私有信息
- 信息不对称的影响
- 对信息的处理
 - 贝叶斯公式
 - 行为偏差
 - 过度自信
 - 选美效应

Von-Neumann-Morgonstern效用函数

- 当 x, x' 是确定的消费计划时,

即 $x(\omega) = z, x(\omega') = z', \forall \omega$,

$$E[u(x')] = u(z') \quad E[u(x)] = u(z) \quad \circ$$

在这种意义上, u 比较的是确定性的消费计划, 称 u 为 Von-Neumann-Morgonstern 效用函数。

分布函数

设 P 是 Ω 上的概率。因为一个消费计划是一个随机变量，所以它的特征可以用 P 来刻画，定义这个消费计划的分布函数为：

$$F_x(z) \equiv P\{\omega \in \Omega; x(\omega) \leq z\},$$

从而有

$$E[u(x)] = \int_{\Omega} u(x) dP = \int_Z u(z) dF_x(z)。$$

- 两个消费计划，如果它们有相同的分布，则它们有相同的期望效用。这说明个体选择消费计划时，他的目标应落在消费计划的概率分布上。
- 两个分布函数相同的消费计划，在同一个状态发生时可以有完全不同的消费规模。这正是概率论中的一个重要事实：随机变量具体取哪一个值并不重要，重要的是随机变量取这个值的概率，即，重要的是随机变量的分布。

分布函数

- 用下面的式子来表明消费计划与其分布之间的关系：

$$(\Omega, P) \xrightarrow{x} (Z, P_x^{-1})$$

- 从而，每一个 $x \in X$ ，对应 Z 上的一个概率分布 p 。
记

$$\Psi = \{Z \text{ 上的概率分布} \}$$

- 既然一个消费计划可以由一个概率分布来刻画，不妨直接在 Ψ 上建立偏好关系“ \succeq ”。
- 为了证明效用函数的存在性，需要对偏好关系作一些公理性假设。

公理性假设

- 公理1：反射性

对 $\forall p \in \Psi$, $p \succeq p$ 。

- 公理2：可比较性（完备性）

对 $\forall p_1, p_2 \in \Psi$, 有或者 $p_1 \succeq p_2$, 或者 $p_2 \succeq p_1$ 。

- 公理3：传递性

对 $\forall p_1, p_2, p_3 \in \Psi$, 如果 $p_1 \succeq p_2$, $p_2 \succeq p_3$, 则 $p_1 \succeq p_3$ 。

公理性假设

- 当 Ψ 有有限或可数无穷个元素时，满足公理1-3的任何偏好关系总可以用一个效用函数来表示。

公理性假设

- 当 Ψ 有不可数个元素时，问题变的复杂起来。在这种情形下，存在很多不能用效用函数来刻画的偏好关系，著名的有字典续偏好关系（Lexicographic preference relation）。因此，对于一般的 Ψ ，为了使期望效用表示存在，需要在偏好关系上加上一些额外的公理性假设。

Lexicographic preference relation

- 设 $X = [0,1] \times [0,1]$, 如果 $x_1 > y_1$ 或者 $x_1 = y_1$ 且 $x_2 \geq y_2$, 定义 (x_1, x_2) 偏好于 (y_1, y_2) , 记为
$$(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$$

公理性假设

对 $z \in Z$ ，设 P_z 表示由 z 产生的概率分布：

$$P_z(z') = \begin{cases} 1 & \text{如果 } z' = z \\ 0 & \text{如果 } z' \neq z \end{cases},$$

即， P_z 表示在每个状态下均有 z 单位消费品的消费计划。

公理性假设

公理4：独立性

对所有 $p, q, r \in \Psi$, $a \in (0,1]$, $p \succ q$ 可导出
 $ap + (1-a)r \succ aq + (1-a)r$ 。

公理5：Archimedean公理

对所有 $p, q, r \in \Psi$, 如果 $p \succ q \succ r$, 则存在
 $a, b \in (0,1)$, 使得 $ap + (1-a)r \succ q \succ bp + (1-b)r$ 。

公理6：存在 $z^0, z_0 \in Z$, 使得对 $\forall p \in \Psi$ 有 $p_{z^0} \succeq p \succeq p_{z_0}$ 。

公理性假设的合理性

- 传递性
- 独立性

期望效用的存在性

定理1：在公理1-6下， Ψ 上的偏好关系具有期望效用表示。

证明：

多期模型

- 消费发生在 $t = 0, 1, \dots, T$
- 定义消费集 $Z = \{z = (z_0, \dots, z_T) \mid z_t \text{ 表示 } t \text{ 期消费品数量}\}$
与概率集合 $\Psi = \left\{ p(z) : p(z) \in [0, 1], \forall z \in Z; \sum_{z \in Z} p(z) = 1 \right\}$
- 对 $\forall p_1, p_2 \in \Psi$, $p_1 \succeq p_2$ 当且仅当

$$\sum_{z \in Z} u(z) p_1(z) \geq \sum_{z \in Z} u(z) p_2(z)$$

- 时间可加

$$u(z) = \sum_{t=0}^T u_t(z_t)$$

风险厌恶

- 因为我们处理的是不确定性的经济，所以，说明个体面对风险时的行为特征是很重要的。
 - 风险厌恶的定义；
 - 效用函数表现为风险厌恶特征的充要条件；
 - 当个体对风险的态度变化时，个体行为的比较特征；
 - 当资产的风险发生变化时，个体行为的比较特征。

风险厌恶

考虑一个博弈，它以概率 p 有一个正的回报 h_1 ，以概率 $1-p$ 有一个负的回报 h_2 。

定义：一个博弈称为是公平的，如果他的期望收益为0，或者 $ph_1 + (1-p)h_2 = 0$ 。

定义：一个个体称为是风险厌恶者（或者，风险回避者），如果他不愿意接受任何公平的博弈，或者认为接不接受是一样的；一个个体称为是严格风险厌恶者（或者，严格风险回避者），如果他不愿意接受任何公平的博弈。

设 $u(\cdot)$ 是个体的效用函数，则从（严格）风险厌恶的定义，有

$$\begin{aligned} u(W_0) &= u(p(W_0 + h_1) + (1-p)(W_0 + h_2)) \\ &(>) \geq pu(W_0 + h_1) + (1-p)u(W_0 + h_2)。 \end{aligned} \quad (7)$$

