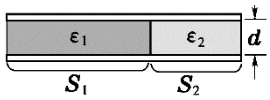
2019 年春季物理学院等电磁学期末试题

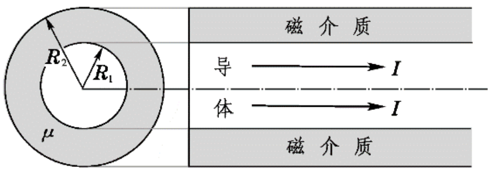
学号____________ 姓名____________ 院系 ____________

试卷总分 100 分　　　　答卷时间：2 小时

一、填空（1-4 小题，每空 2.5 分，共 25 分）



1. 如图所示，一平行板电容器两极板相距为 d，其间充满了两部分介质，介电常量为 $\varepsilon_1(=\varepsilon_{r1}\varepsilon_0)$ 的介质所占的面积为 S_1，介电常量为 ε_2 的介质所占的面积为 S_2，两介质分界面与极板垂直。忽略两侧的边缘效应（即 $S_1 \sim S_2 \gg d^2$），则此电容器的电容 $C =$________；若两极板电势差为 U，则两介质分界面上的极化电荷面密度 $\sigma' =$_______。



2. 如图所示，一无穷长均匀圆柱形直导线外紧密包裹有圆筒形抗磁介质，磁导率为 $\mu(=\mu_r\mu_0)$，导线半径（即介质内径）为 R_1，介质外径为 R_2，导线内有图示方向的均匀电流 I。介质内表面的磁化电流方向与导体内电流方向的关系为为_______（选填“平行、反平行、垂直”）；介质内、外表面的磁化面电流线密度大小的比值为_______。
3. RC 串联暂态电路的弛豫时间（时间常量）为 $\tau =$_______，RL 串联暂态电路的弛豫时间（时间常量）为 $\tau =$_______。
4. RLC 串联谐振电路（元件参量看作已知）的谐振频率为 $\omega_0 =$_______；品质因数为 $Q =$_______；当 $\omega > \omega_0$ 时，此电路呈现________（填“感性”、“容性”或“纯电阻性”）。若 $\frac{R}{L} \ll \omega_0$，则通频带宽度（近似）为 $\Delta\omega =$________（如果这里不需要近似，也请直接写出结果）。

二、简答（6-10 小题，共 33 分）

5. （5 分）真空电磁波：

1) 写出真空电磁波方程（组）；
2) 取单频简谐平面波解

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0\cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi_E)\ , \qquad \vec{B}(\vec{r},t) = \vec{B}_0\cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi_B)$$

直接写出 $\vec{E}(\vec{r},t)$ 与 $\vec{B}(\vec{r},t)$ 的大小、方向和相位之间的关系。

6. （6 分）若有磁单极子（分布）存在，且此时真空介质中的麦克斯韦方程组的形式为

$$\begin{cases} \nabla\cdot\vec{E} = \rho_e/\varepsilon_0 \quad ①, & \nabla\times\vec{E} = -\vec{j}_m - \partial_t\vec{B} \quad ② \\ \nabla\cdot\vec{B} = \rho_m \quad ③, & \nabla\times\vec{B} = \mu_0\vec{j}_e + \varepsilon_0\mu_0\partial_t\vec{E} \quad ④ \end{cases}$$

其中 ρ_e、$\vec{j}_e$ 分别为电荷密度与电流密度，ρ_m 为磁荷密度，$\vec{j}_m = \rho_m \vec{v}$ 为磁荷流密度，$\vec{v}$ 是相应磁荷的速度。

1) 试证：磁荷守恒，即

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j}_m + \partial_t \rho_m = 0$$

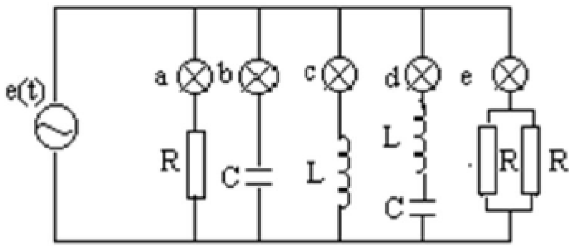
2) 在电磁对偶变换

$$\vec{E} \to c\vec{B} \ \& \ \vec{B} \to -\vec{E}/c \ \& \ \rho_e \to c\varepsilon_0 \rho_m \ \& \ \rho_m \to -\rho_e/(c\varepsilon_0)$$

下，题干中的方程组形式不变。试在如上电磁对偶变换的意义下，由点电荷在电磁场中的受力公式给出点磁荷 q_m 在电磁场（$\vec{E}$ 与 $\vec{B}$）中的受力公式。

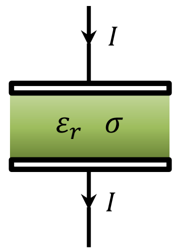
7. （6 分）无穷大均匀外场 $\vec{E}_0$ 中放入相对介电常量为 ε_r 的均匀线性介质球，可证此时介质球为均匀极化，即内部为均匀极化场 $\vec{P}$ 。在如上前提下，试求此时的极化场 $\vec{P}$（以 $\vec{E}_0$、ε_r、ε_0 参量加以表示）。

