线性代数期中试题

______ 学院 _______ 系　姓名 ________ 学号________ 分数______ 03/11/2013

请注意所有答案和解答写在空白答题纸上，标明大题号和小题号

一、填空题（本题共 10 小题,每小题 2 分，满分 20 分。答案写在答题纸上）。

(1)若 $1,\cdots,5$ 的排列 $p_1p_2p_3p_4p_5$ 是奇排列，则 $(-1)^{\tau(p_5p_4p_3p_2p_1)}=$____。

(2)设 A 是三阶方阵，$|A|=2,$ 则 $|(A^*)^{-1}|=$___ 。

(3)若向量组 $\alpha_1=(1,0,0),\alpha_2=(9,2,4),\alpha_3=(1,3,t)$ 线性相关，则 $t=$ __ 。

(4)设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是 3 维列向量，并且行列式 $|(\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3)|=1,$ 则

$|(\alpha_3,2\alpha_2,3\alpha_1)|=$______。

(5)设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 4 & 5\end{pmatrix}$，则 $|AA^{\mathrm{T}}|=$_______。

(6)设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 3\\ 2 & 0 & 1\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 3\end{pmatrix},$ 则 $A^{\mathrm{T}}B=$_________ 。

(7)若矩阵 B 满足 $B\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & \frac{1}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 3\end{pmatrix},$ 则 $B=$ _________ 。

(8)向量组 $\alpha_1=(1,2),\alpha_2=(3,4),\alpha_3=(5,6)$ 的秩是_____。

(8)齐次方程组 $\begin{pmatrix}1 & 2 & -2\\ 2 & -1 & 1\\ 3 & 1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$ 的基础解系所含向量个数为_____ 。

(10)若非齐次方程组 $Ax=b$ 有解 $x_1=(1,2,3)^{\mathrm{T}},x_2=(4,5,6)^{\mathrm{T}},$ 则其导出组必有一个非零解 $\xi=$________。

填空题分数______。

二、选择题(本题共 10 小题,每小题 2 分，满分 20 分。每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。答案写在答题纸上)。

(1)设 A 为 n 阶方阵，则 $|kA|=$

(A) $k|A|$　**(B)** $|k||A|$　**(C)** $k^n|A|$　**(D)** $|k|^n|A|$ [　]

(2)若方程组 $\begin{cases} 7x_1+8x_2+9x_3=0, \\ -x_2+2x_3=0, \\ 2x_2+tx_3=0, \end{cases}$ 存在非零解，则常数 $t=$

(A) -4　**(B)** 4　**(C)** -2　**(D)** 2 [　]

(3)设有矩阵 $A_{3\times 2}, B_{4\times 3}, C_{2\times 3}$，则下列运算有意义的是

(A) $(A+B)C$　**(B)** $B(C^{\mathrm{T}}+A)$　**(C)** CBA　**(D)** $(ABC)^{\mathrm{T}}$ [　]

(4)设矩阵 A,B,C 满足 $AB=AC$，则 $B=C$ 成立的一个充分条件是

(A) A 为方阵　**(B)** A 为非零矩阵

(C) A 为可逆矩阵 **(D)** A 为对角矩阵 [　]

(5)设向量组 $\alpha_1,\cdots,\alpha_s$ 可用向量组 $\beta_1,\cdots,\beta_t$ 线性表示，并且 $\alpha_1,\cdots,\alpha_s$ 线性无关，则必定成立的是

(A) $s>t$　**(B)** $s<t$　**(C)** $s\le t$　**(D)** $s=t$ [　]

(6)若方阵 A,B,C 满足 $ABC=E$，则必定成立

(A) $BAC=E$　**(B)** $ACB=E$　**(C)** $CBA=E$　**(D)** $BCA=E$ [　]

(7)设 $r(A_{m\times n})=r<m$，则在 A 的行向量组中

(A) 任意 r 个向量线性无关　**(B)** 存在 r 个向量线性无关

(C) 任意 r 个向量都是其极大线性无关组 **(D)** $r<n$ [　]

(8)齐次方程组 $A_{m\times n}X=O$ 存在非零解的充分必要条件是

(A) A 的行向量组线性相关 **(B)** A 的列向量组线性相关

(C) $r(A_{m\times n})<m$　**(D)** $m<n$ [　]

(9) A 为可逆上三角矩阵，则 A^{-1} 是

(A) 下三角矩阵　**(B)** 对角矩阵　**(C)** 数量矩阵　**(D)** 上三角矩阵 [　]

(10)若二阶对角矩阵 A 不是数量矩阵，并且满足方程 $A^2-5A+6E=O$，则

(A) $\mathrm{tr}(A)=5$ (B) $\mathrm{tr}(A)=-5$ (C) $\mathrm{tr}(A)=2$ (D) $\mathrm{tr}(A)=3$ [ ]

（$\mathrm{tr}(A)$ 表示矩阵 A 的对角线元素之和） **选择题分数______。**

三、计算题(本题共 5 小题，每小题 8 分，满分为 40 分) (解答写在答题纸上)

(1)计算行列式 $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 0 & 5 \\ 4 & 1 & -3 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & -2 \\ 2 & 10 & 6 & 2 \end{vmatrix}$。 (2)计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 6 \\ 2^2 & 4^2 & 3^2 & 5^2 & 6^2 \\ 2^4 & 4^4 & 3^4 & 5^4 & 6^4 \\ 2^3 & 4^3 & 3^3 & 5^3 & 6^3 \end{vmatrix}$。

(3) 求齐次方程组 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & 6 & -1 & -3 \\ 2 & 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 的一个基础解系。

(4) a 为何值时，方程组 $\begin{cases} x_1+2x_2=3 \\ 4x_1+7x_2+x_3=10 \\ x_2-x_3=a \end{cases}$ 有解？在有解时，求其全部解。

(5)求以下矩阵的逆矩阵 A^{-1} 和伴随矩阵 A^*：

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

计算题分数______。

四、证明题(本题共 2 小题，每小题 10 分，满分为 20 分) (解答写在答题纸上)

(1)证明：若 $\alpha_1,\cdots,\alpha_s$ 可用 $\beta_1,\cdots,\beta_t$ 线性表示，且 $s>t$，则 $\alpha_1,\cdots,\alpha_s$ 线性相关。

(2)假设 $a_1\cdots a_n=1$，证明以下矩阵的伴随矩阵所有元素的和是 $(-1)^{n+1}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{a_i}$ ，

$$\begin{pmatrix} 0 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{n-1} \\ a_n & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

证明题分数______。