



# MODELOS DE ECUACIONES ESTRUCTURALES

Gabriel Sotomayor  
Junio 2023

# CONTENIDOS

- Trabajo Final e Inscripción de grupos
- Pruebas atrasadas
- Introducción a los modelos de ecuaciones estructurales

# TRABAJO FINAL

La evaluación final consta de un breve trabajo de investigación en que se utilice un modelo factorial confirmatorio, de senderos o de ecuaciones estructurales.

Debe realizarse en grupos de 3 estudiantes. Debe inscribirse en el siguiente enlace:

[https://docs.google.com/spreadsheets/d/11onlH8XdbOHJBtjnv9\\_zOp\\_pOcQU9udGGxnyEwEDpZg/edit#gid=0](https://docs.google.com/spreadsheets/d/11onlH8XdbOHJBtjnv9_zOp_pOcQU9udGGxnyEwEDpZg/edit#gid=0)

Se entrega el lunes 3 de Julio (fecha no modificable por fin de semestre).

Se entregará la pauta durante la semana, pero debe incluir: Breve planteamiento del problema y antecedentes, metodología, análisis estadístico y conclusiones.

# PRUEBAS ATRASADAS

Hay que fijar una fecha durante la próxima semana para las pruebas pendientes.



# MODELOS DE ECUACIONES ESTRUCTURALES



# INTRODUCCIÓN A LOS MODELOS DE ECUACIONES ESTRUCTURALES

Los Modelos de Ecuaciones Estructurales son una familia de modelos estadísticos multivariantes que permiten estimar el efecto y las relaciones entre múltiples variables. Nacieron de la necesidad de dar mayor flexibilidad a los modelos de regresión y son menos restrictivos al permitir incluir errores de medida tanto en variables dependientes como independientes.

También se les conoce como modelos LISREL o modelos SEM (Structural Equation Models).

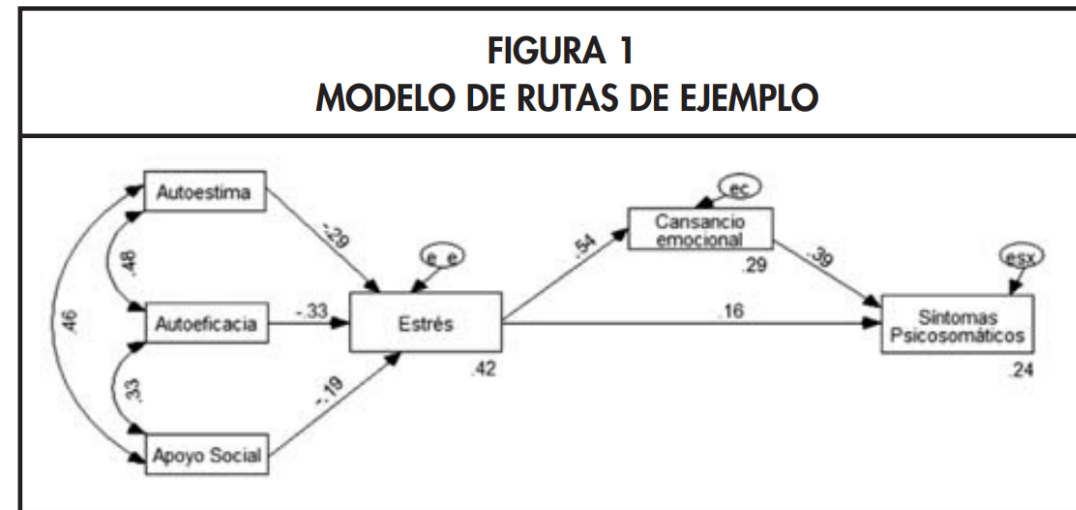
# LOS MODELOS DE ECUACIONES ESTRUCTURALES

- Estos modelos permiten proponer el tipo y dirección de las relaciones entre las variables contenidas en él, y estimar los parámetros que vienen especificados por las relaciones propuestas a nivel teórico.
- Se les denomina también modelos confirmatorios, ya que el interés fundamental es “confirmar” mediante el análisis de la muestra las relaciones propuestas a partir de la teoría explicativa que se haya decidido utilizar como referencia.
- Para su estimación, se basan en las correlaciones existentes entre las variables medidas en una muestra de sujetos de manera transversal. Las variables deben ser cuantitativas, preferentemente continuas.

