

Propuesta Proyecto Práctica Docente

Javier Alejandro Acevedo Barroso*

Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia

26 de agosto de 2019

1. Objetivos semanales

1. Enviar abstract a cocoa (para revision de Jaime el lunes a mas tardar).
2. Implementar la inicializacion de Jeans con perturbacion aleatoria y reproducir la Figura 12. del paper de Yoshikawa 2013.
3. Implementar el test de invarianza galileana, reproducir la Figura 11 del paper de Yoshikawa 2013.
4. Dejar escritos los resultados de los dos tests anteriores en el paper.

2. Abstract de COCOA

Preparé la primera versión completa del abstract para COCOA y la compartí a través de Slack el sábado 24 de agosto.

3. Test Jeans con perturbación aleatoria

La activación de la inestabilidad de Jeans depende del número de onda k_j dado por la ecuación:

$$k_j^2 = \frac{4\pi G \bar{\rho}}{\sigma^2}. \quad (1)$$

En términos de la serie de potencias, los coeficientes correspondientes a k menores que k_j tenderán a aumentar, los mayores que k_j decrecerán rápidamente.

* e-mail: ja.acevedo12@uniandes.edu.co

Con el fin de observar este comportamiento en la simulación se inicializa la inestabilidad de Jeans con una perturbación aleatoria:

$$f(x, v, t = 0) = \frac{\bar{\rho}}{(2\pi\sigma^2)^{1/2}} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right) (1 + \delta(x)), \quad (2)$$

donde $\bar{\rho}$ es la densidad promedio, σ es la dispersión de velocidad y $\delta(x)$ es una distribución uniforme entre $-\delta_m/2$ y $\delta_m/2$. El espacio de fase está definido por $x \in [-L/2, L/2]$ y $v \in [-V, V]$. Además, se cumplen las relaciones:

$$T = (G\bar{\rho})^{-1/2}, \quad (3)$$

$$T = L/V, \quad (4)$$

Los valores usados en el paper:

- $L = T = V = 1$
- $k_j = \frac{8\pi}{L} = 2\pi$
- $\delta_m = 0,1$
- $\sigma^2 = \frac{4\pi G\bar{\rho}}{k_j^2} = \frac{1}{64\pi}$

A continuación, presento la gráfica a reproducir:

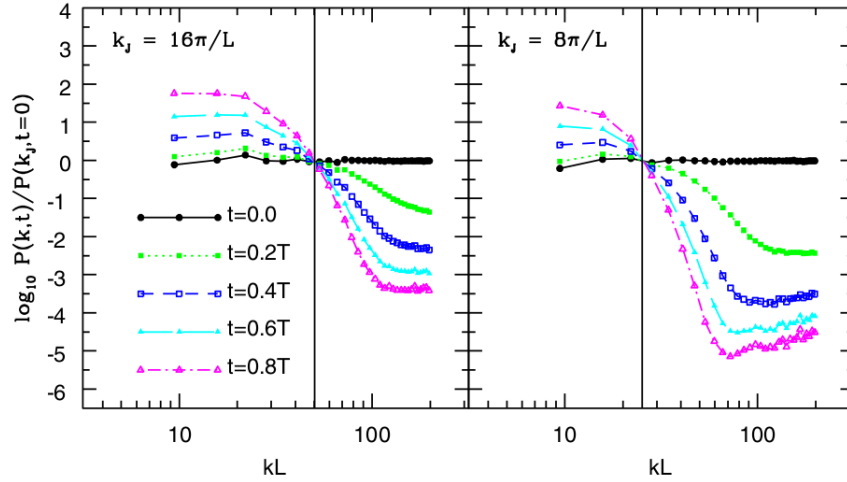


Figura 1: Gráfica a reproducir. Note que el tiempo máximo es simplemente $0.8T$. Imagen tomada de [1]

Sin embargo, este test se corrió originalmente para un espacio de fase 6D, por lo que usó $N = 64$. Se hará el test tanto con $N = 64$, como con $N = 2048$.