上述关系说明风险厌恶意味着凹的效用函数，严格风险厌恶意味着严格凹的效用函数。反过来，凹的效用函数说明个体是风险厌恶的，而严格凹的效用函数说明个体是严格风险厌恶的。

图说明，一个博弈的期望效用严格比它的期望支付的效用小当且仅当效用函数是严格凹的。

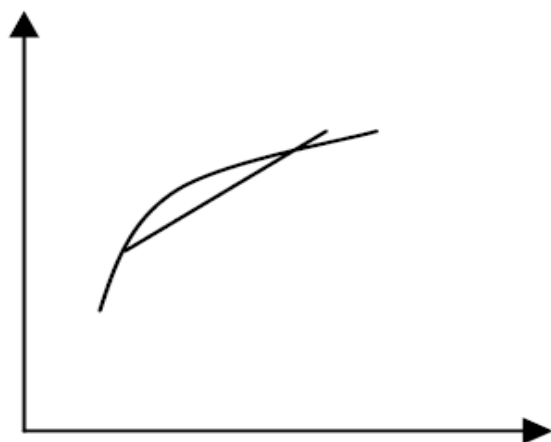


图 一个凹的效用函数

风险厌恶

假设风险厌恶者具有严格增的效用函数（严格的不满足者），考虑如下的证券组合选择问题：投资 a_j 在第 j 种风险资产上，剩下的 $w_0 - \sum_j a_j$ 投资在无风险资产上，他的期末财富 \tilde{w} 是

风险厌恶

$$\begin{aligned}\tilde{W} &= \left(W_0 - \sum_j a_j \right) (1 + r_f) + \sum_j a_j (1 + \tilde{r}_j) \\ &= W_0 (1 + r_f) + \sum_j a_j (\tilde{r}_j - r_f)\end{aligned}$$

这里，

W_0 = 初始财富，

r_f = 无风险利率，

\tilde{r}_j = 第 j 种风险资产的随机回报，

a_j = 投资在第 j 种风险资产上的财富，

则个人的选择问题是

$$\max_{\{a_j\}} E \left[u \left(W_0 (1 + r_f) + \sum_j a_j (\tilde{r}_j - r_f) \right) \right] \quad (8)$$

假设(8)式的解存在。因为 u 是凹的，所以一阶必要条件也是充分条件。该最优问题的一阶条件为

$$E\left[u'(\tilde{W})(\tilde{r}_j - r_f)\right] = 0, \forall j \quad (9)$$

因为 u 的一阶导数为正，所以 $\tilde{r}_j - r_f > 0$ 的概率必须在 $(0,1)$ 之间。

一般来说，对风险厌恶者而言，只有当风险资产的回报率高于无风险资产的回报率时，他才会投资风险资产上投资。下面的定理正好说明了这一点。

定理2： 对一个风险厌恶者而言，如果他具有严格增的效用函数，则使得他在风险资产上投资当且仅当至少有一种风险资产的回报率高于无风险资产的回报率。

风险厌恶系数

- 假设
 - 经济环境中只有一种无风险资产和一种风险资产，风险资产的风险酬金为严格正的。
 - 投资者是严格风险厌恶的，效用函数的一阶导数为严格正的。
 - 严格正的风险酬金将导致在风险资产上的严格正的投资。
- 要使得投资者把所有的财富都投资到风险资产上，投资者所需的风险酬金至少应该为多少？
- 下面的定理论证了，在特定的假设下，所需风险酬金的大小。

风险厌恶系数

定理3：假设经济环境中只有一种无风险资产和一种风险资产，且风险资产的风险酬金为严格正的。当风险资产的风险很小时，要使得严格风险厌恶、严格非满足的投资者把所有的财富都投资到风险资产上，所需的风险酬金至少为

$$-\frac{u''(W_0(1+r_f))}{u'(W_0(1+r_f))}W_0E\left[(\tilde{r}-r_f)^2\right]。$$

证明：要使得个体把所有的财富都投资到风险资产上，必定有

$$E[u'(W_0(1+\tilde{r}))(\tilde{r}-r_f)] \geq 0, \quad (11)$$

把 $u'[W_0(1+\tilde{r})]$ 在 $u'[W_0(1+r_f)]$ 点作Taylor展开，再在等式的两边同乘以风险酬金，然后取期望值，得到

$$\begin{aligned} E[u'(W_0(1+\tilde{r}))(\tilde{r}-r_f)] &= u'(W_0(1+r_f))E[\tilde{r}-r_f] \\ &\quad + u''(W_0(1+r_f))E[(\tilde{r}-r_f)^2]W_0 + o\left(E[(\tilde{r}-r_f)^2]\right), \end{aligned}$$

这里， $o\left(E[(\tilde{r}-r_f)^2]\right)$ 表示比 $E[(\tilde{r}-r_f)^2]$ 小的高阶无穷小量。

当风险资产的风险很小时， $o\left(E[(\tilde{r}-r_f)^2]\right)$ 可以忽略。这时，由(11)式和上式可得

$$E[\tilde{r}-r_f] \geq -\frac{u''(W_0(1+r_f))}{u'(W_0(1+r_f))}W_0E[(\tilde{r}-r_f)^2], \quad (12)$$

从而，所需的风险酬金至少为

$$-\frac{u''(W_0(1+r_f))}{u'(W_0(1+r_f))}W_0E[(\tilde{r}-r_f)^2]。 \quad \#$$

风险厌恶系数

尽管上述定理是在特殊的条件下得到的，但是这个定理引出了一个重要的概念——绝对风险厌恶系数。这个概念是由Arrow(1970)和Pratt(1964)独立提出来的。

定义4： 称 $R_A(W) = -\frac{u''(W)}{u'(W)}$ 为投资者在 W 点的绝对风险厌恶系数。

定义5： 称 $R_R = R_A(W)W = -\frac{u''(W)}{u'(W)}W$ 为投资者在 W 点的相对风险厌恶系数。

风险厌恶系数

- 以人为本的金融
- 风险厌恶系数的度量
- 风险很大时，三阶矩、四阶矩

风险厌恶系数

- 由定理3和定义4可以知道，当风险很小时，绝对风险厌恶系数是对个体回避风险程度的一种度量。由(12)式，个体的绝对风险厌恶系数越高，使得投资者把所有的财富都投资到风险资产上所需的风险酬金就越大。直观上来说，使得投资者把所有的财富都投资到风险资产上所需的风险酬金是与个体效用函数的曲率有关的，因此，绝对风险厌恶系数是对个体效用函数的曲率的一种度量。
- 由于Von Neumann-Morgenstern 效用函数仅仅只在严格正的仿射变换之下是唯一的，因此，仅仅由二阶导数不能完全刻画风险回避的强度。

