



A LETTERS JOURNAL EXPLORING
THE FRONTIERS OF PHYSICS

印刷品
湿纸卷曲的原理

E. REYSSAT 和 L. MAHADEVAN

EPL, **93** (2011) 54001

请访问新网站
www.epljournal.org

用EPL来定位您的研究



注册以接收免费的EPL目录内容提醒。

www.epljournal.org/alerts

湿纸卷曲的原理

E. REYSSAT^{1,2(a)} 和 L. MAHADEVAN²

¹法国国家科学研究中心 (CNRS) 物理与异质介质力学, ESPCI - 10 rue Vauquelin, 75005 巴黎, 法国, 欧洲

²哈佛大学 Wyss 研究所工程与应用科学 - 29 Oxford St, Cambridge, MA 02138, 美国

收到日期: 2010年5月12日; 最终接受日期: 2011年2月9日

在线发布日期: 2011年3月10日

PACS 46.70.De— 束、板和壳

PACS 82.30.Rs— 氢键和亲水效应

摘要—当一张透明纸轻轻放在水面上时, 由于与水接触的一侧膨胀, 纸张迅速从一边卷起并卷成一团。随着时间的推移, 当膨胀前沿穿过纸张的厚度时, 纸张逐渐展开并最终变直。我们分析了纸张卷曲和展开的实验动态, 并补充了一个能解释基本观察结果的简化理论。我们的研究可能对设计仿生装置, 作为致动器或从湿度变化中提取能量的装置, 具有一定的实用价值。

版权

© EPLA, 2011

介绍。从松果和云杉球[1-3]到小麦芒[4]、双金属温控器[5]和微型致动器[6], 许多自然或人造的细长系统依赖于分层结构的差异膨胀来驱动作用, 这是由湿度或温度变化引起的。在人造材料的世界中, 很少有材料能像纸张一样复杂和普遍, 尽管它通常只被用作媒介。由于纸张对湿度特别敏感, 它既可以是媒介也可以是信息; 当放置在一个湿度变化的环境中, 如浴室或厨房, 它会卷曲或起皱, 通常是不可逆的。在这里, 我们描述了一张薄追踪纸在轻轻放在水面上时所经历的更极端的变形。与液体接触会导致水从一侧渗透进纸张, 这个过程引起了差异性膨胀, 从而使纸张卷曲;

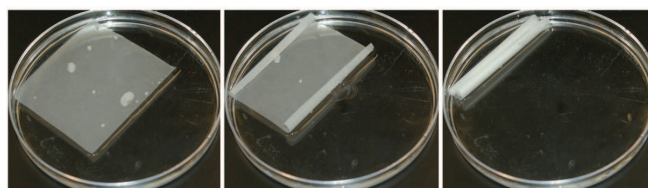


图1: (在线彩色) 在水槽上的一张 $8 \times 8 \text{ cm}^2$ 追踪纸 (厚度为 45 m) 的回缩。与水接触后的几秒钟内, 纸张卷成一个半径几毫米的紧密圆柱体。从左到右, 照片分别在接触后 0.5、3.5 和 4 秒拍摄。

纸张与液体表面接触

会导致水从一侧渗透进纸张, 这个过程引起了差异性膨胀, 从而使纸张卷曲; 纸张会迅速卷起来收缩 (图1)。随着时间的推移, 如果纸张不够长无法形成闭合的圆柱体, 纸张会展开并变平; 否则, 它会保持闭合和卷曲, 因为表面张力将其保持在一起, 或者如果它不慎沉没, 则会缓慢展开。

纸张层的差异膨胀导致纸张弯曲, 但随着水进一步扩散到纸张中, 差异膨胀梯度减小, 纸张开始展开, 如果它还没有成为一个封闭的圆柱体; 最终, 一旦纸张完全湿透, 纸张变平。

机械探针对于水扩散动力学的研究。这些动态形状变化是由水进入多孔纤维素纸张中引起的, 然后纸张的行为类似于双金属恒温器, 但有一点不同。薄纸张是一种单一材料, 受到差异刺激 (水

卷曲轴

我们从选择卷曲轴的自然问题开始。纸张底层的各向同性膨胀首先导致了一个双凸形状, 类似于球的表面。然而, 任何具有非零高斯曲率的曲面变形都涉及到纸张的拉伸。因此, 虽然这可能发生在非常小的变形中, 但随着变形幅度的增加, 由于相对于弯曲的拉伸能量较大, 这种变形是被禁止的。

