① $X \sim Bin(n, p)$

X : "número de caras en 10 tiros"

→ sucesión de 10 v.a. independientes $X_n = (X_1, \ldots, X_n)$, tal que $X_i \sim X$

caso 1. $Bin(10, 2/5)$

$$P_X(x) = \binom{n}{x} p^{x} (1-p)^{n-x} = \binom{10}{3} (2/5)^3 (3/5)^7 = 0{,}2508$$

$\hookrightarrow x = 0, 1, 2, 3$

caso 2. $Bin(10, 4/5)$

$$P_X(x) = \binom{n}{x} p^{x} (1-p)^{n-x} = \binom{10}{3} (4/5)^3 (1/5)^7 = 0{,}0015$$

$\hookrightarrow x = 0, 1, 2, 3$

Si elijo $\hat{p} = 2/5$ maximizo la probabilidad de ocurrencia

Ahora debo analizar por máxima verosimilitud la probabilidad de que en otros 3 tiros se observe una cara:

Por principio de invarianza puedo usar mi estimador $\hat{p} = 2/5$

Ahora X : "numero de caras en 3 tiros"

$X \sim Bin(3, p)$

$$P(X = 1) = L(p) = \prod_{i=1}^{n} \binom{n}{x} p^{x} (1-p)^{1-x} = \binom{n}{\Sigma x} p^{\Sigma x} (1-p)^{n-\Sigma x}$$

$$= L(p) = \binom{3}{1} p^{\Sigma x_i} (1-p)^{3-\Sigma x_i}$$

$$\widehat{P(X=1)} \overset{\text{ppio de invarianza}}{=} \binom{3}{1} (2/5)^1 (3/5)^2 = 0{,}432$$