风险厌恶系数的特征

定义6: 如果 $\frac{dR_A(W)}{dW} < 0$, 称个体的效用函数是递减绝对风险厌恶的。

如果 $\frac{dR_A(W)}{dW} > 0$, 称个体的效用函数是递增绝对风险厌恶的。

如果 $\frac{dR_A(W)}{dW} = 0$, 称个体的效用函数是常绝对风险厌恶的。

风险厌恶系数的特征

- 在定义域的不同区域，绝对风险厌恶系数可以有上述不同的特征。Arrow(1970)研究了当在整个定义域具有相同的特征时，效用函数的行为特点，得到如下定理。

风险厌恶系数的特征

定理4： 如果绝对风险厌恶系数在整个定义域内是递增的，则风险资产是一个次品；

如果绝对风险厌恶系数在整个定义域内是递减的，则风险资产是一个正常品；

如果绝对风险厌恶系数在整个定义域内是常值的，则个体对风险资产的需求不随个体初始财富的改变而改变。

$$\text{即, } \frac{dR_A(W)}{dW} < 0, \forall W \Rightarrow \frac{da}{dW_0} > 0, \forall W_0;$$

$$\frac{dR_A(W)}{dW} > 0, \forall W \Rightarrow \frac{da}{dW_0} < 0, \forall W_0;$$

$$\frac{dR_A(W)}{dW} = 0, \forall W \Rightarrow \frac{da}{dW_0} = 0, \forall W_0。$$

绝对风险厌恶系数的不足

- 当 $\frac{dR_A(W)}{dW} < 0$ 时， $\frac{da}{dW_0} > 0$ 。即，风险资产是正常品，这与实际比较符合。
- 尽管 $\frac{da}{dW_0} > 0$ ，但并不知道 $\frac{a}{W_0}$ 的变化趋势。所以，绝对风险回避系数不能完全刻画个体的行为特征。
- 正是由于这些原因，引入了相对风险回避的系数的概念。

风险厌恶系数的特征

定理5： 如果以 η 表示个体的风险资产需求对初始财富的弹性，则

- 1) 如果 $\frac{dR_R(W)}{dW} > 0$ ，则 $\eta < 1$ ，即，个体的初始财富投资在风险资产上的比例随着 w_0 的增加而减少。
- 2) 如果 $\frac{dR_R(W)}{dW} < 0$ ，则 $\eta > 1$ ，即，个体的初始财富投资在风险资产上的比例随着 w_0 的增加而增加。
- 3) 如果 $\frac{dR_R(W)}{dW} = 0$ ，则 $\eta = 1$ ，即，个体的初始财富投资在风险资产上的比例不随着 w_0 的变化而变化。

风险厌恶系数的特征

- 当一个风险厌恶者有递减的绝对风险厌恶系数时，风险资产对他来说是正常品，而当一个风险厌恶者有递减的相对风险厌恶系数时，他对风险资产的需求比例随着 w_0 的增加而增加。

个人财富与风险厌恶

- 绝对风险回避系数、相对风险回避系数与财富之间的关系
 - Peress, RFS, 2004, Wealth, Information Acquisition, and portfolio choice

无风险资产和一种风险资产

- 只投资在无风险资产和一种风险资产上
 - 给定风险资产，投资者越厌恶风险，其投资在风险资产上的财富就越少。
 - 给定风险厌恶程度，当风险资产的风险增加时，投资者在风险资产上的投资的不一定更少。

两种及以上风险资产

- 我们在前面几节进行的**比较静态分析**是建立在只有一种风险资产和一种无风险资产的基础之上的。
- 当市场存在不只一种风险资产时，前面的分析一般来说并不正确。当个体初始财富增加时，他也许会改变证券组合的组成，使得在某种风险资产上的投资减少，而在另一种风险资产上的投资增加。

比较静态分析

- 给定资产和风险厌恶程度，财富变化
- 给定资产和财富，风险厌恶程度变化
- 给定财富和风险厌恶程度，资产不同
 - 资产风险与收益变化
 - 资产之间的关系发生变化
 - 资产种类增加

例子

- 如果可以投资在两种风险资产A和B上
 - A的期望收益更大
 - A的风险也更高
- 如果只能选一种风险资产，选A还是B？
- 如果两种都能选，投资在哪一种风险资产上的比例更高？

两基金货币分离

- 如果证券组合的组成不变，仅仅只是改变无风险资产和该证券组合的投资财富，则前面对两种资产的静态分析在这种情况下依然正确。在这种情况下，个体在不同初始财富下的最优证券组合总是无风险资产和一种风险基金的线性组合。这种现象称为两基金货币分离。

两基金货币分离

- 基金业存在的经济学基础

两基金货币分离的投资者行为偏好要求

Cass和Stiglitz(1970)证明了对效用函数来说，两基金货币分离的充要条件是边际效用满足：

$$u'(z) = (A + Bz)^C \quad (25)$$

或者

$$u'(z) = A \exp\{Bz\} \quad (26)$$

这里，

在(25)式中，

$$B > 0, C < 0, z \geq \max\left[0, -\frac{A}{B}\right], \text{ 或者 } A > 0, B < 0, C > 0, 0 \leq z < -\frac{A}{B}。$$

在(26)式中，

$$A > 0, B < 0, z \geq 0。$$

上述这些有关 A, B, C 的条件保证了效用函数的严格凹性和单调递增性。

一阶随机占优

- 假设 U_1 表示所有非递减效用函数的集合，对于风险资产 F 和 G ，如果对于所有效用函数 $U \in U_1$ ， $E[U_F] \geq E[U_G]$ ，我们称 F 一阶随机占优 G ，记为 $F \succsim_{FSD} G$ 。
- 设 F 和 G 的收益率的累积分布函数为 $F(x)$ 和 $G(x)$ ，下列三个条件等价
 - $F \succsim_{FSD} G$
 - $F(x) \leq G(x)$ 对于所有 $x \in [0,1]$ 成立
 - $r_F = r_G + \tilde{\varepsilon}$ ， $\tilde{\varepsilon} \geq 0$