3.1. Test con N=64

Usando $N = 64$ de resolución tanto para el eje espacial como el de velocidad, junto con $k_j = 8\pi$, la dispersión de velocidad se vuelve demasiado pequeña para permitir obtener una evolución temporal apreciable. Por lo anterior, usamos $k_j = 2\pi$ y $\sigma^2 = \frac{1}{4\pi}$. La evolución del espectro de potencias para esta inicialización está en la figura 2. No se logra observar el comportamiento esperado. El espectro entero oscila sin tener comportamientos que diferencien las frecuencias mayores a k_j de las menores. Notando el comportamiento tan diferenciado en la gráfica original (figura 1), hay algo extraño pasando. Grafiqué también la evolución temporal del segundo coeficiente de Fourier (figura 5). Este debería crecer y luego oscilar alrededor de un máximo como en el test de invarianza Galileana.

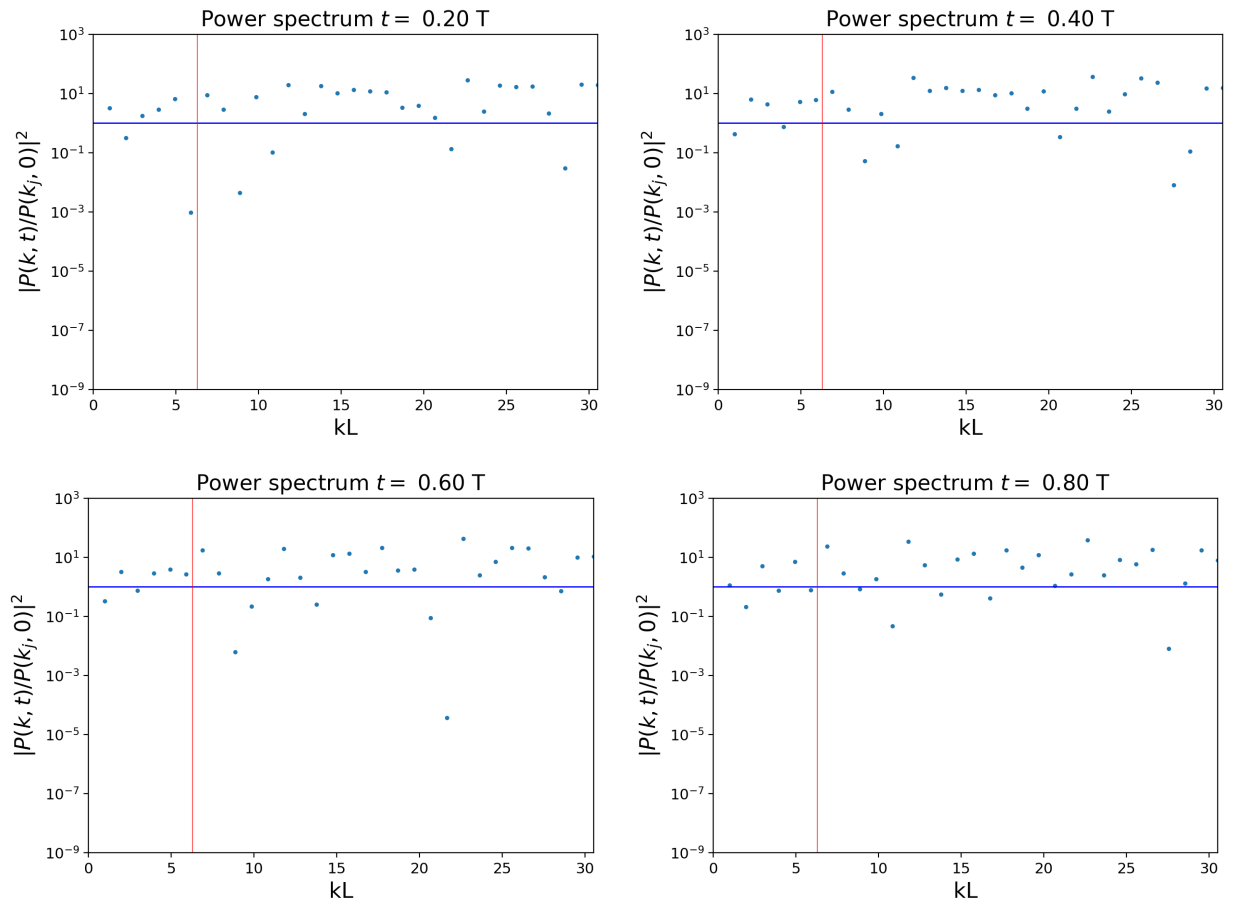


