**线性代数期中试题**

______ 学院 ________ 系 姓名 ________ 学号________ 09/11/2014 ______

| 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| | | | | |

# 注意：务必把试题纸和答题纸一并交上！

**一、填空题（本题共 10 小题,每小题 2 分，满分 20 分，答案写在题后下划线上方）。**

(1) $(-1)^{\tau((10)986754321)}=$ ____。

(2)设 $A$ 是四阶方阵，$|A|=2,$ 则 $|(A^*)^{-1}|=$ _____ 。

(3)若向量组 $\alpha_1=(1,0,0),\alpha_2=(9,2,4),\alpha_3=(2,6,t)$ 线性相关，则 $t=$ _。

(4)设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是 3 维列向量，并且行列式 $|(\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3)|=1,$ 则

$|2(\alpha_2,-2\alpha_1,3\alpha_3)|=$ _______。

(5)设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\2&3&4\\4&5&6\end{pmatrix}$，则 $|-AA^{\mathrm{T}}|=$ ________。

(6)设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&-1&3\\2&0&1\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}2&1\\1&3\end{pmatrix}$,则 $A^{\mathrm{T}}B=$ _____________ 。

(7)若矩阵 $B$ 满足 $B\begin{pmatrix}1&0\\0&\frac{1}{3}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1\\1&3\end{pmatrix}$,则 $B=$ _______________ 。

(8) 已知

$r(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)=$ $(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5)=4$, $(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5,\alpha_6)=5$,

则 $r(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5-\alpha_6)=$ ____。

(9)齐次方程组 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & -4 \\ 3 & 6 & -6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 的基础解系所含向量个数为___

。

(10)若非齐次方程组 $Ax=b$ 有解 $\xi_1=(1,2,3,4)^{\mathrm{T}},\xi_2=(4,5,6,7)^{\mathrm{T}}$,则其导出组必有一个非零解 $\xi=$ __________。

**二、选择题(本题共 10 小题,每小题 2 分，满分 20 分。每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。答案写在题后的方括号里)。**

(1)设 $A$ 为 $n$ 阶方阵，则 $|kA|$=

(A) $k|A|$　(B) $|k||A|$　(C) $k^n|A|$　(D) $|k|^n|A|$

[　　]

(2)若方程组 $\begin{cases} 7x_1+8x_2+9x_3=0, \\ -x_2+2x_3=0, \\ 2x_2+tx_3=0, \end{cases}$ 存在非零解，则常数 $t=$

(A) $-4$　(B) $4$　(C) $-2$　(D) $2$

[　　]

(3)设有矩阵 $A_{3\times2},B_{4\times3},C_{2\times3}$，则下列运算有意义的是

(A) $(A+B)C$　(B) $B(C^{\mathrm{T}}+A)$　(C) $CBA$　(D) $(ABC)^{\mathrm{T}}$

[　　]

(4)设矩阵 $A,B,C$ 满足 $AB=AC$，则 $B=C$ 成立的一个充分条件是

**(A)** $A$ 为方阵　　**(B)** $A$ 为非零矩阵

**(C)** $A$ 为可逆矩阵 **(D)** $A$ 为对角矩阵　　[　　]

(5) 设 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 是 $n$ 维向量组, $r(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s)=r$, 则不正确的是

(A) 如果 $r=n$, 则任意 $n$ 维向量都可以用 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 线性表示

(B)如果任意 $n$ 维向量都可以用 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 线性表示,则 $r=n$,

(C)如果 $r=s$,则任意 $n$ 维向量都可用 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 唯一线性表示

(D)如果 $r<n$,则存在 $n$ 维向量不能用 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 线性表示　　[　　]

(6)若方阵 $\boldsymbol{A,B,C}$ 满足 $\boldsymbol{ABC=E}$，则必定成立

**(A)** $\boldsymbol{BAC=E}$　**(B)** $\boldsymbol{ACB=E}$　**(C)** $\boldsymbol{CBA=E}$　**(D)** $\boldsymbol{BCA=E}$　[　　]

(7)设 $\boldsymbol{r(A_{m\times n})=r<m}$，则在 $\boldsymbol{A}$ 的行向量组中

**(A)** 任意 $\boldsymbol{r}$ 个向量线性无关　　**(B)** 存在 $\boldsymbol{r}$ 个向量线性无关

**(C)** 任意 $\boldsymbol{r}$ 个向量都是其极大线性无关组 **(D)** $\boldsymbol{r<n}$　　[　　]

(8)齐次方程组 $\boldsymbol{A_{m\times n}X=O}$ 存在非零解的充分必要条件是

**(A)** $\boldsymbol{A}$ 的行向量组线性相关 **(B)** $\boldsymbol{A}$ 的列向量组线性相关

**(C)** $\boldsymbol{r(A_{m\times n})<m}$　　**(D)** $\boldsymbol{m<n}$　　[　　]

(9) $\boldsymbol{A}$ 为可逆上三角矩阵，则 $\boldsymbol{A^{-1}}$ 是

**(A)** 下三角矩阵　**(B)** 对角矩阵　**(C)** 数量矩阵　**(D)** 上三角矩阵　[　　]

(10)若二阶对角矩阵 $\boldsymbol{A}$ 不是数量矩阵，并且满足方程

$\boldsymbol{A^2-7A+12E=O}$，则

**(A)** $\mathrm{tr}(A)=7$　**(B)** $\mathrm{tr}(A)=-7$　**(C)** $\mathrm{tr}(A)=6$　**(D)** $\mathrm{tr}(A)=8$　[　　]

**三、计算题(本题共 5 小题，每小题 8 分，满分为 40 分。解答写在答题纸上)。**

(1)计算行列式$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & 5 \\ 4 & -3 & -3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -2 \\ 2 & 8 & 6 & 2 \end{vmatrix}$。(2)计算行列式$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 & 5 & 2 \\ 1 & 4^2 & 3^2 & 5^2 & 2^2 \\ 1 & 4^3 & 3^3 & 5^3 & 2^3 \\ 1 & 4^5 & 3^5 & 5^5 & 2^5 \\ 1 & 4^4 & 3^4 & 5^4 & 2^4 \end{vmatrix}$。

(3) 求齐次方程组$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 4 & 8 & 0 & -4 \\ 3 & 6 & 3 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$的一个基础解系。

(4)$a$为何值时，方程组$\begin{cases} x_2 - x_3 = a, \\ 4x_1 + 7x_2 + x_3 = 10, \\ 2x_1 + 4x_2 = 6. \end{cases}$有解？在有解时，用非齐次方程组的一个特解和导出组的基础解系表示其全部解。

(5)求矩阵$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \\ -2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$的逆矩阵$A^{-1}$和伴随矩阵$A^*$。

**四、证明题(本题共 2 小题，每小题 10 分，满分为 20 分。答案写在答题纸上)。**

(1) 设$\boldsymbol{\alpha}_1,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$和$\boldsymbol{\beta}$都是$n$维向量.证明:如果$\boldsymbol{\beta}$不能用$\boldsymbol{\alpha}_1,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$线性表示,

则$r(\boldsymbol{\alpha}_1,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s,\boldsymbol{\beta}) = (\boldsymbol{\alpha}_1,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s)+1$.

(2)如果$ab=cd$，证明$n$阶行列式

$$\begin{vmatrix} a+b & d & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ c & a+b & d & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & c & a+b & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a+b & d \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & c & a+b \end{vmatrix} = \sum_{i=0}^{n} a^i b^{n-i}$$。