# LOS MODELOS DE ECUACIONES ESTRUCTURALES

Ejemplo de aplicación en el campo de la salud: Modelo de análisis de rutas que predice la magnitud de los síntomas psicossomáticos de una persona a partir de un conjunto de antecedentes personales (autoestima, autoeficacia, apoyo social, nivel de estrés, etc.)

La interpretación de los parámetros estimados permite constatar las relaciones entre las variables. Por ejemplo, las variables predictoras pueden tener un efecto negativo sobre el nivel de estrés, y la autoeficacia percibida puede ser el predictor con mayor efecto.





# SEM Y CAUSALIDAD

- 1. Estimación y Causalidad:** Aunque los modelos permiten representar gráficamente la influencia causal, la estimación de un parámetro no "demuestra" la existencia de causalidad. La causalidad debe venir sustentada por la teoría del modelo.
- 2. Análisis de Rutas (Path Analysis):** Una aproximación a la causalidad que estudia una teoría causal al especificar todas las variables importantes para dicha teoría.
- 3. Verificación de Teorías:** Si la teoría es correcta, las medidas de covariación derivadas del modelo y las medidas de covariación obtenidas a partir de los datos deberán ser iguales. Esto proporciona una base para la comprobación de teorías o modelos causales.

# ESTRUCTURA DE UN MODELO DE ECUACIONES ESTRUCTURALES

- 1. Modelo de Medida:** Define cómo cada constructo latente se mide mediante indicadores observables, los errores que afectan las mediciones, y las relaciones esperadas entre los constructos.
- 2. Modelo de Relaciones Estructurales:** Contiene los efectos y relaciones entre los constructos (normalmente variables latentes). Similar a un modelo de regresión, pero puede contener efectos concatenados. Permite evaluar si se relacionan según el modelo teórico propuesto.
- 3. Casos Excepcionales:**
  - 1. Análisis Factorial Confirmatorio:** Solo contiene el modelo de medida. Las relaciones entre las variables latentes solo pueden ser correlacionales.
  - 2. Análisis de Rutas:** No contiene variables latentes. Las variables observables se equiparan con las latentes, existiendo solo el modelo de relaciones estructurales. Los errores de medición y predicción se confunden en un término común.

# TIPOS DE VARIABLES EN UN MODELO ESTRUCTURAL

- 1. Variable Observada o Indicador:** Las variables que se miden en los sujetos, como las preguntas de un cuestionario.
- 2. Variable Latente:** Características deseadas para medir que no se pueden observar directamente y que están libres de errores de medición. Ejemplo: una dimensión de un cuestionario.
- 3. Variable Error:** Representa los errores asociados con la medición de una variable y el conjunto de variables no consideradas en el modelo que pueden afectar la medición de una variable observada. Son consideradas latentes ya que no son observables directamente.
- 4. Variable de Agrupación:** Variables categóricas que representan la pertenencia a diferentes subpoblaciones que se desea comparar.
- 5. Variable Exógena:** Variables que afectan a otras variables pero que no reciben el efecto de ninguna otra. Las variables independientes en un modelo de regresión son exógenas.
- 6. Variable Endógena:** Variable que recibe el efecto de otra variable. La variable dependiente de un modelo de regresión es endógena. Cada variable endógena debe estar acompañada de un error.

# DIAGRAMAS ESTRUCTURALES - CONVENCIONES Y DEFINICIONES

**1. Diagramas Estructurales:** Estos son herramientas gráficas utilizadas para representar modelos causales y las relaciones deseadas dentro de ellos. Son similares a los diagramas de flujo y ayudan en la especificación de modelos y parámetros.

## **2. Representación de Variables:**

- 1. Variables Observables:** Estas son las variables que se pueden medir directamente. En los diagramas estructurales, se representan encerradas en rectángulos.
- 2. Variables No Observables (Latentes):** Estas son las variables que deseamos medir pero no se pueden observar directamente. En los diagramas, se representan en óvalos o círculos.
- 3. Errores:** Estos representan los errores asociados con la medición de una variable y se representan sin rectángulos ni círculos.