二阶随机占优

- 假设 U_2 表示所有非递减且凹的效用函数的集合，如果对于所有效用函数 $U \in U_2$ ， $E[U_F] \geq E[U_G]$ ，我们称 F 二阶随机占优 G ，记为 $F \succcurlyeq_{SSD} G$ 。
- 设 F 和 G 的收益率的累积分布函数为 $F(x)$ 和 $G(x)$ ，对任意 $y \in [0,1]$ ，定义

$$S(y) = \int_0^y [F(z) - G(z)] dz$$

- 下列三个条件等价
 - $F \succcurlyeq_{SSD} G$
 - $E[r_F] \geq E[r_G]$ ，且对于所有 $y \in [0,1]$ ， $S(y) \leq 0$ 成立
 - $r_G = r_F + \tilde{\varepsilon}$ ， $E[\tilde{\varepsilon} | r_F] \leq 0$

例子：蚂蚁基金销售有限公司

- 2019年12月24日，中国证监会下发第二批基金投资顾问业务试点名单，蚂蚁（杭州）基金销售有限公司、腾安基金、珠海盈米基金3家第三方基金销售机构赫然在列。
- 在蚂蚁基金拿到基金投顾试点资格之后，领航集团（Vanguard）与蚂蚁金服两家公司在2019年6月成立的合资公司——先锋领航投顾(上海)投资咨询有限公司，正式为国内个人投资者提供基金投顾服务，合资公司将很快在支付宝APP上推出基金智能投顾产品。

先锋领航投顾(上海)投资咨询有限公司



先锋领航投顾(上海)投资咨询有限公司

- 根据投资者的投资目标、投资期限及风险偏好，通过支付宝上综合财富管理平台蚂蚁财富，为投资者提供定制化服务，用户最低投资金额为人民币800元（约合113美元）。此前，国内仅有少数高净值客户能够获得专业的投顾业务服务。

先锋领航投顾(上海)投资咨询有限公司

- Vanguard集团：此次合作将Vanguard集团久经考验的投资理念和策略与蚂蚁金服的数字化平台和技术结合在一起，从根本上改进中国个人投资者的投资方式。
- 蚂蚁金服：结合蚂蚁金服的技术和Vanguard集团的投顾经验，我们将使高质量的财富管理顾问服务变得更加简单、智能和普惠，尽可能地降低中国个人投资者享受高质量财富管理顾问的门槛。同时也期待我们的服务可以支持财富管理行业的可持续发展。

先锋领航投顾(上海)投资咨询有限公司

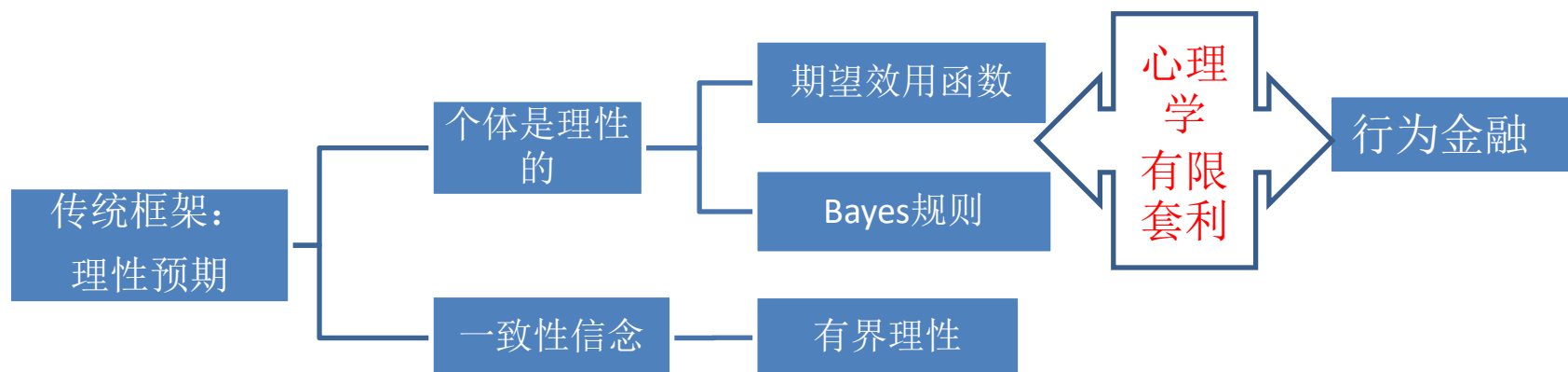
- 2023年10月17日，全球最大的共同基金公司先锋领航集团表示，其将与蚂蚁金服合资企业的全部股份出售给蚂蚁金服，交易预计明年完成。2019年，蚂蚁金服与先锋领航集团合资成立先锋领航投顾（上海）投资咨询有限公司，二者分别持股51%和49%。2020年，合资公司在支付宝上线了智能投顾服务“帮你投”业务。不过先锋领航集团在中国市场的本土化一直不顺利。此前3月，有知情人士透露，先锋领航集团已通知中国政府有意关闭上海的部门。两年前，先锋领航集团还取消了共同基金管理牌照的计划。此次抛售股份也意味着先锋领航集团将加速退出中国29万亿元的共同基金市场。

问题思考

- 如何评价智能投顾服务“帮你投”业务？
- 金融产品设计应该大众化还是精细化？

二、经典理论与行为金融

经典理论与行为金融



2.1 传统金融学框架

- 大多数资产定价模型都利用理性预期均衡框架（Rational Expectations Equilibrium framework (REE)）
 - 个人是理性的
 - 一致性信念（Consistent beliefs）— 一个体的信念是正确的：用来预测未知变量未来实现值的主观概率分布就是这些变量的真实分布
 - 个体不仅能正确地处理新消息，而且还有足够的有关经济结构的信息来识别变量的正确分布

传统金融学框架

- 个体是理性的
 - 当个体接受新信息时，以Bayes规则来调整自己的信念（beliefs）

如果 $\sum_{i=1}^N A_i = \Omega$, $A_i \cap A_j = \emptyset$, 则对任意非不可能事件 B 有

- $$P(A_i|B) = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{\sum_{j=1}^N P(A_j)P(B|A_j)}$$

