2019年模拟期中考非数学组答案

2019.10.27

1. (a) $\frac{1}{6}$
   可使用泰勒展开
   (b) $\frac{1}{6}$
   可使用洛必达法则
   (c) $2^{-\frac{n(n+1)}{2}}$
   利用$\lim_{x\to 0}\frac{sinx}{x}=1$以及等价无穷小代换
2. 直接求解，答案为0
3. 两边求微分得：$\frac{x\mathrm{d}y-y\mathrm{d}x}{x^2+y^2}=\frac{x\mathrm{d}x+y\mathrm{d}y}{x^2+y^2}$
   化简得 $y'=\frac{x+y}{x-y}$
4. 存在。例：$a_n=0,1,0,1,\cdots,b_n=1,0,1,0,\cdots$。
5. 使用求导，具体解答略。
6. 答案如下
$$\int x\sin\sqrt{x}dx, u^2=x, 2udu=dx$$
$$=\int u^2\sin u\cdot 2udu$$
$$=2\int u^3\sin udu$$
$$=-2\int u^3d(\cos u)$$
$$=-2u^3\cos u+2\int\cos u\cdot 3u^2du$$
$$=-2u^3\cos u+6\int u^2d(\sin u)$$
$$=-2u^3\cos u+6u^2\sin u-6\int\sin u\cdot 2udu$$
$$=-2u^3\cos u+6u^2\sin u+12\int ud(\cos u)$$
$$=-2u^3\cos u+6u^2\sin u+12u\cos u-12\int\cos udu$$
$$=-2u^3\cos u+6u^2\sin u+12u\cos u-12\sin u+C$$
$$=-2x^{\frac{3}{2}}\cos\sqrt{x}+6x\sin\sqrt{x}+12\sqrt{x}\cos\sqrt{x}-12\sin\sqrt{x}+C$$
7. 由原方程可得：$(A+2I)(A^2+A+I)=I$
   故 $(A+2I)^{-1}=A^2+A+I$
8. (a) -590

(b) $n=1$时，a_1-b_1

$n=2$时，$a_1b_1+a_2b_2-a_2b_1-a_1b_2$

$n\geq 3$时，原行列式为 0

9. 答案如下

$0,\pm 2,\pm 4$

通过讨论展开式中$1,-1,\mathrm{i},-\mathrm{i}$的个数,易得行列式的值只能为上述五个数. 下面给出构造:

$$\begin{vmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{vmatrix}=0,\begin{vmatrix}\pm1&\pm1&\pm1\\1&\mathrm{i}&1\\1&1&-\mathrm{i}\end{vmatrix}=\pm2,\begin{vmatrix}\pm1&\pm1&\pm1\\1&-1&1\\1&1&-1\end{vmatrix}=\pm4,$$