# DIAGRAMAS ESTRUCTURALES - CONVENCIONES Y DEFINICIONES

## 1. Representación de Relaciones:

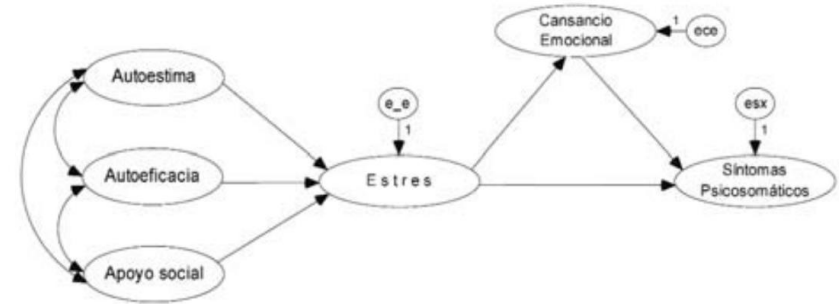
1. **Relaciones Bidireccionales:** Estas implican correlaciones y covarianzas, y se representan como vectores curvos con una flecha en cada extremo. Puede ir entre variables latentes o entre términos de error de variables endógenas.
2. **Efectos Estructurales:** Cualquier efecto estructural se representa como una flecha recta. El origen de la flecha es la variable predictora y el final es la variable dependiente.
3. **Parámetros del Modelo:** Los parámetros de un modelo se representan sobre la flecha correspondiente a la relación que representan.

**2. Término Error:** Cualquier variable que recibe efecto de otras variables del modelo deberá incluir también un término error. Esto permite el manejo del error en la predicción del modelo.

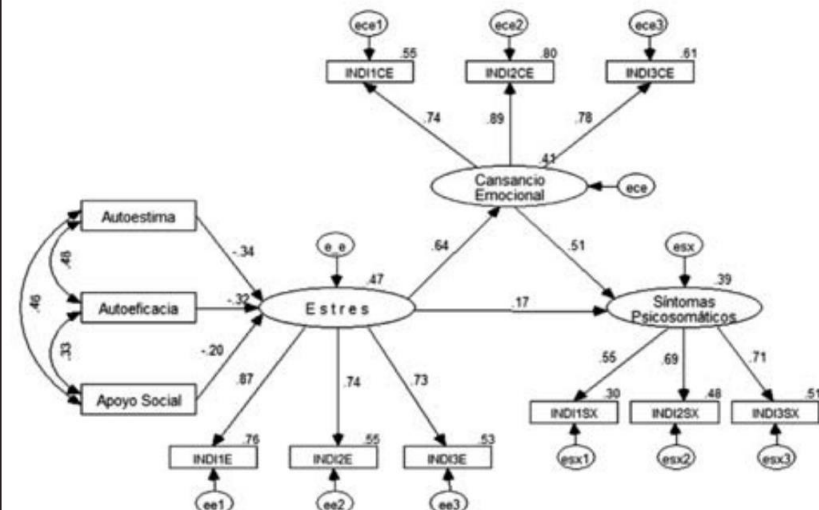
# EJEMPLO

- Modelo que contiene seis variables latentes: autoestima, autoeficacia, apoyo social, estrés, cansancio emocional y síntomas psicósomáticos.
- Tres primeras variables latentes son exógenas y las tres últimas son endógenas.
- Cada variable latente endógena está medida mediante tres variables observables o indicadores.
- Modelo final estimado: Variables exógenas son utilizadas para predecir el nivel de estrés.
- Los efectos directos e indirectos entre variables.
- Efecto total de una variable: suma del efecto directo e indirecto a través de otras variables.

**FIGURA 4**  
**MODELO DE RELACIONES ESTRUCTURALES**



**FIGURA 5**  
**MODELO FINAL ESTIMADO**



# TIPOS DE RELACIONES EN MODELOS DE ECUACIONES ESTRUCTURALES

Los modelos de ecuaciones estructurales nos permiten explorar diferentes tipos de relaciones entre variables. Examinaremos los siguientes tipos:

1. Covariación vs Causalidad
2. Relación Espuria
3. Relación Causal Directa e Indirecta
4. Relación Causal Recíproca
5. Efectos Totales

# COVARIACIÓN, CAUSALIDAD Y RELACIÓN ESPURIA

- **Covariación** se refiere a cuando dos fenómenos cambian juntos, pero no necesariamente significa que uno cause el otro.
- **Causalidad** se refiere a un cambio en una variable que provoca un cambio en otra.
- Una **Relación Espuria** ocurre cuando la relación entre dos variables es causada, total o parcialmente, por su relación común con una tercera variable, como la relación entre estatura e inteligencia en preescolares, donde la edad es la variable común.