- 给定信念，个体按照最大化期望效用的原则来进行选择

传统金融学框架：有界理性

- 行为金融放宽了REE中个人理性的假设
- 另外一种放宽REE假设的方式是放宽一致性信念的假设：尽管投资者正确地利用Bayes规则，但他们缺乏信息来知道变量的实际分布，这种研究方向有时也被称为有界理性框架（**bounded rationality**），或者结构不确定性框架（**structural uncertainty**），例如：投资者不知道资产现金流的增长率，只能通过可得的数据来尽可能了解

市场异象

- 尽管已经证明传统框架在描述人们应该如何行为方面非常有用，但其描述实际行为方面并不非常成功，存在许多传统理论无法解释的现象：
 - 总体股票市场
 - *The Equity Premium*
 - *Volatility*
 - 平均收益率的横截面
 - *The size premium*
 - *Long-term reversals*
 - *Momentum*
 - *Stock returns following important corporate announcements (earnings announcements, dividend initiations and omissions, stock repurchases, primary and secondary offerings)*
 - 封闭式基金
 - 个体交易行为
 - *Insufficient diversification*
 - *Naive diversification*
 - *Excessive trading*
 - *The selling decision*
 - 公司财务
 - *Security issuance, capital structure and investment*
- 市场异常现象导致行为金融学的兴起

2.2 行为金融学框架

- 行为金融学认为个体不是充分理性的，表现在两个方面
 - 选择行为不满足期望效用理论
 - 对信息的处理不满足Bayes公式
- 行为金融学研究框架放宽个体是理性的两个条件中的一个或者两个，分析结果如何
 - 个体不能正确的更新其信念
 - 即使能正确更新其信念，但选择方式不满足期望效用理论
- 行为金融学的两大支柱
 - 有限套利
 - 心理学

2.2.1 有限套利

- 传统框架认为，即使某些个体不是完全理性的，只要存在理性个体，就能利用套利机会消除这些个体对证券价格的长期影响。
 - as soon as there is a deviation from fundamental value—— a mispricing, an attractive investment opportunity is created
 - rational traders will immediately snap up the opportunity, thereby correcting the mispricing
- 行为金融学的一个巨大成功在于，通过一系列的文献证明，在一个理性和非理性交易者相互作用的经济系统中，非理性行为对价格具有长期和重大的影响。这些文献研究的对象----有限套利
 - Even when an asset is wildly mispriced, strategies designed to correct the mispricing can be both risky and costly, rendering them unattractive

套利与有效市场

- 在传统框架里，个体是理性的，没有摩擦
 - 证券价格等于其基本价值“fundamental value”：未来期望现金流的折现值的和
 - 在形成预期时，投资者正确拥有所有可得的信息
 - 折现率与期望效用函数一致
 - 有效市场假设the Efficient Markets Hypothesis (EMH)，在该假设下
 - “prices are right”：they are set by agents who understand Bayes' law and have sensible preferences
 - there is “no free lunch”：no investment strategy can earn excess risk-adjusted average returns, or average returns greater than are warranted for its risk.

有限套利

- 行为金融学认为
 - 资产价格的许多特征都能利用价格偏离基本价值得到最合理解释
 - 偏离的原因是非理性投资者存在且套利活动是有限的
 - even when an asset is wildly mispriced, strategies designed to correct the mispricing can be both risky and costly, rendering them unattractive

有限套利

- 价格是对的 \Rightarrow 无免费午餐
- 无免费午餐 \nRightarrow 价格是对的

有限套利的原因

- 套利活动是有风险的，有成本的
 - 基本风险
 - 噪声交易者风险：噪声交易者（noise trader）与套利者（arbitrageur）
 - 执行成本
 - Commissions, bid-ask spreads, price impact, short-sale constraints, legal constraints, the cost of finding and learning about a mispricing, the cost of the resources needed to exploit it

例子：利用农产品在用途上存在相互替代的关系来寻求套利机会

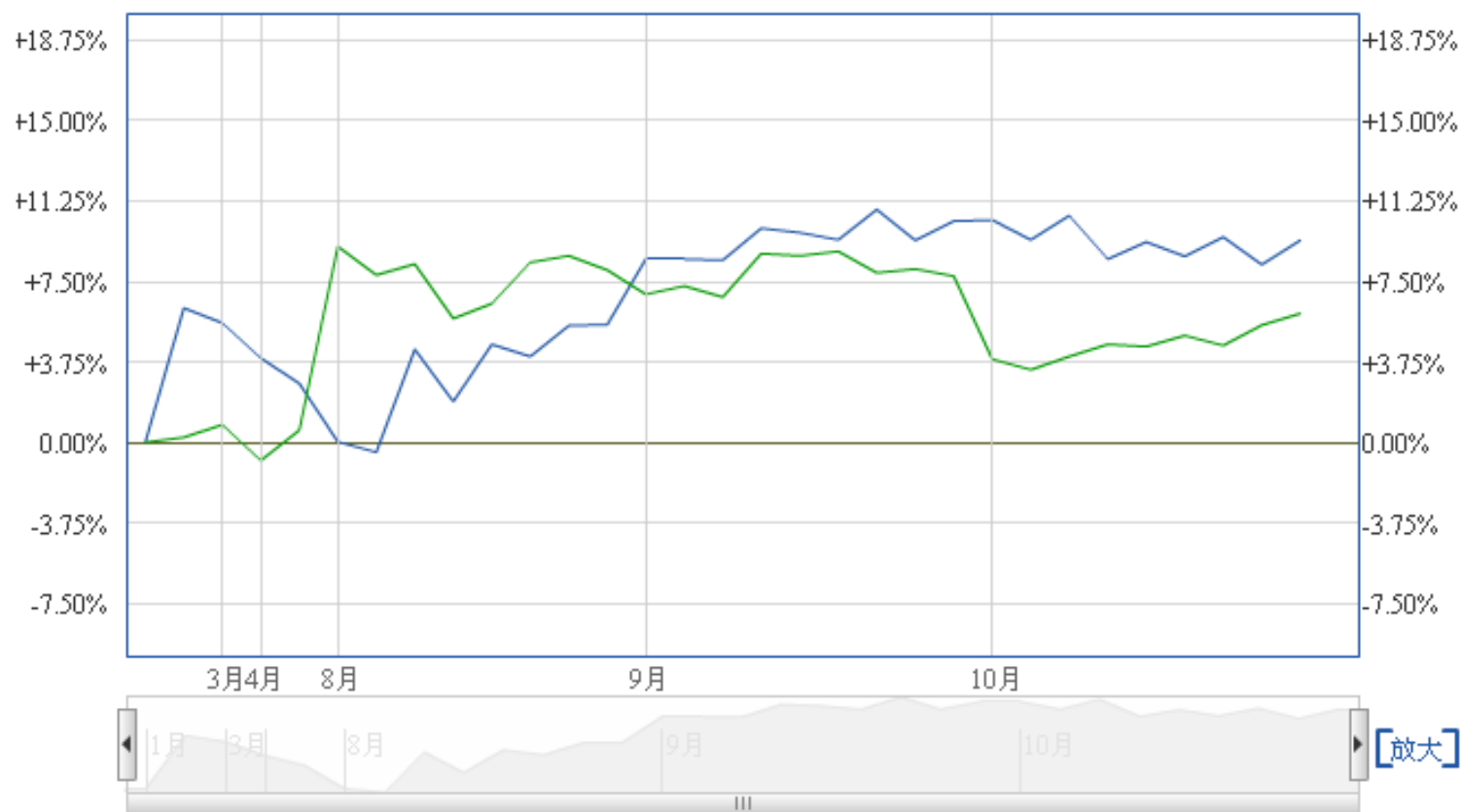
- 小麦的主要用途是作为人类的口粮，而玉米的主要用途是作为动物的能量饲料。
- 从产量因素来看，玉米的每亩产量要高于小麦的每亩产量，因此玉米的每吨成本要比小麦的每吨成本小。
- 用途偏好和成本的双重因素决定了玉米和小麦的价格差别。