(a) 电子邮件: etienne.reyssat@normalesup.org

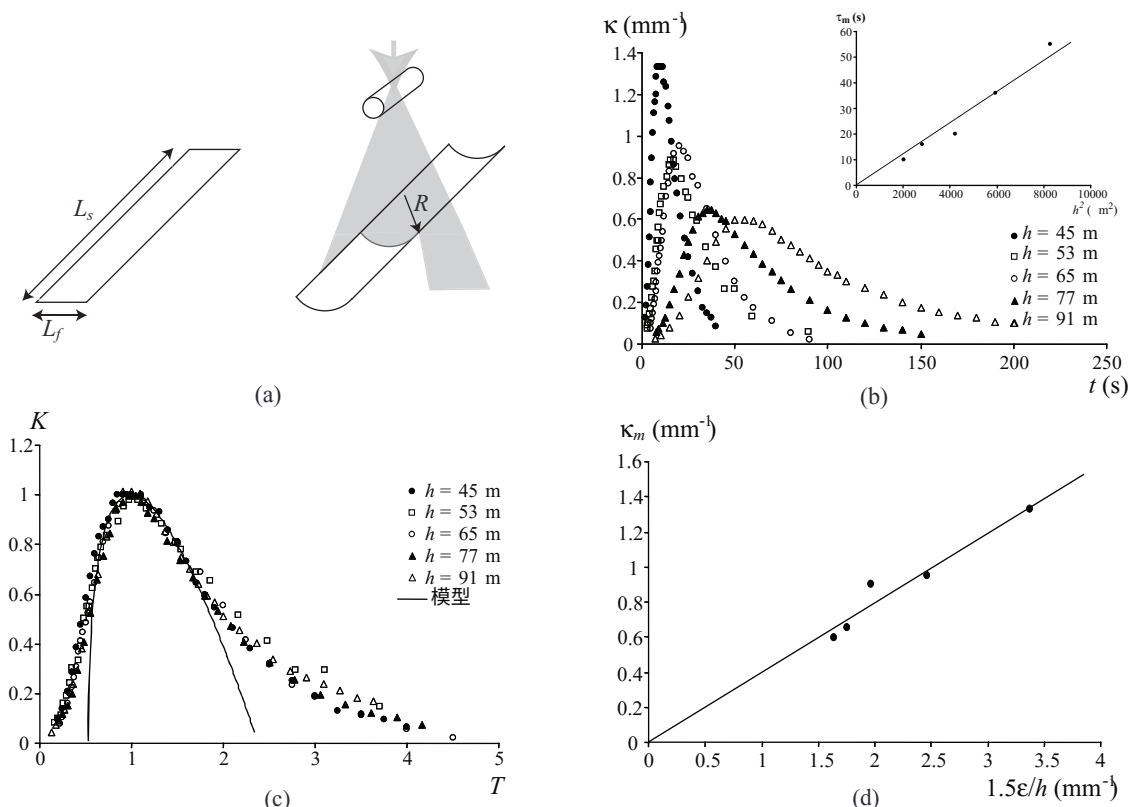


图2: (a) 一小片放在水上的纸 (左) 在几秒钟内向上弯曲, 然后恢复到平坦状态。

我们通过从上方照亮纸条的激光片来跟踪曲率的变化, 即 $\kappa = 1/R$

(右)。通常, $L_s \sim 5$ cm, 而 $L_f \ll L_s$ 足够小, 使得纸张不会完全闭合成圆柱体。 (b) 纸条的曲率随时间变化, 从初始接触水开始; κ 迅速增加, 达到最大值, 然后指数级地恢复到零。追踪纸样品的厚度 h 在 45 和 91 μm 之间。插图: 曲率 κ 达到最大值的时间 τ_m 与 h^2 成正比, 符合不同扩散类似的水传输机制的预期。 (c) 将曲率和时间分别按 κ_m 和 τ_m 进行重新缩放, 使得面板 (b) 的数据折叠到一个单一的主曲线上。连续线是试图用文中描述的 Timoshenko-Washburn 模型来描述数据, 其中 $n=1$ 并且有一个时间偏移。 (d) 曲率 κ_m 与 ε/h 线性相关, 但是与简单的双层结构的理论值相比约为理论值的 40%; 这种偏差可能部分地可以通过纸张厚度中水含量的连续变化在理论上解释。

