EPITA / InfoS1
NOM : .... Prénom : ....

Octobre 2022
Groupe : ..E1....

Contrôle de physique : (1h)

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés. Le barème est donné à titre indicatif.
Réponses exclusivement sur le sujet. Si vous manquez de place, vous pouvez utiliser le verso des pages.

10,5 / 20

Exercice 1. Questions de cours (6 points – pas de points négatifs pour le QCM)

4,5

Choisissez la ou les bonnes réponses :

1. L'unité d'une accélération peut être :

   a- $m.s^{-1}$
   b- $m.s^{-2}$
   c- $kg.m.s^{-1}$
   d- $kg.s^{-2}$

2. Choisir la ou les affirmations justes :

   a- Un mouvement peut être uniforme sur une seule de ses composantes
   b- L'équation de la trajectoire permet de dire si le mouvement est uniforme
   c- Lors d'un mouvement circulaire uniforme, l'accélération est nulle
   d- Lors d'un mouvement rectiligne uniforme, l'accélération est nulle

3. Un mouvement a pour équations horaires les suivantes : $\begin{cases} x(t) = 4t \\ y(t) = 3t^2 - 6t + 5 \end{cases}$

   a- Ce mouvement est décéléré
   b- Ce mouvement est uniforme
   c- La vitesse s'annule en un point de la trajectoire
   d- Ce mouvement est parabolique

4. En coordonnées cylindriques, le vecteur position a pour expression :

   a- $\overrightarrow{OM(t)} = \rho\,\overrightarrow{u_\rho}$
   b- $\overrightarrow{OM(t)} = \rho\,\overrightarrow{u_\rho} + \theta\,\overrightarrow{u_\theta}$
   c- $\overrightarrow{OM(t)} = \rho\,\overrightarrow{u_\rho} + \theta\,\overrightarrow{u_\theta} + z\,\overrightarrow{u_z}$
   d- $\overrightarrow{OM(t)} = \rho\,\overrightarrow{u_\rho} + z\,\overrightarrow{u_z}$

5. En coordonnées polaires, le vecteur vitesse a pour expression :

   a. $\overrightarrow{v(t)} = \rho\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta}$
   b. $\overrightarrow{v(t)} = \dot{\rho}\,\overrightarrow{u_\rho}$
   c. $\overrightarrow{v(t)} = \rho\,\overrightarrow{u_\theta}$
   d. $\overrightarrow{v(t)} = \dot{\rho}\,\overrightarrow{u_\rho} + \rho\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta}$

6. Pour un mouvement circulaire uniforme :

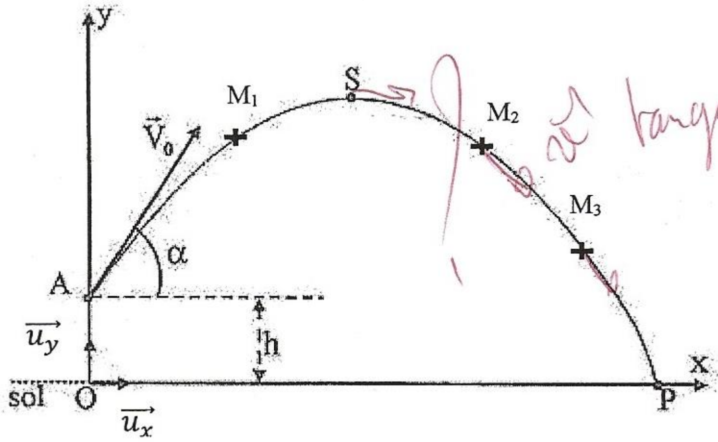
   a. $\dot{\theta} = \text{constante}$
   b. $\dot{\theta} = 0$
   c. $\ddot{\theta} = 0$
   d. $\dot{\rho} = 0$

Exercice 2. Cinématique en coordonnées cartésiennes (8 points)

On étudie la trajectoire d'une balle dans le plan muni d'un repère cartésien. La balle est lancée avec une vitesse $\vec{v_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale depuis le point de coordonnées (0, h). On donne l'expression du vecteur position :

$$\overrightarrow{OM(t)} = (v_0 cos\alpha)\mathrm{t}\ \vec{u_x} + \left(-\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 sin\alpha)\mathrm{t} + \mathrm{h}\right)\vec{u_y}$$

où g est l'intensité du champ de pesanteur terrestre.



tangent à la parabole.

