

《数学物理方法》第三章《初等函数》习题

1. 试根据下列条件确定解析函数 $f(z) = u + iv$:

(1) $u = x + y$; (2) $u = \sin x \cosh y$;

(3) $v = \frac{x}{x^2+y^2}$; (4) $v = \operatorname{tg}^{-1} \frac{y}{x}$.

2. 求出下列函数值:

(1) e^{2+i} ; (2) $\sin i$;

(3) $\cos(5-i)$; (4) $\ln(-1)$.

3. 证明: $w = -i \frac{z-1}{z+1} = -i + i \frac{2}{z+1}$ 将直线 $y = ax$ 变为圆。

4. 函数 $w = z + \sqrt{z-1}$, 规定 $w(2) = 1$, 试分别求出当 z 沿着图中的 C_1 和 C_2 连续变化时 $w(-3)$ 的值。

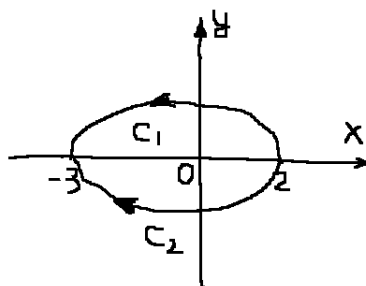


图 1 题4图。

5. 函数 $w = \sqrt{(z-a)(z-b)}$ 的割线有多少种可能的作法? 试在两种不同作法下讨论单值分枝的规定。设 a, b 为实数, 且 $a \neq b$ 。

6. 设 $f(z) = \frac{z^{1-p}(1-z)^p}{2z}$, $-1 < p < 2$ 。在实轴上沿0到1作割线, 规定沿割线上岸 $\arg z = \arg(1-z) = 0$, 试计算 $f(\pm i)$ 。