薄片。因此, 由正交膨胀驱动的强烈膨胀仍然导致自发对 在与增强纤维垂直方向上, 纸张的湿润度应该在 6% 到 10% 称性破缺和纸张沿着由小缺陷或边界引起的轴线卷曲[7]。在之间。主要弯曲刚度和膨胀的综合各向异性确定了纸张的 我们所有的实验中, 卷曲曲线高度可重复, 并揭示了纸张机轴线, 我们将其称为 L_s 和 L_f , 其中 L_s 是刚性方向的长度, 机械性质中预先存在的破缺不对称性, 这是由制造过程导致的纸 L_f 是柔性方向的长度, 且 L_s 和 $L_f \ll L_s$ 。

纤维各向异性排列。这导致了沿主要方向的弯曲刚度通常 相差²倍或更多[8], 这种效应在纸张更薄时增加。纸张的结

构各向异性也意味着不同纸张在浸湿后的相对膨胀是各向异 水分传输和曲率的耦合。

性的, 通过完全浸泡 $10 \times 10 \text{ cm}^2$ 纸张方块直至完全饱和和来测 当水从下方 渗透到浮动的纸张中时, 底层首先膨胀, 形成分层结构。

量。测量纸张方块的尺寸在浸湿样品之前和之后, 从而可 这种差异膨胀导致整个样品向上弯曲 (图2(a))。从上方对 以提取纸张的相对膨胀 ε 。虽然 ε 沿纤维轴向最多为 1%, 但 纸张照射激光片, 我们可以通过侧面成像来测量纸张的曲率

它被测量到

。图2(b)显示了不同追踪纸的自然平坦条带在与水浴初次接

触后随时间变化的曲率 κ 。在初始弯曲响应湿润过程后,

水分变得均匀, 曲率指数级地松弛至零, 因为纸张饱和了水

分。正如人们所预期的,

纸越薄，卷曲速度越快，卷曲越紧。曲率达到最大值 κ_m 的时间 τ_m 随纸张厚度 h 的增加而显著增加，与扩散动力学一致： $\tau_m \sim h^2$ （见图2(b)插图）。通过将曲率按 κ_m 缩放，时间按 τ_m 缩放，并定义 $K = \kappa / \kappa_m$ 和 $T = t / \tau_m$ ，我们可以将图2(b)的所有数据折叠成一个主曲线（图2(c)）。这表明问题中只有一个时间尺度，即水分渗透到纸张结构厚度的时间。因此，水分渗透动力学与其他可能的时间相关现象（如微观纤维素纤维吸水动力学）解耦。

同样地， $1/\kappa_m$ 是唯一相关的空间尺度。

对于图2(b)的实验数据的最简单的拟合尝试是使用Timo-shenko的双金属热敏元件理论[5]，并假设纸张由两个不同的层组成，一个湿层和一个干层。通过毛细浸润的水的渗透，这是纸张等多孔结构的典型传输机制，可能会产生这样的双层结构。此外，这种机制的伪扩散动力学，即Washburn定律[9]，与发现 $\tau_m \sim h^2$ 的结果非常吻合。

纸张的形状受其含水量的控制，可以通过纸条截面上的力和力矩平衡来描述[5]：

$$\kappa = \frac{\varepsilon}{h} f(m, n) \quad (1)$$

其中 ε 是由层间差异膨胀引起的相对膨胀， $m = h_{dry}/h_{wet}$ 和 $n = E_{dry}/E_{wet}$ 分别是干纸层和湿纸层的厚度和杨氏模量比率，以及

$$f(m, n) = \frac{6(1+m)^2}{3(1+m)^2 + (1+mn)\left(m^2 + \frac{1}{mn}\right)}. \quad (2)$$

双层纸的最大曲率预测为与材料的相对膨胀比率 ε 和厚度 h 成线性关系：

$$\kappa_m = 1.5 \frac{\varepsilon}{h}. \quad (3)$$

在图2(c)中，我们可以看到测量得到的 κ_m 的值确实与 ε/h 成线性关系，但只有预测的双层模型的40%，其中 $\kappa_{wet} \approx \sqrt{D} t$ 和 $\kappa_{dry} = h - h_{wet}$ 。由此得到的 $\kappa(t)$ 的预测只能合理地描述最大曲率区域（图2(c)），其中有一个0.4的前因子，时间上的偏移和一个接近单位的值，与实验[10]的结果不符合。