- 但供需的力量会重新建立价格规则
 - 养殖业的发展大量需要动物饲料。2006年之前，中国是玉米的净出口国，而到了2010年中国已经成为玉米的净进口国。
 - 玉米作为工业原料的需求也大为增长，其增长的速度甚至超过了饲料需求的增长速度。
 - 2006年，玉米的市场价格仅为1200元/吨，6年后的2012年，玉米价格上升到了2300元/吨至2600元/吨，其价格的上升势头几可媲美黄金。
 - 2006年以来，小麦多年丰产，供给增加，但需求增长缓慢，小麦市场出现供大于求。

- 在丰产和需求增长缓慢的双重作用下，小麦价格保持相对弱势。导致2012年小麦与玉米价格出现“倒挂”现象。2004年以来，小麦与玉米的比价的均值为1.18，意味着小麦价格比玉米价格平均要高出18%，而2012年5月，小麦与玉米现货比价为0.87。

- 事实上，用小麦代替玉米成为动物饲料的可能性早被动物营养学证明，小麦价格低于玉米价格时，小麦新的需求就会产生。在2012年，小麦的饲用消费量突然增长，相应的，玉米需求不断上升的势头会受到遏制。
- 套利者在玉米价格高于小麦价格的时候反市场情绪地参与这两个农产品交易。买入价格较低的小麦，并卖出价格较高的玉米，因为价格因素导致人们行为的改变会重新建立供求关系，并使得两者之间的价格关系逐渐恢复。

- 套利者必须熟悉市场，并需要严谨科学的分析，不能想当然。小麦替代玉米会有缺点存在：
 - 首先，小麦的消化率低于玉米，主要是小麦中含有抗营养因子非淀粉多糖，会影响畜禽对淀粉的消化吸收；
 - 其次，虽然小麦氨基酸含量高于玉米，但显著低于豆粕的含量，若小麦代替玉米后要将配方粗蛋白水平保持原水平，则要减少豆粕的用量。为了保持氨基酸含量，必须添加人工合成氨基酸，结果有时反而会超过替代前配方的成本。
 - 最后，小麦在饲料中的加入需要进行严格粉碎，否则会影响饲料的适口性，降低饲料报酬，这也会导致成本的提高。
- 因此，当玉米的价格比小麦高出5%时，才可考虑在饲料配方中大比例替代玉米，以降低成本。这才是小麦-玉米套利的最佳入场时机。



走势对比

普麦1501 VS

有限套利证据

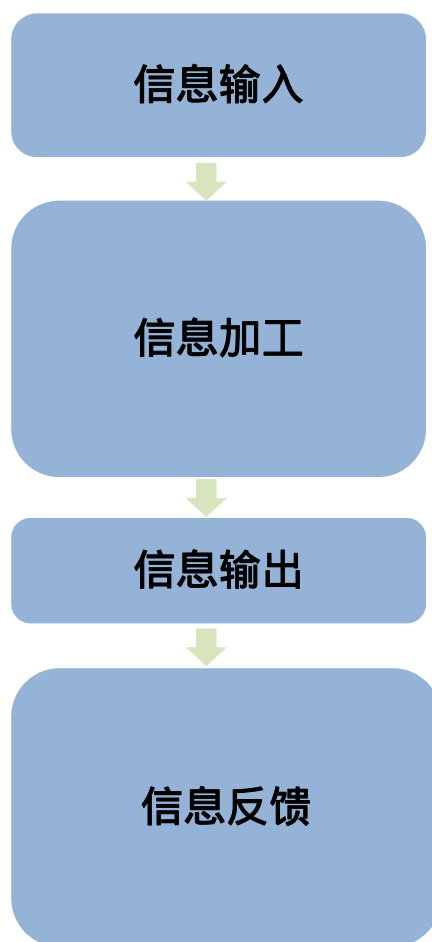
- Twin share
- Index inclusions

2.2.2 心理学

- 为了作出具体的预测，进一步解释股价对其基本面的偏离的成分构成，行为模型通常需要指定个体的非理性形式：
 - 如何不满足Bayes规则
 - 如何与期望效用理论不一致
- 为了解决这些问题，行为金融学家转向由认知心理学家编辑的大量实验证据
 - 人们如何形成信念
 - 人们的偏好

认知心理学

认知过程



认知过程中的偏差

- 有限关注

- 简化信息处理过程—启发式偏差
- 情绪、情感等影响—心境 Mood ; 自我控制 Self-control
- 对信息描述方式的反应—框定 Frame
- 对新信息的态度—激进与保守

- 乐观主义和如意算盘 Wishful Thinking

- 自我归因 Self-attribution
- 后见之明 Hindsight
- 后悔厌恶与推卸责任 Regret Aversion

信念

- 任何金融市场模型的一个关键部分就是说明个体如何形成自己的信念。

信念

- 心理学家的实验结果
 - 过度自信Overconfidence
 - 乐观与一厢情愿Optimism and wishful thinking
 - 代表性启发Representativeness Heuristic
 - 保守Conservatism
 - 锚定效应Anchoring Effects
 - 可得性启发偏差 Availability Heuristic