1. Donner les équations horaires du mouvement.

$x(t) = (v_0 \cos\alpha)t\vec{u_x}$
$y(t) = (-\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t + h)\vec{u_y}$

1

2. Etablir l'équation de la trajectoire.

$x(t) = (v_0\cos\alpha)t\vec{u_x}$ donc $t = \frac{x}{v_0\cos\alpha}$

Et $y(t) = (-\frac{1}{2}gt^2 + (v_0\sin\alpha)t + h)\vec{u_y}$

Donc $y(x) = -\frac{1}{2}g \times \left(\frac{x}{v_0\cos\alpha}\right)^2 + (v_0\sin\alpha) \times \frac{x}{v_0\cos\alpha} + h$

$y(x) = -\frac{gx^2}{2(v_0\cos\alpha)^2} + \tan\alpha\, x + h$

1

L'equation de la trajectoire est
$y(x) = \frac{-gx^2}{2(v_0\cos\alpha)^2} + \tan\alpha x + h$

3. Calculer le vecteur vitesse $\overrightarrow{v(t)}$ en fonction de v_0, α, t et g, et calculer sa norme.

$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dot{x}(t)\vec{u_x} + \dot{y}(t)\vec{u_y}$

$\begin{cases} \vec{v_x} = (v_0\cos\alpha)\vec{u_x} \\ \vec{v_y} = (-1gt + v_0\sin\alpha)\vec{u_y} \end{cases}$

0,5

Donc $\vec{v} = (v_0\cos\alpha)\vec{u_x} + (-1gt + v_0\sin\alpha)\vec{u_y}$ $\|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

4. Calculer le vecteur accélération $\overrightarrow{a(t)}$ et calculer sa norme.

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \ddot{x}(t)\vec{u_x} + \ddot{y}(t)\vec{u_y}$

$\begin{cases} \vec{a_x} = \vec{0} \\ \vec{a_y} = -g\vec{u_y} \end{cases}$

1

Donc $\vec{a} = -g\vec{u_y}$

5. Commenter les résultats des questions 3. et 4. en qualifiant le mouvement sur l'axe Ox et sur l'axe Oy.

Sur l'axe Ox le mouvement est rectiligne uniforme 0,5
car V_x est une constante et a_x est nulle

Sur l'axe Oy le mouvement ~~est~~ décéléré ensuite accéléré
sur Oy

6. Sur le schéma, représenter les vecteurs vitesse et accélération aux points M_1, M_2, M_3 et S.
7. Calculer les coordonnées (x_S , y_S) du sommet S de la trajectoire.

$$y(x) = \frac{-gx^2}{2(v_0\cos\alpha)^2} + \tan\alpha\, x + h$$

8. A quelle date t' la balle atteint-elle le sommet ?

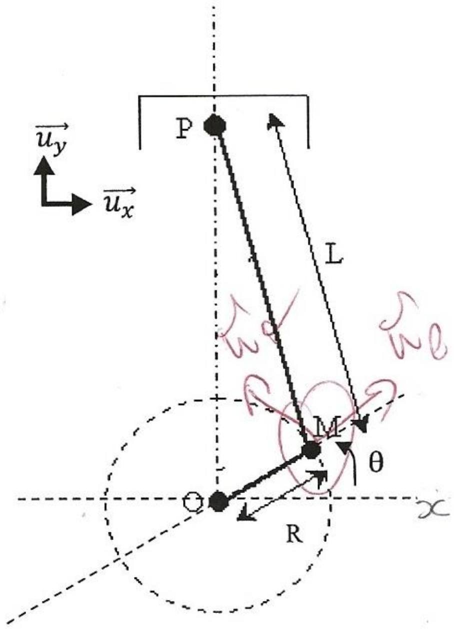
~~On sait que~~ $\cancel{y(t') = y_S}$ ~~et~~ $\cancel{y(t) = (-\frac{1}{2}gt^2 + (v_0\sin\alpha)t + h)\vec{u_y}}$

