

线性代数B (课程号: 00131460) 期中考试
十一月一日10:10AM-12:00PM, 理教201

请在另外提供的答题本上答题。务必在答题本封面清楚的标注您的姓名、院系和学号。本试卷考试结束后不用回收。请写出解答过程。考试期间不可以使用计算器手机等电子设备, 不可以参考任何电子或纸质材料, 不可以从其他人那里获得任何帮助。本试卷共100分。

- (1) (20分) 下面线性方程组有没有解? 若有, 请找出所有的解。

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_3 = 1, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 2. \end{cases}$$

- (2) (20分) 求矩阵 A 的逆

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

- (3) (20分) 求下列向量组的秩和它的一个极大无关组

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= (3, 6, 1, 5), \\ \alpha_2 &= (1, 4, -1, 3), \\ \alpha_3 &= (-1, -10, 5, -7), \\ \alpha_4 &= (4, -2, 8, 0). \end{aligned}$$

- (4) (20分) 请计算下面的矩阵的特征值和每个特征值对应的特征子空间。

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- (5) (10分) 给定矩阵

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 4 \end{pmatrix},$$

请问是否存在矩阵 C 使得 $CA = B$? 若存在, 请找出一个来。

- (6) (10分) 计算 A^n (这里整数 $n \geq 1$), 其中 A 如下

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & & \\ & \lambda & 1 & \\ & & \lambda & 1 \\ & & & \lambda \end{pmatrix}.$$

答案应该是一个矩阵, 并且每项是 λ, n 的表达式。