# RELACIONES CAUSALES: DIRECTAS, INDIRECTAS Y RECÍPROCAS

- **Relación Causal Directa:** Un cambio en una variable causa un cambio en otra.
- **Relación Causal Indirecta:** La presencia de una tercera variable que modula o media el efecto entre las dos primeras. Por ejemplo, la motivación puede modular la relación entre la aptitud y el rendimiento.
- **Relación Causal Recíproca:** La variable causa es a su vez efecto de la otra. Por ejemplo, mayor ansiedad puede llevar a un peor rendimiento académico, y a su vez, un peor rendimiento puede incrementar la ansiedad. Para poder incluirse en el modelo se requiere contar con una dimensión temporal.

# EFFECTOS NO ANALIZADOS

- Son las posibles relaciones representadas por flechas que podrían estar presentes en el modelo, pero no lo están.
- Puede ser debido a errores de especificación, donde se han dejado fuera variables importantes.
- También podría ser debido a la suposición de que las variables no consideradas en el modelo se equilibran entre sí, incorporando su efecto en los términos de error del modelo.
- A la suma de los efectos espurios más los efectos no analizados se les denomina efectos no causales.
- Una vez que el modelo está definido, los efectos espurios aparecen cuando las variables endógenas están correlacionadas más allá de los efectos estimados (apareciendo covarianzas entre los errores de predicción). Los efectos no analizados aparecen cuando las variables observables están correlacionadas más allá de lo que el modelo predice (apareciendo covarianzas entre los errores de medición)

# SUPUESTOS DE LOS MODELO DE ECUACIONES ESTRUCTURALES.

Tamaño de muestra suficientemente grande: al menos 200, además de un cierto mínimo por parámetro (20 casos).

Relaciones lineales entre las variables.

Normalidad multivariante (importante para el método de estimación).

Identificación del modelo.

Ausencia de multicolinealidad.

Variables continuas (aunque puede adaptarse a variables nominales)-



# **PASOS DE UN MODELO DE ECUACIONES ESTRUCTURALES**



# PASO 1: ESPECIFICACIÓN DEL MODELO

1. La teoría que respalda el modelo debe estar formulada de tal manera que pueda ser probada con datos reales. Debe incluir las variables consideradas importantes y que deben ser medidas.
2. Especificar las relaciones esperadas entre las variables: correlaciones, efectos directos, efectos indirectos. Si una variable no es observable directamente, deben identificarse los indicadores que permiten medirla.
3. Formular el modelo teórico en formato gráfico. Esto permite identificar fácilmente las ecuaciones y parámetros.

# PASO 2: IDENTIFICACIÓN DEL MODELO

Al igual que en el análisis de senderos debemos asegurarnos que contamos con información suficiente para estimar el modelo (Relación entre cantidad de variables y parámetros a estimar).

Cada parámetro debe estar correctamente identificado y ser derivable de la información en la matriz de varianzas-covarianzas.

Debemos revisar que los grados de libertad sean mayores a 0.

Estrategias para garantizar que todos los parámetros estén identificados: usar al menos tres indicadores por variable latente, igualar la métrica de cada variable latente con uno de sus indicadores.

# PASO 3: ESTIMACIÓN DEL MODELO

1. Debe estimarse los parámetros del modelo a partir del modelo especificado.
2. El método por defecto es máxima verosimilitud, aunque hay otros disponibles en el paquete Lavaan de R.

# PASO 4: EVALUACIÓN DE AJUSTE

1. Valorar el ajuste del modelo. Si las estimaciones obtenidas no reproducen correctamente los datos observados, será necesario rechazar el modelo y/o reformularlo.
2. En los modelos de ecuaciones estructurales un buen ajuste requiere que tanto el modelo de medición como el modelo de relaciones entre variables se ajusten a los datos observados (más difícil aún).