此外， $\kappa(t)$

的短时间和长时间行为明显超出了这个简单模型的范围。

为了理解这些差异的原因，我们注意到追踪纸非常密集，孔隙连接非常低，因此经典渗透机制可能在这里无法发挥作用。相反，分子扩散可能起作用，并产生 $\tau_m \approx h^2/D$ ，其中 D 是

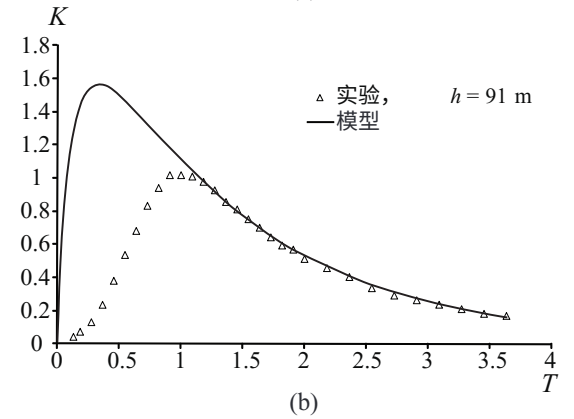
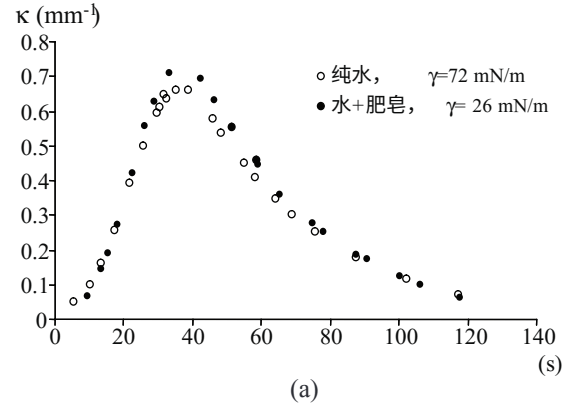


图3: (a) 77 μm厚的纸在纯水（表面张力 $\gamma = 72$ mN/m）和含有表面活性剂的水（ $\gamma = 26$ mN/m）上的弯曲动力学是相同的，表明水是通过分子扩散而不是毛细渗透传输的。(b) 纸条的归一化曲率作为无量纲时间的函数，根据假设含水量剖面具有平滑的扩散前沿来预测。在长时间尺度上，该模型非常符合实验数据，而短时间行为是由于模量随水体积分数和纸张法线方向的膨胀的复杂变化。

分子扩散系数。在我们的实验中，给定了 h （通常为50 μm）和 τ_m （约为30秒）的值，我们发现 $D \sim 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ，与水在凝胶中的分子扩散系数数量级相近[11]。

为了进一步区分这两种可能的传输机制，我们通过添加表面活性剂改变了水的表面张力 γ 。虽然分子扩散过程不应受到 γ 的变化影响，但毛细吸湿的速率应该会改变。图3(a)显示，当表面张力从72降至26 mN/m时，一张追踪纸的弯曲动力学不变，而沃什伯恩定律则暗示该过程应该会慢1.5倍。所有这些都表明分子扩散是水通过这些狭窄孔道移动的主要机制。

分子扩散机制的存在还意味着水含量在样品厚度上呈平滑梯度，而不是尖锐的双层

结构。这意味着蒸汽浓度沿着纸张表面的法线方向 z 遵循一维扩散方程，用于水含量 $\phi(z, t)$ 的演化，一般可以写成

$$0 = \kappa (I_2 - z_n I_1) - I_{\phi 1}. \quad (12)$$

将(10)和(12)结合起来，最终得到带状物的曲率表达式：

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial \phi}{\partial z} \right), \quad (4)$$

$$\kappa = \frac{1}{R} = \frac{I_1 I_{\phi 0} - I_0 I_{\phi 1}}{I_1^2 - I_0 I_2}. \quad (13)$$

