

《数学物理方法》第一章《复数的基本概念》习题

1. 已知一复数, 在复平面上画出 iz , $-z$, z^* , $\frac{1}{z^*}$, $\frac{1}{z}$ 的位置, 并指出它们之间的几何关系。

2. 若 $|z| = 1$, 试证明

$$\left| \frac{az + b}{b^*z + a^*} \right| = 1,$$

a, b 为任意复数。

3. 计算下列数值:

(1) $\sqrt{1 + i\sqrt{3}}$

(2) $(1 - i)/(1 + i)$

(3) i^i

(4) $\sqrt[i]{i}$

(5) $\sin \theta + \sin 2\theta + \sin 3\theta + \cdots + \sin n\theta$

(6) $\cos \theta + \cos 2\theta + \cos 3\theta + \cdots + \cos n\theta$

4. 试写出经过点 a 且与复数 b 所代表的矢量平行的直线方程。

5. 证明圆上四点 z_1, z_2, z_3 and z_4 满足条件: $\text{Im} \left(\frac{z_1 - z_3}{z_1 - z_4} / \frac{z_2 - z_3}{z_2 - z_4} \right) = 0$ 。