# ESTADÍSTICOS DE BONDAD DE AJUSTE

Existen tres tipos de estadísticos de bondad de ajuste:

**Ajuste Absoluto:** Valoran los residuos del modelo.

**Ajuste Relativo:** Comparan el ajuste del modelo con otro de peor ajuste.

**Ajuste Parsimonioso:** Evalúan el ajuste respecto al número de parámetros utilizados en el modelo.

Ninguno de estos estadísticos proporciona toda la información necesaria para evaluar un modelo, por lo que generalmente se usa un conjunto de ellos simultáneamente

**TABLA 1**  
**ESTADÍSTICOS DE BONDAD DE AJUSTE Y**  
**CRITERIOS DE REFERENCIA**

| Estadístico   | Abreviatura                    | Criterio   |
|---|--------------------------------|--|
| <b>Ajuste absoluto</b><br>Chi-cuadrado<br>Razón Chi-cuadrado /<br>grados de libertad  | $\chi^2$<br>$\chi^2/\text{gl}$ | Significación > 0,05<br>Menor que 3                    |
| <b>Ajuste comparativo</b><br>Índice de bondad de ajuste comparativo<br>Índice de Tucker-Lewis<br>Índice de ajuste normalizado   | CFI<br>TLI<br>NFI              | $\geq 0,95$<br>$\geq 0,95$<br>$\geq 0,95$              |
| <b>Ajuste parsimonioso</b><br>Corregido por parsimonia  | NFI<br>PNFI                    | Próximo a 1  |
| <b>Otros</b><br>Índice de bondad de ajuste<br>Índice de bondad de ajuste corregido<br>Raíz del residuo cuadrático promedio<br>Raíz del residuo cuadrático promedio<br>de aproximación | GFI<br>AGFI<br>RMR<br>RMSEA    | $\geq 0,95$<br>$\geq 0,95$<br>Próximo a cero<br>< 0,08 |

# CHI CUADRADO

- Es conceptualmente el más atractivo, ya que permite contrastar la hipótesis nula de que todos los errores del modelo son nulos.
- Sin embargo, es muy sensible al tamaño de la muestra: con muestras grandes (mayores de 100 o 200 casos) es relativamente fácil rechazar la hipótesis nula, incluso cuando el modelo tiene un buen ajuste.
- Por lo tanto, además de valorar su significación estadística, suele compararse con sus grados de libertad. Criterio para muestras grandes:  $\text{Chi-cuadrado} / \text{grados de libertad} < 2$
- Siempre se informa este estadístico.

## PASO 5: RE- ESPECIFICACIÓN

Luego de ajustar el modelo, especialmente si este presenta un ajuste insatisfactorio, pueden introducirse modificaciones al modelo (agregar o quitar parámetros).

Para esto debemos evaluar los cambios que pueden mejorar el modelo, a partir de los índices de modificación.

Los cambios propuestos deben ser coherentes con la teoría.

# PASO 6: INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

**Coeficientes Beta Estandarizados:** Se refieren al impacto que resulta de un incremento de una desviación estándar en la variable independiente sobre la variable dependiente, expresada también en términos de desviación estándar. Esto se realiza teniendo en cuenta las demás variables presentes en el modelo.

**Significación de cada coeficiente:** Si obtenemos un valor de  $p$  menor a 0,05, desechemos la hipótesis nula que propone que el coeficiente beta es igual a cero. Esto nos da una confianza del 95% en nuestra conclusión.

**R-cuadrado:** Representa el porcentaje de la varianza en la variable dependiente que puede ser explicado por el modelo de ecuaciones estructurales. Es decir, cuánta variabilidad en los datos puede ser descrita por el modelo.

**Atención:** Los coeficientes no solo describen el modelo de medición, sino también el modelo de relaciones entre las variables. Esto significa que en los modelos de ecuaciones estructurales, los coeficientes también nos indican cómo las variables medidas se relacionan entre sí, y cómo estas relaciones dan forma a las variables dependientes que estamos investigando. Es crucial tener en cuenta este doble papel al interpretar los resultados de un modelo de ecuaciones estructurales.