Figura 2: Evolución del espectro de potencias para $k_j = 2\pi$ y $\sigma^2 = \frac{1}{4\pi}$ en los mismos tiempos del test del Paper. No se observa el comportamiento esperado. La línea azul señala $y = 1$, y la línea roja señala la ubicación de k_j .

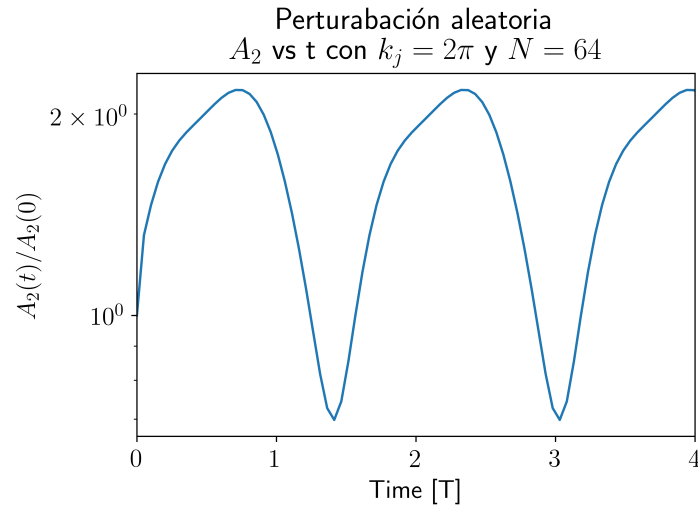


Figura 3: Evolución del segundo coeficiente de Fourier para la misma inicialización de la gráfica anterior (2).

El Paper especifica que con los valores usados por ellos la dispersión estará dada por $\sigma = 9\Delta v$. No dan mayor explicación de por qué ese valor. A continuación se presenta la evolución temporal del espectro de potencias (figura 4) y del segundo coeficiente de Fourier (figura ??). Una vez más no se obtuvo el comportamiento esperado pues no hay diferenciación entre los k menores a k_j y los mayores. La evolución temporal del segundo coeficiente de nuevo sigue un comportamiento periódico en vez de oscilar cerca a un máximo. Se repitió este test con $k_j = 8\pi$ y se obtuvo cualitativamente los mismos resultados.