其中水扩散率 $D = D(\phi(z, t))$ 一般而言[12]。

在缺乏对扩散率与水浓度依赖关系的详细了解时，我们将限制在非膨胀介质的情况下，其中 $D = \text{const}$ ，知道这最多是一个近似。然后(4)简化为

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \quad (5)$$

连同边界条件 $\phi(z=0, t) = \phi_s$ （与水接触的纸张一侧被水浸透）和 $\partial \phi / \partial z (z=h, t) = 0$ （我们假设纸张的上表面没有通量），初始条件为 $\phi(z, t=0) = 0$ ，对应于一张干燥的纸张。使用傅里叶变换解决这个线性问题得到

$$\phi(z, t) = \phi_s \left[1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4}{(2m-1)\pi} \times \sin\left(\frac{(2m-1)\pi z}{2h}\right) \exp\left(-\frac{(2m-1)^2 \pi^2 D t}{4h^2}\right) \right]. \quad (6)$$

这个结果使我们能够计算不均匀厚度的材料带的卷曲半径，该厚度与杨氏模量、含水量和平面相对膨胀有关，所有这些参数都取决于 z 坐标通过含水量 $\phi(z, t)$ 。我们定义中性层位于位置 z_n ，其中一个未变形的均匀材料在平衡状态下，作为参考状态，保持无伸长应变。由于曲率 $\kappa = 1/R$ ，任何深度的局部伸长率 $\varepsilon_{\kappa}(z) = \kappa(z - z_n)$ 。

在这里，我们假设弹性平衡的时间尺度远远小于膨胀的时间尺度，因此带状物的形状受水含量分布的控制，这是一个合理的假设。为了解决带状物形状的演化方程，我们需要关于纤维层模量 $E(\phi(z, t))$ 随水含量变化的信息。对于含水纸张的性质的研究[10]表明，水的质量分数 ϕ 饱和在约 $\phi_s = 0.25$ ，而弹性模量随水含量呈指数下降；在这里，我们选择一个符合数据的经验形式 $E = E_0 e^{-6.7\phi}$ ，其中 E_0 是干燥纸张的模量。

然后，假设 $\phi(z, t)$ 按照扩散动力学（方程（6））演化，并且膨胀应变在 ϕ 中是线性的，最大值为 $\varepsilon_{\phi}(\phi_s)$ （测量值在6%到10%之间），我们可以使用方程（13）计算时间变化的曲率 κ ，如图3(b)所示。

我们的结果与实验数据非常吻合（唯一可调参数是纸张中水的扩散系数 D ），与理论模型一致，该模型预测在长时间内，忽略纸张厚度的膨胀， $\kappa(t)$ 以指数方式松弛至零，如

$$\kappa(t) \simeq C \frac{1}{h} e^{-\frac{\pi^2 D t}{4 h^2}}, \quad (14)$$

其中 $C = 48/\pi^2(4/\pi - 1) \simeq 1.33$ 。然而，实验测得的最大曲率约为方程（3）的简单预测的70%，并且可以清楚地看到，该模型无法解释 $\kappa(t)$ 曲线在短时间内的凹性。一个可能的解释是纸张在湿润时垂直于其平面的膨胀：我们使用的样品在 z 方向上膨胀约40%。考虑到这种效应，以及膨胀的非线性动力学在非线性扩散方程（4）中体现的 $\phi(z, t)$ 将明显改变我们的结果，而不引入新的时间尺度，与我们的实验证据强烈暗示问题中只有一个时间尺度（图2(c））。

带中的水分使其膨胀了一个量 $\varepsilon_{\phi}(\phi(z, t))$ ，取决于材料的含水量 $\phi(z)$ ，因此带的横截面上的位置 z 处的局部应力为

$$\sigma(z) = E(\phi(z, t)) (\varepsilon_{\kappa}(z) - \varepsilon_{\phi}(\phi(z))). \quad (8)$$

对于处于平衡状态的自由条，任何横截面上的力必须为零，因此

$$F = 0 = \int_0^h E(\phi(z, t)) (\varepsilon_{\kappa}(z) - \varepsilon_{\phi}(\phi(z))) dz, \quad (9)$$

即

$$0 = \kappa (I_1 - z_n I_0) - I_{\phi 0}, \quad (10)$$

其中 $I_i = \int_0^h E(\phi(z, t)) z^i dz$ 和 $I_{\phi i} = \int_0^h E(\phi(z, t)) z^i \varepsilon_{\phi}(\phi(z)) dz$ 。此外，任何横截面上的扭矩也必须为零，因此

$$M = 0 = \int_0^h E(z) z (\varepsilon_{\kappa}(z) - \varepsilon_{\phi}(\phi(z))) dz \quad (11)$$