~~donc~~ $\cancel{y_S = -\frac{1}{2}gt'^2 + (v_0\sin\alpha)t' + h}$

On sait que $x(t') = x_S$ et $x(t) = (v_0\cos\alpha)t\,\vec{u_x}$

~~Donc~~ $x_S = (v_0\cos\alpha)t'$ donc $t' = \frac{x_S}{v_0\cos\alpha}$ donc $t' =$

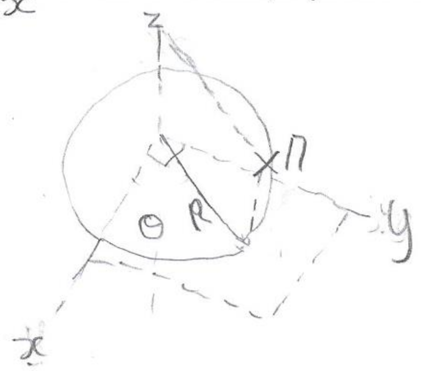
Exercice 3. Cinématique en coordonnées polaires et cartésiennes (6 points)



Un vilebrequin est une pièce mécanique d'un moteur thermique permettant la transformation d'un mouvement de translation sur l'axe Oy (piston P) en un mouvement de rotation (point M). On suppose que le moteur possède une rotation à vitesse angulaire ω constante, d'où la position angulaire au cours du temps θ(t) = ωt. La longueur L est également constante.

On étudie dans un premier temps le mouvement du point M en coordonnées polaires, puis celui du point P en coordonnées cartésiennes.

1. Sur le schéma, représenter la base polaire au point M.



Partie 1 : Description du mouvement du point M en coordonnées polaires.

a. Donner l'expression de la dérivée de la position angulaire $\dot{\theta}(t)$.

$\dot{\theta}(t) = \omega$ car $\theta(t) = \omega t$

1

b. Donner l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OM(t)}$.

$\overrightarrow{OM} = \rho \vec{u_\rho} + \cancel{z \vec{u_z}}$

c. Calculer l'expression du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_M(t)}$ en fonction du rayon R et de la vitesse angulaire ω.

d. Calculer l'expression du vecteur accélération $\overrightarrow{a_M(t)}$ en fonction du rayon R et de la vitesse angulaire ω.

Partie 2 : Description du mouvement du point P en coordonnées cartésiennes.

a. En utilisant des relations trigonométriques, et le fait que le mouvement de P se fait sur l'axe Oy, montrer que l'expression du vecteur position du point P est : $\overrightarrow{OP} = (R.\sin\theta + L.\cos\theta)\,\overrightarrow{u_y}$

sinus = $\frac{\text{opposé}}{\text{hypotenus}}$ cosinus = $\frac{\text{adjacent}}{\text{hypotenus}}$

b. Etablir l'expression du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_P(t)}$ en fonction de R, L et ω.

$\vec{v_p}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}$ on $\theta(t) = wt$ et $\vec{OM} = (R\sin\theta + L\cos\theta)\vec{u_y}$

donc $\vec{OM} = (R\sin(wt) + L\cos(wt))\vec{u_y}$

Donc $\vec{v_p}(t) = (Rw\cos(wt) + (-Lw\sin(wt)))\vec{u_y}$

9P

c. Etablir l'expression du vecteur accélération $\overrightarrow{a_P(t)}$ en fonction de R, L et ω.

$\vec{a_p}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$

Donc $\vec{a_p}(t) = (-Rw^2\sin(wt) - Lw^2\cos(wt))\vec{u_y}$

9P