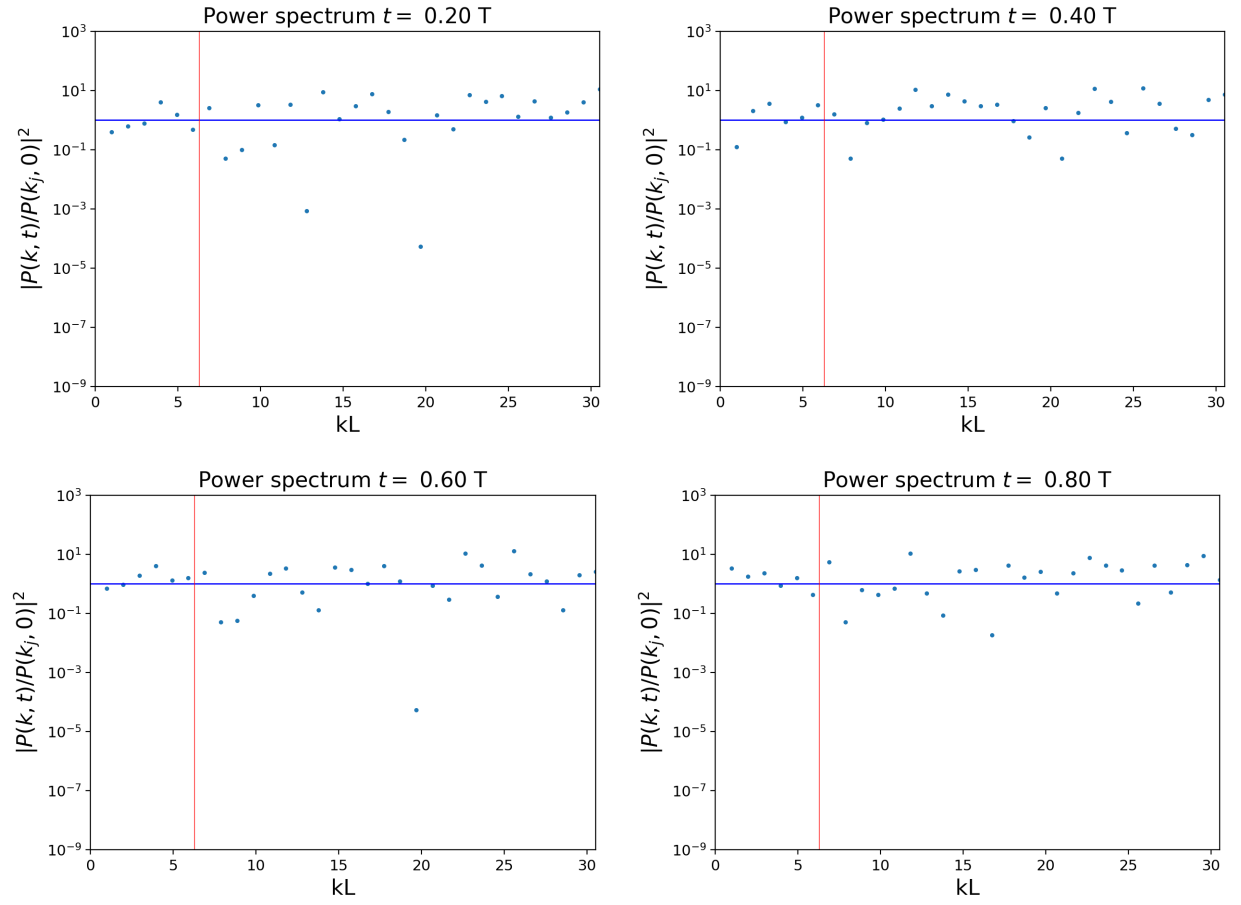


Figura 4: Evolución del espectro de potencias para $k_j = 2\pi$ y $\sigma^2 = (9\Delta v)^2$ en los mismos tiempos del test del Paper. No se observa el comportamiento esperado.

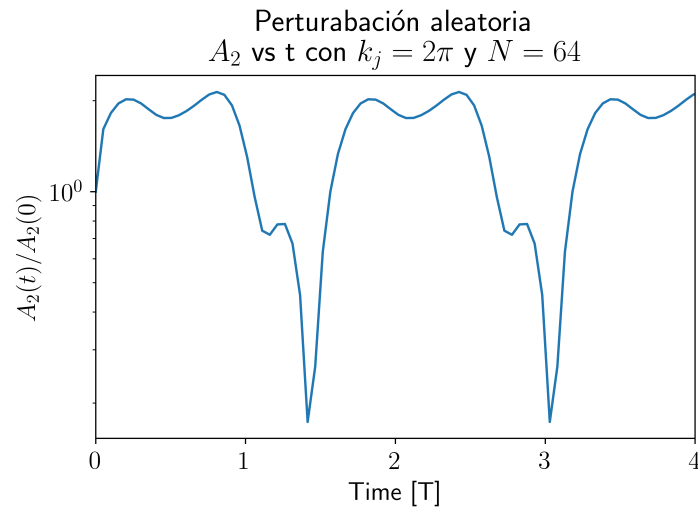


Figura 5: Evolución del segundo coeficiente de Fourier para la misma inicialización de la gráfica anterior (2).

3.2. Test con $N = 2048$

Se repitieron los test de la parte anterior con $N = 2048$. Se presentarán los resultados en el mismo orden.

Referencias

- [1] K. Yoshikawa, N. Yoshida, and M. Umemura. Direct Integration of the Collisionless Boltzmann Equation in Six-dimensional Phase Space: Self-gravitating Systems. *ApJ*, 762:116, January 2013.