湿纸卷曲的动力学—现在我们转向更大的（ $L_f \simeq 20$ cm, $L_s \simeq 10$ cm）追踪纸张的回缩动力学。条带的一端是自由的，另一端被夹住了（图4(a））。在水槽上沉积后，几秒钟内没有发生任何可见的变化。然后，自由端开始弯曲并逐渐加速卷曲起来（图4(b））。回缩速度逐渐增加

V 达到20 cm/s⁻¹，并受到纸张长度 L_f 的限制。完全回缩后，形成一个圆柱体

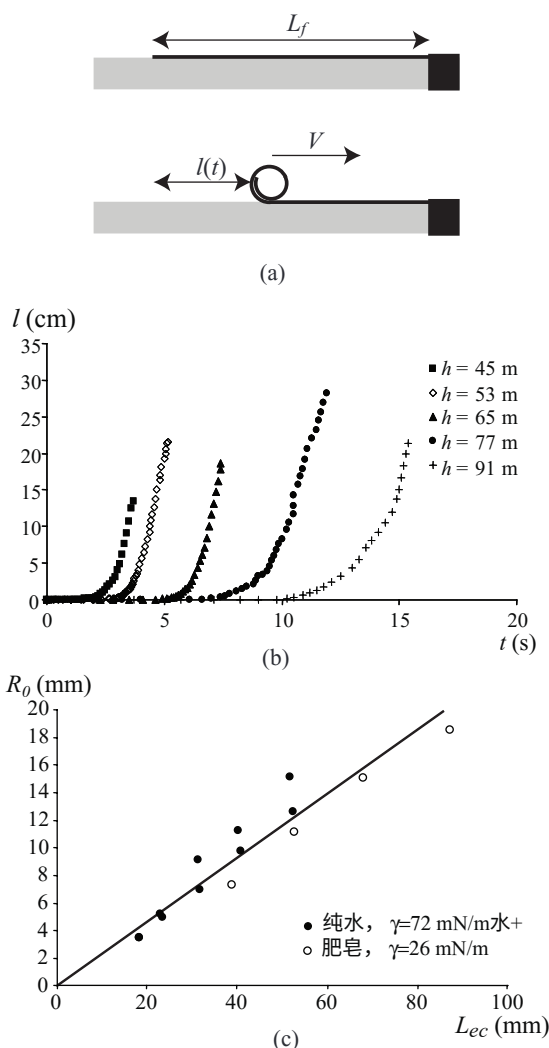


图4：(a) 滚动一长条纸的动力学示意图。一条纸条（长度 L_f ）漂浮在水上，并在其右端夹紧。在吸水后，左端卷曲并收缩，以速度 V 滚动。(b) 在放置在水盆上后，随时间的推移，卷曲的纸张长度。不同曲线对应于不同厚度的追踪纸张。(c) 滚动圆柱的半径 R_0 与弹性-毛细长度 L_{ec} 成正比。方程线 $R_0 \simeq 0.23L_{ec}$ 与数据一致。

稍微收紧（受到湿纸自身摩擦的限制），然后随着水含量梯度的放松而缓慢展开。这个后阶段通常发生在水表面下，一旦湿纸淹没，就会防止纸张因毛细力而粘在一起。

卷曲动力学。 当水开始扩散到纸张中时，初始准静态阶段对应于不可观测的微小变形。在时间 $\tau_m \sim h^2/D$ （图2(b)的插图）之后，曲率变得显著，这是问题中唯一的时间尺度，根据我们的实验数据的折叠（图2(c)）。最初，由于毛细力阻止纸张从水表面升起，回缩受到阻碍。一旦开始，

回缩速度加快，最高可达20厘米/秒，因为滚动是由湿度引起的曲率变化驱动的。在

运动的滚动阶段，圆柱的半径 R_0 保持不变：完成一整圈后，湿纸张通过毛细力和变化的方式粘在一起，改变 R_0 需要克服巨大的摩擦力。与纸张厚度无关的 R_0 不相关，尽管与 κ_m 不同，它比相同纸张的小样本达到的最小曲率半径大约大5倍。稳态值 R_0 很可能在早期由弯曲力和毛细力之间的竞争决定，弯曲力倾向于使纸张卷曲，而毛细力阻止纸张从水表面升起。纸张单位宽度的弯曲力约为 B/R_0^2 。单位宽度的毛细力为 $\gamma \sim 0.07 \text{ N/m}$ 。当 R_0 达到弹性毛细长度 $L_{ec} =$