偏好

- 任何用来理解资产价格或者交易行为的模型的一个本质部分是对投资者偏好的假设，或者投资者如何评价风险博弈。

非理性预期模型

- VNM 后几十年的实验表明，在选择风险博弈时，人们都系统性地违背理性预期模型。有鉴于此，迎来了称为非理性预期模型研究的大爆发，来得到符合实验证据的更好工作
 - 比较有名的包括前景理论(Prospect Theory)、后悔理论(Regret Theory)、过度反应理论(Overreaction Theory)及过度自信理论(Overconfidence Theory)。

前景理论

- 在别于期望效用函数理论的最广泛接受和验证的理论是前景理论

三、前景理论

前景理论

- 前景理论认为个人在风险情形下的选择所展示出的特性和期望效用理论的基本原理是不相符的。
- 前景理论是描述性范式的决策模型，
- 前景理论认为人们通常不是从财富的角度考虑问题，而是从输赢的角度考虑，关心盈利和损失的多少。

前景理论的基本特征

- 前景理论引申出的四个基本结论
 - 大多数人在面临获利的时候是风险规避的（确定效应）
 - 大多数人在面临损失的时候是风险喜好的（反射效应）
 - 大多数人对得失的判断往往根据参考点决定（参照依赖）
 - 大多数人对损失比对收益更敏感（损失效应）
- 简言之，人在面临获利时，不愿冒风险；而在面临损失时，人人都成了冒险家。损失的痛苦比获得所带来的喜悦更敏感，而损失和获利是相对于参照点而言的，改变评价事物时的参照点，就会改变对风险的态度。

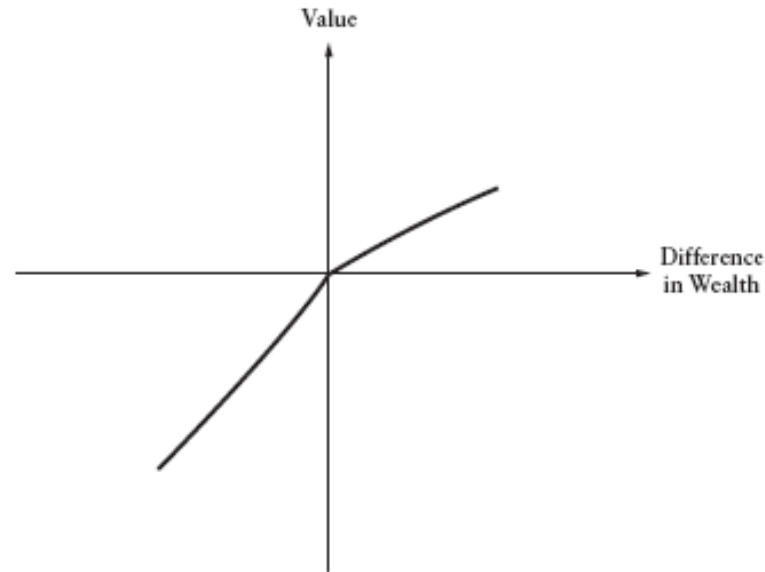
值函数与权重函数

- 前景理论假设风险决策过程分为编辑和评价两个过程。
 - 在编辑阶段，前景理论分析框架，个体凭借“框架”（frame）、参照点（reference point）等采集和处理信息
 - 在评价阶段依赖价值函数（value function）和主观概率的权重函数（weighting function）对信息予以判断。
 - 价值函数是经验型的，它满足情景理论的三个特征。

价值函数

- 前景理论用价值函数代替期望效用理论中的效用函数
- 效用通常按照财富水平来度量，而价值函数是由相对于参考点的盈利和损失来定义的。
- 下述三个决策特征必须是价值函数具有的
 - 人们在正的定义域是风险回避，在负的定义域是风险喜好---值函数在正的定义域是凹的，在负的定义域是凸的
 - 决策时建立在盈利和损失基础上的---价值函数的变量是财富的变化值
 - 人们不喜好损失---价值函数在损失上比盈利上要陡

典型的价值函数



- Changes in wealth from a reference point determine the value along the vertical axis, rather than terminal wealth.
- the value function is concave in the positive domain, consistent with risk aversion, and convex in the negative domain, consistent with risk seeking.
- despite risk aversion in the positive domain and risk seeking in the negative domain, losses loom larger than gains. This is evident because the value function is steeper for losses than for gains, implying that losses are felt more strongly than gains of equivalent size.

权重函数

- 符号

以 $P(p, x, y)$ 表示以概率 p 获得 x 而以概率 $1-p$ 获得 y 的博弈，以 $P(p, x)$ 表示以概率 p 获得 x 而以概率 $1-p$ 获得0的博弈，以 $P(x)$ 表示以概率1获得 x 的博弈。

称 $P(p, x, y)$ 为一个情景

权重函数

- 前景理论用决策权重（ decision weights ）代替期望效用理论中的概率，决策权重是概率的函数
- $v(z)$: 财富变化量的值
- 对于一个情景 $P(p, z1, z2)$ ，其值为

$$V(p, z1, z2) = V(P) = \pi(p) * v(z1) + \pi(1-p) * v(z2)$$

- $\pi(p)$ 是与概率 p 有关的决策权重
- 前景的值 $V(P)$ 对应期望效用 $U(P)$

彩票和保险

LOTTERY TICKETS AND INSURANCE

- 很多人都买过彩票，虽然赢钱可能微乎其微，可还是有人心存侥幸搏小概率事件。同时，很多人都买过保险，虽然倒霉的概率非常小，可还是想规避这个风险。买彩票是赌自己会走运，买保险是赌自己会倒霉。这是两种很少发生的小概率事件，但人们为什么却十分热衷？
- 前景理论揭示了这个奇特现象，即人类具有强调小概率事件的倾向。
 - 面对小概率的赢利，多数人是风险喜好者。
 - 面对小概率的损失，多数人是风险厌恶者。
 - 在小概率事件面前人类对风险的态度是矛盾的，一个人可以是风险喜好者，同时又是风险厌恶者。