8. (7 分) 在右图所示电路中，电源电动势 $e(t)$ 随时间简谐变化。a、b、c、d、e 是 5 个电阻同为 r 的相同灯泡（看作是纯电阻），忽略 c、d 支路的互感效应，电路中其他（单个）元件的阻抗满足：$Z_L = Z_C = R$ 。



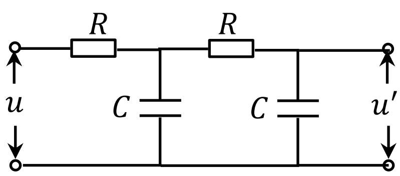
1) 直接写出以 r 及 R 表示的 a、b、c、d、e 支路复阻抗；
2) 直接写出 5 个灯泡中哪个最亮，哪个最暗。

9. （8 分）如图所示，平行板电容器间充满相对介电常量为 ε_r 、电导率为 σ 的均匀漏电介质，极板面积为 S ，间距为 $d\ (\ll \sqrt{S})$。忽略所有边缘效应，（提示：如明确等效电路的结论，则可采用等效电路方法求解下列问题）

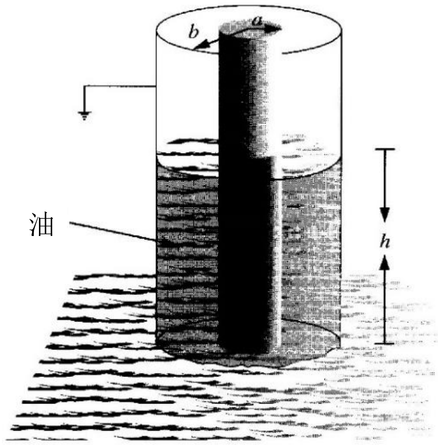


1) 若用恒定导线电流 I （已知常量）为电容器极板充电，试求稳定时上极板的电量 q_0；
2) 若将恒定导线电流替换成低频交变电流 $i(t) = I_0 \cos\omega t$（满足准恒条件），求稳态时极板间**位移**电流的峰值 I_{D0} .

10. （8 分）右图为二级 RC 移相简谐交流电路，在工作频率下元件参量满足 $Z_C = 2R$ ，求输入端电压 $u(t)$ 和输出端电压 $u'(t)$ 的峰值比和相位差（可用反正切函数表示）。

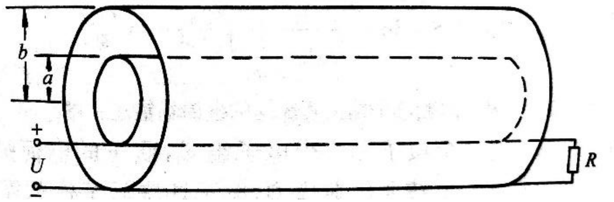


三、（**13 分**）两个很长的同轴金属圆柱管（内径为 a，外径为 b）竖直放置在一个充满绝缘油性电介质（相对介电常量为 ε_r，质量密度为 ρ）的桶中，如图所示。已知内部的金属管电势恒为 $U>0$，外管接地（电势为 0），则在两管之间油液面会上升一定高度。



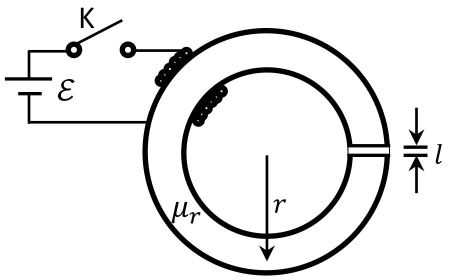
1) 忽略边缘效应，试求两管之间空气中的场强大小分布函数 $E_A(r)$ 及油介质中的场强大小分布函数 $E_O(r)$；（$b>r>a$）
2) 试求两管之间油介质相对于外部液面所上升的高度 h。

四、（**10 分**）如图所示，将两个很长的同轴中空金属圆柱管（内径为 a，外径为 b，电阻可略）作为电缆，一端接上负载（电阻）R，另一端加上恒定电压 U，则圆柱管上分布有均匀恒定电流。（完全忽略边缘效应）



1) <u>直接写出</u>电缆某一横截面上的电场和磁场大小的分布函数 $E(r)$ 和 $B(r)$；（$r\in[0,\infty)$）
2) <u>直接写出</u>电缆某一横截面上的电磁场能流大小分布函数 $S(r)$，并指出其方向；
3) 计算能流密度矢量在如上横截面上的通量。

五、（**12 分**）如图所示，轴线半径为 r 的软铁磁环，在垂直于轴线方向上开有厚度为 l 的均匀缝隙。铁磁环横截面为圆，半径为 a（未在图中示出），其中 $r\gg a\gg l$。软铁磁环可近似处理为线性磁介质，其相对磁导率 $\mu_r\gg 1$。铁磁环上绕有 N 匝线圈，其直流电阻为 R，并由理想导线及电键 K 与直流电源相联接，电源电动势为 $\mathcal{E}$。$t=0$ 时刻，接通电键 K，试求



1) $t>0$ 时刻，缝隙中的磁感应强度 $B(t)$；
2) $t\to\infty$ 时，缝隙表面的“等效磁荷”面密度大小 σ_m.

附注：等效磁荷单位制的选取约定请参照第 6 小题