$\sqrt{B/\gamma} \sim 1 \text{ cm}$ [13,14]。我们通过重力加载悬臂实验测量 B ，并推导出 L_{ec} 。图1(c)显示 R_0 确实与 L_{ec} 成正比，与 $R_0 \simeq 0.23L_{ec}$ 一致。

运动可用的势能（每单位圆柱宽度和行进长度）约为 $B\kappa_0^2$ ，其中 B 是部分湿润纸张的弯曲刚度（通常约为 10^{-5} N m ）， $\kappa_0 = 1/R_0$ 。假设滚动运动在水槽中引起尺度为 $R_0 \sim 1 \text{ cm}$ 的流动（就像高雷诺数下完全浸没的圆柱体一样），则传递给水的动能约为 $\rho V^2 R_0$ ，其中 $\rho = 1000 \text{ kg m}^{-3}$ 是水的密度。平衡动能和势能得到

$V \simeq \sqrt{B/\rho R_0^3} \simeq 0.2 \text{ m s}^{-1}$ ，与实验结果定性一致。此外，已知 $B \sim h^3$ 和 $R_0 \sim L_{ec} \sim h^{-3/2}$ 可以预测 V 与纸张厚度 h 的关系： $V \sim h^{-3/4}$ ，与图4(b)的结果定性一致，即 V 随着 h 的增加而略微减小。

边缘效应。 尽管回缩速度与纸张的长度和厚度无关，但它非常依赖于其宽度 L_s 。

虽然给定纸张的宽条都以类似的速度回缩，但窄样本的卷曲速度明显减小（图5(a)），而最窄的样本甚至不卷曲。将激光片与漂浮纸张平行照射，可以看出原因——与运动方向平行的纸张边缘在水面上方向上卷曲（图5(b)），距离边缘约1厘米。我们预计这个距离，由弯曲和毛细作用平衡决定，是弹性毛细长度 L_{ec} again。边缘的卷曲作用使纸张在运动方向上变得更加坚硬，就像钢卷尺的横向曲率使其在长度方向上变得更加坚硬一样。当回缩前沿移动时，它必须先将其前面卷曲的边缘拉直，然后纸张才能卷起来。正如我们已经讨论过的，卷起一段长度为 dl 的纸张所获得的弯曲能量的数量级为 $B\kappa_0^2 L_s dl$ 。拉直边缘需要一定的能量