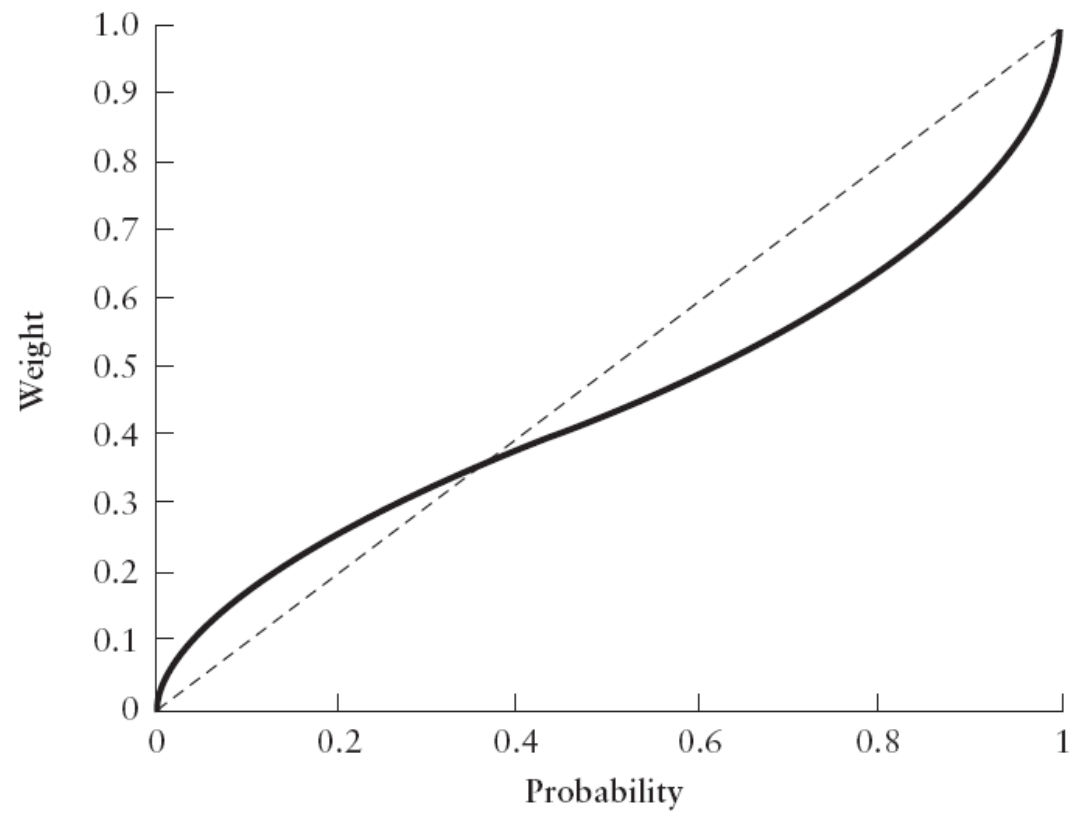
彩票和保险

- 为什么人们能够既买彩票，又买保险？期望效用理论无法解释
- 前景理论通过加大低概率事件的权重来解释
 - 利用决策权重来加大低概率事件的权重

彩票和保险

- 尽管投资者在正盈利领域通常是风险回避，但当某个盈利的概率非常低时，转变成风险喜好；尽管投资者在损失领域通常是风险喜好，但当某个损失的概率非常低时，转变成风险厌恶。
- **Fourfold pattern of risk attitudes**
 - 当概率高时，对赢利的风险厌恶，对损失的风险喜好
 - 当概率低时，对赢利的风险喜好，对损失的风险厌恶
- 前景理论利用非线性权重函数

Typical Weighting Function



Hypothetical value and weighting functions

- 值函数

$$v(z) = \begin{cases} z^\alpha & 0 < \alpha < 1 \quad \text{if } z \geq 0 \\ -\lambda(-z)^\beta & \lambda > 1, 0 < \beta < 1 \quad \text{if } z < 0 \end{cases}$$

- 权重函数

$$\pi(p) = \frac{p^\gamma}{(p^\gamma + (1-p)^\gamma)^{\frac{1}{\gamma}}} \quad \gamma > 0, \text{ if } z \geq 0$$

$$\pi(p) = \frac{p^\chi}{(p^\chi + (1-p)^\chi)^{\frac{1}{\chi}}} \quad \chi > 0, \text{ if } z < 0$$

基于累计概率的权重函数

- 对于前景

$$(x_{-m}, p_{-m}; \dots; x_{-1}, p_{-1}; x_0, p_0; x_1, p_1; \dots; x_n, p_n)$$

这里 $x_i < x_j$ for $i < j$ and $x_0 = 0$

- 前景的值为

$$\sum_{i=-m}^n \pi_i v(x_i)$$

这里

$$\pi_i = \begin{cases} w^+(p_i + \dots + p_n) - w^+(p_{i+1} + \dots + p_n) & 0 \leq i \leq n \\ w^-(p_{-m} + \dots + p_i) - w^-(p_{-m} + \dots + p_{i-1}) & -m \leq i < 0 \end{cases} \text{ for}$$

- 峰度与偏度的重要性
- Barberis and Huang, 2008, Stocks as Lotteries: The Implications of Probability Weighting for Security Prices, American Economic Review 98 (5): 2066–100.

例子：管理人员的期权激励

- 期权激励计划对公司而言
- 期权激励计划对管理人员而言
- 管理人员 行为特征与期权激励计划

前景理论与资产价格

- Barberis, Huang and T Santos (2001), Prospect theory and asset prices, Quarterly Journal of Economics 116:1-53.
- Barberis, Jin, and Wang (2020) Prospect Theory and Stock Market Anomalies, Journal of Finance

行为金融与公司财务

- Baker, M., Ruback, R. and Wurgler, J., 2004, BEHAVIORAL CORPORATE FINANCE: A SURVEY, NBER WORKING PAPER SERIES.

行为金融与金融中介

- Shiller, R., 2005, BEHAVIORAL ECONOMICS AND INSTITUTIONAL INNOVATION, Yale School of Management Working Paper.
- Goetzmann, W., Massa, M. and Rouwenhorst, G., 2006, Behavioral Factors in Mutual Fund Flows, Yale School of Management Working Paper.

前景理论的缺陷

- 作为一个描述性的模型，前景理论具有描述性模型共有的缺点，和规范性模型（具有严格数学推导的模型）相比，它缺乏严格的理论和数学推导，只能对人们的行为进行描述，因此前景理论的研究也只能使其描述性越来越好，换句话说它只是说明了人们会怎样做，而没有告诉人们应该怎样做。