线性代数经济学双学位 2015 秋期中试题

______ 学院 _______ 系　姓名 _______ 学号________ 分数

分数	一	二	三	四	总分

2015 年 11 月 8 日

请注意所有答案和解答写在空白答题纸上，标明大题号和小题号

一、填空题（本题共 10 小题,每小题 2 分，满分 20 分。

(1)若$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = 1,$则$\begin{vmatrix} a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \end{vmatrix} =$ _______。

(2)设A是四阶方阵，$|A^*| = 1/8,$则$|A^{-1}| =$______ 。

(3)若向量组$\alpha_1=(1,0,0), \alpha_2=(9,2,4), \alpha_3=(1,3,t)$线性相关，则

$t =$ _______ 。

(4)设$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$是 3 维列向量，并且行列式$|(\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3)| = 1,$则

$|3(\alpha_3, -\alpha_2, \alpha_1)| =$_______。

(5)设矩阵$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$，则$|AA^{\mathrm{T}}| =$________。

(6) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ a+2 & b+2 & c+2 \\ a+3 & b+3 & c+3 \end{vmatrix} =$ ____________ 。

(7)若矩阵B满足$B\begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$，则$B =$ ____________ 。

(8)齐次方程组$\begin{pmatrix} -3 & -6 & 6 \\ 2 & 4 & -4 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$的基础解系所含向量个数

为______ 。

(9)设$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$，$E$为二阶单位矩阵，2 阶矩阵$B$满足

$BA = B + 2E$，则$|B| =$ ______ 。

(10)若$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$，则$r(A^3) =$ __________。

二、选择题(本题共 10 小题,每小题 2 分，满分 20 分。每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1)若方程组$\begin{cases} 8x_1 + 9x_2 + 10x_3 = 0, \\ -x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_2 + tx_3 = 0, \end{cases}$存在非零解，则常数$t =$

(A) -4 **(B)** 4 **(C)** -2 **(D)** 2 [ ]

(2)设有矩阵$A_{3\times 2}, B_{4\times 3}, C_{2\times 3}$，则下列运算有意义的是

(A)$(A+B)C$　(B)$B(C^{\mathrm{T}}+A)$　(C)CBA　(D)$(ABC)^{\mathrm{T}}$　[ ]

(3)设A, B是两个n阶矩阵，满足$(AB)^2=E$，则

(A) $AB=E$或$AB=-E$　(B) $|A||B|=1$

(C) $AB=BA$　(D) $(BA)^2=E$　[ ]

(4)设向量组$\alpha_1,\cdots,\alpha_s$可用向量组$\beta_1,\cdots,\beta_t$线性表示，并且$\alpha_1,\cdots,\alpha_s$线性无关，则必定成立的是

(A)$s>t$　(B)$s<t$　(C)$s\le t$　(D)$s=t$　[ ]

(5) 设A是3阶矩阵，将A的第二行加到第一行得B，将B的第一列-1倍加到第二列上得C。记$P=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，则

(A) $C=P^{-1}AP$　(B) $C=PAP^{-1}$　(C) $C=P^{\mathrm{T}}AP$　(D) $C=PAP^{\mathrm{T}}$　[ ]

(6)若方阵A, B, C满足$ABC=E$，则必定成立

(A)$BAC=E$　(B)$ACB=E$　(C)$CBA=E$　(D)$BCA=E$　[ ]

(7)设$r(A_{m\times n})=r<m$，则在A的行向量组中

(A)任意r个向量线性无关　(B)存在r个向量线性无关

(C)任意r个向量都是其极大线性无关组(D) $r<n$　[ ]

(8)齐次方程组$A_{m\times n}X=O$存在非零解的充分必要条件是

(A) A的行向量组线性相关(B) A的列向量组线性相关

(C) $r(A_{m\times n})<m$　(D) $m<n$　[ ]

(9)设$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 是 n 维列向量，A 是$m\times n$矩阵，则

(A) 若$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性相关，则$A\alpha_1, A\alpha_2,\cdots, A\alpha_s$线性相关

(B) 若$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$线性相关，则$\boldsymbol{A\alpha}_1,\boldsymbol{A\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{A\alpha}_s$线性无关

(C) 若$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$线性无关，则$\boldsymbol{A\alpha}_1,\boldsymbol{A\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{A\alpha}_s$线性相关

(D) 若$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$线性无关，则$\boldsymbol{A\alpha}_1,\boldsymbol{A\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{A\alpha}_s$线性无关　　[　　]

(10)若二阶对角矩阵$\boldsymbol{A}$不是数量矩阵，并且满足方程

$\boldsymbol{A}^2-\boldsymbol{A}-6\boldsymbol{E}=\boldsymbol{O}$，则$\boldsymbol{A}$的所有元素的和是

(A)1　(B)-1　(C)6　(D)-4　　[　　]

三、计算题(本题共 5 小题，每小题 10 分，满分为 50 分)

(1)计算行列式$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 0 & 5 \\ 4 & 1 & -3 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & -2 \\ 2 & 10 & 6 & 2 \end{vmatrix}$。

(2)计算行列式$\begin{vmatrix} 2^5 & 4^5 & 3^5 & 5^5 & 6^5 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 6 \\ 2^2 & 4^2 & 3^2 & 5^2 & 6^2 \\ 2^4 & 4^4 & 3^4 & 5^4 & 6^4 \\ 2^3 & 4^3 & 3^3 & 5^3 & 6^3 \end{vmatrix}$。

(3) 给定向量组 I：$\alpha_1=(1,2,7,6),\alpha_2=(-1,1,5,3),\alpha_3=(0,-1,-4,-3),$
$\alpha_4=(1,0,-2,-1),\alpha_5=(1,2,9,8)$。求 I 的一个极大无关组 II，并且用 II 表示 I 的其余向量。

(4)讨论p,t为何值时，方程组

$$\mathrm{I}:\begin{cases}x_1+x_2-2x_3+3x_4=0,\\2x_1+x_2-6x_3+4x_4=-1,\\3x_1+2x_2+px_3+7x_4=-1,\\x_1-x_2-6x_3-x_4=t\end{cases}$$

无解？有解？如果 I 有无穷个解，用 I 的特解和 I 的导出组的基础解系表示 I 的全部解。

(5) 求 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}\mathbf{2}&\mathbf{3}&\mathbf{3}\\\mathbf{1}&\mathbf{-1}&\mathbf{0}\\\mathbf{-1}&\mathbf{2}&\mathbf{1}\end{pmatrix}$ 的逆矩阵和伴随矩阵。

四、证明题(本题共 2 小题，每小题 5 分，满分为 10 分

(1)证明：如果 $\alpha_1,\cdots\alpha_s$ 可以用 $\beta_1,\cdots,\beta_t$ 线性表示，并且 $s>t$，则 $\alpha_1,\cdots\alpha_s$ 线性相关。

(2) 证明行列式 $\begin{vmatrix}0&1&0&0&\cdots&0\\0&0&2^{-1}&0&\cdots&0\\0&0&0&3^{-1}&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&&\vdots\\0&0&0&0&\cdots&(n-1)^{-1}\\n^{-1}&0&0&0&\cdots&0\end{vmatrix}$ $(n>1)$ 的所有代数余子式的和是 $\dfrac{(-1)^{n+1}(n+1)}{2(n-1)!}$。