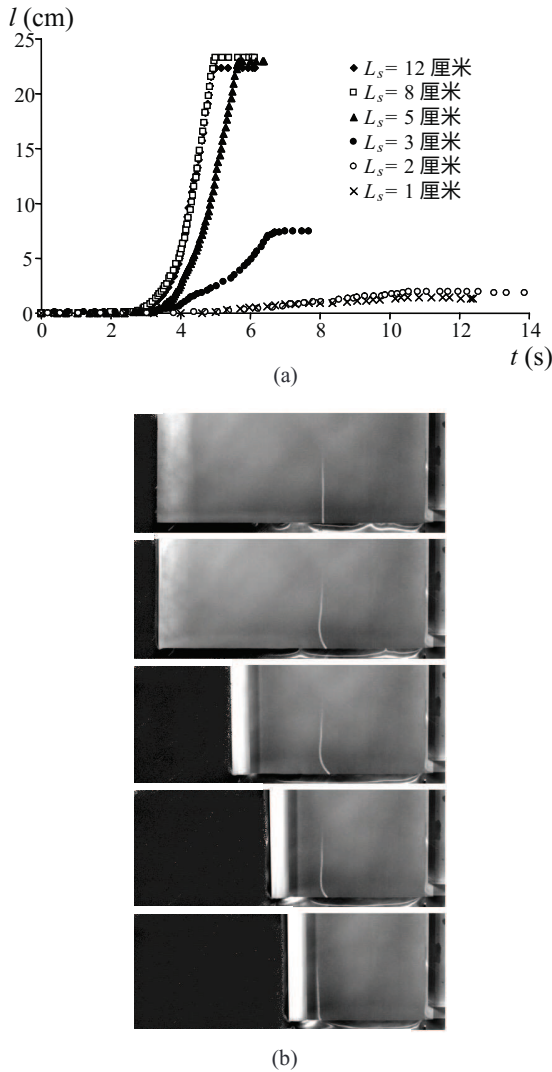


图5: (a) 53 m厚的追踪纸的收缩长度随时间的变化。由于边缘附近的横向曲率占主导地位, 窄条状物体的收缩速度较慢。(b) 65 m厚的追踪纸, 长25厘米, 宽15厘米, 在水上收缩, 从上方看。右端被夹紧, 左端自由卷曲。明亮的线是由一束从右向左几乎与水面平行的激光片发出的。当纸张首次接触水时, 由于水的扩散, 线会沿着纸的边缘向上卷曲。在被卷起的圆筒卷取之前, 纸张会变平, 这可以通过激光线探测器的变直来观察到。这些照片是在与水接触后的2.6、5.8、7.5、7.8和7.9秒拍摄的。

成本与 $B_{\perp} \kappa_{\perp}^2 L_{ec} dl$ 成正比, 其中 B_{\perp} 和 κ_{\perp} 是垂直于运动方向的带状物体的弯曲刚度和曲率 (一般来说, 它们与 B 和 κ_0 不同)。我们可以看到, 驱动和阻力能量的差异随着 L_s 的增加而增加, 并且在 L_s 接近 L_{ec} ($B_{\perp} \kappa_{\perp}^2 / B \kappa_0^2$) 时消失, 从而解释了观察到的现象学现象。

对于宽条带 ($L_s \gg L_{ec}$), 驱动能量 $B \kappa_0^2 L_s$ (每单位长度) 通过流体力学机制丧失

这也与 L_s 成线性关系, 产生恒定的回缩速度。

结论。— 我们的研究在定性和定量上解释了自卷湿烟卷的几个方面。事实上, 湿纸卷曲的特性展示了将细长物体力学与扩散传输现象、流体力学和毛细现象耦合的丰富现象学。除了具有固有的教育价值外, 这个实验还是更复杂系统的宏观模型, 例如某些生物膜的破裂[15,16]。

它还提出了使用湿度来驱动软薄膜的简单而稳健的方法, 反之亦然, 用于感知湿度。一个明显需要解决的重要问题是膨胀、水传输和材料弹性性质变化之间的非线性耦合, 这很可能是短时间内理论与实验之间差异的原因。

我们感谢C. BOBtCheFF和S. Besson提供给我们材料, Y. Br échet和J.-F. Bloch进行了富有成果的讨论。

参考文献

- [1] DAWSON C., VINCENT J. F. V. and ROCCA A.-M., *Nature*, **390** (1997) 668.
- [2] REYSSAT E. and MAHADEVAN L., *J. R. Soc. Interface*, **39** (2009) 951.
- [3] FRATZL P. 和 BARTH F. G., 自然, **462** (2009) 442.
- [4] ELBAUM R., ZALTZMAN L., BURGERT I. 和 FRATZL P., 科学, **316** (2007) 884.
- [5] TIMOSHENKO S., *J. Opt. Soc. Am.*, **11** (1925) 233.
- [6] CHRISTOPHERSEN M., SHAPIRO B. 和 SMELA E., *Sens. Actuators B*, **115** (2006) 596.
- [7] MANSFIELD E. H., *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, **288** (1965) 396.
- [8] BAUM G. A., HABEGER C. C. 和 FLEISCHMAN E. H., IPC Technical Paper Series, No. 117 (1981), <http://hdl.handle.net/1853/2848>.
- [9] 德·让纳斯 P.-G., 布罗夏-维亚特 F. 和 凯尔 D., 液滴、气泡、珠子和波浪 (贝林出版社, 巴黎) 2005年, 第118页。
- [10] 尼桑 A. H., 大分子, **9** (1976年) 840.
- [11] 张华 和 戴维森 W., 分析化学学报, **398** (1999年) 329.
- [12] 菲利普·J·R., *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **2** (1970) 177.
- [13] 科恩·A·E. 和 马哈德万·L., *Proc. Natl. Acad. Sci. 美国*, **100** (2003) 12141.
- [14] BICO J., ROMAN B., MOULIN L. 和 BOUDAUD A., 自然, **432** (2004) 690.
- [15] ABKARIAN M., MASSIERA G., BERRY L., ROQUES M. 和 BRAUN-BRETON C., 将发表在 *Blood* (2010) DOI 10.1182/blood-2010-08-299883.
- [16] MABROUK E., CUVELIER D., BROCHARD-WYART F., NASSOY P. 和 LI M.-H., *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.*, **106** (2009) 7294.